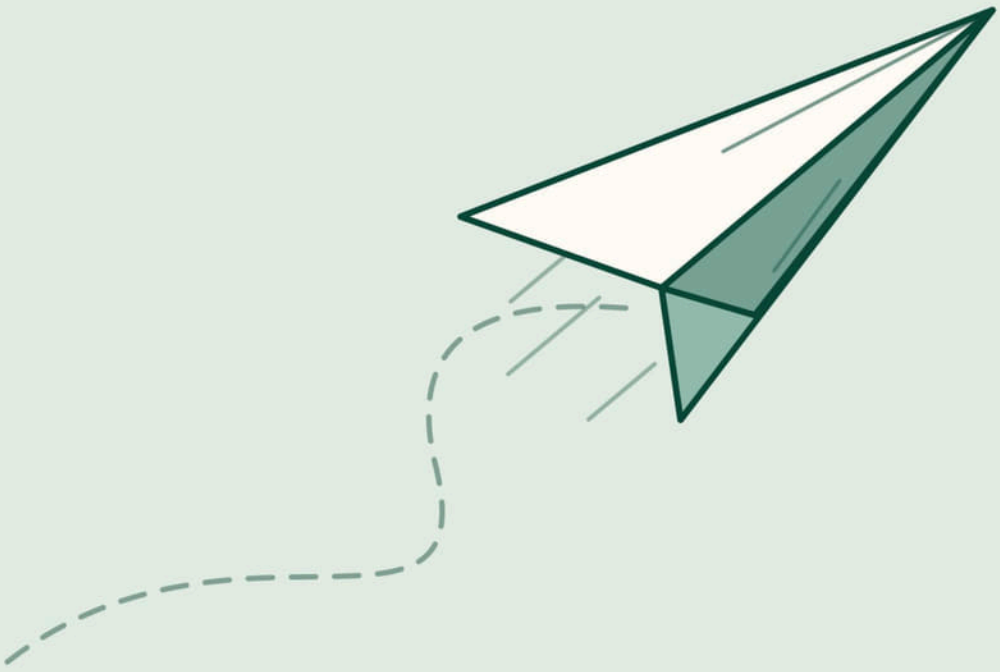
SERI PERSIAPAN TKA SMA

TKA SMA

MATEMATIKA

Materi, Strategi, dan Simulasi



Handaka Lumu

by Next Level Study Indonesia

2026/2027 · MATW

TKA MATEMATIKA

Materi, Strategi, dan Simulasi

Handaka Lumu

by Next Level Study Indonesia

The Dancer of the Silent Stage

"Semakin kau mengenalku, semakin banyak yang kamu tidak tahu"



KETERANGAN BUKU

TKA Matematika: Materi, Strategi, dan Simulasi

Penulis: Handaka Lumu

Penyusun soal: Tim Next Level Study Indonesia

Penerbit: Next Level Study Indonesia

Edisi: Edisi 1 · Gratis untuk pelajar Indonesia · 2026/2027 · Kode buku MATW

© 2026 Next Level Study Indonesia. Hak cipta dilindungi undang-undang.

GRATIS · TIDAK UNTUK DIPERJUALBELIKAN

Buku ini dibagikan gratis sebagai dedikasi Next Level Study Indonesia untuk bangsa. Boleh diperbanyak dan dibagikan untuk belajar, tetapi tidak untuk diperjualbelikan.

Sumber soal asli: Soal TKA Matematika SMA 2025 (25 soal yang terdokumentasi) dari kumpulan publik www.m4th-lab.net; diketik ulang ke Bank Soal NLS (paket TKA-MATW-ASLI25) dengan penyesuaian kecil penyajian; inti soal dan kunci tidak diubah.

Acuan kisi-kisi: https://pusmendik.kemendikdasmen.go.id/tka/tka/view/mata-pelajaran-wajib/sma/matematika

Kata Pengantar

Untukmu yang sedang bersiap,

Matematika sering terasa seperti pintu yang berat. Banyak di antara kita pernah berdiri di depannya, menatap angka dan rumus, lalu ragu apakah kita mampu membukanya. Buku ini ditulis untuk berdiri di sampingmu di depan pintu itu. Buku ini tidak membukakan pintu itu untukmu; buku ini menunjukkan bahwa tanganmu sendiri cukup kuat untuk membukanya.

Tes Kemampuan Akademik Matematika tidak menguji seberapa banyak rumus yang kamu hafal. Ia menguji apakah kamu mampu memahami masalah, memodelkannya, dan bernalar sampai ke jawaban. Karena itu, buku ini tidak berisi daftar rumus untuk dihafal. Setiap konsep langsung kami pasangkan dengan cara memakainya, setiap jebakan kami tunjukkan polanya, dan setiap soal asli kami bedah langkah demi langkah.

Isinya kami susun dengan jujur. Ada empat bab materi yang mengikuti kisi-kisi resmi, kuis di akhir setiap bab, simulasi TKA yang berwaktu, serta kunci dan pembahasan untuk semua soal. Kami tidak menjanjikan nilai tertentu. Yang kami janjikan hanya ini: setiap halaman ditulis dengan sungguh-sungguh, agar waktu belajarmu tidak terbuang.

Pakailah buku ini berurutan. Kerjakan latihan sebelum membaca kuncinya. Bila skor kuis belum memuaskan, kembalilah ke sub bab yang ditunjuk. Kamu juga dapat membuka latihan dan kuis yang sama di LMS Next Level Study lewat kode QR di setiap bab.

Belajar adalah janji kecil yang kita tepati setiap hari. Janji kepada diri sendiri, kepada orang tua yang menunggu kabar baik, kepada guru yang sabar menuntun, dan kepada negeri yang kelak membutuhkan pikiran dan tenagamu. Tepatilah janji itu dengan tekun. Berikan yang terbaik dari dirimu, dengan sepenuh hati dan segenap tenaga, karena negeri ini dibangun oleh anak-anak muda yang tidak berhenti belajar.

Selamat berjuang. Semoga setiap soal yang kamu selesaikan menjadi langkah kecil menuju cita-citamu.

Oktober 2026

Handaka Lumu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Panduan Memakai Buku

Buku ini dipakai berurutan: kenali ujiannya (Bagian A), pelajari 4 bab materi (Bagian B), uji kesiapanmu dengan simulasi TKA berwaktu (Bagian C), lalu cocokkan jawaban dan pelajari pembahasannya (Bagian D).

Peta belajar

Langkah	Kamu mengerjakan	Hasil
1	Bagian A: kenali bentuk soal dan peta kisi-kisi	Tahu apa yang diuji
2	Bab demi bab: baca sub bab, kerjakan latihan, lalu Kuis Akhir Bab	Skor kuis per bab
3	Ulangi sub bab yang ditunjuk tabel anjuran di akhir kuis	Titik lemah berkurang
4	Bagian C: 4 simulasi TKA berwaktu	Skor simulasi
5	Bagian D: kunci dan pembahasan semua soal	Paham alasan, bukan hanya jawaban

Tanda di dalam buku

Tanda	Artinya
◎ APA YANG DIUJI	Tujuan belajar sub bab dan indikator resmi yang diuji
◆ KONSEP INTI	Materi lengkap: penjelasan runtut, gambar, dan contoh terselesaikan
▲ STRATEGI DAN JEBAKAN	Langkah menjawab dan pola pengecoh yang sering dipasang
● BEDAH SOAL	Soal dibahas langkah demi langkah
✎ LATIHAN	Soal untuk dikerjakan sendiri; kunci singkat di bawahnya
✔ PERIKSA DIRI	Pertanyaan refleksi dan hal yang perlu diingat
Kotak QR	Membuka latihan dan kuis yang sama di LMS NLS

Kode

MATW-1.2 = sub bab 1.2; MATW-KB1 = kuis akhir bab 1; MATW-FIN1 = simulasi 1. Kode yang sama dipakai di LMS.

Belajar lewat PDF atau LMS

Semua latihan, kunci, dan pembahasan sudah ada di buku ini, jadi kamu bisa belajar hanya dengan PDF atau cetakan. LMS menambahkan latihan dan kuis interaktif, serta menyimpan skormu.

Buka buku ini di LMS NLS

Pindai untuk membuka course buku ini.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Daftar Isi

Kata Pengantar ii
Panduan Memakai Buku iii
Bagian A · Mengenal TKA Matematika 1
Bagian B · Materi 6
Bab 1 · Bilangan dan Sistem Linear 6
Sub bab 1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi 7
Sub bab 1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar 21
Sub bab 1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel 33
Sub bab 1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear 44
Kuis Akhir Bab 1 56
Bab 2 · Fungsi, Barisan, dan Deret 73
Sub bab 2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional 74
Sub bab 2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers 88
Sub bab 2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika 100
Sub bab 2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga 110
Kuis Akhir Bab 2 122
Bab 3 · Geometri, Pengukuran, dan Trigonometri 139
Sub bab 3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang 140
Sub bab 3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan 156
Sub bab 3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang 168
Sub bab 3.4 · Transformasi Geometri pada Titik 183
Sub bab 3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar 196
Sub bab 3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang 211
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri 226
Kuis Akhir Bab 3 239
Bab 4 · Data dan Peluang 258
Sub bab 4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data 259
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data 272
Sub bab 4.3 · Kaidah Pencacahan 282
Sub bab 4.4 · Peluang Kejadian 293
Kuis Akhir Bab 4 305
Bagian C · Simulasi TKA 321
Simulasi 1 — Soal Asli TKA 2025 322
Simulasi 2 — Prediksi TKA 2026 344
Simulasi 3 — Prediksi TKA 2026 364
Simulasi 4 — Prediksi TKA 2026 384
Bagian D · Kunci dan Pembahasan 404
Penutup 496
Lampiran 497

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian A · Mengenal TKA Matematika

1. Apa itu TKA Matematika?

Tes Kemampuan Akademik (TKA) adalah tes yang diselenggarakan Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah melalui Pusat Asesmen Pendidikan (Pusmendik). Untuk jenjang SMA/MA/SMK/MAK, ada tiga mata pelajaran wajib: **Matematika**, **Bahasa Indonesia**, dan **Bahasa Inggris**. Artinya, semua peserta TKA SMA mengerjakan tes Matematika yang dibahas buku ini.

Menurut kerangka asesmen Pusmendik, TKA Matematika mengukur kemampuanmu dalam memahami fakta, konsep, prinsip, dan prosedur matematika, serta kemampuanmu menerapkan pengetahuan itu untuk **menyelesaikan masalah**. Masalahnya bisa berupa soal matematika murni, bisa juga situasi sehari-hari: di rumah, di sekolah, di lingkungan sekitar, sampai isu global.

Kerangka asesmen membagi proses berpikir yang diuji menjadi tiga level.

Level	Nama	Contoh yang diminta soal
1	Pengetahuan dan pemahaman	menghitung, membaca informasi dari grafik/tabel/diagram, mengelompokkan, mengidentifikasi
2	Aplikasi	memodelkan masalah kontekstual, menerapkan strategi pada masalah rutin, menafsirkan representasi
3	Penalaran	menganalisis, memecahkan masalah tidak rutin, mengevaluasi strategi, menyimpulkan, menggeneralisasi, memberi alasan

Jumlah soal dan waktu. Halaman kerangka asesmen tidak mencantumkan jumlah soal dan waktu. Kepala Pusmendik, dalam taklimat media 26 Mei 2026 (diberitakan ANTARA), menyampaikan bahwa pada TKA 2026 satu soal Matematika diberi waktu tiga menit, sehingga **75 menit dipakai untuk 25 soal**. Pada TKA 2025, waktu yang sama dipakai untuk 30 soal. Buku ini memakai ketentuan 2026: **25 soal, 75 menit**. Jadwal dan ketentuan resmi bisa berubah, jadi selalu periksa pengumuman Pusmendik dan sekolahmu.

> Sumber: Pusmendik Kemendikdasmen, *Kerangka Asesmen TKA SMA/MA/SMK/MAK Sederajat – Matematika* (diakses 13 Oktober 2026); ANTARA Jogja, "Kemendikdasmen serap aspirasi kurangi soal Matematika TKA SMA", 26 Mei 2026.

2. Bentuk soal dan cara menjawabnya

TKA Matematika memakai tiga bentuk soal. Satu jenis soal pilihan ganda khusus, yaitu **kecukupan data**, juga muncul pada soal asli 2025.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bentuk	Yang kamu lakukan	Jumlah pada soal asli 2025 (nomor)
Pilihan ganda (PG)	memilih **satu** jawaban dari lima pilihan A–E	17 soal
PG kompleks – pilih lebih dari satu (MCMA)	memilih **semua** pilihan yang benar; ditandai "Jawaban benar lebih dari satu"	4 soal (7, 10, 11, 21)
PG kompleks – kategori (Benar/Salah)	menentukan **setiap** pernyataan Benar atau Salah	4 soal (3, 13, 20, 23)
Kecukupan data (bagian dari PG)	menilai apakah pernyataan (1) dan (2) **cukup** untuk menjawab, tanpa harus menghitung jawabannya	1 soal (17)

Pilihan ganda

Pada Simulasi 1 nomor 9, kamu diberi harga tiga jenis buket bunga dan diminta menghitung harga sebuah buket yang ditambah beberapa tangkai bunga. Cara menjawab soal PG:

1. Tulis apa yang **ditanyakan** dengan kata-katamu sendiri (di sini: harga buket C *ditambah* 2 lili dan 1 anyelir).
2. Tentukan alat matematikanya (di sini: sistem persamaan linear tiga variabel).
3. Kerjakan, lalu **cek ulang** dengan memasukkan hasilmu ke data awal.
4. Baru lihat pilihan jawaban. Pilihan yang sama dengan hasil "setengah jalan" (misalnya hanya harga buket C) biasanya adalah pengecoh.

PG kompleks – pilih lebih dari satu

Pada Simulasi 1 nomor 7, kadar asam urat seorang pasien turun 20% setiap hari, dan kamu diminta memilih **semua** hari ketika pasien sudah merasa nyaman tetapi belum sembuh. Cara menjawabnya:

1. Perlakukan setiap pilihan sebagai soal Benar/Salah tersendiri. Jangan berhenti setelah menemukan satu jawaban.
2. Bila ada urutan (hari ke-2, ke-3, dan seterusnya), hitung semua nilainya dalam satu tabel kecil, lalu tandai yang memenuhi syarat.
3. Periksa batasnya dengan teliti: "di bawah 7" (sudah nyaman) dan "belum kurang dari 5" (belum sembuh) adalah dua syarat yang harus dipenuhi bersama.

PG kompleks – kategori (Benar/Salah)

Pada Simulasi 1 nomor 3, sebuah operasi baru $a \odot b$ didefinisikan, dan kamu menilai tiga pernyataan tentang nilai a. Cara menjawabnya:

1. Selesaikan dulu "inti" soalnya (di sini: cari nilai a), baru nilai pernyataannya satu per satu.
2. Setiap pernyataan berdiri sendiri. Satu pernyataan salah tidak berarti pernyataan lain juga salah.
3. Waspadai syarat kecil di soal, misalnya "bilangan real tidak negatif", yang membuang salah satu jawaban persamaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kecukupan data

Pada Simulasi 1 nomor 17, kamu ditanya apakah dua pernyataan tentang sebuah layang-layang cukup untuk menentukan kelilingnya. Kelima pilihan jawabannya selalu sama:

Pilihan	Artinya
A	pernyataan (1) saja cukup, pernyataan (2) saja tidak cukup
B	pernyataan (2) saja cukup, pernyataan (1) saja tidak cukup
C	dua pernyataan bersama-sama cukup, satu pernyataan saja tidak cukup
D	pernyataan (1) saja cukup dan pernyataan (2) saja juga cukup
E	pernyataan (1) dan (2) bersama-sama pun tidak cukup

Urutan menguji: (1) saja → (2) saja → baru keduanya bersama. "Cukup" berarti jawabannya **tunggal**. Bila masih ada dua kemungkinan bentuk bangun dengan hasil berbeda, datanya belum cukup. Cara lengkapnya dibahas di Sub bab 3.5.

3. Peta kisi-kisi dan isi buku

Kerangka asesmen Pusmendik memuat lima elemen. Logika matematika tidak berdiri sendiri, tetapi terpadu di semua elemen. Buku ini menyusunnya menjadi empat bab. Bilangan digabung dengan sistem linear, dan trigonometri digabung dengan geometri, karena kedua pasangan itu saling memakai.

Bab	Elemen kisi-kisi	Sub bab	Soal asli 2025 (nomor)	Porsi
1. Bilangan dan Sistem Linear	Bilangan; Aljabar (persamaan dan pertidaksamaan linear)	1.1–1.4	1, 2, 3, 8, 9	5 dari 25
2. Fungsi, Barisan, dan Deret	Aljabar (fungsi; barisan dan deret)	2.1–2.4	4, 5, 6, 7	4 dari 25
3. Geometri, Pengukuran, dan Trigonometri	Geometri dan Pengukuran; Trigonometri	3.1–3.7	10–20	11 dari 25
4. Data dan Peluang	Data dan Peluang	4.1–4.4	21–25	5 dari 25

Batasan penting dari kisi-kisi yang perlu kamu tahu sejak awal:

- Sistem persamaan dan pertidaksamaan linear paling banyak memakai **tiga variabel**.
- Fungsi diuji **secara analitis dan grafis**: dari rumus maupun dari gambar grafik.
- Barisan dan deret diterapkan pada **pertumbuhan, peluruhan, bunga tunggal, dan bunga majemuk**.
- Transformasi geometri hanya diterapkan pada **titik** (bukan pada kurva).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- Jarak dua objek meliputi jarak titik–titik, titik–garis, titik–bidang, garis–garis, dan bidang–bidang.
- Bangun datar mencakup segitiga, segi empat, lingkaran, dan gabungannya. Bangun ruang mencakup bangun beraturan bersisi datar dan bersisi lengkung.

> Catatan sumber: pada halaman kerangka asesmen, rincian subelemen **Peluang** terpotong. Cakupan Bab 4 tentang peluang (aturan pencacahan, peluang kejadian tunggal dan majemuk) disusun dari contoh soal resmi pada halaman yang sama dan dari soal asli 2025.

4. Ciri soal TKA Matematika

Dari 25 soal asli TKA 2025 yang terdokumentasi, terlihat beberapa ciri yang perlu kamu biasakan.

1. **Sebagian besar berupa soal cerita.** Sebanyak 16 dari 25 soal berangkat dari situasi nyata: buket bunga, koreografi suporter, obat asam urat, kardus helm di bak truk, undian di kantin. Kemampuan terpenting adalah **menerjemahkan cerita ke model matematika**.
2. **Banyak gambar.** Sebanyak 16 dari 25 soal memuat gambar, grafik, atau diagram. Informasi penting sering hanya ada di gambar, misalnya ukuran, tanda garis sejajar, atau tanda sisi sama panjang.
3. **Geometri dan pengukuran paling banyak.** Sebelas soal (No. 10–20) berasal dari geometri, pengukuran, dan trigonometri. Karena itu Bab 3 paling tebal.
4. **Satu soal, beberapa langkah.** Jarang ada soal yang selesai dengan satu rumus. Biasanya kamu harus menggabungkan dua konsep, misalnya Pythagoras lalu pembagian panjang (No. 13), atau fungsi diskon lalu fungsi bercabang (No. 5).
5. **Teliti pada syarat.** Kata seperti "tidak negatif", "pasti dapat", "searah jarum jam", "kurang dari", atau "sisa tali" menentukan jawaban. Pengecoh sering berasal dari pengabaian syarat semacam ini.

Tentang soal asli di buku ini. Simulasi 1 memuat 25 soal TKA Matematika SMA 2025 yang terdokumentasi dan tersedia untuk umum (sumber tercatat di halaman identitas). TKA 2025 berisi 30 soal, jadi kumpulan ini belum tentu lengkap. Soal-soal itu kami ketik ulang dengan inti soal dan kunci yang sama. Ada beberapa penyesuaian kecil penyajian: pilihan jawaban nomor 14 yang semula berupa gambar ditulis sebagai koordinat titik; kalimat dan pilihan nomor 22 diperjelas ("tepat di antara (diapit)"); salah ketik pada nomor 8 dan 24 dibetulkan; dan beberapa soal (nomor 5, 6, 10, 15, 16, 20) diberi keterangan tambahan agar gambar atau datanya terbaca jelas. Data persentase siswa yang menjawab benar untuk Matematika belum tersedia, sehingga buku ini **tidak** memuat tabel tingkat kesulitan nasional, dan kami tidak menebak angkanya.

5. Cara memakai buku ini untuk Matematika

1. **Kerjakan dengan pensil dan kertas coret.** Matematika dipelajari dengan tangan, bukan dengan mata. Setiap contoh terselesaikan, coba kerjakan ulang tanpa melihat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. **Ikuti urutan sub bab.** Setiap sub bab berpola sama: apa yang diuji → konsep, rumus, dan contoh terselesaikan → strategi dan jebakan → bedah soal asli → bedah soal prediksi → latihan → periksa diri.
3. **Latihan dulu, kunci kemudian.** Kunci singkat ada tepat di bawah latihan, jadi tutup dulu bagian itu. Pembahasan lengkap ada di Bagian D.
4. **Kuis akhir bab berwaktu.** Kerjakan 25 soal dalam 75 menit seperti ujian sungguhan, lalu pakai tabel anjuran untuk menentukan sub bab yang perlu diulang.
5. **Simulasi TKA setelah semua bab.** Kerjakan satu paket sekali duduk. Beri jarak beberapa hari antarpaket agar kamu sempat memperbaiki titik lemah.
6. **Catat kesalahanmu.** Setiap jawaban salah, tulis jenis kesalahannya: salah baca soal, salah konsep, salah hitung, atau terjebak pengecoh. Dalam beberapa minggu kamu akan melihat polanya.

6. Strategi waktu: 75 menit untuk 25 soal

Rata-rata kamu punya **3 menit per soal**. Soal TKA tidak sama beratnya, jadi aturlah waktumu seperti ini.

Putaran	Waktu	Yang dikerjakan
Putaran 1	±45 menit	Kerjakan semua soal yang langsung kamu pahami caranya. Bila sebuah soal sudah memakan 4 menit dan belum terlihat ujungnya, tandai lalu lewati.
Putaran 2	±25 menit	Kembali ke soal yang ditandai. Pakai strategi cadangan: coba setiap pilihan, gambar sketsa, atau gunakan angka sederhana.
Putaran 3	±5 menit	Periksa soal PG kompleks: apakah semua pernyataan sudah dinilai? Pastikan tidak ada soal yang belum dijawab.

Kebiasaan yang menghemat waktu:

- **Baca pertanyaan di akhir soal lebih dulu**, baru baca ceritanya. Kamu jadi tahu informasi mana yang dicari.
- **Gambar sketsa** untuk setiap soal geometri, walaupun soal sudah memberi gambar. Tandai ukuran yang diketahui di sketsamu.
- **Perkirakan jawaban** sebelum menghitung teliti. Perkiraan membantu mencoret pilihan yang jelas terlalu besar atau terlalu kecil.
- **Latih berhitung tanpa alat bantu** (pecahan, akar, pangkat, persen) sampai lancar. Semua latihan di buku ini dapat dikerjakan dengan tangan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian B · Materi

Bagian ini memuat 4 bab. Tiap bab diakhiri kuis; kerjakan berurutan.

Bab 1 · Bilangan dan Sistem Linear

MATW-B1

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- memakai sifat bilangan real, himpunan, dan operasi (termasuk operasi yang didefinisikan baru)
- menyederhanakan bentuk pangkat dan akar
- memodelkan soal cerita menjadi sistem persamaan linear dua atau tiga variabel lalu menyelesaikannya
- membaca dan menyusun daerah penyelesaian pertidaksamaan linear serta menentukan nilai optimum

Peta bab

Sub bab	Judul
1.1	Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi
1.2	Eksponen dan Bentuk Akar
1.3	Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel
1.4	Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear

Bab 1 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-B1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi

MATW-1.1

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi TKA menyebut elemen **Bilangan Real**: jenis dan sifat bilangan, serta operasi hitung (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan gabungannya) beserta sifat komutatif, asosiatif, dan distributif. Pada soal asli 2025, kemampuan ini muncul dalam dua bentuk: operasi himpunan yang anggotanya ditentukan oleh **jenis bilangan** (nomor 1), dan **operasi baru** yang didefinisikan di dalam soal (nomor 3).

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan jenis-jenis bilangan real dan hubungan di antaranya, termasuk alasan mengapa 0 bukan bilangan asli dan 1 bukan bilangan prima;
- mengubah desimal berulang menjadi pecahan dan menjelaskan mengapa cara itu benar;
- menghitung irisan, gabungan, selisih, dan komplemen himpunan, termasuk dari diagram Venn;
- menjelaskan sifat komutatif, asosiatif, dan distributif, lalu memakainya pada operasi yang didefinisikan baru.

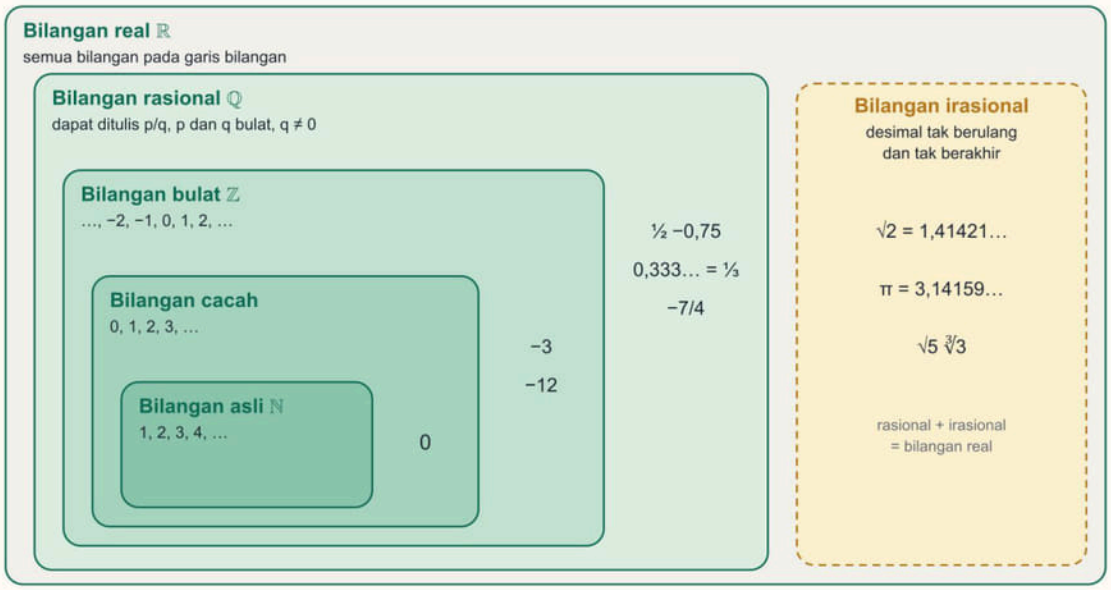
◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Bilangan yang kamu pakai sehari-hari lahir dari kebutuhan. Mula-mula orang hanya perlu **membilang**: satu kambing, dua kambing, tiga kambing. Lalu muncul kebutuhan menulis "tidak ada" (nol), mencatat utang dan suhu di bawah titik beku (bilangan negatif), membagi satu roti untuk tiga orang (pecahan), dan mengukur panjang diagonal sebuah persegi (bilangan seperti $\sqrt{2}$). Setiap kebutuhan baru memperluas "keluarga" bilangan. Seluruh keluarga itu, bila dikumpulkan, disebut **bilangan real**: semua bilangan yang dapat ditempatkan sebagai titik pada garis bilangan. Sub bab ini membahas anggota keluarga itu, cara mengelompokkannya dengan bahasa himpunan, dan aturan yang berlaku ketika bilangan-bilangan itu dioperasikan.

1. Keluarga bilangan real

Perhatikan Gambar 1.1. Setiap kotak di dalam kotak yang lebih besar berarti "semua anggota kotak dalam juga anggota kotak luar".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

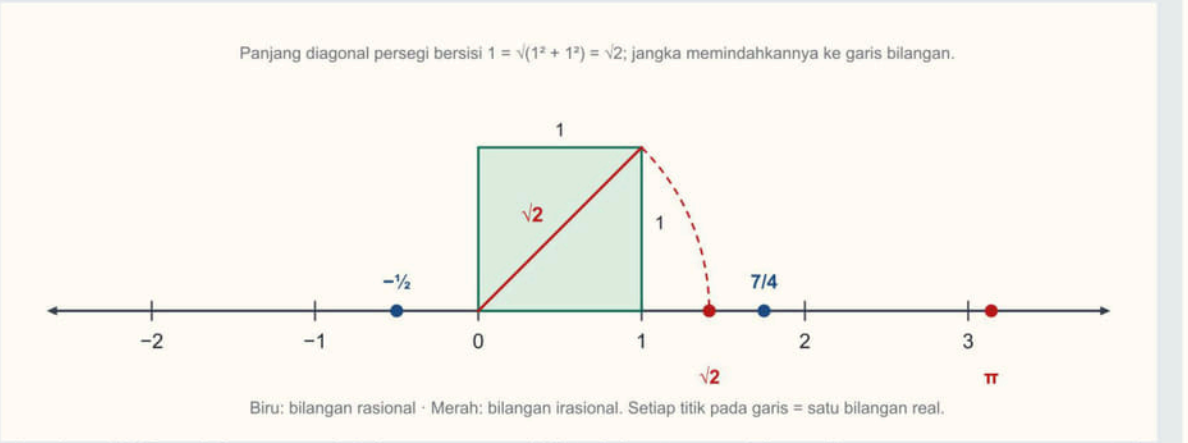


Gambar 1.1 Keluarga bilangan real. Bilangan asli termasuk bilangan cacah, bilangan cacah termasuk bilangan bulat, dan seterusnya; bilangan irasional berada di luar bilangan rasional. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

- **Bilangan asli** ($\mathbb{N}$) adalah bilangan untuk membilang: $1, 2, 3, 4, \ldots$ Karena tidak ada orang yang membilang "nol kambing", **0 bukan bilangan asli**.
- **Bilangan cacah** adalah bilangan asli ditambah nol: $0, 1, 2, 3, \ldots$
- **Bilangan bulat** ($\mathbb{Z}$) menambahkan lawan setiap bilangan asli: $\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$ Suhu -5°C dan saldo $-\text{Rp}20.000$ memakai bilangan bulat negatif.
- **Bilangan rasional** ($\mathbb{Q}$) adalah bilangan yang **dapat ditulis** sebagai $\frac{p}{q}$ dengan p dan q bulat dan $q \neq 0$. Semua bilangan bulat termasuk rasional, sebab $5 = \frac{5}{1}$. Desimal yang berakhir ($0{,}75 = \frac{3}{4}$) dan desimal yang berulang ($0{,}333\ldots = \frac{1}{3}$) juga rasional.
- **Bilangan irasional** adalah bilangan real yang **tidak dapat** ditulis sebagai $\frac{p}{q}$. Bentuk desimalnya tidak pernah berakhir dan tidak pernah berulang, misalnya $\sqrt{2} = 1{,}41421\ldots$ dan $\pi = 3{,}14159\ldots$ Hati-hati: $\sqrt{9} = 3$ dan $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ adalah bilangan rasional, karena hasil akarnya bulat atau pecahan.
- **Bilangan real** ($\mathbb{R}$) adalah gabungan bilangan rasional dan irasional.

Dari mana bilangan irasional muncul? Sebuah persegi dengan sisi 1 satuan mempunyai diagonal yang panjangnya $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ (kamu akan mempelajari alasannya di sub bab 3.3). Dengan jangka, panjang diagonal itu dapat dipindahkan ke garis bilangan, sehingga $\sqrt{2}$ adalah titik yang nyata pada garis bilangan walaupun tidak ada pecahan yang tepat sama dengannya (Gambar 1.2).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.2 Garis bilangan real. Bilangan rasional (biru) dan irasional (merah) sama-sama menempati titik pada garis; $\sqrt{2}$ diperoleh dengan memutar diagonal persegi satuan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Di dalam bilangan bulat ada beberapa kelompok yang sering dipakai soal:

- **Bilangan genap** habis dibagi 2: $\ldots, -4, -2, 0, 2, 4, \ldots$ Nol termasuk genap, karena $0 = 2 \times 0$.
- **Bilangan ganjil** bersisa 1 bila dibagi 2: $1, 3, 5, \ldots$
- **Bilangan prima** adalah bilangan asli yang mempunyai **tepat dua faktor**, yaitu 1 dan dirinya sendiri: $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$ Angka **1 bukan prima** karena faktornya hanya satu (yaitu 1). Alasan yang lebih dalam: setiap bilangan asli lebih dari 1 dapat diuraikan menjadi perkalian bilangan prima dengan **satu cara saja** (misalnya $12 = 2 \times 2 \times 3$). Seandainya 1 dianggap prima, 12 juga dapat ditulis $1 \times 2 \times 2 \times 3$ atau $1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 3$, dan keunikan itu hilang. Angka **2 adalah satu-satunya prima genap**; bilangan genap lain selalu mempunyai faktor 2 selain 1 dan dirinya.

2. Desimal berulang adalah bilangan rasional

Mengapa $0{,}272727\ldots$ dapat ditulis sebagai pecahan? Gagasannya: kalikan bilangan itu dengan $10, 100, 1.000, \ldots$ sehingga **bagian yang berulang tepat sejajar**, lalu kurangkan. Bagian yang berulang tanpa akhir akan saling menghapus, dan yang tersisa adalah persamaan biasa.

Contoh terselesaikan 1: mengubah desimal berulang menjadi pecahan

Ubah $0{,}2727\ldots$ (angka 27 berulang terus) menjadi pecahan paling sederhana.

1. Misalkan $n = 0{,}2727\ldots$. Bagian yang berulang terdiri atas **dua angka**, jadi kalikan dengan $10^2 = 100$ agar polanya bergeser tepat satu putaran: $100n = 27{,}2727\ldots$
2. Kurangkan: $100n - n = 27{,}2727\ldots - 0{,}2727\ldots$. Ekor desimalnya sama persis, maka habis: $99n = 27$.
3. Selesaikan: $n = \dfrac{27}{99} = \dfrac{3}{11}$ (pembilang dan penyebut dibagi 9).
4. Cek: $3 : 11 = 0{,}2727\ldots$ ✓.

Jadi setiap desimal berulang selalu dapat diubah menjadi $\dfrac{p}{q}$, karena itu desimal berulang termasuk bilangan rasional. Bila pengulangan baru dimulai setelah beberapa angka (misalnya $0{,}1\overline{6} = 0{,}1666\ldots$), kalikan dulu dengan 10 agar bagian yang tidak berulang pindah ke depan koma: $10n = 1{,}666\ldots$ dan $100n = 16{,}666\ldots$, sehingga $90n = 15$ dan $n = \dfrac{1}{6}$.

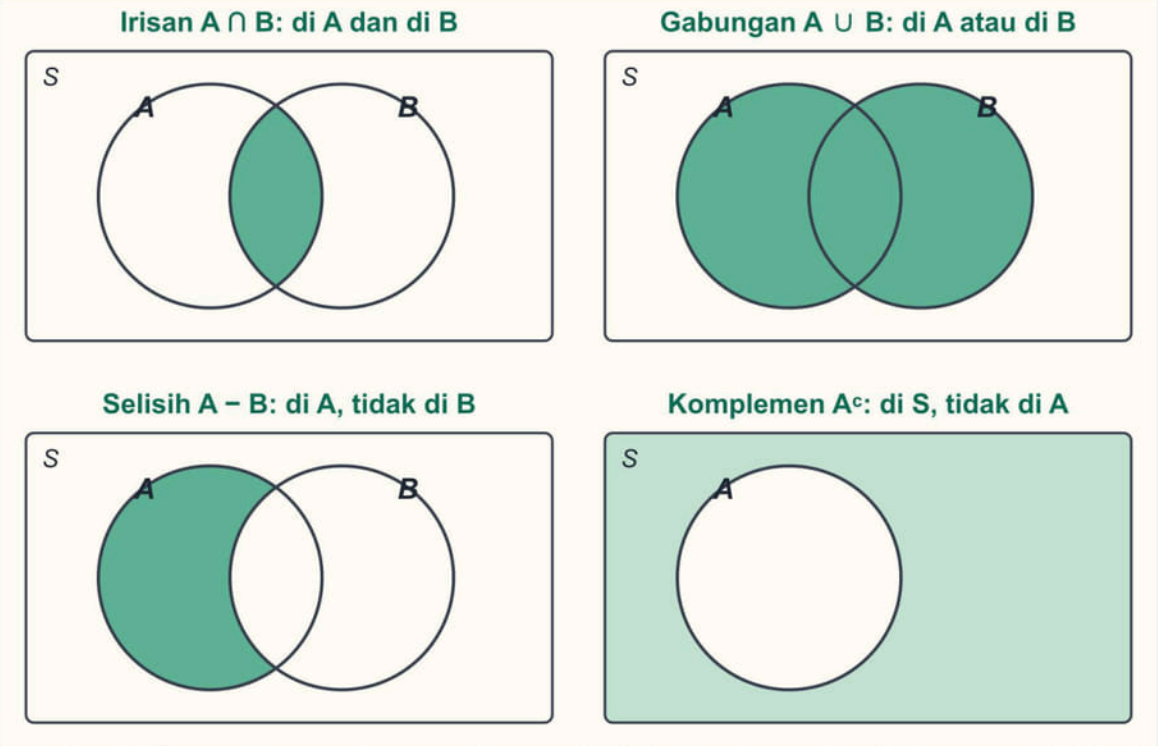
3. Himpunan dan operasinya

Himpunan adalah kumpulan benda atau bilangan yang batasnya jelas: kita selalu dapat memutuskan apakah suatu anggota termasuk atau tidak. "Bilangan prima kurang dari 10" adalah himpunan, yaitu $\{2, 3, 5, 7\}$; "bilangan yang besar" bukan himpunan karena batasnya tidak jelas. Himpunan dapat ditulis dengan mendaftar anggota, misalnya $A = \{2, 3, 5, 7\}$, atau dengan notasi pembentuk himpunan, misalnya $A = \{x \mid x < 10,\ x \text{ bilangan prima}\}$, dibaca "himpunan x sedemikian sehingga x

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

kurang dari 10 dan x bilangan prima". Banyak anggota himpunan A ditulis $n(A)$; di sini $n(A) = 4$. **Himpunan semesta** S adalah himpunan yang memuat semua anggota yang sedang dibicarakan.

Ada empat operasi himpunan. Daerah yang diarsir pada Gambar 1.3 menunjukkan hasil masing-masing.



Gambar 1.3 Diagram Venn untuk irisan, gabungan, selisih, dan komplemen. Daerah berwarna adalah hasil operasi. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

- **Irisan** $A \cap B$: anggota yang ada di A **dan** di B.
- **Gabungan** $A \cup B$: anggota yang ada di A **atau** di B (atau di keduanya); anggota yang sama ditulis sekali.
- **Selisih** $A - B$: anggota A yang **tidak** ada di B.
- **Komplemen** A^c: anggota semesta yang **tidak** ada di A.

Bila sebuah operasi memuat tanda kurung, kerjakan bagian di dalam kurung lebih dulu, sama seperti pada operasi bilangan. Misalnya $(A \cap B) \cup C$ berarti: cari dulu irisan A dan B, lalu gabungkan hasilnya dengan C.

Berapa banyak anggota gabungan? Bila kita menjumlahkan $n(A)$ dan $n(B)$, setiap anggota irisan terhitung **dua kali**: sekali sebagai anggota A dan sekali sebagai anggota B. Maka hitungan yang berlebih itu harus dikurangi sekali:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Contoh terselesaikan 2: survei ekstrakurikuler

Dari 40 siswa kelas XI, 22 siswa ikut paduan suara, 17 siswa ikut pramuka, dan 6 siswa ikut keduanya. Berapa siswa yang ikut paling sedikit satu kegiatan, berapa yang hanya ikut

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

pramuka, dan berapa yang tidak ikut keduanya?

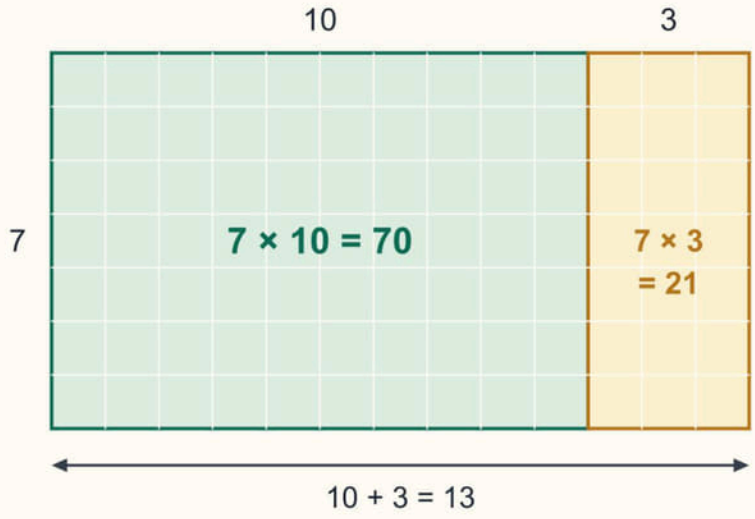
1. Misalkan P = paduan suara dan K = pramuka. Diketahui $n(P) = 22$, $n(K) = 17$, $n(P \cap K) = 6$.
2. Paling sedikit satu kegiatan berarti gabungan: $n(P \cup K) = 22 + 17 - 6 = 33$ siswa. Angka 6 dikurangi karena keenam siswa itu sudah terhitung di 22 dan di 17.
3. Hanya pramuka berarti anggota K yang bukan anggota P: $n(K - P) = 17 - 6 = 11$ siswa.
4. Tidak ikut keduanya berarti komplemen gabungan: $40 - 33 = 7$ siswa.
5. Cek dengan mengisi diagram Venn dari dalam ke luar: irisan 6, hanya paduan suara $22 - 6 = 16$, hanya pramuka 11, di luar 7. Jumlahnya $6 + 16 + 11 + 7 = 40$ ✓.

4. Sifat-sifat operasi bilangan

Operasi penjumlahan dan perkalian bilangan real mematuhi beberapa sifat. Sifat-sifat ini bukan aturan yang dihafal tanpa makna; masing-masing dapat dilihat kebenarannya.

- **Komutatif** (urutan boleh ditukar): $a + b = b + a$ dan $a \times b = b \times a$. Tiga baris berisi lima kursi sama banyaknya dengan lima baris berisi tiga kursi.
- **Asosiatif** (pengelompokan boleh diubah): $(a + b) + c = a + (b + c)$ dan $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$. Volume balok $2 \times 3 \times 4$ tetap 24, entah luas alas 2×3 dihitung dulu atau 3×4 dihitung dulu.
- **Distributif** (perkalian menyebar pada penjumlahan): $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$. Gambar 1.4 menunjukkan alasannya: luas persegi panjang besar sama dengan jumlah luas dua bagiannya.
- **Unsur identitas**: bilangan yang tidak mengubah apa pun. Identitas penjumlahan adalah 0 ($a + 0 = a$), identitas perkalian adalah 1 ($a \times 1 = a$).
- **Invers**: lawan yang mengembalikan ke identitas. Invers penjumlahan dari a adalah $-a$, karena $a + (-a) = 0$; invers perkalian dari $a \neq 0$ adalah $\frac{1}{a}$, karena $a \times \frac{1}{a} = 1$. Nol tidak mempunyai invers perkalian, itulah sebabnya pembagian dengan nol tidak didefinisikan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.4 Sifat distributif: luas persegi panjang $7 \times (10 + 3)$ sama dengan jumlah luas bagian hijau 7×10 dan bagian kuning 7×3. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Pengurangan dan pembagian **tidak** komutatif dan **tidak** asosiatif. Satu contoh penyangkal sudah cukup untuk membuktikannya: $10 - 4 = 6$, tetapi $4 - 10 = -6$; $(24 : 4) : 2 = 3$, tetapi $24 : (4 : 2) = 12$. Sebaliknya, untuk membuktikan bahwa suatu sifat **selalu** berlaku, satu atau dua contoh angka tidak cukup; kita harus menunjukkannya untuk semua a dan b dengan aljabar.

5. Operasi yang didefinisikan baru

Matematikawan sering membuat operasi baru untuk keperluan tertentu, dan soal TKA meniru kebiasaan ini. Misalnya didefinisikan $a * b = a + b - 2ab$. Lambang $*$ di sini **bukan** perkalian biasa; artinya hanya yang tertulis di definisi. Menghitung $3 * 4$ berarti mengganti a dengan 3 dan b dengan 4: $3 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 4 = 7 - 24 = -17$.

Operasi baru dapat diperiksa sifatnya seperti operasi biasa:

- Komutatif bila $a * b = b * a$ untuk **semua** a, b.
- Mempunyai unsur identitas e bila $a * e = a$ untuk semua a.

Sering pula definisi disertai **syarat**, misalnya "untuk a dan b bilangan real tidak negatif" atau "$a \neq b$". Syarat itu bagian dari definisi: nilai yang melanggarnya tidak boleh dipakai, walaupun memenuhi persamaan.

Contoh terselesaikan 3: menyelidiki operasi baru

Diketahui $a * b = a + b - 2ab$ untuk setiap bilangan real a dan b. (a) Apakah $*$ komutatif? (b) Tentukan unsur identitasnya. (c) Tentukan x bila $x * 3 = 7$.

1. (a) Hitung $b * a$ menurut definisi: $b + a - 2ba$. Karena penjumlahan dan perkalian biasa

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

komutatif, $b + a - 2ba = a + b - 2ab = a * b$. Jadi $*$ komutatif, dan buktinya berlaku untuk semua a, b, bukan hanya satu contoh.

2. (b) Cari e sehingga $a * e = a$: $a + e - 2ae = a$, maka $e - 2ae = 0$, atau $e(1 - 2a) = 0$. Persamaan ini harus benar untuk **semua** a, termasuk $a = 0$ dan $a = 5$; satu-satunya kemungkinan adalah $e = 0$. Cek: $a * 0 = a + 0 - 0 = a$ ✓.
3. (c) Substitusi: $x + 3 - 2 \cdot x \cdot 3 = 7$, sehingga $3 - 5x = 7$, $-5x = 4$, dan $x = -\frac{4}{5}$.
4. Cek (c): $-\frac{4}{5} + 3 - 2\left(-\frac{4}{5}\right)(3) = \frac{11}{5} + \frac{24}{5} = \frac{35}{5} = 7$ ✓.

Contoh terselesaikan 4: anggota himpunan bilangan dengan syarat

Diketahui $S = \{x \mid -3 \le x \le 12,\ x \text{ bilangan bulat}\}$, A = bilangan cacah ganjil anggota S, dan B = bilangan prima anggota S. Tentukan $A \cap B$, $B - A$, dan $n(A \cup B)$.

1. Tulis anggota setiap himpunan lebih dulu, perhatikan batasnya: $S = \{-3, -2, \ldots, 11, 12\}$. Bilangan cacah dimulai dari 0, jadi bilangan negatif gugur: $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$. Bilangan prima di S: $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ (1 bukan prima, 9 = 3 × 3 bukan prima).
2. $A \cap B = \{3, 5, 7, 11\}$, yaitu bilangan yang ganjil **dan** prima.
3. $B - A = \{2\}$: satu-satunya prima yang tidak ganjil.
4. $n(A \cup B) = 6 + 5 - 4 = 7$. Cek dengan mendaftar: $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$, tujuh anggota ✓.

Ringkasan

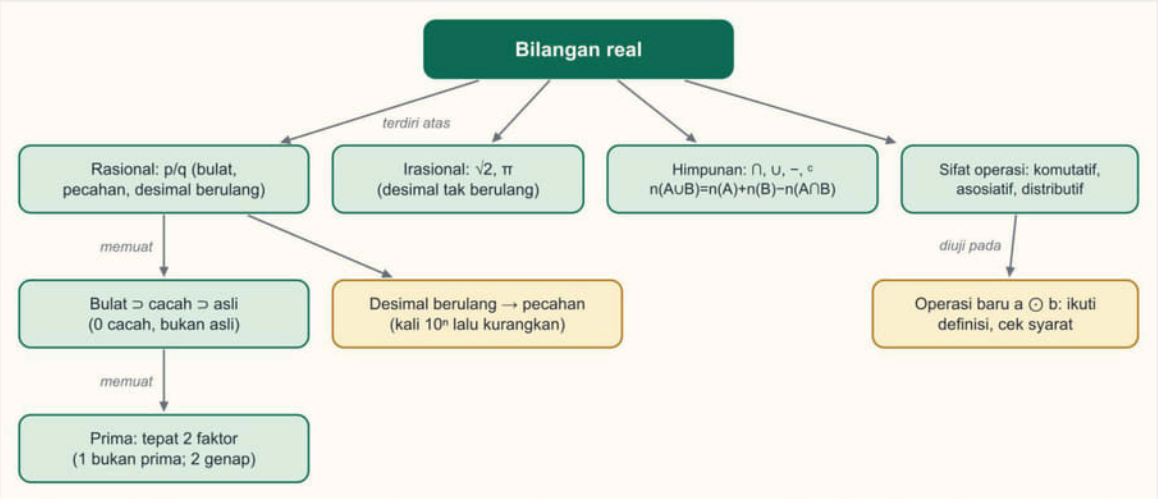
Bilangan real terdiri atas bilangan rasional (dapat ditulis $\frac{p}{q}$, termasuk desimal berulang) dan irasional ($\sqrt{2}, \pi$). Di dalam rasional ada bulat, cacah, dan asli; perhatikan batasnya di 0, 1, dan 2. Bahasa himpunan (irisan "dan", gabungan "atau", selisih "tetapi tidak", komplemen "bukan") membantu mengelompokkan bilangan, dan rumus $n(A \cup B)$ lahir dari irisan yang terhitung dua kali. Penjumlahan dan perkalian bersifat komutatif, asosiatif, dan distributif; operasi baru diperlakukan persis menurut definisinya, termasuk syaratnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungan antarkonsepnya digambarkan pada Gambar 1.5):

- 0 bilangan cacah tetapi bukan bilangan asli; 0 genap; 1 bukan prima; 2 satu-satunya prima genap.
- Desimal berulang = rasional; ubah dengan mengalikan 10^n lalu mengurangkan.
- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, karena irisan terhitung dua kali.
- Pengurangan dan pembagian tidak komutatif; satu contoh penyangkal cukup untuk membantah, tetapi bukti "selalu berlaku" harus umum.
- Operasi baru: ikuti definisinya dan patuhi syaratnya.



Gambar 1.5 Peta konsep sub bab bilangan real. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal bilangan dan himpunan:

1. Tulis anggota setiap himpunan secara lengkap (bila tak hingga, tulis beberapa anggota awal dan pola), terutama di angka batas: 0, 1, 2, dan batas "kurang dari"/"paling banyak".
2. Kerjakan operasi di dalam kurung, lalu operasi di luar kurung.
3. Untuk operasi baru: sederhanakan definisi (faktorkan, coret) → substitusi → periksa syarat.
4. Untuk soal Benar/Salah, nilai setiap pernyataan secara terpisah.
5. Cek akhir: masukkan kembali hasilmu ke soal.

Berhitung cepat dengan sifat operasi. Sifat distributif dan asosiatif mempersingkat hitungan: $47 \times 25 + 53 \times 25 = (47 + 53) \times 25 = 2.500$, dan $4 \times 37 \times 25 = (4 \times 25) \times 37 = 3.700$.

Pecahan "dari sisa". Kalimat "$\frac{1}{4}$ dari sisa" berarti dikalikan dengan sisa, bukan dengan keseluruhan. Misalkan keseluruhan L, lalu catat bagian dan sisa setiap langkah dalam tabel kecil.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
0 dan 1 di batas himpunan	memasukkan 0 ke bilangan asli; menganggap 1 prima	ingat Gambar 1.1 dan definisi prima
Batas "kurang dari"	"$x < 6$" ditulis sampai 6	uji angka batas satu per satu
Irisan dan gabungan tertukar	$\cap$ dibaca "atau"	$\cap$ = **dan**, $\cup$ = **atau**
Bagian "dari sisa"	$\frac{1}{4}$ dari sisa dihitung dari keseluruhan	buat tabel bagian dan sisa
Operasi baru	langsung substitusi tanpa menyederhanakan, lalu salah hitung	faktorkan dulu, misalnya $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
Syarat definisi	tetap memakai akar persamaan yang dilarang syarat	baca ulang syarat sebelum menjawab
Menganggap sifat berlaku	mengira pembagian bersifat komutatif	uji dengan satu contoh penyangkal

BEDAH SOAL ASLI

Dua soal asli TKA 2025 menguji sub bab ini. Soalnya ada di **Simulasi 1**. Kerjakan di sana dengan waktu, lalu bandingkan caramu dengan uraian di bawah dan pembahasan lengkap di Bagian D.

Nomor 1 (himpunan dan jenis bilangan). Tiga himpunan didefinisikan dengan jenis bilangan: bilangan asli yang kurang dari suatu batas, bilangan cacah genap, dan bilangan prima sampai suatu batas. Yang ditanyakan adalah hasil irisan lalu gabungan.

- Konsep kunci: keluarga bilangan (asli dimulai dari 1, cacah dimulai dari 0, 0 genap, 1 bukan prima).
- Langkah: tulis anggota ketiga himpunan → hitung irisan di dalam kurung → gabungkan.
- Pengecoh yang dipasang: pilihan yang hanya berbeda satu anggota dari jawaban benar; kesalahan di angka batas (0, 1, batas atas) langsung menggiring ke pengecoh.

Rujukan: soal nomor 1 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Nomor 3 (operasi biner). Sebuah operasi $a \odot b$ didefinisikan dengan pecahan yang memuat $(a-b)^2$. Diketahui satu nilai operasinya, lalu kamu menilai tiga pernyataan tentang a.

- Konsep kunci: jabarkan pembilangnya. Banyak suku saling menghapus sehingga rumusnya menjadi jauh lebih sederhana.
- Langkah: sederhanakan → bentuk persamaan kuadrat → faktorkan → **pakai syarat "tidak negatif"** untuk memilih satu nilai a → nilai setiap pernyataan.
- Pengecoh yang dipasang: pernyataan yang benar untuk akar persamaan yang seharusnya dibuang.

Rujukan: soal nomor 3 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

● BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memakai operasi yang didefinisikan baru. Perhatikan cara menguji sifat komutatif dan asosiatif dengan menghitung kedua ruas, serta cara menyelesaikan persamaan yang memuat operasi itu.

►. Untuk setiap bilangan real a dan b didefinisikan operasi
$a \diamond b = a^2 - 2b$.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
$a \diamond b = b \diamond a$ untuk setiap bilangan real a dan b.	○	○
Persamaan $x \diamond 3 = 10$ mempunyai dua penyelesaian, yaitu $x = -4$ dan $x = 4$.	○	○
$(1 \diamond 2) \diamond 1 = 1 \diamond (2 \diamond 1)$.	○	○

Pembahasan **Kunci: 1S 2B 3S**

Konsep: operasi baru dihitung persis menurut definisinya: suku pertama dikuadratkan, suku kedua dikali 2 lalu dikurangkan. Sifat "untuk setiap" cukup dibantah dengan **satu** contoh.

Pernyataan 1. $2 \diamond 1 = 4 - 2 = 2$, sedangkan $1 \diamond 2 = 1 - 4 = -3$. Hasilnya berbeda → **Salah** (tidak komutatif).
Pernyataan 2. $x^2 - 2(3) = 10 \to x^2 = 16 \to x = -4$ atau $x = 4$ → **Benar**.
Pernyataan 3. Ruas kiri: $1 \diamond 2 = -3$, lalu $(-3) \diamond 1 = 9 - 2 = 7$. Ruas kanan: $2 \diamond 1 = 2$, lalu $1 \diamond 2 = -3$. Karena $7 \neq -3$ → **Salah**.

Cek ulang pernyataan 2: $(-4)^2 - 6 = 10$ ✓ dan $4^2 - 6 = 10$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 2 siswa sering hanya menuliskan $x = 4$ (lupa akar negatif) lalu menganggap pernyataan salah. Pada pernyataan 3, kesalahan umum adalah menghitung $(-3)^2$ sebagai -9, sehingga ruas kiri menjadi -11.

✎ LATIHAN

Soal 1 dan 4 menguji operasi himpunan yang anggotanya ditentukan dari faktor dan kelipatan, soal 2 dan 5 memakai pecahan "dari sisa" dalam cerita, dan soal 3 membaca komplemen pada diagram Venn.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Diketahui $A = \{x \mid x \text{ faktor dari } 48\}$ dan
$B = \{x \mid x \text{ kelipatan } 6,\ x \text{ bilangan asli},\ x < 40\}$.
Anggota himpunan $B - A$ adalah ....

A. $\{6, 12, 24\}$
B. $\{18, 30, 36\}$
C. $\{18, 24, 30, 36\}$
D. $\{0, 18, 30, 36\}$
E. $\{1, 2, 3, 4, 8, 16, 48\}$

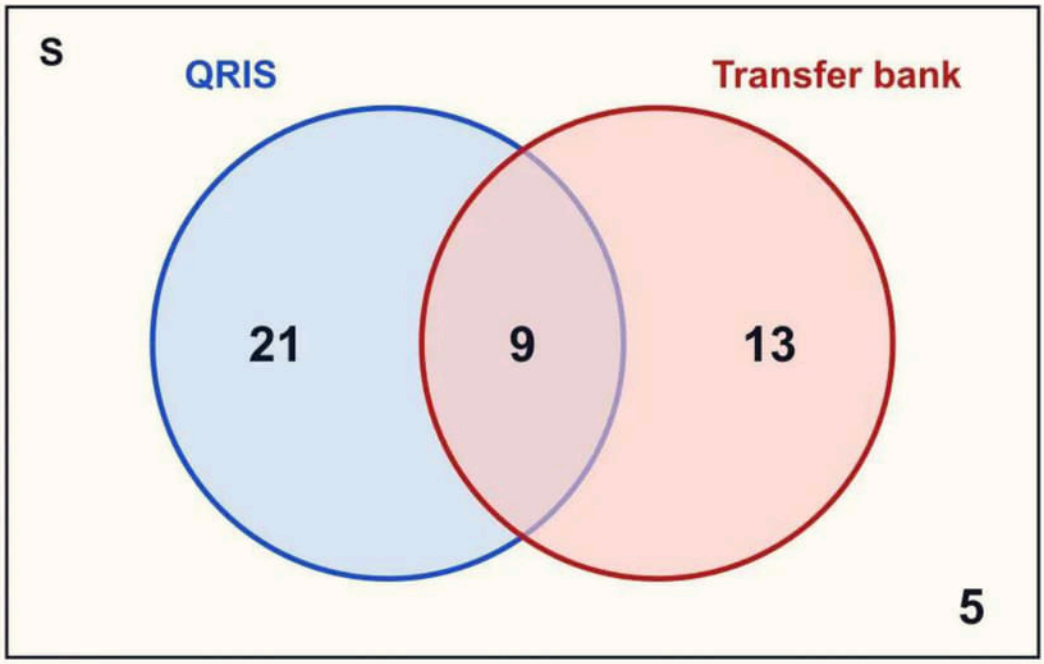
2. Pak Rusdi, petani di Desa Karangsari, membagi seluruh lahannya untuk tiga tanaman seperti pada denah berikut. Bagian padi setengah dari seluruh lahan. Bagian jagung sepertiga dari lahan yang tersisa setelah bagian padi diambil. Sisanya ditanami cabai. Luas seluruh lahan Pak Rusdi adalah .... m^2



A. 675
B. 900
C. 1.200
D. 1.350
E. 2.700

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Diagram Venn berikut menunjukkan banyak pedagang di Pasar Legi Sumberrejo yang menerima pembayaran melalui QRIS dan melalui transfer bank pada tahun 2026. Setiap bilangan menyatakan banyak pedagang di daerah tersebut.
Data disusun untuk latihan soal.
Banyak pedagang yang **tidak** menerima pembayaran melalui QRIS adalah .... orang



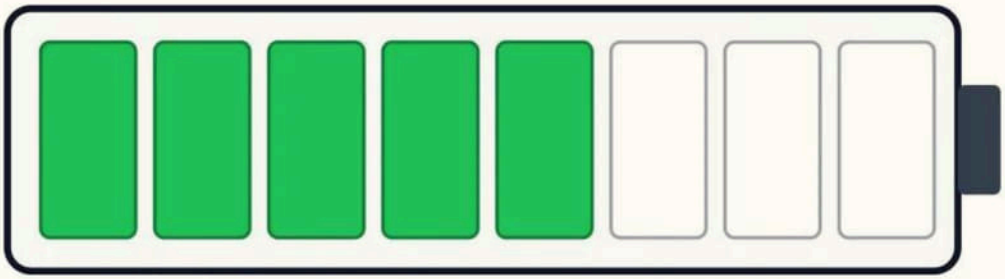
A. 5
B. 13
C. 18
D. 22
E. 27

4. Diketahui himpunan
$A = \{x \mid x \text{ faktor positif dari } 30\}$ dan
$B = \{x \mid 4 \leq x \leq 15,\ x \text{ bilangan ganjil}\}$.
Banyak anggota himpunan $A \cup B$ adalah ....

A. 2
B. 10
C. 11
D. 12
E. 14

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Indikator baterai sepeda listrik milik Dimas terdiri atas 8 bar yang sama besar. Bila baterai penuh (8 bar), sepeda itu dapat menempuh 56 km. Pagi ini indikatornya tampak seperti pada gambar. Dimas memakai $\frac{2}{5}$ dari sisa daya pagi itu untuk berangkat ke sekolah. Jarak yang masih dapat ditempuh sepeda itu setelah Dimas tiba di sekolah adalah .... km



Indikator baterai sepeda listrik pagi ini

A. 14
B. 21
C. 12,6
D. 33,6
E. 35

Kunci singkat: 1. B 2. D 3. C 4. D 5. B

✔ PERIKSA DIRI

- Tuliskan dari ingatan: mana yang termasuk bilangan asli, cacah, dan prima di antara $0, 1, 2, 9, 11$? Jelaskan alasan untuk 0, 1, dan 9.
- Mengapa $n(A \cup B)$ tidak sama dengan $n(A) + n(B)$ bila A dan B mempunyai anggota bersama? Jelaskan dengan kalimatmu sendiri.
- Pada soal operasi baru, langkah apa yang paling sering kamu lewatkan: menyederhanakan, kurung, atau syarat? Tulis satu kalimat pengingat untuk dirimu.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-1.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar

MATW-1.2

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi membatasi elemen Bilangan pada bilangan real, **termasuk bilangan berpangkat bulat dan berpangkat pecahan**. Soal asli 2025 nomor 2 meminta bentuk sederhana dari pecahan yang memuat pangkat pecahan dengan basis 3, 8, 2, dan 9. Bentuk pangkat dan akar juga muncul pada ukuran benda (kertas, pelat), pada notasi ilmiah, dan sebagai dasar pertumbuhan pada sub bab 2.4.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan dari mana sifat-sifat pangkat berasal, termasuk arti pangkat nol, negatif, dan pecahan;
- menyederhanakan bentuk pangkat dengan mengubah semua basis ke **bilangan prima** yang sama;
- menyederhanakan, menjumlahkan, dan merasionalkan bentuk akar;
- membandingkan besar bilangan berpangkat dan menulis bilangan dalam notasi ilmiah.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Bayangkan sebuah video yang dibagikan seorang siswa kepada 3 temannya, lalu setiap penerima membagikannya lagi kepada 3 orang baru, begitu seterusnya. Pada putaran ke-10, penerima barunya $3 \times 3 \times \cdots \times 3$ (sepuluh kali) $= 59.049$ orang. Menulis perkalian berulang sepanjang itu melelahkan, maka matematikawan menyingkatnya dengan **pangkat**: 3^{10}. Pangkat dipakai untuk menghitung luas dan volume, bunga majemuk, pertumbuhan bakteri, sampai ukuran atom dan jarak bintang. Akar adalah kebalikannya: bila pangkat bertanya "berapa hasilnya?", akar bertanya "bilangan berapa yang dipangkatkan menghasilkan ini?".

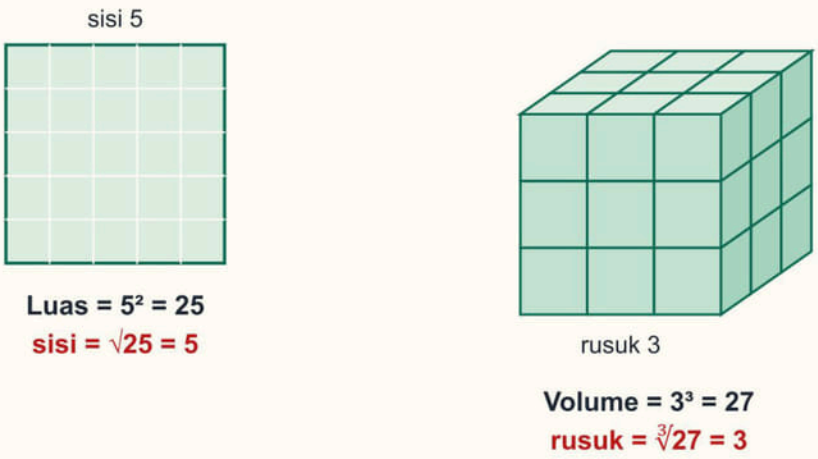
1. Arti pangkat dan sifat-sifatnya

Untuk bilangan asli n, a^n berarti a dikalikan dengan dirinya sendiri sebanyak n faktor:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

a disebut **basis** dan n disebut **eksponen** (pangkat). Gambar 1.6 memperlihatkan arti geometrinya: 5^2 adalah luas persegi bersisi 5, dan 3^3 adalah volume kubus berusuk 3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.6 Pangkat dua sebagai luas persegi dan pangkat tiga sebagai volume kubus. Akar kuadrat dan akar pangkat tiga mencari panjang sisinya kembali. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Semua sifat pangkat dapat diturunkan hanya dengan **menghitung banyak faktor**. Kamu tidak perlu menghafalnya bila memahami asalnya:

- **Perkalian basis sama**: $a^3 \times a^2 = (a \cdot a \cdot a) \times (a \cdot a)$, ada $3 + 2 = 5$ faktor. Jadi $a^m \times a^n = a^{m+n}$.
- **Pembagian basis sama**: $\dfrac{a^5}{a^2} = \dfrac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a}$. Dua faktor di atas tercoret oleh dua faktor di bawah, tersisa $5 - 2 = 3$ faktor. Jadi $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (dengan $a \neq 0$).
- **Pangkat dari pangkat**: $(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2$, ada tiga kelompok yang masing-masing berisi dua faktor, jadi $2 \times 3 = 6$ faktor. Maka $(a^m)^n = a^{mn}$.
- **Pangkat dari perkalian**: $(ab)^3 = ab \cdot ab \cdot ab = a^3 b^3$ (urutan perkalian boleh ditukar, sifat komutatif). Maka $(ab)^n = a^n b^n$, dan dengan cara yang sama $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$.

Perhatikan bahwa **tidak ada** sifat untuk penjumlahan: $(a + b)^2$ bukan $a^2 + b^2$, karena $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$. Contoh angka langsung membuktikannya: $(3 + 4)^2 = 49$, sedangkan $3^2 + 4^2 = 25$.

Bagaimana bila basisnya negatif? Hitunglah tandanya dengan memasangkan faktor. Dua faktor negatif menghasilkan bilangan positif, jadi $(-2)^2 = 4$, $(-2)^3 = -8$, $(-2)^4 = 16$, dan seterusnya. Basis negatif berpangkat **genap** selalu positif, sedangkan berpangkat **ganjil** tetap negatif. Hal ini menjelaskan mengapa persamaan $x^2 = 9$ mempunyai dua penyelesaian, $x = 3$ dan $x = -3$, sedangkan lambang $\sqrt{9}$ hanya berarti akar yang positif, yaitu 3.

Satu hal lagi yang sering keliru: $(a^m)^n$ tidak sama dengan a^{m^n}. Misalnya $(2^3)^2 = 8^2 = 64 = 2^6$, sedangkan $2^{3^2} = 2^9 = 512$. Kurung menentukan urutan pengerjaan, sama seperti pada operasi hitung biasa.

2. Pangkat nol dan pangkat negatif

Apa arti 2^0 atau 2^{-3}? "Dua dikalikan nol kali" tidak masuk akal. Matematikawan memilih arti yang membuat **pola dan sifat pangkat tetap berlaku**. Perhatikan Gambar 1.7: setiap kali pangkat turun 1, nilainya dibagi 2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.7 Pola pangkat dua. Agar pola "pangkat turun satu, nilai dibagi dua" terus berlaku, haruslah $2^0 = 1$, $2^{-1} = \frac{1}{2}$, *dan* $2^{-2} = \frac{1}{4}$. *Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.*

Hal yang sama ditunjukkan oleh sifat pembagian. Di satu sisi $\dfrac{a^3}{a^3} = 1$ (bilangan dibagi dirinya sendiri), di sisi lain sifat pembagian memberi $a^{3-3} = a^0$. Agar keduanya sama, haruslah

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0).$$

Lalu $\dfrac{a^2}{a^5} = \dfrac{1}{a^3}$ (tiga faktor tersisa di penyebut), sedangkan sifat pembagian memberi $a^{2-5} = a^{-3}$. Maka

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Pangkat negatif **tidak** membuat hasilnya negatif: $2^{-3} = \dfrac{1}{8}$, bukan -8. Pangkat negatif berarti "pindahkan ke penyebut".

3. Pangkat pecahan dan bentuk akar

Bilangan apa yang pantas disebut $9^{\frac{1}{2}}$? Kita ingin sifat $(a^m)^n = a^{mn}$ tetap berlaku, sehingga $\left(9^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9^{\frac{1}{2}\times 2} = 9^1 = 9$. Jadi $9^{\frac{1}{2}}$ adalah bilangan (positif) yang kuadratnya 9, yaitu $\sqrt{9} = 3$. Secara umum:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad \text{dan} \qquad a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}.$$

Misalnya $8^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = 2^2 = 4$. Mengambil akarnya lebih dulu biasanya lebih mudah, karena angkanya mengecil. Untuk akar pangkat genap, basisnya harus tidak negatif: $\sqrt{-4}$ bukan bilangan real, karena tidak ada bilangan real yang kuadratnya negatif. Akar pangkat ganjil boleh dari bilangan negatif: $\sqrt[3]{-8} = -2$, karena $(-2)^3 = -8$.

Menyederhanakan bentuk akar. Karena $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\,\sqrt{b}$ (sifat pangkat dari perkalian dengan $n = \frac{1}{2}$), faktor kuadrat sempurna dapat dikeluarkan: $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bentuk akar dijumlahkan seperti suku aljabar: hanya **akar sejenis** (isi akarnya sama) yang dapat digabung, sama seperti $5x + 3x = 8x$. Jadi $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$, sedangkan $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ tidak dapat disederhanakan dan **bukan** $\sqrt{5}$.

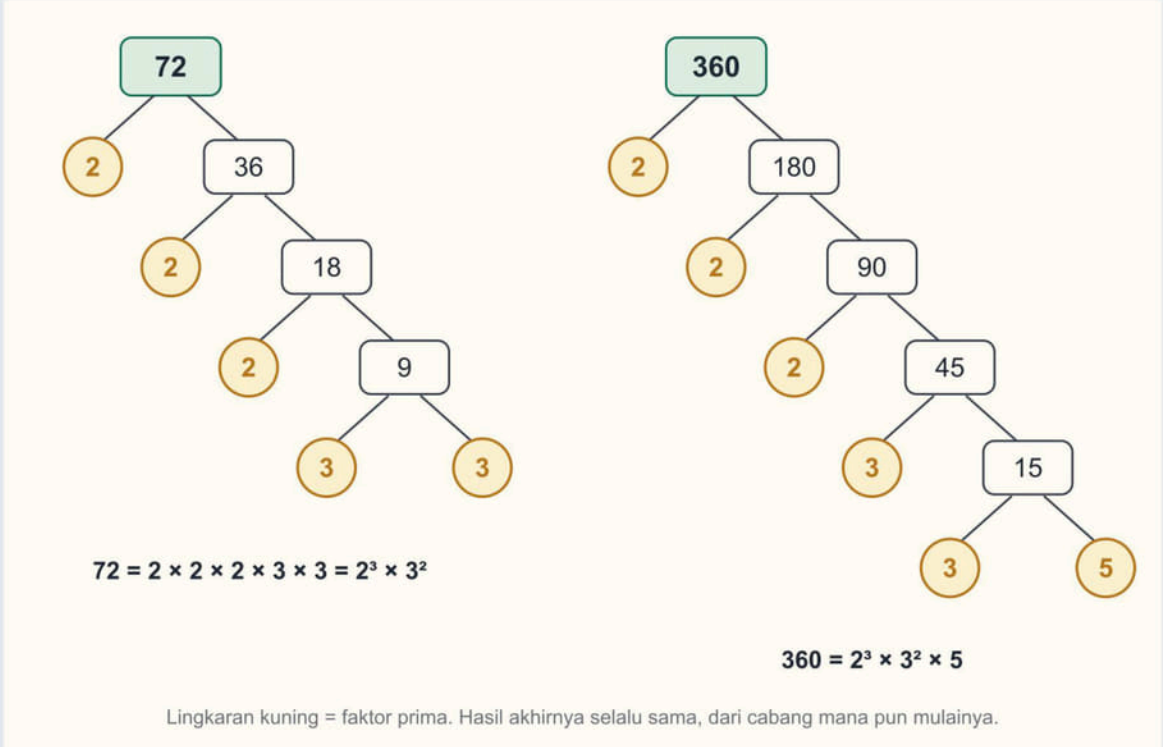
Merasionalkan penyebut. Pecahan dengan akar di penyebut, seperti $\frac{6}{\sqrt{3}}$, lebih sulit dibandingkan dan dihitung. Kalikan pembilang dan penyebut dengan bilangan yang sama (nilai pecahan tidak berubah, karena dikali $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$): $\frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$. Bila penyebutnya berbentuk $a - \sqrt{b}$, pakai **bentuk sekawan** $a + \sqrt{b}$, karena

$$(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) = a^2 - (\sqrt{b})^2 = a^2 - b,$$

dan hasil ini tidak lagi memuat akar.

4. Menyamakan basis dengan faktorisasi prima

Soal pangkat sering memuat basis yang berbeda-beda, misalnya 8, 9, 16, dan 27. Kuncinya: tulis setiap basis sebagai perkalian bilangan prima dengan **pohon faktor** (Gambar 1.8), lalu pakai sifat $(a^m)^n = a^{mn}$. Setelah basisnya sama, pangkat-pangkatnya tinggal dijumlah atau dikurangkan.



Gambar 1.8 Pohon faktor: bilangan dipecah terus sampai semua cabangnya bilangan prima. $72 = 2^3 \times 3^2$ *dan* $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$. *Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.*

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 1: menyederhanakan pangkat pecahan

Sederhanakan $\dfrac{16^{\frac{3}{4}} \times 27^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{5}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}}$.

1. Ubah ke basis prima: $16 = 2^4, 27 = 3^3, 4 = 2^2$. Alasannya: setelah basisnya sama, sifat pangkat dapat dipakai.
2. Pakai $(a^m)^n = a^{mn}$: $16^{\frac{3}{4}} = 2^{4 \cdot \frac{3}{4}} = 2^3; 27^{\frac{2}{3}} = 3^{3 \cdot \frac{2}{3}} = 3^2; 4^{\frac{5}{2}} = 2^{2 \cdot \frac{5}{2}} = 2^5$.
3. Kelompokkan basis yang sama dan pakai sifat pembagian:
   $\dfrac{2^3 \cdot 3^2}{2^5 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = 2^{3-5} \cdot 3^{2-\frac{1}{2}} = 2^{-2} \cdot 3^{\frac{3}{2}}$.
4. Ubah ke bentuk biasa pada langkah terakhir: $2^{-2} = \dfrac{1}{4}$ dan $3^{\frac{3}{2}} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3\sqrt{3}$.
   Hasilnya $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.
5. Cek kasar: $\dfrac{8 \times 9}{32 \times 1{,}73} = \dfrac{72}{55{,}4} \approx 1{,}30$, dan $\dfrac{3 \times 1{,}73}{4} \approx 1{,}30$ ✓.

Contoh terselesaikan 2: merasionalkan penyebut bentuk sekawan

Sederhanakan $\dfrac{6}{3 - \sqrt{3}}$.

1. Penyebut berbentuk $a - \sqrt{b}$, maka kalikan dengan sekawannya, $3 + \sqrt{3}$, di atas dan di bawah.
2. Penyebut: $(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3}) = 9 - 3 = 6$. Akar hilang karena suku tengahnya saling menghapus.
3. Pembilang: $6(3 + \sqrt{3})$.
4. Hasil: $\dfrac{6(3 + \sqrt{3})}{6} = 3 + \sqrt{3}$.
5. Cek: $\dfrac{6}{3 - 1{,}732} = \dfrac{6}{1{,}268} \approx 4{,}73$ dan $3 + 1{,}732 = 4{,}732$ ✓.

Contoh terselesaikan 3: membandingkan bilangan berpangkat besar

Mana yang lebih besar, 2^{30} atau 3^{20}?

1. Kedua bilangan terlalu besar untuk dihitung tangan. Cari **pangkat yang sama**: FPB dari 30 dan 20 adalah 10.
2. Tulis ulang: $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$ dan $3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$ (sifat pangkat dari pangkat).
3. Untuk bilangan positif, bila pangkatnya sama, yang basisnya lebih besar menghasilkan bilangan lebih besar. Karena $9 > 8$, maka $3^{20} > 2^{30}$.

Contoh terselesaikan 4: menjumlahkan bentuk akar

Sederhanakan $\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8}$.

1. Keluarkan faktor kuadrat sempurna terbesar dari setiap akar: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$;

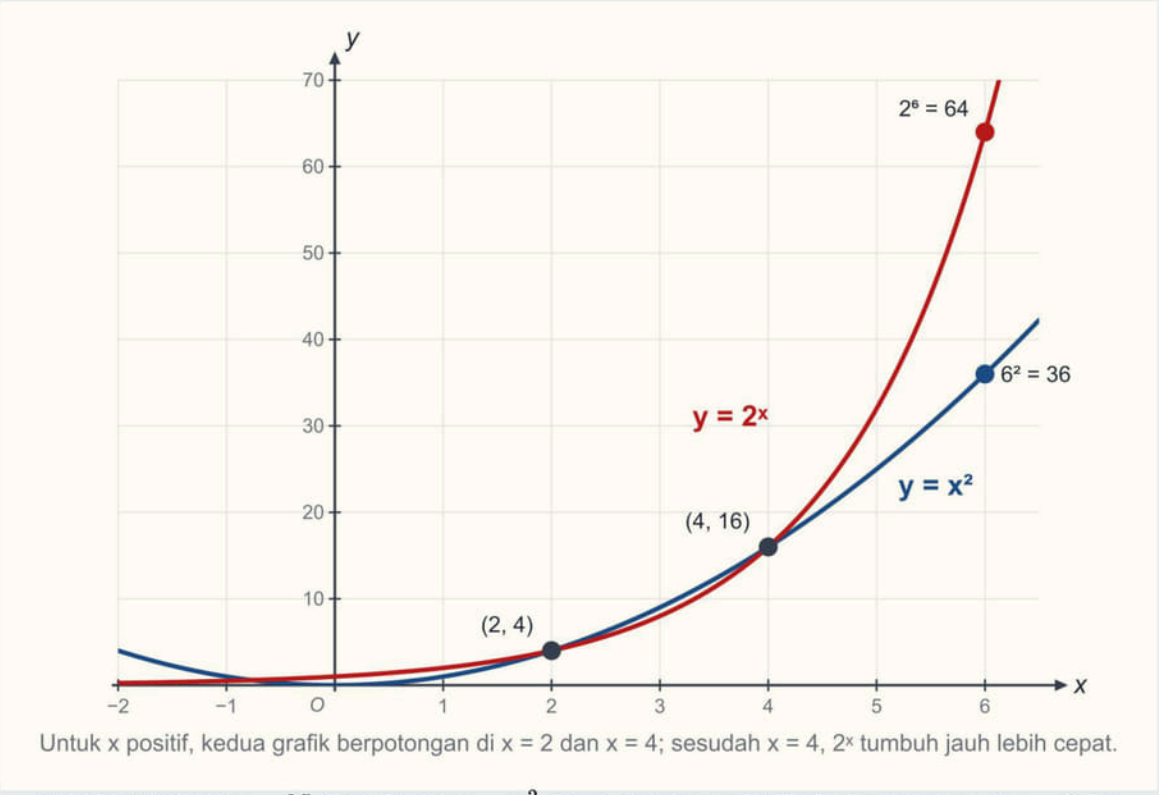
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$; $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$.

2. Sekarang ketiganya akar sejenis ($\sqrt{2}$), jadi koefisiennya dapat digabung: $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.
3. Cek: $7{,}07 + 4{,}24 - 2{,}83 = 8{,}48$ dan $6 \times 1{,}414 = 8{,}49$ ✓ (selisih kecil karena pembulatan).

5. Pertumbuhan pangkat dan notasi ilmiah

Bilangan berpangkat tumbuh sangat cepat bila pangkatnya yang berubah. Gambar 1.9 membandingkan $y = x^2$ (basis berubah, pangkat tetap) dengan $y = 2^x$ (basis tetap, pangkat berubah). Untuk x kecil keduanya berdekatan, tetapi sesudah $x = 4$ grafik 2^x melesat jauh di atas. Inilah alasan bunga majemuk dan pertumbuhan bakteri (sub bab 2.4) cepat menjadi besar.



Gambar 1.9 Grafik $y = 2^x$ (merah) dan $y = x^2$ (biru). Untuk x positif keduanya bertemu di $x = 2$ dan $x = 4$; sesudahnya 2^x jauh lebih besar. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Bilangan yang sangat besar atau sangat kecil ditulis dalam **notasi ilmiah** $a \times 10^n$ dengan $1 \le a < 10$ dan n bulat. Jarak Bumi–Matahari sekitar $150.000.000$ km ditulis $1{,}5 \times 10^8$ km; ukuran $0{,}000004$ m ditulis 4×10^{-6} m. Mengalikan dua bilangan dalam notasi ilmiah memakai sifat perkalian basis sama: $(3 \times 10^5)(4 \times 10^3) = 12 \times 10^8 = 1{,}2 \times 10^9$. Perhatikan langkah terakhir: 12 belum memenuhi $1 \le a < 10$, sehingga dirapikan menjadi $1{,}2 \times 10^1$.

Pembagian memakai sifat pembagian basis sama. Misalnya sebuah gawai menyimpan 6×10^{11} bita data, dan setiap foto berukuran 3×10^6 bita. Banyak foto yang muat adalah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\frac{6 \times 10^{11}}{3 \times 10^{6}} = 2 \times 10^{11-6} = 2 \times 10^{5} = 200.000$ foto. Pangkat sepuluh dalam notasi ilmiah juga langsung menunjukkan **orde besaran**: bilangan 10^5 kali lebih besar dari bilangan lain berarti lima "angka nol" lebih besar. Dengan melihat pangkatnya saja, kamu dapat menilai apakah sebuah jawaban masuk akal sebelum menghitung angka depannya.

6. Bentuk akar di sekitar kita: ukuran kertas seri A

Bentuk akar bukan sekadar latihan hitung. Kertas seri A (A3, A4, A5) yang kamu pakai setiap hari dirancang dengan bilangan $\sqrt{2}$. Aturannya: bila sehelai kertas dilipat dua pada sisi panjangnya, potongannya harus **sebangun** dengan kertas semula, yaitu perbandingan panjang terhadap lebarnya tetap sama. Misalkan lebar kertas 1 dan panjangnya p. Setelah dilipat, potongannya berukuran lebar $\frac{p}{2}$ dan panjang 1. Agar perbandingannya sama, $\frac{p}{1} = \frac{1}{p/2}$, sehingga $\frac{p^2}{2} = 1$, $p^2 = 2$, dan $p = \sqrt{2}$. Karena itu kertas A4 berukuran sekitar $210 \text{ mm} \times 297 \text{ mm}$, dan $\frac{297}{210} \approx 1{,}414 \approx \sqrt{2}$. Satu sifat yang sederhana (sebangun setelah dilipat) memaksa munculnya bilangan irasional.

7. Persamaan eksponen sederhana

Persamaan yang variabelnya berada di pangkat, misalnya $2^{x+1} = 8^{x}$, disebut **persamaan eksponen**. Sifat kuncinya: untuk basis positif yang bukan 1, bila $a^p = a^q$ maka $p = q$. Alasannya, untuk $a > 1$ nilai a^x selalu naik bila x naik (lihat lagi grafik 2^x pada Gambar 1.9), sehingga dua pangkat yang berbeda tidak mungkin menghasilkan nilai yang sama. Maka langkahnya: samakan basis kedua ruas, lalu samakan pangkatnya.

Contoh terselesaikan 5: persamaan eksponen

Tentukan x yang memenuhi $4^{x-1} = 8^{\,x-3}$.

1. Samakan basis menjadi 2, karena $4 = 2^2$ dan $8 = 2^3$: ruas kiri $(2^2)^{x-1} = 2^{2x-2}$ dan ruas kanan $(2^3)^{x-3} = 2^{3x-9}$.
2. Basisnya sama dan bukan 1, maka pangkatnya harus sama: $2x - 2 = 3x - 9$.
3. Selesaikan: $x = 7$.
4. Cek: $4^6 = 4.096$ dan $8^4 = 4.096$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi adalah menyamakan pangkat **sebelum** basisnya disamakan, misalnya menulis $x - 1 = x - 3$ yang tidak mempunyai penyelesaian. Kesalahan lain adalah tanda di depan pangkat: -3^2 berarti $-(3^2) = -9$, karena pangkat dikerjakan sebelum tanda negatif, sedangkan $(-3)^2 = 9$ karena tanda negatif ikut dikuadratkan.

Ringkasan

Pangkat adalah perkalian berulang, dan semua sifatnya lahir dari menghitung faktor. Pangkat nol dan negatif didefinisikan agar pola tetap berlaku ($a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$), dan pangkat pecahan adalah akar ($a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$). Untuk menyederhanakan, samakan basis prima

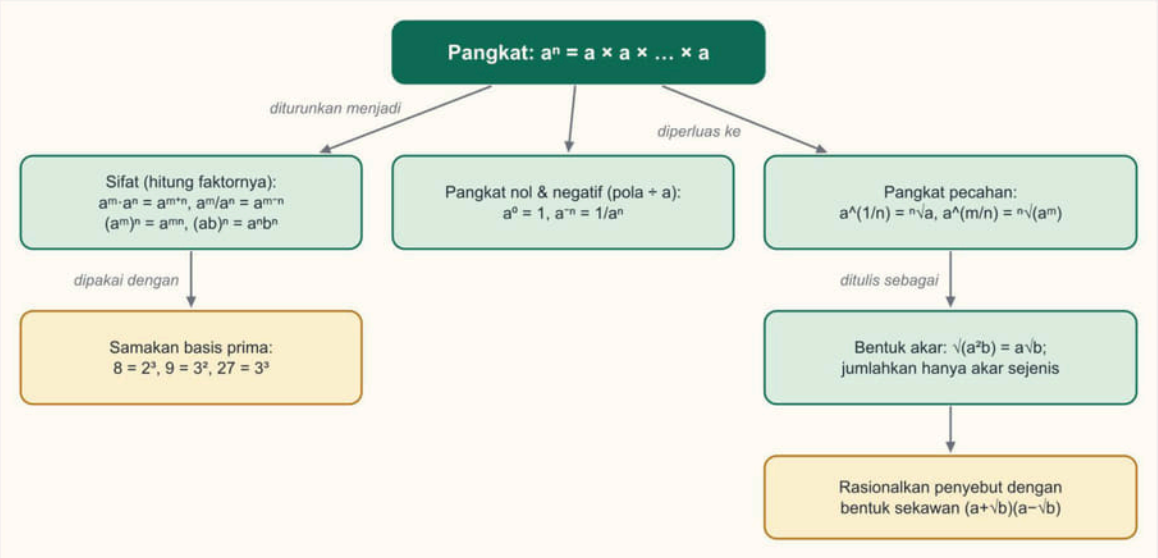
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

lebih dulu; untuk bentuk akar, keluarkan kuadrat sempurna, gabungkan hanya akar sejenis, dan rasionalkan penyebut dengan bentuk sekawan.

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 1.10):

- $a^m a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$; tidak ada sifat untuk $(a+b)^n$.
- $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (bukan bilangan negatif), $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.
- Samakan basis prima: $4 = 2^2, 8 = 2^3, 9 = 3^2, 16 = 2^4, 27 = 3^3, 32 = 2^5$.
- Akar sejenis saja yang dijumlahkan; sekawan $(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) = a^2 - b$.



Gambar 1.10 Peta konsep eksponen dan bentuk akar. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menyederhanakan bentuk pangkat dan akar:

1. Ubah semua basis ke bilangan prima; ubah akar menjadi pangkat pecahan bila bentuknya campuran.
2. Sederhanakan isi kurung lebih dulu, baru pangkatkan seluruhnya.
3. Kelompokkan basis yang sama; hitung pangkat akhir.
4. Ubah pangkat negatif menjadi pecahan **pada langkah terakhir**.
5. Cek dengan angka sederhana bila ada variabel (misalnya $a = 1, b = 1$).

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Yang benar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pangkat negatif dianggap bilangan negatif	$2^{-3} = -8$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$
Pangkat pecahan dikalikan langsung	$9^{\frac{3}{2}} = 9 \times \frac{3}{2} = 13{,}5$	$9^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 3^3 = 27$
Akar dari jumlah	$\sqrt{9+16} = 3+4$	$\sqrt{25} = 5$
Kuadrat jumlah	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$	ada suku tengah $2ab$
Tanda di depan pangkat	$-3^2 = 9$	$-3^2 = -9$, sedangkan $(-3)^2 = 9$
Menjumlahkan akar tak sejenis	$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$	tidak dapat disederhanakan
Notasi ilmiah belum rapi	24×10^3 dianggap bentuk baku	$2{,}4 \times 10^4$

• BEDAH SOAL ASLI

Nomor 2 (pangkat pecahan). Soal meminta bentuk sederhana dari pecahan yang pembilangnya $3^{\frac{2}{3}} \times 8^{\frac{3}{2}}$ dan penyebutnya $2^{\frac{5}{2}} \times 9^{\frac{5}{6}}$. Soalnya ada di **Simulasi 1**. Kerjakan di sana dengan waktu.

- Konsep kunci: semua basis dapat diubah ke 2 dan 3. Setelah itu tinggal mengurangkan pangkat basis yang sama.
- Langkah: $8 = 2^3$ dan $9 = 3^2$ → pakai $(a^m)^n = a^{mn}$ → kelompokkan basis 2 dan basis 3 → kurangkan pangkat → ubah pangkat negatif ke pecahan.
- Pengecoh yang dipasang: hasil bila pangkat pecahan dikalikan dengan basisnya, dan hasil bila pecahan terbalik karena salah tanda pangkat negatif.

Rujukan: soal nomor 2 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memakai beberapa sifat pangkat sekaligus: pangkat dari perkalian, pangkat dari pangkat, dan pembagian dengan pangkat negatif. Kerjakan langkah demi langkah agar tanda pangkat negatif tidak tertukar.

►. Untuk $a \neq 0$ dan $b \neq 0$, bentuk sederhana dari
$$\frac{(2a^3b^{-2})^2}{4a^2b^{-5}}$$
adalah ....

A. a^4b
B. a^3b
C. $\dfrac{a^4}{b^9}$
D. a^3b^5
E. $\dfrac{1}{2}a^4b$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: A**

Konsep: $(xy)^n = x^n y^n$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. Pangkat negatif tetap diperlakukan dengan aturan yang sama.

Langkah 1 – kuadratkan pembilang. $(2a^3b^{-2})^2 = 4a^6b^{-4}$.

Langkah 2 – bagi. $\dfrac{4a^6b^{-4}}{4a^2b^{-5}} = a^{6-2}\,b^{-4-(-5)} = a^4b^1$.

Cek ulang dengan bilangan: $a = 1, b = 2$: pembilang $(2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4}$; penyebut $4 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{8}$; hasil $\frac{1}{4} : \frac{1}{8} = 2 = 1^4 \cdot 2$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B (a^3b): pangkat dibagi, $a^6 : a^2 = a^3$, padahal pangkat dikurangkan.
- C ($\frac{a^4}{b^9}$): salah tanda, $-4 - 5 = -9$, padahal $-4 - (-5) = 1$.
- D (a^3b^5): saat mengkuadratkan, pangkat dijumlah ($3 + 2 = 5$ dan $-2 + 2 = 0$), bukan dikalikan.
- E ($\frac{1}{2}a^4b$): lupa mengkuadratkan koefisien 2, sehingga $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

✎ LATIHAN

Soal 1 menyederhanakan penjumlahan dan pengurangan bentuk akar, dan soal 2 kembali melatih sifat pangkat bulat negatif.

1. Bentuk sederhana dari $\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{12}$ adalah ....

A. $4\sqrt{3}$
B. $6\sqrt{3}$
C. $10\sqrt{3}$
D. $2\sqrt{15}$
E. 0

2. Untuk $a \neq 0$ dan $b \neq 0$, bentuk sederhana dari

$$\frac{a^5\,b^{-2}}{a^2\,b^{-6}}$$

adalah ....

A. a^3b^4
B. a^3b^{-8}
C. a^7b^4
D. a^3b^{-4}
E. $a^{10}b^{12}$

Kunci singkat: 1. A 2. A

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

- Tanpa melihat tabel, tulis arti a^{-n} dan $a^{\frac{m}{n}}$, lalu hitung $32^{-\frac{2}{5}}$.
- Mengapa $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ dapat disederhanakan, sedangkan $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ tidak?
- Pada soal notasi ilmiah, apa dua hal yang harus kamu periksa sebelum menyimpulkan? (Petunjuk: bentuk baku dan satuan.)

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-1.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel

MATW-1.3

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **sistem persamaan linear multivariabel** dengan batasan paling banyak **tiga variabel**. Soal asli 2025 nomor 9 memakai tiga jenis bunga dan tiga buket yang harganya diketahui dari gambar, lalu menanyakan harga buket yang dimodifikasi. Soal seperti ini menilai dua hal sekaligus: kemampuan **memodelkan** cerita atau gambar menjadi persamaan, dan ketelitian **menyelesaikan** sistemnya.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan arti penyelesaian sistem persamaan linear secara aljabar dan secara grafik, termasuk mengapa sebuah sistem bisa mempunyai satu, tidak ada, atau tak hingga penyelesaian;
- menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) dan tiga variabel (SPLTV) dengan substitusi dan eliminasi, beserta alasan setiap langkah;
- menerjemahkan cerita, tabel, atau gambar menjadi sistem persamaan, lalu menjawab tepat yang ditanyakan.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Banyak keputusan sehari-hari melibatkan dua atau tiga besaran yang belum diketahui sekaligus. Kasir tahu total belanja beberapa pembeli, tetapi kamu ingin tahu harga satuan setiap barang. Panitia tahu jumlah tiket terjual dan total uang yang masuk, tetapi ingin tahu berapa tiket dewasa dan berapa tiket pelajar. Setiap keterangan seperti itu adalah sebuah **persamaan**, dan kumpulan persamaan yang harus dipenuhi bersama-sama disebut **sistem persamaan**. Bila setiap variabelnya berpangkat satu dan tidak saling dikalikan, persamaannya disebut **linear**, karena grafiknya berupa garis lurus.

1. Satu persamaan, banyak penyelesaian

Perhatikan persamaan $x + y = 5$. Pasangan $(0, 5)$, $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(4, 1)$, bahkan $(2{,}5;\ 2{,}5)$ dan $(-1, 6)$, semuanya memenuhi. Satu persamaan linear dua variabel mempunyai **tak hingga** banyak penyelesaian. Bila semua pasangan itu digambar sebagai titik pada bidang koordinat, titik-titiknya membentuk sebuah garis lurus (garis biru pada Gambar 1.11). Jadi:

> Setiap titik **pada** garis memenuhi persamaan, dan setiap titik **di luar** garis tidak memenuhinya.

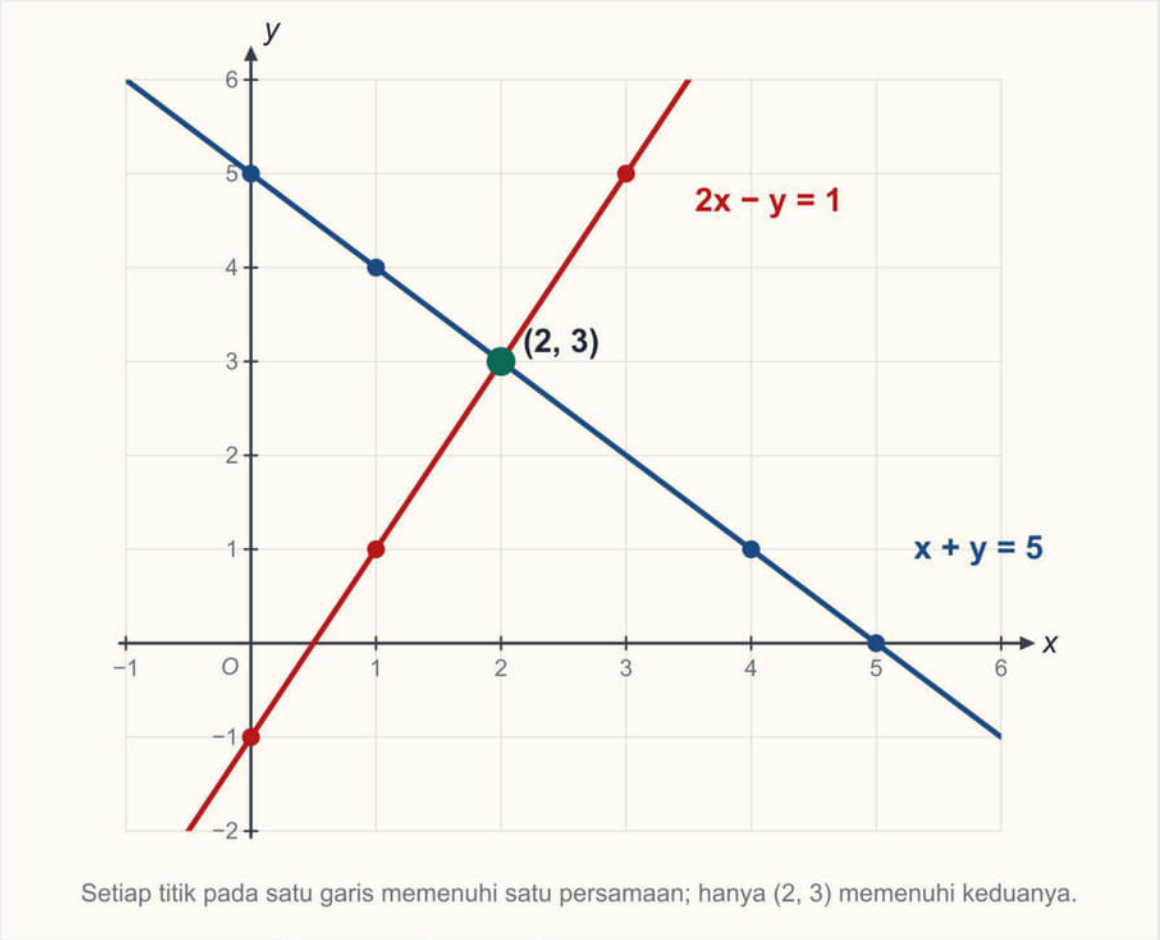
Bentuk umum persamaan linear dua variabel adalah $ax + by = c$, dengan a dan b tidak keduanya nol. Untuk menggambar garisnya cukup dua titik; titik yang paling mudah adalah titik

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

potong dengan sumbu. Pada $x + y = 5$: bila $x = 0$ maka $y = 5$, dan bila $y = 0$ maka $x = 5$.

2. Sistem dua persamaan: mencari titik bersama

Sekarang tambahkan persamaan kedua, $2x - y = 1$. Persamaan ini juga mempunyai tak hingga penyelesaian, misalnya $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(3, 5)$, yang membentuk garis merah pada Gambar 1.11. **Penyelesaian sistem** adalah pasangan yang memenuhi **kedua** persamaan sekaligus, artinya titik yang terletak pada kedua garis: titik potongnya.



Setiap titik pada satu garis memenuhi satu persamaan; hanya (2, 3) memenuhi keduanya.

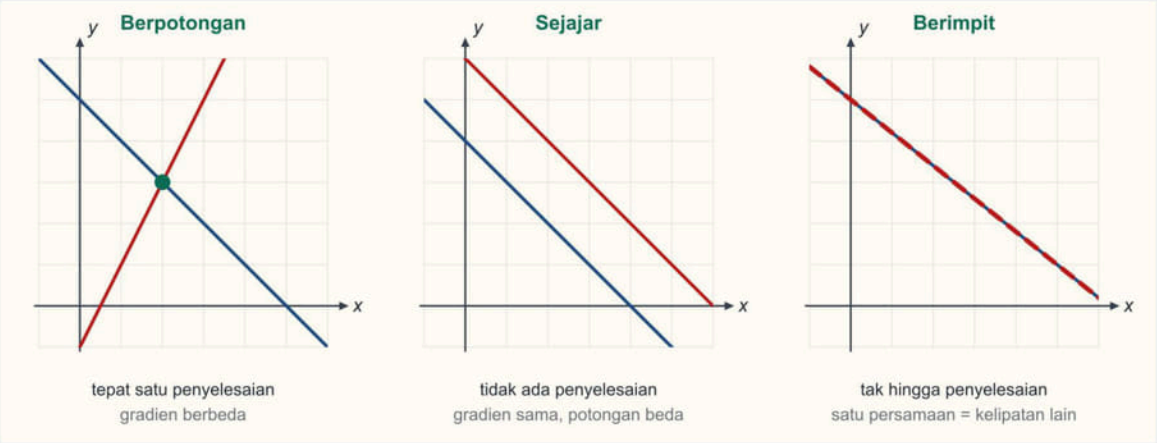
Gambar 1.11 Garis $x + y = 5$ (biru) dan $2x - y = 1$ (merah). Satu-satunya titik yang terletak pada kedua garis adalah $(2, 3)$, yaitu penyelesaian sistem. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Dari gambar, penyelesaiannya tampak $(2, 3)$; cek: $2 + 3 = 5$ ✓ dan $4 - 3 = 1$ ✓. Cara grafik bagus untuk memahami, tetapi lemah untuk menghitung: bila titik potongnya $\left(\frac{7}{3}, \frac{13}{5}\right)$, kita tidak dapat membacanya dengan tepat dari gambar. Karena itu kita memakai cara aljabar.

3. Mengapa ada tiga kemungkinan?

Dua garis lurus pada bidang hanya dapat berhubungan dengan tiga cara (Gambar 1.12):

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.12 Tiga kemungkinan kedudukan dua garis: berpotongan (tepat satu penyelesaian), sejajar (tidak ada penyelesaian), dan berimpit (tak hingga penyelesaian). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

- **Berpotongan** di satu titik → tepat **satu** penyelesaian. Ini terjadi bila kemiringan (gradien) kedua garis berbeda.
- **Sejajar** → **tidak ada** penyelesaian. Kemiringannya sama tetapi letaknya berbeda, sehingga kedua garis tidak pernah bertemu. Contoh: $x + y = 4$ dan $x + y = 6$. Tidak ada dua bilangan yang jumlahnya sekaligus 4 dan 6.
- **Berimpit** (sebenarnya garis yang sama) → **tak hingga** penyelesaian. Persamaan kedua hanyalah kelipatan persamaan pertama, misalnya $2x + 3y = 12$ dan $4x + 6y = 24$. Persamaan kedua tidak memberi keterangan baru.

Dari bentuk $ax + by = c$, garis dapat ditulis $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$, sehingga kemiringannya $-\frac{a}{b}$. Maka cara cepat mengenali kemungkinan tanpa menggambar: bandingkan koefisien. Bila $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, garis berpotongan. Bila $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, garis sejajar. Bila ketiga perbandingan sama, garis berimpit.

4. Metode substitusi dan eliminasi

Substitusi berarti "mengganti". Dari salah satu persamaan, nyatakan satu variabel dalam variabel lain, lalu masukkan ke persamaan yang lain. Pada sistem $x + y = 5$ dan $2x - y = 1$: dari persamaan pertama $y = 5 - x$; masukkan ke persamaan kedua: $2x - (5 - x) = 1$, sehingga $3x = 6$ dan $x = 2$, lalu $y = 3$. Substitusi paling enak bila salah satu variabel berkoefisien 1.

Eliminasi berarti "menghilangkan". Bila dua persamaan sama-sama benar, maka jumlah (atau selisih) ruas kirinya pasti sama dengan jumlah (atau selisih) ruas kanannya. Prinsipnya sama dengan timbangan yang seimbang: bila dari dua timbangan yang seimbang kita ambil benda yang sama beratnya dari kedua sisi, timbangan tetap seimbang (Gambar 1.13). Kita juga boleh mengalikan satu persamaan dengan bilangan yang sama di kedua ruas, karena kesetimbangannya tidak berubah. Tujuan eliminasi adalah membuat koefisien salah satu variabel sama, lalu mengurangkan (atau menjumlahkan) agar variabel itu hilang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.13 Eliminasi dengan timbangan: 2 apel $+3$ jeruk $= 700$ g dan 2 apel $+1$ jeruk $= 500$ g. Mengurangkan persamaan kedua dari persamaan pertama menghilangkan apel dan menyisakan 2 jeruk $= 200$ g, jadi satu jeruk 100 g dan satu apel 200 g. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Dalam praktik, cara **gabungan** paling cepat: eliminasi untuk mendapatkan satu variabel, lalu substitusi untuk variabel lainnya.

Contoh terselesaikan 1: tiket museum

Rombongan pertama (3 dewasa dan 5 pelajar) membayar tiket museum Rp135.000,00. Rombongan kedua (2 dewasa dan 7 pelajar) membayar Rp134.000,00. Berapa harga satu tiket dewasa dan satu tiket pelajar?

1. Tetapkan variabel dalam ribu rupiah: d = harga tiket dewasa, p = harga tiket pelajar. Satuan ribu rupiah membuat angka lebih kecil.
2. Susun persamaan, satu keterangan satu persamaan: $3d + 5p = 135$ dan $2d + 7p = 134$.
3. Samakan koefisien d: kalikan persamaan pertama dengan 2 dan persamaan kedua dengan 3 (kedua ruas, agar tetap seimbang): $6d + 10p = 270$ dan $6d + 21p = 402$.
4. Kurangkan persamaan pertama dari persamaan kedua: $11p = 132$, jadi $p = 12$.
5. Substitusi ke $3d + 5p = 135$: $3d + 60 = 135$, sehingga $d = 25$.
6. Cek ke persamaan yang **tidak** dipakai untuk substitusi: $2(25) + 7(12) = 50 + 84 = 134$ ✓. Jawaban: tiket dewasa Rp25.000,00 dan tiket pelajar Rp12.000,00.

Contoh terselesaikan 2: dua keterangan yang bertentangan

Rina mengingat bahwa 2 pensil dan 3 buku tulis seharga Rp26.000,00. Doni mengingat bahwa 4 pensil dan 6 buku tulis seharga Rp50.000,00. Dapatkah harga satuan ditentukan?

1. Misalkan x = harga pensil dan y = harga buku (ribu rupiah): $2x + 3y = 26$ dan $4x + 6y = 50$.
2. Bandingkan koefisien: $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, tetapi $\frac{26}{50} \neq \frac{1}{2}$. Ruas kiri sebanding, ruas kanan tidak.
3. Artinya kedua garis sejajar: tidak ada penyelesaian. Memang, bila $2x + 3y = 26$, maka belanja dua kali lipatnya, $4x + 6y$, pasti 52, bukan 50.
4. Kesimpulan: harga satuan tidak dapat ditentukan, dan salah satu ingatan pasti keliru. Sistem yang tidak mempunyai penyelesaian sering menandakan data yang tidak konsisten.

5. Sistem persamaan linear tiga variabel

Bila ada tiga besaran yang tidak diketahui, dibutuhkan tiga persamaan yang tidak saling bergantung. Strateginya adalah **mengurangi masalah**: dari tiga persamaan, hilangkan satu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

variabel yang sama dari dua pasangan persamaan yang berbeda. Hasilnya dua persamaan dengan dua variabel (SPLDV), yang sudah kamu kuasai. Setelah dua variabel ditemukan, substitusikan kembali untuk mendapatkan variabel ketiga.

> **Pengayaan.** Secara geometri, satu persamaan linear tiga variabel $ax + by + cz = d$ menggambarkan sebuah **bidang datar** di ruang. Penyelesaian SPLTV adalah titik tempat ketiga bidang bertemu, seperti pojok ruangan tempat dua dinding dan lantai bertemu.

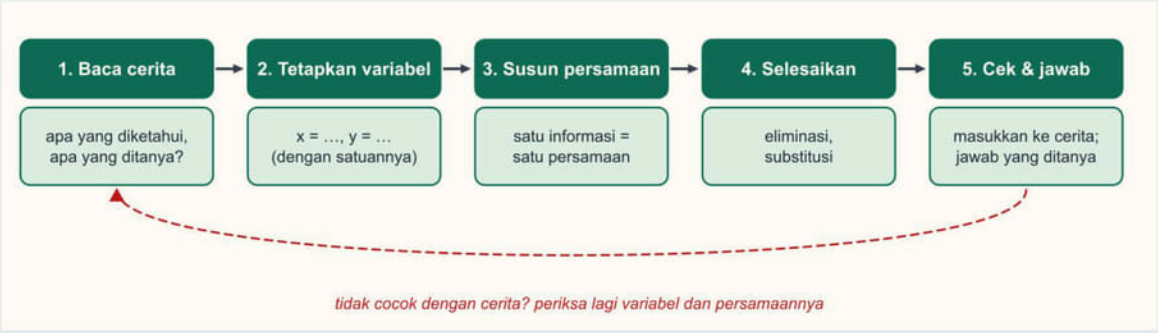
Contoh terselesaikan 3: tiga paket takjil

Sebuah kantin menjual tiga paket takjil. Paket I: 2 kolak, 1 es buah, 3 risol, harganya Rp35.000,00. Paket II: 1 kolak, 2 es buah, 2 risol, Rp32.000,00. Paket III: 3 kolak, 1 es buah, 1 risol, Rp31.000,00. Berapa harga satu porsi masing-masing?

1. Misalkan k, e, r (ribu rupiah). Persamaan: (I) $2k + e + 3r = 35$, (II) $k + 2e + 2r = 32$, (III) $3k + e + r = 31$.
2. Pilih variabel yang paling mudah dihilangkan: e (berkoefisien 1 di I dan III).
3. Pasangan pertama, (I) − (III): $-k + 2r = 4$. ... (A)
4. Pasangan kedua, (I) × 2 − (II): $4k + 2e + 6r - k - 2e - 2r = 70 - 32$, sehingga $3k + 4r = 38$. ... (B)
5. Dari (A), $k = 2r - 4$. Substitusi ke (B): $3(2r - 4) + 4r = 38$, maka $10r = 50$ dan $r = 5$; lalu $k = 6$.
6. Dari (III): $e = 31 - 3(6) - 5 = 8$.
7. Cek ke (II), yang belum dipakai untuk substitusi: $6 + 16 + 10 = 32$ ✓. Kolak Rp6.000,00, es buah Rp8.000,00, risol Rp5.000,00.

6. Dari cerita ke persamaan

Bagian tersulit soal cerita biasanya bukan menghitung, melainkan **menerjemahkan**. Gambar 1.14 merangkum langkahnya.



Gambar 1.14 Lima langkah memodelkan soal cerita menjadi sistem persamaan. Bila hasilnya tidak cocok dengan cerita, kembali ke langkah awal. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Beberapa pola kalimat yang sering muncul: "jumlah A dan B adalah 20" → $A + B = 20$; "A tiga kali B" → $A = 3B$ (bukan $3A = B$; cek dengan angka: bila $B = 2$ maka $A = 6$); "A lebih 5 dari B" → $A = B + 5$; "harga 3 kg" → $3\times$ harga per kg. Pada soal **laju kerja**, variabelnya adalah laju, bukan waktu: pipa yang memenuhi kolam dalam 4 jam bekerja dengan laju $\frac{1}{4}$ kolam per jam,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dan laju dua pipa yang bekerja bersama adalah jumlah lajunya.

Contoh terselesaikan 4: menjawab tanpa mencari semua variabel

Diketahui $3x + 2y = 40$ dan $x + 4y = 30$, dengan x harga sebungkus nasi dan y harga segelas teh (ribu rupiah). Berapa harga 2 bungkus nasi dan 3 gelas teh?

1. Tulis yang ditanyakan dalam variabel: $2x + 3y$.
2. Perhatikan bahwa menjumlahkan kedua persamaan memberi $4x + 6y = 70$, yaitu tepat dua kali yang ditanyakan.
3. Jadi $2x + 3y = 35$: harganya Rp35.000,00.
4. Cek dengan cara biasa: dari $x = 30 - 4y$, $3(30 - 4y) + 2y = 40$, maka $y = 5$ dan $x = 10$; $2(10) + 3(5) = 35$ ✓. Jalan pintas memberi hasil sama dengan langkah lebih sedikit.

Contoh terselesaikan 5: laju kerja dua pipa

Tandon air sekolah dapat dipenuhi oleh pipa A dan pipa B yang dibuka bersama selama 6 jam. Pada hari lain, pipa A dibuka 4 jam lalu ditutup, kemudian pipa B dibuka 9 jam, dan tandon juga penuh. Berapa jam yang dibutuhkan masing-masing pipa bila bekerja sendiri?

1. Pilih variabel yang membuat persamaannya linear, yaitu **laju**: a = bagian tandon yang diisi pipa A setiap jam, b = bagian yang diisi pipa B setiap jam. (Bila variabelnya waktu, persamaannya berbentuk pecahan dan jauh lebih sulit.)
2. Bagian yang terisi = laju × waktu, dan satu tandon penuh = 1. Maka $6a + 6b = 1$ dan $4a + 9b = 1$.
3. Dari persamaan pertama, $a + b = \dfrac{1}{6}$, sehingga $a = \dfrac{1}{6} - b$.
4. Substitusi: $4\left(\dfrac{1}{6} - b\right) + 9b = 1$, maka $\dfrac{2}{3} + 5b = 1$, $5b = \dfrac{1}{3}$, dan $b = \dfrac{1}{15}$. Lalu $a = \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{15} = \dfrac{5 - 2}{30} = \dfrac{1}{10}$.
5. Kembali ke yang ditanyakan (waktu, bukan laju): pipa A sendiri butuh 10 jam, pipa B sendiri butuh 15 jam.
6. Cek: dalam 6 jam, $\dfrac{6}{10} + \dfrac{6}{15} = 0{,}6 + 0{,}4 = 1$ ✓; dan $\dfrac{4}{10} + \dfrac{9}{15} = 0{,}4 + 0{,}6 = 1$ ✓.

7. Kapan keterangan sudah cukup?

Beberapa soal tidak meminta angka, tetapi menanyakan apakah keterangan yang diberikan **cukup** untuk menjawab. Untuk sistem linear, pegangannya: dua variabel umumnya memerlukan dua persamaan yang **tidak sebanding**. Bila salah satu keterangan hanya kelipatan keterangan lain, keterangan itu tidak menambah informasi. Namun, bila yang ditanyakan adalah kombinasi tertentu (seperti $2x + 3y$ pada Contoh terselesaikan 4), satu persamaan kadang sudah cukup, asalkan persamaan itu kelipatan dari kombinasi yang ditanyakan: dari $4x + 6y = 30$ saja, $2x + 3y = 15$ dapat ditentukan walaupun x dan y masing-masing tidak diketahui. Jadi, sebelum memutuskan "tidak cukup", periksa dulu bentuk yang ditanyakan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

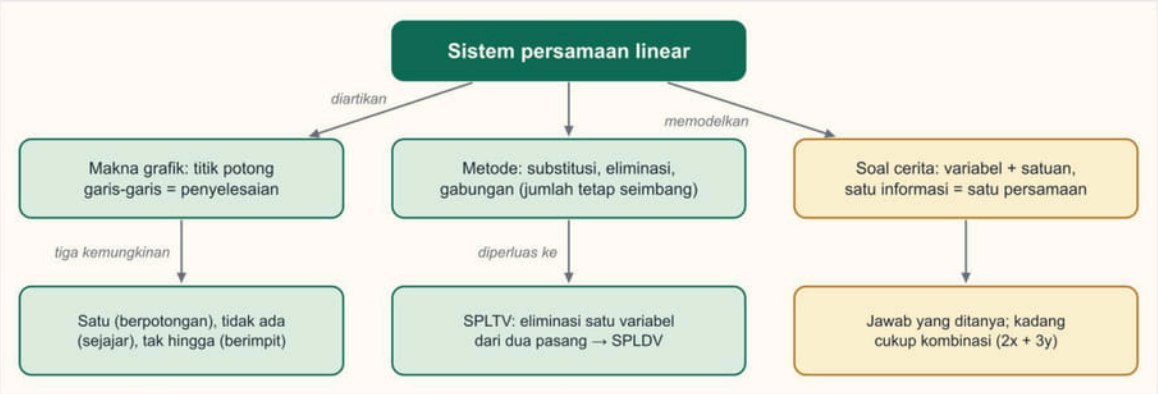
Ringkasan

Satu persamaan linear dua variabel = satu garis dengan tak hingga penyelesaian; sistemnya mencari titik bersama. Dua garis berpotongan, sejajar, atau berimpit, sesuai perbandingan koefisiennya. Substitusi dan eliminasi sah karena kedua ruas yang seimbang tetap seimbang bila dikenai operasi yang sama. SPLTV diselesaikan dengan menghilangkan satu variabel dari dua pasang persamaan. Dalam soal cerita, tetapkan variabel beserta satuannya, satu keterangan menjadi satu persamaan, dan jawablah tepat yang ditanyakan.

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 1.15):

- Penyelesaian sistem = titik yang memenuhi semua persamaan sekaligus.
- Berpotongan, sejajar, berimpit ↔ satu, tidak ada, tak hingga penyelesaian.
- Eliminasi: samakan koefisien, lalu kurangkan atau jumlahkan; kalikan kedua ruas, bukan satu ruas.
- Selalu cek ke persamaan yang belum dipakai, lalu hitung **yang ditanyakan**.



Gambar 1.15 Peta konsep sistem persamaan linear. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal cerita SPL:

1. Baca pertanyaan di akhir soal lebih dulu, lalu tulis yang ditanyakan dalam variabel.
2. Tetapkan variabel dan satuannya; baca **semua** angka dari gambar atau tabel dengan teliti.
3. Susun persamaan; periksa bahwa banyak persamaan sesuai dengan informasi.
4. Selesaikan (eliminasi atau substitusi, atau jalan pintas bila ada).
5. Cek hasil ke **semua** persamaan awal, lalu hitung yang ditanyakan.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berhenti terlalu cepat	menjawab harga satu jenis bunga, padahal yang ditanyakan harga buket	tulis yang ditanyakan di awal
Salah baca gambar	jumlah tangkai pada buket tertukar	buat tabel dari gambar sebelum menghitung
Tanda saat eliminasi	$(2x - y) - (x - 3y) = x - 4y$	tulis kurung dan ubah tanda satu per satu
Modifikasi soal terlewat	lupa biaya tambahan atau tambahan tangkai	garis bawahi kata "tambah", "kurang", "selain itu"
Laju kerja	menjumlahkan waktu, bukan laju	ubah "selesai dalam t jam" menjadi $\frac{1}{t}$ per jam
Kecukupan data	mengira dua persamaan pasti cukup	periksa apakah kedua persamaan sebanding

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 9 (buket bunga). Gambar menunjukkan tiga buket dengan komposisi mawar, lili, dan anyelir yang berbeda beserta harga per buket. Pembeli ingin satu buket tipe C ditambah beberapa tangkai bunga dengan harga satuan. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: tiga buket memberi tiga persamaan dengan tiga variabel (harga satu tangkai tiap bunga).
- Langkah: buat tabel komposisi dari gambar → susun SPLTV dalam ribu rupiah → eliminasi satu variabel dua kali → cek ke ketiga persamaan → hitung **harga buket C ditambah tangkai tambahan**.
- Pengecoh yang dipasang: harga buket C tanpa tambahan, dan hasil dengan satu harga bunga yang tertukar.

Rujukan: soal nomor 9 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menyusun sistem tiga persamaan dari cerita pertandingan basket. Perhatikan cara memakai hubungan "dua kali" untuk mengurangi banyak variabel sebelum eliminasi, lalu cek jawaban ke semua persamaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Dalam satu pertandingan, tim basket SMA Tunas Bangsa memasukkan 22 tembakan dengan total 46 poin. Tembakan yang masuk terdiri atas lemparan bebas (1 poin), tembakan 2 poin, dan tembakan 3 poin. Banyak tembakan 2 poin yang masuk sama dengan dua kali banyak lemparan bebas yang masuk.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Tim itu memasukkan 7 tembakan 3 poin.	○	○
Poin dari tembakan 2 poin lebih banyak daripada poin dari tembakan 3 poin.	○	○
Bila setiap tembakan 3 poin tadi hanya bernilai 2 poin, total poin tim menjadi 40.	○	○

Pembahasan **Kunci: 1B 2S 3S**

Konsep: tiga keterangan → sistem persamaan linear tiga variabel. Misalkan f = lemparan bebas, d = tembakan 2 poin, t = tembakan 3 poin.

Langkah 1 – model. $f + d + t = 22$; $f + 2d + 3t = 46$; $d = 2f$.
Langkah 2 – substitusi $d = 2f$. $3f + t = 22$ dan $5f + 3t = 46$. Dari yang pertama $t = 22 - 3f$, maka $5f + 66 - 9f = 46 \rightarrow 4f = 20 \rightarrow f = 5, d = 10, t = 7$.

Pernyataan 1. $t = 7 \rightarrow$ **Benar**.
Pernyataan 2. Poin dari tembakan 2 poin $= 2 \times 10 = 20$; dari tembakan 3 poin $= 3 \times 7 = 21$. Ternyata 20 lebih kecil daripada 21 → **Salah**.
Pernyataan 3. Setiap tembakan 3 poin berkurang 1 poin: $46 - 7 = 39$, bukan 40 → **Salah**.

Cek ulang: $5 + 10 + 7 = 22$ ✓ dan $5 + 20 + 21 = 46$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Salah.

Jebakan: pernyataan 2 menggoda karena **banyak** tembakan 2 poin (10) lebih besar daripada tembakan 3 poin (7), padahal yang dibandingkan **poinnya**. Pernyataan 3 menggoda siswa yang mengurangkan banyak tembakan 2 poin atau salah menghitung $46 - 7$.

✎ LATIHAN

Soal 1 menyusun SPLDV dari papan menu bergambar, dan soal 2 menyusun persamaan tiga variabel dari pembagian uang koperasi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Papan menu sebuah warung di Pasar Gede ditunjukkan pada gambar. Harga paket sama dengan jumlah harga satuan isinya (tanpa potongan). Raka membeli 1 porsi pecel dan 3 gelas es dawet secara satuan.
Data disusun untuk latihan soal.
Uang yang harus dibayar Raka adalah ....



A. Rp19.000,00
B. Rp33.000,00
C. Rp38.000,00
D. Rp43.000,00
E. Rp57.000,00

2. Koperasi Desa Sido Makmur membagikan sisa hasil usaha (SHU) tahun 2026 sebesar Rp6.200.000,00 kepada tiga kelompok usaha: tani, ternak, dan nelayan. Kelompok ternak menerima Rp500.000,00 lebih banyak daripada kelompok tani. Kelompok nelayan menerima dua kali bagian kelompok tani dikurangi Rp300.000,00.
Data disusun untuk latihan soal.
Bagian yang diterima kelompok nelayan adalah ....

A. Rp1.500.000,00
B. Rp2.000.000,00
C. Rp2.700.000,00
D. Rp2.950.000,00
E. Rp3.000.000,00

Kunci singkat: 1. B 2. C

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

- Tuliskan tiga hal yang kamu tulis sebelum menghitung soal cerita SPL (variabel, persamaan, yang ditanyakan), lalu hal mana yang paling sering kamu lewati.
- Kapan dua persamaan linear dua variabel tidak memberi jawaban tunggal? Berikan satu contoh pasangan persamaannya.
- Pada soal laju kerja, mengapa yang dijumlahkan adalah laju dan bukan waktu?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-1.3

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear

MATW-1.4

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **sistem pertidaksamaan linear multivariabel** dan **program linear**. Soal asli 2025 nomor 8 menampilkan daerah berarsir pada bidang koordinat dan meminta sistem pertidaksamaannya. Soal sejenis juga meminta kamu menyusun model dari cerita (bahan, kapasitas, biaya) lalu mencari keuntungan maksimum atau biaya minimum.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan mengapa sebuah garis membagi bidang menjadi dua daerah dan mengapa satu titik uji cukup untuk menentukan daerah penyelesaian;
- menulis persamaan garis dari titik potong sumbu dan menyusun sistem pertidaksamaan dari daerah berarsir, atau sebaliknya;
- menyusun model program linear (variabel, kendala, fungsi tujuan) dari cerita atau tabel;
- menjelaskan mengapa nilai optimum dicapai di titik pojok dan menentukannya, termasuk bila jawabannya harus bilangan cacah.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Persamaan menyatakan "tepat sama dengan", tetapi kehidupan sehari-hari lebih sering berbicara tentang **batas**: uang jajan *paling banyak* Rp50.000,00, tepung *tidak lebih dari* 4 kg, nilai *paling sedikit* 75. Kalimat seperti itu ditulis dengan **pertidaksamaan** ($<$, $\leq$, $>$, $\geq$). Bila ada beberapa batas sekaligus, misalnya bahan, waktu, dan modal, kita mendapat **sistem pertidaksamaan**. Program linear adalah cara memilih keputusan terbaik (untung terbesar atau biaya terkecil) di antara semua keputusan yang memenuhi batas-batas itu. Cara ini dipakai pabrik, rumah makan, sampai perencana gizi.

1. Pertidaksamaan linear satu variabel

Pertidaksamaan $2x + 3 \leq 11$ diselesaikan hampir seperti persamaan: kurangi 3 di kedua ruas ($2x \leq 8$), lalu bagi 2 ($x \leq 4$). Penyelesaiannya bukan satu bilangan, melainkan **semua** bilangan yang kurang dari atau sama dengan 4, yaitu sebuah sinar pada garis bilangan.

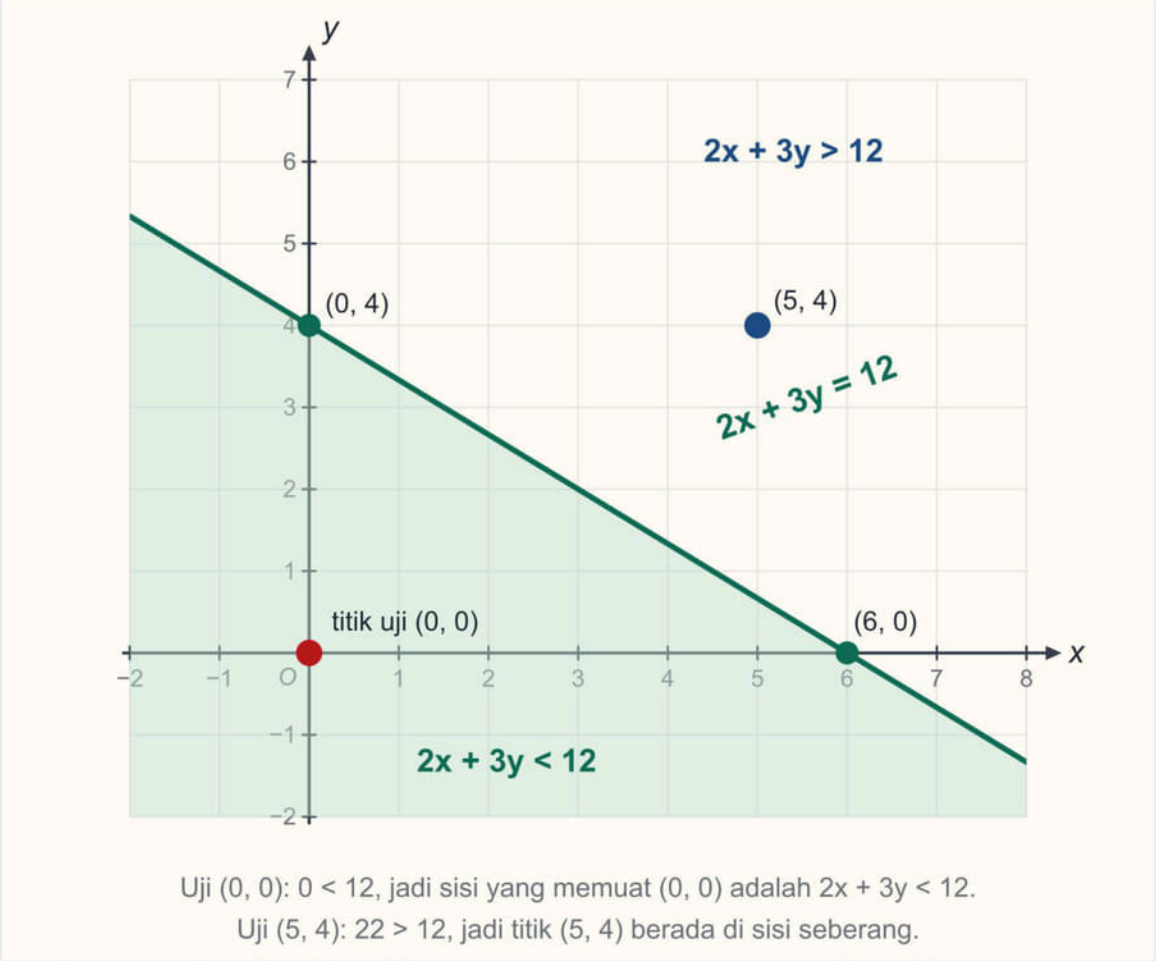
Ada satu aturan yang berbeda: **bila kedua ruas dikalikan atau dibagi bilangan negatif, tanda pertidaksamaan berbalik.** Alasannya mudah dilihat: $2 < 5$ benar, tetapi setelah dikali -1 menjadi -2 dan -5, dan pada garis bilangan -2 berada di kanan -5, sehingga $-2 > -5$. Mengalikan dengan bilangan negatif mencerminkan bilangan terhadap nol, dan urutannya ikut terbalik. Contoh: $-3x < 12$ dibagi -3 menjadi $x > -4$.

2. Garis membagi bidang menjadi dua

Sekarang perhatikan pertidaksamaan dua variabel, $2x + 3y \leq 12$. Kita mulai dari **garis**

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

batasnya, $2x + 3y = 12$, yang memotong sumbu di $(6, 0)$ dan $(0, 4)$ (Gambar 1.16). Garis ini membagi bidang menjadi dua **setengah bidang**. Di setiap titik pada garis, nilai $2x + 3y$ tepat 12. Bila kita bergeser dari garis ke satu arah, nilai $2x + 3y$ terus mengecil; ke arah sebaliknya, nilainya terus membesar. Karena itu **semua** titik di satu sisi memberi nilai kurang dari 12, dan **semua** titik di sisi lain memberi nilai lebih dari 12. Tidak mungkin setengah bidang berisi campuran keduanya, sebab untuk berpindah dari "kurang dari 12" ke "lebih dari 12" sebuah titik harus melewati garis (tempat nilainya tepat 12).



Gambar 1.16 Garis $2x + 3y = 12$ membagi bidang menjadi daerah $2x + 3y < 12$ (berwarna) dan $2x + 3y > 12$. Satu titik uji sudah cukup untuk mengetahui sisi mana yang memenuhi. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Itulah sebabnya **satu titik uji** sudah cukup. Pilih titik yang tidak terletak pada garis, biasanya $(0, 0)$ karena hitungannya paling mudah. Pada contoh ini $2(0) + 3(0) = 0 \leq 12$ benar, maka daerah penyelesaian adalah sisi yang memuat $(0, 0)$. Bila garis melalui $(0, 0)$, pilih titik uji lain, misalnya $(1, 0)$.

Kesepakatan menggambar: garis batas digambar **penuh** bila tandanya $\leq$ atau $\geq$ (titik pada garis ikut), dan **putus-putus** bila tandanya $<$ atau $>$. Dalam buku ini daerah penyelesaian diberi warna; beberapa buku justru mengarsir daerah yang **tidak** memenuhi, jadi selalu baca keterangan gambarnya.

3. Menulis persamaan garis dari titik potong sumbu

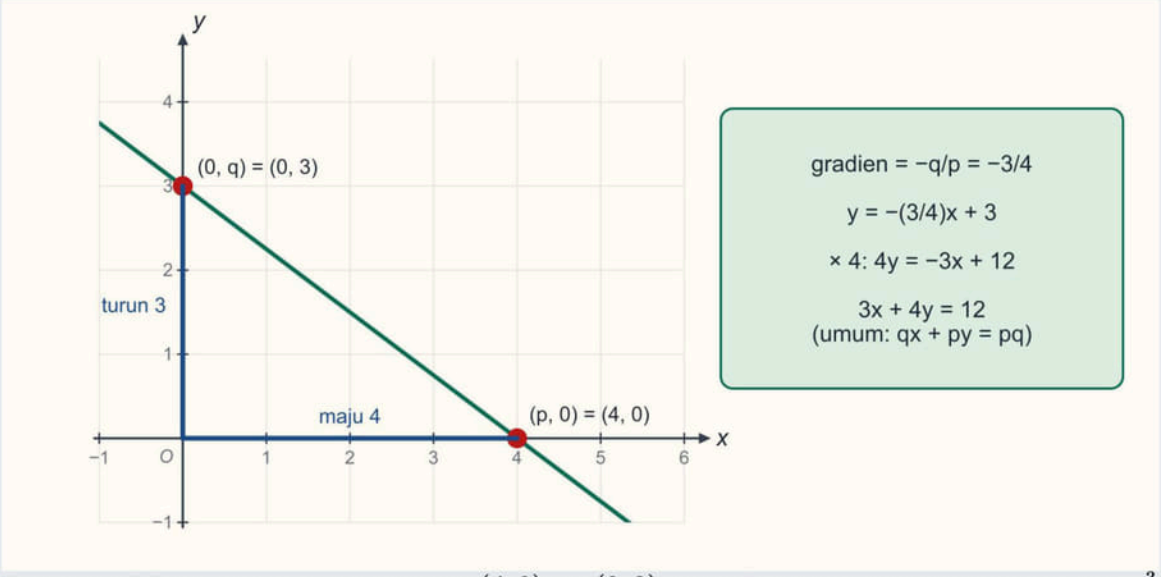
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Membaca daerah berarsir dimulai dari menulis persamaan setiap garis batasnya. Bila garis memotong sumbu-x di $(p, 0)$ dan sumbu-y di $(0, q)$, persamaannya dapat diturunkan dari kemiringannya (Gambar 1.17). Dari $(0, q)$ ke $(p, 0)$, garis turun q satuan saat maju p satuan, jadi gradiennya $-\dfrac{q}{p}$ dan persamaannya $y = -\dfrac{q}{p}x + q$. Kalikan kedua ruas dengan p:

$py = -qx + pq$, atau

$qx + py = pq$.

Cara mengingatnya: angka potong di sumbu-y menjadi koefisien x, dan angka potong di sumbu-x menjadi koefisien y.



Gambar 1.17 Garis yang memotong sumbu di $(4, 0)$ dan $(0, 3)$: turun 3 saat maju 4, sehingga gradiennya $-\frac{3}{4}$ dan persamaannya $3x + 4y = 12$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 1: menyusun sistem dari daerah penyelesaian

Daerah penyelesaian berada di kuadran I, dibatasi oleh garis g yang melalui $(4, 0)$ dan $(0, 6)$ serta garis h yang melalui $(8, 0)$ dan $(0, 4)$, dan memuat titik asal $(0, 0)$. Tentukan sistemnya dan titik-titik pojoknya.

1. Garis g: $p = 4, q = 6$, sehingga $6x + 4y = 24$, disederhanakan $3x + 2y = 12$. Cek: $(4, 0)$ memberi 12 ✓, $(0, 6)$ memberi 12 ✓.
2. Garis h: $p = 8, q = 4$, sehingga $4x + 8y = 32$, disederhanakan $x + 2y = 8$.
3. Tentukan tanda dengan titik uji $(0, 0)$, yang berada di dalam daerah: $3(0) + 2(0) = 0 \leq 12$ dan $0 + 0 \leq 8$. Maka tandanya $\leq$ untuk keduanya.
4. Daerah berhenti di sumbu-x dan sumbu-y (kuadran I), jadi ditambah $x \geq 0$ dan $y \geq 0$. Sistem: $3x + 2y \leq 12, x + 2y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$.
5. Titik pojok: $(0, 0)$; $(4, 0)$ dari garis g (bukan $(8, 0)$, karena $(8, 0)$ melanggar $3x + 2y \leq 12$); $(0, 4)$ dari garis h (bukan $(0, 6)$, karena $(0, 6)$ melanggar $x + 2y \leq 8$); dan titik potong g dan h. Kurangkan $x + 2y = 8$ dari $3x + 2y = 12$: $2x = 4$, $x = 2$, $y = 3$. Jadi pojok keempat $(2, 3)$.

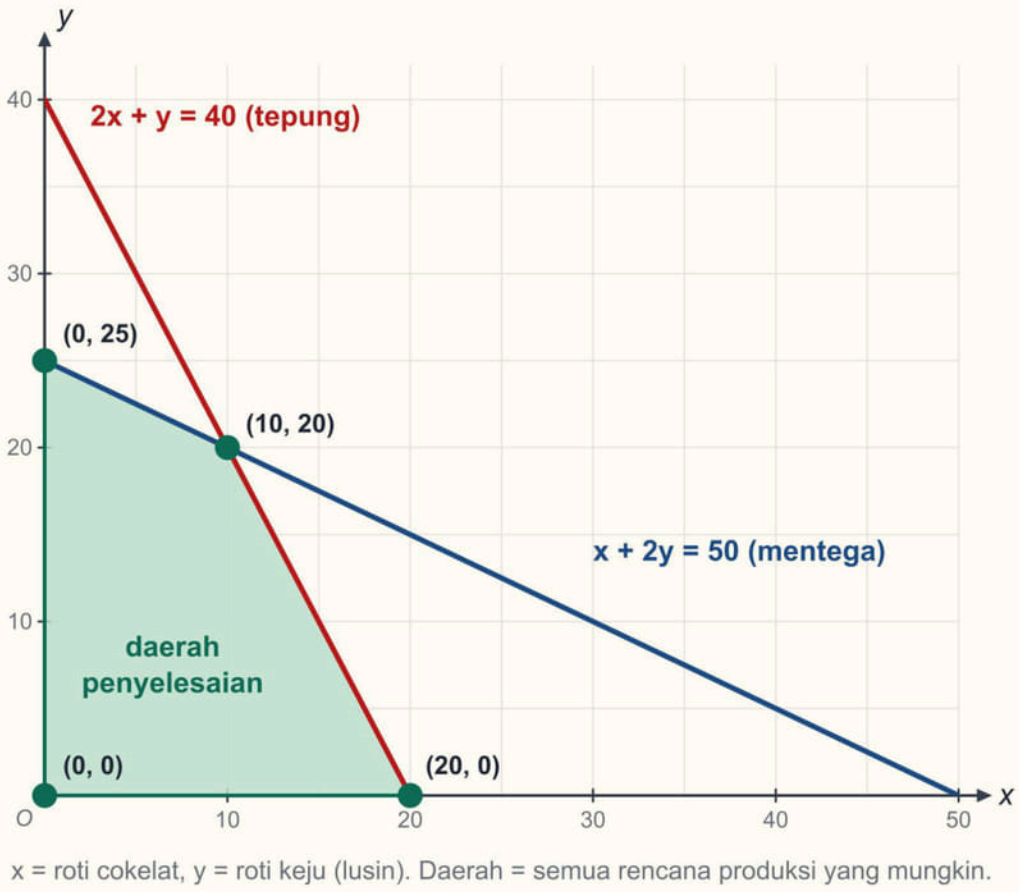
4. Model program linear

Masalah program linear selalu terdiri atas tiga bagian:

1. **Variabel keputusan**: besaran yang kita pilih, misalnya x = banyak produk A dan y = banyak produk B.
2. **Kendala**: batas-batas yang harus dipenuhi, ditulis sebagai pertidaksamaan linear, ditambah syarat $x \geq 0, y \geq 0$ (banyak barang tidak mungkin negatif).
3. **Fungsi tujuan** $Z = ax + by$: besaran yang ingin dibuat sebesar-besarnya (keuntungan) atau sekecil-kecilnya (biaya).

Semua pasangan (x, y) yang memenuhi semua kendala membentuk **daerah penyelesaian** (daerah layak). Setiap titik di dalamnya adalah satu rencana yang mungkin dilaksanakan (Gambar 1.18).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

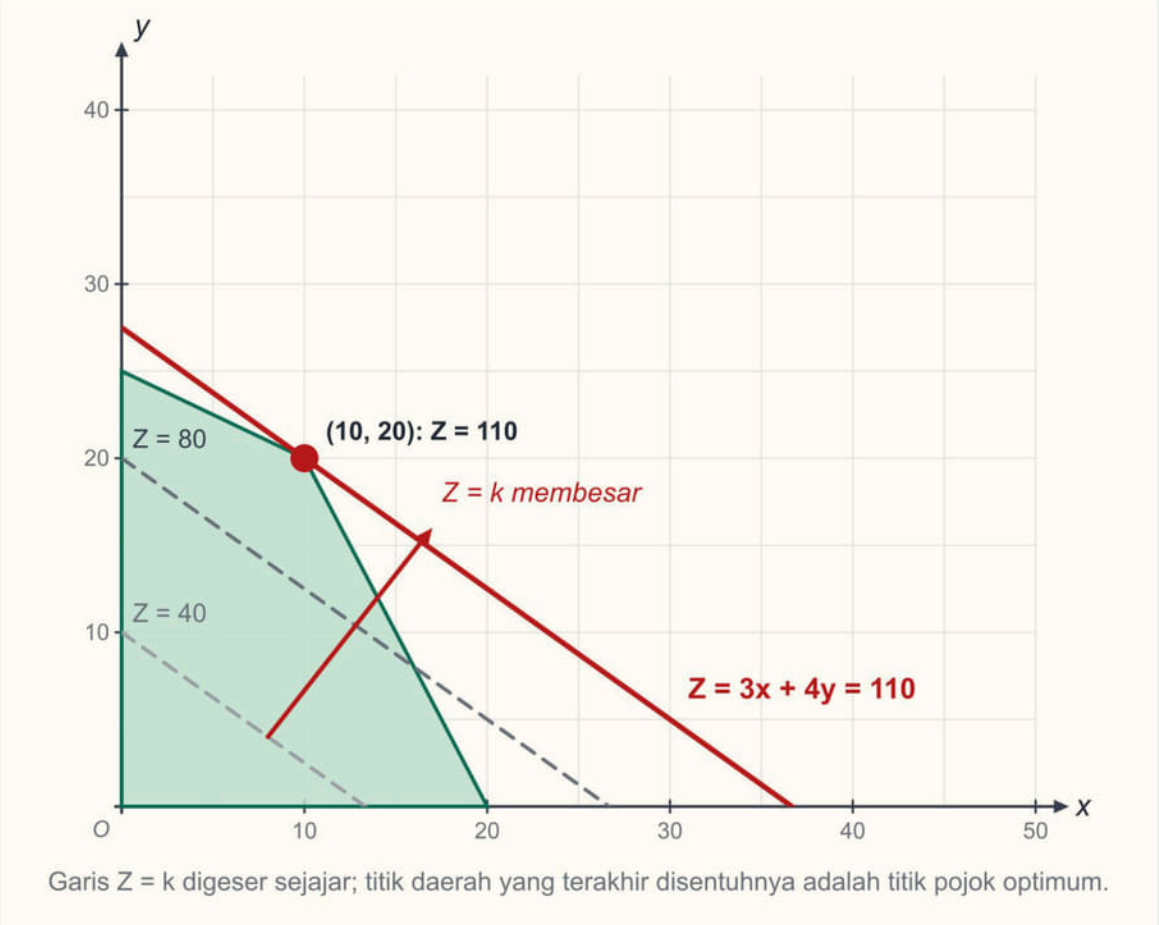


Gambar 1.18 Daerah penyelesaian sistem $2x + y \leq 40$, $x + 2y \leq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, dengan empat titik pojoknya. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Mengapa optimum ada di titik pojok?

Misalkan fungsi tujuannya $Z = 3x + 4y$. Untuk satu nilai k, semua titik dengan $3x + 4y = k$ membentuk sebuah garis; garis-garis untuk k yang berbeda saling **sejajar** (gradiennya sama, $-\frac{3}{4}$). Makin besar k, makin jauh garis itu dari titik asal. Bayangkan kita menggeser garis itu menjauh selama garis masih menyentuh daerah penyelesaian (Gambar 1.19). Titik terakhir yang disentuhnya sebelum lepas dari daerah selalu berupa **titik pojok** (atau seluruh satu sisi daerah, bila sisi itu sejajar dengan garis Z; nilainya tetap sama dengan nilai di pojok-pojok ujung sisi itu). Garis ini disebut **garis selidik**. Dengan alasan yang sama, nilai minimum dicapai di titik pojok yang pertama tersentuh.



Gambar 1.19 Garis selidik $3x + 4y = k$ digeser sejajar untuk $k = 40, 80, 110$. Titik daerah yang terakhir disentuh adalah $(10, 20)$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Akibatnya, kita tidak perlu memeriksa tak hingga banyak titik; cukup **hitung Z di setiap titik pojok** lalu bandingkan. Cara ini disebut metode uji titik pojok.

Contoh terselesaikan 2: keuntungan maksimum UMKM roti

Sebuah UMKM membuat roti cokelat dan roti keju. Satu lusin roti cokelat memerlukan 200 g tepung dan 100 g mentega; satu lusin roti keju memerlukan 100 g tepung dan 200 g mentega. Persediaan setiap hari 4 kg tepung dan 5 kg mentega. Keuntungan satu lusin roti cokelat Rp30.000,00 dan roti keju Rp40.000,00. Berapa lusin masing-masing agar keuntungan maksimum?

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Variabel: x = lusin roti cokelat, y = lusin roti keju.
2. Kendala dalam satuan 100 g agar angkanya kecil: tepung $2x + y \leq 40$; mentega $x + 2y \leq 50$; serta $x \geq 0, y \geq 0$.
3. Fungsi tujuan (puluh ribu rupiah): $Z = 3x + 4y$, dimaksimumkan.
4. Titik pojok (Gambar 1.18): $(0, 0)$, $(20, 0)$ dari $2x + y = 40$, $(0, 25)$ dari $x + 2y = 50$, dan titik potong kedua garis. Dari $2x + y = 40$ diperoleh $y = 40 - 2x$; substitusi: $x + 80 - 4x = 50$, sehingga $x = 10, y = 20$.
5. Hitung Z: $(0, 0) \to 0$; $(20, 0) \to 60$; $(10, 20) \to 30 + 80 = 110$; $(0, 25) \to 100$.
6. Nilai terbesar 110, di $(10, 20)$: buat 10 lusin roti cokelat dan 20 lusin roti keju, keuntungan Rp1.100.000,00. Cek kendala: tepung $20 + 20 = 40$ ✓, mentega $10 + 40 = 50$ ✓, keduanya habis tepat.

Contoh terselesaikan 3: biaya pakan minimum

Seorang peternak mencampur pakan merek A dan B. Setiap kilogram pakan A mengandung 2 satuan protein dan 1 satuan serat; setiap kilogram pakan B mengandung 1 satuan protein dan 3 satuan serat. Ternaknya membutuhkan **paling sedikit** 10 satuan protein dan 15 satuan serat per hari. Harga pakan A Rp6.000,00/kg dan pakan B Rp5.000,00/kg. Berapa kilogram masing-masing agar biaya minimum?

1. Variabel: x = kg pakan A, y = kg pakan B. Kendala: $2x + y \geq 10$, $x + 3y \geq 15$, $x \geq 0$, $y \geq 0$. Tujuan: $Z = 6x + 5y$ (ribu rupiah), diminimumkan.
2. Tanda $\geq$ membuat daerah penyelesaian **terbuka ke atas-kanan** (makin banyak pakan, kebutuhan tetap terpenuhi). Titik pojoknya adalah titik-titik "bawah" daerah itu.
3. Pojok pada sumbu-y ($x = 0$): perlu $y \geq 10$ dan $y \geq 5$, jadi $(0, 10)$. Pojok pada sumbu-x ($y = 0$): perlu $x \geq 5$ dan $x \geq 15$, jadi $(15, 0)$. Pojok tengah: $2x + y = 10$ dan $x + 3y = 15$; dari $y = 10 - 2x$, $x + 30 - 6x = 15$, sehingga $x = 3, y = 4$.
4. Hitung Z: $(0, 10) \to 50$; $(3, 4) \to 18 + 20 = 38$; $(15, 0) \to 90$.
5. Biaya minimum Rp38.000,00 dengan 3 kg pakan A dan 4 kg pakan B. Perhatikan bahwa jawaban terbaik justru campuran, bukan satu merek saja.

6. Bila jawabannya harus bilangan cacah

Banyak kursi, kue, atau mobil tidak mungkin pecahan. Bila titik pojok optimum ternyata pecahan, **jangan langsung membulatkan**: titik hasil pembulatan bisa melanggar kendala, atau bukan yang terbaik. Uji titik-titik bulat di dekat pojok itu yang masih memenuhi semua kendala.

Contoh terselesaikan 4: titik pojok pecahan

Maksimumkan $Z = 5x + 4y$ dengan kendala $3x + 2y \leq 14$, $x + 3y \leq 10$, $x \geq 0, y \geq 0$, dengan x dan y bilangan cacah.

1. Titik potong kedua garis: dari $x = 10 - 3y$, $3(10 - 3y) + 2y = 14$, sehingga $y = \dfrac{16}{7} \approx 2{,}29$ dan $x = \dfrac{22}{7} \approx 3{,}14$. Titik pojok ini pecahan, dengan $Z \approx 24{,}9$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Pembulatan biasa memberi $(3, 2)$, yang memenuhi kendala ($13 \leq 14$ dan $9 \leq 10$) dengan $Z = 15 + 8 = 23$.
3. Periksa titik bulat lain di sekitarnya. Untuk $x = 4$: $3(4) + 2y \leq 14$ memaksa $y \leq 1$, dan $4 + 3(1) = 7 \leq 10$ ✓, jadi $(4, 1)$ layak dengan $Z = 20 + 4 = 24$. Untuk $x = 5$: $15 > 14$, tidak layak.
4. Jadi maksimum bilangan cacahnya $Z = 24$ di $(4, 1)$, bukan di titik hasil pembulatan $(3, 2)$.

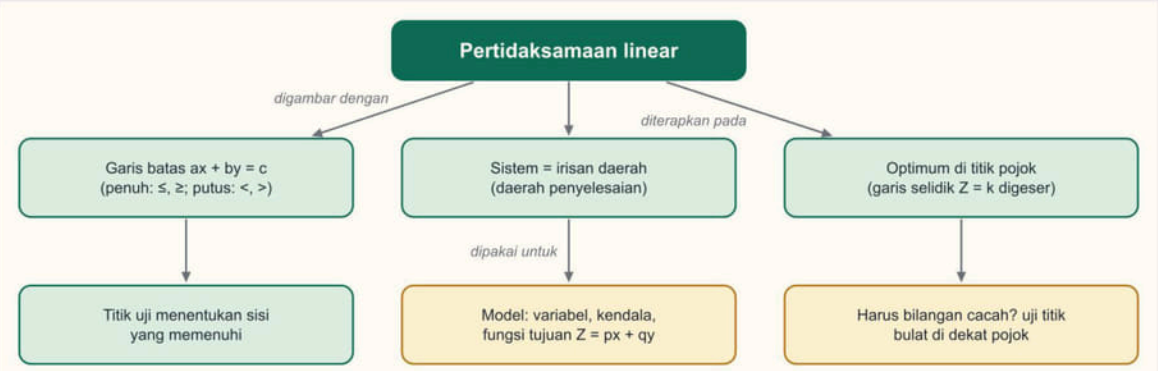
Ringkasan

Garis $ax + by = c$ membagi bidang menjadi dua; seluruh titik di satu sisi memenuhi tanda yang sama, sehingga satu titik uji cukup. Sistem pertidaksamaan = irisan daerah-daerah itu. Persamaan garis dari titik potong $(p, 0)$ dan $(0, q)$ adalah $qx + py = pq$. Program linear: tetapkan variabel, kendala, dan fungsi tujuan; optimum selalu di titik pojok karena garis selidik bergeser sejajar; bila harus bilangan cacah, uji titik bulat terdekat yang layak.

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 1.20):

- Dikali atau dibagi bilangan negatif → tanda pertidaksamaan berbalik.
- Garis penuh untuk $\leq, \geq$; putus-putus untuk $<, >$; titik uji menentukan sisi.
- $qx + py = pq$ untuk garis melalui $(p, 0)$ dan $(0, q)$.
- $x \geq 0, y \geq 0$ hanya bila daerah berhenti di sumbu.
- Optimum di titik pojok; tanda $\geq$ (soal minimum) membuat daerah terbuka.



Gambar 1.20 Peta konsep sistem pertidaksamaan linear dan program linear. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal program linear:

1. Buat tabel data (kolom = variabel, baris = sumber daya), lalu tulis kendala dan fungsi tujuan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Sederhanakan setiap pertidaksamaan (bagi dengan faktor persekutuan).
3. Tentukan titik pojok; hitung perpotongan dengan eliminasi.
4. Uji fungsi tujuan di setiap titik pojok; periksa apakah yang diminta maksimum atau minimum.
5. Periksa syarat bilangan cacah dan satuan (ribu rupiah, kg, jam).

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Titik potong sumbu tertukar	garis melalui $(4, 0)$ dan $(0, 2)$ ditulis $4x + 2y = 8$	pakai $qx + py = pq$, lalu cek dengan kedua titik
Tanda terbalik	daerah di bawah garis ditulis $\geq$	uji satu titik di dalam daerah berarsir
Batas sumbu keliru	menulis $x \geq 0$ padahal daerah melewati sumbu-y	lihat apakah daerah berhenti di sumbu
"Paling sedikit" dan "paling banyak" tertukar	"paling sedikit 30" ditulis $x \leq 30$	paling sedikit = $\geq$, paling banyak = $\leq$
Koefisien tertukar	biaya nasi dipasangkan dengan y	isi tabel per kolom variabel
Hanya menguji sebagian titik pojok	membandingkan dua titik saja	daftar semua titik pojok sebelum menghitung
Membulatkan titik pojok pecahan	$(23{,}3;\ 13{,}3)$ menjadi $(23, 13)$ yang ternyata melanggar kendala	uji titik bulat di sekitarnya terhadap semua kendala

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 8 (daerah berarsir). Gambar menunjukkan daerah berarsir berbentuk segitiga yang dibatasi dua garis dan sumbu-x. Salah satu titik sudutnya berada di sebelah kiri sumbu-y. Kamu diminta memilih sistem pertidaksamaan yang tepat. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: persamaan garis dari titik potong sumbu, titik uji, dan aturan **batas sumbu**.
- Langkah: baca titik potong kedua garis → tulis persamaannya dengan $qx + py = pq$ → uji satu titik di dalam segitiga → periksa apakah daerah berhenti di sumbu-y.
- Pengecoh yang dipasang: pilihan-pilihan yang hanya berbeda pada satu baris pertidaksamaan, jadi uji setiap baris, termasuk syarat sumbunya.

Rujukan: soal nomor 8 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

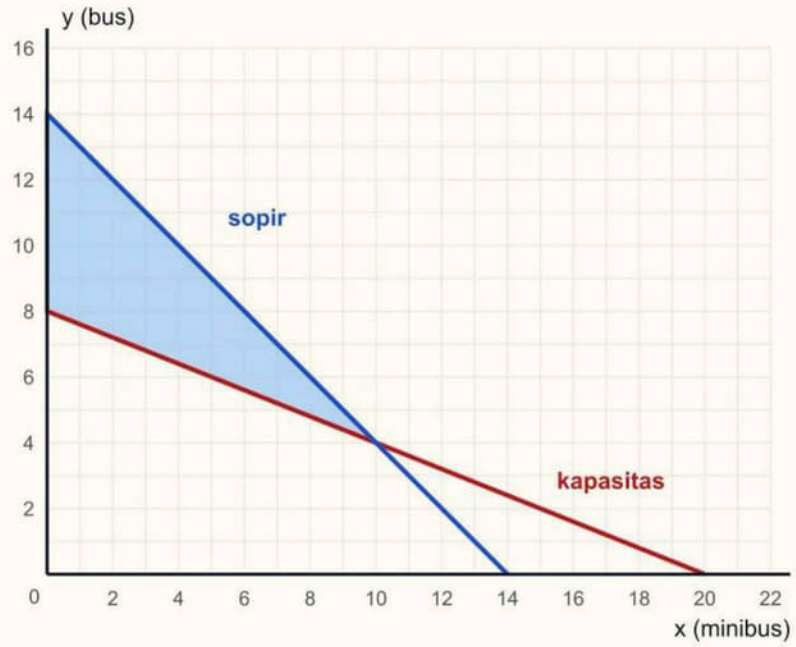
BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut adalah masalah program linear lengkap: dua kendala, daerah penyelesaian bergambar, dan biaya yang harus dibuat paling kecil. Perhatikan bahwa banyak kendaraan harus bilangan cacah, jadi titik pojok yang dipakai perlu diperiksa.

►. Panitia lomba maraton kota akan menyewa x minibus (kapasitas 12 pelari) dan y bus (kapasitas 30 pelari) untuk mengangkut paling sedikit 240 pelari ke garis start. Sopir yang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tersedia hanya 14 orang, satu sopir untuk satu kendaraan. Daerah berwarna pada gambar adalah himpunan penyelesaian kedua kendala itu. Sewa satu minibus Rp900.000,00 dan satu bus Rp2.500.000,00.
Biaya sewa paling murah adalah ....



A. Rp18.000.000,00
B. Rp19.000.000,00
C. Rp20.000.000,00
D. Rp28.600.000,00
E. Rp35.000.000,00

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: B**

Konsep: nilai minimum fungsi tujuan dicari di **titik pojok** daerah penyelesaian; titik yang melanggar salah satu kendala tidak boleh dipakai.

Langkah 1 – kendala. Kapasitas: $12x + 30y \geq 240 \rightarrow 2x + 5y \geq 40$ (garis merah). Sopir: $x + y \leq 14$ (garis biru). Daerahnya segitiga berwarna.
Langkah 2 – titik pojok. $(0, 8)$, $(0, 14)$, dan perpotongan $2x + 5y = 40$ dengan $x + y = 14$: $2x + 5(14 - x) = 40 \rightarrow 70 - 3x = 40 \rightarrow x = 10, y = 4$.
Langkah 3 – biaya (juta rupiah) $Z = 0{,}9x + 2{,}5y$: $(0, 8) \rightarrow 20$; $(10, 4) \rightarrow 9 + 10 = 19$; $(0, 14) \rightarrow 35$. Minimum Rp19.000.000,00 (10 minibus dan 4 bus).

Cek ulang: 10 minibus + 4 bus mengangkut $120 + 120 = 240$ pelari ✓ dan memakai 14 sopir ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (Rp18 juta): memakai titik $(20, 0)$ pada garis merah (20 minibus), padahal sopirnya hanya 14 → di luar daerah.
• C (Rp20 juta): hanya memakai bus, titik pojok yang bukan termurah.
• D (Rp28,6 juta): titik potong benar tetapi harga minibus dan bus tertukar.
• E (Rp35 juta): nilai di titik pojok $(0, 14)$, yaitu biaya **terbesar**.

✎ LATIHAN

Soal 1 menilai pernyataan tentang kendala dan keuntungan maksimum, dan soal 2 menguji titik mana yang memenuhi sistem pertidaksamaan.

1. Kelompok Tani Sri Rejeki akan menanam cabai di x petak dan tomat di y petak pada musim tanam 2026. Lahan yang tersedia 10 petak. Setiap petak cabai memerlukan 2 karung pupuk, setiap petak tomat 1 karung, dan pupuk yang tersedia 16 karung. Keuntungan per petak: cabai Rp3 juta dan tomat Rp2 juta.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Kelompok tani itu dapat menanam 7 petak cabai dan 3 petak tomat.	○	○
Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh adalah Rp26 juta.	○	○
Bila hanya menanam tomat, keuntungan terbesar yang mungkin adalah Rp20 juta.	○	○

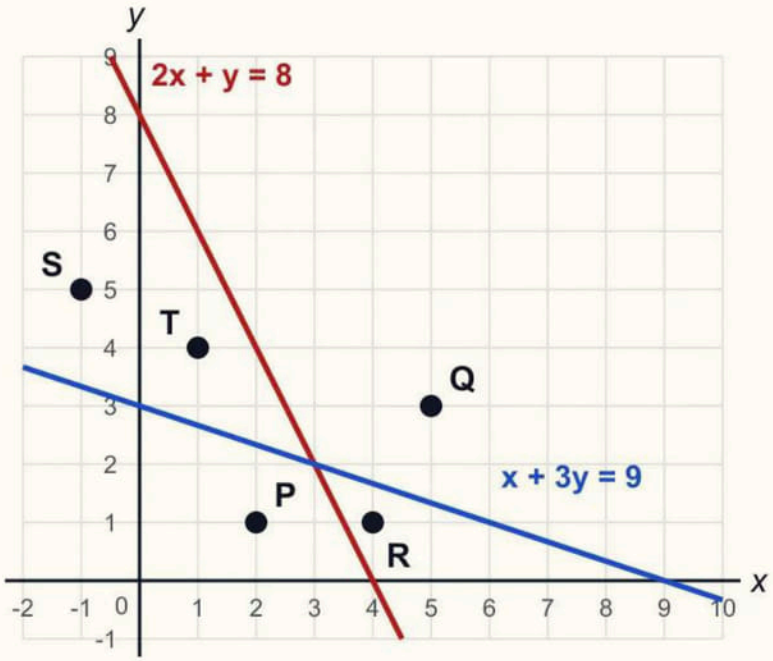
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Perhatikan sistem pertidaksamaan berikut.

$2x + y \le 8, \quad x + 3y \ge 9, \quad x \ge 0, \quad y \ge 0$

Gambar menunjukkan garis $2x + y = 8$, garis $x + 3y = 9$, dan lima titik P, Q, R, S, T.

Titik yang terletak pada daerah penyelesaian sistem tersebut adalah ....



A. titik P
B. titik Q
C. titik R
D. titik S
E. titik T

Kunci singkat: 1. 1S 2B 3B 2. E

✔ PERIKSA DIRI

- Tulis persamaan garis yang melalui $(5, 0)$ dan $(0, -2)$, lalu cek dengan kedua titik.
- Kapan syarat $x \ge 0$ **tidak boleh** ditulis pada sistem dari gambar?
- Pada soal biaya minimum dengan jawaban bilangan cacah, mengapa membulatkan titik pojok ke bawah bisa salah?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-1.4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 1

MATW-KB1

Jumlah soal: 25 **Waktu anjuran:** 75 menit

Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 1 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-KB1

1. Diketahui $A = \{x \mid x < 15,\ x \text{ bilangan prima}\}$ dan $B = \{x \mid 1 \le x \le 12,\ x \text{ bilangan ganjil}\}$.
Anggota himpunan $A \cap B$ adalah ....

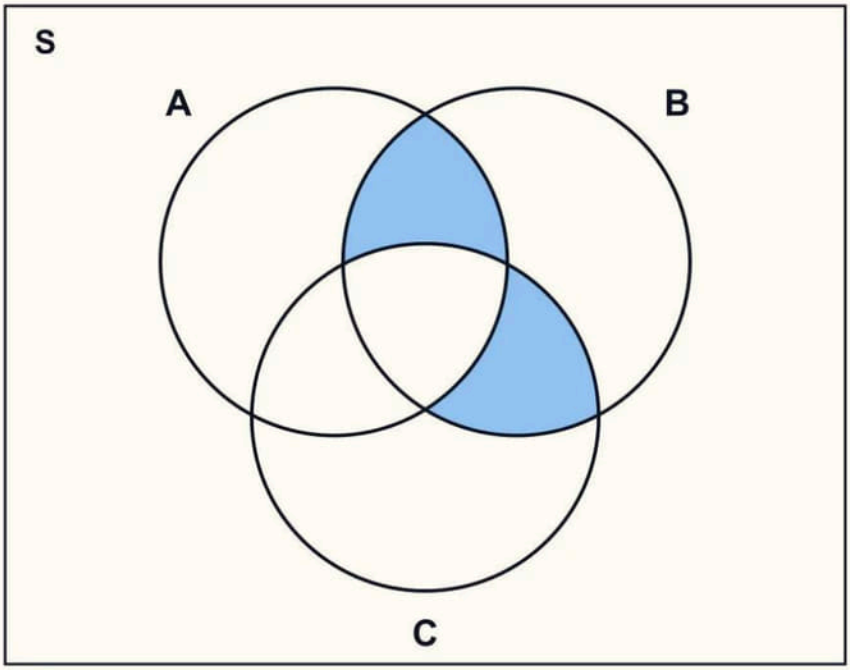
A. $\{1, 3, 5, 7, 11\}$
B. $\{2, 3, 5, 7, 11\}$
C. $\{3, 5, 7, 11\}$
D. $\{3, 5, 7, 9, 11\}$
E. $\{3, 5, 7, 11, 13\}$

2. Di antara bilangan-bilangan berikut, yang merupakan bilangan **irasional** adalah ....

A. $\sqrt{0{,}16}$
B. $\sqrt{12}$
C. $0{,}121212\ldots$
D. $\dfrac{22}{7}$
E. $\sqrt[3]{-27}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Perhatikan diagram Venn berikut. A, B, dan C adalah himpunan bagian dari himpunan semesta S.
Daerah yang diarsir pada diagram tersebut dapat dinyatakan dengan ....

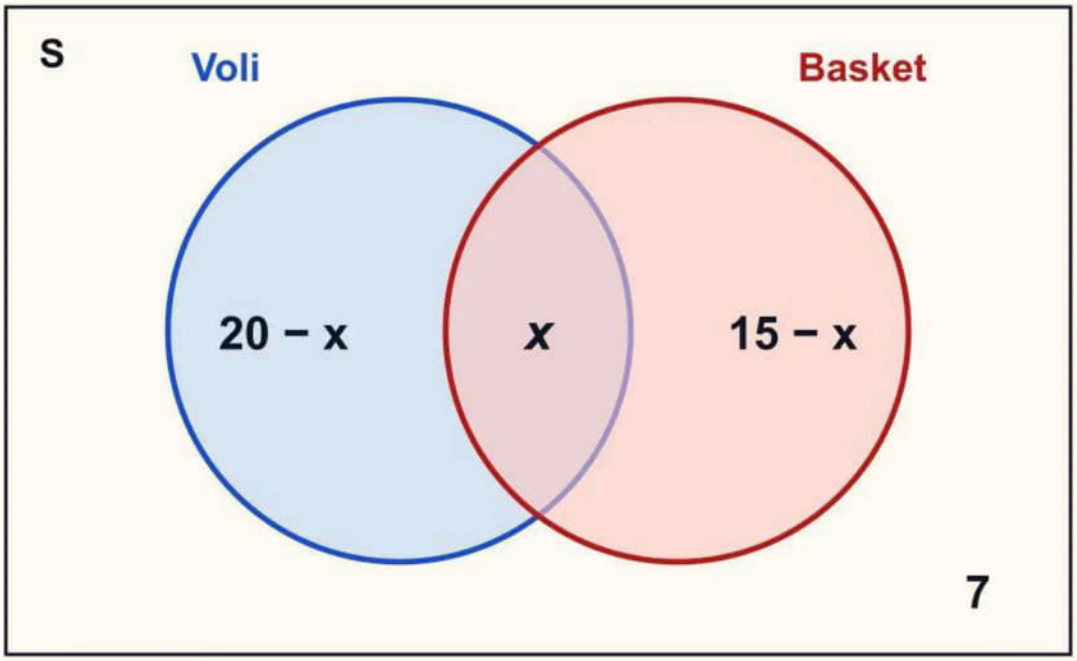


A. $[(A \cap B) \cup (A \cap C)] - (A \cap B \cap C)$
B. $[(A \cap B) \cup (B \cap C)] - (A \cap B \cap C)$
C. $[(A \cap B) \cup (B \cap C)] \cup (A \cap B \cap C)$
D. $[(A \cup C) \cap B] - (A \cap B)$
E. $(B - A) \cup (B - C)$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Dari 36 siswa kelas XI, 20 siswa menyukai voli, 15 siswa menyukai basket, dan 7 siswa tidak menyukai keduanya. Keadaan itu digambarkan pada diagram Venn berikut, dengan x = banyak siswa yang menyukai keduanya.
Banyak siswa yang **hanya** menyukai voli adalah ....

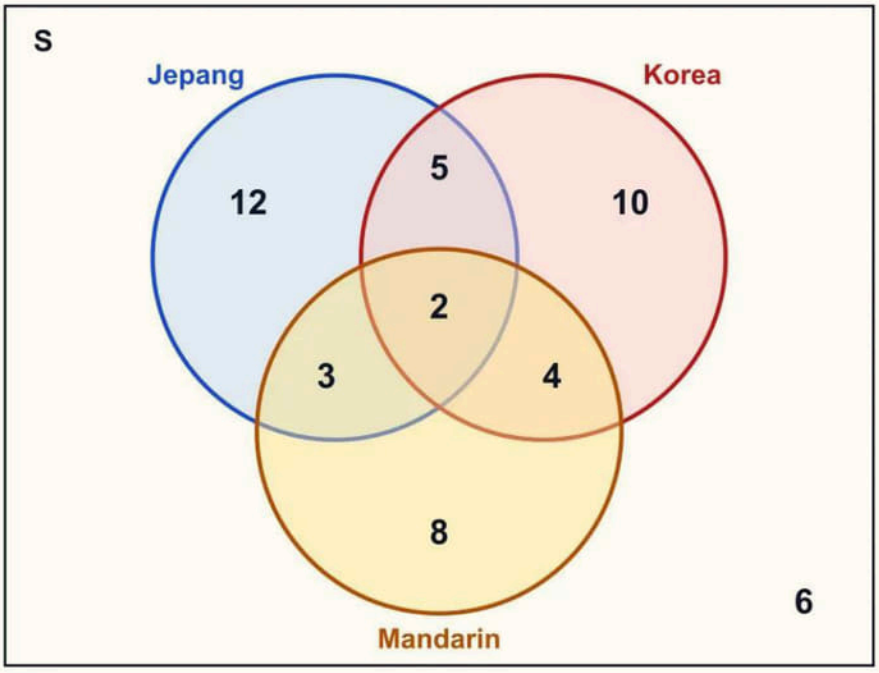


A. 6
B. 9
C. 20
D. 29
E. 14

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Diagram Venn berikut menunjukkan banyak siswa yang mengikuti kursus bahasa Jepang, Korea, dan Mandarin di sebuah sekolah. Seluruhnya ada 50 siswa.
Berdasarkan diagram tersebut, pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Banyak siswa yang mengikuti kursus bahasa Jepang ada 22 orang.
☐ B. Banyak siswa yang mengikuti tepat dua kursus ada 14 orang.
☐ C. Banyak siswa yang mengikuti paling sedikit satu kursus ada 44 orang.
☐ D. Banyak siswa yang mengikuti kursus Korea dan Mandarin ada 4 orang.
☐ E. Banyak siswa yang hanya mengikuti satu kursus ada 30 orang.

6. Untuk setiap bilangan real a dan b didefinisikan operasi
$a \triangle b = ab - a - b + 2.$
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

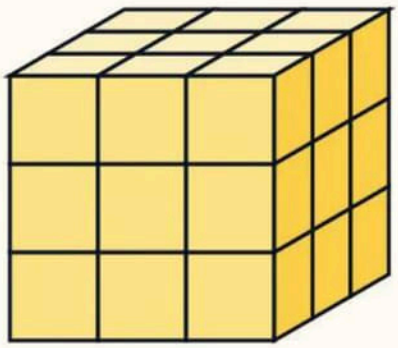
Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Operasi $\triangle$ bersifat komutatif.	○	○
Unsur identitas operasi $\triangle$ adalah 1, yaitu $a \triangle 1 = a$ untuk setiap a.	○	○
Jika $x \triangle 3 = 9$, maka $x = 5$.	○	○

7. Raka menyusun kubus-kubus kayu kecil yang sama besar menjadi satu kubus besar yang padat, seperti contoh pada gambar. Sekarang Raka mempunyai 343 kubus kecil dan ingin

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

memakai semuanya untuk menyusun satu kubus besar yang padat.
Banyak kubus kecil pada setiap rusuk kubus besar itu adalah ....



3 kubus
per rusuk

Kubus besar padat
dari 27 kubus kecil
(3 × 3 × 3 = 27)

A. 7
B. 18
C. 21
D. 49
E. 114

8. Bentuk sederhana dari

$$\frac{8^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{1}{2}}}{16^{\frac{3}{4}}}$$

adalah ....

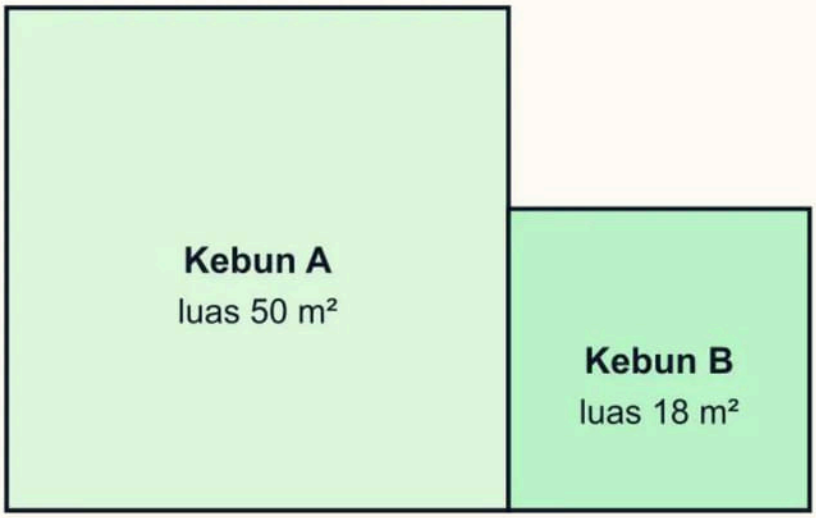
A. -1
B. $\frac{1}{8}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{4}$
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

9. Bentuk sederhana dari $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ adalah ....

A. $2+\sqrt{3}$
B. $2-\sqrt{3}$
C. $2+2\sqrt{3}$
D. $4+2\sqrt{3}$
E. $1+\frac{1}{2}\sqrt{3}$

10. Pak Darto mempunyai dua kebun berbentuk persegi yang letaknya bersebelahan seperti pada gambar. Ia akan memagari tepi luar gabungan kedua kebun itu (sisi tempat kedua kebun bersentuhan tidak dipagari).
Panjang pagar yang dibutuhkan adalah .... m



A. $16\sqrt{2}$
B. $26\sqrt{2}$
C. $29\sqrt{2}$
D. $32\sqrt{2}$
E. $8\sqrt{17}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Server perpustakaan digital sebuah sekolah mempunyai kapasitas $3{,}6 \times 10^{12}$ bita. Rata-rata ukuran satu video pembelajaran adalah $4{,}5 \times 10^{8}$ bita. (Satu gigabita $= 10^{9}$ bita.)
Data disusun untuk latihan soal.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Server itu dapat memuat 8.000 video pembelajaran berukuran rata-rata tersebut.	○	○
Bila kapasitas server digandakan, kapasitasnya menjadi $7{,}2 \times 10^{24}$ bita.	○	○
Kapasitas server sama dengan 3.600 gigabita.	○	○

12. Diketahui $p = \sqrt{2}$, $q = \sqrt[3]{3}$, dan $r = \sqrt[5]{5}$.
Urutan ketiga bilangan dari yang terkecil adalah ....

A. $p < q < r$
B. $p < r < q$
C. $r < p < q$
D. $q < p < r$
E. $r < q < p$

13. Di sebuah tempat parkir terdapat 30 kendaraan yang terdiri atas sepeda motor dan mobil. Jumlah roda seluruh kendaraan itu 84 buah (setiap sepeda motor beroda 2 dan setiap mobil beroda 4).
Banyak sepeda motor di tempat parkir itu adalah ....

A. 12
B. 15
C. 21
D. 42
E. 18

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Diketahui sistem persamaan linear

$kx + 2y = 6$ dan $3x + y = 4$,

dengan k bilangan real.

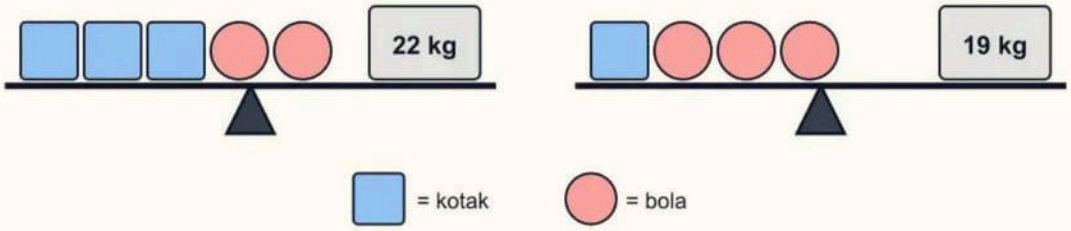
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Untuk $k = 6$, sistem tersebut tidak mempunyai penyelesaian.	○	○
Untuk $k = 4$, penyelesaian sistem tersebut adalah $x = 1$ dan $y = 1$.	○	○
Ada nilai k yang membuat sistem tersebut mempunyai tak hingga banyak penyelesaian.	○	○

15. Kedua timbangan pada gambar dalam keadaan seimbang. Semua kotak sama beratnya dan semua bola sama beratnya.

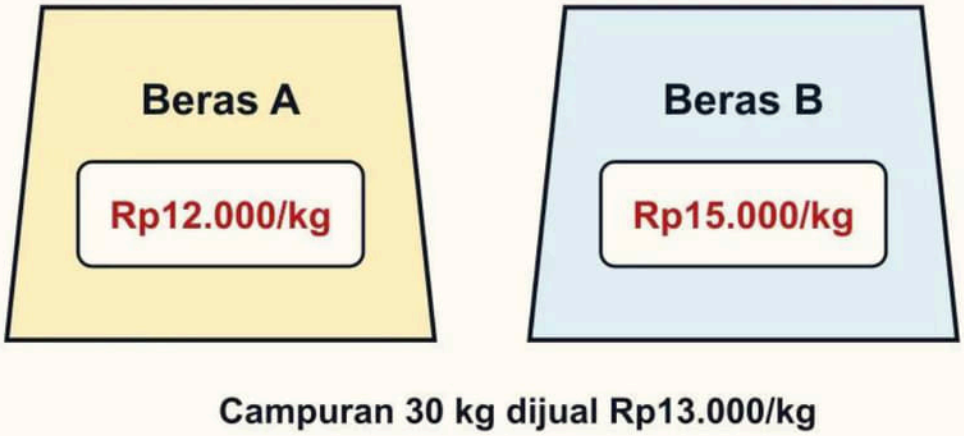
Berat 2 kotak dan 1 bola adalah .... kg



A. 13
B. 9
C. 11
D. 14
E. 15

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Seorang pedagang mencampur beras A dan beras B yang harganya tertera pada gambar. Ia ingin membuat 30 kg beras campuran yang harga totalnya sama dengan bila campuran itu dijual Rp13.000,00 per kg.
Banyak beras A yang harus dicampurkan adalah .... kg



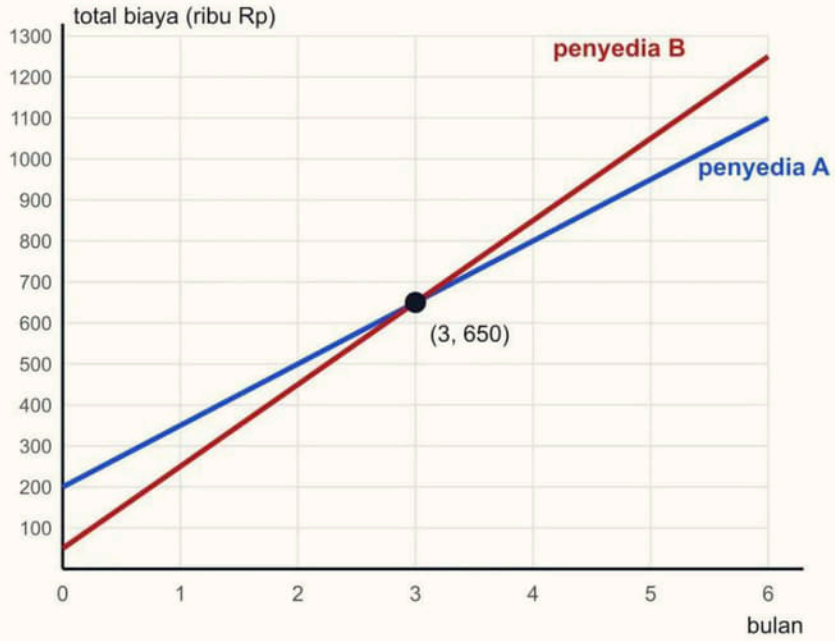
A. 10
B. 15
C. 20
D. 24
E. 26

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Grafik berikut menunjukkan total biaya berlangganan internet rumah dari dua penyedia. Penyedia A memungut biaya pemasangan Rp200.000,00 dan Rp150.000,00 per bulan, sedangkan penyedia B memungut biaya pemasangan Rp50.000,00 dan Rp200.000,00 per bulan.

Total biaya penyedia A mulai **lebih murah** daripada penyedia B pada bulan ke- ....



A. 2
B. 3
C. 5
D. 4
E. 6

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Tiga siswa berbelanja di koperasi sekolah. Struk belanja mereka ditunjukkan pada gambar. Harga satuan setiap barang sama untuk ketiga siswa.
Berdasarkan struk tersebut, pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Harga satu buku tulis Rp5.000,00.
☐ B. Harga satu penggaris lebih mahal daripada satu pulpen.
☐ C. Harga 2 pulpen sama dengan harga 3 penggaris.
☐ D. Uang Rp20.000,00 tepat cukup untuk 2 buku, 2 pulpen, dan 2 penggaris.
☐ E. Harga 1 buku, 1 pulpen, dan 1 penggaris seluruhnya Rp11.000,00.

19. Perhatikan permasalahan berikut.
Di koperasi sekolah, semua pensil berharga sama dan semua penghapus berharga sama.
Berapakah harga satu pensil?
Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab permasalahan tersebut.
(1) Harga 3 pensil dan 2 penghapus Rp11.000,00.
(2) Harga 6 pensil dan 4 penghapus Rp22.000,00.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) TIDAK cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Daerah yang diarsir pada gambar berikut merupakan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan ....

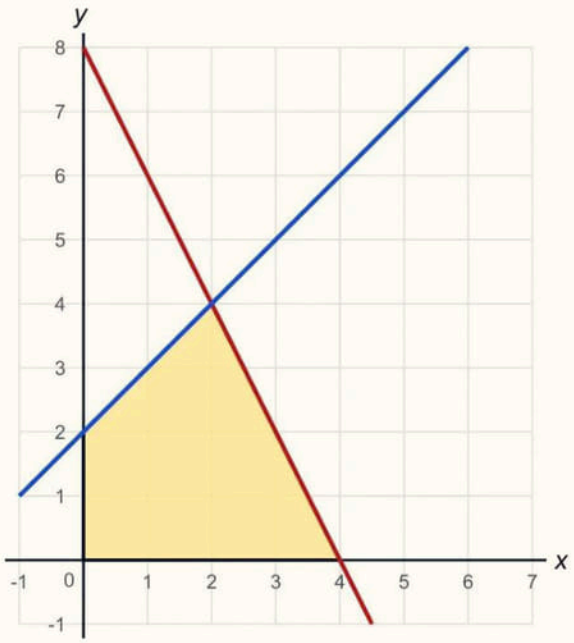


A. $3x + 2y \leq 12,\ x \geq 0,\ y \geq 0$
B. $2x + 3y \geq 12,\ x \geq 0,\ y \geq 0$
C. $2x + 3y \leq 12,\ x \geq 0,\ y \geq 0$
D. $2x + 3y \leq 6,\ x \geq 0,\ y \geq 0$
E. $3x + 2y \geq 12,\ x \geq 0,\ y \geq 0$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

21. Perhatikan daerah yang diarsir pada gambar berikut. Daerah itu dibatasi oleh dua garis serta sumbu-x dan sumbu-y.
Pertidaksamaan yang termasuk sistem pertidaksamaan daerah tersebut adalah ....
(Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. $x + 2y \leq 8$
☐ B. $2x + y \leq 8$
☐ C. $x - y \leq 2$
☐ D. $y - x \leq 2$
☐ E. $y \geq 0$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

22. Seorang perajin anyaman membuat x tas dan y dompet setiap minggu. Batasan bahan dan waktu kerjanya membentuk daerah berwarna pada gambar (garis merah: batas bahan, garis biru: batas waktu, dengan $x \geq 0$ dan $y \geq 0$). Keuntungan satu tas Rp40.000,00 dan satu dompet Rp25.000,00.
Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh perajin itu setiap minggu adalah ....



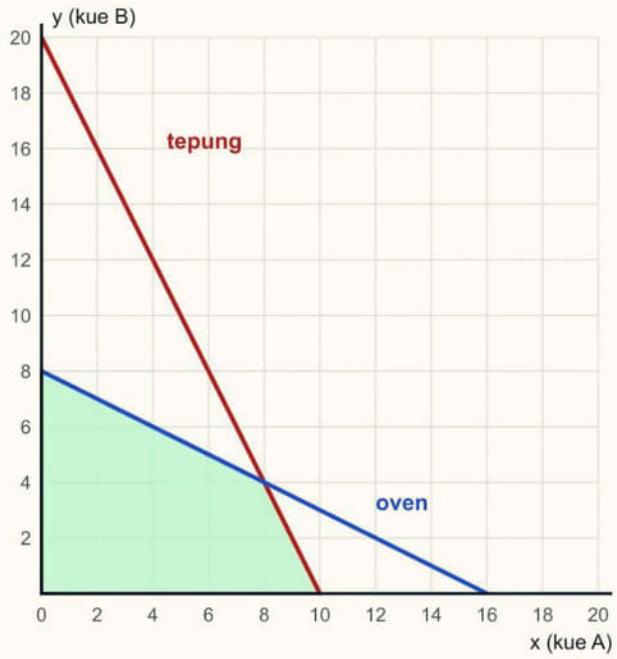
A. Rp500.000,00
B. Rp750.000,00
C. Rp775.000,00
D. Rp800.000,00
E. Rp850.000,00

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

23. Sebuah toko membuat x loyang kue A dan y loyang kue B setiap hari. Batasan tepung dan waktu oven membentuk daerah berwarna pada gambar (garis merah: batas tepung, garis biru: batas oven, $x \geq 0, y \geq 0$). Laba satu loyang kue A Rp30.000,00 dan kue B Rp20.000,00.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Membuat 6 loyang kue A dan 5 loyang kue B memenuhi semua batasan.	○	○
Membuat 2 loyang kue A dan 8 loyang kue B memenuhi semua batasan.	○	○
Laba terbesar diperoleh bila toko hanya membuat 10 loyang kue A.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

24. Sebuah lahan parkir dan ukuran petak parkir untuk setiap kendaraan ditunjukkan pada gambar. Misalkan x = banyak mobil dan y = banyak bus yang diparkir, dengan $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.
Pertidaksamaan yang tepat menggambarkan batasan parkir tersebut adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. $3x + y \leq 60$
☐ B. $x + 3y \leq 60$
☐ C. $x + y \geq 40$
☐ D. $x + y \leq 40$
☐ E. $10x + 30y \geq 600$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

25. Untuk bekal kemah, Rani membeli granola A dan biskuit B yang kandungan dan harganya tertera pada gambar. Bekal itu harus memuat **paling sedikit** 16 g protein dan 12 g serat. Banyak bungkus yang dibeli harus bilangan cacah.
Biaya paling murah yang dapat dikeluarkan Rani adalah ....



A. Rp23.000,00
B. Rp20.000,00
C. Rp26.000,00
D. Rp30.000,00
E. Rp32.000,00

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi	1, 2, 3, 4, 5, 6	___ / 6	Ulangi hlm. 7
Sub bab 1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar	7, 8, 9, 10, 11, 12	___ / 6	Ulangi hlm. 21
Sub bab 1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	13, 14, 15, 16, 17, 18, 19	___ / 7	Ulangi hlm. 33
Sub bab 1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear	20, 21, 22, 23, 24, 25	___ / 6	Ulangi hlm. 44

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai TKA.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 2 · Fungsi, Barisan, dan Deret

MATW-B2

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- menentukan domain, range, dan makna fungsi linear, kuadrat, dan rasional dari rumus maupun grafik
- menyusun fungsi komposisi dan fungsi invers dalam konteks
- memakai barisan dan deret aritmetika serta geometri
- menghitung pertumbuhan, peluruhan, bunga tunggal, dan bunga majemuk

Peta bab

Sub bab	Judul
2.1	Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional
2.2	Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers
2.3	Barisan dan Deret Aritmetika
2.4	Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga

Bab 2 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-B2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional

MATW-2.1

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **domain, kodomain, daerah hasil (range), dan representasi fungsi linear, kuadrat, dan rasional dalam berbagai bentuk**, dengan catatan bahwa fungsi diidentifikasi **secara analitis dan grafis**. Artinya, kamu harus bisa membaca fungsi dari rumus, tabel, grafik, maupun cerita. Soal asli 2025 nomor 4 memakai model linear kenaikan suhu dan menanyakan tahun ketika kenaikan mencapai nilai tertentu.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan arti fungsi, domain, kodomain, dan range, lalu mengenali fungsi dari diagram panah dan grafik;
- menyusun dan menafsirkan fungsi linear sebagai model, dengan gradien sebagai laju perubahan;
- menurunkan sumbu simetri dan titik puncak fungsi kuadrat, serta memakai diskriminan;
- menentukan domain, range, dan asimtot fungsi rasional sederhana.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

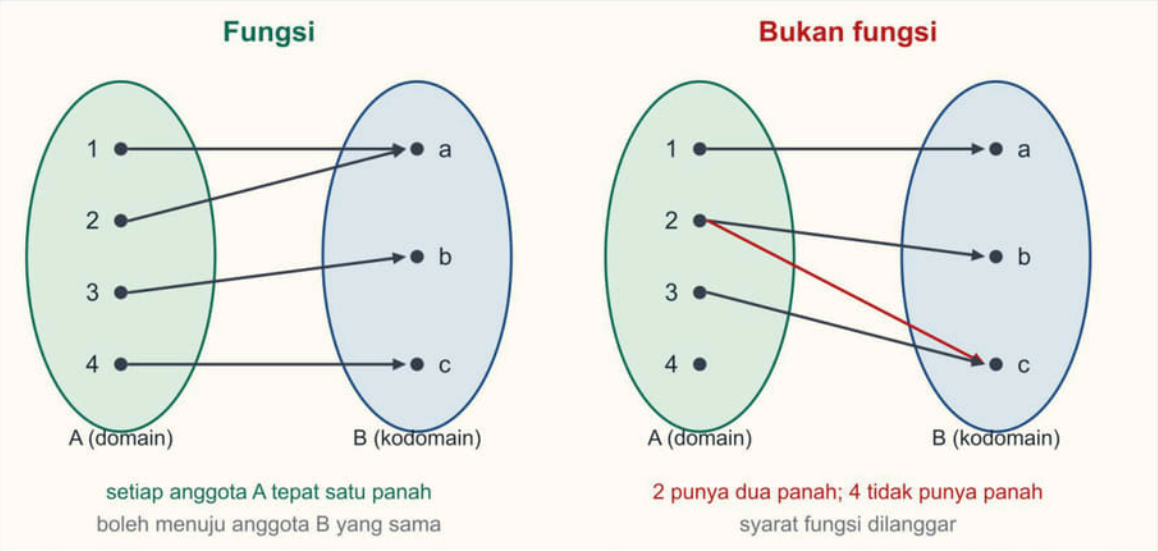
Banyak besaran di sekitar kita saling bergantung. Tagihan air bergantung pada banyak air yang dipakai, tinggi bola yang dilempar bergantung pada waktu, dan waktu tempuh bergantung pada kecepatan. **Fungsi** adalah bahasa matematika untuk hubungan "bergantung pada" seperti itu: setiap masukan menghasilkan **tepat satu** keluaran. Kalau satu pemakaian air bisa menghasilkan dua tagihan berbeda, petugas PDAM pasti kebingungan. Itulah inti syarat fungsi.

1. Fungsi, domain, kodomain, dan range

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B, ditulis $f : A \to B$, memasangkan **setiap** anggota A dengan **tepat satu** anggota B. Himpunan A disebut **domain** (daerah asal), himpunan B disebut **kodomain** (daerah kawan), dan himpunan semua keluaran yang benar-benar dihasilkan disebut **range** (daerah hasil). Range selalu bagian dari kodomain, tetapi tidak harus sama dengannya.

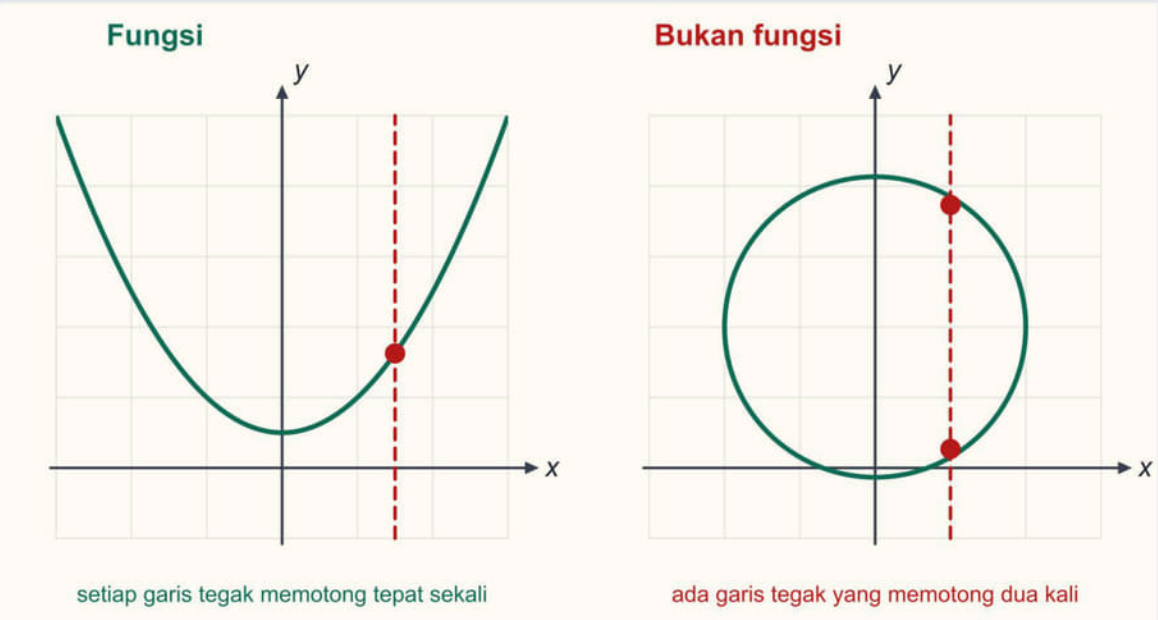
Perhatikan Gambar 2.1. Pada diagram kiri, setiap anggota A mempunyai tepat satu panah, walaupun 1 dan 2 menuju anggota B yang sama; itu boleh. Rangenya $\{a, b, c\}$. Pada diagram kanan, angka 2 mempunyai dua panah dan angka 4 tidak mempunyai panah, jadi relasi itu **bukan** fungsi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.1 Diagram panah. Kiri: fungsi (setiap anggota domain tepat satu panah). Kanan: bukan fungsi (ada anggota dengan dua panah dan ada yang tanpa panah). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Pada grafik di bidang koordinat, syarat "tepat satu keluaran" berarti setiap garis tegak (sejajar sumbu-y) memotong grafik **paling banyak sekali**. Inilah **uji garis tegak** (Gambar 2.2). Lingkaran gagal dalam uji ini, karena satu nilai x memberi dua nilai y.



Gambar 2.2 Uji garis tegak: parabola adalah grafik fungsi, lingkaran bukan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Bila domain tidak disebutkan, kita memakai **domain alami**: semua bilangan real yang membuat rumus bermakna. Dua larangan yang paling sering muncul: penyebut tidak boleh nol, dan bilangan di bawah akar pangkat genap tidak boleh negatif. Dalam soal cerita ada juga **domain konteks**: waktu tidak negatif, banyak barang bilangan cacah, tinggi tidak melebihi batas tertentu.

2. Fungsi linear: gradien sebagai laju

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Fungsi linear berbentuk $f(x) = mx + c$, dan grafiknya garis lurus. Dua bilangan itu mempunyai arti yang jelas:

- $c = f(0)$ adalah nilai awal, yaitu titik potong dengan sumbu-y.
- m adalah **gradien** (kemiringan): perubahan y untuk setiap kenaikan x sebesar 1. Bila x naik dari x_1 ke x_2, maka y naik dari $mx_1 + c$ ke $mx_2 + c$, sehingga $\Delta y = m(x_2 - x_1) = m\,\Delta x$. Jadi

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

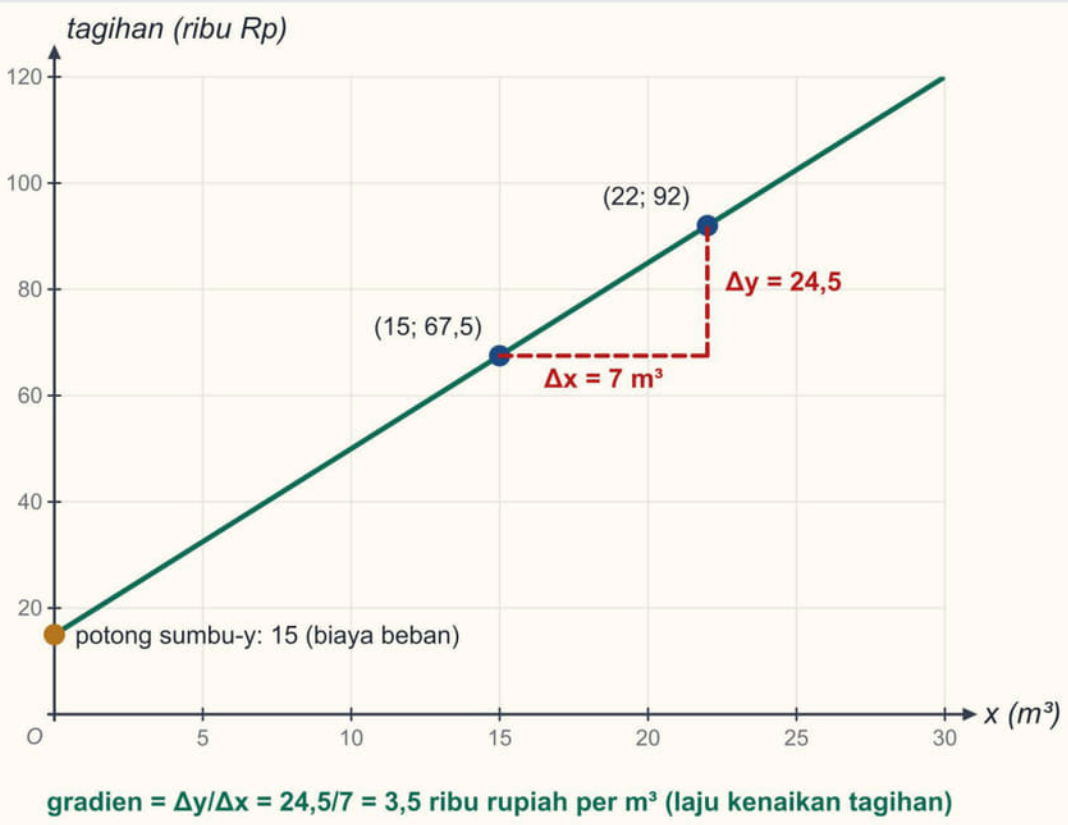
Karena perbandingan ini sama di mana pun dua titik dipilih, garis lurus mempunyai **laju perubahan tetap**. Gradien positif berarti grafik naik, negatif berarti turun, nol berarti mendatar. Dalam cerita, gradien selalu bersatuan "per": rupiah per m^3, derajat per tahun, liter per menit.

Contoh terselesaikan 1: tarif air dari dua tagihan

Tagihan air sebuah rumah pada bulan Juli (pemakaian 15 m^3) adalah Rp67.500,00, dan pada bulan Agustus (pemakaian 22 m^3) Rp92.000,00. Tagihan merupakan fungsi linear dari pemakaian. Tentukan rumusnya dan arti setiap bilangannya.

1. Tulis dua titik (pemakaian, tagihan dalam ribu rupiah): $(15;\ 67{,}5)$ dan $(22;\ 92)$.
2. Gradien: $m = \dfrac{92 - 67{,}5}{22 - 15} = \dfrac{24{,}5}{7} = 3{,}5$. Artinya tarif air Rp3.500,00 per m^3 (Gambar 2.3).
3. Nilai awal: $67{,}5 = 3{,}5(15) + c$, sehingga $c = 67{,}5 - 52{,}5 = 15$. Artinya ada biaya tetap (biaya beban) Rp15.000,00 walaupun air tidak dipakai.
4. Rumus: $f(x) = 3{,}5x + 15$ (ribu rupiah), dengan domain konteks $x \geq 0$.
5. Cek ke data Agustus: $3{,}5(22) + 15 = 77 + 15 = 92$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.3 Grafik tagihan air $f(x) = 3{,}5x + 15$: segitiga merah menunjukkan gradien $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, titik kuning adalah biaya beban. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Fungsi kuadrat dan grafiknya

Fungsi kuadrat berbentuk $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$. Grafiknya **parabola**, lengkungan yang simetris, seperti lintasan bola yang dilempar atau semburan air mancur. Tiga koefisien itu masing-masing berperan:

- a menentukan arah dan kelebaran: $a > 0$ terbuka ke atas (mempunyai titik terendah), $a < 0$ terbuka ke bawah (mempunyai titik tertinggi). Makin besar $|a|$, makin sempit parabola.
- $c = f(0)$ adalah titik potong dengan sumbu-y.
- b bersama a menentukan letak sumbu simetri.

Dari mana rumus sumbu simetri? Tulis ulang $f(x)$ dengan **melengkapkan kuadrat**:

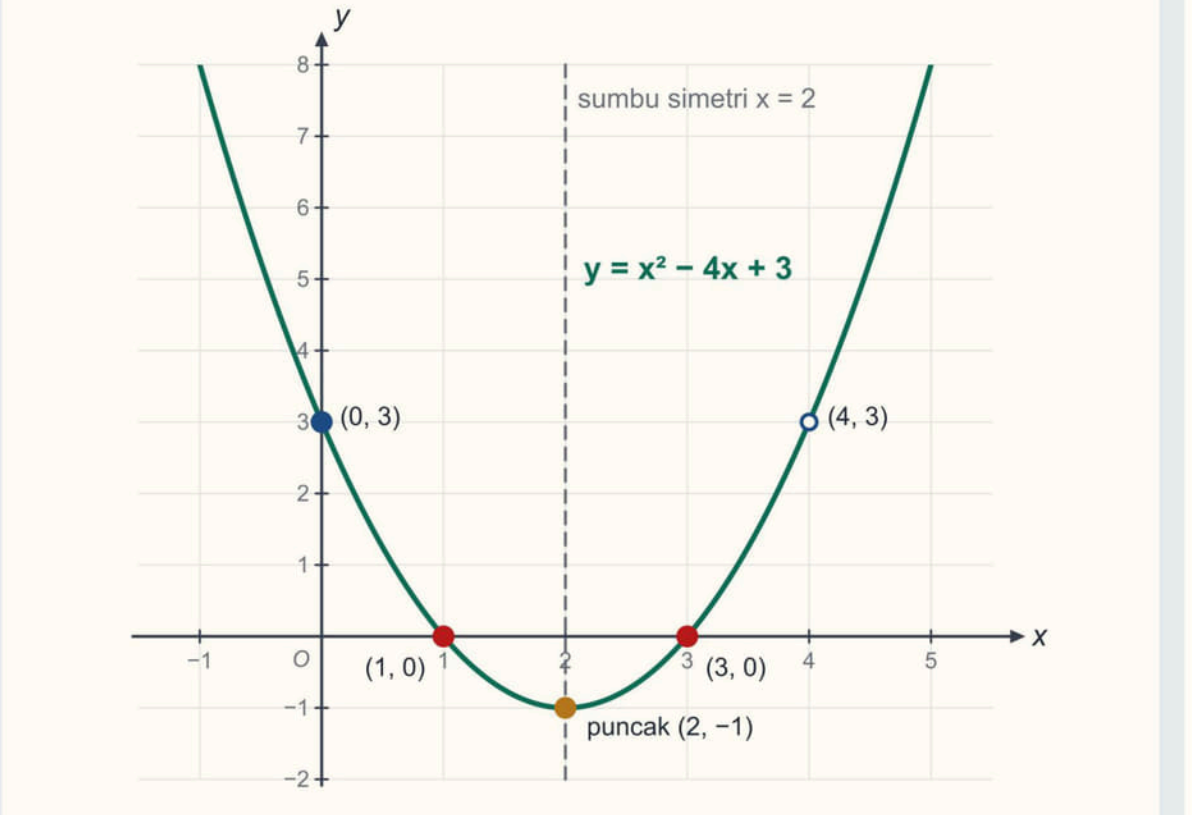
$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c.$$

Bentuk $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ tidak pernah negatif dan bernilai nol tepat ketika $x = -\dfrac{b}{2a}$. Maka untuk $a > 0$, nilai $f(x)$ paling kecil tercapai di $x = -\frac{b}{2a}$; untuk $a < 0$, paling besar. Titik ini disebut **titik puncak**, dan garis tegak $x = -\dfrac{b}{2a}$ adalah **sumbu simetri**. Nilai puncaknya cukup dihitung dengan memasukkan x puncak ke rumus fungsi, atau memakai $y_p = -\dfrac{D}{4a}$ dengan $D = b^2 - 4ac$.

Gambar 2.4 memperlihatkan $y = x^2 - 4x + 3$. Di sini $a = 1, b = -4$, sehingga sumbu simetrinya $x = \dfrac{4}{2} = 2$ dan puncaknya $f(2) = 4 - 8 + 3 = -1$. Titik potong sumbu-x (akar) diperoleh dari $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0$, yaitu $x = 1$ dan $x = 3$. Perhatikan bahwa puncak tepat di tengah kedua akar, karena parabola simetris.

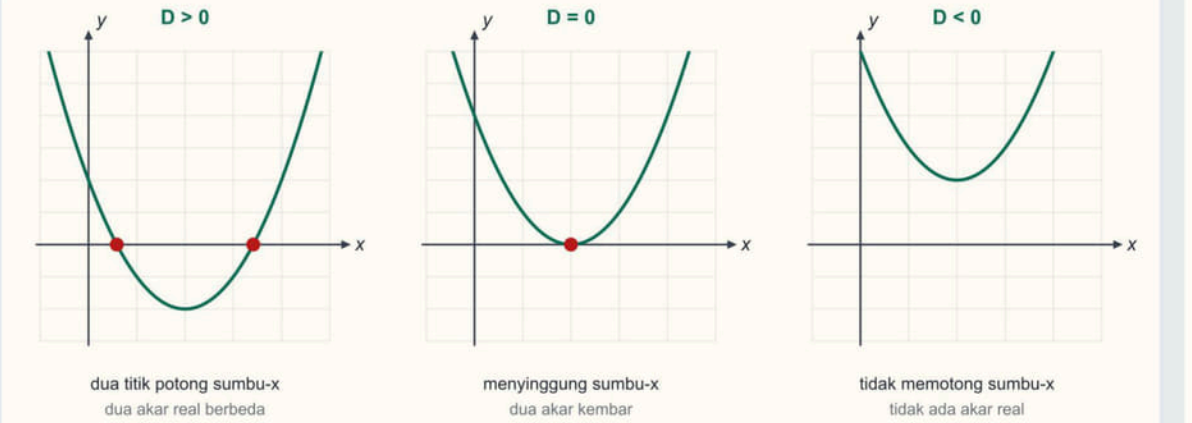
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.4 Grafik $y = x^2 - 4x + 3$: akar $x = 1$ dan $x = 3$, titik potong sumbu-y $(0, 3)$, sumbu simetri $x = 2$, dan puncak $(2, -1)$. Titik $(0, 3)$ dan $(4, 3)$ simetris terhadap sumbu. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Diskriminan. Akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ adalah $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ dengan $D = b^2 - 4ac$ (rumus ini diperoleh dengan menyelesaikan bentuk kuadrat sempurna di atas untuk $f(x) = 0$). Tanda D menentukan banyak titik potong parabola dengan sumbu-x (Gambar 2.5): $D > 0$ dua titik, $D = 0$ satu titik (menyinggung), $D < 0$ tidak ada, karena akar bilangan negatif bukan bilangan real.



Gambar 2.5 Parabola $y = x^2 - 4x + k$ untuk $k = 2$ ($D > 0$), $k = 4$ ($D = 0$), dan $k = 6$ ($D < 0$). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Range fungsi kuadrat. Karena parabola dibatasi di satu sisi oleh puncaknya, range fungsi kuadrat pada domain semua bilangan real adalah $y \geq y_p$ (bila $a > 0$) atau $y \leq y_p$ (bila $a < 0$), **bukan** semua bilangan real. Bila domainnya dibatasi pada suatu selang, nilai terbesar dan terkecil dicari di antara puncak (bila puncak di dalam selang) dan kedua ujung selang.

Contoh terselesaikan 2: tinggi maksimum bola

Sebuah bola ditendang ke atas dari ketinggian 1 m. Tingginya setelah t detik adalah $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$ meter. Kapan bola mencapai titik tertinggi, berapa tingginya, dan berapa domain konteksnya?

1. $a = -5 < 0$, jadi parabola terbuka ke bawah dan puncaknya adalah titik **tertinggi**.
2. Waktu puncak: $t = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{20}{2(-5)} = 2$ detik.
3. Tinggi maksimum: $h(2) = -20 + 40 + 1 = 21$ meter.
4. Bola menyentuh tanah saat $h(t) = 0$: $t = \dfrac{-20 - \sqrt{400 + 20}}{-10} = \dfrac{20 + \sqrt{420}}{10} \approx 4{,}05$ detik (akar yang lain negatif dan dibuang karena waktu tidak negatif).
5. Domain konteks: $0 \leq t \leq 4{,}05$; rangenya $0 \leq h \leq 21$. Cek simetri: $h(1) = 16$ dan $h(3) = 16$, sama tinggi di kiri dan kanan $t = 2$ ✓.

Contoh terselesaikan 3: range pada domain terbatas

Tentukan range $f(x) = x^2 - 4x + 3$ untuk $-1 \leq x \leq 4$.

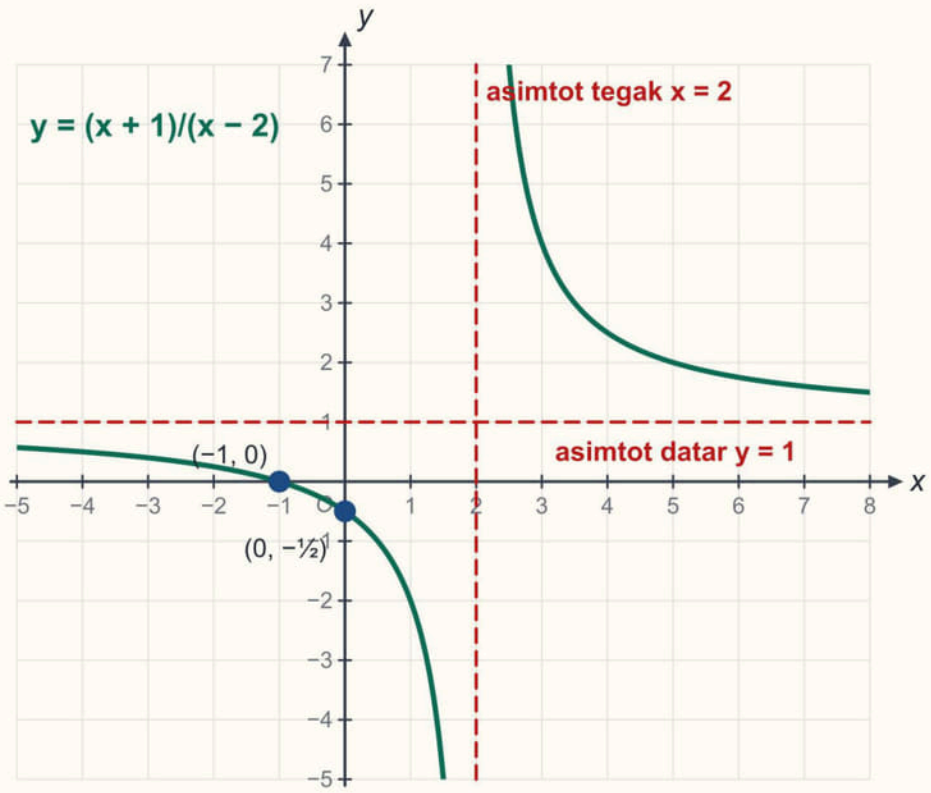
1. Puncak di $x = 2$, yang berada di dalam selang, dengan $f(2) = -1$ (nilai terkecil, karena $a > 0$).
2. Hitung kedua ujung: $f(-1) = 1 + 4 + 3 = 8$ dan $f(4) = 16 - 16 + 3 = 3$.
3. Nilai terbesar adalah yang terbesar di antara ujung-ujung: 8.
4. Range: $-1 \leq y \leq 8$. Kesalahan yang sering terjadi adalah menghitung $f(-1)$ dan $f(4)$ saja lalu menjawab $3 \leq y \leq 8$, padahal puncak -1 juga tercapai.

4. Fungsi rasional

Fungsi rasional adalah hasil bagi dua fungsi suku banyak, misalnya $f(x) = \dfrac{x + 1}{x - 2}$. Fungsi seperti ini muncul ketika suatu besaran dibagi besaran lain, misalnya biaya rata-rata per orang ketika biaya tetap dibagi banyak peserta. Dua ciri pentingnya (Gambar 2.6):

- **Domain**: penyebut tidak boleh nol, jadi $x \neq 2$. Di dekat $x = 2$, penyebut sangat kecil sehingga nilai fungsi sangat besar positif atau negatif. Garis $x = 2$ disebut **asimtot tegak**.
- **Asimtot datar**: untuk x sangat besar, angka $+1$ dan -2 tidak berarti dibandingkan x, sehingga $f(x) \approx \dfrac{x}{x} = 1$. Grafik makin dekat ke garis $y = 1$ tetapi tidak pernah mencapainya, sehingga range-nya $y \neq 1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Domain x ≠ 2, range y ≠ 1; grafik mendekati asimtot tanpa menyentuhnya.

Gambar 2.6 Grafik $y = \frac{x+1}{x-2}$ dengan asimtot tegak $x = 2$ dan asimtot datar $y = 1$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Secara umum, untuk $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ dengan $c \neq 0$: asimtot tegak $x = -\dfrac{d}{c}$ dan asimtot datar $y = \dfrac{a}{c}$.

Contoh terselesaikan 4: domain dan range fungsi rasional

Tentukan domain dan range $f(x) = \dfrac{2x - 1}{x + 3}$.

1. Domain: penyebut $x + 3 \neq 0$, jadi $x \neq -3$.
2. Untuk range, nyatakan x dalam y: $y(x + 3) = 2x - 1$, maka $yx + 3y = 2x - 1$, $yx - 2x = -1 - 3y$, dan $x = \dfrac{-1 - 3y}{y - 2}$.
3. Bentuk terakhir tidak terdefinisi untuk $y = 2$. Artinya tidak ada x yang menghasilkan $y = 2$, jadi range: $y \neq 2$, sesuai asimtot datar $y = \frac{2}{1}$.
4. Cek: $f(x) = 2$ berarti $2x - 1 = 2x + 6$, atau $-1 = 6$, mustahil ✓.

5. Satu fungsi, empat wajah

Kisi-kisi meminta kamu mengenali fungsi dalam **berbagai representasi**: rumus, tabel, grafik, dan kalimat. Keempatnya hanyalah cara berbeda untuk menceritakan hubungan yang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sama, dan kamu perlu lancar berpindah di antaranya.

- Dari **tabel** ke jenis fungsi: hitung selisih nilai y untuk x yang naik sama besar. Selisih pertama tetap berarti fungsi linear; selisih pertama berubah tetapi **selisih kedua** tetap berarti fungsi kuadrat. Misalnya y = 3, 0, −1, 0, 3 untuk x = 0, 1, 2, 3, 4 mempunyai selisih pertama −3, −1, 1, 3 dan selisih kedua 2, 2, 2: fungsi kuadrat (memang $x^2 - 4x + 3$).
- Dari **grafik** ke rumus: baca titik yang tepat di perpotongan garis petak. Untuk parabola, bentuk $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ paling cepat bila kedua akar terlihat, dan bentuk $y = a(x - x_p)^2 + y_p$ paling cepat bila puncak terlihat; nilai a dicari dari satu titik lain.
- Dari **kalimat** ke rumus: "bertambah tetap setiap ..." menandakan linear; "naik lalu turun", "luas", atau "tinggi lemparan" sering menandakan kuadrat; "dibagi rata" menandakan rasional.

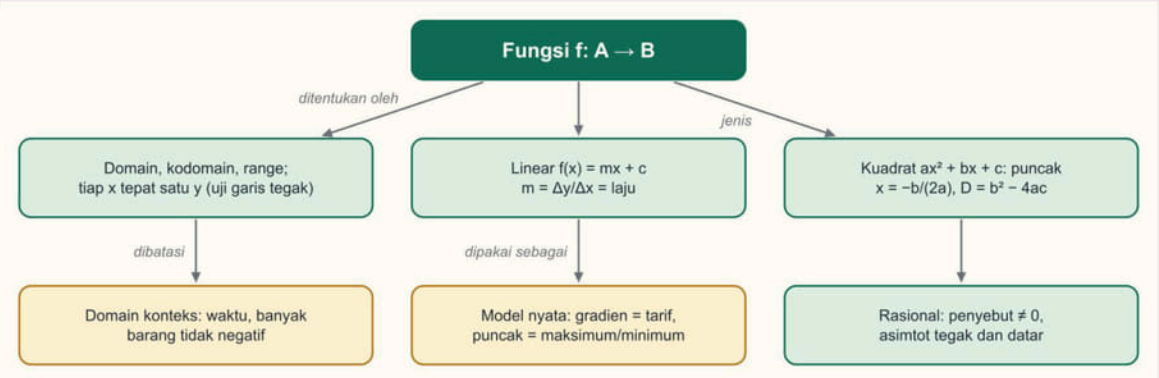
Ringkasan

Fungsi memasangkan setiap anggota domain dengan tepat satu keluaran; range adalah keluaran yang benar-benar terjadi. Fungsi linear $mx + c$: m = laju tetap $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, c = nilai awal. Fungsi kuadrat: parabola dengan sumbu simetri $x = -\frac{b}{2a}$ (dari melengkapkan kuadrat), puncak sebagai nilai maksimum atau minimum, dan $D = b^2 - 4ac$ menentukan banyak akar. Fungsi rasional: penyebut $\neq 0$ memberi asimtot tegak, perbandingan koefisien memberi asimtot datar.

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 2.7):

- Fungsi: tiap x tepat satu y; range $\subseteq$ kodomain.
- $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ bersatuan "per"; c = nilai saat $x = 0$.
- Sumbu simetri $x = -\frac{b}{2a}$; puncak = maksimum ($a < 0$) atau minimum ($a > 0$).
- $D > 0, D = 0, D < 0 \leftrightarrow$ dua, satu, tidak ada titik potong sumbu-x.
- $\frac{ax+b}{cx+d}$: asimtot $x = -\frac{d}{c}$ dan $y = \frac{a}{c}$.



Gambar 2.7 Peta konsep fungsi linear, kuadrat, dan rasional. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal fungsi:

1. Tentukan bentuk fungsinya (linear, kuadrat, rasional) dan apa arti setiap variabel.
2. Bila dari grafik, baca titik-titik yang **tepat** di perpotongan garis petak, lalu pilih bentuk rumus yang paling cepat.
3. Tulis yang ditanyakan: nilai $f(x)$, nilai x, puncak, atau daerah hasil.
4. Periksa syarat daerah asal dan batas nyata (waktu tidak negatif, banyak barang bulat).
5. Cek dengan substitusi balik.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Mencari y padahal ditanya x	memasukkan tahun ke rumus untuk menghitung y, padahal yang ditanyakan tahunnya	garis bawahi kata "kapan", "pada tahun berapa"
Daerah hasil = kodomain	menulis "semua bilangan real" untuk fungsi kuadrat	cari puncak; parabola selalu dibatasi di satu sisi
Titik pada grafik dianggap puncak	titik $(20, 400)$ yang terlihat tinggi dianggap puncak	hitung sumbu simetri dari titik potong sumbu-x
Kemiringan bertanda salah	saldo berkurang ditulis $+7.000n$	cek arah grafik: turun berarti $m < 0$
Fungsi rasional	menyelesaikan $f(x) = \frac{a}{c}$ dan mengira ada jawabannya	nilai $\frac{a}{c}$ tidak termasuk daerah hasil
Distribusi	$0{,}76(220 - u)$ ditulis $0{,}76 \times 220 - u$	kalikan ke **semua** suku dalam kurung

NEXT LEVEL STUDY

• BEDAH SOAL ASLI

Nomor 4 (model linear kenaikan suhu). Kenaikan suhu dimodelkan dengan fungsi linear $y = mx + c$, dengan x tahun dan y kenaikan suhu dalam derajat Celsius. Ditanyakan tahun ketika kenaikan suhu mencapai nilai tertentu. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: yang diketahui adalah y, yang dicari adalah x; selesaikan persamaan linear satu variabel.
- Langkah: substitusi nilai y → pindahkan konstanta → bagi dengan kemiringan. Membagi dengan 0,02 sama dengan mengalikan dengan 50.
- Pengecoh yang dipasang: tahun-tahun yang "masuk akal" (dekat tahun sekarang) tetapi tidak memenuhi persamaan. Cek setiap pilihan dengan substitusi balik.

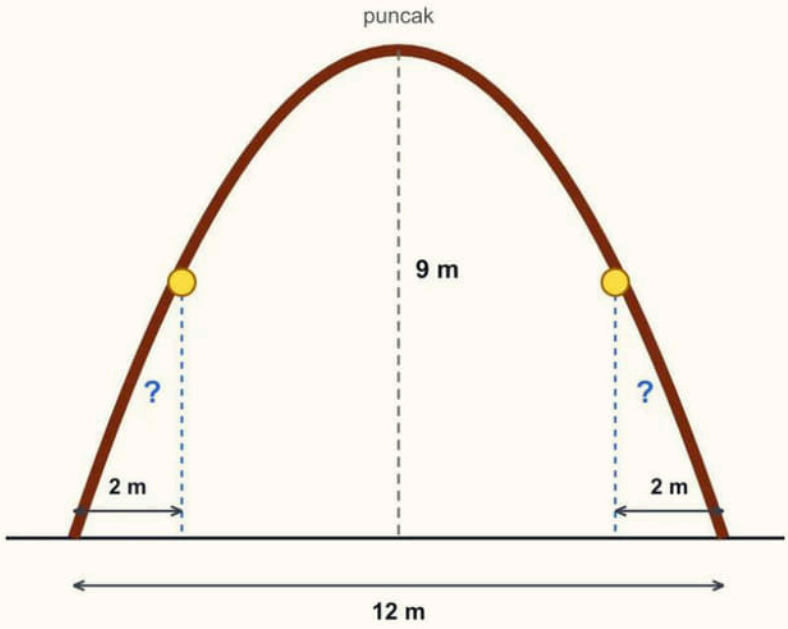
Rujukan: soal nomor 4 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memodelkan lengkungan gerbang dengan fungsi kuadrat. Perhatikan cara memilih letak sumbu koordinat agar puncak berada di sumbu-y sehingga rumusnya sederhana.

►. Gerbang masuk sebuah kompleks perumahan berbentuk lengkungan parabola. Lebar kaki lengkungan 12 m dan tinggi puncaknya 9 m dari tanah, seperti pada gambar. Dua lampu akan dipasang pada lengkungan, masing-masing berjarak 2 m mendatar dari kaki lengkungan terdekat.
Tinggi setiap lampu dari tanah adalah .... m



A. 3
B. 6
C. 5
D. 7
E. 8

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: C**

Konsep: parabola dengan puncak (p, q) berbentuk $y = a(x-p)^2 + q$; nilai a dicari dari titik lain yang diketahui (kaki lengkungan).

Langkah 1. Letakkan kaki kiri di $(0, 0)$ dan kaki kanan di $(12, 0)$. Puncak di tengah: $(6, 9)$. Jadi $y = a(x-6)^2 + 9$.

Langkah 2. Melalui $(0, 0)$: $0 = 36a + 9 \to a = -\frac{1}{4}$. Fungsinya $y = 9 - \frac{1}{4}(x-6)^2$.

Langkah 3. Lampu kiri di $x = 2$: $y = 9 - \frac{1}{4}(16) = 5$ m. Lampu kanan di $x = 10$ juga 5 m (simetris).

Cek ulang: bentuk lain $y = \frac{1}{4}x(12-x)$; untuk $x = 2$: $\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 10 = 5$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (3): menganggap sisi lengkungan garis lurus dari kaki ke puncak, $9 \times \frac{2}{6}$.
- B (6): menganggap tinggi turun sebanding jarak dari puncak, $9 - 9 \times \frac{2}{6}$.
- D (7): menghitung $(2-6)^2$ sebagai $4 \times 2 = 8$, sehingga $9 - 2$.
- E (8): mengukur 2 m dari **puncak**, bukan dari kaki: $9 - \frac{1}{4}(2)^2$.

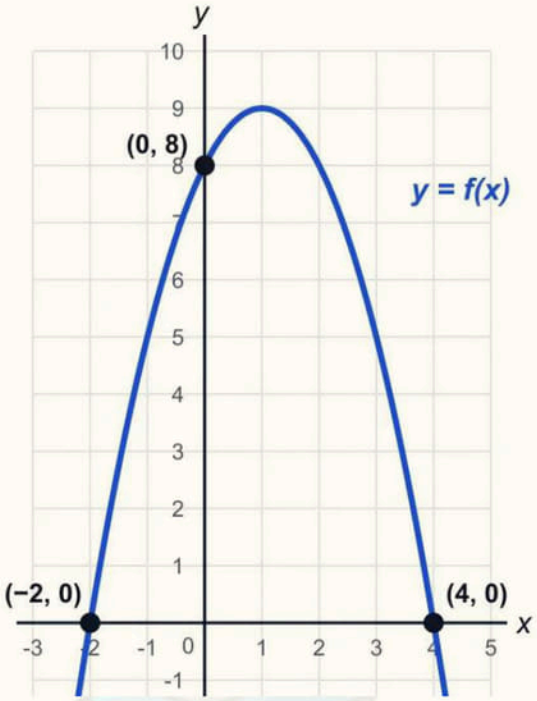
✎ LATIHAN

Soal 1 membaca grafik fungsi kuadrat dari titik potongnya, dan soal 2 menyusun fungsi linear dari dua data biaya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Gambar berikut adalah grafik fungsi kuadrat $y = f(x)$ yang melalui titik $(-2, 0)$, $(4, 0)$, dan $(0, 8)$.

Pernyataan yang benar tentang fungsi f adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Nilai maksimum f adalah 8, dicapai saat $x = 0$.

☐ B. Sumbu simetri grafik adalah garis $x = 1$.

☐ C. Untuk $x = 5$, nilai fungsinya $f(5) = 7$.

☐ D. Rumus fungsinya $f(x) = -x^2 + 2x + 8$.

☐ E. $f(x) > 0$ untuk $-2 < x < 4$.

2. Biaya produksi harian perajin tempe di Desa Kedungrejo merupakan fungsi linear dari banyak papan tempe yang dibuat. Pada hari Senin ia membuat 40 papan dengan biaya Rp310.000,00, sedangkan pada hari Selasa ia membuat 55 papan dengan biaya Rp370.000,00.

Biaya tetap per hari (biaya ketika tidak ada tempe yang dibuat) adalah ....

A. Rp4.000,00

B. Rp7.750,00

C. Rp60.000,00

D. Rp150.000,00

E. Rp160.000,00

Kunci singkat: 1. B, D, E 2. D

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

- Apa beda kodomain dan daerah hasil? Berikan contoh fungsi kuadrat yang daerah hasilnya bukan semua bilangan real.
- Bila diketahui dua titik potong sumbu-x dan satu titik lain pada parabola, bentuk rumus apa yang paling cepat dipakai?
- Mengapa biaya rata-rata $C(n) = k + \frac{B}{n}$ tidak pernah mencapai k?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-2.1

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers

MATW-2.2

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **invers fungsi dan representasinya** serta **fungsi komposisi dan representasinya**. Pada soal asli 2025 nomor 5, dua potongan harga diterapkan berurutan: potongan pendaftar awal, lalu potongan tambahan yang bergantung pada nilai rapor (fungsi bercabang). Dari harga yang dibayar seorang siswa, kamu harus mencari harga normal, lalu menilai siapa yang uangnya cukup. Soal seperti ini menggabungkan **komposisi** (urutan proses), **invers** (menelusuri balik), dan **ketelitian membaca syarat**.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan komposisi fungsi sebagai proses berurutan dan mengapa urutannya penting;
- mencari salah satu fungsi atau satu nilai fungsi bila komposisinya diketahui;
- menjelaskan syarat adanya invers, menurunkan rumus invers fungsi linear dan rasional, dan membaca invers dari grafik;
- menelusuri balik proses bertahap dan memilih cabang yang benar pada fungsi bercabang.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Banyak kejadian sehari-hari berlangsung **bertahap**: harga barang dipotong diskon, lalu dikenai pajak; suhu diubah dari Celsius ke Fahrenheit, lalu dibulatkan; rupiah dipotong biaya administrasi, lalu ditukar ke mata uang asing. Setiap tahap adalah sebuah fungsi, dan rangkaian tahap disebut **komposisi fungsi**. Sering pula kita perlu berjalan mundur: dari harga akhir yang dibayar, berapa harga awalnya? Berjalan mundur itulah **fungsi invers**.

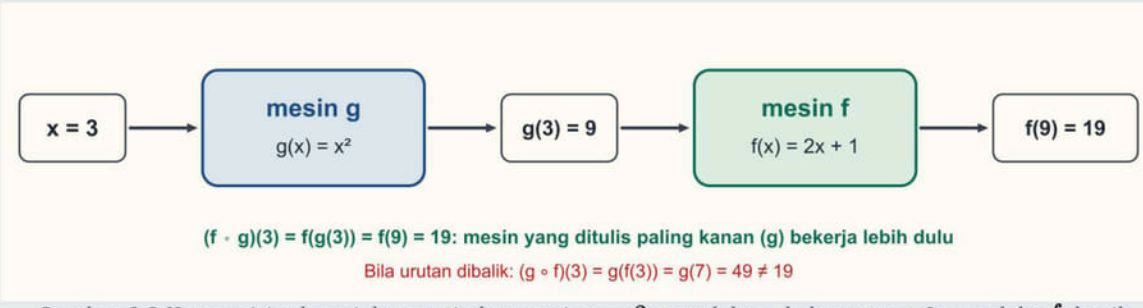
1. Fungsi sebagai mesin dan komposisinya

Bayangkan fungsi sebagai mesin: bilangan masuk, diolah menurut aturannya, lalu keluar. Bila keluaran mesin g langsung dimasukkan ke mesin f, hasil akhirnya ditulis

$$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big),$$

dibaca "f bundaran g". Perhatikan bahwa yang ditulis **paling kanan** (g) bekerja **lebih dulu**, karena $g(x)$ harus dihitung sebelum dapat dimasukkan ke f (Gambar 2.8).

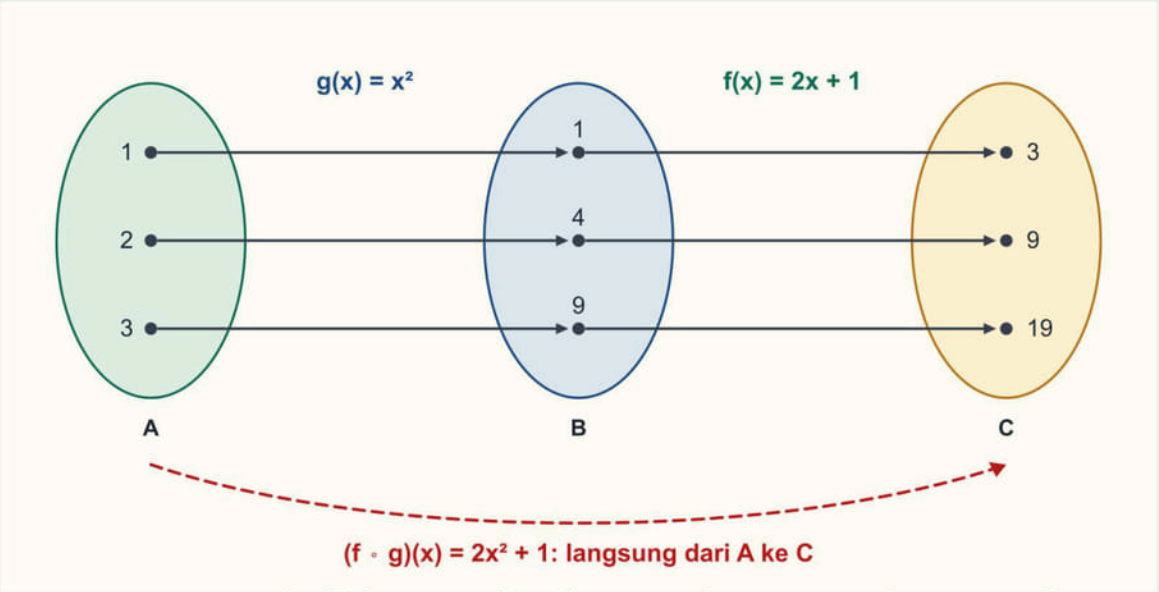
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.8 Komposisi sebagai dua mesin berantai: $x = 3$ masuk ke g, keluarannya 9 masuk ke f, hasil akhirnya 19. Bila urutannya dibalik, hasilnya 49. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Dengan $f(x) = 2x + 1$ dan $g(x) = x^2$, rumus komposisinya diperoleh dengan mengganti setiap x pada f dengan **seluruh** $g(x)$: $(f \circ g)(x) = 2(x^2) + 1 = 2x^2 + 1$. Sebaliknya, $(g \circ f)(x) = (2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$. Keduanya berbeda: komposisi fungsi **tidak komutatif**. Ini masuk akal dalam kehidupan sehari-hari: memakai kaus kaki lalu sepatu tidak sama dengan memakai sepatu lalu kaus kaki.

Pada diagram panah (Gambar 2.9), komposisi berarti dua langkah panah dilakukan sekaligus, dari himpunan A langsung ke himpunan C.



Gambar 2.9 g membawa A ke B, f membawa B ke C; komposisi $f \circ g$ membawa A langsung ke C. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Domain komposisi. Agar $f\big(g(x)\big)$ dapat dihitung, x harus berada di domain g, **dan** $g(x)$ harus berada di domain f. Misalnya $f(x) = \sqrt{x - 1}$ dan $g(x) = 5 - x$: $(f \circ g)(x) = \sqrt{4 - x}$, sehingga syaratnya $x \leq 4$.

Contoh terselesaikan 1: diskon lalu potongan, atau sebaliknya?

Sebuah toko memberi diskon 20% dan potongan langsung Rp10.000,00 untuk belanja di atas Rp100.000,00. Untuk belanja x ribu rupiah, urutan mana yang lebih menguntungkan pembeli?

1. Nyatakan setiap tahap sebagai fungsi: diskon $d(x) = 0{,}8x$ (sisa 80%), potongan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$p(x) = x - 10$.

2. Diskon lebih dulu, lalu potongan: $(p \circ d)(x) = 0{,}8x - 10$.
3. Potongan lebih dulu, lalu diskon: $(d \circ p)(x) = 0{,}8(x - 10) = 0{,}8x - 8$.
4. Bandingkan: $0{,}8x - 10 < 0{,}8x - 8$ untuk setiap x, selisihnya Rp2.000,00 (yaitu 20% dari potongan Rp10.000,00, yang ikut terdiskon pada urutan kedua).
5. Jadi diskon lebih dulu selalu lebih murah. Cek untuk $x = 150$: $120 - 10 = 110$ dan $0{,}8 \times 140 = 112$ ✓.

2. Mencari fungsi dari komposisinya

Kadang yang diketahui adalah hasil komposisi dan salah satu fungsinya. Gagasannya: beri nama baru pada keluaran fungsi dalam, lalu nyatakan semuanya dalam nama baru itu.

Contoh terselesaikan 2: mencari f bila g dan $f \circ g$ diketahui

Diketahui $g(x) = 2x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = 4x + 5$. Tentukan $f(x)$ dan $f(7)$.

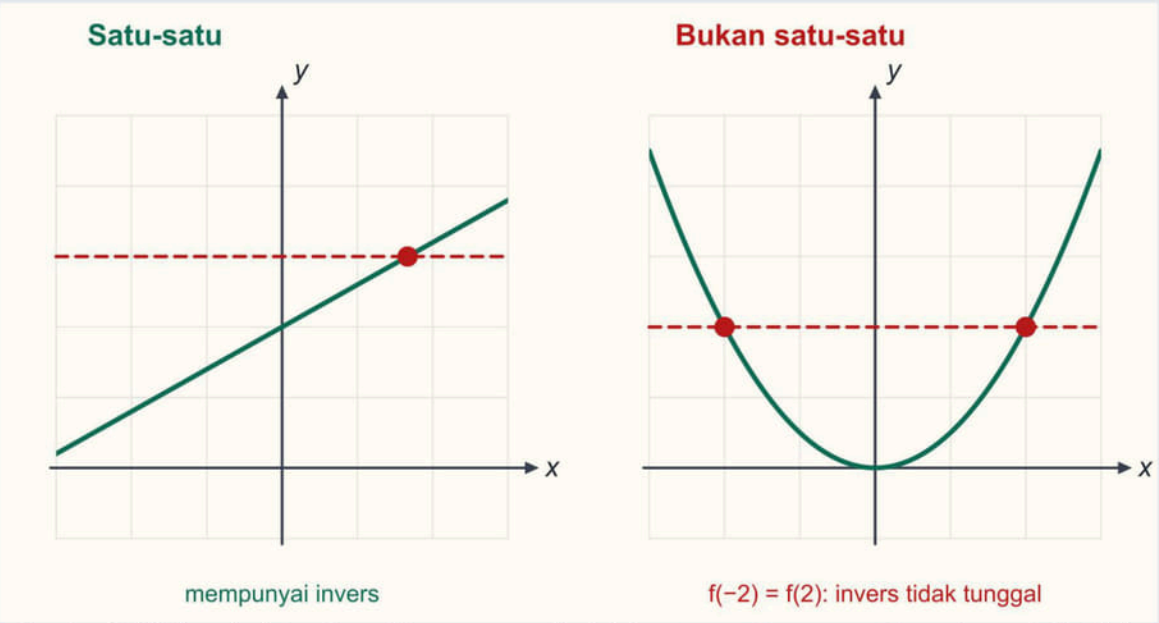
1. Misalkan $u = g(x) = 2x + 3$. Maka $x = \dfrac{u - 3}{2}$.
2. Karena $(f \circ g)(x) = f(u)$, ganti x pada $4x + 5$:
   $f(u) = 4 \cdot \dfrac{u - 3}{2} + 5 = 2(u - 3) + 5 = 2u - 1$.
3. Jadi $f(x) = 2x - 1$, dan $f(7) = 13$.
4. Cara cepat untuk satu nilai saja: cari x yang membuat $g(x) = 7$, yaitu $2x + 3 = 7$, $x = 2$. Maka $f(7) = (f \circ g)(2) = 8 + 5 = 13$ ✓, tanpa mencari rumus f.
5. Cek rumus: $f\big(g(x)\big) = 2(2x + 3) - 1 = 4x + 5$ ✓.

3. Fungsi invers

Fungsi invers f^{-1} adalah mesin yang **membatalkan** kerja f: bila f mengubah a menjadi b, maka f^{-1} mengubah b kembali menjadi a. Jadi $f^{-1}\big(f(x)\big) = x$.

Kapan invers ada? Mesin pembalik hanya bisa bekerja bila setiap keluaran berasal dari **tepat satu** masukan. Fungsi seperti ini disebut **satu-satu** (injektif). Pada grafik, syaratnya: setiap garis mendatar memotong grafik paling banyak sekali, yaitu **uji garis datar** (Gambar 2.10). Fungsi $f(x) = x^2$ pada semua bilangan real tidak satu-satu, karena $f(-2) = f(2) = 4$: dari keluaran 4, kita tidak tahu masukannya 2 atau -2. Bila domainnya dibatasi $x \geq 0$, fungsi itu menjadi satu-satu dan inversnya $\sqrt{x}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.10 Uji garis datar: fungsi linear yang naik adalah satu-satu (mempunyai invers); parabola tidak, karena satu nilai y berasal dari dua nilai x. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

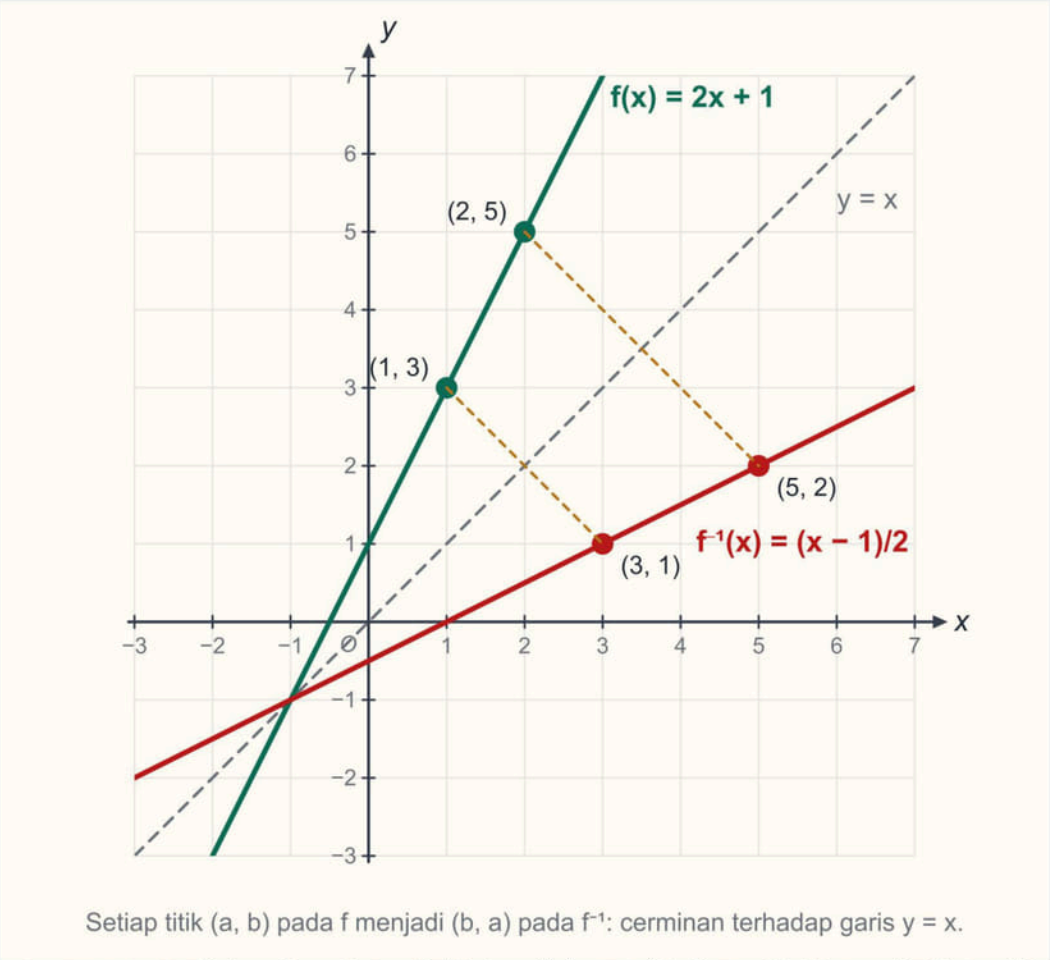
Langkah mencari rumus invers:

1. Tulis $y = f(x)$.
2. Nyatakan x dalam y (selesaikan persamaannya untuk x). Langkah ini benar-benar "menjalankan mesin mundur".
3. Tukar nama variabel ($x \leftrightarrow y$), karena lazimnya masukan fungsi ditulis x.

Untuk $f(x) = 2x + 1$: $y = 2x + 1 \to x = \dfrac{y-1}{2} \to f^{-1}(x) = \dfrac{x-1}{2}$. Mesin f "kalikan 2, lalu tambah 1", sedangkan mesin f^{-1} "kurangi 1, lalu bagi 2": operasinya dibalik **dan** urutannya dibalik.

Grafik invers. Karena setiap titik (a, b) pada grafik f menjadi (b, a) pada grafik f^{-1}, kedua grafik saling **mencerminkan** terhadap garis $y = x$ (Gambar 2.11).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.11 Grafik $f(x) = 2x + 1$ dan $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$. Titik $(1, 3)$ dan $(3, 1)$, juga $(2, 5)$ dan $(5, 2)$, simetris terhadap garis $y = x$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Invers fungsi rasional. Untuk $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$: tulis $y(cx + d) = ax + b$, kumpulkan suku ber-x: $cxy - ax = b - dy$, sehingga $x(cy - a) = b - dy$ dan $x = \dfrac{-dy + b}{cy - a}$. Jadi $f^{-1}(x) = \dfrac{-dx + b}{cx - a}$.

Cara mengingatnya: tukar letak a dan d, lalu ubah tanda keduanya.

Invers komposisi. Untuk membatalkan "g lalu f", batalkan dulu yang terakhir dikerjakan: $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$. Sama seperti melepas sepatu lebih dulu sebelum kaus kaki.

Contoh terselesaikan 3: invers konversi suhu

Suhu dalam derajat Fahrenheit dihitung dari derajat Celsius dengan $F(C) = \dfrac{9}{5}C + 32$. Tentukan fungsi inversnya dan suhu Celsius bila termometer menunjukkan $98{,}6^\circ$F.

1. Tulis $y = \dfrac{9}{5}C + 32$ dan selesaikan untuk C: $y - 32 = \dfrac{9}{5}C$, sehingga $C = \dfrac{5}{9}(y - 32)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Fungsi invers: $C(F) = \frac{5}{9}(F - 32)$. Artinya: kurangi 32 dulu, baru kalikan $\frac{5}{9}$ (urutan kebalikan dari mesin asal).
3. Untuk $98{,}6^\circ$F: $\frac{5}{9}(66{,}6) = 37^\circ$C, suhu tubuh normal.
4. Cek: $\frac{9}{5}(37) + 32 = 66{,}6 + 32 = 98{,}6$ ✓.

Contoh terselesaikan 4: invers fungsi rasional

Tentukan invers $f(x) = \dfrac{3x + 1}{x - 2}$ dan nilai $f^{-1}(4)$.

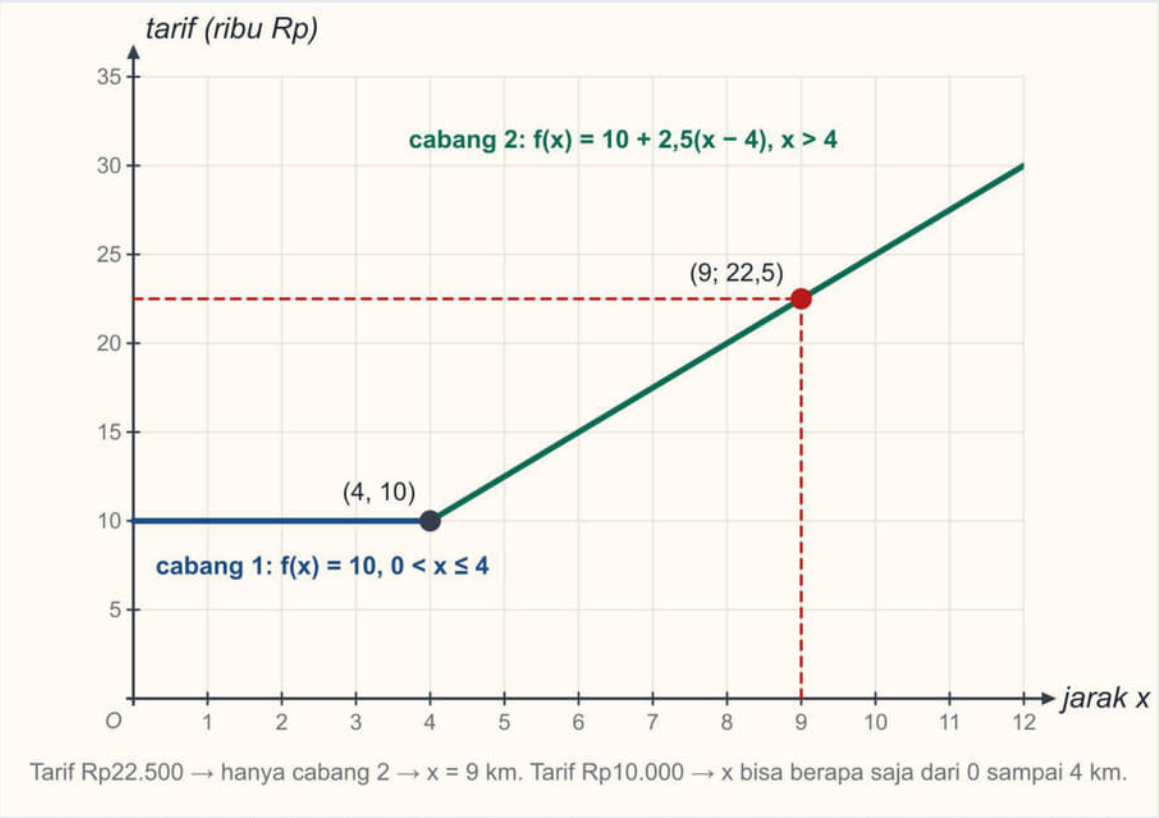
1. Tulis $y(x - 2) = 3x + 1$, lalu $xy - 2y = 3x + 1$.
2. Kumpulkan suku ber-x: $xy - 3x = 2y + 1$, sehingga $x(y - 3) = 2y + 1$ dan $x = \dfrac{2y + 1}{y - 3}$.
3. Jadi $f^{-1}(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 3}$, $x \neq 3$ (sesuai rumus umum: $a = 3, d = -2$ ditukar dan diubah tandanya).
4. $f^{-1}(4) = \dfrac{9}{1} = 9$. Cek: $f(9) = \dfrac{28}{7} = 4$ ✓. Untuk satu nilai saja, kamu juga bisa langsung menyelesaikan $f(x) = 4$ tanpa rumus invers.

4. Fungsi bercabang

Tarif dan potongan harga sering memakai aturan yang berbeda untuk keadaan berbeda. Fungsi seperti ini disebut **fungsi bercabang**: setiap cabang mempunyai rumus dan **syarat** sendiri. Gambar 2.12 menunjukkan tarif ojek: tarif tetap Rp10.000,00 untuk 4 km pertama, lalu bertambah Rp2.500,00 per km.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.12 Tarif ojek sebagai fungsi bercabang. Cabang pertama mendatar, cabang kedua naik. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Ketika menelusuri balik fungsi bercabang, uji **setiap** cabang, lalu periksa apakah hasilnya memenuhi syarat cabang itu. Hasil yang melanggar syarat cabangnya harus dibuang.

Contoh terselesaikan 5: menelusuri balik tarif ojek

Tarif $f(x) = 10$ untuk $0 < x \leq 4$ dan $f(x) = 10 + 2{,}5(x - 4)$ untuk $x > 4$ (ribu rupiah, x dalam km). Seorang penumpang membayar Rp22.500,00. Berapa jaraknya? Bagaimana bila ia membayar Rp10.000,00?

1. Cabang 1 hanya menghasilkan 10, jadi tarif 22,5 pasti dari cabang 2.
2. $10 + 2{,}5(x - 4) = 22{,}5$, sehingga $x - 4 = 5$ dan $x = 9$ km. Syarat cabang 2 ($x > 4$) terpenuhi ✓.
3. Untuk tarif 10: cabang 2 memberi $x = 4$, padahal syaratnya $x > 4$, jadi dibuang; cabang 1 dipenuhi oleh **setiap** x dengan $0 < x \leq 4$.
4. Kesimpulan: dari tarif Rp10.000,00 jaraknya tidak dapat ditentukan dengan tepat. Fungsi ini tidak satu-satu pada cabang pertama, sehingga tidak mempunyai invers di seluruh domainnya.

5. Perubahan persen bertingkat sebagai komposisi

Diskon, pajak, dan kenaikan harga dalam persen paling mudah dipahami sebagai fungsi perkalian. Diskon $p\%$ berarti harga dikalikan $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$, karena yang tersisa adalah $100\% - p\%$; kenaikan atau pajak $p\%$ berarti dikalikan $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$. Dua perubahan berurutan adalah komposisi dua fungsi perkalian, sehingga faktornya **dikalikan**, bukan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

persennya dijumlahkan. Diskon 20% lalu diskon tambahan 10% memberi faktor $0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$: potongan totalnya 28%, bukan 30%, karena diskon kedua dihitung dari harga yang sudah lebih kecil. Kenaikan 10% lalu penurunan 10% juga tidak kembali ke harga semula: $1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$, jadi harga akhirnya 1% lebih rendah. Untuk perkalian, urutan tidak memengaruhi hasil ($0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}9 \times 0{,}8$); urutan baru berpengaruh bila ada tahap penjumlahan atau pengurangan, seperti potongan rupiah pada Contoh terselesaikan 1.

Contoh terselesaikan 6: menelusuri harga awal dua tahap

Harga sebuah sepatu dinaikkan 25% menjelang hari raya, lalu toko memberi diskon 20% dari harga baru, ditambah biaya kirim tetap Rp15.000,00. Seorang pembeli membayar Rp215.000,00. Berapa harga sepatu sebelum dinaikkan?

1. Tahapan maju (ribu rupiah): naik $n(x) = 1{,}25x$, diskon $d(x) = 0{,}8x$, ongkir $k(x) = x + 15$. Yang dibayar $= (k \circ d \circ n)(x) = 0{,}8(1{,}25x) + 15 = x + 15$.
2. Menelusuri balik berarti memakai invers dengan urutan terbalik: batalkan ongkir dulu ($215 - 15 = 200$), lalu diskon ($200 : 0{,}8 = 250$), lalu kenaikan ($250 : 1{,}25 = 200$).
3. Harga awal Rp200.000,00. Menariknya, kenaikan 25% lalu diskon 20% saling meniadakan, karena $1{,}25 \times 0{,}8 = 1$.
4. Cek maju: $200 \to 250 \to 200 \to 215$ ✓.

Ringkasan

Komposisi $(f \circ g)(x) = f(g(x))$: fungsi paling kanan bekerja dulu, dan urutan mengubah hasil. Untuk mencari f dari $f \circ g$, beri nama $u = g(x)$; untuk satu nilai $f(k)$, cari x dengan $g(x) = k$. Invers ada bila fungsi satu-satu; rumusnya diperoleh dengan menyatakan x dalam y, dan grafiknya cerminan terhadap $y = x$. Pada fungsi bercabang, setiap hasil harus dicocokkan dengan syarat cabangnya.

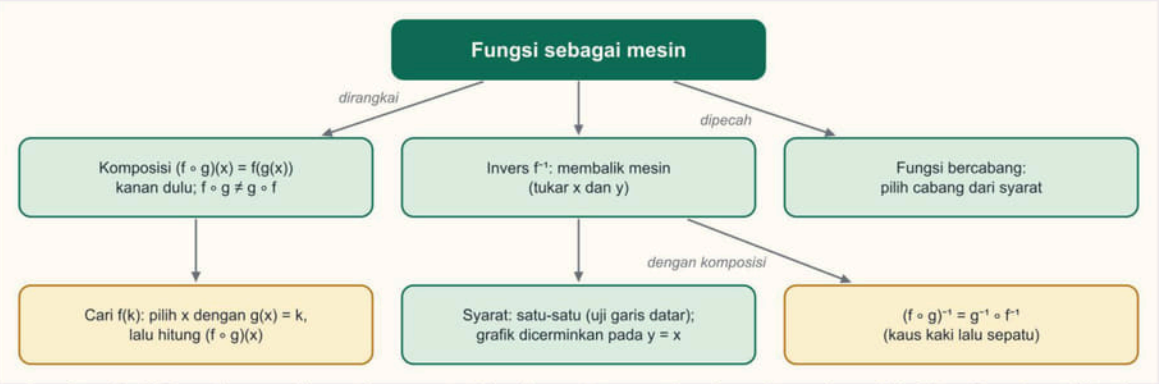
NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 2.13):

- $f \circ g$: g dulu, lalu f; $f \circ g \neq g \circ f$ pada umumnya.
- f^{-1} ada bila satu-satu; $f^{-1}(b)$ = penyelesaian $f(x) = b$.
- $\dfrac{ax+b}{cx+d} \rightarrow$ invers $\dfrac{-dx+b}{cx-a}$; $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.
- Diskon bertingkat dikalikan, bukan dijumlahkan: 20% lalu 10% berarti $0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$, yaitu potongan 28%.



Gambar 2.13 Peta konsep fungsi komposisi dan fungsi invers. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal komposisi dan invers:

1. Tulis urutan proses dalam cerita sebagai urutan fungsi (yang pertama terjadi = paling kanan).
2. Untuk satu nilai, hitung bertahap dari dalam ke luar; tulis hasil antara.
3. Untuk menelusuri balik, balik urutan **dan** balik setiap operasinya.
4. Pada fungsi bercabang, uji semua cabang lalu cek syarat.
5. Cek akhir dengan menjalankan proses maju dari jawabanmu.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Urutan komposisi terbalik	$(f \circ g)(2)$ dihitung $g(f(2))$	kerjakan fungsi paling kanan lebih dulu
f^{-1} dibaca kebalikan bilangan	$f^{-1}(4) = \frac{1}{f(4)}$	$f^{-1}(4)$ adalah x dengan $f(x) = 4$
Diskon bertingkat dijumlahkan	potongan 15% lalu 20% dianggap potongan 35%	kalikan faktornya: $0{,}85 \times 0{,}8 = 0{,}68$ (potongan 32%)
Invers komposisi tidak dibalik	$(f \circ g)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$	balik urutan: $g^{-1} \circ f^{-1}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Syarat cabang diabaikan	memakai potongan rapor untuk siswa yang tidak berhak	baca siapa yang berhak sebelum menghitung
Batas cabang	nilai tepat 90 dimasukkan ke cabang "di atas 90"	periksa tanda: "di atas" berarti $>$, bukan $\geq$

• BEDAH SOAL ASLI

Nomor 5 (potongan biaya kursus). Potongan pertama $y = 0{,}9x$ hanya untuk 50 pendaftar pertama. Potongan tambahan $g(y)$ bergantung pada nilai rapor dan hanya berlaku bagi yang sudah mendapat potongan pertama. Seorang pendaftar ke-50 membayar sejumlah uang tertentu, lalu empat siswa yang datang kemudian dinilai: siapa yang **pasti** dapat mengikuti kursus dengan uangnya. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: komposisi $g\big(y(x)\big)$, invers untuk mencari harga normal x, dan fungsi bercabang.
- Langkah: tentukan siapa yang berhak atas potongan (keempat siswa datang **setelah** pendaftar ke-50) → dari data pendaftar ke-50, cari harga normal; karena nilai rapornya tidak diketahui, pertimbangkan **setiap kemungkinan cabang** → kata "pasti" berarti uang siswa harus cukup untuk kemungkinan harga yang paling mahal.
- Pengecoh yang dipasang: pilihan yang memasukkan siswa yang uangnya hanya cukup untuk **sebagian** kemungkinan harga, dan pilihan yang lahir dari anggapan bahwa siswa yang datang kemudian juga mendapat potongan.

Rujukan: soal nomor 5 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memakai fungsi bercabang dalam konteks harga. Perhatikan cara memilih cabang yang tepat sebelum menghitung balik (invers) dari jumlah yang dibayar.

►. Koperasi Tani Makmur menjual pupuk organik dengan biaya $B(x)$ rupiah untuk x kg pupuk:

$$B(x) = \begin{cases} 4.000x, & 0 \leq x \leq 50 \\ 3.000x + 50.000, & x > 50 \end{cases}$$

Setiap anggota koperasi mendapat potongan tetap Rp15.000,00 per transaksi dari biaya tersebut. Pak Somad, seorang anggota, membayar Rp290.000,00.
Data disusun untuk latihan soal.
Banyak pupuk yang dibeli Pak Somad adalah ....

A. 72,5 kg
B. 75 kg
C. 76,25 kg
D. 80 kg
E. 85 kg

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: E**

Konsep: yang dibayar anggota $= B(x) - 15.000$ (komposisi "hitung biaya, lalu kurangi potongan"). Untuk mencari x, balik urutannya: tambahkan kembali potongan, pilih cabang yang sesuai, lalu selesaikan (invers).

Langkah 1. $B(x) - 15.000 = 290.000 \rightarrow B(x) = 305.000$.

Langkah 2 – pilih cabang. Cabang pertama paling besar $B(50) = 200.000$. Karena $305.000 > 200.000$, pakai cabang kedua.

Langkah 3. $3.000x + 50.000 = 305.000 \rightarrow 3.000x = 255.000 \rightarrow x = 85$ kg.

Cek ulang: $B(85) = 255.000 + 50.000 = 305.000$; setelah potongan 290.000 ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (72,5 kg): memakai cabang pertama dan lupa potongan, $290.000 : 4.000$.
- B (75 kg): potongan dikurangkan lagi, bukan ditambahkan kembali ($B = 275.000$).
- C (76,25 kg): potongan sudah benar, tetapi memakai cabang pertama ($305.000 : 4.000$), padahal $x > 50$.
- D (80 kg): cabang benar, tetapi lupa potongan anggota ($B = 290.000$).

✎ LATIHAN

Soal 1 menyusun komposisi fungsi dua tahap dan inversnya, dan soal 2 kembali memakai fungsi bercabang dengan potongan harga.

1. Di penggilingan padi Desa Sukamulya, x kg gabah kering menghasilkan $g(x) = 0{,}6x$ kg beras. Laba (rupiah) dari penjualan y kg beras dinyatakan dengan $f(y) = 12.000y - 100.000$.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Laba dari x kg gabah dinyatakan dengan $(f \circ g)(x) = 7.200x - 60.000$.	○	○
Laba dari menggiling dan menjual beras hasil 500 kg gabah adalah Rp3.500.000,00.	○	○
Agar labanya Rp5.660.000,00, gabah yang harus digiling sebanyak 800 kg.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Tarif sewa sepeda di sebuah stasiun kota (rupiah) dinyatakan dengan fungsi

$$B(t) = \begin{cases} 5.000, & \text{untuk } 0 < t \le 30 \\ 5.000 + 200(t-30), & \text{untuk } t > 30 \end{cases}$$

dengan t = lama sewa (menit). Pemegang kartu pelajar mendapat potongan 20% sehingga membayar $P(t) = 0{,}8\,B(t)$. Rudi, pemegang kartu pelajar, membayar Rp10.400,00. Lama Rudi menyewa sepeda adalah .... menit

A. 40
B. 52
C. 57
D. 65
E. 70

Kunci singkat: 1. 1S 2B 3B 2. E

✔ PERIKSA DIRI

- Pada proses "diskon dulu, lalu voucher", fungsi mana yang ditulis paling kanan? Mengapa?
- Hitung $f^{-1}(5)$ untuk $f(x) = \dfrac{x+7}{x-1}$ tanpa mencari rumus invers lengkap.
- Pada fungsi bercabang, mengapa nilai hasil hitungan harus dicek lagi terhadap syarat cabangnya?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-2.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika

MATW-2.3

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **barisan dan deret aritmetika** beserta penerapannya. Soal asli 2025 nomor 6 memakai banyak kertas koreografi suporter yang bertambah tetap dari baris ke baris, lalu menanyakan banyaknya pada baris tertentu. Konteks lain yang sering dipakai: pola gambar, susunan kursi atau kaleng, tabungan, cicilan, dan tanggal pada kalender.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- mengenali barisan aritmetika dari cerita, tabel, atau gambar, lalu menentukan suku pertama a dan beda b;
- menurunkan dan memakai rumus suku ke-n dan jumlah n suku pertama;
- memakai hubungan $U_n = S_n - S_{n-1}$, suku tengah, dan sisipan;
- memilih jawaban yang masuk akal bila perhitungan menghasilkan dua nilai n.

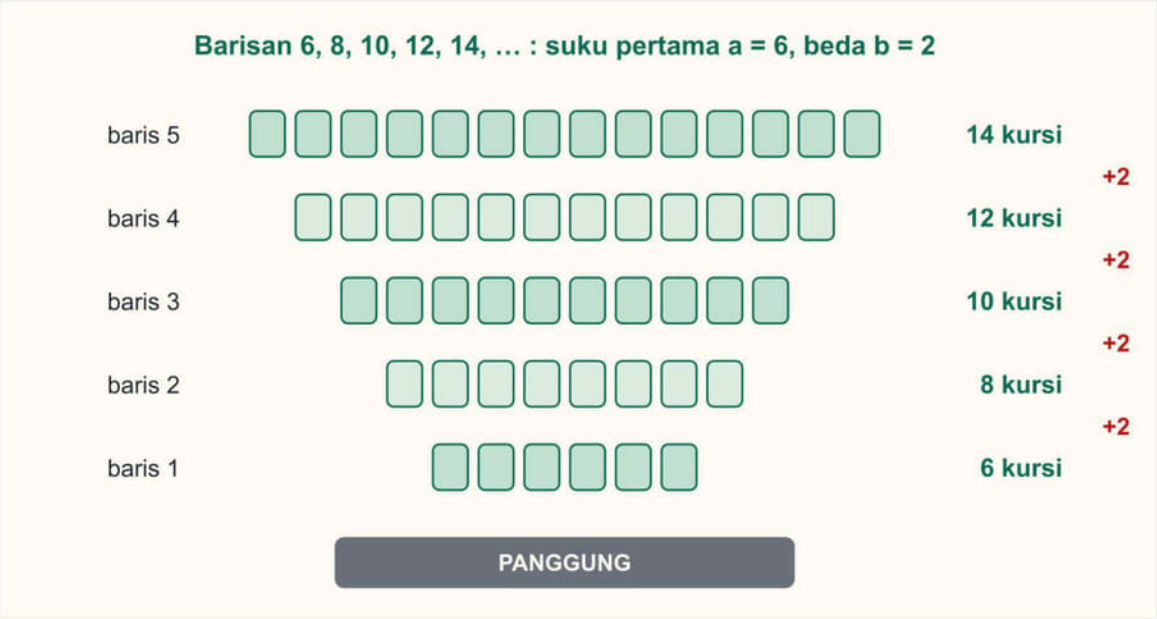
◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Lihatlah tribun di gedung pertunjukan: baris paling depan berisi sedikit kursi, dan setiap baris di belakangnya berisi beberapa kursi lebih banyak, selalu dengan tambahan yang sama. Pola "bertambah tetap" seperti ini muncul di banyak tempat: tabungan yang ditambah jumlah yang sama setiap pekan, tumpukan kaleng di supermarket, nomor kursi di bioskop, atau jadwal latihan lari yang ditambah 500 meter setiap hari. Matematika menyebutnya **barisan aritmetika**.

1. Barisan, suku, dan beda

Barisan adalah daftar bilangan yang tersusun menurut aturan: suku pertama U_1, suku kedua U_2, dan seterusnya sampai suku ke-n, U_n. Barisan disebut **aritmetika** bila selisih dua suku berurutan selalu sama. Selisih tetap itu disebut **beda**, $b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \cdots$, dan suku pertama ditulis a. Pada Gambar 2.14, banyak kursi tiap baris adalah 6, 8, 10, 12, 14, ..., dengan $a = 6$ dan $b = 2$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.14 Banyak kursi tiap baris membentuk barisan aritmetika 6, 8, 10, 12, 14 dengan beda 2. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Beda boleh negatif (barisan menurun, misalnya sisa air dalam tangki yang berkurang 15 liter tiap hari) dan boleh pecahan. Pada barisan menurun, rumus yang sama tetap berlaku asalkan tanda b ditulis negatif. Misalnya tangki berisi 600 liter pada hari pertama dan berkurang 15 liter setiap hari: $U_n = 600 + (n-1)(-15)$, sehingga pada hari ke-20 isinya $600 - 285 = 315$ liter. Barisan menurun seperti ini suatu saat mencapai nol atau negatif, dan pada saat itulah cerita berhenti: tangki tidak mungkin berisi -15 liter. Karena itu, dalam soal cerita selalu periksa sampai suku ke berapa barisan masih bermakna. Untuk memeriksa apakah sebuah barisan aritmetika, hitung **semua** selisih berurutan, bukan hanya yang pertama: 2, 5, 8, 12 bukan barisan aritmetika walaupun dua selisih pertamanya sama.

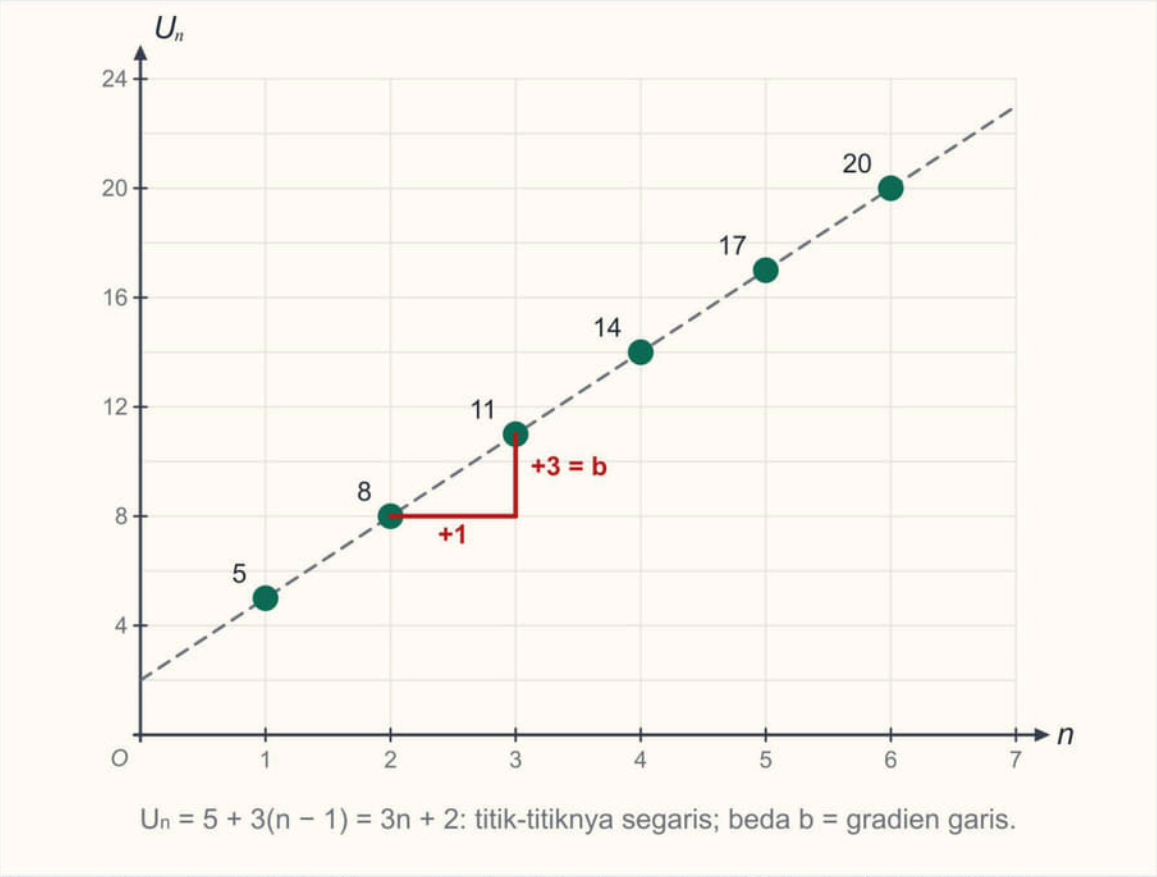
2. Rumus suku ke-n

Mulai dari suku pertama, untuk sampai ke suku kedua kita menambah b satu kali, untuk sampai ke suku ketiga dua kali, dan untuk sampai ke suku ke-n kita menambah b sebanyak $n-1$ kali (bukan n kali, karena suku pertama sudah "gratis"). Maka

$$U_n = a + (n-1)b.$$

Bila rumus ini dijabarkan, $U_n = bn + (a-b)$, yaitu fungsi linear dalam n. Karena itu titik-titik (n, U_n) terletak pada satu garis lurus dan bedanya sama dengan gradien garis itu (Gambar 2.15). Barisan aritmetika adalah "fungsi linear yang hanya dihitung di bilangan asli".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.15 Barisan $5, 8, 11, 14, \ldots$: setiap langkah n bertambah 1, U_n bertambah 3. Titik-titiknya segaris dengan gradien 3. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Bila dua suku diketahui, misalnya U_p dan U_q, bedanya diperoleh dari $U_q - U_p = (q - p)b$, karena antara suku ke-p dan ke-q ada $q - p$ langkah.

Contoh terselesaikan 1: kursi gedung pertunjukan

Sebuah gedung pertunjukan mempunyai 15 baris kursi. Baris pertama berisi 20 kursi dan setiap baris berikutnya berisi 3 kursi lebih banyak. Berapa kursi pada baris terakhir dan berapa kursi seluruhnya?

1. Barisan aritmetika dengan $a = 20, b = 3, n = 15$.
2. Baris ke-15: $U_{15} = 20 + (15 - 1) \times 3 = 20 + 42 = 62$ kursi. Perhatikan $15 - 1 = 14$ langkah, bukan 15.
3. Seluruh kursi adalah jumlah 15 suku (rumusnya diturunkan pada bagian 3):
   $S_{15} = \frac{15}{2}(20 + 62) = \frac{15}{2} \times 82 = 615$ kursi.
4. Cek kasar: rata-rata kursi per baris $\frac{20+62}{2} = 41$, dan $41 \times 15 = 615$ ✓.

3. Jumlah n suku pertama: cara Gauss

Konon, ketika masih kecil, matematikawan Carl Friedrich Gauss diminta menjumlahkan $1 + 2 + \cdots + 100$ dan menjawab 5.050 dengan cepat. Caranya: tulis deret itu maju dan mundur, lalu jumlahkan pasangan yang sejajar.

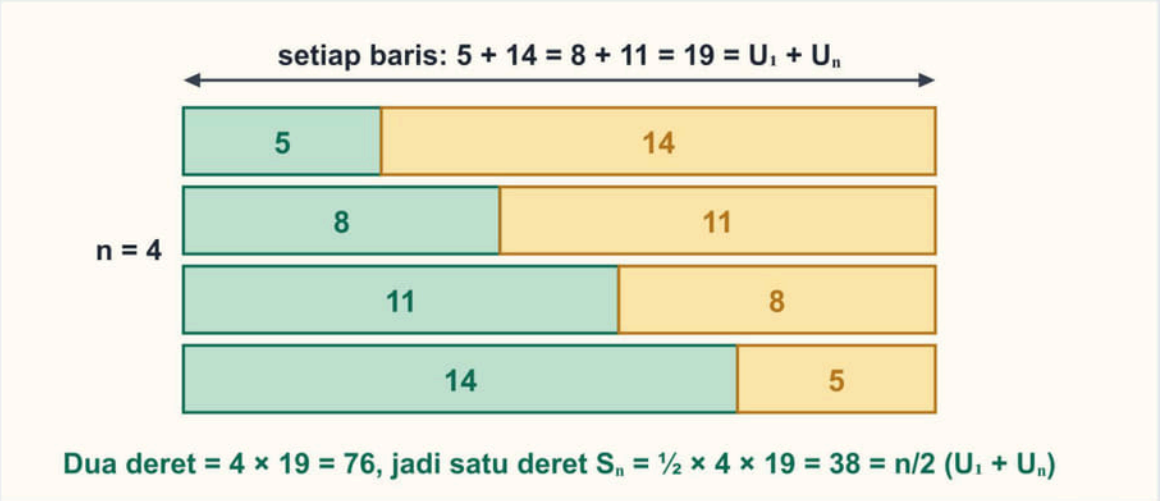
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$$S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1} + U_n$$
$$S_n = U_n + U_{n-1} + \cdots + U_2 + U_1$$

Setiap pasangan yang sejajar jumlahnya sama, sebab bila satu suku naik b, pasangannya turun b: $U_1 + U_n = U_2 + U_{n-1} = \cdots$. Ada n pasangan, sehingga $2S_n = n(U_1 + U_n)$, atau

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) = \frac{n}{2}\big(2a + (n-1)b\big).$$

Gambar 2.16 menunjukkan gagasan ini dengan balok: deret $5 + 8 + 11 + 14$ (hijau) dan deret yang sama dibalik (kuning) membentuk persegi panjang 4×19, jadi satu deret bernilai setengahnya, yaitu 38.



Gambar 2.16 Deret maju (hijau) dan mundur (kuning) membentuk persegi panjang berukuran $n \times (U_1 + U_n)$, sehingga $S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Rumus $\frac{n}{2}(a + U_n)$ juga dapat dibaca sebagai "banyak suku × rata-rata suku pertama dan terakhir", karena pada barisan aritmetika rata-rata semua suku sama dengan rata-rata kedua ujungnya.

Contoh terselesaikan 2: dua suku diketahui

Pada sebuah barisan aritmetika, suku ke-4 adalah 17 dan suku ke-9 adalah 37. Tentukan suku ke-20.

1. Dari suku ke-4 ke suku ke-9 ada $9 - 4 = 5$ langkah, jadi $5b = 37 - 17 = 20$ dan $b = 4$.
2. Suku pertama: $U_4 = a + 3b$, sehingga $17 = a + 12$ dan $a = 5$.
3. $U_{20} = 5 + 19 \times 4 = 81$.
4. Cek: $U_9 = 5 + 8 \times 4 = 37$ ✓.

4. Dari jumlah ke suku, suku tengah, dan sisipan

Dari S_n ke U_n. Jumlah n suku dikurangi jumlah $n - 1$ suku pertama menyisakan tepat suku ke-n: $U_n = S_n - S_{n-1}$ (untuk $n \geq 2$), dan $U_1 = S_1$. Hubungan ini berlaku untuk barisan apa pun.

Suku tengah. Bila banyak suku ganjil, suku tengah adalah rata-rata suku pertama dan terakhir:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$U_t = \dfrac{a + U_n}{2}$. Akibatnya, $S_n = n \times U_t$.

Sisipan. Bila di antara dua bilangan x dan y disisipkan k bilangan sehingga terbentuk barisan aritmetika, maka dari x ke y ada $k+1$ langkah, sehingga beda barisan baru $b' = \dfrac{y - x}{k+1}$.

Contoh terselesaikan 3: dari rumus jumlah ke rumus suku

Jumlah n suku pertama suatu deret adalah $S_n = 2n^2 + 3n$. Tentukan rumus U_n dan periksa apakah deret itu aritmetika.

1. $U_1 = S_1 = 2 + 3 = 5$.
2. Untuk $n \geq 2$:
   $U_n = S_n - S_{n-1} = 2n^2 + 3n - \big(2(n-1)^2 + 3(n-1)\big) = 2n^2 + 3n - (2n^2 - 4n + 2$
   .
3. Rumus $4n + 1$ juga memberi $U_1 = 5$, jadi berlaku untuk semua n. Barisannya 5, 9, 13, 17, ... dengan beda tetap 4: deret aritmetika.
4. Cek: $S_3 = 18 + 9 = 27$ dan $5 + 9 + 13 = 27$ ✓. (Secara umum, S_n suatu deret aritmetika selalu berbentuk $pn^2 + qn$ tanpa konstanta.)

Contoh terselesaikan 4: kapan tabungan mencapai target

Nadia menabung Rp20.000,00 pada pekan pertama, lalu setiap pekan menabung Rp5.000,00 lebih banyak daripada pekan sebelumnya. Pada pekan ke berapa tabungannya pertama kali mencapai Rp1.000.000,00?

1. Deret aritmetika dengan $a = 20, b = 5$ (ribu rupiah). Yang ditanya n terkecil dengan $S_n \geq 1.000$.
2. $S_n = \dfrac{n}{2}(40 + 5(n-1)) = \dfrac{n}{2}(5n + 35)$. Syarat $\dfrac{n}{2}(5n + 35) \geq 1.000$ menjadi $5n^2 + 35n - 2.000 \geq 0$, atau $n^2 + 7n - 400 \geq 0$.
3. Akar persamaan $n^2 + 7n - 400 = 0$: $n = \dfrac{-7 \pm \sqrt{49 + 1.600}}{2} = \dfrac{-7 \pm 40{,}6}{2}$, yaitu sekitar $16{,}8$ atau $-23{,}8$. Akar negatif dibuang karena banyak pekan tidak mungkin negatif.
4. Karena n bilangan asli dan harus melewati 16,8, pekan ke-17.
5. Cek: $S_{16} = 8(80 + 35) = 920$ (belum cukup) dan $S_{17} = 8{,}5(85 + 35) = 1.020$ ✓.

5. Barisan dari pola gambar

Banyak soal menyajikan barisan bukan sebagai angka, melainkan sebagai **gambar yang tumbuh**: susunan batang korek api, ubin, atau titik. Kuncinya adalah melihat **apa yang ditambahkan** dari satu pola ke pola berikutnya, bukan menghitung ulang seluruh gambar. Pada Gambar 2.17, pola pertama berupa satu persegi dari 4 batang. Untuk membuat persegi baru di sampingnya, sisi kiri persegi baru sudah tersedia (sisi kanan persegi sebelumnya), sehingga cukup ditambah 3 batang: atas, bawah, dan kanan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.17 Persegi berderet dari batang korek api: setiap pola menambah 3 batang (merah), sehingga banyak batangnya 4, 7, 10, 13, ... Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Jadi banyak batang membentuk barisan aritmetika dengan $a = 4$ dan $b = 3$, sehingga $U_n = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$. Rumus ini juga dapat dibaca langsung dari gambar: satu batang tegak paling kiri, ditambah 3 batang untuk setiap persegi, yaitu $1 + 3n$. Dua cara berpikir yang berbeda menghasilkan rumus yang sama; inilah cara yang baik untuk memeriksa pekerjaanmu.

Contoh terselesaikan 5: pola gambar dan kebalikannya

Dengan pola pada Gambar 2.17, (a) berapa batang untuk pola ke-25, dan (b) pola ke berapa yang memakai tepat 151 batang?

1. (a) $U_{25} = 3(25) + 1 = 76$ batang. Kesalahan yang sering terjadi adalah mengalikan $4 \times 25 = 100$, seolah-olah setiap persegi memakai 4 batang sendiri.
2. (b) Selesaikan $3n + 1 = 151$: $3n = 150$, $n = 50$. Pola ke-50.
3. Periksa bahwa n bilangan asli. Seandainya yang ditanyakan 150 batang, $3n = 149$ tidak menghasilkan bilangan bulat, artinya tidak ada pola yang memakai tepat 150 batang.
4. Cek dengan cara kedua: pola ke-50 = 1 batang tegak + 3×50 = 151 ✓.

Ringkasan

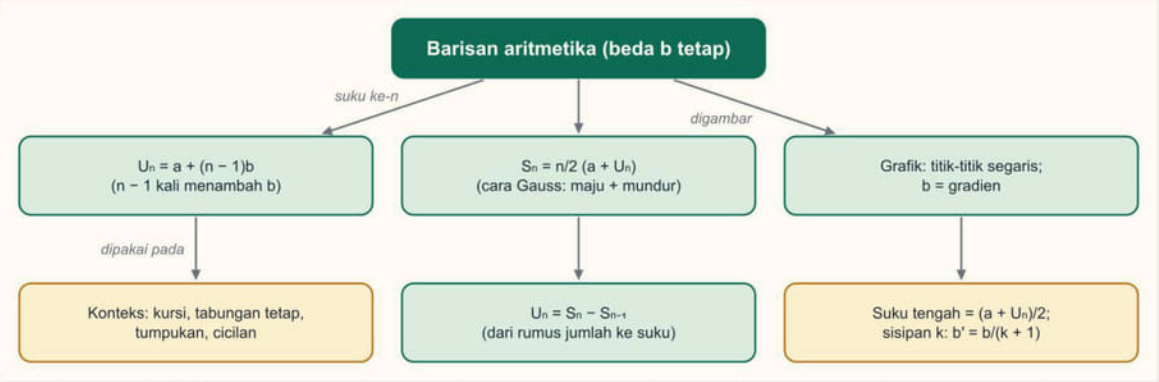
Barisan aritmetika bertambah dengan beda tetap b; suku ke-n adalah $a + (n-1)b$ karena b ditambahkan $n - 1$ kali, dan grafiknya titik-titik segaris. Jumlah n suku $\frac{n}{2}(a + U_n)$ lahir dari cara Gauss (deret maju ditambah deret mundur). Dari rumus jumlah, suku ke-n diperoleh dengan $S_n - S_{n-1}$. Bila perhitungan memberi dua nilai n, pilih yang bermakna (bilangan asli, sesuai cerita).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 2.18):

- $U_n = a + (n-1)b$; dari U_p dan U_q: $(q-p)b = U_q - U_p$.
- $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ = banyak suku × rata-rata ujung.
- $U_n = S_n - S_{n-1}$; suku tengah $= \frac{a+U_n}{2}$; sisipan k: $b' = \frac{b}{k+1}$.
- "Suku ke-n" (satu baris) berbeda dengan "jumlah sampai n" (seluruh baris).



Gambar 2.18 Peta konsep barisan dan deret aritmetika. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal barisan aritmetika:

1. Tulis beberapa suku pertama dari cerita atau gambar, lalu pastikan bedanya tetap.
2. Tentukan a dan b, termasuk tanda b (berkurang berarti negatif).
3. Tentukan yang ditanyakan: **suku** (U_n) atau **jumlah** (S_n).
4. Hitung, lalu cek dengan menuliskan beberapa suku secara manual.
5. Bila muncul dua nilai n, pilih yang sesuai konteks.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
n dan $n-1$	$U_{12} = a + 12b$	suku pertama belum mendapat tambahan: $a + 11b$
Suku dan jumlah tertukar	menjawab S_{10} padahal ditanya U_{10}	baca: "pada baris ke-" (suku) atau "seluruhnya" (jumlah)
Pembulatan n	$n \approx 16{,}8$ dibulatkan menjadi 16	uji dua bilangan bulat di sekitar hasil
"Kurang dari" dan "paling banyak"	bulan dengan cicilan tepat 900.000 dianggap "kurang dari 900.000"	perhatikan tanda $<$ dan $\leq$
Pola gambar	setiap persegi dihitung 4 batang	hitung tahap 1, 2, 3 secara nyata, lalu cari bedanya

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian tengah barisan	"6 bulan terakhir" dihitung dengan S_6	gunakan $S_{12} - S_6$

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 6 (kertas koreografi suporter). Banyak kertas pada baris kursi pertama dan kedua diketahui, lalu bertambah dengan pola yang sama sampai baris ketujuh. Ditanyakan banyak penonton pemegang kertas pada baris tertentu. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: suku ke-n barisan aritmetika; "setiap penonton memegang satu lembar" berarti banyak kertas = banyak orang.
- Langkah: a = baris pertama, b = selisih baris kedua dan pertama → $U_n = a + (n-1)b$ → cek dengan menuliskan barisan sampai baris ketujuh.
- Pengecoh yang dipasang: suku di sebelahnya (hasil salah n atau $n-1$), dan nilai baris terakhir.

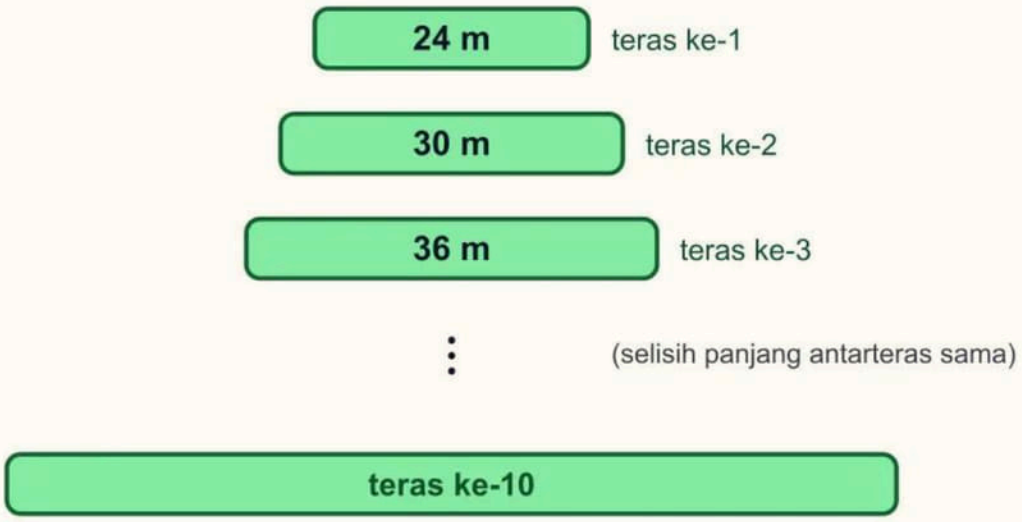
Rujukan: soal nomor 6 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut membaca beda barisan dari gambar, lalu menghitung jumlah sepuluh suku. Perhatikan beda antara suku ke-n dan jumlah n suku pertama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Sawah terasering di lereng bukit Desa Wanasari terdiri atas 10 teras. Setiap teras dibatasi satu pematang lurus di tepinya. Panjang pematang tiga teras teratas ditunjukkan pada gambar, dan panjang pematang setiap teras berikutnya bertambah dengan selisih yang sama.
Jumlah panjang pematang seluruh teras adalah .... m



A. 78
B. 510
C. 540
D. 780
E. 1.020

Pembahasan **Kunci: B**

Konsep: panjang pematang membentuk barisan aritmetika ($a = 24, b = 6$). Jumlah n suku: $S_n = \frac{n}{2}\,(2a + (n-1)b)$ atau $\frac{n}{2}(a + U_n)$.

Langkah 1. $b = 30 - 24 = 6$ m. Suku ke-10: $U_{10} = 24 + 9 \times 6 = 78$ m.

Langkah 2. $S_{10} = \frac{10}{2}(24 + 78) = 5 \times 102 = 510$ m.

Cek ulang: $\frac{10}{2}(2 \cdot 24 + 9 \cdot 6) = 5(48 + 54) = 510$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (78): panjang pematang teras ke-10 saja, bukan jumlahnya.
- C (540): memakai $n \times b$ alih-alih $(n-1)b$, sehingga $U_{10} = 84$.
- D (780): $10 \times U_{10}$, menganggap semua teras sepanjang teras terbawah.
- E (1.020): lupa membagi 2, $10 \times (24 + 78)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✎ LATIHAN

Soal 1 mencari banyak benda pada baris terakhir sebuah tumpukan, dan soal 2 memakai barisan aritmetika pada jadwal waktu.

1. Bu Imah menata kelapa muda di lapaknya di Pasar Beringharjo dalam satu tumpukan bertingkat. Baris paling atas berisi 3 butir, dan setiap baris di bawahnya berisi 2 butir lebih banyak daripada baris di atasnya. Tumpukan itu terdiri atas 8 baris.
Banyak kelapa pada baris paling bawah adalah .... butir

A. 15
B. 16
C. 17
D. 19
E. 80

2. Kereta rel listrik (KRL) dari Stasiun Sukamulya berangkat pertama kali pukul 05.30. Sesudah itu, setiap 12 menit ada satu keberangkatan berikutnya.
Keberangkatan ke-15 pada hari itu terjadi pukul ....

A. 08.06
B. 08.18
C. 08.30
D. 08.42
E. 07.48

Kunci singkat: 1. C 2. B

✔ PERIKSA DIRI

- Tulis rumus U_n dan S_n dari ingatan, lalu jelaskan mengapa ada $(n-1)$ pada U_n.
- Bila S_n diketahui dalam rumus n, bagaimana cara mencari U_{10}?
- Pada soal yang menghasilkan dua nilai n, apa dua hal yang kamu periksa untuk memilih nilai yang benar?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-2.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga

MATW-2.4

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **barisan dan deret geometri**, dengan penerapan pada **pertumbuhan, peluruhan, bunga tunggal, dan bunga majemuk**. Soal asli 2025 nomor 7 memodelkan kadar asam urat yang turun 20% setiap hari dan meminta **semua** hari ketika pasien sudah nyaman tetapi belum sembuh (PG kompleks). Sub bab ini termasuk prioritas: banyak konteks sehari-hari (penduduk, tabungan, baterai, video viral) memakai model ini, dan pengecohnya hampir selalu berasal dari **berpikir linear** pada situasi yang sebenarnya geometris.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- mengenali barisan geometri dan menentukan rasio r dari cerita ("naik $p\%$", "turun $p\%$", "dua kali lipat", "tinggal setengah");
- menurunkan dan memakai rumus suku ke-n, jumlah n suku, dan (sebagai pengayaan) jumlah tak hingga;
- memodelkan pertumbuhan, peluruhan, bunga tunggal, dan bunga majemuk, serta membedakan "hari ke-n" dengan "setelah n hari".

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Pada barisan aritmetika, setiap langkah **menambahkan** bilangan yang sama. Banyak peristiwa justru **mengalikan**: bakteri membelah menjadi dua, harga naik 5% dari harga sebelumnya, kadar suatu zat turun seperempat dari sisanya, dan pesan berantai diteruskan ke tiga orang baru. Pola "dikali bilangan yang sama setiap langkah" disebut **barisan geometri**. Perbedaannya dengan barisan aritmetika tampak kecil di awal, tetapi lama-kelamaan sangat besar, seperti yang terlihat pada perbandingan bunga tunggal dan majemuk di bagian 4.

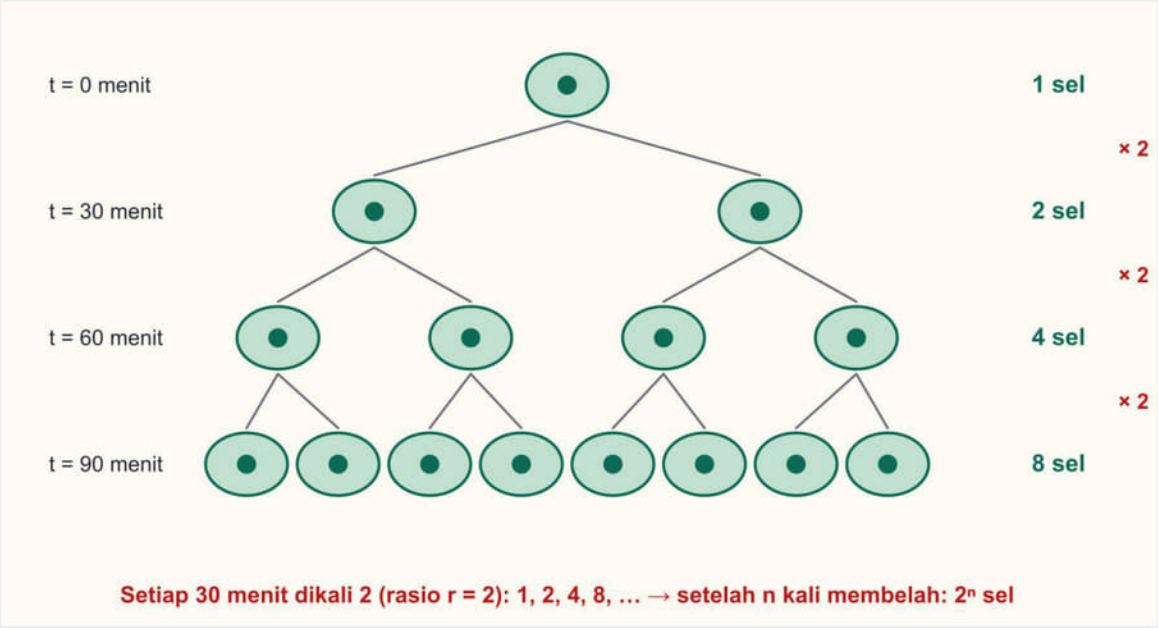
1. Rasio dan suku ke-n

Barisan geometri adalah barisan yang perbandingan dua suku berurutannya selalu sama. Perbandingan tetap itu disebut **rasio**:

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \cdots$$

Pada Gambar 2.19, banyak sel setiap 30 menit adalah 1, 2, 4, 8, ... dengan rasio 2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.19 Setiap sel membelah menjadi dua setiap 30 menit, sehingga banyak sel membentuk barisan geometri 1, 2, 4, 8, ... dengan rasio 2. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Seperti pada barisan aritmetika, dari suku pertama ke suku ke-n ada $n-1$ langkah. Bedanya, setiap langkah **mengalikan** dengan r, sehingga

$$U_n = a \cdot r^{\,n-1}.$$

Rasio dibaca dari kalimat cerita. "Naik 20%" berarti setiap nilai menjadi $100\% + 20\% = 120\%$ dari nilai sebelumnya, jadi $r = 1{,}2$. "Turun 20%" berarti tersisa 80%, jadi $r = 0{,}8$, **bukan** $0{,}2$ (nilai $0{,}2$ adalah bagian yang hilang, bukan yang tersisa). "Tinggal setengah" berarti $r = \frac{1}{2}$. Rasio negatif membuat tanda suku berganti-ganti, misalnya $3, -6, 12, -24$ dengan $r = -2$.

2. Jumlah n suku pertama

Untuk menjumlahkan $S_n = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1}$, kalikan seluruh deret dengan r, lalu kurangkan:

$$\begin{aligned} S_n &= a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} \\ rS_n &= \quad\; ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} + ar^n \end{aligned}$$

Semua suku di tengah muncul di kedua baris, sehingga saling menghapus saat dikurangkan. Yang tersisa hanya suku pertama baris atas dan suku terakhir baris bawah: $rS_n - S_n = ar^n - a$, atau $S_n(r-1) = a(r^n - 1)$. Maka

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad (r \neq 1).$$

Untuk $r < 1$ bentuk yang setara $S_n = \dfrac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ lebih enak dipakai karena pembilang dan penyebutnya positif.

> **Pengayaan: deret tak hingga.** Bila $-1 < r < 1$, nilai r^n makin mendekati 0 untuk n yang makin besar, sehingga jumlah seluruh suku (tak hingga banyaknya) mendekati $S_\infty = \dfrac{a}{1 - r}$. Contohnya,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

> $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots = \frac{1}{1-1/2} = 2$.

Contoh terselesaikan 1: pesan berantai

Pada hari pertama, 2 orang menerima sebuah pesan. Setiap penerima meneruskannya kepada 3 orang baru keesokan harinya, dan tidak ada yang menerima dua kali. Berapa penerima baru pada hari ke-6, dan berapa orang seluruhnya yang sudah menerima pesan sampai hari ke-6?

1. Penerima baru tiap hari: 2, 6, 18, … (setiap orang menghasilkan 3 penerima baru), jadi $a = 2$ dan $r = 3$.
2. Hari ke-6: $U_6 = 2 \cdot 3^5 = 2 \times 243 = 486$ orang. Pangkatnya 5, bukan 6, karena hari pertama sudah U_1.
3. Seluruh penerima sampai hari ke-6: $S_6 = \dfrac{2(3^6 - 1)}{3 - 1} = 729 - 1 = 728$ orang.
4. Cek dengan menjumlah langsung: $2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = 728$ ✓.

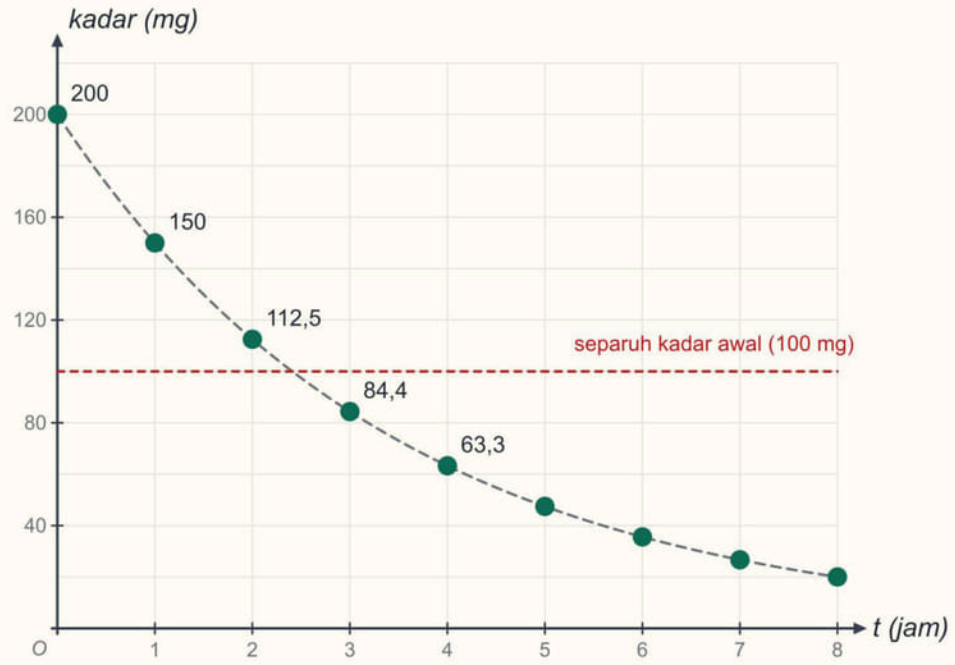
3. Pertumbuhan dan peluruhan

Bila suatu besaran berubah $p\%$ **dari nilai sebelumnya** setiap periode, nilainya membentuk barisan geometri. Setelah n periode dari nilai awal M_0:

- **pertumbuhan**: $M_n = M_0(1 + p)^n$;
- **peluruhan**: $M_n = M_0(1 - p)^n$,

dengan p ditulis sebagai desimal ($5\% = 0{,}05$). Alasannya: setiap periode nilai dikalikan $(1 \pm p)$, dan setelah n periode perkalian itu terjadi n kali. Gambar 2.20 memperlihatkan peluruhan 25% per jam: kadar turun 50 mg pada jam pertama, tetapi hanya sekitar 37,5 mg pada jam kedua, karena 25% dihitung dari sisa yang makin kecil. Grafiknya melengkung, bukan garis lurus.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Kadar(t) = 200 × 0,75ᵗ: setiap jam tersisa 75%, bukan berkurang 50 mg tetap.

Gambar 2.20 Kadar suatu zat yang berkurang 25% setiap jam dari 200 mg: 200; 150; 112,5; 84,4; .... Setiap jam tersisa 75% dari kadar sebelumnya. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Awas indeks. Bandingkan dua cara bertanya:

- "Setelah n jam" dihitung dari nilai awal (saat $t = 0$), jadi pangkatnya n: $M_0(1-p)^n$.
- "Pada hari ke-n" dengan hari ke-1 sebagai nilai awal adalah suku ke-n barisan, jadi pangkatnya $n-1$: $U_n = U_1(1-p)^{n-1}$.

Kalau ragu, buat **tabel berantai** beberapa baris pertama: tulis periode dan nilainya satu per satu. Tabel juga membantu menjawab pertanyaan "kapan pertama kali di bawah ...", karena kita belum memakai logaritma.

Waktu paruh adalah waktu yang diperlukan agar suatu besaran tinggal setengahnya. Bila waktu paruhnya T, setelah waktu t yang tersisa $M_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$.

Contoh terselesaikan 2: kapan kadar di bawah separuh

Kadar suatu zat pembersih di air kolam 200 mg dan berkurang 25% setiap jam. Berapa kadarnya setelah 3 jam, dan setelah berapa jam (bilangan bulat) kadarnya pertama kali kurang dari 100 mg?

1. Peluruhan dengan $1 - p = 0{,}75$: setelah 3 jam, $200 \times 0{,}75^3 = 200 \times 0{,}421875 = 84{,}375$ mg.
2. Tabel berantai: $t = 0$: 200; $t = 1$: 150; $t = 2$: 112,5; $t = 3$: 84,375.
3. Pertama kali di bawah 100 mg adalah setelah **3 jam**. Setelah 2 jam kadarnya masih 112,5 mg (lihat garis merah pada Gambar 2.20).
4. Bila kita salah berpikir linear (berkurang 50 mg tetap setiap jam), kita akan menjawab "setelah 2 jam tepat 100 mg". Model geometri menunjukkan kadarnya turun makin lambat.

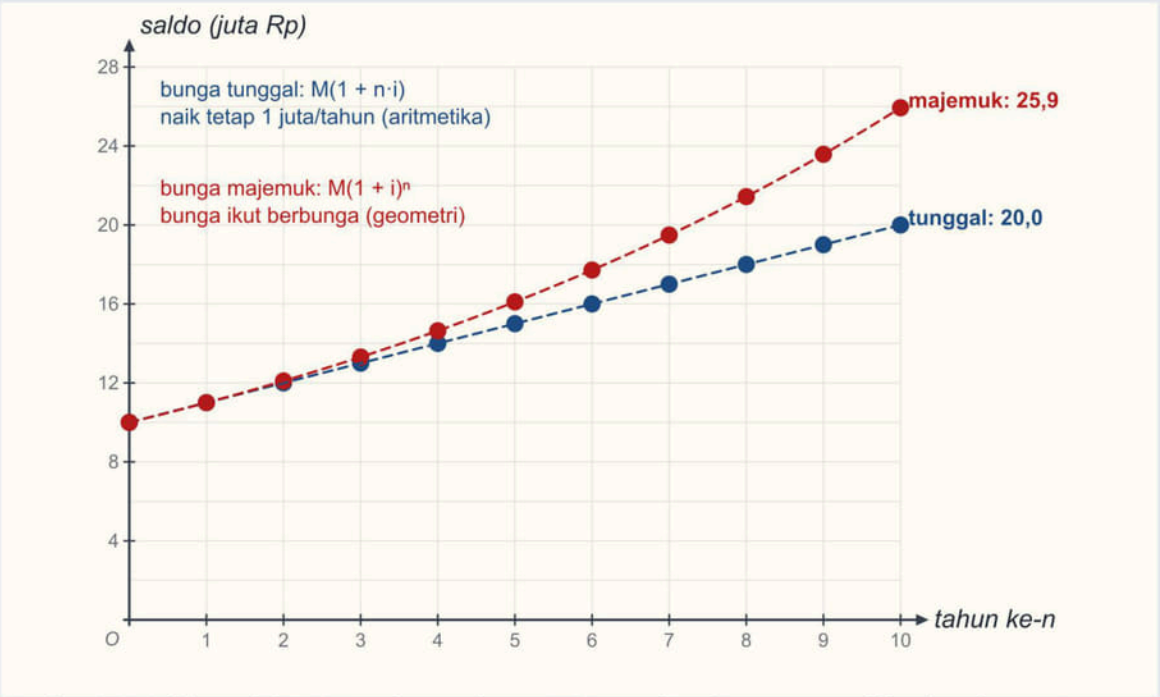
4. Bunga tunggal dan bunga majemuk

Misalkan modal M disimpan dengan bunga i per periode.

- **Bunga tunggal**: bunga selalu dihitung dari **modal awal**, sehingga setiap periode saldo bertambah Mi yang sama. Setelah n periode: $M_n = M + nMi = M(1 + ni)$. Saldo membentuk barisan **aritmetika**.
- **Bunga majemuk**: bunga dihitung dari **saldo terakhir**, sehingga bunga ikut berbunga. Tahun pertama $M(1+i)$, tahun kedua $M(1+i)(1+i)$, dan seterusnya: $M_n = M(1+i)^n$. Saldo membentuk barisan **geometri**.

Gambar 2.21 membandingkan keduanya untuk modal Rp10 juta dan bunga 10% per tahun. Pada tahun-tahun awal selisihnya kecil, tetapi setelah 10 tahun bunga majemuk memberi sekitar Rp25,9 juta, sedangkan bunga tunggal Rp20 juta.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.21 Saldo modal Rp10 juta dengan bunga 10% per tahun: bunga tunggal (biru) naik tetap 1 juta per tahun, bunga majemuk (merah) naik makin cepat. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 3: membandingkan dua jenis bunga

Rina menyimpan Rp10.000.000,00 selama 3 tahun dengan bunga 6% per tahun. Hitung saldo akhir dengan bunga tunggal dan dengan bunga majemuk.

1. Bunga tunggal: $10.000.000(1 + 3 \times 0{,}06) = 10.000.000 \times 1{,}18 = 11.800.000$.
2. Bunga majemuk: $10.000.000 \times 1{,}06^3$. Hitung bertahap: $1{,}06^2 = 1{,}1236$ dan $1{,}1236 \times 1{,}06 = 1{,}191016$. Saldo Rp11.910.160,00.
3. Selisihnya Rp110.160,00, yaitu bunga atas bunga yang terkumpul pada tahun kedua dan ketiga.
4. Cek tahun demi tahun (majemuk): $10.600.000 \to 11.236.000 \to 11.910.160$ ✓.

Contoh terselesaikan 4: lintasan bola memantul

Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 4 m. Setiap kali memantul, bola mencapai $\frac{3}{4}$ tinggi sebelumnya (Gambar 2.22). Berapa tinggi pantulan keempat, dan berapa panjang lintasan bola sampai berhenti?



Gambar 2.22 Bola dijatuhkan dari 4 m dan setiap pantulan mencapai $\frac{3}{4}$ tinggi sebelumnya. Setiap pantulan dilalui dua kali: naik dan turun. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

1. Tinggi pantulan: 3; 2,25; 1,6875; ... dengan $a = 3$ dan $r = \frac{3}{4}$. Pantulan keempat: $3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{81}{64} \approx 1{,}27$ m.
2. Lintasan: jatuh pertama 4 m (sekali), lalu setiap pantulan dilalui **dua kali** (naik dan turun).
3. Jumlah semua tinggi pantulan (deret tak hingga, pengayaan): $\dfrac{3}{1 - \frac{3}{4}} = 12$ m.
4. Panjang lintasan $= 4 + 2 \times 12 = 28$ m. Kesalahan umum: lupa mengalikan 2, sehingga menjawab 16 m.

5. Model linear atau model geometri?

Dalam soal cerita, langkah pertama yang menentukan adalah memilih model. Pegangannya ada pada kata kerja perubahan:

- "bertambah **Rp5.000,00** setiap bulan", "berkurang **15 liter** setiap hari" → perubahan **tetap dalam satuan** → aritmetika (linear).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- "naik **5%** setiap tahun", "berkurang **seperempatnya**", "menjadi **dua kali lipat**" → perubahan **sebanding dengan nilai saat itu** → geometri (eksponensial).

Cara memeriksa dari tabel data: bila **selisih** nilai berurutan kira-kira tetap, pakai model linear; bila **perbandingan** nilai berurutan kira-kira tetap, pakai model geometri. Misalnya data 200, 210, 220,5, 231,5 mempunyai selisih 10; 10,5; 11 (berubah), tetapi perbandingannya selalu sekitar 1,05, jadi data itu tumbuh 5% per periode. Kedua model dapat memberi angka yang mirip untuk satu atau dua periode pertama, tetapi makin jauh ke depan, model geometri dengan $r > 1$ selalu melampaui model linear (bandingkan lagi Gambar 2.21). Karena itu prediksi jangka panjang sangat bergantung pada model yang dipilih.

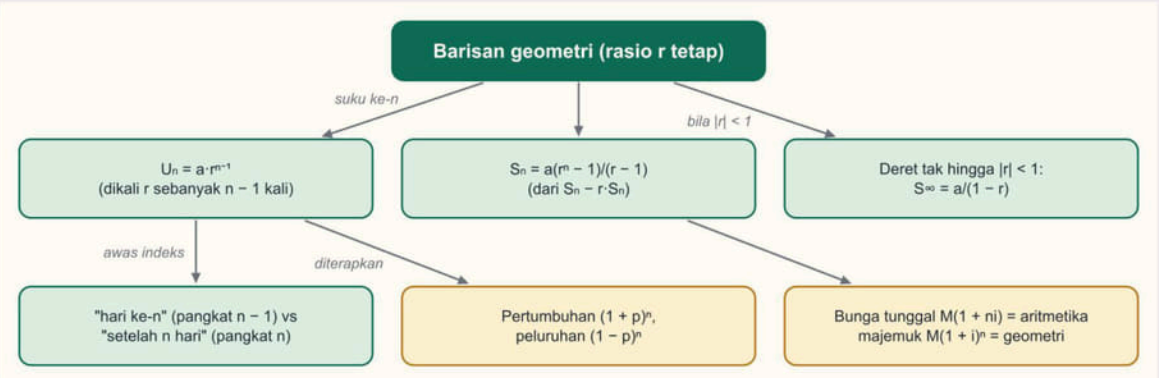
Ringkasan

Barisan geometri dikali rasio r tetap: $U_n = ar^{n-1}$, dan $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ diperoleh dari $rS_n - S_n$. Perubahan $p\%$ dari nilai sebelumnya adalah perkalian dengan $(1 \pm p)$, bukan penjumlahan tetap. Bunga tunggal = aritmetika ($M(1+ni)$), bunga majemuk = geometri ($M(1+i)^n$). Selalu periksa apakah pertanyaan memakai "setelah n periode" (pangkat n) atau "periode ke-n" (pangkat $n-1$).

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 2.23):

- Turun $p\%$ → kalikan $(1-p)$; naik $p\%$ → kalikan $(1+p)$.
- $U_n = ar^{n-1}$; $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$; pengayaan: $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ untuk $|r| < 1$.
- Bunga tunggal $M(1+ni)$, bunga majemuk $M(1+i)^n$.
- Buat tabel berantai bila ragu soal indeks atau "kapan pertama kali".



Gambar 2.23 Peta konsep barisan dan deret geometri beserta penerapannya. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal pertumbuhan dan peluruhan:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Ubah kalimat menjadi rasio r dan tentukan panjang satu periode.
2. Tentukan **nilai awal** dan **indeks**: apakah nilai awal itu "hari ke-1" atau "jam ke-0"?
3. Hitung banyak periode, lalu pakai rumus atau tabel berantai.
4. Untuk soal "pertama kali", bandingkan dua nilai berturut-turut di sekitar batas.
5. Periksa kewajaran: geometri dengan $0 < r < 1$ tidak pernah mencapai nol; dengan $r > 1$, nilainya tumbuh makin cepat.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Berpikir linear	turun 30% per hari dari 200 mg dianggap berkurang tetap 60 mg per hari	turun 30% dari **sisa** berarti dikali 0,7
"Turun 20%" dan "tinggal 20%"	dikali 0,2	turun 20% berarti tinggal 80%
"Menjadi 4 kali" dan "naik 400%"	menyamakan keduanya	menjadi 4 kali = naik 300%
Salah indeks	kadar hari ke-n ditulis ar^n	cek: hari pertama harus memberi nilai awal
Waktu paruh	sisa setelah 4 waktu paruh = awal dibagi 4	dibagi $2^4 = 16$
Persen bertingkat	naik 10% lalu turun 10% kembali ke semula	kalikan faktornya
Deret tak hingga pada pantulan	jatuh pertama dihitung dua kali	pisahkan jatuh pertama dari pantulan

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 7 (kadar asam urat). Kadar asam urat pada hari pertama diketahui dan turun 20% setiap hari. Ada dua batas: pasien nyaman bila kadarnya di bawah batas pertama, dan dianggap sembuh bila di bawah batas kedua yang lebih kecil. Ditanyakan **semua** hari ketika pasien nyaman tetapi belum sembuh. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: peluruhan dengan rasio $0{,}8$; indeks dimulai dari hari ke-1 (nilai awal).
- Langkah: buat tabel berantai hari ke-1, 2, 3, ... → tandai hari yang memenuhi **kedua** syarat sekaligus → pilih semua hari itu.
- Pengecoh yang dipasang: hari ketika kadar masih di atas batas nyaman (terpilih bila penurunan dianggap linear atau indeks hari bergeser satu), dan hari ketika pasien sudah dianggap sembuh. Ingat juga bahwa pada PG kompleks semua hari yang memenuhi harus dipilih, bukan hanya yang pertama.

Rujukan: soal nomor 7 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memakai model peluruhan $(1 - p)^n$ untuk nilai jual kendaraan. Perhatikan beda antara "turun 12% dari nilai tahun sebelumnya" dan turun sama besar setiap tahun.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Harga sebuah sepeda motor baru Rp20.000.000,00 pada awal tahun 2026. Nilai jualnya turun 12% setiap tahun dari nilai tahun sebelumnya.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Nilai jual pada awal tahun 2027 adalah Rp17.600.000,00.
☐ B. Nilai jual pada awal tahun 2028 adalah Rp15.200.000,00.
☐ C. Penurunan nilai selama tahun 2027 lebih kecil daripada selama tahun 2026.
☐ D. Nilai jual n tahun setelah awal 2026 adalah $20.000.000 \times (0{,}12)^n$ rupiah.
☐ E. Nilai jual sepeda motor itu habis (menjadi Rp0,00) pada tahun 2034.

Pembahasan **Kunci: A, C**

Konsep: penurunan $p\%$ dari nilai **tahun sebelumnya** adalah peluruhan (barisan geometri) dengan rasio $1 - p\% = 0{,}88$: $M_n = M_0 \times 0{,}88^n$.

Periksa setiap pernyataan.
• A: $20.000.000 \times 0{,}88 = 17.600.000$ ✓.
• B: $17.600.000 \times 0{,}88 = 15.488.000$, bukan 15.200.000 ✗ (15.200.000 diperoleh bila setiap tahun turun Rp2.400.000 tetap, yaitu cara linear).
• C: turun selama 2026 $= 2.400.000$; selama 2027 $= 17.600.000 - 15.488.000 = 2.112.000$, lebih kecil ✓ (12% dari nilai yang makin kecil).
• D: rasio yang benar $0{,}88$, bukan $0{,}12$ ✗ ($0{,}12$ adalah bagian yang **hilang**).
• E: $M_n = 20.000.000 \times 0{,}88^n$ selalu positif, tidak pernah tepat nol ✗ (2034 berasal dari anggapan linear $100\% : 12\% \approx 8{,}3$ tahun).

Jawaban: A, C.

Jebakan: B dan E muncul bila penurunan dianggap tetap setiap tahun (bunga tunggal/linear); D tertukar antara bagian yang hilang dan bagian yang tersisa.

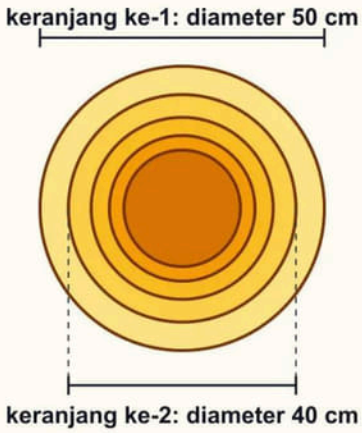
✎ LATIHAN

Soal 1 membaca rasio barisan geometri dari ukuran pada gambar, dan soal 2 memakai pertumbuhan 25% per bulan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Bu Warni, pedagang di Pasar Kranggan, menjual satu set lima keranjang rotan berbentuk lingkaran yang dapat disusun bersarang. Gambar menunjukkan set itu dilihat dari atas beserta diameter dua keranjang terbesar. Perbandingan diameter dua keranjang yang berurutan selalu sama.

Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Diameter keranjang ke-4 adalah 25,6 cm.
☐ B. Diameter keranjang ke-3 adalah 30 cm.
☐ C. Jumlah diameter kelima keranjang adalah 168,08 cm.
☐ D. Diameter keranjang ke-5 kurang dari setengah diameter keranjang ke-1.
☐ E. Luas alas keranjang ke-2 adalah 4/5 luas alas keranjang ke-1.

2. Koperasi Tani Ngudi Rejeki menjual sayur organik dengan sistem langganan. Pada Januari 2027 pelanggannya 256 orang. Setiap bulan banyak pelanggan bertambah 25% dari banyak pelanggan bulan sebelumnya.

Data disusun untuk latihan soal.

Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Banyak pelanggan pada April 2027 adalah 500 orang.
☐ B. Dari Januari ke Maret 2027, banyak pelanggan bertambah 50%.
☐ C. Banyak pelanggan pertama kali melebihi 600 orang pada Juni 2027.
☐ D. Pertambahan pelanggan dari April ke Mei 2027 adalah 125 orang.
☐ E. Banyak pelanggan pada Mei 2027 lebih dari dua kali banyak pelanggan pada Januari 2027.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kunci singkat: 1. A, C, D 2. A, D, E

✔ PERIKSA DIRI

- Ubah ke rasio: "dikeluarkan 25% setiap 4 jam", "naik 1,25% per tahun", "tinggal setengah setiap 8 hari".
- Mengapa saldo bunga majemuk selalu lebih besar daripada bunga tunggal dengan persentase sama setelah lebih dari satu periode?
- Pada soal "hari ke berapa pertama kali di bawah …", mengapa tabel berantai lebih aman daripada langsung memakai rumus?



Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-2.4

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 2

MATW-KB2

Jumlah soal: 25 **Waktu anjuran:** 75 menit

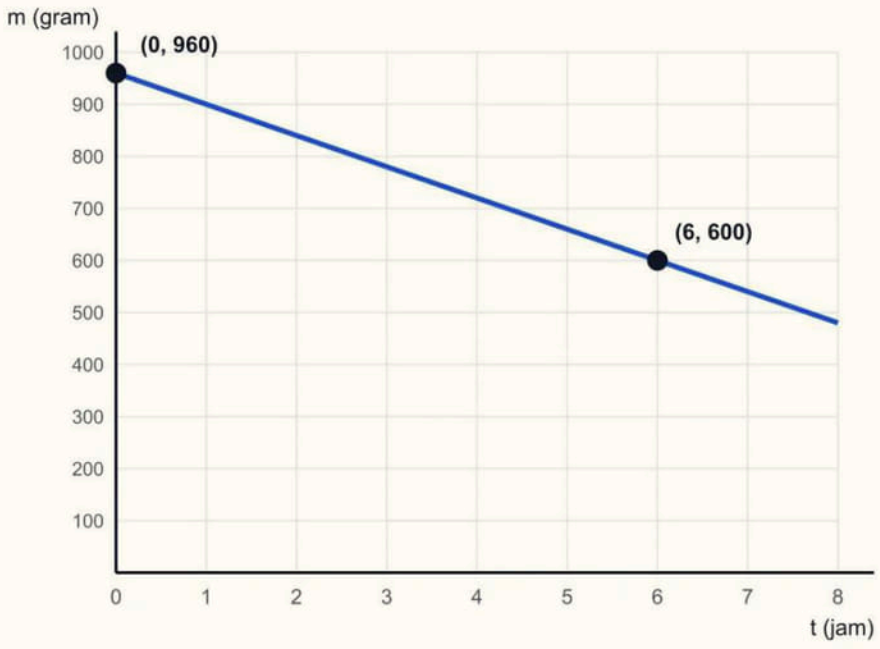
Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 2 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-KB2

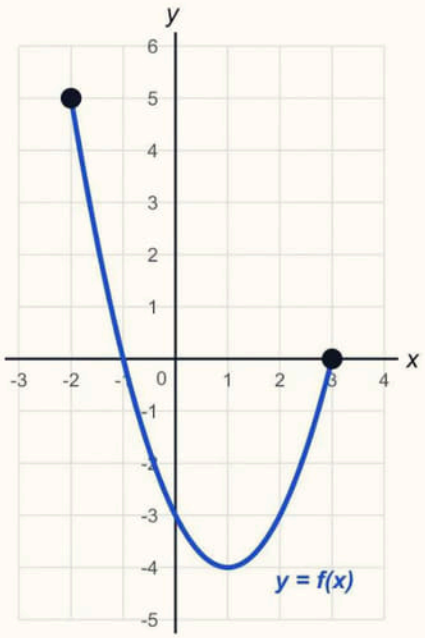
1. Laboratorium robotik sebuah SMA memakai printer 3D untuk mencetak suku cadang robot. Selama printer bekerja, massa filamen pada gulungan berkurang dengan laju tetap. Gambar berikut menunjukkan massa filamen yang tersisa, m gram, terhadap lama pencetakan, t jam.
Data disusun untuk latihan soal.
Fungsi yang menyatakan massa filamen yang tersisa adalah ....



A. $m(t) = 960 - 60t$
B. $m(t) = 960 + 60t$
C. $m(t) = 600 - 60t$
D. $m(t) = 960 - 100t$
E. $m(t) = 960 - 360t$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Gambar berikut menunjukkan fungsi kuadrat $y = f(x)$ pada bidang koordinat berpetak. Daerah asal fungsi itu adalah $\{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$; kedua ujungnya ditandai dengan titik. Titik terendah parabola juga terletak tepat pada perpotongan garis petak.
Daerah hasil fungsi f adalah ....



A. $\{y \mid 0 \leq y \leq 5\}$
B. $\{y \mid -3 \leq y \leq 5\}$
C. $\{y \mid y \geq -4\}$
D. $\{y \mid -4 \leq y \leq 0\}$
E. $\{y \mid -4 \leq y \leq 5\}$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Bu Rahmi, seorang petani rumput laut, akan membuat para-para penjemuran berbentuk persegi panjang di samping dinding gudang, seperti tampak atas pada gambar. Sisi yang menempel pada dinding tidak diberi pembatas, sedangkan tiga sisi lainnya dibatasi tali yang panjang seluruhnya 36 m. Lebar para-para (sisi yang tegak lurus dinding) adalah x m. Luas para-para terbesar yang dapat dibuat adalah .... m^2



A. 81
B. 144
C. 160
D. 162
E. 324

4. Sampai pertengahan musim kompetisi 2026, klub catur SMA Harapan Bangsa telah memainkan 20 pertandingan dan menang 12 kali (tidak ada hasil remis). Jika klub itu memenangkan x pertandingan berikutnya secara berturut-turut, persentase kemenangannya menjadi

$$P(x) = \frac{12 + x}{20 + x} \times 100\%.$$

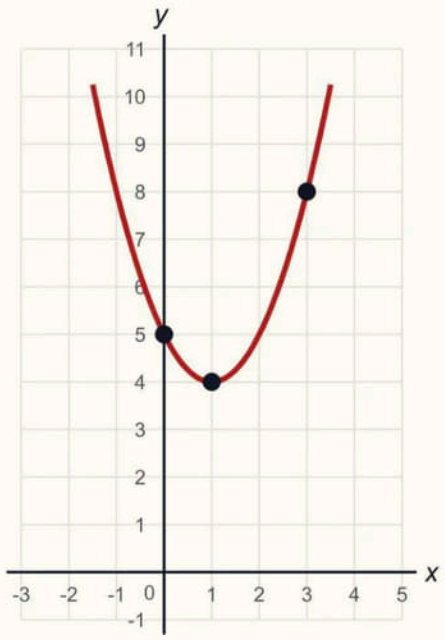
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Setelah memenangkan 20 pertandingan berikutnya secara berturut-turut, persentase kemenangan klub tepat 80%.	○	○
Jika klub terus menang tanpa pernah kalah, pada suatu saat persentase kemenangannya mencapai 100%.	○	○
Agar persentase kemenangan mencapai 75%, klub cukup memenangkan 10 pertandingan berikutnya secara berturut-turut.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Gambar berikut menunjukkan sebuah parabola pada bidang koordinat berpetak. Titik puncak parabola dan dua titik lain yang dilaluinya ditandai dengan titik tebal. Garis $y = mx + 1$ menyinggung parabola tersebut, artinya garis dan parabola bertemu tepat di satu titik. Garis itu selalu melalui titik $(0, 1)$.
Nilai m yang memenuhi adalah ....

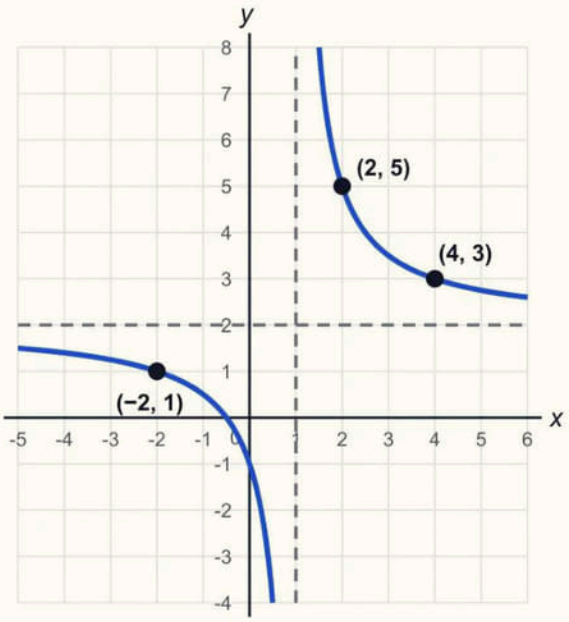


A. $m = -2$ atau $m = 6$
B. $m = 2$ atau $m = -6$
C. $m = 4$ atau $m = -4$
D. $m = 0$ atau $m = -4$
E. $m = 2\sqrt{3}$ atau $m = -2\sqrt{3}$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Gambar berikut memperlihatkan fungsi $f(x) = \dfrac{ax+b}{x+c}$ beserta kedua asimtotnya (garis putus-putus). Kedua asimtot melalui perpotongan garis petak, a, b, c bilangan bulat, dan tiga titik yang ditandai terletak pada fungsi tersebut.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Rumus fungsinya adalah $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

☐ B. Daerah hasil f adalah $\{y \mid y \neq 1,\ y \in \mathbb{R}\}$.

☐ C. Fungsi f memotong sumbu-x di titik $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$.

☐ D. Untuk setiap $x > 1$, nilai $f(x)$ lebih dari 2.

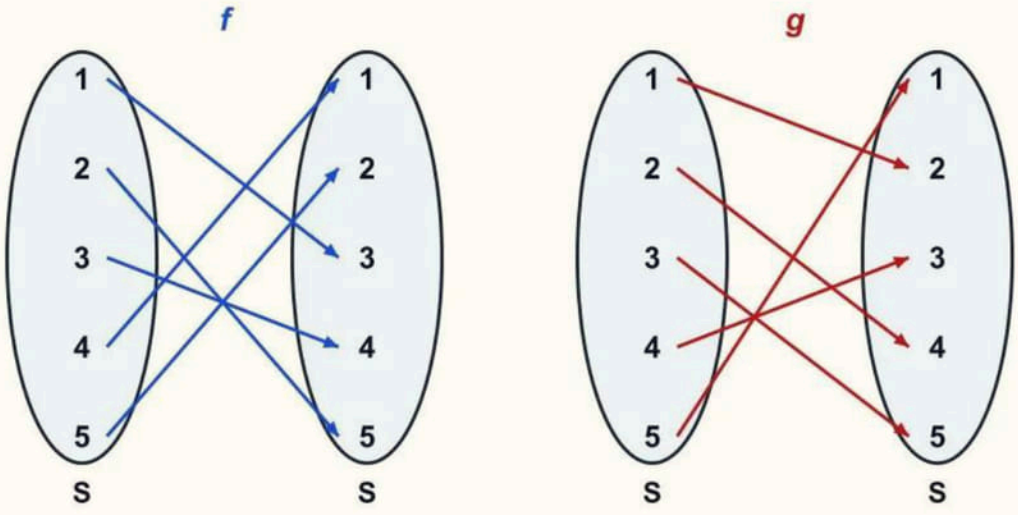
☐ E. Fungsi f memotong sumbu-y di titik $(0, 1)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

7. Perhatikan permasalahan berikut.
Diketahui fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$. Berapakah nilai maksimum fungsi f?
Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab permasalahan tersebut.
(1) Parabola $y = f(x)$ memotong sumbu-x di titik $(-1, 0)$ dan $(5, 0)$.
(2) $f(2) = 18$.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) TIDAK cukup untuk menjawab pertanyaan.

8. Fungsi f dan fungsi g masing-masing memetakan himpunan $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke himpunan S sendiri, seperti ditunjukkan oleh diagram panah pada gambar. Setiap panah menghubungkan sebuah masukan dengan keluarannya; panah biru untuk f dan panah merah untuk g.
Nilai $(g \circ f)(3)$ adalah ....



A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
E. 5

9. Dalam sebuah kompetisi sains antarsekolah tahun 2027, skor mentah peserta s $(0 \le s \le 40)$ diolah dalam dua tahap. Tahap pertama mengubahnya ke skala 100 dengan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$f(s) = 2{,}5s$. Tahap kedua menyesuaikan tingkat kesulitan soal dengan $g(x) = 0{,}8x + 20$. Nilai akhir peserta adalah $N = (g \circ f)(s)$.
Seorang peserta memperoleh nilai akhir 76. Skor mentahnya adalah ....

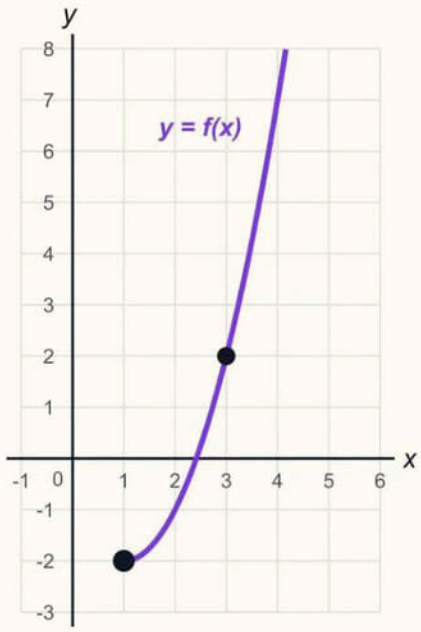
A. 13
B. 28
C. 38
D. 22,4
E. 70

10. Diketahui $g(x) = 3x - 1$ dan $(f \circ g)(x) = 9x^2 - 6x + 4$. Dalam komposisi ini, fungsi g bekerja lebih dahulu, lalu hasilnya diolah oleh fungsi f.
Rumus fungsi $f(x)$ adalah ....

A. $x^2 + 3$
B. $x^2 + 4$
C. $x^2 - 2x + 4$
D. $x^2 - 4x + 7$
E. $x^2 + 7$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Gambar berikut menunjukkan fungsi kuadrat $y = f(x)$ yang daerah asalnya dibatasi $x \geq 1$, sehingga f mempunyai fungsi invers. Titik ujung kiri fungsi itu adalah puncak parabola, dan titik tebal lainnya terletak pada fungsi.
Rumus $f^{-1}(x)$ untuk $x \geq -2$ adalah ....

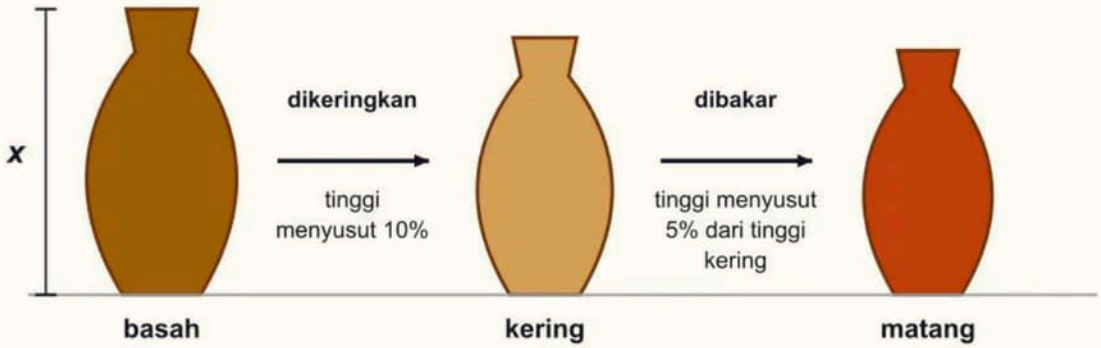


A. $1 - \sqrt{x+2}$
B. $-1 + \sqrt{x+2}$
C. $1 + \sqrt{x-2}$
D. $2 + \sqrt{x+1}$
E. $1 + \sqrt{x+2}$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Di sebuah sentra kerajinan gerabah, vas dibentuk dari tanah liat basah, lalu melewati dua tahap seperti pada gambar. Jika tinggi vas basah x cm, tinggi vas setelah dikeringkan adalah $p(x)$ cm dan tinggi setelah dibakar adalah $(q \circ p)(x)$ cm, dengan p dan q mengikuti penyusutan yang tertera pada gambar.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



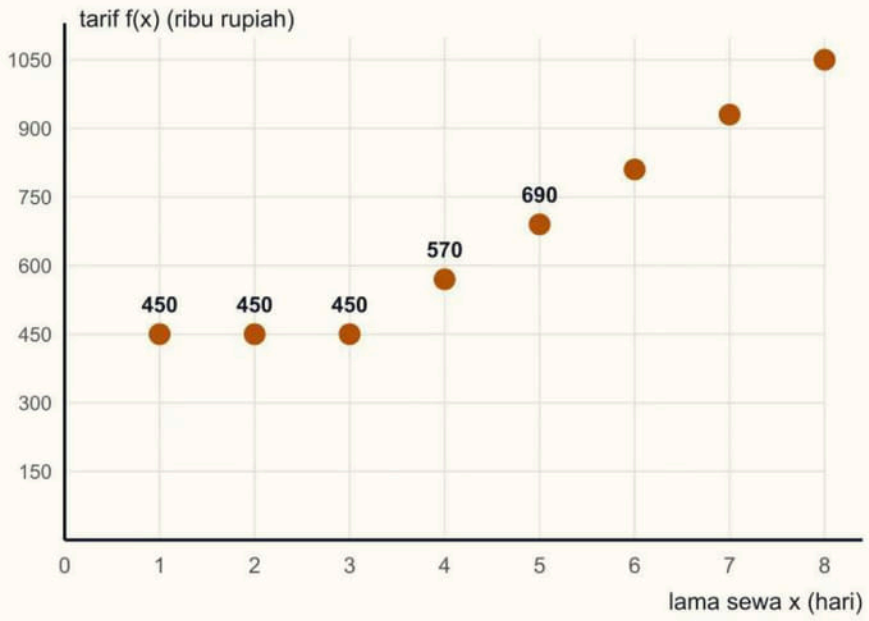
Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Penyusutan tinggi vas dari basah sampai matang seluruhnya 15%.	○	○
Agar tinggi vas setelah matang 34,2 cm, tinggi vas basahnya harus 40 cm.	○	○
Vas yang tingginya 30 cm setelah dikeringkan akan setinggi 28,5 cm setelah dibakar.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

13. Gambar berikut menunjukkan tarif sewa seperangkat gamelan, $f(x)$ ribu rupiah, untuk lama sewa x hari (x bilangan asli): tarifnya tetap untuk 1 sampai 3 hari, lalu bertambah sama besar untuk setiap hari berikutnya. Anggota paguyuban mendapat potongan 25% dari tarif. Sanggar Laras dan Sanggar Cempaka (keduanya anggota) berturut-turut membayar Rp607.500,00 dan Rp337.500,00. Sanggar Melati (bukan anggota) membayar Rp690.000,00.

Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Sanggar Cempaka menyewa gamelan selama tepat 3 hari.

☐ B. Sanggar Laras menyewa gamelan selama 6 hari.

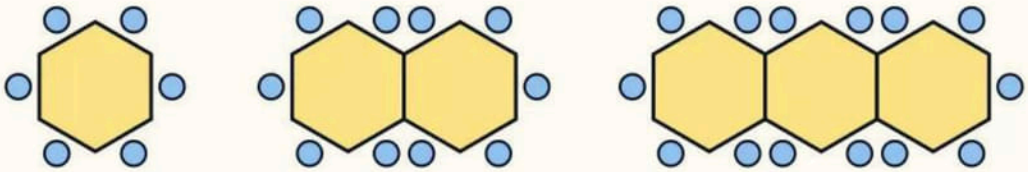
☐ C. Tanpa potongan anggota, Sanggar Laras harus membayar Rp759.375,00.

☐ D. Sanggar Melati menyewa gamelan 1 hari lebih singkat daripada Sanggar Laras.

☐ E. Jika Sanggar Melati anggota, untuk lama sewa yang sama ia cukup membayar Rp517.500,00.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Untuk acara syukuran kelulusan tahun 2027, panitia menyusun meja berbentuk segi enam beraturan secara berderet. Setiap dua meja yang berdampingan menempel pada satu sisi, dan setiap sisi meja yang tidak menempel diberi satu kursi, seperti pada gambar.
Banyak kursi yang dibutuhkan bila 15 meja disusun berderet dengan cara yang sama adalah ....



1 meja 2 meja 3 meja

A. 60
B. 62
C. 66
D. 70
E. 90

15. Kelompok relawan lingkungan menanam bibit mangrove di pesisir selama 12 hari pada tahun 2026. Banyak bibit yang ditanam setiap hari bertambah tetap dibandingkan hari sebelumnya. Pada hari ke-3 mereka menanam 75 bibit, dan pada hari ke-8 mereka menanam 135 bibit.
Banyak seluruh bibit yang ditanam selama 12 hari itu adalah ....

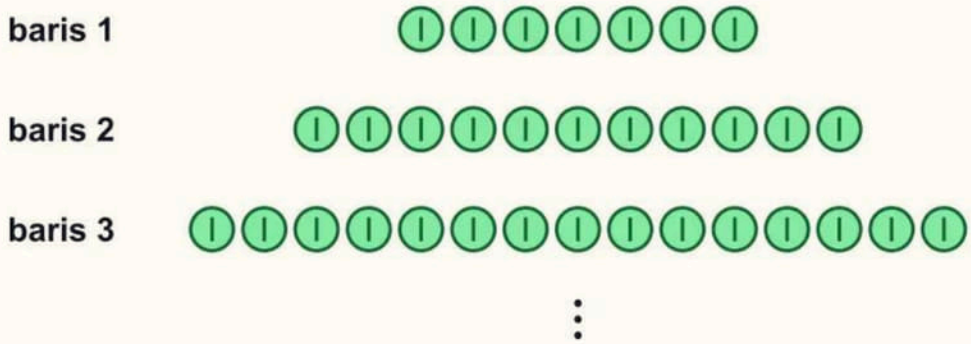
A. 183
B. 1.260
C. 1.320
D. 1.404
E. 1.476

16. Di antara bilangan 5 dan 41 disisipkan beberapa bilangan sehingga semua bilangan itu, dari 5 sampai 41, membentuk barisan aritmetika. Selisih setiap dua suku berurutan pada barisan itu sama. Jumlah semua suku barisan yang terbentuk adalah 230.
Banyak bilangan yang disisipkan adalah ....

A. 8
B. 3
C. 5
D. 9
E. 10

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Untuk pameran tanaman hias tahun 2027, Kak Wulan menata pot kaktus berbaris-baris. Tiga baris pertama tampak pada gambar (setiap lingkaran menyatakan satu pot), dan pola penambahan pot pada baris-baris berikutnya tetap sama. Kak Wulan mempunyai 300 pot kaktus.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



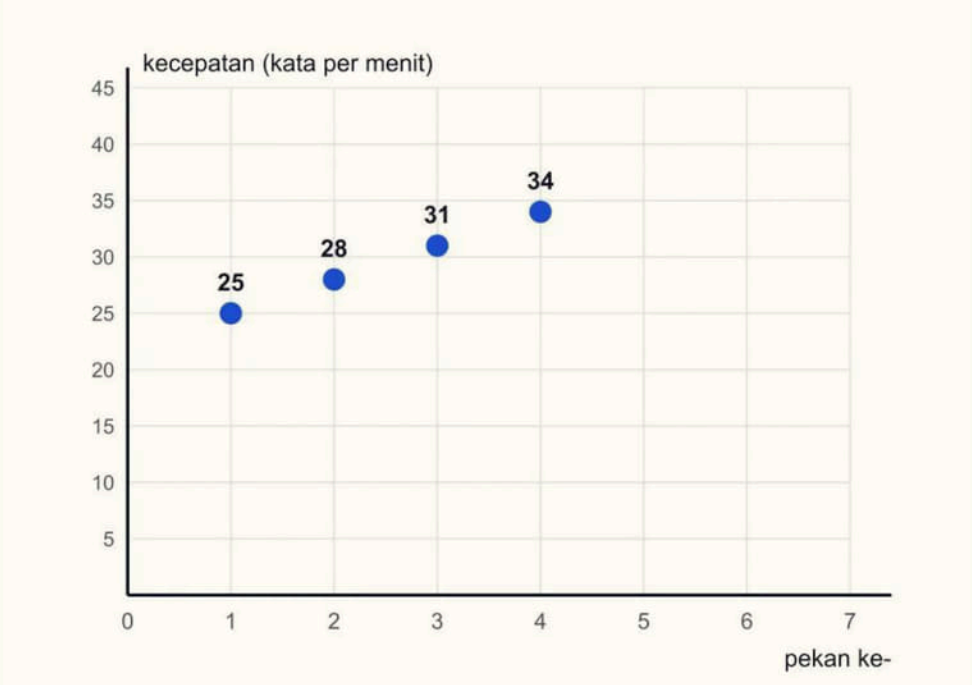
Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Baris ke-12 berisi 55 pot.
☐ B. Baris ke-10 berisi 43 pot.
☐ C. Sebelas baris pertama memerlukan 297 pot.
☐ D. Dengan 300 pot, Kak Wulan dapat menyusun 12 baris lengkap.
☐ E. Baris ke-5 sampai baris ke-8 seluruhnya memuat 116 pot.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Raka berlatih mengetik sepuluh jari setiap pekan pada tahun 2026. Gambar berikut menunjukkan kecepatan mengetiknya, dalam kata per menit, pada empat pekan pertama; Raka mencatat hasil tes mengetik satu menit pada akhir setiap pekan. Dalam model latihan ini, kecepatan tersebut terus bertambah dengan pola yang sama setiap pekan.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

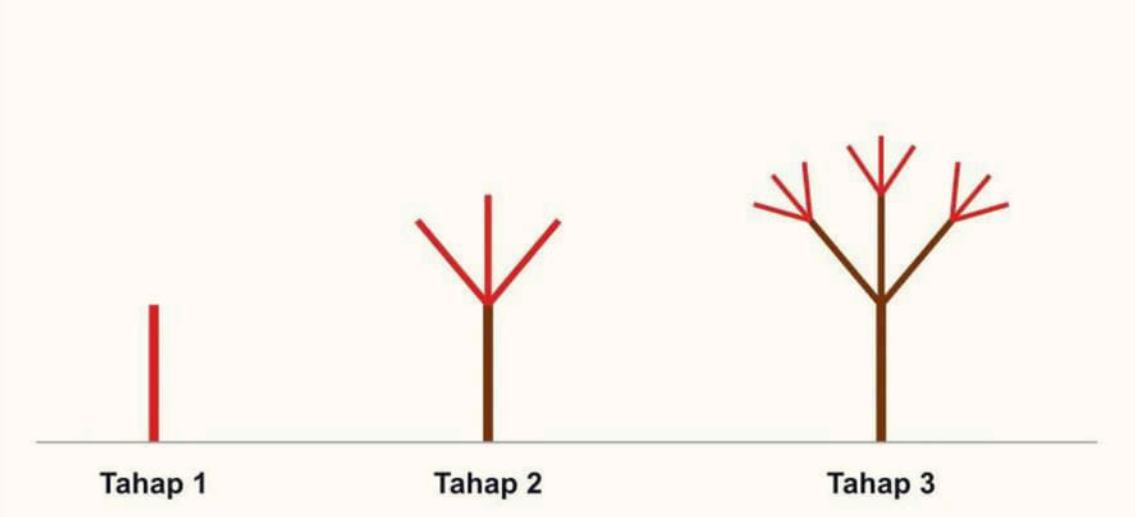
Pernyataan	Benar	Salah
Pada pekan ke-10, kecepatan mengetik Raka 52 kata per menit.	○	○
Kecepatan paling sedikit 60 kata per menit pertama kali dicapai pada pekan ke-12.	○	○
Selisih kecepatan pada pekan ke-15 dan pekan ke-6 adalah 27 kata per menit.	○	○

19. Sekelompok siswa meluncurkan aplikasi kamus bahasa Bugis pada awal tahun 2027. Banyak unduhan seluruhnya, dihitung sejak hari pertama sampai hari ke-n, dinyatakan dengan
$T(n) = 2n^2 + 38n.$
Tim mencatat angka itu setiap malam untuk melaporkan perkembangan aplikasi kepada guru pembimbing.
Banyak unduhan dalam satu hari pertama kali lebih dari 100 terjadi pada hari ke- ....

A. 3
B. 16
C. 17
D. 32
E. 33

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Seorang seniman membuat hiasan dinding berbentuk pohon secara bertahap. Tahap 1 berupa satu batang. Pada setiap tahap berikutnya, setiap ujung ranting yang dibuat pada tahap sebelumnya ditumbuhi 3 ranting baru. Ranting yang baru dibuat pada setiap tahap berwarna merah pada gambar.
Banyak ranting baru yang dibuat pada tahap ke-6 adalah ....



A. 16
B. 18
C. 364
D. 729
E. 243

21. Suku ke-3 dan suku ke-6 suatu barisan geometri berturut-turut adalah 12 dan 96. Semua suku barisan itu bilangan real dengan rasio tetap.
Jumlah enam suku pertama barisan tersebut adalah ....

A. 156
B. 189
C. 192
D. 378
E. 93

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

22. Dalam praktikum fisika, simpangan terjauh sebuah bandul diukur pada setiap ayunan. Bandul dilepas tanpa didorong, lalu dibiarkan berayun sampai berhenti sendiri. Hasil empat ayunan pertama tampak pada gambar. Simpangan terjauh pada setiap ayunan selalu merupakan bagian yang sama besar dari simpangan terjauh ayunan sebelumnya. Simpangan terjauh pada ayunan ke-6 adalah sekitar ....



A. 8 cm
B. 10 cm
C. 10,63 cm
D. 11,81 cm
E. 13,12 cm

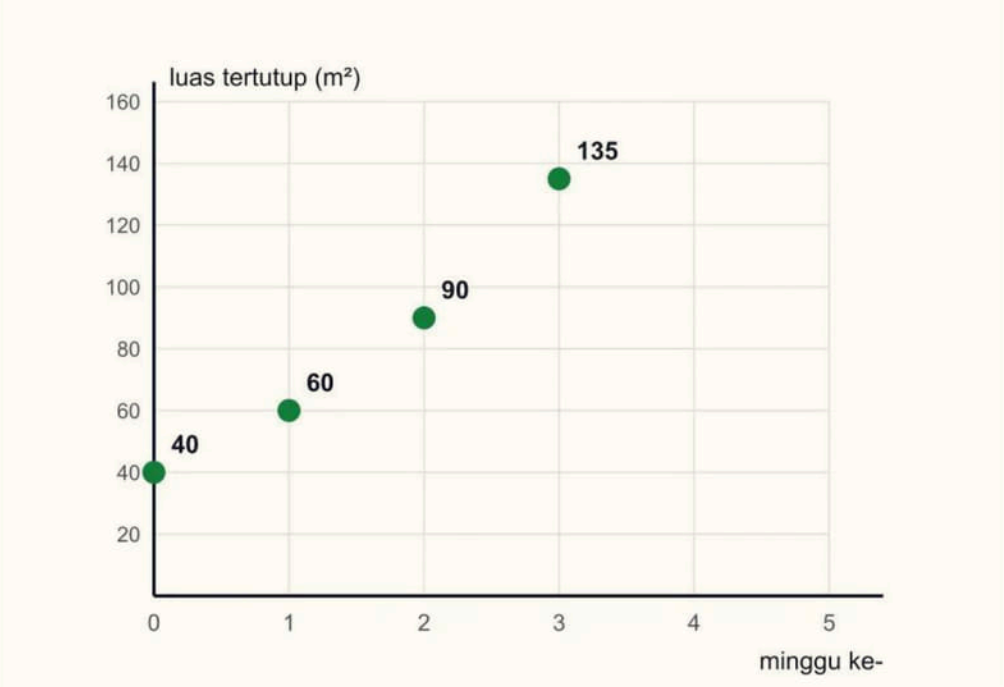
23. Pada awal tahun 2026, Pak Teguh meminjam Rp10.000.000,00 untuk membeli mesin las bengkelnya. Pinjaman beserta seluruh bunganya dilunasi sekaligus pada akhir masa pinjaman. Koperasi Sejahtera menawarkan bunga tunggal 11% per tahun, sedangkan Koperasi Makmur menawarkan bunga majemuk 10% per tahun. Pak Teguh ingin memilih tawaran dengan total pembayaran paling kecil.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Untuk masa pinjaman 3 tahun, pinjaman di Koperasi Makmur lebih murah.	○	○
Untuk masa pinjaman 2 tahun, pinjaman di Koperasi Makmur lebih murah.	○	○
Bunga yang ditambahkan pada tahun ketiga di Koperasi Makmur adalah Rp1.000.000,00.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

24. Eceng gondok tumbuh di embung (kolam penampung air) sebuah desa yang luas permukaannya 1.000 m^2. Gambar berikut menunjukkan luas permukaan embung yang tertutup eceng gondok pada pengamatan pertama (minggu ke-0) dan tiga minggu berikutnya. Selama embung belum penuh, pertumbuhannya mengikuti pola perbandingan yang sama.
Data disusun untuk latihan soal.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Setelah 5 minggu, luas yang tertutup 303,75 m^2.
☐ B. Setelah 4 minggu, luas yang tertutup 180 m^2.
☐ C. Lebih dari separuh permukaan embung pertama kali tertutup setelah 7 minggu.
☐ D. Jika separuh embung tertutup pada suatu minggu, seluruh embung tertutup pada minggu berikutnya.
☐ E. Menurut pola tersebut, setelah 8 minggu seluruh permukaan embung sudah tertutup.

25. Komunitas penyelam membersihkan sampah plastik di sebuah teluk mulai 1 Juni 2027. Pada hari pertama terkumpul 2 kg sampah. Karena relawan terus bertambah, berat sampah yang terkumpul setiap hari selalu 1,5 kali berat pada hari sebelumnya. Komunitas itu menargetkan berat sampah yang terkumpul seluruhnya paling sedikit 100 kg.
Target tersebut pertama kali tercapai pada hari ke- ....

A. 10
B. 11
C. 8
D. 9
E. 13

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	___ / 7	Ulangi hlm. 74
Sub bab 2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers	8, 9, 10, 11, 12, 13	___ / 6	Ulangi hlm. 88
Sub bab 2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika	14, 15, 16, 17, 18, 19	___ / 6	Ulangi hlm. 100
Sub bab 2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga	20, 21, 22, 23, 24, 25	___ / 6	Ulangi hlm. 110

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai TKA.)

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 3 · Geometri, Pengukuran, dan Trigonometri

MATW-B3

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- menentukan hubungan sudut, garis, dan bidang
- memakai kesebangunan, Pythagoras, dan jarak dalam ruang
- menentukan bayangan dan titik asal pada transformasi geometri
- menghitung keliling, luas, luas permukaan, dan volume dalam konteks
- memakai perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku

Peta bab

Sub bab	Judul
3.1	Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang
3.2	Kesebangunan dan Kekongruenan
3.3	Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang
3.4	Transformasi Geometri pada Titik
3.5	Keliling dan Luas Bangun Datar
3.6	Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang
3.7	Perbandingan Trigonometri

Bab 3 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-B3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang

MATW-3.1

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **hubungan dua sudut, dua garis, dan dua bidang** serta hubungan objek geometri pada bangun datar dan bangun ruang. Dua soal asli 2025 menguji sub bab ini. Nomor 10 meminta pasangan sudut yang berjumlah 180° pada gambar dengan garis-garis sejajar. Nomor 11 meminta dinding-dinding sebuah ruang (balok) yang **tidak sejajar** dengan letak sebuah rak. Kesulitan utamanya bukan hitungan, melainkan **membaca gambar** dengan teliti.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan mengapa pasangan-pasangan sudut pada dua garis sejajar sama besar atau berjumlah 180°, lalu memakainya;
- membuktikan dan memakai jumlah sudut segitiga, sudut luar, dan garis bantu sejajar;
- memakai hubungan sudut pusat dan sudut keliling pada lingkaran;
- menentukan kedudukan dua garis, garis dan bidang, serta dua bidang pada kubus, balok, dan ruangan nyata.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Lihatlah rel kereta api: dua batang besi yang selalu berjarak sama, dipotong miring oleh bantalan-bantalan. Lihatlah juga ruang kelasmu: lantai dan langit-langit tidak pernah bertemu, sedangkan dinding bertemu lantai pada sebuah garis lurus. Geometri sub bab ini mempelajari hubungan seperti itu: kapan dua sudut sama besar, kapan dua garis sejajar, dan bagaimana dua bidang berkedudukan di dalam ruang. Pengetahuan ini dipakai tukang bangunan untuk memastikan dinding tegak, arsitek untuk merancang tangga, dan juga kamu untuk membaca gambar soal dengan benar.

1. Istilah dasar dan pasangan sudut

Titik menunjukkan letak dan tidak mempunyai ukuran. **Garis** lurus tak berujung ke dua arah; ruas garis mempunyai dua ujung. **Bidang** adalah permukaan datar yang meluas ke segala arah, seperti permukaan meja yang diperluas tanpa batas. **Sudut** terbentuk oleh dua sinar yang berpangkal di titik yang sama (titik sudut), dan besarnya diukur dalam derajat. Sudut lancip kurang dari 90°, sudut siku-siku tepat 90°, sudut tumpul antara 90° dan 180°, dan sudut lurus tepat 180°.

Ada tiga pasangan sudut yang paling sering dipakai:

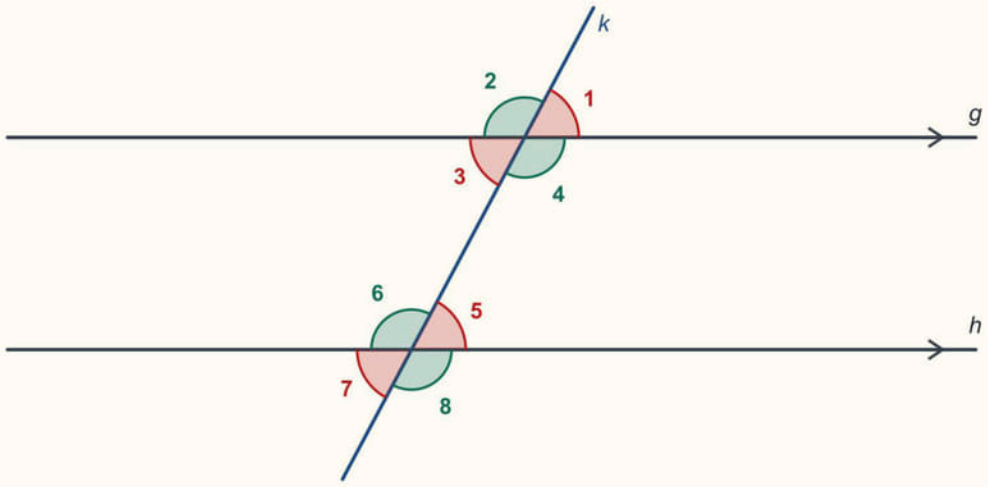
- **Berpelurus**: dua sudut yang bersisian pada satu garis lurus; jumlahnya 180° karena keduanya membentuk sudut lurus.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- **Berpenyiku**: dua sudut yang jumlahnya 90°.
- **Bertolak belakang**: dua sudut yang berhadapan di titik potong dua garis; besarnya **sama**. Alasannya: misalkan dua garis berpotongan membentuk sudut $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ berurutan. Maka $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (berpelurus) dan $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (berpelurus). Kurangkan kedua persamaan: $\angle 1 = \angle 3$.

2. Dua garis sejajar dipotong garis lain

Dua garis pada satu bidang disebut **sejajar** bila tidak pernah berpotongan walaupun diperpanjang terus. Bila dua garis sejajar g dan h dipotong garis ketiga k, terbentuk delapan sudut (Gambar 3.1). Sifat dasarnya: **sudut sehadap sama besar**. Sudut sehadap adalah sudut yang menempati posisi yang sama di kedua titik potong, misalnya $\angle 1$ dan $\angle 5$ (keduanya di kanan atas). Sifat ini dapat dibayangkan dengan menggeser garis g sepanjang k sampai berimpit dengan h: sudutnya ikut bergeser tanpa berubah.



g ∥ h. Merah: sudut lancip (1, 3, 5, 7) sama besar · Hijau: sudut tumpul (2, 4, 6, 8) sama besar

Sehadap: 1 & 5 · Bertolak belakang: 1 & 3 · Berseberangan dalam: 3 & 5 · Sepihak dalam: 4 & 5 (jumlah 180°)

Gambar 3.1 Dua garis sejajar g dan h dipotong garis k. Semua sudut lancip (merah) sama besar dan semua sudut tumpul (hijau) sama besar. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dari sifat sehadap dan sifat sudut bertolak belakang, semua hubungan lain dapat diturunkan:

- **Berseberangan dalam** sama besar: $\angle 3 = \angle 1$ (bertolak belakang) dan $\angle 1 = \angle 5$ (sehadap), jadi $\angle 3 = \angle 5$. Pasangan ini berada di antara kedua garis sejajar dan berlainan sisi terhadap garis k.
- **Berseberangan luar** sama besar, misalnya $\angle 2$ dan $\angle 8$, dengan alasan serupa.
- **Sepihak dalam** berjumlah 180°: $\angle 4 + \angle 1 = 180^\circ$ (berpelurus) dan $\angle 1 = \angle 5$, jadi $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$. Pasangan ini di antara kedua garis dan di sisi yang sama terhadap k.

Kesimpulan yang sangat berguna: **pada dua garis sejajar yang dipotong satu garis, hanya ada dua ukuran sudut.** Semua sudut lancip sama besar, semua sudut tumpul sama besar, dan sudut lancip + sudut tumpul $= 180^\circ$. Sebaliknya, bila sepasang sudut sehadap ternyata sama besar, kedua garis itu pasti sejajar; sifat kebalikan ini dipakai untuk **menguji** kesejajaran.

Contoh terselesaikan 1: menghitung sudut pada garis sejajar

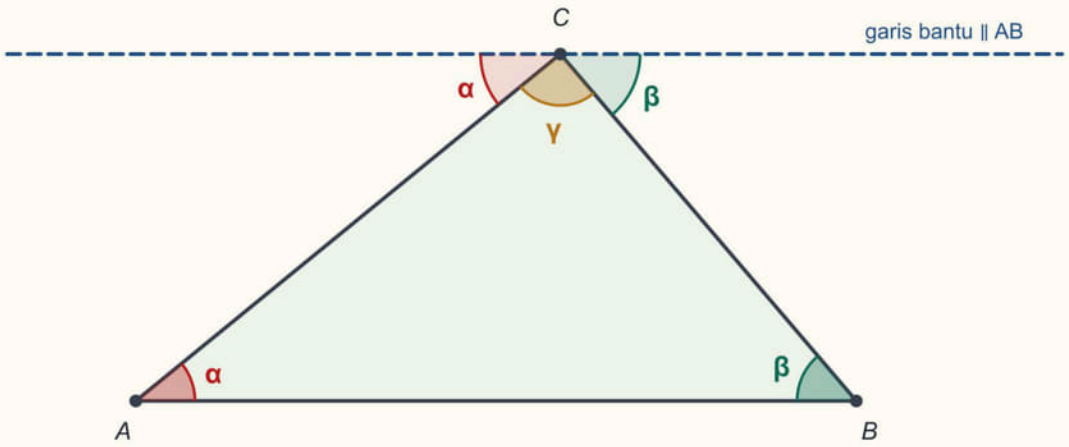
Garis $g \parallel h$ dipotong garis k. Sudut sehadap pada kedua titik potong besarnya $(3x + 10)^\circ$ dan $(5x - 30)^\circ$. Tentukan x, besar sudut itu, dan besar sudut sepihak dalamnya.

1. Sudut sehadap sama besar (karena $g \parallel h$): $3x + 10 = 5x - 30$, sehingga $2x = 40$ dan $x = 20$.
2. Besar sudut: $3(20) + 10 = 70^\circ$; cek $5(20) - 30 = 70^\circ$ ✓.
3. Sudut sepihak dalam berpasangan dengan sudut 70° itu sehingga jumlahnya 180°: besarnya 110°.
4. Cek dengan aturan "dua ukuran": sudut-sudut pada gambar hanya 70° (lancip) atau 110° (tumpul) ✓.

3. Jumlah sudut segitiga

Mengapa jumlah sudut dalam setiap segitiga 180°? Gambar 3.2 memberi buktinya. Tarik garis bantu melalui titik C yang sejajar dengan AB. Sudut α di A dan sudut di sebelah kiri C (antara garis bantu dan CA) adalah sudut berseberangan dalam, jadi sama besar. Begitu pula sudut β di B sama dengan sudut di sebelah kanan C. Di titik C, ketiga sudut α, γ, β tersusun tepat pada garis lurus, sehingga jumlahnya 180°.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Di titik C: α + γ + β membentuk sudut lurus, jadi α + β + γ = 180°

(α di atas = α di bawah dan β di atas = β di bawah karena sudut berseberangan dalam)

Gambar 3.2 Garis bantu melalui C yang sejajar AB memindahkan sudut α dan β ke titik C, sehingga $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dua akibat langsung:

- **Sudut luar** segitiga (sudut antara satu sisi dan perpanjangan sisi lain) sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersisian dengannya. Sudut luar di B berpelurus dengan β, jadi besarnya $180^\circ - \beta = \alpha + \gamma$.
- Pada bentuk "zig-zag" di antara dua garis sejajar, tariklah garis bantu sejajar melalui titik beloknya; sudut di titik belok sama dengan jumlah dua sudut berseberangan dalam.

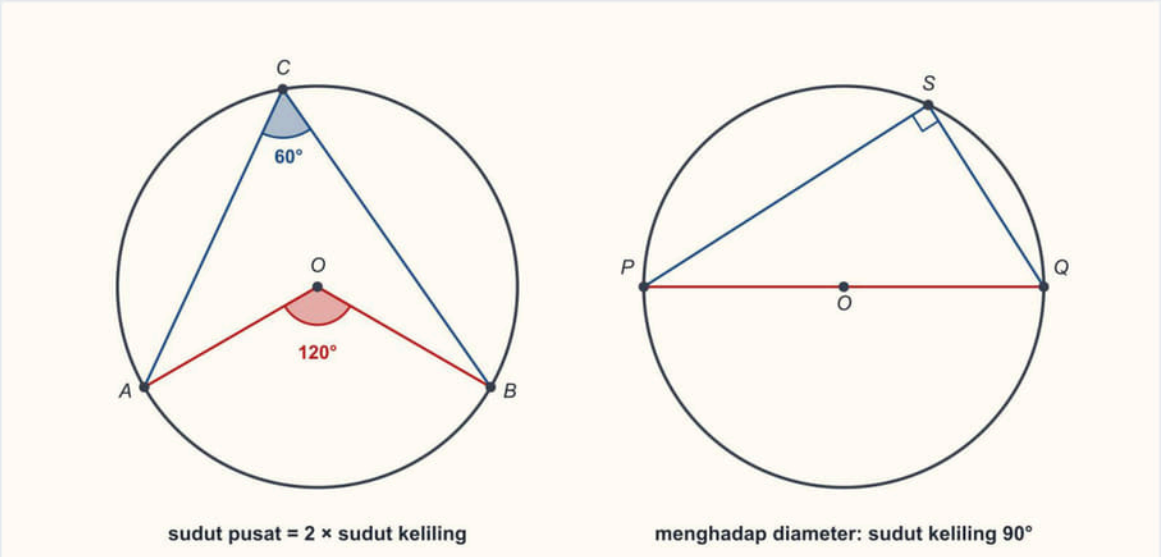
Contoh terselesaikan 2: zig-zag di antara dua garis sejajar

Garis $p \parallel q$. Titik R berada di antara keduanya. Ruas PR membentuk sudut 48° dengan garis p, dan ruas RQ membentuk sudut 35° dengan garis q, keduanya di sisi dalam. Tentukan $\angle PRQ$.

1. Tarik garis bantu m melalui R yang sejajar dengan p dan q. Garis ini membagi $\angle PRQ$ menjadi dua bagian.
2. Bagian atas berseberangan dalam dengan sudut 48° (pasangan p dan m), jadi besarnya 48°.
3. Bagian bawah berseberangan dalam dengan sudut 35° (pasangan m dan q), jadi besarnya 35°.
4. $\angle PRQ = 48^\circ + 35^\circ = 83^\circ$. Tanpa garis bantu, soal ini sulit karena tidak ada segitiga yang lengkap.

4. Sudut pada lingkaran

Pada lingkaran berpusat O, **sudut pusat** adalah sudut yang titik sudutnya di O, sedangkan **sudut keliling** adalah sudut yang titik sudutnya pada lingkaran. Bila keduanya menghadap busur yang sama, **sudut pusat dua kali sudut keliling** (Gambar 3.3, kiri). Alasannya: tarik jari-jari OC. Segitiga OAC sama kaki ($OA = OC$), sehingga kedua sudut alasnya sama, misalnya x; sudut luarnya di O adalah $2x$. Hal yang sama terjadi pada segitiga OBC dengan sudut y dan sudut luar $2y$. Jadi sudut pusat $= 2x + 2y = 2(x + y) = 2\times$ sudut keliling.



Gambar 3.3 Kiri: sudut pusat 120° dan sudut keliling 60° menghadap busur AB yang sama. Kanan: sudut keliling yang menghadap diameter selalu 90°. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dua akibat: sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama selalu sama besar, dan sudut keliling yang menghadap **diameter** selalu 90°, karena sudut pusatnya sudut lurus 180° (Gambar 3.3, kanan).

Contoh terselesaikan 3: sudut keliling

Titik A, B, C, D terletak pada lingkaran berpusat O. Diketahui $\angle AOB = 110^\circ$, dan C, D berada pada busur besar AB. Tentukan $\angle ACB$ dan $\angle ADB$. Bila AB ternyata diameter lingkaran lain, berapa sudut keliling yang menghadapnya?

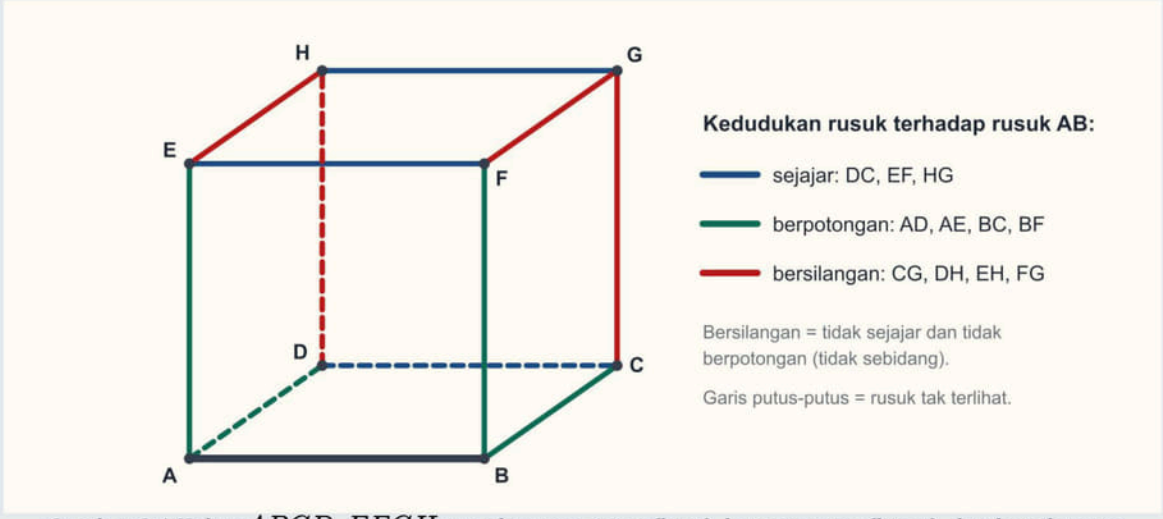
1. $\angle ACB$ dan $\angle AOB$ menghadap busur AB yang sama, jadi $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$.
2. $\angle ADB$ juga menghadap busur AB dari busur besar, jadi sama dengan $\angle ACB$: 55°.
3. Untuk diameter: sudut pusatnya 180°, sehingga sudut kelilingnya 90°.

5. Kedudukan garis dan bidang dalam ruang

Di dalam ruang ada satu kedudukan baru yang tidak ada pada bidang datar. Dua garis dalam ruang dapat:

- **berpotongan**: bertemu di satu titik;
- **sejajar**: terletak pada satu bidang dan tidak pernah bertemu;
- **bersilangan**: tidak sejajar dan tidak berpotongan, karena tidak terletak pada satu bidang. Contohnya garis di tepi meja dan garis tegak di sudut ruangan yang tidak menyentuh meja.

Pada kubus $ABCD.EFGH$ (alas $ABCD$, titik E tepat di atas A, F di atas B, dan seterusnya), rusuk AB sejajar dengan tiga rusuk, berpotongan dengan empat rusuk, dan bersilangan dengan empat rusuk (Gambar 3.4). Total $3 + 4 + 4 = 11$, yaitu semua rusuk selain AB sendiri.



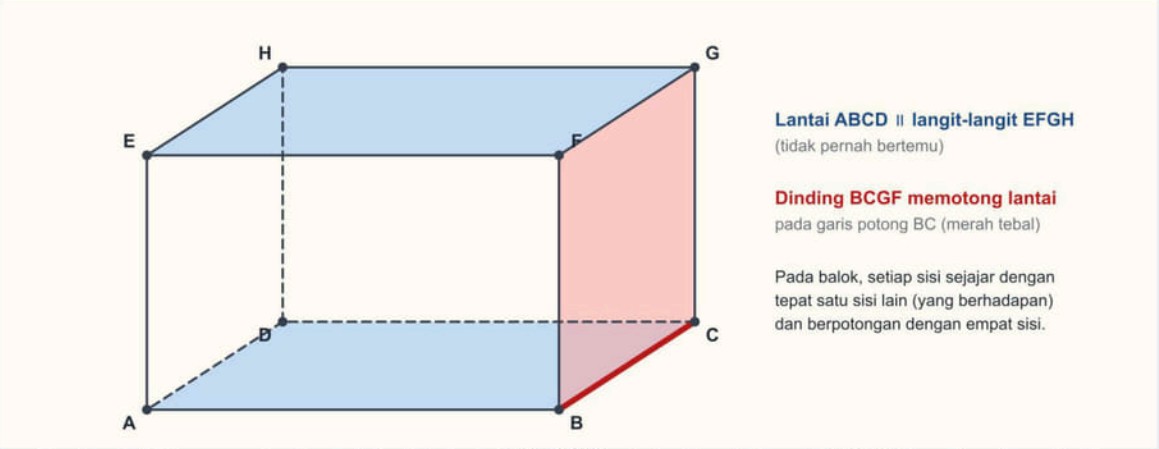
Gambar 3.4 Kubus $ABCD.EFGH$: rusuk yang sejajar (biru), berpotongan (hijau), dan bersilangan (merah) dengan rusuk AB. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Garis dan bidang dapat berkedudukan: garis terletak pada bidang, garis sejajar bidang (tidak pernah menembus), atau garis menembus bidang di satu titik. Sebuah garis sejajar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

suatu bidang bila garis itu sejajar dengan salah satu garis pada bidang tersebut dan tidak terletak pada bidang itu.

Dua bidang hanya dapat **sejajar** (tidak pernah bertemu) atau **berpotongan**, dan dua bidang yang berpotongan selalu bertemu pada sebuah **garis**, bukan sebuah titik (Gambar 3.5). Pada balok, setiap sisi sejajar dengan tepat **satu** sisi lain, yaitu sisi yang berhadapan, dan berpotongan dengan empat sisi lainnya.



Gambar 3.5 Ruangan berbentuk balok: lantai $ABCD$ sejajar langit-langit $EFGH$, sedangkan dinding $BCGF$ memotong lantai pada garis BC. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Menamai bidang. Bidang pada balok dinamai dengan empat titik sudutnya **berurutan mengelilingi sisi**, misalnya $BCGF$. Nama seperti $BCFG$ masih menunjuk sisi yang sama, tetapi urutannya melompat; sebaliknya $ABGH$ bukan sisi balok melainkan **bidang diagonal** yang memotong balok miring dari rusuk AB ke rusuk HG.

Contoh terselesaikan 4: rusuk bersilangan dan dinding ruangan

Sebuah aula berbentuk balok $ABCD.EFGH$ dengan lantai $ABCD$. (a) Sebutkan rusuk yang bersilangan dengan rusuk AE. (b) Lampu panjang dipasang sejajar dengan rusuk AB pada langit-langit. Dinding mana saja yang sejajar dengan lampu itu?

1. (a) AE tegak di pojok A. Rusuk yang berpotongan dengannya: AB, AD, EF, EH; yang sejajar: BF, CG, DH. Sisanya bersilangan: BC, CD, FG, GH. Cek jumlah: $4+3+4=11$ ✓.
2. (b) Garis sejajar suatu bidang bila sejajar dengan salah satu garis pada bidang itu dan tidak terletak padanya. Lampu sejajar AB, dan AB terletak pada dinding $ABFE$; lampu juga sejajar DC yang terletak pada dinding $CDHG$.
3. Jadi lampu sejajar dengan dinding $ABFE$ dan $CDHG$ (asalkan tidak menempel padanya), sedangkan dinding $BCGF$ dan $ADHE$ ditembus oleh perpanjangan arah lampu.

Ringkasan

Sudut bertolak belakang sama besar karena keduanya berpelurus dengan sudut yang sama. Pada dua garis sejajar yang dipotong satu garis, hanya ada dua ukuran sudut: sehadap, berseberangan dalam, dan berseberangan luar sama besar; sepihak berjumlah 180°. Garis

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

bantu sejajar membuktikan jumlah sudut segitiga 180° dan menyelesaikan soal zig-zag. Sudut pusat dua kali sudut keliling. Di ruang, dua garis dapat berpotongan, sejajar, atau bersilangan; dua bidang sejajar atau berpotongan pada sebuah garis.

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 3.6):

- Tandai setiap sudut "lancip" atau "tumpul" lebih dulu: dua lancip sama besar, lancip + tumpul $= 180^\circ$.
- Garis bantu sejajar melalui titik belok mengubah soal zig-zag menjadi soal berseberangan dalam.
- Sudut keliling $= \frac{1}{2}$ sudut pusat; menghadap diameter $= 90^\circ$.
- Bersilangan = tidak sejajar dan tidak berpotongan; pada balok tiap sisi sejajar hanya dengan sisi di hadapannya.



Gambar 3.6 Peta konsep hubungan sudut, garis, dan bidang. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Educational Institutions

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal sudut dan kedudukan:

1. Tandai semua garis sejajar (tanda panah) dan semua sudut yang diketahui pada gambar.
2. Untuk setiap pasangan sudut: tentukan lancip atau tumpul, lalu "sama" atau "berjumlah 180°".
3. Bila ada bentuk zig-zag atau titik di antara garis sejajar, tarik garis bantu sejajar.
4. Untuk ruang, sebutkan nama setiap rusuk atau bidang lengkap dengan hurufnya, lalu periksa satu per satu.
5. Cek: jumlah sudut segitiga 180°, sudut sekeliling titik 360°.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sepihak dianggap sama besar	dua sudut sepihak dalam disamakan	lancip + tumpul = 180°
Gambar dianggap berskala	sudut yang tampak 90° dianggap siku-siku	pakai hanya tanda dan angka di gambar
Garis bersilangan dianggap berpotongan	di gambar 2D, AE dan BC "tampak bertemu" bila diperpanjang	periksa apakah keduanya terletak pada satu bidang
Nama bidang salah	$ABEF$ ditulis untuk bidang depan	titik sudut bidang harus berurutan: $ABFE$
Bidang bersebelahan dianggap sejajar	dinding kiri dianggap sejajar dinding depan	hanya bidang yang berhadapan yang sejajar
Sudut keliling	sudut keliling disamakan dengan sudut pusat	sudut keliling $=\frac{1}{2}$ sudut pusat

BEDAH SOAL ASLI

Dua soal asli TKA 2025 menguji sub bab ini. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

Nomor 10 (pasangan sudut 180°). Gambar memuat beberapa garis sejajar yang dipotong garis lain, dengan lima sudut berlabel huruf. Kamu memilih semua pasangan yang berjumlah 180°.

- Konsep kunci: setiap sudut pada sistem garis sejajar hanya punya dua kemungkinan ukuran; pasangan "lancip–tumpul" berjumlah 180°.
- Langkah: tandai setiap sudut berlabel sebagai lancip atau tumpul → pasangan yang campuran berjumlah 180° → periksa dengan sifat sepihak, berpelurus, dan lain-lain.
- Pengecoh yang dipasang: pasangan sudut yang sama besar (sehadap atau berseberangan) yang tampak "berdekatan".

Rujukan: soal nomor 10 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Nomor 11 (dinding yang tidak sejajar). Rak buku menempel pada salah satu dinding kamar berbentuk balok. Papan jadwal **tidak** boleh dipasang pada dinding yang sejajar dengan rak. Kamu memilih semua dinding yang boleh.

- Konsep kunci: pada balok, setiap bidang hanya sejajar dengan **satu** bidang (yang berhadapan).
- Langkah: tentukan bidang tempat rak dan bidang yang berhadapan dengannya → dinding yang boleh adalah dinding lain yang berpotongan dengan bidang rak → periksa bahwa nama bidang pada pilihan ditulis dengan urutan titik yang benar.
- Pengecoh yang dipasang: bidang yang sejajar dengan rak, dan nama "bidang" yang titik-titiknya tidak membentuk satu sisi balok.

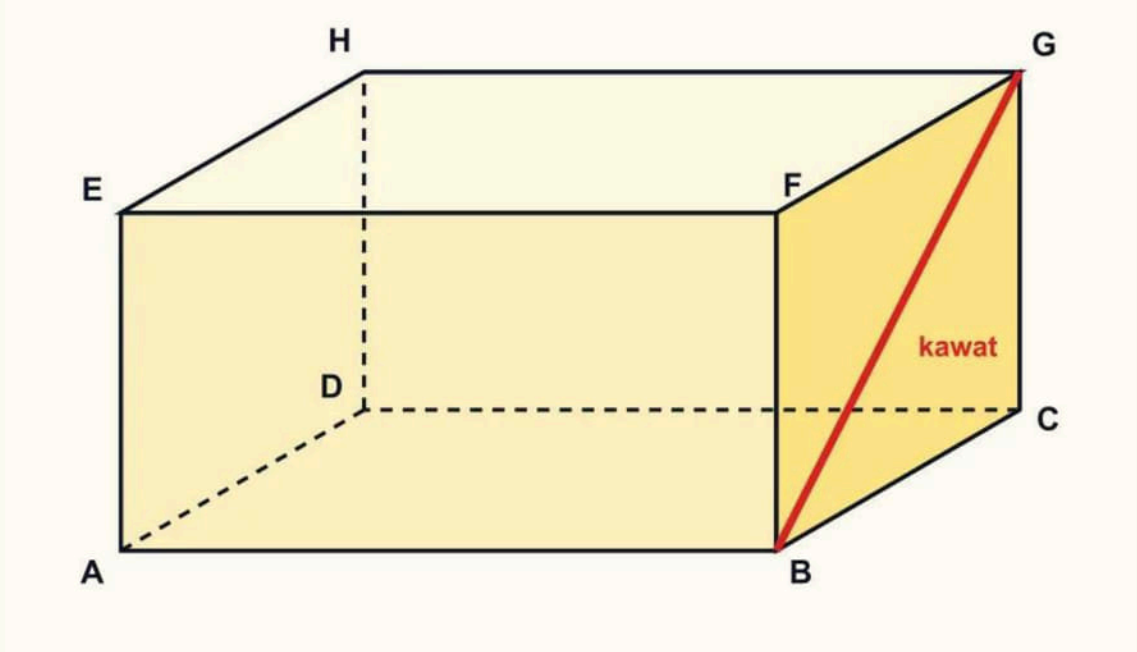
Rujukan: soal nomor 11 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji kedudukan garis dalam ruang pada sebuah balok. Perhatikan cara memastikan dua garis bersilangan: keduanya tidak sejajar dan tidak berpotongan.

►. Gudang gabah milik Koperasi Desa Tegalsari berbentuk balok $ABCD.EFGH$ seperti pada gambar. Seutas kawat penyangga dipasang lurus dari pojok B ke pojok G pada dinding $BCGF$ (garis merah). Pak Harun akan memasang pipa air lurus di sepanjang salah satu garis yang **bersilangan** dengan kawat BG.
Garis yang dapat dipilih Pak Harun adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. EF
☐ B. AH
☐ C. CD
☐ D. FG
☐ E. DH

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: A, C, E**

Konsep: dua garis **bersilangan** jika tidak sejajar dan tidak berpotongan, artinya keduanya tidak dapat terletak pada satu bidang. Garis yang menembus sebuah bidang hanya mempunyai satu titik bersama dengan bidang itu.

Langkah – periksa setiap garis terhadap BG.
• EF: terletak pada bidang atas $EFGH$. Garis BG hanya menyentuh bidang atas di titik G, dan G tidak terletak pada EF. Jadi tidak berpotongan; arahnya juga berbeda (mendatar vs miring) → bersilangan ✓.
• AH: $ABGH$ adalah persegi panjang (sisi AB dan HG sejajar dan sama panjang), sehingga AH **sejajar** BG ✗.
• CD: terletak pada bidang alas $ABCD$. Garis BG hanya menyentuh bidang alas di titik B, dan B tidak pada CD. Arahnya berbeda → bersilangan ✓.
• FG: bertemu BG di titik G → **berpotongan** ✗.
• DH: terletak pada dinding kiri $ADHE$, yang sejajar dengan dinding kanan $BCGF$ tempat BG berada. Dua bidang sejajar tidak mempunyai titik bersama, jadi DH dan BG tidak berpotongan; arahnya berbeda (tegak vs miring) → bersilangan ✓.

Cek ulang: EF, CD, dan DH masing-masing tidak sejajar dengan BG dan tidak mempunyai titik bersama dengannya ✓.

Jawaban: A, C, E.

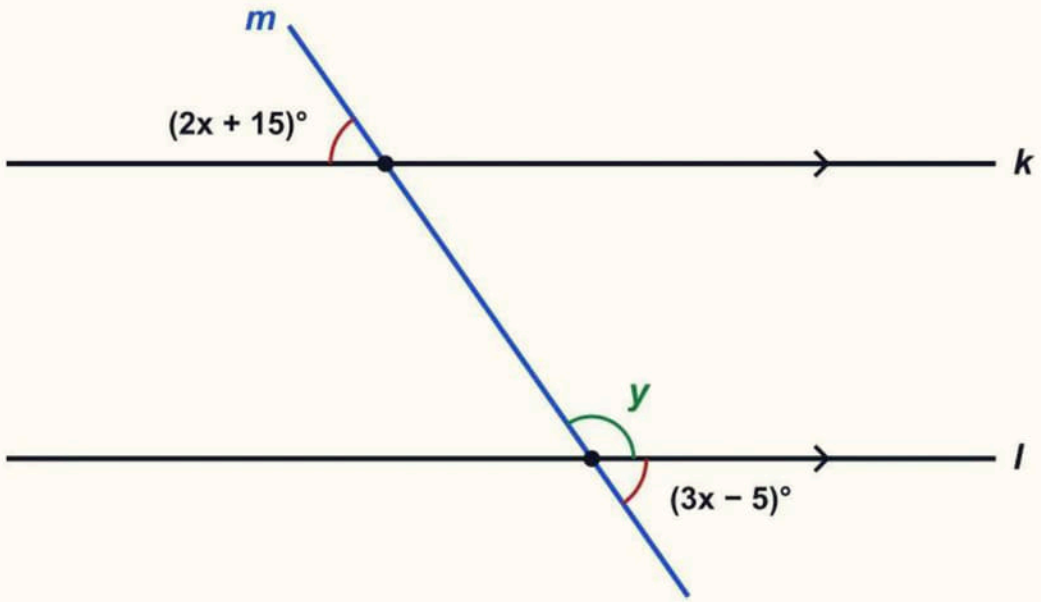
Jebakan: B dipilih karena AH dan BG berada di dinding yang berbeda dan tampak "tidak bersentuhan"; padahal keduanya sejajar (sisi berhadapan persegi panjang $ABGH$). D tergoda karena FG berada di bidang atas, padahal FG dan BG bertemu di G.

✎ LATIHAN

Soal 1, 2, dan 4 mencari besar sudut pada dua garis sejajar, sedangkan soal 3 dan 5 menilai kedudukan garis dan bidang pada bangun ruang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Pada gambar berikut, garis k sejajar dengan garis l, dan keduanya dipotong oleh garis m. Besar sudut y adalah ....

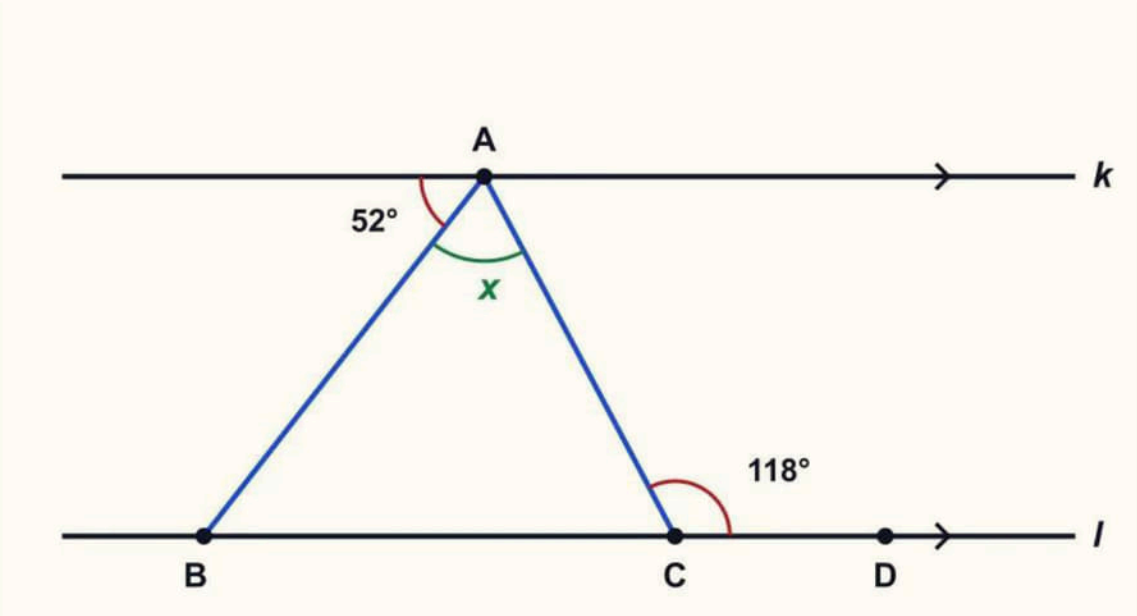


A. 20°
B. 55°
C. 97°
D. 110°
E. 125°

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Pada gambar berikut, garis k sejajar dengan garis l. Titik A terletak pada garis k, sedangkan titik B, C, dan D terletak pada garis l.
Nilai x adalah ....

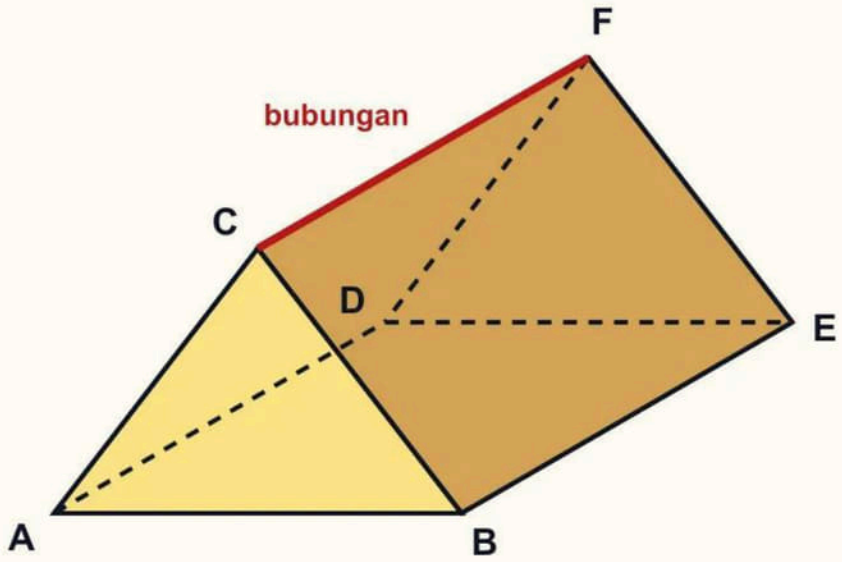


A. 10°
B. 52°
C. 62°
D. 66°
E. 114°

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Atap dangau (gubuk jaga) di sawah Pak Wiryo berbentuk prisma segitiga $ABC.DEF$ seperti pada gambar. Lantai dangau adalah persegi panjang $ABED$, bidang $ACFD$ dan $BCFE$ adalah dua sisi atap, dan CF adalah bubungan atap.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

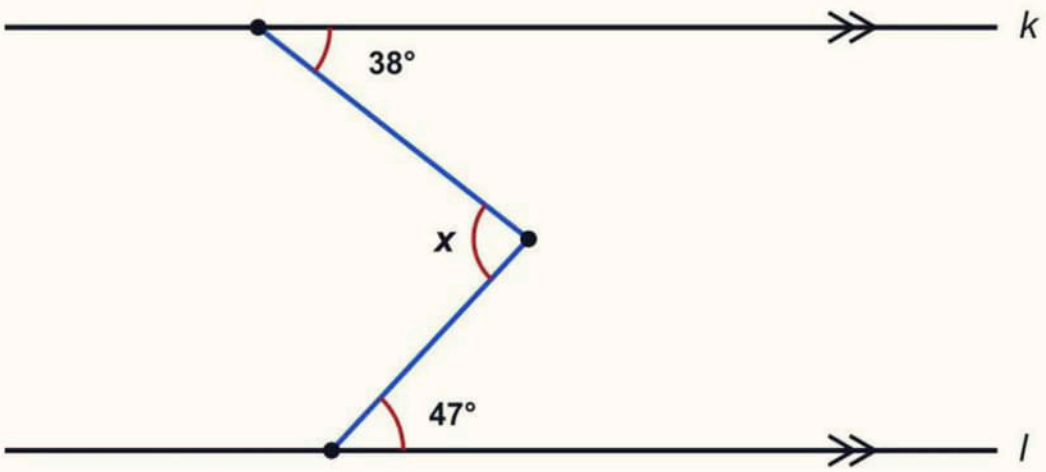


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Garis CF sejajar dengan bidang lantai $ABED$.	○	○
Garis AC dan garis EF bersilangan.	○	○
Bidang atap $ACFD$ sejajar dengan bidang atap $BCFE$.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

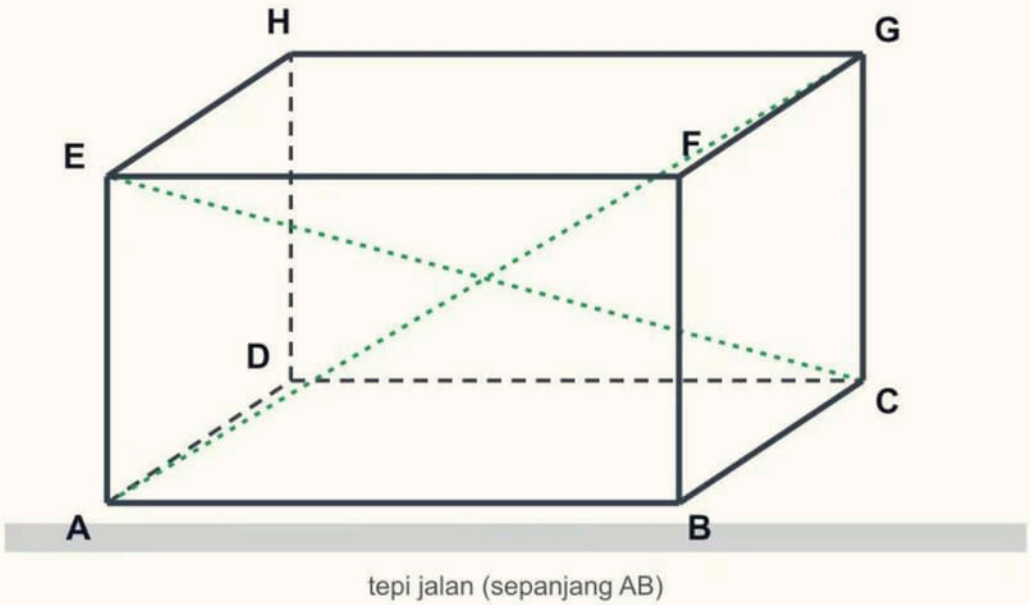
4. Pada gambar berikut, garis k sejajar garis l (ditandai panah). Dua ruas garis biru bertemu di satu titik di antara kedua garis itu.
Besar sudut x adalah ....



A. 9°
B. 95°
C. 133°
D. 142°
E. 85°

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Kerangka sebuah halte bus berbentuk balok $ABCD.EFGH$ yang tersusun dari pipa besi, seperti pada gambar. Rusuk AB terletak di tanah sepanjang tepi jalan. Dua batang penguat dipasang mengikuti diagonal ruang AG dan CE (garis hijau).
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Pipa EF bersilangan dengan pipa DC.
☐ B. Pipa AE bersilangan dengan pipa BC.
☐ C. Pipa AB berpotongan dengan pipa CG.
☐ D. Batang penguat AG berpotongan dengan batang CE.
☐ E. Pipa EH tegak lurus bidang $ABFE$.

Kunci singkat: 1. E 2. D 3. 1B 2B 3S 4. E 5. B, D, E

✔ PERIKSA DIRI

- Pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain, mengapa cukup mengetahui satu sudut untuk menentukan ketujuh sudut lainnya?
- Sebutkan tiga kemungkinan kedudukan dua garis dalam ruang, beserta satu contoh pada kubus untuk masing-masing.
- Sebuah sudut keliling menghadap diameter. Berapa besarnya, dan mengapa?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.
next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-3.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan

MATW-3.2

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **kesebangunan atau kekongruenan bangun datar**, untuk segitiga, segi empat, lingkaran, dan gabungannya. Soal asli 2025 nomor 12 memakai dua trapesium yang sebangun dan meminta panjang sebuah sisi miring. Kesebangunan juga dipakai untuk mengukur sesuatu yang tidak bisa diukur langsung: tinggi tiang dari bayangannya, lebar sungai, atau ukuran sebenarnya dari maket.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan syarat dua bangun sebangun atau kongruen, dan mengapa pada segitiga cukup dua sudut;
- memasangkan sisi-sisi yang **bersesuaian** dengan benar dan menyusun perbandingannya;
- memakai pola kesebangunan yang sering muncul: segitiga bersarang, "jam pasir", bayangan, dan trapesium;
- menjelaskan dan memakai faktor skala untuk panjang ($\times k$), luas ($\times k^2$), dan volume ($\times k^3$).

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Foto yang diperbesar, peta, maket rumah, dan miniatur mobil mempunyai satu kesamaan: bentuknya sama dengan aslinya, hanya ukurannya berbeda. Dalam matematika, bangun-bangun seperti itu disebut **sebangun**. Kesebangunan memungkinkan kita mengukur benda yang terlalu tinggi, terlalu jauh, atau terlalu besar, cukup dengan mengukur bangun kecil yang sebangun dengannya. Ahli ukur tanah, pembuat peta, dan arsitek memakai gagasan ini setiap hari.

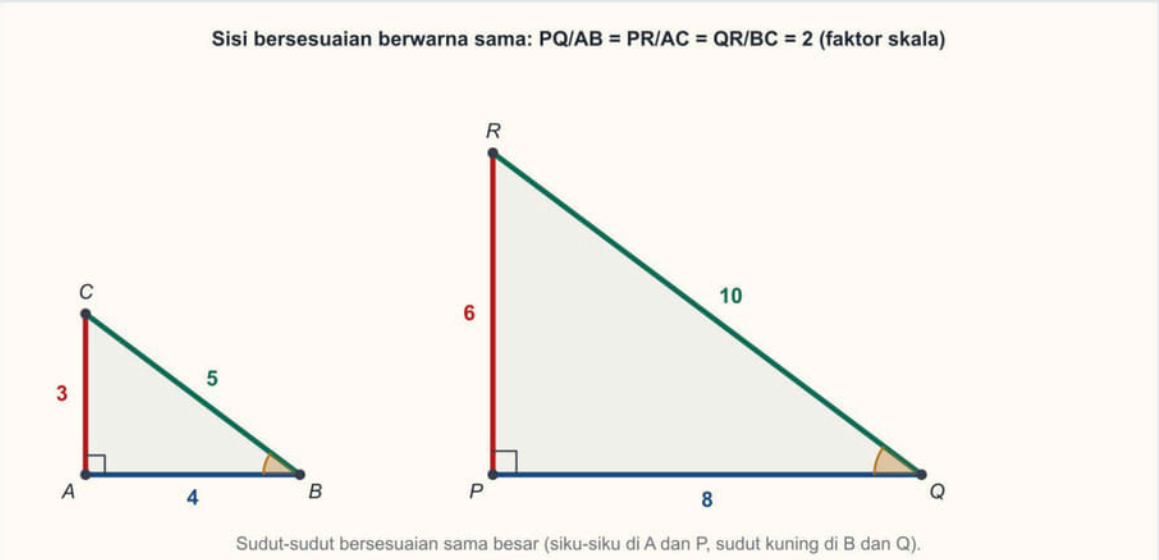
1. Syarat dua bangun sebangun

Dua bangun **sebangun** (lambang $\sim$) bila memenuhi **dua** syarat sekaligus:

1. setiap pasangan sudut yang bersesuaian **sama besar**, dan
2. setiap pasangan sisi yang bersesuaian **sebanding**, yaitu perbandingannya sama.

Perbandingan yang sama itu disebut **faktor skala** k. Pada Gambar 3.7, segitiga PQR adalah perbesaran segitiga ABC dengan $k = 2$: $\dfrac{PQ}{AB} = \dfrac{PR}{AC} = \dfrac{QR}{BC} = 2$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.7 Segitiga ABC dan PQR sebangun dengan faktor skala 2. Sisi yang bersesuaian diberi warna sama dan sudut yang bersesuaian sama besar. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Kedua syarat itu sama-sama penting untuk segi banyak umumnya. Persegi dan persegi panjang mempunyai sudut-sudut yang sama (90° semua), tetapi tidak sebangun bila sisinya tidak sebanding. Persegi dan belah ketupat mempunyai sisi-sisi yang sebanding (semua sama panjang), tetapi tidak sebangun bila sudutnya berbeda.

Sisi bersesuaian adalah sisi yang berhadapan dengan sudut yang sama besar. Cara paling aman memasangkannya: urutkan titik sudut menurut sudut yang sama ($A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$), lalu sisi AB bersesuaian dengan PQ, dan seterusnya. Jangan memasangkan sisi menurut letaknya di gambar, karena salah satu bangun bisa saja diputar atau dicerminkan.

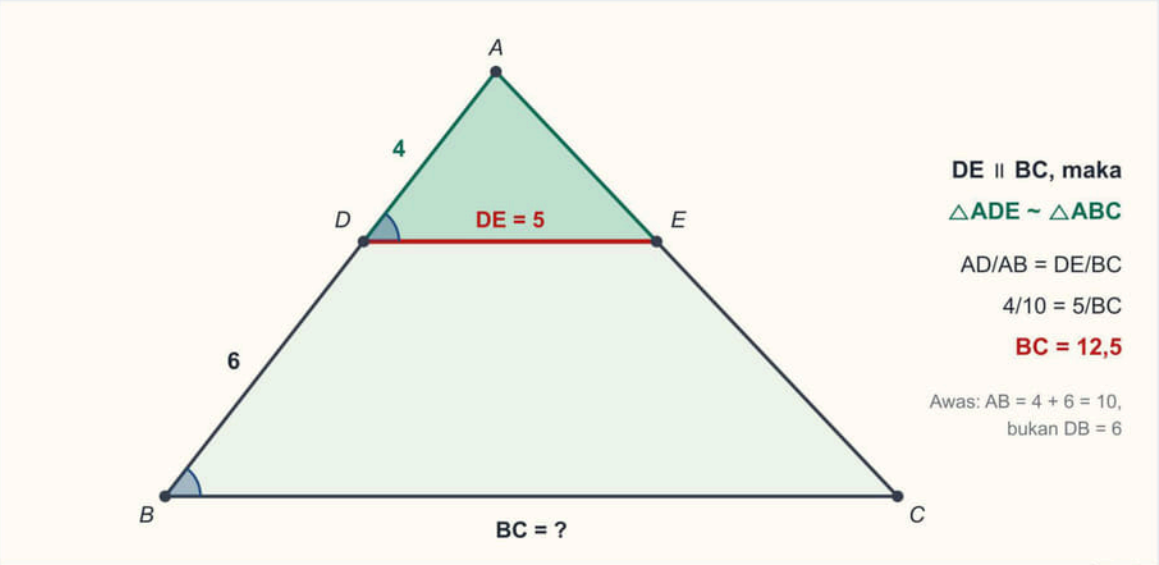
2. Segitiga: cukup dua sudut

Untuk segitiga ada jalan pintas. Karena jumlah sudut segitiga selalu 180° (sub bab 3.1), bila dua pasang sudut sama besar, sudut ketiga pasti ikut sama. Dan untuk segitiga, sudut-sudut yang sama memaksa sisi-sisinya sebanding. Jadi **dua segitiga sebangun bila dua pasang sudutnya sama besar** (syarat sd-sd). Syarat lain yang setara: ketiga pasang sisi sebanding (s-s-s), atau dua pasang sisi sebanding dengan sudut apitnya sama (s-sd-s).

Pola yang paling sering muncul adalah **segitiga bersarang**: garis DE sejajar alas BC memotong segitiga ABC (Gambar 3.8). Sudut di A dipakai bersama, dan $\angle ADE = \angle ABC$ karena sehadap pada garis sejajar. Maka $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ dan

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.8 Garis $DE \parallel BC$ membentuk segitiga kecil ADE yang sebangun dengan segitiga besar ABC. Perbandingan memakai sisi utuh $AB = AD + DB$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Kesalahan yang paling sering terjadi adalah memakai potongan DB sebagai pasangan AD. Ingat: yang sebangun adalah segitiga kecil dengan segitiga **besar**, jadi sisi segitiga besar adalah AB utuh. Pola yang mirip adalah **jam pasir**: dua segitiga yang bertemu di satu titik dengan alas-alas yang sejajar; sudut di titik temu bertolak belakang, dan sudut-sudut alas berseberangan dalam.

Contoh terselesaikan 1: segitiga bersarang

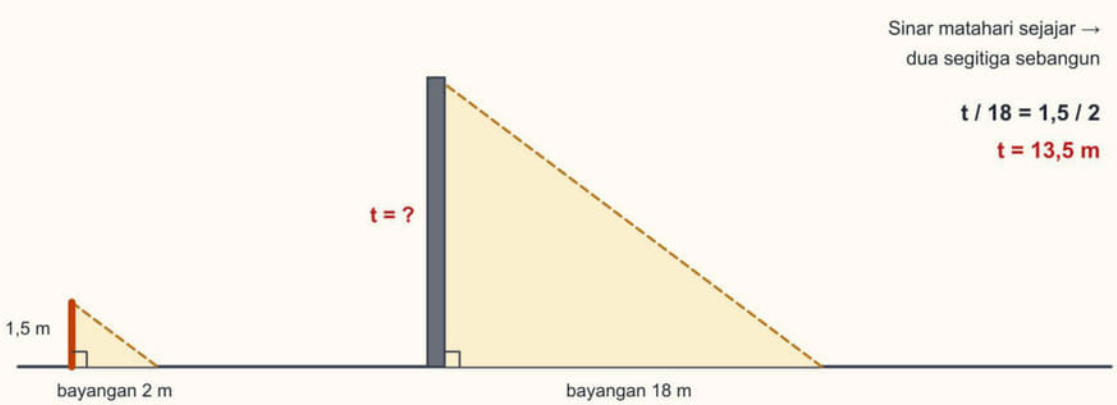
Pada Gambar 3.8, $AD = 4$ cm, $DB = 6$ cm, dan $DE = 5$ cm. Tentukan BC.

1. $DE \parallel BC$, jadi $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (sudut A bersama dan sudut sehadap sama).
2. Sisi utuh: $AB = 4 + 6 = 10$ cm.
3. Perbandingan sisi bersesuaian: $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$, sehingga $\dfrac{4}{10} = \dfrac{5}{BC}$.
4. $BC = \dfrac{5 \times 10}{4} = 12{,}5$ cm. Bila keliru memakai DB: $\frac{4}{6} = \frac{5}{BC}$ memberi $7{,}5$ cm, angka yang sering muncul sebagai pengecoh.

3. Mengukur dengan bayangan

Pada siang hari, sinar matahari datang hampir sejajar. Tongkat tegak dan tiang tegak membentuk segitiga siku-siku dengan bayangannya masing-masing, dan sudut datang sinar matahari sama untuk keduanya. Dua sudut sama (siku-siku dan sudut sinar), maka kedua segitiga sebangun (Gambar 3.9).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.9 Tongkat 1,5 m berbayangan 2 m; pada saat yang sama tiang berbayangan 18 m. Kedua segitiga sebangun sehingga tinggi tiang 13,5 m. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 2: tinggi menara

Pada pukul 15.00, tongkat setinggi 1,5 m mempunyai bayangan 2 m, sedangkan sebuah menara mempunyai bayangan 24 m. Berapa tinggi menara?

1. Kedua segitiga sebangun (siku-siku dan sudut sinar sama).
2. Pasangkan sisi bersesuaian: tinggi dengan tinggi, bayangan dengan bayangan: $\dfrac{t}{24} = \dfrac{1{,}5}{2}$.
3. $t = 24 \times 0{,}75 = 18$ m.
4. Cek kewajaran: bayangan menara 12 kali bayangan tongkat, jadi tingginya juga 12 kali, yaitu $12 \times 1{,}5 = 18$ m ✓.

4. Trapesium dan garis sejajar alas

Garis yang sejajar dengan kedua sisi sejajar trapesium membentuk trapesium-trapesium kecil. Panjang garis itu dapat dicari dengan memecah trapesium menjadi persegi panjang dan segitiga, lalu memakai segitiga bersarang.

Contoh terselesaikan 3: garis sejajar pada trapesium

Trapesium $ABCD$ mempunyai sisi atas $DC = 8$ cm dan alas $AB = 14$ cm. Garis EF sejajar alas memotong kaki AD dan BC sehingga $DE : EA = 1 : 2$. Tentukan panjang EF.

1. Tarik garis dari D sejajar kaki CB sampai memotong EF di G dan AB di H. Terbentuk jajargenjang $DCBH$, sehingga $HB = 8$ cm dan $GF = 8$ cm, serta segitiga ADH dengan $AH = 14 - 8 = 6$ cm.
2. Pada segitiga ADH, $EG \parallel AH$, jadi $\triangle DEG \sim \triangle DAH$ dengan perbandingan $\dfrac{DE}{DA} = \dfrac{1}{1+2} = \dfrac{1}{3}$.
3. $EG = \dfrac{1}{3} \times 6 = 2$ cm, sehingga $EF = EG + GF = 2 + 8 = 10$ cm.
4. Cek kewajaran: EF harus di antara 8 dan 14, dan lebih dekat ke 8 karena E lebih dekat ke D ✓.

5. Faktor skala untuk keliling, luas, dan volume

Bila setiap panjang dikalikan k, **keliling** (jumlah panjang) juga dikalikan k. **Luas** dikalikan k^2, karena luas selalu hasil kali dua panjang: persegi bersisi s berluas s^2, dan setelah diperbesar menjadi ks luasnya $(ks)^2 = k^2 s^2$. Dengan alasan yang sama, **volume** bangun ruang dikalikan k^3. Inilah sebabnya peta berskala $1 : 1.000$ menggambarkan luas $1 : 1.000.000$.

Contoh terselesaikan 4: luas lahan dari maket

Maket sebuah taman dibuat dengan skala $1 : 200$. Luas kolam pada maket $30\ \text{cm}^2$, dan keliling taman pada maket 1,5 m. Berapa luas kolam dan keliling taman yang sebenarnya?

1. Faktor skala panjang $k = 200$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Keliling sebenarnya $= 1{,}5\ \text{m} \times 200 = 300\ \text{m}$ (dikali k).
3. Luas sebenarnya $= 30\ \text{cm}^2 \times 200^2 = 30 \times 40.000 = 1.200.000\ \text{cm}^2$.
4. Ubah satuan: $1\ \text{m}^2 = 10.000\ \text{cm}^2$, jadi luas kolam $120\ \text{m}^2$. Bila keliru dikali 200 saja, hasilnya hanya $0{,}6\ \text{m}^2$, jelas terlalu kecil untuk sebuah kolam.

Contoh terselesaikan 5: lebar sungai dengan pola jam pasir

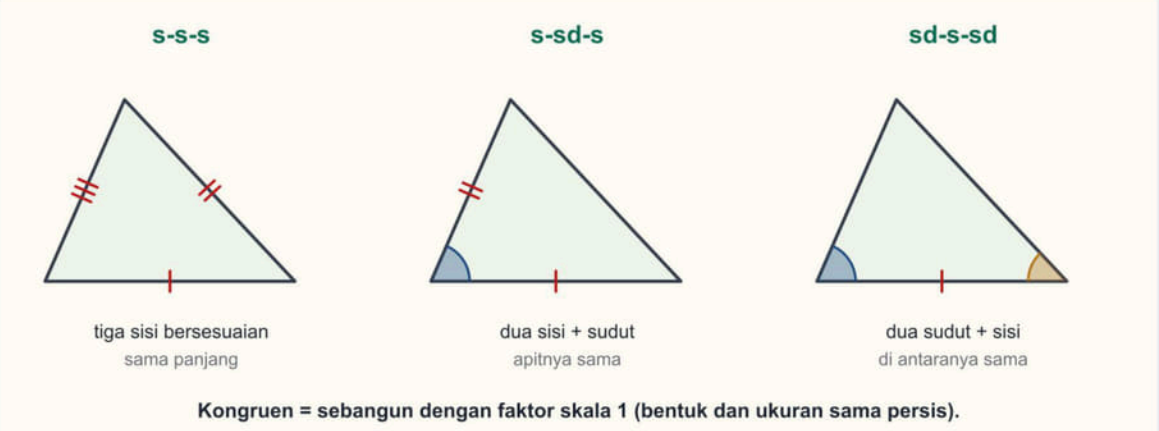
Siswa ingin mengukur lebar sungai tanpa menyeberang. Mereka memilih pohon P di seberang. Di tepi sungai mereka menancapkan patok A tepat di depan pohon, lalu berjalan menyusuri tepi sejauh 12 m ke patok B, dan 4 m lagi ke titik C. Dari C mereka berjalan tegak lurus menjauhi sungai sampai titik D, tempat pohon P, patok B, dan titik D tampak segaris. Ternyata $CD = 6$ m. Berapa lebar sungai AP?

1. Gambarkan: PA dan DC sama-sama tegak lurus tepi sungai, sehingga sejajar. Garis PD memotong tepi sungai di B.
2. Segitiga PAB dan DCB membentuk pola jam pasir: $\angle PBA = \angle DBC$ (bertolak belakang) dan $\angle A = \angle C = 90^\circ$. Maka $\triangle PAB \sim \triangle DCB$.
3. Pasangkan sisi menurut sudut: $PA \leftrightarrow DC$ (berhadapan dengan sudut di B) dan $AB \leftrightarrow CB$ (berhadapan dengan sudut di P dan D). Jadi $\dfrac{PA}{DC} = \dfrac{AB}{CB}$, atau $\dfrac{PA}{6} = \dfrac{12}{4}$.
4. $PA = 6 \times 3 = 18$ m. Cek kewajaran: segitiga di seberang 3 kali lebih besar daripada segitiga di darat, jadi lebar sungai 3 kali CD ✓.

6. Kekongruenan

Dua bangun **kongruen** (lambang $\cong$) bila bentuk **dan** ukurannya sama persis, sehingga yang satu dapat ditumpuk tepat di atas yang lain. Kongruen adalah kasus khusus sebangun dengan $k = 1$. Untuk segitiga, ada tiga syarat cukup (Gambar 3.10):

- **s-s-s**: ketiga pasang sisi sama panjang;
- **s-sd-s**: dua pasang sisi sama panjang dan sudut yang **diapit** keduanya sama besar;
- **sd-s-sd**: dua pasang sudut sama besar dan sisi **di antara** keduanya sama panjang.



Gambar 3.10 Syarat kekongruenan dua segitiga: s-s-s, s-sd-s, dan sd-s-sd. Garis kecil menandai sisi yang sama panjang, busur menandai sudut yang sama besar. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Perhatikan bahwa "tiga sudut sama" (sd-sd-sd) hanya menjamin sebangun, bukan kongruen: segitiga ABC dan PQR pada Gambar 3.7 mempunyai sudut sama tetapi ukurannya berbeda. Kekongruenan sering dipakai untuk membuktikan dua ruas garis sama panjang, misalnya diagonal persegi panjang, atau untuk menunjukkan bahwa garis tinggi segitiga sama kaki membagi alasnya sama panjang.

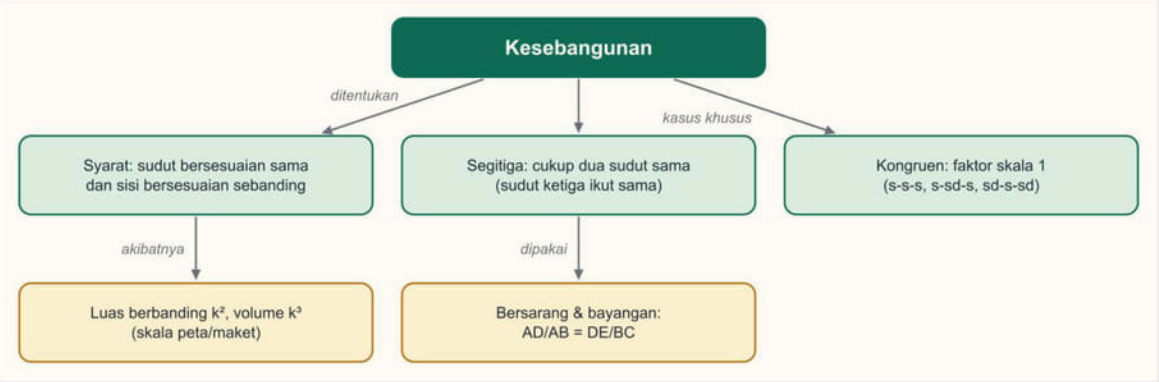
Ringkasan

Sebangun berarti sudut bersesuaian sama dan sisi bersesuaian sebanding; pada segitiga, dua sudut sama sudah cukup karena sudut ketiga ikut sama. Pasangkan sisi menurut sudut, bukan menurut letak; pada segitiga bersarang pakai sisi utuh. Bayangan dan maket adalah penerapan langsung kesebangunan. Panjang dan keliling berubah k kali, luas k^2 kali, volume k^3 kali. Kongruen adalah sebangun dengan $k = 1$, ditentukan oleh s-s-s, s-sd-s, atau sd-s-sd.

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 3.11):

- Sebangun: sudut sama **dan** sisi sebanding; segitiga cukup dua sudut.
- Segitiga bersarang: $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ dengan AB sisi utuh.
- Skala k: panjang $\times k$, luas $\times k^2$, volume $\times k^3$.
- Kongruen: s-s-s, s-sd-s, sd-s-sd (bukan sd-sd-sd).



Gambar 3.11 Peta konsep kesebangunan dan kekongruenan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal kesebangunan:

1. Pisahkan kedua bangun yang sebangun; bila perlu gambar ulang terpisah dengan arah yang sama.
2. Tandai sudut-sudut yang sama besar, lalu pasangkan sisi-sisi yang bersesuaian.
3. Susun perbandingan dengan arah yang konsisten (kecil : besar).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Selesaikan, lalu cek kewajaran: bangun besar harus memiliki sisi yang lebih panjang.
5. Untuk luas, ingat kuadrat faktor skala.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Potongan dipakai sebagai sisi utuh	$\frac{AD}{DB} = \frac{DE}{BC}$	gunakan $\frac{AD}{AB}$
Sisi tidak bersesuaian	memasangkan sisi miring dengan sisi alas	pasangkan menurut sudut di hadapannya
Luas ikut dikali k	foto diperbesar 2 kali, luasnya dianggap 2 kali	luas dikali $k^2 = 4$
Bingkai seragam dianggap sebangun	menambah 2 cm di setiap sisi	perbandingan sisi berubah (kecuali bangun semula persegi), jadi tidak sebangun
Garis tinggi	$CD = \frac{AD+DB}{2}$	$CD = \sqrt{AD \cdot DB}$
Bayangan	memakai jarak orang ke tiang sebagai bayangan	gambar dua segitiga dan beri nama setiap ruas

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 12 (dua trapesium sebangun). Dua trapesium yang bersambung pada satu sisi dinyatakan sebangun; beberapa ukuran diketahui dari gambar. Kamu mencari panjang sebuah sisi miring yang hasilnya berbentuk akar. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: sisi bersesuaian pada trapesium sebangun, lalu Teorema Pythagoras untuk sisi miring.
- Langkah: pasangkan sisi-sisi sejajar kedua trapesium untuk mendapat faktor skala → tentukan ukuran yang belum diketahui → bentuk segitiga siku-siku dengan menarik garis tinggi → hitung sisi miring dan sederhanakan akarnya.
- Pengecoh yang dipasang: akar dengan koefisien berdekatan, hasil dari salah memasangkan sisi bersesuaian.

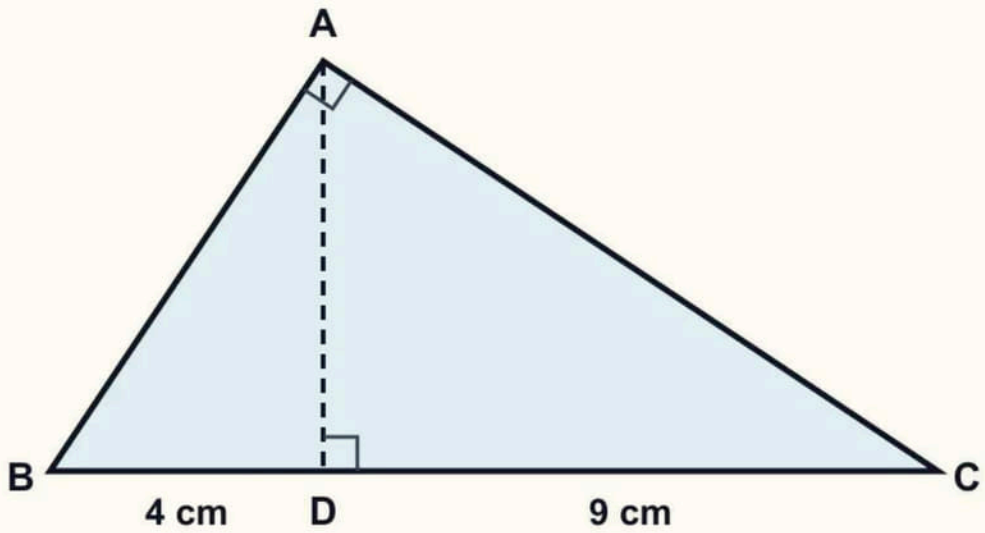
Rujukan: soal nomor 12 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memakai segitiga-segitiga sebangun yang terbentuk oleh garis tinggi pada segitiga siku-siku. Perhatikan pasangan sisi yang bersesuaian sebelum menyusun perbandingan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Pada gambar berikut, segitiga ABC siku-siku di A, dan AD tegak lurus BC dengan $BD = 4$ cm dan $DC = 9$ cm.
Panjang AC adalah ....



A. 6 cm
B. $2\sqrt{13}$ cm
C. 9 cm
D. $\sqrt{97}$ cm
E. $3\sqrt{13}$ cm

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: E**

Konsep: garis tinggi AD membagi segitiga siku-siku ABC menjadi dua segitiga yang sebangun dengan ABC (sudut-sudutnya sama). Dari $\triangle ADC \sim \triangle BAC$: $\dfrac{DC}{AC} = \dfrac{AC}{BC}$, sehingga $AC^2 = DC \times BC$.

Langkah 1. $BC = BD + DC = 4 + 9 = 13$ cm.

Langkah 2. $AC^2 = 9 \times 13 = 117 \rightarrow AC = \sqrt{117} = \sqrt{9 \times 13} = 3\sqrt{13}$ cm.

Cek ulang (cara lain): $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ memberi $AD^2 = BD \times DC = 36$, jadi $AD = 6$. Pythagoras pada $\triangle ADC$: $AC = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117}$ ✓. Juga $AB^2 + AC^2 = 52 + 117 = 169 = 13^2$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

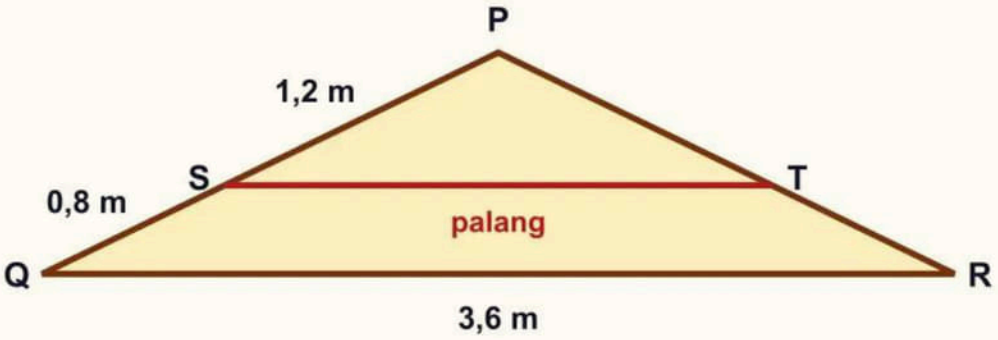
- A (6 cm): panjang AD, berhenti di langkah antara.
- B ($2\sqrt{13}$ cm): panjang AB ($AB^2 = BD \times BC = 52$), sisi yang tertukar.
- C (9 cm): menganggap $AC = DC$.
- D ($\sqrt{97}$ cm): Pythagoras dengan sisi yang salah, $\sqrt{4^2 + 9^2}$.

✎ LATIHAN

Kedua soal memakai segitiga bersarang dengan garis yang sejajar alas. Perbandingan memakai sisi segitiga kecil terhadap sisi segitiga besar, bukan terhadap potongan sisanya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Gambar berikut menunjukkan rangka depan atap sebuah gubuk di tepi sawah. Rangka berbentuk segitiga PQR, dan palang ST dipasang sejajar dengan QR.
Panjang palang ST adalah ....

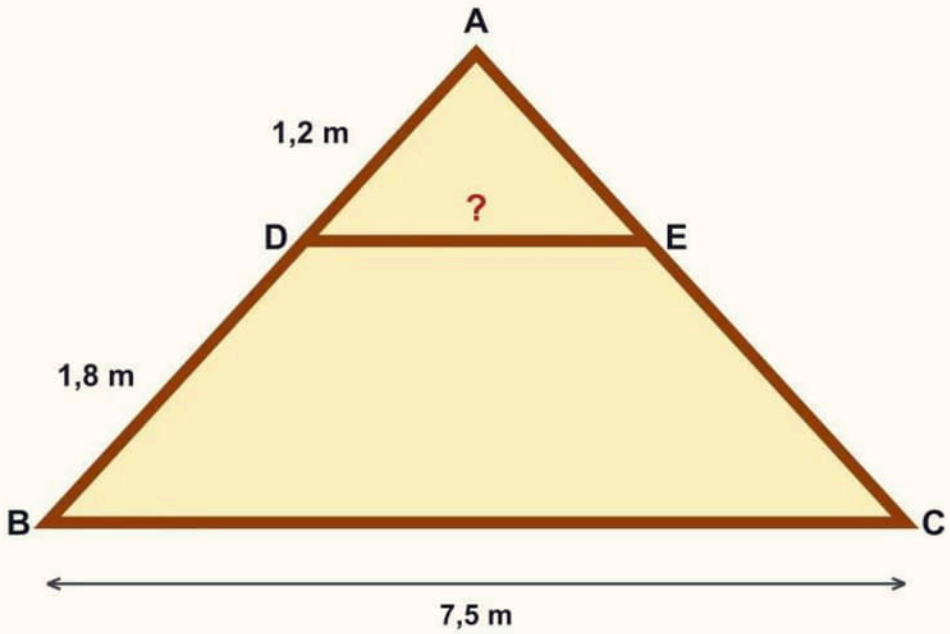


A. 1,44 m
B. 2,16 m
C. 2,40 m
D. 2,80 m
E. 5,40 m

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Rangka kuda-kuda atap sebuah rumah berbentuk segitiga ABC. Balok penguat DE dipasang sejajar balok alas BC, dengan D pada AB dan E pada AC. Ukurannya tampak pada gambar.
Panjang balok penguat DE adalah .... m



A. 3
B. 3,75
C. 4,5
D. 5
E. 11,25

Kunci singkat: 1. B 2. A

✔ PERIKSA DIRI

- Mengapa dua persegi panjang dengan semua sudut siku-siku belum tentu sebangun?
- Pada segitiga bersarang dengan $DE \parallel BC$, mengapa perbandingannya memakai AB dan bukan DB?
- Bila sisi-sisi sebuah bangun diperbesar 3 kali, berapa kali keliling dan luasnya?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-3.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang

MATW-3.3

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **Teorema Pythagoras** dan **jarak dua objek geometri**: jarak dua titik, titik ke garis, titik ke bidang, dua garis, dan dua bidang. Dua soal asli 2025 menguji sub bab ini. Nomor 13 meminta panjang sisi miring sebuah kebun (Pythagoras), lalu banyak pot yang muat di sepanjang sisi itu. Nomor 15 meminta panjang tali hiasan dari pojok dinding pintu ke titik tengah tepi langit-langit pada dinding papan tulis, lalu sisa tali. Keduanya tergolong prioritas karena menggabungkan Pythagoras dengan langkah hitung lain.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan mengapa Teorema Pythagoras benar dan memakainya, termasuk tripel Pythagoras dan penentuan jenis segitiga;
- menurunkan dan menghitung diagonal sisi dan diagonal ruang kubus dan balok;
- menentukan jarak titik ke garis dan titik ke bidang dengan mencari ruas yang **tegak lurus**;
- menghitung panjang garis singgung lingkaran.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Tukang bangunan sering memeriksa apakah sudut lantai benar-benar siku-siku dengan trik sederhana: ukur 60 cm di satu tembok, 80 cm di tembok lain, lalu pastikan jarak kedua titik itu tepat 100 cm. Trik ini memakai teorema yang sudah dikenal ribuan tahun, **Teorema Pythagoras**. Teorema yang sama dipakai untuk menghitung panjang tangga, jarak terpendek di peta, panjang kabel, dan jarak antara dua titik di dalam sebuah ruangan.

1. Teorema Pythagoras dan buktinya

Pada segitiga siku-siku, sisi di depan sudut siku-siku disebut **sisi miring** (hipotenusa) dan selalu merupakan sisi terpanjang; dua sisi lainnya disebut sisi siku-siku. Teorema Pythagoras menyatakan:

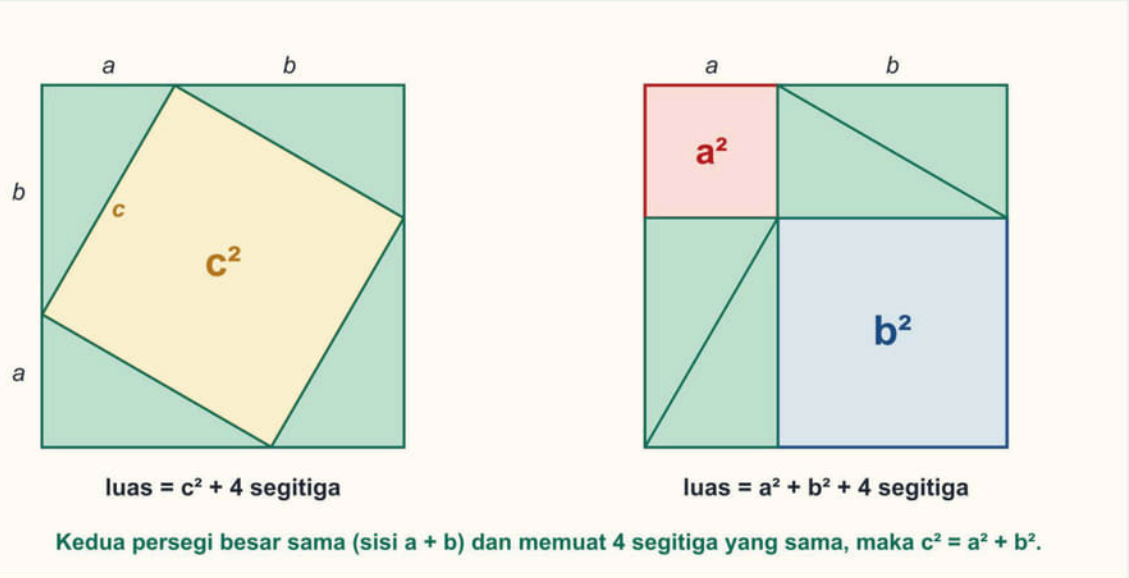
$$a^2 + b^2 = c^2,$$

dengan a dan b sisi siku-siku dan c sisi miring. Artinya: luas persegi pada sisi miring sama dengan jumlah luas persegi pada kedua sisi siku-siku.

Mengapa benar? Gambar 3.12 memperlihatkan bukti dengan **penataan ulang**. Dua persegi besar yang sama, masing-masing bersisi $a + b$, sama-sama berisi empat segitiga siku-siku yang sama (sisi siku-siku a dan b). Pada persegi kiri, keempat segitiga diletakkan di pojok, menyisakan persegi miring bersisi c. Pada persegi kanan, keempat segitiga dipasangkan menjadi dua persegi panjang, menyisakan dua persegi berluas a^2 dan b^2. Karena luas persegi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

besar sama dan luas empat segitiga sama, sisa luasnya juga sama: $c^2 = a^2 + b^2$.



Gambar 3.12 Bukti Teorema Pythagoras dengan menata ulang empat segitiga siku-siku yang sama di dalam persegi bersisi $a + b$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Tripel Pythagoras adalah tiga bilangan asli yang memenuhi teorema: $3, 4, 5$; $5, 12, 13$; $8, 15, 17$; $7, 24, 25$; serta semua kelipatannya, misalnya $6, 8, 10$ dan $0{,}6;\ 0{,}8;\ 1$ (inilah trik 60–80–100 tukang bangunan). Mengenali tripel menghemat waktu karena akar tidak perlu dihitung.

Kebalikan teorema dan jenis segitiga. Bila c sisi terpanjang sebuah segitiga, maka: $c^2 = a^2 + b^2$ berarti segitiga siku-siku; $c^2 < a^2 + b^2$ berarti lancip (sisi terpanjang "terlalu pendek" untuk siku-siku, sehingga sudut di depannya lebih kecil dari 90°); $c^2 > a^2 + b^2$ berarti tumpul.

Contoh terselesaikan 1: tangga dan jenis segitiga

(a) Tangga sepanjang 6,5 m disandarkan pada dinding tegak, dengan kaki tangga 2,5 m dari dinding. Setinggi apa ujung atas tangga? (b) Tentukan jenis segitiga bersisi 7, 24, 25 dan segitiga bersisi 6, 8, 11.

1. (a) Dinding, lantai, dan tangga membentuk segitiga siku-siku dengan sisi miring = tangga. Tinggi $t = \sqrt{6{,}5^2 - 2{,}5^2} = \sqrt{42{,}25 - 6{,}25} = \sqrt{36} = 6$ m.
2. Cek dengan tripel: $2{,}5 : 6 : 6{,}5 = 5 : 12 : 13$ (dikali 0,5) ✓.
3. (b) $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$, jadi siku-siku.
4. $6^2 + 8^2 = 100 < 121 = 11^2$, jadi segitiga tumpul. Perhatikan bahwa pembandingnya selalu kuadrat sisi **terpanjang**.

2. Diagonal sisi dan diagonal ruang

Pada balok berukuran panjang p, lebar l, tinggi t, ruas yang menghubungkan dua titik sudut berhadapan pada satu sisi disebut **diagonal sisi** (diagonal bidang), sedangkan ruas yang menembus bagian dalam balok dari satu pojok ke pojok seberangnya disebut **diagonal**

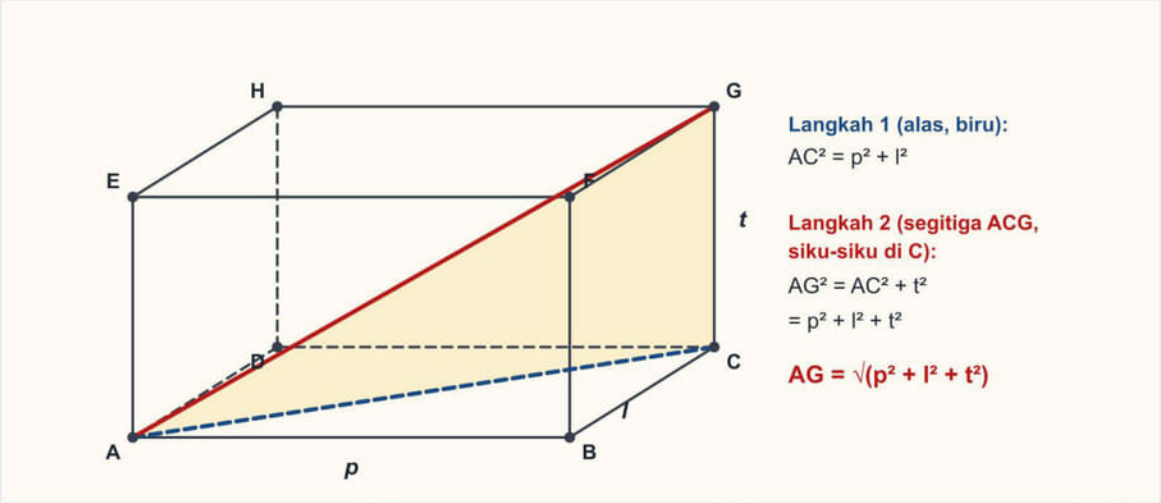
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

ruang. Panjang diagonal ruang diperoleh dengan Pythagoras dua kali (Gambar 3.13):

1. Pada alas $ABCD$, segitiga ABC siku-siku di B: $AC^2 = p^2 + l^2$.
2. Rusuk CG tegak lurus alas, sehingga segitiga ACG siku-siku di C: $AG^2 = AC^2 + t^2 = p^2 + l^2 + t^2$.

$$AG = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}.$$

Pada kubus berusuk s: diagonal sisi $s\sqrt{2}$ dan diagonal ruang $s\sqrt{3}$.



Gambar 3.13 Diagonal ruang AG dihitung lewat diagonal alas AC (biru) dan segitiga siku-siku ACG (kuning). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Ruas ke titik yang bukan pojok. Bila salah satu ujung ruas berada di tengah sebuah rusuk atau di tengah langit-langit, cari dulu **titik di lantai tepat di bawahnya** (proyeksi). Panjang ruas $= \sqrt{(\text{jarak mendatar})^2 + (\text{selisih tinggi})^2}$. Bila kedua ujung ternyata sama tinggi, cukup hitung jarak mendatarnya.

Contoh terselesaikan 2: tongkat terpanjang dalam kotak

Sebuah kotak penyimpanan berukuran $120 \times 40 \times 30$ cm. Berapa panjang tongkat terpanjang yang dapat dimasukkan ke dalam kotak tertutup itu?

1. Tongkat terpanjang terletak pada diagonal ruang, karena itulah jarak terjauh antara dua titik di dalam balok.
2. $d = \sqrt{120^2 + 40^2 + 30^2} = \sqrt{14.400 + 1.600 + 900} = \sqrt{16.900} = 130$ cm.
3. Cek kewajaran: lebih panjang dari diagonal alas $\sqrt{14.400 + 1.600} \approx 126{,}5$ cm, dan lebih pendek dari $120 + 40 + 30$ ✓. (Langkah-langkahnya juga memakai tripel: $40, 30, 50$ lalu $120, 50, 130$.)

3. Jarak titik ke garis

Jarak selalu berarti panjang ruas **terpendek**, dan ruas terpendek dari sebuah titik ke sebuah garis adalah ruas yang **tegak lurus** garis itu. Alasannya: ruas miring lain ke garis yang sama selalu menjadi sisi miring sebuah segitiga siku-siku, sehingga lebih panjang.

Cara menghitung yang paling sering dipakai: tentukan segitiga yang memuat titik itu dan

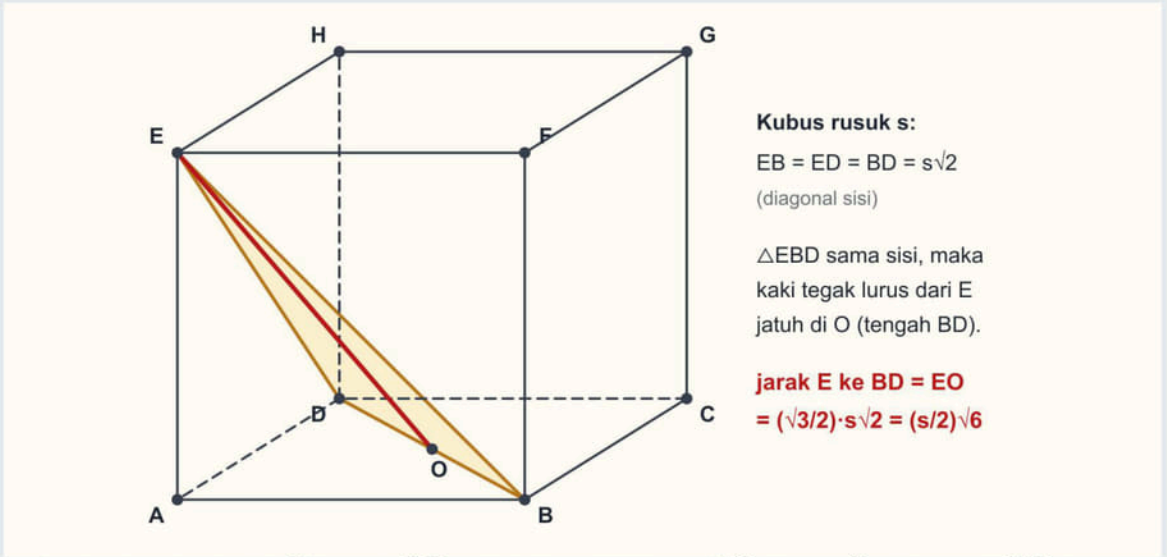
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

garis itu, lalu **hitung luasnya dengan dua cara**. Bila segitiga PAB siku-siku atau tingginya mudah dicari dari sisi lain, maka jarak P ke AB adalah $h = \dfrac{2 \times \text{Luas}}{AB}$. Pada segitiga siku-siku dengan sisi siku-siku a, b dan sisi miring c, jarak titik sudut siku-siku ke sisi miring adalah $\dfrac{ab}{c}$.

Contoh terselesaikan 3: jarak titik ke garis pada kubus

Kubus $ABCD.EFGH$ berusuk 6 cm. Tentukan jarak titik E ke garis BD (Gambar 3.14).

1. Ruas EB, ED, dan BD masing-masing diagonal sisi, jadi panjangnya sama: $6\sqrt{2}$ cm. Segitiga EBD sama sisi.
2. Pada segitiga sama sisi (juga sama kaki), garis dari E yang tegak lurus BD jatuh tepat di titik tengahnya, O.
3. $EO = \sqrt{EB^2 - BO^2} = \sqrt{72 - 18} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ cm.
4. Cek dengan rumus tinggi segitiga sama sisi bersisi x, yaitu $\frac{\sqrt{3}}{2}x$: $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{6}$ ✓.



Gambar 3.14 Jarak titik E ke garis BD pada kubus adalah ruas EO, dengan O titik tengah BD, karena segitiga EBD sama sisi. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Jarak titik ke bidang, garis ke garis, dan bidang ke bidang

Jarak titik P ke bidang V adalah panjang ruas dari P yang tegak lurus bidang V. Ruas ini tegak lurus terhadap **setiap** garis pada bidang itu yang melalui kakinya. Cara praktisnya adalah mengubah masalah ruang menjadi masalah datar:

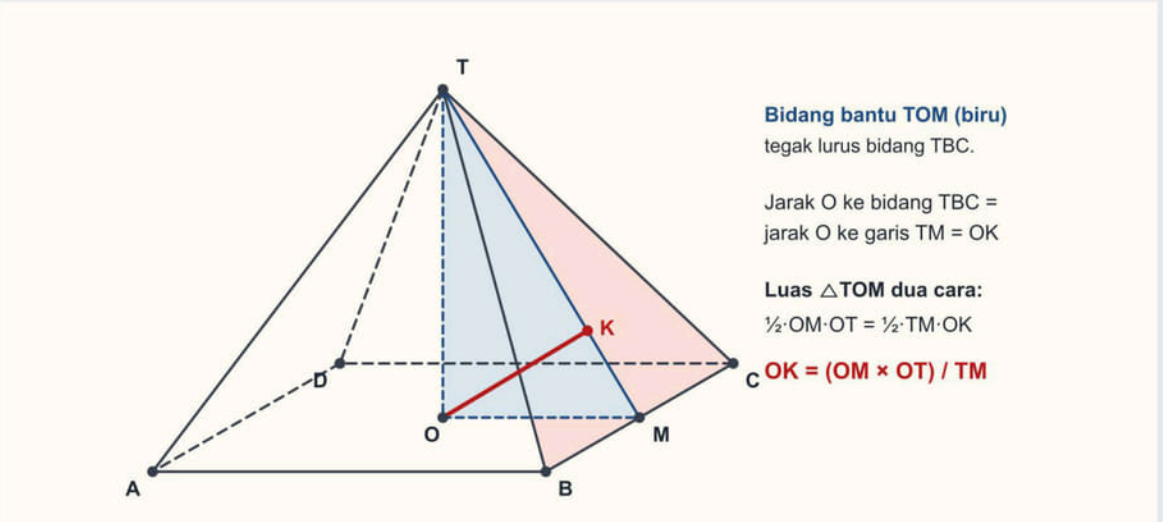
1. Cari **bidang bantu** yang memuat P dan tegak lurus bidang V. Pada limas atau kubus, bidang bantu ini biasanya melalui titik tengah sebuah rusuk.
2. Pada bidang bantu, bidang V tampak sebagai sebuah garis. Jarak titik ke bidang berubah menjadi **jarak titik ke garis**.
3. Hitung dengan Pythagoras atau luas dua cara.

Jarak dua garis sejajar adalah panjang ruas yang tegak lurus keduanya; jarak dua bidang sejajar adalah jarak sebarang titik di satu bidang ke bidang yang lain. Pada balok, jarak lantai ke langit-langit adalah tingginya.

Contoh terselesaikan 4: jarak titik ke bidang pada limas

Limas persegi beraturan $T.ABCD$ mempunyai rusuk alas 16 cm dan tinggi 6 cm. Titik O adalah pusat alas. Tentukan jarak O ke bidang TBC (Gambar 3.15).

1. Ambil M titik tengah BC. Bidang TOM tegak lurus bidang TBC, karena BC tegak lurus OM dan juga tegak lurus TO.
2. Pada segitiga TOM (siku-siku di O): $OM = 8$ cm (setengah rusuk alas), $OT = 6$ cm, sehingga $TM = \sqrt{64 + 36} = 10$ cm.
3. Jarak O ke bidang TBC = jarak O ke garis TM = OK. Luas segitiga TOM dua cara: $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times OK$.
4. $OK = \dfrac{48}{10} = 4{,}8$ cm. Cek kewajaran: lebih pendek dari $OM = 8$ dan $OT = 6$ ✓.



Gambar 3.15 Bidang bantu TOM (biru) memotong bidang TBC pada garis TM; jarak O ke bidang TBC adalah OK, tinggi segitiga TOM dari O. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Garis singgung lingkaran

Garis singgung menyentuh lingkaran di tepat satu titik, dan jari-jari ke titik singgung selalu **tegak lurus** garis singgung. Karena itu, dari titik P di luar lingkaran berpusat O berjari-jari r, panjang garis singgung adalah $\sqrt{PO^2 - r^2}$. Untuk dua lingkaran dengan jarak pusat d dan jari-jari R dan r, garis singgung persekutuan luar $\sqrt{d^2 - (R - r)^2}$ dan persekutuan dalam $\sqrt{d^2 - (R + r)^2}$; keduanya diperoleh dengan menggeser garis singgung sejajar sampai melalui salah satu pusat sehingga terbentuk segitiga siku-siku.

Contoh terselesaikan 5: rantai sepeda

Dua gir sepeda berjari-jari 9 cm dan 4 cm dengan jarak pusat 13 cm. Berapa panjang rantai lurus yang menghubungkan kedua gir di satu sisi (garis singgung persekutuan luar)?

1. Geser garis singgung sejajar sampai melalui pusat gir kecil. Terbentuk segitiga siku-siku dengan sisi miring 13 cm dan sisi siku-siku $9 - 4 = 5$ cm.
2. Panjang ruas lurus $= \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ cm.
3. Tripel $5, 12, 13$ ✓.

Ringkasan

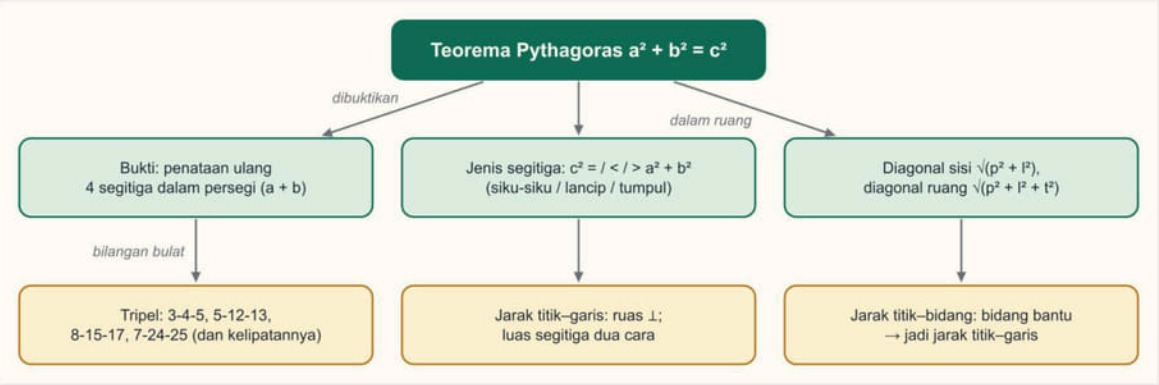
$a^2 + b^2 = c^2$ berlaku pada segitiga siku-siku dan dibuktikan dengan menata ulang empat segitiga. Bandingkan c^2 dengan $a^2 + b^2$ untuk menentukan jenis segitiga. Diagonal ruang balok $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$ diperoleh dengan Pythagoras dua kali. Jarak selalu diukur tegak lurus; jarak titik ke bidang diubah menjadi jarak titik ke garis pada bidang bantu, lalu dihitung dengan Pythagoras atau luas dua cara.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 3.16):

- Sisi miring selalu sisi terpanjang dan berhadapan dengan sudut siku-siku.
- Tripel $3-4-5, 5-12-13, 8-15-17, 7-24-25$ dan kelipatannya.
- Kubus: diagonal sisi $s\sqrt{2}$, diagonal ruang $s\sqrt{3}$.
- Jarak = ruas tegak lurus; luas segitiga dua cara memberi tingginya.



Gambar 3.16 Peta konsep Teorema Pythagoras dan jarak dalam ruang. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal jarak:

1. Gambar ulang bagian yang dibutuhkan saja (segitiga atau penampang), terpisah dari gambar ruang.
2. Tentukan **ruas yang tegak lurus**; jarak selalu diukur tegak lurus.
3. Hitung sisi-sisi segitiga bantu (diagonal sisi, setengah diagonal, tinggi).
4. Pakai Pythagoras atau luas dua cara.
5. Cek kewajaran: jarak ke garis atau bidang tidak boleh lebih panjang dari jarak ke titik mana pun pada garis atau bidang itu.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Diagonal sisi dan diagonal ruang tertukar	memakai $s\sqrt{2}$ untuk ruas yang melintasi ruang	periksa apakah ruas terletak pada satu sisi
"Ke tengah" langit-langit	memakai diagonal lantai penuh	proyeksinya hanya setengah diagonal lantai
Jarak ke titik, bukan ke garis	menjawab HA padahal ditanya jarak H ke garis AC	jarak = ruas tegak lurus
Pembulatan banyak benda	400 cm : 35 cm $= 11{,}4$ dibulatkan menjadi 12 pot	banyak benda yang muat selalu dibulatkan ke bawah (11 pot)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Garis singgung dalam dan luar	memakai $R - r$ untuk persekutuan dalam	luar: $R - r$; dalam: $R + r$
Menghitung akar tanpa kalkulator	$\sqrt{62.500}$ terasa sulit	cari tripel atau faktor kuadrat ($62.500 = 250^2$)

BEDAH SOAL ASLI

Dua soal asli TKA 2025 menguji sub bab ini. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

Nomor 13 (pot di sisi miring kebun). Salah satu sisi kebun miring; ukuran yang diketahui adalah jarak mendatar dan selisih tinggi kedua ujungnya. Pot-pot berdiameter tertentu dijajarkan bersentuhan di sepanjang sisi miring itu, lalu kamu menilai tiga pernyataan tentang banyak tanaman.

- Konsep kunci: panjang sisi miring dengan Pythagoras (perhatikan perbandingan yang membentuk tripel), lalu banyak pot = panjang sisi : diameter pot, dibulatkan ke bawah.
- Langkah: hitung selisih tinggi → hitung sisi miring → bagi dengan setiap diameter → nilai setiap pernyataan.
- Pengecoh yang dipasang: angka yang dekat dengan hasil yang benar, sehingga hitungan sisi miring harus tepat.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Nomor 15 (tali hiasan di ruang kelas). Tali dipasang dari pojok dinding pintu ke titik tengah langit-langit pada dinding papan tulis, lalu tali kedua yang sama dipasang ke pojok lainnya. Ditanyakan sisa tali dari gulungan yang tersedia.

- Konsep kunci: Pythagoras pada bidang tempat tali berada; periksa dulu apakah kedua ujung tali sama tinggi.
- Langkah: tentukan letak kedua ujung tali → bila keduanya pada bidang langit-langit, hitung dari selisih panjang dan lebar saja → panjang satu tali → dua tali → sisa.
- Pengecoh yang dipasang: panjang satu tali saja (lupa tali kedua), dan hasil dari salah membaca letak "tengah".

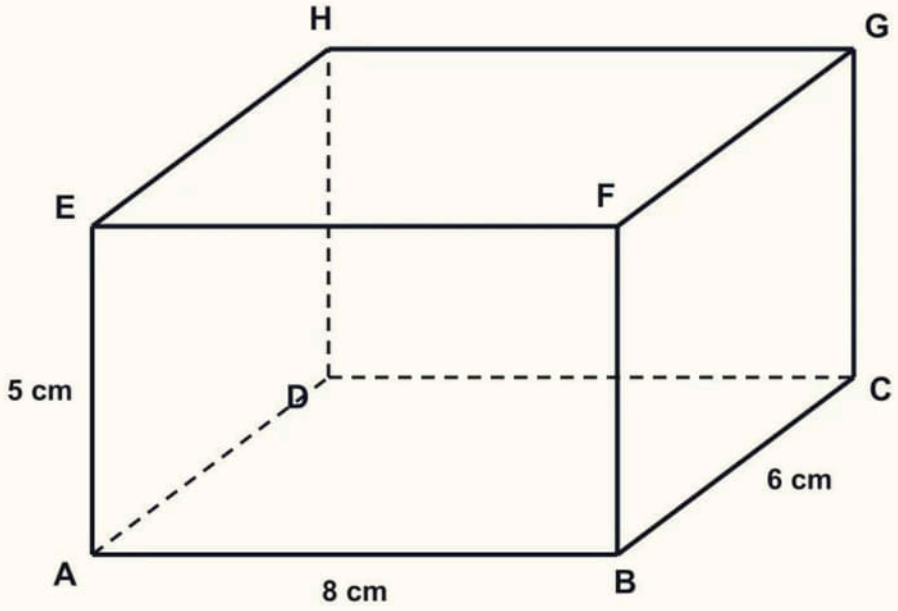
Rujukan: soal nomor 15 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji jenis jarak dalam ruang pada sebuah balok: titik ke bidang dan garis ke garis. Perhatikan cara menemukan ruas yang tegak lurus sebelum menghitung panjangnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Diketahui balok $ABCD.EFGH$ dengan $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm, dan $AE = 5$ cm, seperti pada gambar.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Jarak titik C ke bidang $BDHF$ adalah 4,8 cm.	○	○
Jarak titik H ke bidang $ABFE$ adalah 8 cm.	○	○
Jarak garis AE ke garis CG adalah 10 cm.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: 1B 2S 3B**

Konsep: jarak titik ke bidang = panjang ruas garis dari titik itu yang **tegak lurus** bidang. Jarak dua garis sejajar = panjang ruas yang tegak lurus kedua garis itu. Bila bidang itu tegak (memuat rusuk tegak), cukup bekerja pada alas.

Pernyataan 1. Bidang $BDHF$ tegak dan memuat diagonal alas BD, jadi jarak C ke bidang itu sama dengan jarak C ke garis BD pada alas. Segitiga BCD siku-siku di C dengan $BD = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. Dari dua cara menghitung luasnya: jarak $= \dfrac{BC \times CD}{BD} = \dfrac{6 \times 8}{10} = 4{,}8$ cm → **Benar**.

Pernyataan 2. HE tegak lurus bidang $ABFE$ (tegak lurus EF dan EA), jadi jaraknya $HE = AD = BC = 6$ cm, bukan 8 cm → **Salah**.

Pernyataan 3. AE dan CG sama-sama tegak, dan AC tegak lurus keduanya. Jaraknya $AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm → **Benar**.

Cek ulang: $4{,}8 < 6$ dan $4{,}8 < 8$ — jarak tegak lurus C ke BD memang lebih pendek daripada kedua sisi CB dan CD ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

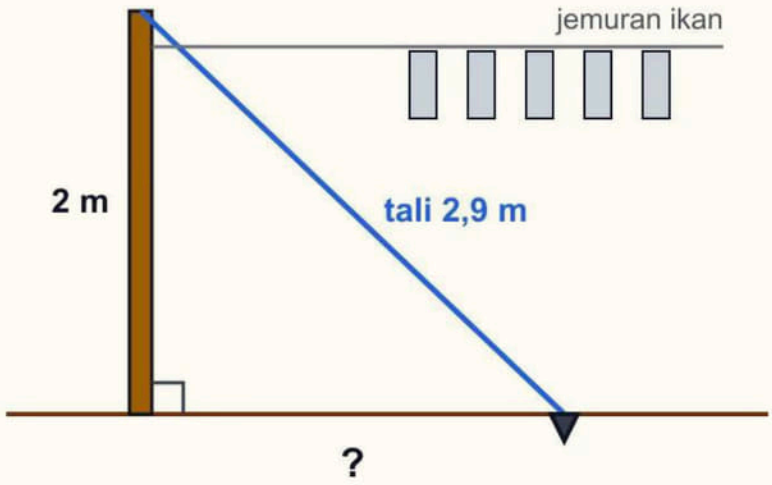
Jebakan: pada pernyataan 2, siswa memakai rusuk AB (8 cm) yang terlihat pada bidang $ABFE$, padahal jarak diukur tegak lurus bidang itu. Pada pernyataan 1, siswa sering memakai setengah diagonal (5 cm) sebagai jarak.

✎ LATIHAN

Soal 1, 3, dan 5 memakai teorema Pythagoras pada bidang datar, soal 2 menghitung jarak pada kubus, dan soal 4 mencari tinggi limas.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Di sebuah kampung nelayan, tiang jemuran ikan asin berdiri tegak lurus tanah. Pak Mansur mengikat puncak tiang ke sebuah patok di tanah dengan tali yang terentang lurus, seperti pada gambar (simpul diabaikan).
Jarak patok dari kaki tiang adalah ....

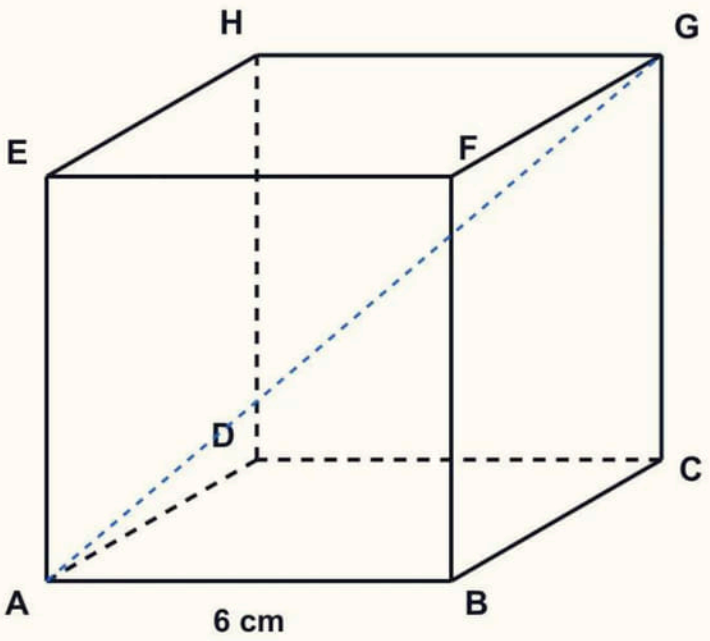


A. 0,9 m
B. 2,0 m
C. 2,1 m
D. 4,41 m
E. 4,9 m

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 6 cm seperti pada gambar. Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

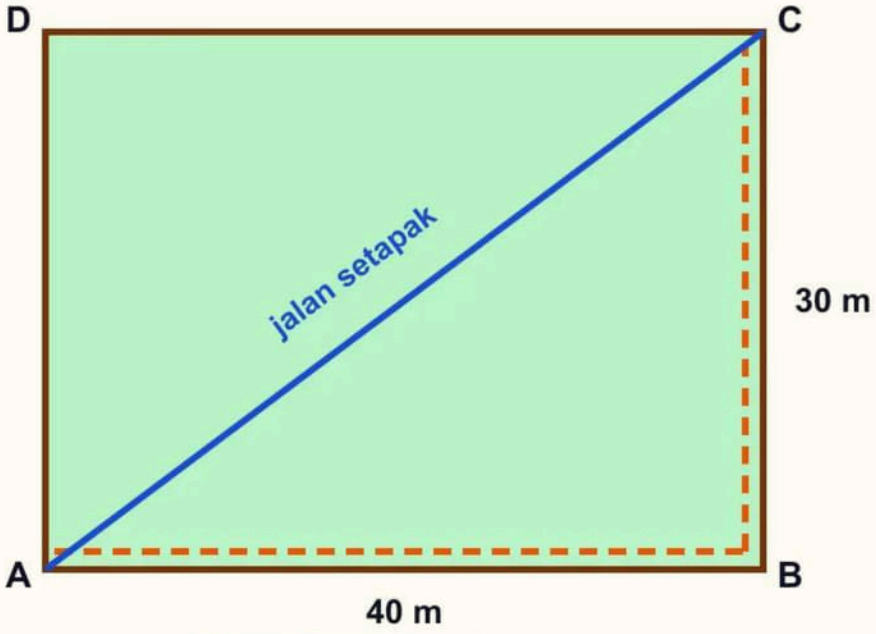


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Jarak titik A ke titik G adalah $6\sqrt{3}$ cm.	○	○
Jarak titik C ke bidang $ABFE$ adalah $6\sqrt{2}$ cm.	○	○
Jarak titik B ke garis AG adalah $2\sqrt{6}$ cm.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Sawah Pak Karta berbentuk persegi panjang $ABCD$ seperti pada gambar. Biasanya ia berjalan dari pojok A ke pojok C menyusuri pematang lewat B (garis putus-putus jingga). Sekarang dibuat jalan setapak lurus dari A ke C.
Jarak yang dihemat Pak Karta bila melewati jalan setapak adalah ....

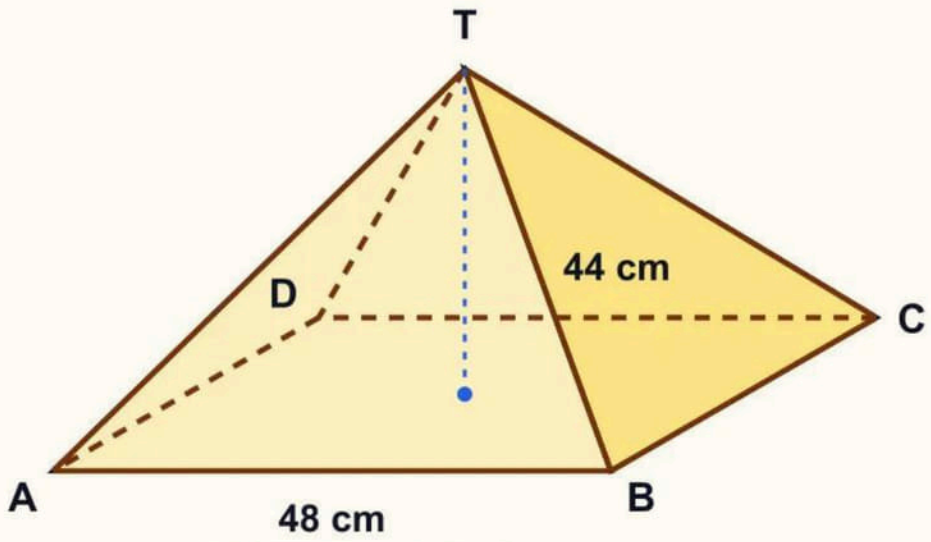


A. 20 m
B. 30 m
C. 40 m
D. 50 m
E. 70 m

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Tudung saji anyaman bambu buatan perajin di Desa Tanjungsari berbentuk limas persegi $T.ABCD$ tanpa alas, seperti pada gambar. Panjang rusuk alasnya 48 cm dan panjang setiap rusuk tegaknya 44 cm.
Tinggi tudung saji (jarak titik T ke bidang alas $ABCD$) adalah ....

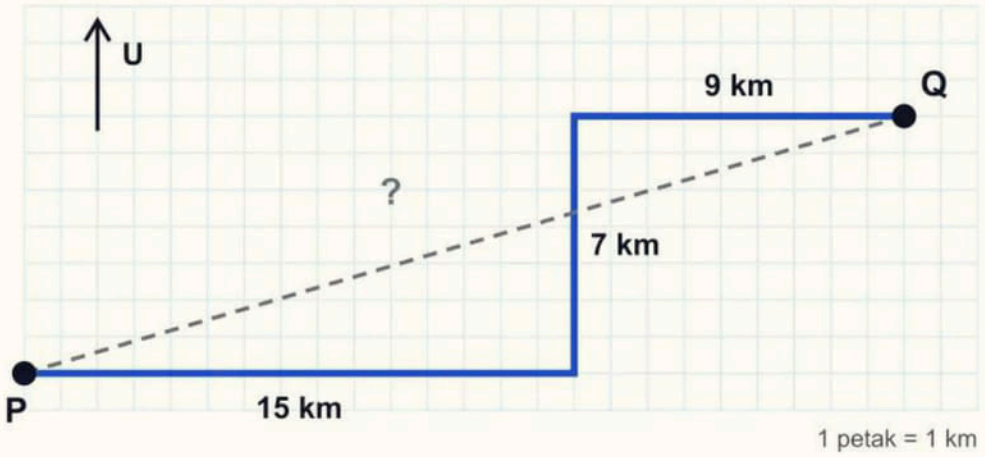


A. 20 cm
B. 28 cm
C. $24\sqrt{2}$ cm
D. $4\sqrt{85}$ cm
E. 44 cm

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Sebuah kapal feri berangkat dari Pelabuhan P. Kapal itu berlayar 15 km ke timur, lalu 7 km ke utara, kemudian 9 km ke timur lagi hingga tiba di Pelabuhan Q, seperti pada gambar. Jarak lurus dari Pelabuhan P ke Pelabuhan Q adalah .... km



A. 24
B. 25
C. 25,6
D. 26,4
E. 31

Kunci singkat: 1. C 2. 1B 2S 3B 3. A 4. B 5. B

✔ PERIKSA DIRI

- Sebutkan empat tripel Pythagoras dan satu kelipatannya masing-masing.
- Jelaskan cara mencari jarak titik ke bidang dengan mengubahnya menjadi jarak titik ke garis.
- Mengapa jari-jari selalu tegak lurus garis singgung, dan bagaimana sifat ini dipakai untuk menghitung panjang garis singgung?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-3.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.4 · Transformasi Geometri pada Titik

MATW-3.4

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi, serta komposisinya, pada titik**. Soal asli 2025 nomor 14 memberikan bayangan akhir sebuah titik setelah dua transformasi berurutan, dan kamu harus mencari **titik asalnya**. Soal ini menuntut tiga kemampuan: aturan setiap transformasi, urutan komposisi, dan kemampuan membalik proses.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan dari mana aturan bayangan setiap transformasi berasal, tidak sekadar menghafal tabel;
- menentukan bayangan titik oleh translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi, termasuk dengan pusat atau cermin yang bukan sumbu;
- mengerjakan komposisi transformasi dengan urutan yang benar;
- mencari titik asal dengan membalik transformasi.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Ketika kamu menggeser jendela geser, bercermin, memutar setir sepeda, atau memperbesar foto di layar ponsel, kamu sedang melakukan **transformasi**: aturan yang memindahkan setiap titik ke tempat baru. Titik semula disebut **titik asal** atau prapeta, dan titik barunya disebut **bayangan** (ditandai aksen, misalnya P'). Desain motif batik, animasi gim, dan grafis komputer dibuat dengan menggabungkan empat transformasi dasar: translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi. Tiga yang pertama tidak mengubah bentuk maupun ukuran, sedangkan dilatasi mengubah ukuran tetapi mempertahankan bentuk (hasilnya sebangun, sub bab 3.2).

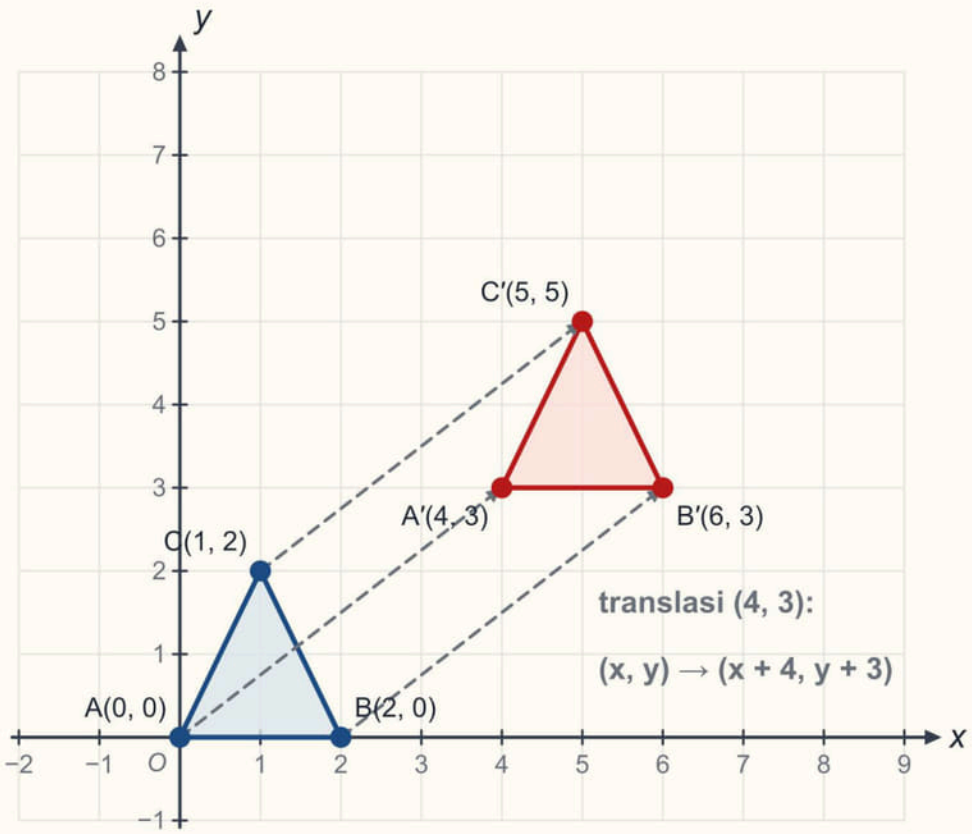
1. Translasi (pergeseran)

Translasi menggeser setiap titik sejauh dan searah yang sama. Pergeseran a satuan mendatar dan b satuan tegak ditulis sebagai vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ atau pasangan (a, b); a positif berarti ke kanan dan b positif berarti ke atas. Aturannya langsung terbaca dari arti "menggeser":

$(x, y) \to (x + a,\ y + b)$.

Pada Gambar 3.17, segitiga ABC digeser $(4, 3)$; semua panah pergeseran sejajar dan sama panjang, dan bentuk segitiga tidak berubah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.17 Translasi $(4, 3)$: setiap titik digeser 4 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

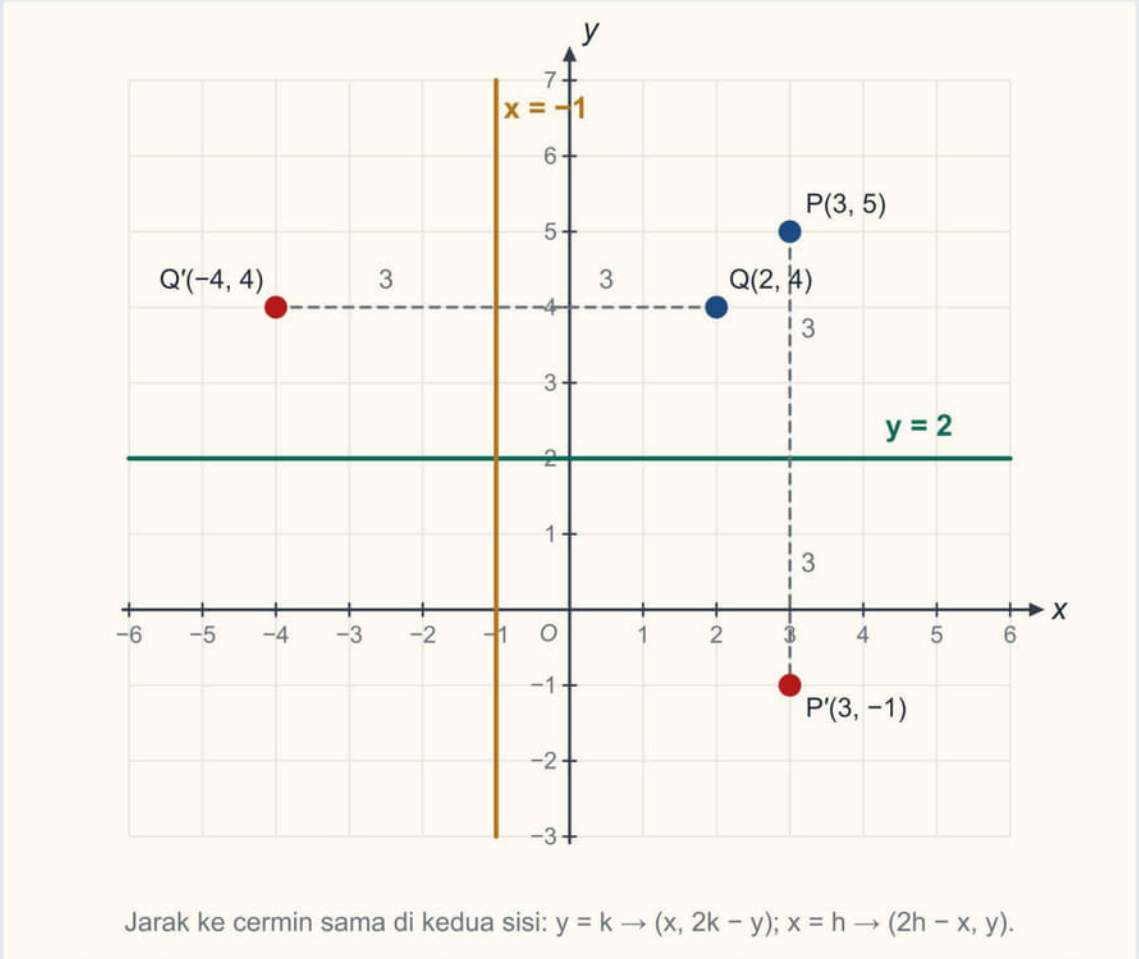
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Refleksi (pencerminan)

Refleksi bekerja seperti cermin datar: bayangan berada di seberang garis cermin, **sama jauh** dari cermin, dan ruas penghubung titik dengan bayangannya **tegak lurus** cermin. Dari sifat "sama jauh" ini semua aturan refleksi dapat diturunkan.

- **Terhadap garis $y = k$ (mendatar).** Koordinat x tidak berubah karena ruas penghubungnya tegak. Bila titik berada $y - k$ satuan di atas cermin, bayangannya $y - k$ satuan di bawah cermin, yaitu di $k - (y - k) = 2k - y$. Jadi $(x, y) \to (x,\ 2k - y)$. Untuk sumbu-x ($k = 0$): $(x, -y)$.
- **Terhadap garis $x = h$ (tegak).** Dengan alasan yang sama: $(x, y) \to (2h - x,\ y)$. Untuk sumbu-y ($h = 0$): $(-x, y)$.
- **Terhadap garis $y = x$.** Garis ini membagi dua sama besar sudut antara kedua sumbu, sehingga cermin ini menukar peran x dan y: $(x, y) \to (y, x)$. Terhadap $y = -x$: $(x, y) \to (-y, -x)$.

Gambar 3.18 menunjukkan $P(3, 5)$ yang dicerminkan terhadap $y = 2$: titik itu 3 satuan di atas cermin, jadi bayangannya 3 satuan di bawahnya, $P'(3, -1)$; dan $Q(2, 4)$ yang dicerminkan terhadap $x = -1$ menjadi $Q'(-4, 4)$.



Gambar 3.18 Refleksi: bayangan sama jauh dari cermin dan ruas penghubungnya tegak lurus cermin. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

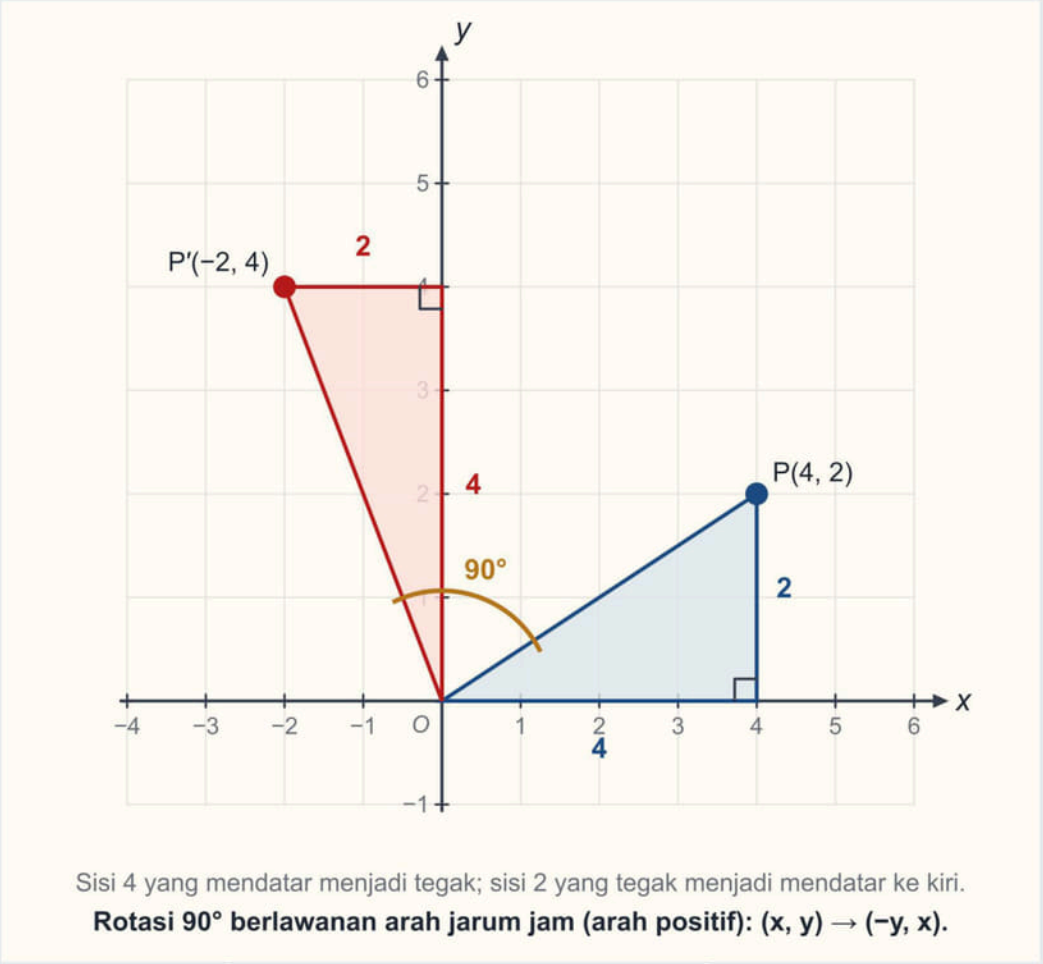
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Rotasi (perputaran)

Rotasi memutar setiap titik mengelilingi sebuah **pusat** sebesar sudut tertentu. Kesepakatan matematika: sudut **positif** berarti berlawanan arah jarum jam, sudut negatif berarti searah jarum jam. Jarak setiap titik ke pusat tidak berubah.

Untuk rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O, perhatikan Gambar 3.19. Titik $P(4, 2)$ membentuk segitiga siku-siku dengan O: maju 4 ke kanan, lalu naik 2. Ketika seluruh segitiga diputar 90°, sisi "4 ke kanan" berubah menjadi "4 ke atas", dan sisi "2 ke atas" berubah menjadi "2 ke kiri". Maka P' berada di $(-2, 4)$. Secara umum:

$$\text{rotasi } 90^\circ \text{ (berlawanan arah jarum jam)} : (x, y) \to (-y, x).$$



Sisi 4 yang mendatar menjadi tegak; sisi 2 yang tegak menjadi mendatar ke kiri.
Rotasi 90° berlawanan arah jarum jam (arah positif): (x, y) → (−y, x).

Gambar 3.19 Rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O: segitiga siku-siku ikut berputar, sehingga $(4, 2)$ menjadi $(-2, 4)$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Rotasi lain diperoleh dengan mengulangi aturan ini. Dua kali 90° adalah 180°: $(x, y) \to (-y, x) \to (-x, -y)$; rotasi 180° searah maupun berlawanan arah jarum jam memberi hasil yang sama. Tiga kali 90° berlawanan arah sama dengan 90° **searah** jarum jam: $(x, y) \to (y, -x)$. Cara cepat memeriksa rumus yang kamu ingat: uji titik $(1, 0)$. Diputar 90° berlawanan arah jarum jam, titik itu pasti menjadi $(0, 1)$.

Pusat bukan O. Untuk rotasi dengan pusat $M(a, b)$: geser dulu agar M berimpit dengan O (kurangkan (a, b)), lakukan rotasi pusat O, lalu geser kembali (tambahkan (a, b)).

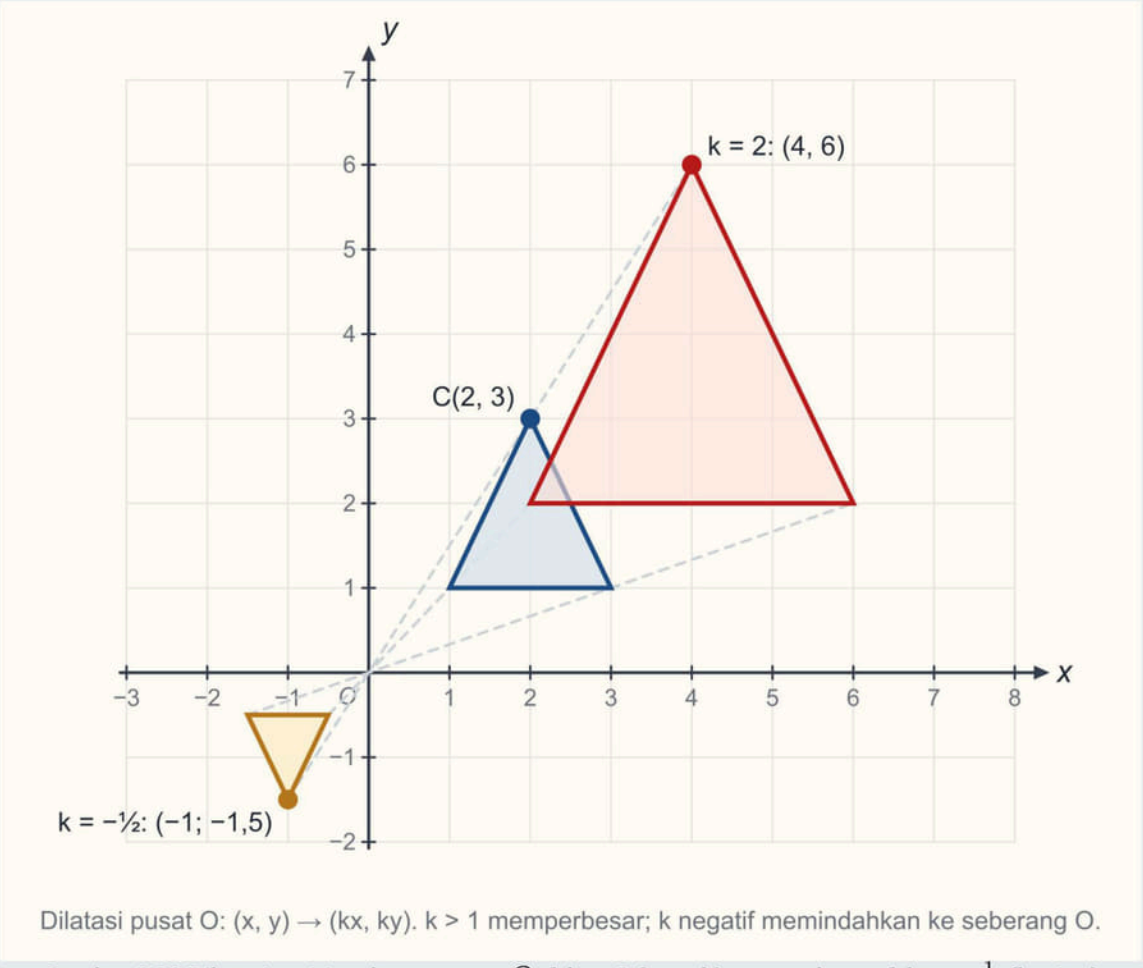
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Dilatasi (perbesaran atau perkecilan)

Dilatasi dengan pusat O dan faktor skala k mengalikan jarak setiap titik dari pusat dengan k, dengan arah tetap pada garis yang melalui pusat:

$(x, y) \to (kx,\ ky)$.

Bila $k > 1$ bangun diperbesar, bila $0 < k < 1$ diperkecil, dan bila k negatif bayangan berada di **seberang** pusat (Gambar 3.20). Dengan pusat $M(a, b)$:
$(x, y) \to \big(a + k(x - a),\ b + k(y - b)\big)$, yaitu "jarak dari M dikali k". Garis-garis yang menghubungkan setiap titik dengan bayangannya selalu bertemu di pusat dilatasi, dan luas bangun berubah k^2 kali.



Gambar 3.20 Dilatasi segitiga dengan pusat O: faktor 2 (merah) memperbesar, faktor $-\frac{1}{2}$ (kuning) memperkecil dan memindahkan ke seberang O. Garis putus-putus melalui pusat. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Komposisi dan membalik transformasi

"Transformasi T_1 **kemudian** T_2" berarti bayangan oleh T_1 dikenai T_2. Kerjakan berurutan dan tulis hasil antaranya; jangan mencoba melakukan keduanya sekaligus di kepala. Komposisi umumnya **tidak komutatif**: translasi lalu dilatasi berbeda hasilnya dengan dilatasi lalu translasi.

Untuk **mencari titik asal**, jalankan proses mundur seperti melepas pakaian: transformasi terakhir dibatalkan lebih dulu, dan setiap transformasi diganti kebalikannya. Kebalikan translasi (a, b) adalah translasi $(-a, -b)$; kebalikan refleksi adalah refleksi yang sama (bercermin dua kali kembali ke semula); kebalikan rotasi θ adalah rotasi θ ke arah sebaliknya; kebalikan dilatasi faktor k adalah dilatasi faktor $\frac{1}{k}$ dengan pusat yang sama.

Contoh terselesaikan 1: refleksi lalu translasi

Titik $A(5, -1)$ dicerminkan terhadap garis $x = 2$, kemudian ditranslasi $(-3, 4)$. Tentukan bayangan akhirnya.

1. Refleksi terhadap $x = 2$: $(2 \cdot 2 - 5,\ \ -1) = (-1, -1)$. Cek jarak: A berjarak 3 di kanan garis $x = 2$, dan $(-1, -1)$ berjarak 3 di kirinya ✓.
2. Translasi $(-3, 4)$: $(-1 - 3,\ \ -1 + 4) = (-4, 3)$.
3. Bayangan akhir $A''(-4, 3)$.

Contoh terselesaikan 2: rotasi searah jarum jam

Tentukan bayangan $B(-3, 5)$ oleh rotasi 90° searah jarum jam dengan pusat O.

1. Searah jarum jam 90° = tiga kali 90° berlawanan arah, aturannya $(x, y) \to (y, -x)$.
2. $B' = (5, 3)$.
3. Uji arah dengan akal: B di kuadran II (kiri atas). Diputar searah jarum jam seperempat putaran, titik itu pindah ke kuadran I (kanan atas) ✓. Bila keliru memakai rumus berlawanan arah, hasilnya $(-5, -3)$ di kuadran III.

Contoh terselesaikan 3: mencari titik asal

Titik C ditranslasi $(1, 3)$, kemudian dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O. Bayangan akhirnya $(-5, 2)$. Tentukan C.

1. Batalkan transformasi terakhir dulu: kebalikan rotasi 90° berlawanan arah adalah rotasi 90° searah, $(x, y) \to (y, -x)$. Dari $(-5, 2)$ diperoleh $(2, 5)$.
2. Batalkan translasi: $(2 - 1,\ 5 - 3) = (1, 2)$. Jadi $C(1, 2)$.
3. Cek maju: $(1, 2) \to (2, 5) \to (-5, 2)$ ✓. Kesalahan umum adalah menjalankan transformasi maju pada $(-5, 2)$, atau membatalkan dalam urutan yang salah.

Contoh terselesaikan 4: dilatasi dengan pusat bukan O

Titik $P(4, 2)$ didilatasi dengan pusat $M(2, 1)$ dan faktor 3, kemudian dicerminkan terhadap sumbu-x. Tentukan bayangannya.

1. Jarak dari M: $P - M = (2, 1)$. Dikali 3: $(6, 3)$. Tambahkan kembali M: $P' = (8, 4)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Cek: M, P, P' segaris dan $MP' = 3 \times MP$ ✓.
3. Refleksi terhadap sumbu-x: $P'' = (8, -4)$.

6. Mengenali transformasi dari gambar

Kadang yang diberikan adalah sebuah bangun dan bayangannya, lalu kamu diminta menebak transformasinya. Ciri-ciri yang dapat diperiksa:

- **Ukuran berubah?** Bila ya, pasti dilatasi (atau komposisi yang memuat dilatasi). Bandingkan panjang satu sisi dan bayangannya untuk mendapat $|k|$.
- **Arah hadap berubah?** Bayangkan huruf di dalam bangun. Translasi dan rotasi membuat huruf tetap terbaca (hanya bergeser atau miring), sedangkan refleksi membuat huruf terbalik seperti di cermin.
- **Ada titik yang tidak berpindah?** Pada rotasi, hanya pusatnya; pada refleksi, semua titik pada cermin; pada translasi, tidak ada.

Pusat dilatasi dapat ditemukan sebagai titik potong garis-garis yang menghubungkan setiap titik dengan bayangannya; tanda k negatif bila bayangan berada di seberang pusat.

Contoh terselesaikan 5: mencari pusat dan faktor dilatasi

Ruas AB dengan $A(1, 1)$ dan $B(3, 1)$ didilatasi menjadi $A'B'$ dengan $A'(4, 7)$ dan $B'(10, 7)$. Tentukan faktor skala dan pusatnya.

1. Panjang $AB = 2$ dan $A'B' = 6$, jadi $|k| = 3$. Arah $\overrightarrow{AB} = (2, 0)$ dan $\overrightarrow{A'B'} = (6, 0)$ sama, sehingga $k = 3$ (positif).
2. Pusat $M(a, b)$ memenuhi $A' = M + 3(A - M)$: untuk koordinat x, $4 = a + 3(1 - a) = 3 - 2a$, jadi $a = -\frac{1}{2}$; untuk koordinat y, $7 = b + 3(1 - b) = 3 - 2b$, jadi $b = -2$.
3. Pusat $M\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$. Cek dengan B: $-\frac{1}{2} + 3\left(3 + \frac{1}{2}\right) = 10$ ✓ dan $-2 + 3(1 + 2) = 7$ ✓.

Ringkasan

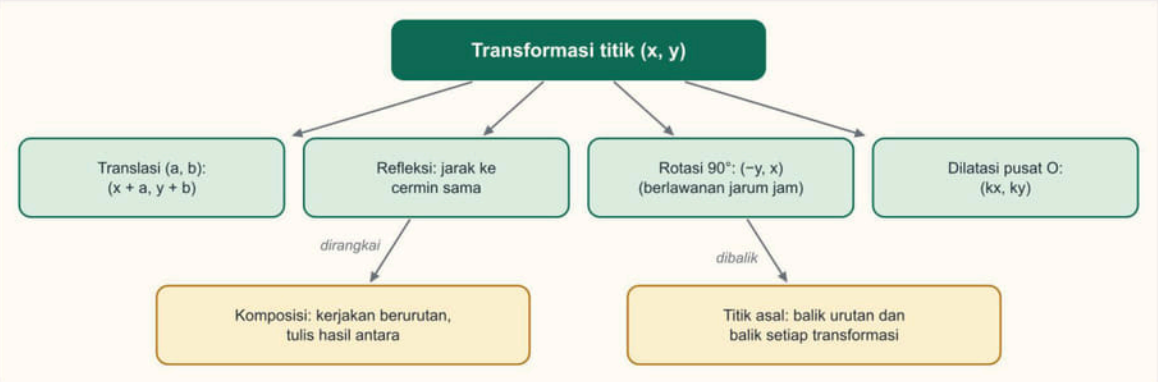
Translasi menambahkan vektor pergeseran. Refleksi menjaga jarak ke cermin sama: $y = k$ memberi $(x, 2k - y)$, $x = h$ memberi $(2h - x, y)$, $y = x$ menukar koordinat. Rotasi 90° berlawanan arah jarum jam memberi $(-y, x)$, dan rotasi lain diperoleh dengan mengulanginya. Dilatasi mengalikan jarak dari pusat dengan k. Komposisi dikerjakan berurutan; titik asal dicari dengan membalik urutan dan membalik setiap transformasi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 3.21):

- Arah positif rotasi = berlawanan arah jarum jam; uji rumus dengan titik $(1, 0)$.
- Cermin mendatar $y = k$ mengubah y saja; cermin tegak $x = h$ mengubah x saja.
- Rotasi $180°$: $(-x, -y)$, arah apa pun.
- Titik asal: batalkan yang terakhir lebih dulu.



Gambar 3.21 Peta konsep transformasi geometri pada titik. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal transformasi:

1. Tulis rumus setiap transformasi sebelum menghitung, termasuk arah rotasi dan garis cermin.
2. Kerjakan satu per satu; tulis koordinat hasil antara.
3. Bila mencari titik asal: balik urutan dan balik setiap transformasi.
4. Cek dengan menjalankan transformasi maju dari jawabanmu, atau dengan menggambar di bidang koordinat.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Arah rotasi	rumus berlawanan arah dipakai untuk searah jarum jam	hafalkan satu rumus, turunkan yang lain dengan menguji titik $(1, 0)$
Refleksi terhadap $x = h$	memakai $(-x, y)$ seperti sumbu-y	gunakan $2h - x$; cek jarak ke garis cermin sama
Refleksi terhadap $y = 1$ dan $x = 1$ tertukar	garis $y = 1$ mendatar, $x = 1$ tegak	gambar garisnya dulu
Urutan komposisi	mengerjakan T_2 lebih dulu	ikuti kata "kemudian"
Mencari titik asal	menjalankan transformasi maju pada bayangan	balik urutan dan arah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dilatasi pusat bukan O	memakai (kx, ky)	geser ke pusat dulu

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 14 (mencari titik asal). Sebuah titik B dicerminkan terhadap garis $y = 1$, kemudian dirotasi 180° searah jarum jam dengan pusat O. Bayangan akhirnya B' terlihat pada gambar, dan kamu memilih koordinat B yang sesuai. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: refleksi terhadap $y = k$ dan rotasi 180°; membalik komposisi.
- Langkah: baca koordinat B' dari gambar → batalkan rotasi 180° (kebalikannya rotasi 180° juga) → batalkan refleksi terhadap $y = 1$ (kebalikannya refleksi yang sama) → cek maju.
- Pengecoh yang dipasang: titik hasil antara (setelah satu transformasi saja), hasil bila garis $y = 1$ tertukar dengan $x = 1$, dan hasil bila transformasi dijalankan maju pada B'.

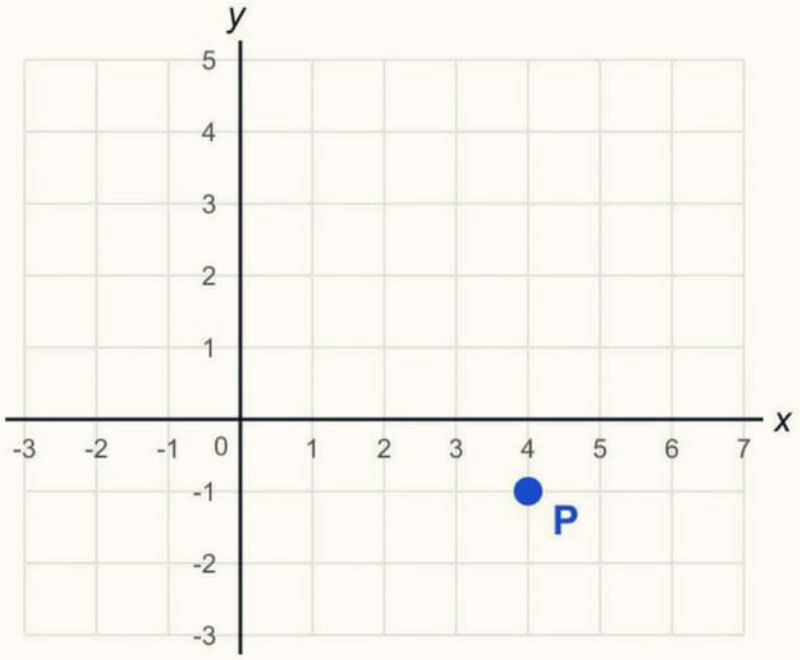
Rujukan: soal nomor 14 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji beberapa transformasi sekaligus pada satu titik. Perhatikan rumus bayangan setiap transformasi dan arah rotasi positif (berlawanan arah jarum jam).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Perhatikan titik P pada bidang koordinat berikut. (Rotasi bersudut positif berarti berlawanan arah jarum jam.)
Pernyataan yang benar tentang bayangan titik P adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Refleksi terhadap garis $y = x$ menghasilkan $(1, -4)$.
☐ B. Rotasi 90° dengan pusat $O(0, 0)$ menghasilkan $(1, 4)$.
☐ C. Dilatasi dengan pusat $O(0, 0)$ dan faktor skala -2 menghasilkan $(-8, 2)$.
☐ D. Rotasi 180° dengan pusat $O(0, 0)$ menghasilkan $(-4, -1)$.
☐ E. Translasi 3 satuan ke kiri dan 5 satuan ke atas menghasilkan $(1, 4)$.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: B, C, E**

Konsep (pusat O): refleksi $y = x$: $(x, y) \to (y, x)$; rotasi $90°$: $(x, y) \to (-y, x)$; rotasi $180°$: $(x, y) \to (-x, -y)$; dilatasi faktor k: $(x, y) \to (kx, ky)$; translasi: tambahkan pergeseran.

Langkah 1 – baca gambar. $P(4, -1)$.

Langkah 2 – periksa.

- A: $(y, x) = (-1, 4)$, bukan $(1, -4)$ ✗.
- B: $(-y, x) = (-(-1), 4) = (1, 4)$ ✓.
- C: $(-2 \cdot 4, -2 \cdot (-1)) = (-8, 2)$ ✓.
- D: $(-4, 1)$, bukan $(-4, -1)$ ✗.
- E: $(4 - 3, -1 + 5) = (1, 4)$ ✓.

Cek ulang B: $OP = \sqrt{17}$ dan jarak O ke $(1, 4)$ juga $\sqrt{17}$; hasil kali titik $(4)(1) + (-1)(4) = 0$, jadi sudutnya $90°$ ✓.

Jawaban: B, C, E.

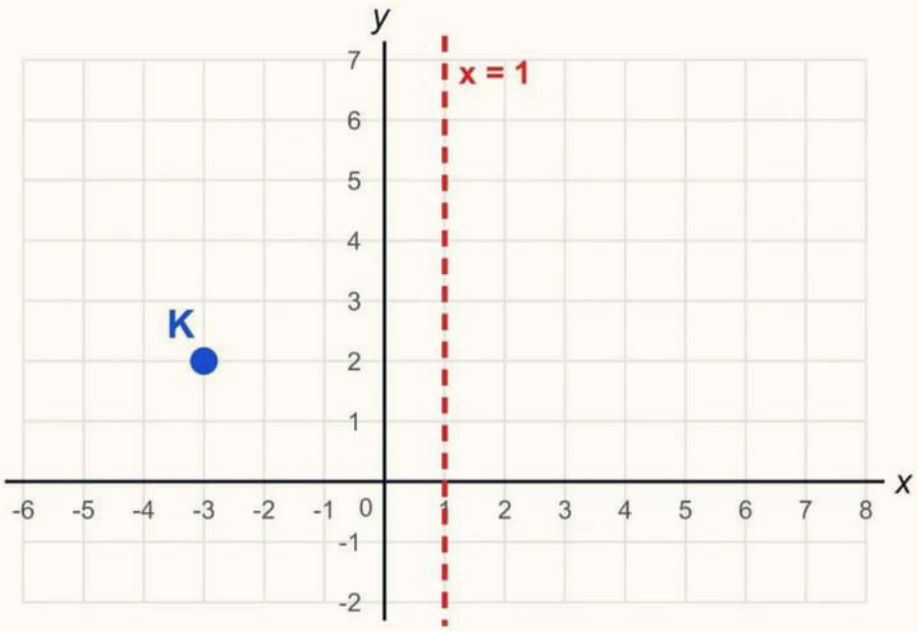
Jebakan: A hanya membalik tanda, bukan menukar koordinat. D hanya mengubah tanda x (itu refleksi terhadap sumbu-y yang keliru dibaca), padahal rotasi $180°$ mengubah tanda kedua koordinat.

✎ LATIHAN

Kedua soal memakai komposisi dua transformasi; kerjakan berurutan sesuai urutan yang disebut dalam soal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Titik K pada gambar dicerminkan terhadap garis $x = 1$. Hasilnya kemudian dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0, 0)$.
Koordinat bayangan akhir titik K adalah ....

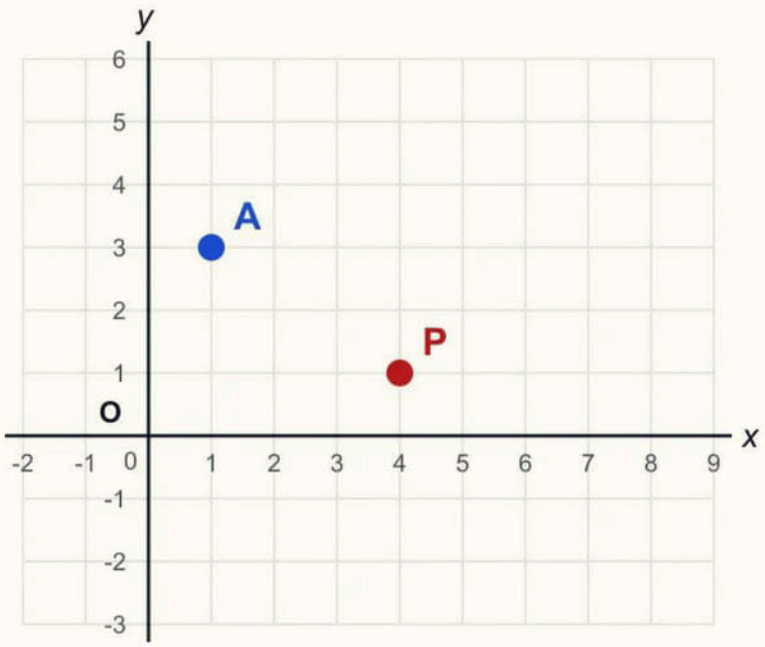


A. $(-2, 5)$
B. $(2, -5)$
C. $(-2, 3)$
D. $(4, -3)$
E. $(-2, -1)$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Titik P pada gambar didilatasi dengan pusat titik A dan faktor skala 2. Hasilnya kemudian dicerminkan terhadap sumbu-x.
Koordinat bayangan akhir titik P adalah ....



A. $(8, -2)$
B. $(6, 4)$
C. $(-7, -1)$
D. $(7, 1)$
E. $(7, -5)$

Kunci singkat: 1. A 2. D

✔ PERIKSA DIRI

- Turunkan rumus rotasi $90°$ searah jarum jam dengan menguji ke mana titik $(1, 0)$ dan $(0, 1)$ berpindah.
- Apa kebalikan dari "translasi $(2, -3)$ kemudian refleksi terhadap $y = x$"?
- Bagaimana cara mengetahui tanda faktor dilatasi dari gambar?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.
next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-3.4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar

MATW-3.5

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **keliling dan luas bangun datar**: segitiga, segi empat, lingkaran, dan gabungan segitiga dengan lingkaran. Dua soal asli 2025 menguji sub bab ini. Nomor 16 meminta panjang kayu tipis yang mengelilingi dua ornamen jam berbentuk gabungan segitiga dan lingkaran (keliling bangun gabungan). Nomor 17 adalah soal **kecukupan data** tentang keliling layang-layang. Sub bab ini tergolong prioritas karena memuat bentuk soal kecukupan data, yang caranya berbeda dari soal hitungan biasa.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menurunkan rumus luas jajargenjang, segitiga, trapesium, layang-layang, dan lingkaran dari luas persegi panjang;
- menghitung keliling dan luas bangun gabungan, busur, juring, dan daerah berarsir;
- menilai kecukupan data dengan sistematis: (1) saja, (2) saja, lalu gabungan;
- memilih nilai π ($\frac{22}{7}$ atau $3{,}14$) sesuai ukuran pada soal.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

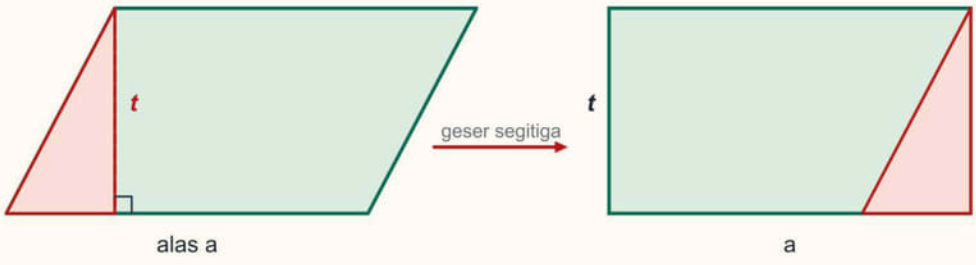
Petani menghitung luas sawah untuk menentukan banyak bibit, tukang menghitung keliling jendela untuk memasang bingkai, dan panitia lomba menghitung luas lapangan untuk memesan rumput sintetis. Dua ukuran ini berbeda makna. **Keliling** adalah panjang seluruh tepi bangun (satuannya cm, m), seperti panjang pagar. **Luas** adalah banyaknya persegi satuan yang menutupi bagian dalam bangun (satuannya cm^2, m^2), seperti banyak ubin. Dua bangun dapat mempunyai keliling sama tetapi luas berbeda: persegi panjang 9×1 dan persegi 5×5 sama-sama berkeliling 20, tetapi luasnya 9 dan 25.

1. Dari persegi panjang ke bangun lain

Luas persegi panjang $p \times l$ mudah dipahami: ada p kolom yang masing-masing berisi l persegi satuan. Hampir semua rumus luas bangun datar lain dapat **diturunkan** dari sini dengan memotong dan menyusun ulang, tanpa perlu dihafal terpisah.

Jajargenjang. Potong segitiga di satu ujung sepanjang garis tingginya, lalu geser ke ujung lain (Gambar 3.22). Hasilnya persegi panjang beralas sama dan bertinggi sama, sehingga luas jajargenjang $= a \times t$. Perhatikan bahwa t adalah **tinggi tegak lurus**, bukan sisi miringnya.

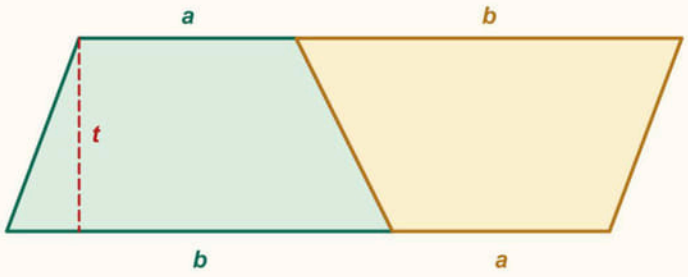
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.22 Segitiga merah dipotong dari satu ujung jajargenjang dan digeser ke ujung lain, membentuk persegi panjang $a \times t$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Segitiga. Dua segitiga yang sama, salah satunya diputar 180°, membentuk jajargenjang beralas a dan bertinggi t. Maka luas segitiga $= \frac{1}{2} \times a \times t$.

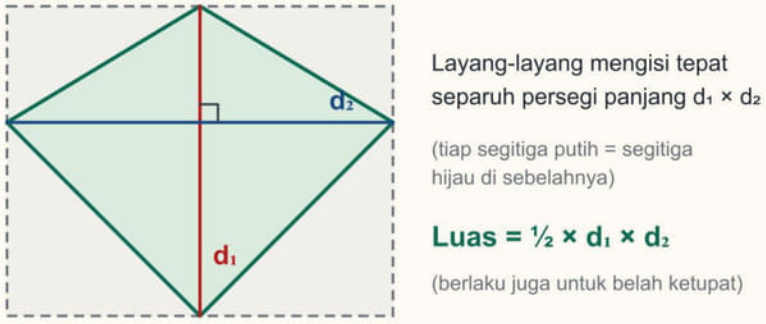
Trapesium. Dua trapesium yang sama, salah satunya diputar 180°, membentuk jajargenjang beralas $(a + b)$ dan bertinggi t (Gambar 3.23). Maka luas trapesium $= \frac{1}{2}(a + b)t$, yaitu rata-rata kedua sisi sejajar dikali tinggi.



Gambar 3.23 Trapesium hijau dan salinannya (kuning, diputar 180°) membentuk jajargenjang beralas $a + b$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Layang-layang dan belah ketupat. Kedua diagonalnya saling tegak lurus. Gambarlah persegi panjang di sekeliling bangun itu dengan sisi sepanjang diagonal d_1 dan d_2 (Gambar 3.24). Diagonal-diagonal membagi persegi panjang menjadi empat persegi panjang kecil, dan setiap persegi panjang kecil terbagi dua sama besar oleh sisi bangun: separuh di dalam, separuh di luar. Jadi luasnya $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

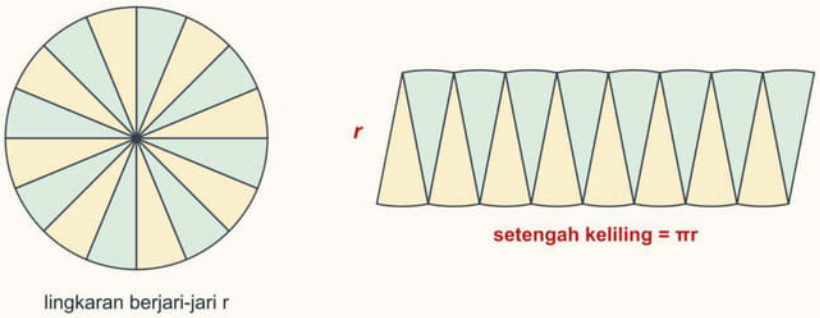


Gambar 3.24 Layang-layang menempati tepat separuh persegi panjang berukuran $d_1 \times d_2$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

2. Lingkaran

Untuk semua lingkaran, berapa pun besarnya, perbandingan keliling terhadap diameter selalu sama. Bilangan tetap ini diberi nama π ("pi"), sekitar $3{,}14159\ldots$ (bilangan irasional, sub bab 1.1). Jadi keliling lingkaran $K = \pi d = 2\pi r$. Dalam soal, π didekati dengan $\frac{22}{7}$ bila ukurannya kelipatan 7, dan $3{,}14$ untuk ukuran lain.

Luas lingkaran. Potong lingkaran menjadi banyak juring tipis, lalu susun berselang-seling naik-turun (Gambar 3.25). Susunan itu mendekati persegi panjang: tingginya jari-jari r, panjangnya setengah keliling, yaitu πr. Makin banyak juring, makin tepat bentuk persegi panjangnya. Maka luas lingkaran $= \pi r \times r = \pi r^2$.

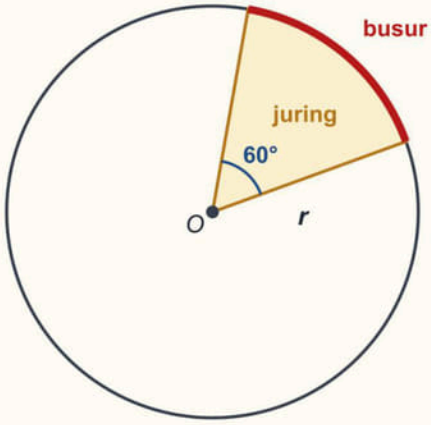


Gambar 3.25 Enam belas juring disusun berselang-seling hampir membentuk persegi panjang berukuran $\pi r \times r$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Busur dan juring. Busur adalah bagian keliling lingkaran, dan juring adalah daerah yang dibatasi dua jari-jari dan sebuah busur, seperti sepotong pizza. Keduanya **sebanding dengan sudut pusat** α, karena sudut satu putaran penuh adalah 360° (Gambar 3.26):

$$\text{panjang busur} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi r, \qquad \text{luas juring} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times \pi r^2.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Busur dan juring sebanding dengan sudut pusat:

panjang busur = (α/360°) × 2πr

luas juring = (α/360°) × πr²

Sudut 60° = 1/6 putaran penuh, jadi busurnya 1/6 keliling dan juringnya 1/6 luas lingkaran.

Gambar 3.26 Juring bersudut pusat 60° adalah $\frac{1}{6}$ lingkaran: busurnya $\frac{1}{6}$ keliling dan luasnya $\frac{1}{6}$ luas lingkaran. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 1: kipas lipat

Sebuah kipas lipat terbuka berbentuk juring dengan jari-jari 21 cm dan sudut pusat 120°. Hitung panjang tepi lengkungnya dan luas kain kipas.

1. Sudut 120° adalah $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ putaran penuh.
2. Panjang busur $= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 = \frac{1}{3} \times 132 = 44$ cm ($\pi = \frac{22}{7}$ karena 21 kelipatan 7).
3. Luas juring $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21^2 = \frac{1}{3} \times 1.386 = 462 \text{ cm}^2$.
4. Bila yang ditanya keliling seluruh kipas, tambahkan dua jari-jari: $44 + 42 = 86$ cm.

Satuan luas. Karena luas adalah panjang kali panjang, faktor konversinya ikut dikuadratkan. Satu meter sama dengan 100 cm, tetapi $1 \text{ m}^2 = 100 \times 100 = 10.000 \text{ cm}^2$, karena persegi bersisi 1 m memuat 100 baris yang masing-masing berisi 100 persegi bersisi 1 cm. Untuk lahan dipakai juga are dan hektare: $1 \text{ are} = 100 \text{ m}^2$ (persegi bersisi 10 m) dan $1 \text{ hektare} = 10.000 \text{ m}^2$ (persegi bersisi 100 m, kira-kira seluas lapangan sepak bola). Kesalahan "mengalikan dengan 100 saja" ketika mengubah m^2 ke cm^2 adalah salah satu sumber pengecoh yang paling sering dipasang.

3. Bangun gabungan dan daerah berarsir

Untuk **luas** bangun gabungan, pecah menjadi bangun-bangun dasar lalu **jumlahkan**; untuk daerah berarsir yang berbentuk "bangun besar dikurangi lubang", **kurangkan**. Untuk **keliling**, telusuri tepi luarnya saja dengan jari: garis yang berada di dalam (tempat dua bangun menempel) tidak ikut dihitung, sedangkan busur yang menjadi tepi ikut dihitung.

Contoh terselesaikan 2: daerah berarsir

Sebuah ubin persegi bersisi 14 cm diberi motif: seperempat lingkaran berpusat di salah satu pojok dengan jari-jari 14 cm. Daerah di luar seperempat lingkaran diwarnai. Hitung luas daerah yang diwarnai dan keliling seperempat lingkaran itu.

1. Luas persegi $= 14 \times 14 = 196 \text{ cm}^2$.
2. Luas seperempat lingkaran $= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14^2 = \frac{1}{4} \times 616 = 154 \text{ cm}^2$.
3. Daerah diwarnai $= 196 - 154 = 42 \text{ cm}^2$ (dikurangkan karena seperempat lingkaran adalah "lubang" pada persegi).
4. Keliling seperempat lingkaran $=$ busur $+$ dua jari-jari
   $= \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 + 28 = 22 + 28 = 50$ cm.

Contoh terselesaikan 3: taman dengan kolam

Taman berbentuk trapesium dengan sisi sejajar 20 m dan 12 m serta tinggi 10 m. Di tepi sisi 20 m dibuat kolam berbentuk setengah lingkaran berdiameter 7 m. Berapa luas taman yang dapat ditanami rumput?

1. Luas trapesium $= \frac{1}{2}(20 + 12) \times 10 = 160 \text{ m}^2$.
2. Jari-jari kolam $3{,}5$ m; luas setengah lingkaran
   $= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 3{,}5^2 = \frac{1}{2} \times 38{,}5 = 19{,}25 \text{ m}^2$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Luas yang ditanami $= 160 - 19{,}25 = 140{,}75\ \text{m}^2$.
4. Cek kewajaran: kolam hanya sekitar 12% dari taman, masuk akal untuk kolam kecil ✓.

4. Soal kecukupan data

Soal kecukupan data tidak meminta angka akhir, melainkan menanyakan apakah keterangan yang diberikan **cukup** untuk menjawab. Kelima pilihannya selalu sama: (A) pernyataan (1) saja cukup, (2) saja tidak; (B) pernyataan (2) saja cukup, (1) saja tidak; (C) keduanya bersama-sama cukup, satu saja tidak; (D) masing-masing saja sudah cukup; (E) keduanya bersama-sama pun tidak cukup.

"Cukup" berarti keterangan itu menghasilkan **satu jawaban tunggal**. Untuk membuktikan "tidak cukup", tunjukkan **dua bangun** yang sama-sama memenuhi keterangan tetapi memberi jawaban berbeda. Urutan menilai:

1. Tulis apa yang ditanya dan apa yang sudah diketahui dari soal pokoknya.
2. Uji pernyataan (1) **saja**, lupakan (2).
3. Uji pernyataan (2) **saja**, lupakan (1).
4. Hanya bila keduanya gagal sendiri-sendiri, uji gabungannya.

Contoh terselesaikan 4: kecukupan data belah ketupat

Ditanyakan luas sebuah belah ketupat. (1) Kelilingnya 52 cm. (2) Salah satu diagonalnya 10 cm.

1. (1) saja: sisi $= 52 : 4 = 13$ cm. Belah ketupat bersisi 13 bisa "gepeng" atau hampir persegi; misalnya diagonal 10 dan 24 (luas 120) atau diagonal $\sqrt{338}$ dan $\sqrt{338}$ (persegi, luas 169). Jawaban tidak tunggal → **tidak cukup**.
2. (2) saja: satu diagonal 10 cm, diagonal lain bebas → luas tidak tunggal → **tidak cukup**.
3. Gabungan: diagonal-diagonal belah ketupat saling membagi dua dan tegak lurus, sehingga setengah diagonal 5 cm, sisi 13 cm, dan setengah diagonal lain $\sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm. Diagonal lain 24 cm, luas $= \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120\ \text{cm}^2$ (tunggal) → **cukup**.
4. Jawaban: (C) dua pernyataan bersama-sama cukup, tetapi satu pernyataan saja tidak cukup.

Ringkasan

Keliling = panjang tepi, luas = banyak persegi satuan. Luas jajargenjang (at), segitiga ($\frac{1}{2}at$), trapesium ($\frac{1}{2}(a+b)t$), dan layang-layang ($\frac{1}{2}d_1d_2$) diturunkan dari persegi panjang dengan memotong dan menyusun ulang; luas lingkaran πr^2 dari juring yang disusun. Busur dan juring sebanding dengan sudut pusat. Pada bangun gabungan, luas dijumlah atau dikurang, keliling hanya tepi luar. Pada kecukupan data, cukup berarti jawaban tunggal; uji (1), lalu (2), lalu gabungannya. Ingat pula bahwa satuan luas dikonversi dengan faktor kuadrat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 3.27):

- Tinggi selalu tegak lurus alas; sisi miring bukan tinggi.
- $\pi = \frac{22}{7}$ untuk ukuran kelipatan 7, $3{,}14$ untuk yang lain.
- Busur $= \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi r$, juring $= \frac{\alpha}{360^\circ} \times \pi r^2$.
- Kecukupan data: "tidak cukup" dibuktikan dengan dua contoh berbeda.



Gambar 3.27 Peta konsep keliling dan luas bangun datar. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal keliling dan luas:

1. Gambar ulang dan beri ukuran pada setiap bagian; tambahkan ukuran yang tersirat (jari-jari = setengah diameter, sisi yang sama).
2. Pecah bangun gabungan menjadi bangun dasar.
3. Keliling: telusuri tepi luar sekali. Luas: jumlahkan atau kurangkan bagian.
4. Perhatikan banyaknya benda (misalnya "dua ornamen") dan satuannya.
5. Cek kewajaran: luas bagian tidak boleh melebihi luas keseluruhan.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Garis dalam ikut dihitung	sisi persegi di bawah setengah lingkaran ikut ke keliling	hanya tepi luar
Setengah dan seluruh lingkaran	memakai $2\pi r$ untuk setengah lingkaran	busur $= \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi r$
Jari-jari dan diameter tertukar	memasukkan diameter ke πr^2	tulis r secara tersurat
Banyak benda	menghitung satu ornamen padahal diminta dua	garis bawahi kata bilangan dalam soal
Kecukupan data	memakai informasi (1) saat menguji (2)	uji setiap pernyataan secara terpisah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kecukupan data	mengira dua informasi pasti cukup	cari dua contoh berbeda untuk membuktikan "tidak cukup"

BEDAH SOAL ASLI

Dua soal asli TKA 2025 menguji sub bab ini. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

Nomor 16 (ornamen jam dinding). Ornamen berbentuk gabungan segitiga dan lingkaran dengan ukuran pada gambar. Kayu tipis ditempel di sekeliling ornamen, dan yang ditanyakan panjang kayu untuk **dua** ornamen.

- Konsep kunci: keliling bangun gabungan hanya menghitung tepi luar, termasuk busur lingkaran yang tidak tertutup segitiga.
- Langkah: tentukan bagian lingkaran yang menjadi tepi luar (berapa bagian dari lingkaran penuh) → hitung busurnya → tambahkan sisi-sisi segitiga yang menjadi tepi luar → kalikan dua.
- Pengecoh yang dipasang: hasil yang memakai lingkaran penuh, dan hasil yang salah menghitung bagian alas segitiga di luar lingkaran.

Rujukan: soal nomor 16 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Nomor 17 (kecukupan data layang-layang). Diketahui satu diagonal layang-layang; ditanyakan kelilingnya. Pernyataan (1) memberi luasnya, dan pernyataan (2) memberi panjang salah satu sisinya.

- Konsep kunci: sifat layang-layang (diagonal saling tegak lurus; diagonal sumbu simetri membagi diagonal lain sama panjang) dan cara menunjukkan "tidak tunggal" dengan dua contoh.
- Langkah: uji (1) saja → uji (2) saja → bila perlu, gabungkan; pada setiap tahap periksa apakah bentuk layang-layang sudah terkunci (bukan hanya luas atau satu sisinya yang diketahui).
- Pengecoh yang dipasang: pilihan yang muncul bila siswa menganggap bentuk layang-layang sudah tertentu padahal belum, atau sebaliknya.

Rujukan: soal nomor 17 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

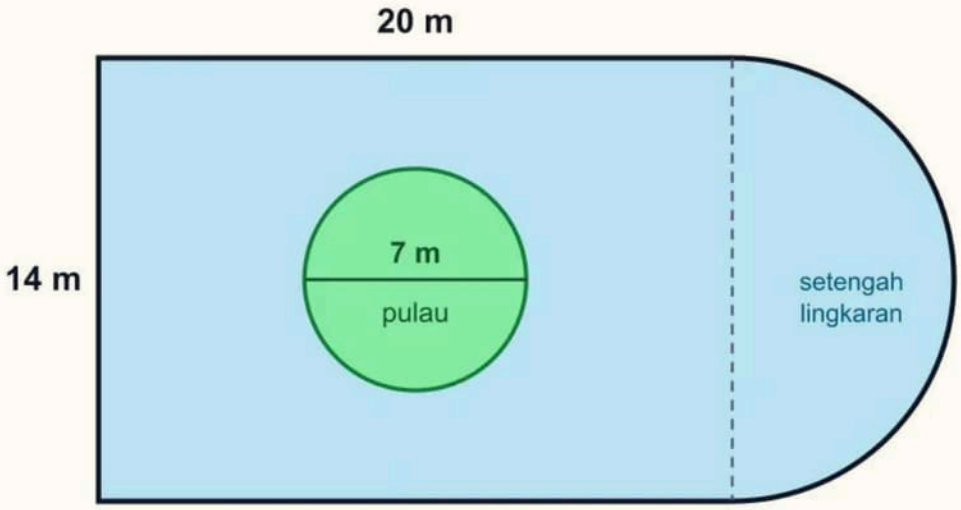
BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menghitung luas bangun gabungan, lalu mengurangi bagian yang bukan air. Perhatikan setengah lingkaran yang menempel dan pulau yang harus dikurangi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Kolam ikan nila milik Bu Lastri berbentuk gabungan persegi panjang dan setengah lingkaran. Di tengahnya terdapat pulau kecil berbentuk lingkaran. Ukurannya ditunjukkan pada gambar. Bu Lastri menebar 20 ekor benih nila untuk setiap 1 m^2 permukaan air (pulau tidak termasuk). Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

Banyak benih nila yang ditebar adalah .... ekor



A. 4.060
B. 6.370
C. 7.140
D. 7.910
E. 10.990

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: B**

Konsep: luas daerah gabungan = jumlah luas bagian-bagiannya dikurangi luas bagian yang dibuang (pulau). Setengah lingkaran berdiameter sama dengan lebar persegi panjang.

Langkah 1. Persegi panjang: $20 \times 14 = 280\ \text{m}^2$.

Langkah 2. Setengah lingkaran berdiameter 14 m ($r = 7$): $\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 77\ \text{m}^2$.

Langkah 3. Pulau berdiameter 7 m ($r = 3{,}5$): $\frac{22}{7} \times 3{,}5^2 = 38{,}5\ \text{m}^2$.

Langkah 4. Permukaan air $= 280 + 77 - 38{,}5 = 318{,}5\ \text{m}^2$. Benih $= 318{,}5 \times 20 = 6.370$ ekor.

Cek ulang: $318{,}5 \times 20 = 6.370$ ✓; luas air lebih kecil dari persegi panjang + setengah lingkaran ($357\ \text{m}^2$) ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

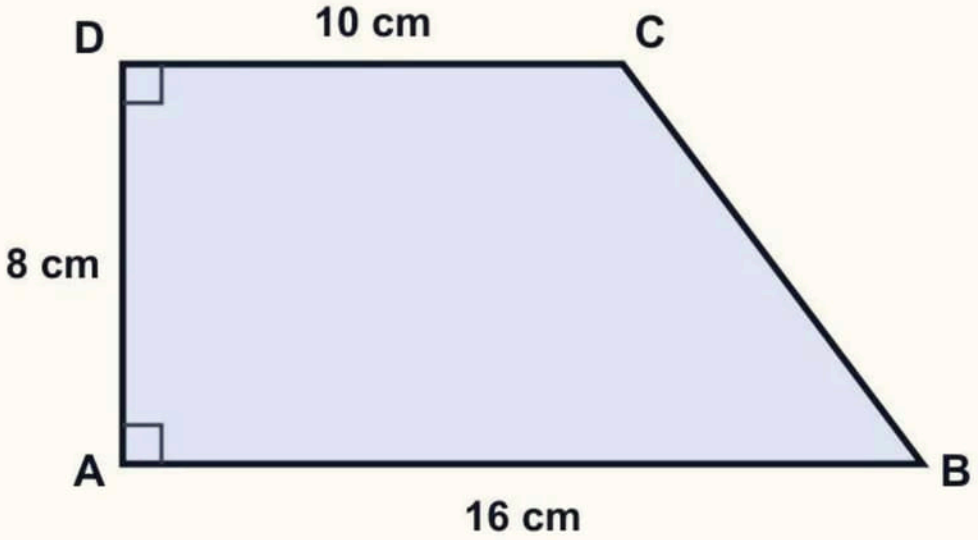
- A (4.060): jari-jari pulau diambil 7 m (diameter dikira jari-jari).
- C (7.140): lupa mengurangkan luas pulau.
- D (7.910): ujung kolam dihitung satu lingkaran penuh, bukan setengah.
- E (10.990): jari-jari setengah lingkaran diambil 14 m (lebar kolam dikira jari-jari).

✎ LATIHAN

Soal 1 menilai luas dan keliling trapesium, soal 2 dan 5 berbentuk kecukupan data, soal 3 menghitung luas daerah sisa di dalam lingkaran, dan soal 4 menghitung keliling lintasan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Perhatikan trapesium siku-siku $ABCD$ pada gambar berikut, dengan $AB \parallel DC$.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Luas trapesium ABCD adalah 104 cm^2.	○	○
Keliling trapesium ABCD adalah 44 cm.	○	○
Diagonal AC membagi trapesium menjadi dua segitiga yang luasnya sama.	○	○

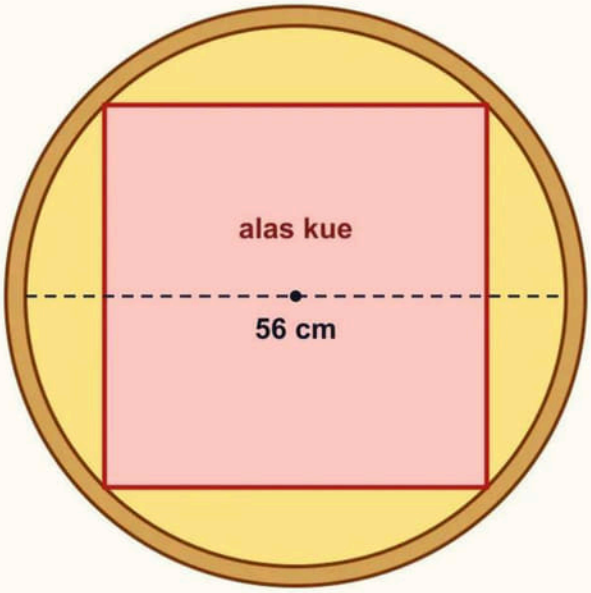
2. Perhatikan permasalahan berikut.
Panjang dan lebar sebuah persegi panjang belum diketahui. Berapakah luas persegi panjang tersebut?
Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab permasalahan tersebut.
(1) Keliling persegi panjang itu 46 cm.
(2) Panjang diagonal persegi panjang itu 17 cm.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) TIDAK cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Sebuah tampah berbentuk lingkaran dengan diameter 56 cm. Di atasnya diletakkan alas kue berbentuk persegi sehingga keempat sudut persegi tepat menyentuh tepi tampah, seperti pada gambar. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

Luas bagian tampah yang tidak tertutup alas kue adalah .... cm^2



A. 224
B. 896
C. 1.568
D. 1.680
E. 2.464

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Tepi dalam lintasan lari di Stadion Gelora Kota terdiri atas dua ruas lurus yang masing-masing panjangnya 80 m dan dua setengah lingkaran berdiameter 56 m, seperti pada gambar. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

Panjang satu putaran tepi dalam lintasan itu adalah .... m



A. 248
B. 272
C. 336
D. 512
E. 176

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

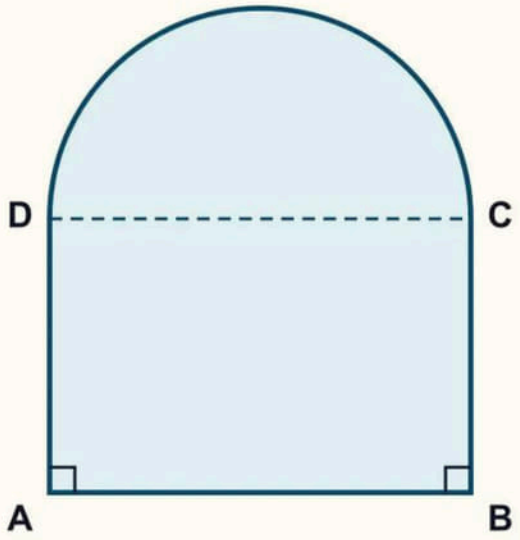
5. Perhatikan permasalahan berikut.

Bangun pada gambar terdiri atas persegi panjang $ABCD$ dan setengah lingkaran berdiameter DC. Berapakah luas bangun itu? (Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.)

Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab permasalahan tersebut.

(1) $ABCD$ adalah persegi dengan keliling 56 cm.

(2) Panjang busur setengah lingkaran itu 22 cm.



A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.

B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.

C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.

D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.

E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) TIDAK cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. 1B 2B 3S 2. C 3. B 4. C 5. A

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

- Pada keliling bangun gabungan, bagian mana yang tidak boleh dihitung? Berikan satu contoh.
- Pada soal kecukupan data, apa yang harus kamu tunjukkan untuk menyatakan sebuah pernyataan "tidak cukup"?
- Kapan sebaiknya memakai $\pi = \frac{22}{7}$ dan kapan $3{,}14$?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.5: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-3.5

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang

MATW-3.6

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **volume dan luas permukaan bangun ruang**, yaitu bangun ruang beraturan bersisi datar dan bersisi lengkung. Dua soal asli 2025 menguji sub bab ini. Nomor 18 meminta banyak kardus helm yang dapat disusun di bak truk dengan aturan penyusunan tertentu. Nomor 19 meminta biaya stiker untuk melapisi beberapa hiasan lampu berbentuk tabung tanpa alas dan tutup, dengan stiker yang dijual per lembar. Keduanya adalah soal **konteks berlangkah banyak**: rumusnya sederhana, tetapi aturan cerita menentukan jawaban.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan asal rumus volume prisma, limas, tabung, kerucut, dan bola, termasuk mengapa ada faktor $\frac{1}{3}$ pada limas dan kerucut;
- menghitung luas permukaan dari jaring-jaring, termasuk bentuk tanpa tutup, berongga, dan gabungan;
- menghitung banyak benda yang muat dalam wadah dengan memperhatikan susunan, bukan hanya volume;
- mengubah satuan volume dan memakai debit.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Pabrik minuman perlu tahu berapa liter isi kaleng (volume) dan berapa luas pelat aluminium untuk membuatnya (luas permukaan). Penjual nasi tumpeng perlu tahu luas daun pisang untuk membungkus kerucut nasi, dan sopir truk perlu tahu berapa kardus yang muat di baknya. **Volume** mengukur isi ruang (berapa kubus satuan yang mengisinya, dalam cm^3, m^3, atau liter), sedangkan **luas permukaan** mengukur kulit luarnya (berapa persegi satuan yang menutupinya, dalam cm^2 atau m^2). Sub bab ini menjelaskan dari mana rumus-rumusnya berasal, agar kamu dapat memakainya dengan yakin, termasuk pada bentuk yang tidak biasa.

1. Luas permukaan dan jaring-jaring

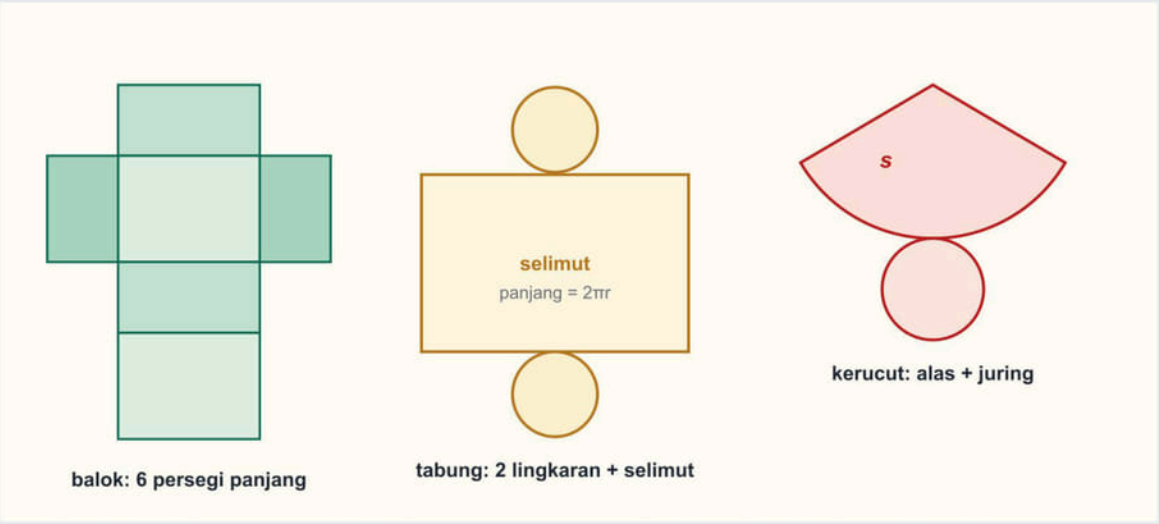
Bila sebuah kotak karton digunting pada beberapa rusuknya lalu dibuka dan diratakan, hasilnya disebut **jaring-jaring**. Luas permukaan bangun ruang sama dengan luas jaring-jaringnya (Gambar 3.28):

- **Balok** $p \times l \times t$: enam persegi panjang yang berpasangan, $L = 2(pl + pt + lt)$.
- **Tabung**: dua lingkaran (alas dan tutup) dan satu persegi panjang **selimut**. Panjang selimut sama dengan keliling alas $2\pi r$, karena selimut itulah yang melilit tepi lingkaran;

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

lebarnya tinggi tabung. Jadi $L = 2\pi r^2 + 2\pi rt$.

- **Kerucut**: satu lingkaran alas dan satu **juring** (selimut). Luas selimutnya diturunkan pada bagian 4.



Gambar 3.28 Jaring-jaring balok (enam persegi panjang), tabung (dua lingkaran dan selimut persegi panjang), dan kerucut (lingkaran dan juring). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Banyak benda nyata tidak lengkap: gelas adalah tabung **tanpa tutup** ($\pi r^2 + 2\pi rt$), pipa adalah tabung **tanpa alas dan tutup** (selimut saja, $2\pi rt$), dan akuarium tanpa tutup kehilangan satu sisi. Selalu tanyakan: sisi mana saja yang benar-benar ada?

2. Volume prisma dan tabung

Bayangkan setumpuk kertas HVS yang rapi. Volume tumpukan itu sama dengan luas satu lembar dikali tinggi tumpukan. Bila tumpukan itu didorong miring, volumenya tetap sama, karena lembarannya tidak berubah. Prinsip ini (prinsip Cavalieri) berlaku untuk semua **prisma**, bangun ruang yang penampangnya sama dari bawah sampai atas:

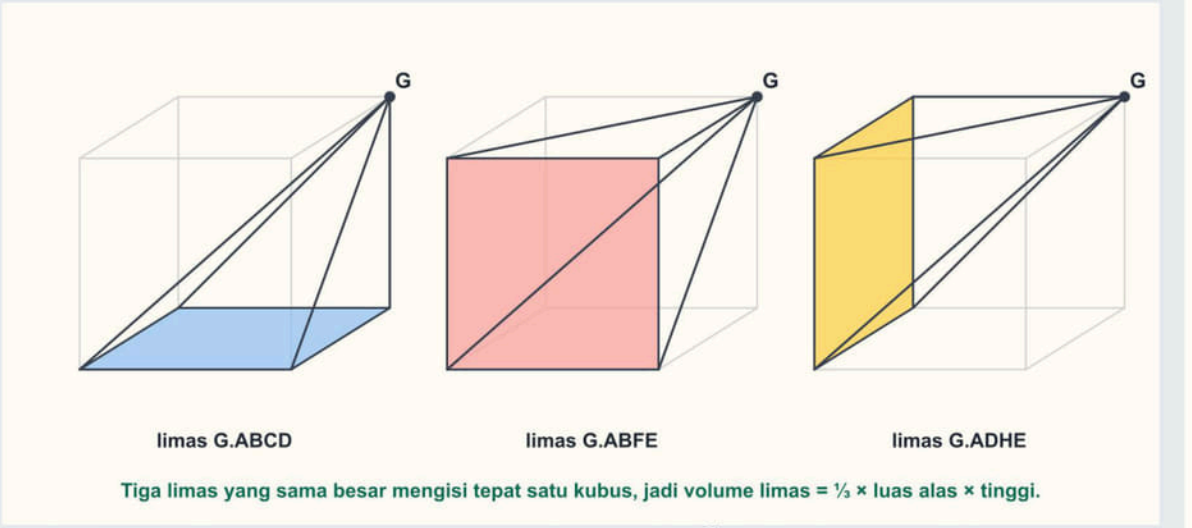
$$V_{\text{prisma}} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}.$$

Balok adalah prisma beralas persegi panjang ($V = plt$), dan **tabung** adalah "prisma" beralas lingkaran, sehingga $V = \pi r^2 t$.

3. Volume limas dan kerucut: dari mana faktor $\frac{1}{3}$?

Limas meruncing ke satu titik puncak, jadi volumenya lebih kecil daripada prisma beralas dan bertinggi sama. Tepatnya, **sepertiga**. Gambar 3.29 menunjukkan alasannya: sebuah kubus dapat dipotong menjadi **tiga limas yang sama persis**. Ketiganya berpuncak di titik G, dan alasnya adalah tiga sisi kubus yang tidak memuat G, yaitu $ABCD$, $ABFE$, dan $ADHE$. Setiap limas beralas satu sisi kubus (s^2) dan bertinggi rusuk kubus (s), dan ketiganya mengisi kubus tanpa celah dan tanpa tumpang tindih. Maka volume satu limas $= \frac{1}{3}s^3 = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.29 Tiga limas yang sama, masing-masing berpuncak di G dan beralas satu sisi kubus, mengisi tepat satu kubus. Inilah asal faktor $\frac{1}{3}$ pada rumus volume limas. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Hasil ini berlaku untuk semua limas, berapa pun bentuk alasnya, dan juga untuk **kerucut** (limas beralas lingkaran):

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times t, \qquad V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3}\pi r^2 t.$$

Kamu juga dapat memeriksanya dengan percobaan: wadah kerucut berisi air, dituang ke wadah tabung beralas dan bertinggi sama, tepat tiga kali penuh.

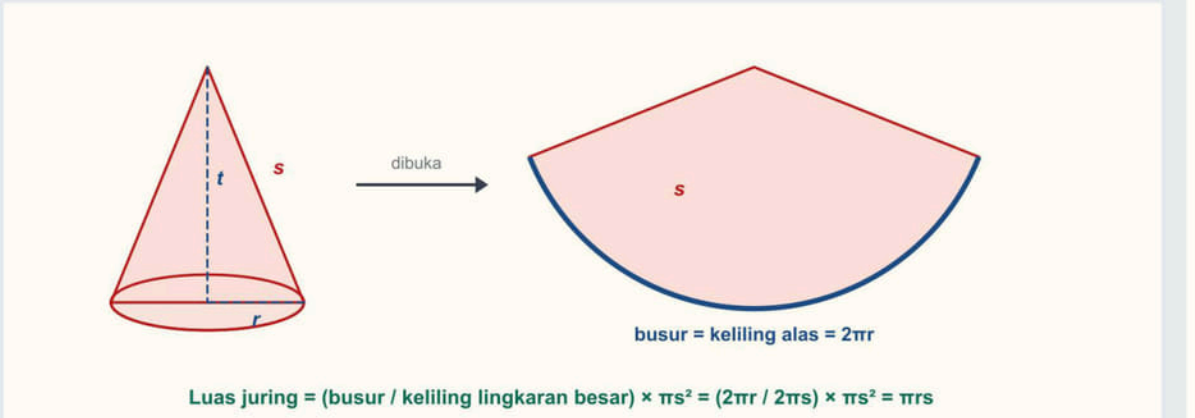
4. Selimut kerucut

Bila selimut kerucut digunting sepanjang garis pelukisnya s (jarak puncak ke tepi alas) dan dibuka, hasilnya juring lingkaran berjari-jari s (Gambar 3.30). Panjang busur juring itu sama dengan keliling alas kerucut, $2\pi r$. Juring adalah bagian dari lingkaran besar berjari-jari s yang kelilingnya $2\pi s$, sehingga luasnya

$$\frac{2\pi r}{2\pi s} \times \pi s^2 = \pi r s.$$

Jadi luas selimut kerucut $= \pi r s$ dan luas permukaan kerucut $= \pi r^2 + \pi r s$, dengan $s = \sqrt{r^2 + t^2}$ (Pythagoras pada penampang tegak kerucut).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.30 Selimut kerucut yang dibuka berbentuk juring berjari-jari s dengan busur sepanjang keliling alas $2\pi r$, sehingga luasnya $\pi r s$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

5. Bola

Archimedes, ilmuwan Yunani kuno, menemukan hubungan indah antara kerucut, bola, dan tabung yang sama-sama berjari-jari r dan bertinggi $2r$: perbandingan volumenya $1 : 2 : 3$ (Gambar 3.31). Volume tabung itu $\pi r^2(2r) = 2\pi r^3$, jadi volume bola $\frac{2}{3}$ darinya:

$$V_{\text{bola}} = \frac{4}{3}\pi r^3, \qquad L_{\text{bola}} = 4\pi r^2.$$

Luas permukaan bola $4\pi r^2$ sama dengan luas selimut tabung pembungkusnya ($2\pi r \times 2r$), juga temuan Archimedes. Bukti lengkapnya memakai matematika yang lebih tinggi, tetapi hubungan ini dapat dicek dengan percobaan air.



Gambar 3.31 Kerucut, bola, dan tabung berjari-jari r dan bertinggi $2r$ mempunyai perbandingan volume $1 : 2 : 3$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Satuan volume dan debit

1 liter $= 1\ \text{dm}^3 = 1.000\ \text{cm}^3$, dan $1\ \text{m}^3 = 1.000$ liter. Seperti luas, konversi volume memakai faktor pangkat tiga: $1\ \text{m} = 10\ \text{dm}$, sehingga $1\ \text{m}^3 = 10^3\ \text{dm}^3$. **Debit** adalah volume yang mengalir setiap satuan waktu, $Q = \dfrac{V}{t}$, misalnya liter per menit.

Contoh terselesaikan 1: mengisi tangki air

Tangki air berbentuk tabung berdiameter 1,4 m dan tinggi 2 m diisi dari keran berdebit 20 liter per menit. Berapa lama tangki penuh dari keadaan kosong?

1. Jari-jari $0{,}7$ m. Volume $= \frac{22}{7} \times 0{,}7^2 \times 2 = \frac{22}{7} \times 0{,}49 \times 2 = 3{,}08\ \text{m}^3$.
2. Ubah ke liter: $3{,}08 \times 1.000 = 3.080$ liter.
3. Waktu $= \dfrac{3.080}{20} = 154$ menit, yaitu 2 jam 34 menit.
4. Cek satuan: liter dibagi liter per menit menghasilkan menit ✓.

Contoh terselesaikan 2: daun pembungkus tumpeng

Nasi tumpeng berbentuk kerucut dengan jari-jari alas 21 cm dan tinggi 28 cm akan ditutup daun pisang pada bagian lengkungnya saja. Berapa luas daun minimum, dan berapa volume nasinya?

1. Garis pelukis $s = \sqrt{21^2 + 28^2} = \sqrt{441 + 784} = \sqrt{1.225} = 35$ cm (tripel $3:4:5$ dikali 7).
2. Bagian yang ditutup hanya selimut: $\pi r s = \frac{22}{7} \times 21 \times 35 = 2.310\ \text{cm}^2$. Alas tidak ikut, karena tumpeng berdiri di atas tampah.
3. Volume $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21^2 \times 28 = \frac{1}{3} \times 1.386 \times 28 = 12.936\ \text{cm}^3 \approx 12{,}9$ liter.

Contoh terselesaikan 3: bola-bola dalam tabung

Tiga bola tenis meja berjari-jari 3 cm dimasukkan ke kemasan tabung yang pas: jari-jarinya 3 cm dan tingginya 18 cm. Berapa volume ruang kosong di dalam kemasan?

1. Volume tabung $= \pi \times 3^2 \times 18 = 162\pi\ \text{cm}^3$.
2. Volume tiga bola $= 3 \times \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 108\pi\ \text{cm}^3$.
3. Ruang kosong $= 162\pi - 108\pi = 54\pi \approx 169{,}6\ \text{cm}^3$.
4. Cek dengan hubungan Archimedes: setiap bola menempati $\frac{2}{3}$ potongan tabung setinggi 6 cm, jadi ruang kosongnya $\frac{1}{3}$ volume tabung: $\frac{1}{3} \times 162\pi = 54\pi$ ✓.

Bangun gabungan. Banyak benda merupakan gabungan bangun dasar: menara air berupa tabung beratap kerucut, kapsul obat berupa tabung dengan setengah bola di kedua ujung, dan rumah-rumahan berupa balok beratap prisma segitiga. **Volumenya dijumlahkan**, karena isinya memang gabungan isi kedua bagian. Untuk **luas permukaan**, hitung hanya bagian yang tampak dari luar: bidang tempat dua bangun menempel tidak ikut, karena tertutup di dalam. Contohnya, kapsul berjari-jari r dengan bagian tabung setinggi t mempunyai luas permukaan $2\pi r t + 4\pi r^2$ (selimut tabung ditambah dua setengah bola),

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tanpa dua lingkaran alas tabung.

7. Benda dalam wadah

Membagi volume wadah dengan volume benda hanya memberi **batas atas**, karena benda kaku (kardus, balok kayu) tidak dapat dipotong untuk mengisi celah. Cara yang benar: untuk setiap arah (panjang, lebar, tinggi), hitung banyak benda yang muat lalu **bulatkan ke bawah**, kemudian kalikan ketiganya. Bila benda boleh diputar, coba setiap posisi yang diizinkan dan pilih hasil terbanyak.

Contoh terselesaikan 4: kotak dalam kontainer

Kotak berukuran $50 \times 40 \times 30$ cm (tinggi 30 cm, tidak boleh dibalik, tetapi boleh diputar mendatar) akan disusun dalam kontainer berukuran dalam $240 \times 150 \times 120$ cm. Berapa kotak paling banyak?

1. Tinggi: $\lfloor 120/30 \rfloor = 4$ lapis untuk kedua posisi.
2. Posisi 1 (sisi 50 searah panjang 240): $\lfloor 240/50 \rfloor \times \lfloor 150/40 \rfloor = 4 \times 3 = 12$ kotak per lapis.
3. Posisi 2 (sisi 40 searah panjang 240): $\lfloor 240/40 \rfloor \times \lfloor 150/50 \rfloor = 6 \times 3 = 18$ kotak per lapis.
4. Pilih posisi 2: $18 \times 4 = 72$ kotak. Perbandingan volume, $\frac{4.320.000}{60.000} = 72$, kebetulan sama di sini karena posisi 2 mengisi tepat tanpa celah; pada posisi 1 hanya 48 kotak.

Ringkasan

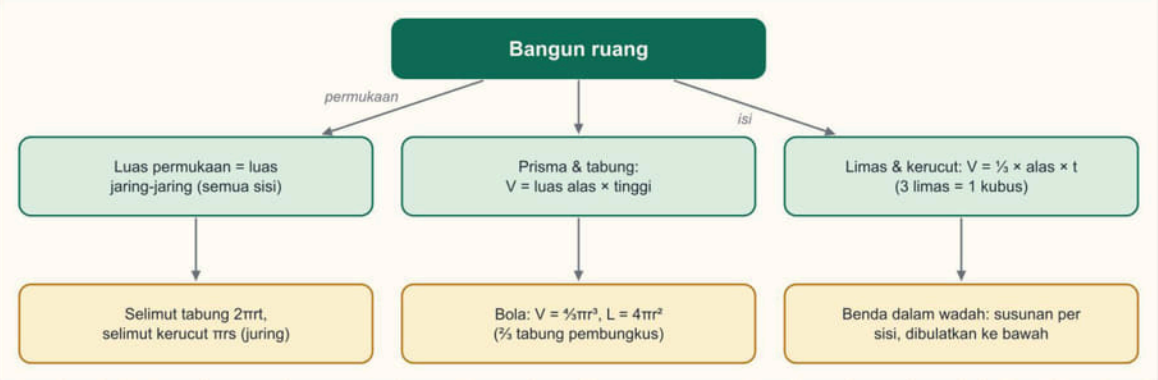
Luas permukaan = luas jaring-jaring; selimut tabung $2\pi rt$, selimut kerucut πrs. Volume prisma dan tabung = luas alas × tinggi; limas dan kerucut sepertiganya, karena tiga limas yang sama mengisi satu kubus. Bola $\frac{4}{3}\pi r^3$ ($\frac{2}{3}$ tabung pembungkusnya) dan luasnya $4\pi r^2$. Banyak benda dalam wadah dihitung per arah dengan pembulatan ke bawah; volume dan debit memakai satuan yang konsisten.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 3.32):

- Sebutkan sisi yang benar-benar ada sebelum menghitung luas permukaan.
- Faktor $\frac{1}{3}$ untuk bangun yang meruncing ke satu titik (limas, kerucut).
- $s = \sqrt{r^2 + t^2}$; selimut kerucut $\pi r s$.
- $1\ \text{m}^3 = 1.000\ \text{L}; 1\ \text{L} = 1.000\ \text{cm}^3$.



Gambar 3.32 Peta konsep luas permukaan dan volume bangun ruang. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal bangun ruang dalam konteks:

1. Tentukan bangunnya dan bagian mana yang dipakai (volume, luas seluruhnya, selimut saja, tanpa tutup).
2. Tulis semua ukuran dalam satu satuan; ubah diameter menjadi jari-jari.
3. Hitung untuk **satu** benda, lalu kalikan banyaknya.
4. Terapkan aturan cerita (susunan, batas, potongan lembar, harga per lembar) dengan pembulatan yang benar.
5. Cek kewajaran: banyak benda yang muat tidak boleh melebihi perbandingan volume.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Volume dibagi volume	banyak kardus = volume bak : volume kardus	hitung per arah, bulatkan ke bawah
Orientasi tidak dicoba	hanya satu arah kardus	coba semua orientasi yang diizinkan
Tanpa alas atau tutup	memakai luas permukaan penuh	baca: "tanpa tutup", "berongga"
Diameter dan jari-jari	memasukkan diameter ke πr^2	tulis r lebih dulu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Faktor $\frac{1}{3}$	volume kerucut atau limas tanpa $\frac{1}{3}$	cek: kerucut $=\frac{1}{3}$ tabung yang sama ukuran
Pembulatan bahan	2,3 lembar dibulatkan menjadi 2	bahan yang dibeli dibulatkan **ke atas**
Satuan	m^3 disamakan dengan liter	1 m^3 = 1.000 liter

BEDAH SOAL ASLI

Dua soal asli TKA 2025 menguji sub bab ini. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

Nomor 18 (kardus helm di bak truk). Ukuran kardus dan bak truk diberikan pada gambar. Kardus tidak boleh dibalik, tetapi boleh menghadap depan atau samping. Ditanyakan banyak kardus maksimum.

- Konsep kunci: susunan per arah dengan pembulatan ke bawah, dan membandingkan dua orientasi.
- Langkah: hitung banyak kardus per arah untuk orientasi 1 → hitung untuk orientasi 2 → bandingkan → kalikan dengan banyak lapisan.
- Pengecoh yang dipasang: hasil yang hanya mencoba satu orientasi.

Rujukan: soal nomor 18 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Nomor 19 (stiker hiasan lampu). Hiasan berbentuk tabung berongga tanpa alas dan tutup; bagian luarnya dilapisi stiker yang dijual per lembar. Ditanyakan biaya untuk sejumlah hiasan.

- Konsep kunci: selimut tabung (keliling alas $\times$ tinggi), lalu luas total dibagi luas satu lembar.
- Langkah: luas selimut satu hiasan → luas untuk semua hiasan → banyak lembar (dibulatkan ke atas; perhatikan apakah sisa potongan boleh dipakai untuk hiasan lain) → biaya.
- Pengecoh yang dipasang: hasil yang membulatkan banyak lembar untuk tiap hiasan, bukan dari total.

Rujukan: soal nomor 19 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

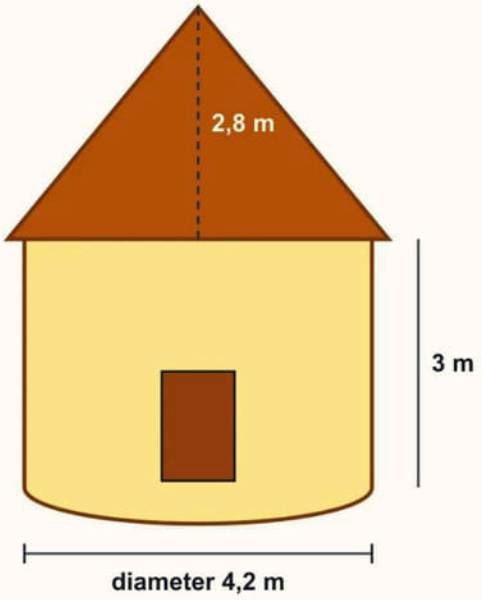
BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menghitung luas permukaan bangun gabungan tabung dan kerucut. Perhatikan bagian yang tidak dicat dan garis pelukis kerucut yang harus dicari lebih dahulu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Lumbung padi milik Koperasi Desa Sumbersari berbentuk tabung dengan atap kerucut seperti pada gambar. Seluruh dinding tabung dan seluruh permukaan atap (tanpa lantai) akan dilapisi cat pelindung. Abaikan pintu dan anggap atap tepat menutup tabung. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

Luas permukaan yang dicat adalah .... m^2



A. 23,1
B. 39,6
C. 42,9
D. 58,08
E. 62,7

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: E**

Konsep: luas yang dicat = selimut tabung $(2\pi rt)$ + selimut kerucut (πrs), dengan s = garis pelukis kerucut, bukan tinggi kerucut. s dicari dengan Pythagoras.

Langkah 1. $r = 2{,}1$ m. Garis pelukis $s = \sqrt{2{,}1^2 + 2{,}8^2} = \sqrt{4{,}41 + 7{,}84} = \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$ m.

Langkah 2. Selimut tabung $= 2 \times \frac{22}{7} \times 2{,}1 \times 3 = 39{,}6$ m^2.

Langkah 3. Selimut kerucut $= \frac{22}{7} \times 2{,}1 \times 3{,}5 = 23{,}1$ m^2.

Langkah 4. Jumlah $= 39{,}6 + 23{,}1 = 62{,}7$ m^2.

Cek ulang: $2{,}1 : 2{,}8 : 3{,}5 = 3 : 4 : 5$ (tripel Pythagoras) ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (23,1) dan B (39,6): hanya menghitung atap atau hanya dinding.
- C (42,9): selimut tabung dihitung πrt (lupa faktor 2), lalu ditambah atap.
- D (58,08): memakai tinggi kerucut 2,8 m sebagai garis pelukis, $\pi r \times 2{,}8 = 18{,}48$.

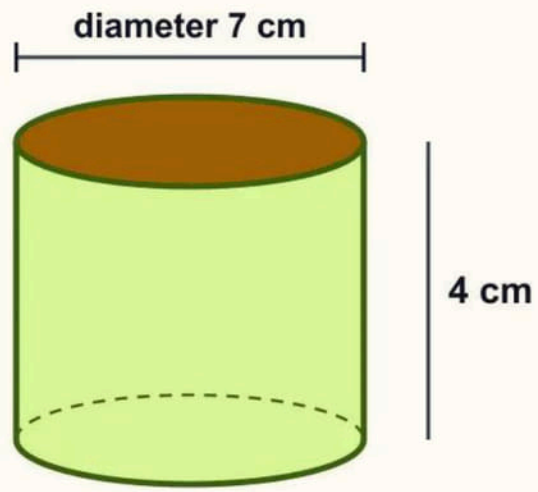
✎ LATIHAN

Soal 1, 2, dan 4 menghitung volume (cetakan, kolam, dan tangga beton), sedangkan soal 3 dan 5 menghitung luas permukaan tabung dan selimut kerucut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Di sebuah desa penghasil gula aren, nira kental dituang ke cetakan dari potongan bambu berbentuk tabung. Ukuran bagian dalam setiap cetakan ditunjukkan pada gambar. Seorang perajin mempunyai 7,7 liter nira kental. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

Banyak cetakan yang dapat diisi penuh adalah .... cetakan



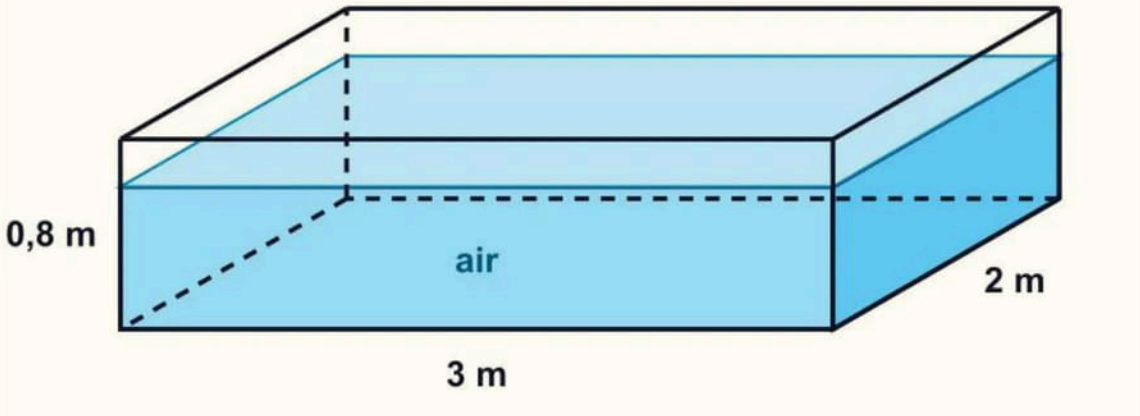
cetakan bambu (tabung)

A. 5
B. 12
C. 50
D. 87
E. 150

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Pak Udin membuat kolam terpal berbentuk balok untuk budi daya lele dengan ukuran bagian dalam seperti pada gambar. Kolam itu diisi air sampai $\frac{3}{4}$ kedalamannya. Volume air dalam kolam adalah .... liter

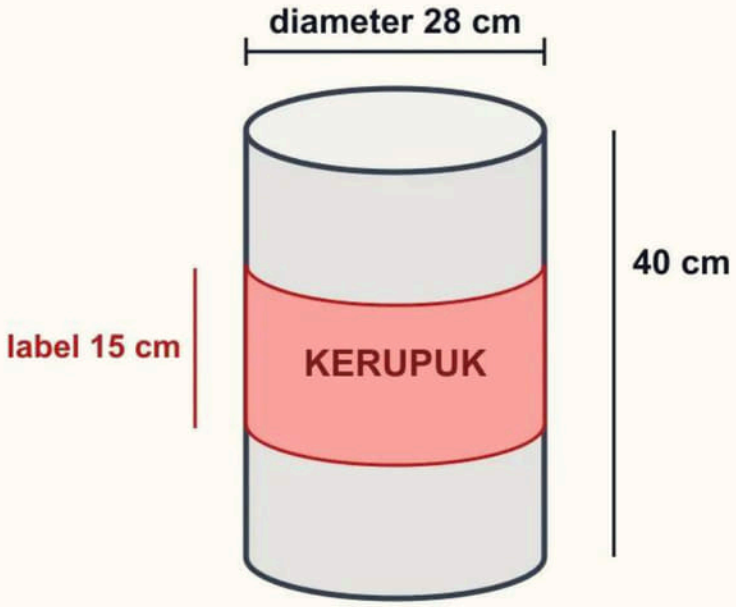


A. 360
B. 1.200
C. 3.600
D. 4.800
E. 36.000

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Perajin kerupuk di Desa Tulungrejo memesan kaleng kerupuk berbentuk tabung tertutup (beralas dan bertutup) dari lembaran seng dengan ukuran seperti pada gambar. Di sekeliling dinding kaleng ditempel label kertas selebar 15 cm yang melingkar penuh, dengan tumpang tindih 2 cm di sambungannya. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Luas dinding satu kaleng adalah 1.760 cm^2.

☐ B. Luas seng untuk satu kaleng beserta alas dan tutupnya adalah 4.752 cm^2.

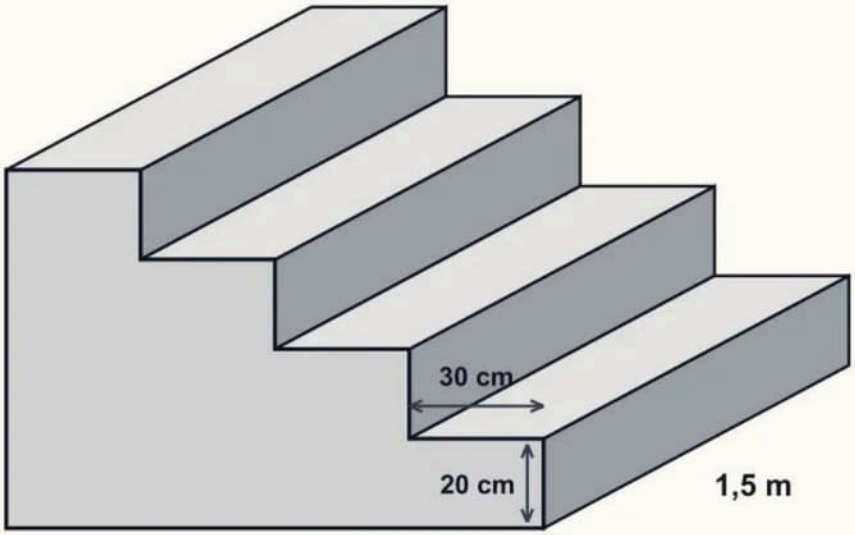
☐ C. Bila diameter dan tinggi kaleng masing-masing dibuat dua kali, luas sengnya juga menjadi dua kali.

☐ D. Luas kertas untuk satu label adalah 1.350 cm^2.

☐ E. Volume satu kaleng adalah 24.640 cm^3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Tangga di depan gedung olahraga dibuat dari beton pejal dan terdiri atas 4 anak tangga yang sama ukurannya, seperti pada gambar. Setiap anak tangga tingginya 20 cm dan lebar pijakannya 30 cm, sedangkan panjang tangga 1,5 m.
Volume beton yang diperlukan adalah .... m^3

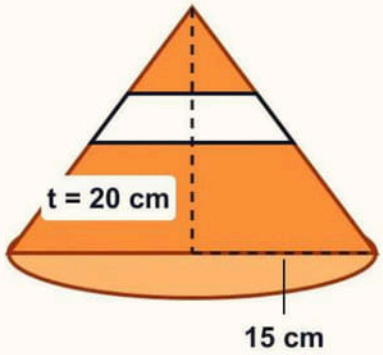


A. 0,36
B. 0,72
C. 0,9
D. 1,44
E. 9

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Panitia lomba balap sepeda menyiapkan 40 kerucut pembatas lintasan berbentuk kerucut dengan tinggi 20 cm (garis putus-putus tegak) dan jari-jari alas 15 cm, seperti pada gambar. Bagian selimut setiap kerucut (tanpa alas) akan dicat ulang. Satu kaleng cat cukup untuk mengecat $1\ \text{m}^2$. Gunakan $\pi = 3{,}14$.
Banyak kaleng cat paling sedikit yang harus dibeli adalah ....



A. 3
B. 4
C. 8
D. 10
E. 5

Kunci singkat: 1. C 2. C 3. B, D, E 4. C 5. E

✔ PERIKSA DIRI

- Mengapa banyak kardus yang muat di bak truk tidak dapat dihitung dengan membagi volume?
- Tuliskan luas permukaan tabung tanpa tutup dan tabung berongga tanpa alas dan tutup.
- Bagaimana cara menghitung tinggi sisi tegak limas persegi beraturan dari tinggi limas dan rusuk alasnya?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.6: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.
next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-3.6

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri

MATW-3.7

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **perbandingan trigonometri: sinus, kosinus, tangen, kotangen, sekan, dan kosekan**. Contoh soal resmi Pusmendik memuat nilai kosinus sudut tumpul dan masalah tangga yang bersandar pada dinding. Soal asli 2025 nomor 20 memberikan nilai $\cos\alpha$ pada sebuah bangun dengan tanda sisi sama panjang, lalu kamu menilai tiga pernyataan tentang perbandingan trigonometri sudut lain (β). Kuncinya adalah **segitiga siku-siku bantu** dan ketelitian memilih sisi depan, samping, dan miring.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan mengapa perbandingan trigonometri hanya bergantung pada besar sudut, lalu menentukan keenam perbandingan dari segitiga siku-siku;
- menurunkan nilai sudut istimewa ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) dan memakainya dalam soal ukur-mengukur;
- menurunkan dan memakai relasi dasar $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ dan $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$;
- menentukan nilai dan tanda perbandingan trigonometri sudut tumpul.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Bagaimana mengukur tinggi gedung, gunung, atau layang-layang tanpa memanjatnya? Sejak ribuan tahun lalu, para pelaut dan pengukur tanah memakai **sudut**: cukup ukur jarak mendatar dan sudut pandang ke puncak, lalu hitung tingginya. Cabang matematika yang menghubungkan sudut dengan panjang sisi ini disebut **trigonometri** ("pengukuran segitiga"). Sekarang trigonometri dipakai juga dalam navigasi GPS, rancangan atap dan jalan landai, sampai grafika gim.

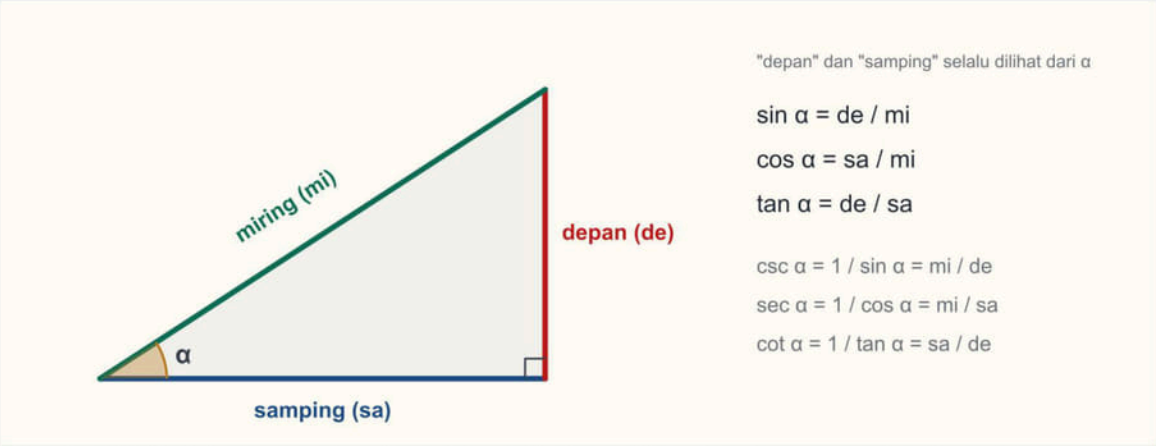
1. Sisi depan, samping, dan miring

Pada segitiga siku-siku, pilih salah satu sudut lancipnya, sebut α (Gambar 3.33). Terhadap sudut itu, ketiga sisi diberi nama:

- **sisi miring** (mi): sisi di depan sudut siku-siku, selalu yang terpanjang;
- **sisi depan** (de): sisi yang berhadapan dengan α;
- **sisi samping** (sa): sisi siku-siku yang mengapit α.

Nama "depan" dan "samping" selalu dilihat dari sudut yang sedang dibicarakan. Untuk sudut lancip yang lain, kedua nama itu bertukar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.33 Sisi depan, samping, dan miring terhadap sudut α, beserta enam perbandingan trigonometri. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Ada enam perbandingan yang dapat dibentuk:

$$\sin\alpha = \frac{\text{de}}{\text{mi}}, \quad \cos\alpha = \frac{\text{sa}}{\text{mi}}, \quad \tan\alpha = \frac{\text{de}}{\text{sa}},$$

dan kebalikannya: $\csc\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha} = \dfrac{\text{mi}}{\text{de}}$, $\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha} = \dfrac{\text{mi}}{\text{sa}}$, $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} = \dfrac{\text{sa}}{\text{de}}$.

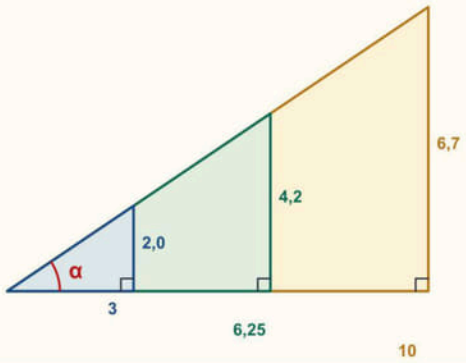
Banyak siswa mengingat tiga yang pertama dengan "sin = de-mi, cos = sa-mi, tan = de-sa".

Setiap perbandingan mempunyai makna sehari-hari. Tangen adalah **kemiringan**: rambu jalan "tanjakan 10%" berarti jalan naik 10 m untuk setiap 100 m mendatar, jadi $\tan\alpha = 0{,}1$; ramp kursi roda yang aman dibuat dengan $\tan\alpha$ yang kecil. Sinus menyatakan seberapa besar bagian sisi miring yang "naik", dan kosinus seberapa besar bagian yang "maju". Karena sisi miring selalu terpanjang, nilai sinus dan kosinus sudut lancip selalu di antara 0 dan 1, sedangkan tangen boleh lebih dari 1 (bila sudutnya lebih dari 45°).

2. Mengapa perbandingan itu tetap?

Ambil tiga segitiga siku-siku yang berbeda ukuran tetapi mempunyai sudut α yang sama (Gambar 3.34). Ketiganya mempunyai dua sudut yang sama (sudut siku-siku dan α), sehingga **sebangun** (sub bab 3.2), dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding. Akibatnya, perbandingan $\frac{\text{de}}{\text{sa}}$ sama pada ketiganya, begitu pula $\frac{\text{de}}{\text{mi}}$ dan $\frac{\text{sa}}{\text{mi}}$. Jadi nilai $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, dan $\tan\alpha$ **hanya bergantung pada besar sudut**, bukan pada ukuran segitiga. Inilah yang memungkinkan kita membuat tabel nilai trigonometri sekali untuk dipakai selamanya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Segitiga siku-siku dengan sudut α sama pasti sebangun, sehingga

de/sa = 2,0/3 ≈ 4,2/6,25 ≈ 6,7/10 ≈ 0,67

Nilai tan α (juga sin α dan cos α) hanya bergantung pada sudut, **bukan pada ukuran segitiga.**

Gambar 3.34 Tiga segitiga siku-siku dengan sudut α yang sama: perbandingan sisi depan terhadap sisi samping selalu sekitar 0,67. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 1: lima perbandingan dari satu nilai

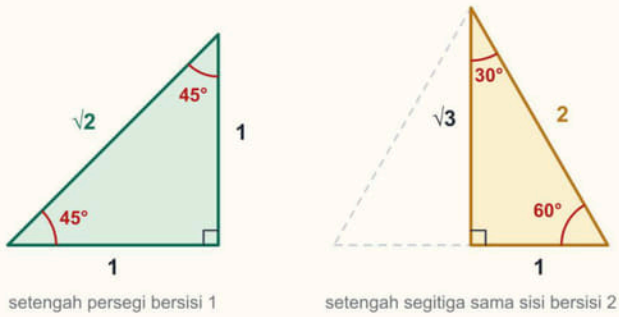
Diketahui α sudut lancip dengan $\tan\alpha = \dfrac{5}{12}$. Tentukan kelima perbandingan trigonometri lainnya.

1. $\tan\alpha = \frac{\text{de}}{\text{sa}} = \frac{5}{12}$. Gambarlah segitiga siku-siku bantu dengan sisi depan 5 dan sisi samping 12 (boleh, karena hanya perbandingannya yang penting).
2. Sisi miring dengan Pythagoras: $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$.
3. $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\cos\alpha = \frac{12}{13}$.
4. Kebalikannya: $\csc\alpha = \frac{13}{5}$, $\sec\alpha = \frac{13}{12}$, $\cot\alpha = \frac{12}{5}$.
5. Cek: $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{5/13}{12/13} = \frac{5}{12} = \tan\alpha$ ✓.

3. Sudut istimewa

Nilai trigonometri sudut 30°, 45°, dan 60° dapat diturunkan tanpa kalkulator dari dua bangun sederhana (Gambar 3.35):

- 45°: potong persegi bersisi 1 sepanjang diagonalnya. Terbentuk segitiga siku-siku sama kaki dengan sisi 1, 1, dan miring $\sqrt{2}$. Maka $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ dan $\tan 45^\circ = 1$.
- 30° **dan** 60°: potong segitiga sama sisi bersisi 2 menjadi dua dengan garis tinggi. Setiap belahan bersisi 1 (setengah alas), 2 (sisi miring), dan tinggi $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$; sudutnya 60° (sudut segitiga sama sisi) dan 30° (setengah sudut puncak). Dari situ: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$; dan $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.



	30°	45°	60°
sin	½	½√2	½√3
cos	½√3	½√2	½
tan	⅓√3	1	√3

Gambar 3.35 Setengah persegi memberi sudut 45°; setengah segitiga sama sisi memberi sudut 30° dan 60°. Tabel di kanan merangkum nilainya. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Perhatikan polanya: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$ dan $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$. Ini bukan kebetulan. Dua sudut lancip segitiga siku-siku berjumlah 90°, dan sisi depan sudut yang satu adalah sisi samping sudut yang lain, sehingga $\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$.

4. Relasi dasar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

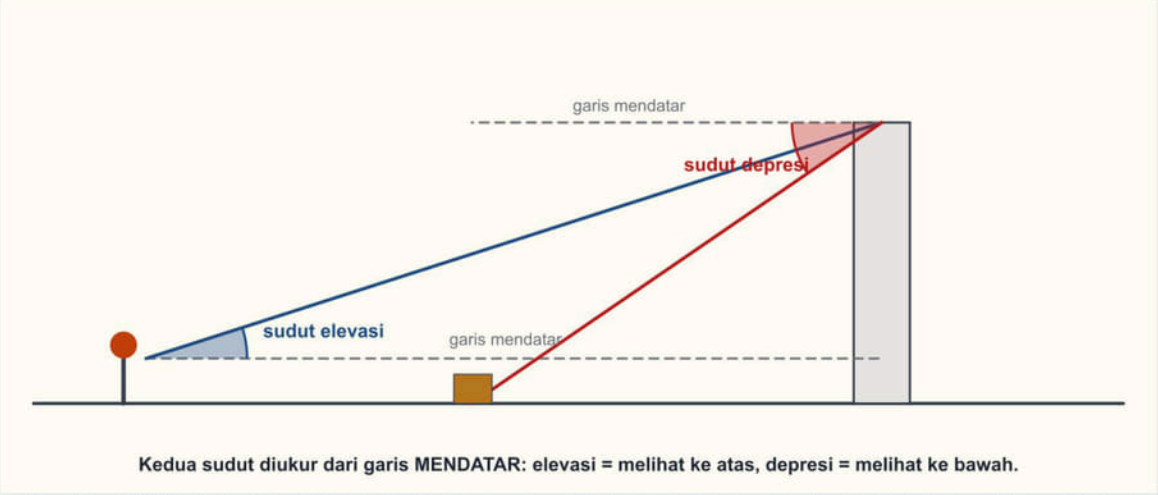
Dari Pythagoras, $\text{de}^2 + \text{sa}^2 = \text{mi}^2$. Bagi kedua ruas dengan mi^2:

$$\left(\frac{\text{de}}{\text{mi}}\right)^2 + \left(\frac{\text{sa}}{\text{mi}}\right)^2 = 1 \quad \Longrightarrow \quad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Juga $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\text{de}/\text{mi}}{\text{sa}/\text{mi}} = \dfrac{\text{de}}{\text{sa}} = \tan\alpha$. Bila $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ dibagi $\cos^2\alpha$, diperoleh $\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$. Relasi-relasi ini memungkinkan kita mencari satu perbandingan dari perbandingan lain tanpa menggambar.

5. Sudut elevasi dan depresi

Sudut elevasi adalah sudut antara garis mendatar dan garis pandang ke atas, misalnya ketika melihat puncak menara. **Sudut depresi** adalah sudut antara garis mendatar dan garis pandang ke bawah, misalnya ketika dari atas menara melihat perahu (Gambar 3.36). Keduanya selalu diukur dari garis **mendatar**, bukan dari garis tegak. Karena garis-garis mendatar sejajar, sudut depresi dari puncak ke sebuah benda sama dengan sudut elevasi dari benda itu ke puncak (sudut berseberangan dalam).



Gambar 3.36 Sudut elevasi (biru) dari mata pengamat ke puncak menara dan sudut depresi (merah) dari puncak menara ke sebuah benda di tanah. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 2: tinggi pohon

Dina berdiri 20 m dari kaki sebuah pohon dan melihat puncaknya dengan sudut elevasi 30°. Tinggi mata Dina dari tanah 1,5 m. Berapa tinggi pohon?

1. Segitiga siku-siku: sisi samping = jarak mendatar 20 m, sisi depan = tinggi puncak di atas mata, h.
2. $\tan 30^\circ = \dfrac{h}{20}$, sehingga $h = 20 \times \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{20}{3}\sqrt{3} \approx 11{,}55$ m.
3. Tinggi pohon $= h + 1{,}5 \approx 13{,}05$ m. Kesalahan yang sering terjadi adalah lupa menambahkan tinggi mata.

Contoh terselesaikan 3: benang layangan

Benang layangan sepanjang 50 m terentang lurus dan membentuk sudut 60° dengan tanah. Berapa ketinggian layangan (abaikan tinggi tangan)?

1. Benang = sisi miring, ketinggian = sisi depan sudut 60°.
2. $\sin 60^\circ = \dfrac{h}{50}$, sehingga $h = 50 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = 25\sqrt{3} \approx 43{,}3$ m.
3. Cek kewajaran: ketinggian harus kurang dari panjang benang dan mendekati panjangnya karena sudutnya besar ✓.

Contoh terselesaikan 5: tangga dan relasi dasar

Sebuah tangga bersandar pada dinding tegak. Sudut antara tangga dan lantai adalah α dengan $\sin\alpha = 0{,}6$, dan ujung atas tangga menyentuh dinding pada ketinggian 3 m. (a) Tentukan $\cos\alpha$ dan $\tan\alpha$ tanpa menggambar. (b) Tentukan panjang tangga dan jarak kakinya dari dinding.

1. (a) Pakai $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$: $\cos^2\alpha = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$, sehingga $\cos\alpha = 0{,}8$ (positif karena α lancip).
2. $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75.$
3. (b) Ketinggian 3 m adalah sisi depan α dan tangga adalah sisi miring: $\sin\alpha = \dfrac{3}{\text{tangga}}$, sehingga panjang tangga $= \dfrac{3}{0{,}6} = 5$ m.
4. Jarak kaki tangga = sisi samping: $\tan\alpha = \dfrac{3}{\text{jarak}}$, jadi jarak $= \dfrac{3}{0{,}75} = 4$ m. Cek dengan Pythagoras: $3^2 + 4^2 = 5^2$ ✓.

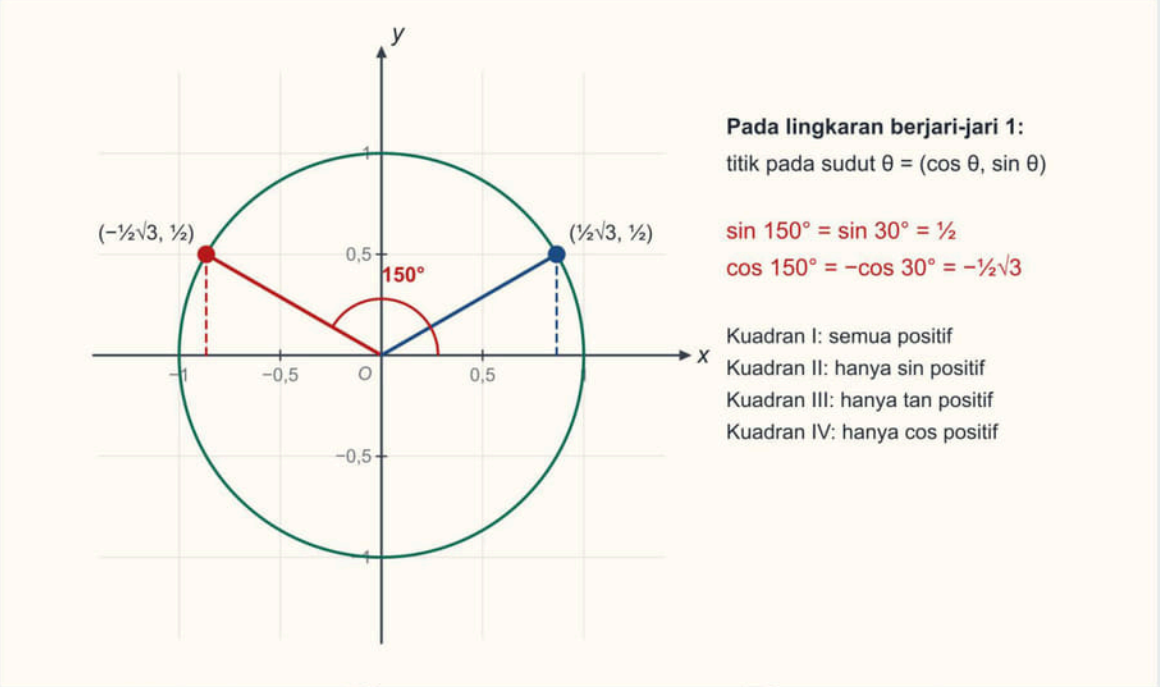
Contoh ini menunjukkan dua cara kerja yang sama-sama sah: memakai relasi dasar secara aljabar, atau menggambar segitiga bantu bersisi $3, 4, 5$ dari $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Pilih yang paling cepat untukmu, lalu gunakan cara yang lain untuk mengecek.

6. Sudut tumpul

Untuk sudut lebih dari 90°, segitiga siku-siku tidak lagi cukup. Kita memakai **lingkaran satuan** (berjari-jari 1, berpusat di O): titik pada lingkaran yang membentuk sudut θ dengan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sumbu-x positif mempunyai koordinat $(\cos\theta, \sin\theta)$. Untuk sudut lancip, definisi ini sama dengan de/mi dan sa/mi, karena sisi miringnya 1. Untuk sudut tumpul, titiknya berada di kuadran II, sehingga koordinat x (kosinus) negatif dan koordinat y (sinus) positif (Gambar 3.37).



Gambar 3.37 Titik pada sudut 150° adalah cerminan titik pada sudut 30° terhadap sumbu-y: tingginya sama (sinus sama), letak mendatarnya berlawanan tanda (kosinus berlawanan). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Titik pada sudut $180^\circ - \alpha$ adalah cerminan titik pada sudut α terhadap sumbu-y. Maka

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha, \qquad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha, \qquad \tan(180^\circ - \alpha) = -\tan\alpha.$$

Contoh terselesaikan 4: nilai sudut tumpul

Tentukan $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, dan $\tan 120^\circ$.

1. $150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$, sudut di kuadran II.
2. $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ (sinus positif di kuadran II).
3. $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (kosinus negatif).
4. $\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$. Cek: $\frac{\sin 120^\circ}{\cos 120^\circ} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$ ✓.

Ringkasan

Perbandingan trigonometri adalah perbandingan sisi segitiga siku-siku terhadap sebuah sudut; nilainya tetap untuk sudut yang sama karena segitiga-segitiganya sebangun. Sudut istimewa diturunkan dari setengah persegi dan setengah segitiga sama sisi. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ lahir dari Pythagoras. Elevasi dan depresi diukur dari garis mendatar. Untuk sudut tumpul, sinus tetap positif dan kosinus serta tangen berubah tanda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 3.38):

- Tentukan sudutnya dulu, baru beri nama sisi depan dan samping.
- Diketahui satu perbandingan → gambar segitiga bantu → Pythagoras → perbandingan lain.
- $\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha); \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha; \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha.$
- Elevasi dan depresi diukur dari garis mendatar; jangan lupa tinggi mata.



Gambar 3.38 Peta konsep perbandingan trigonometri. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal trigonometri:

1. Gambar atau tandai segitiga siku-siku yang memuat sudut yang ditanyakan.
2. Beri label depan, samping, dan miring **dari sudut itu**.
3. Bila diketahui satu perbandingan, lengkapi sisi ketiga dengan Pythagoras (segitiga bantu).
4. Tentukan tanda bila sudutnya tumpul.
5. Cek dengan relasi $\sin^2 + \cos^2 = 1$ atau dengan kewajaran ukuran.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Depan dan samping tertukar	memakai sisi depan sudut A untuk sudut B	beri label ulang setiap ganti sudut
Tanda di kuadran II	$\cos 120^\circ = \frac{1}{2}$	sudut tumpul: cos dan tan negatif
Kebalikan tertukar	$\sec\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	sec berpasangan dengan cos, csc dengan sin
tan terbalik pada elevasi	jarak $=$ tinggi $\times \tan\theta$	jarak $= \frac{\text{tinggi}}{\tan\theta}$
Tanda sama panjang pada gambar	sisi bertanda sama dianggap tidak sama	sisi bertanda sama berarti segitiga sama kaki; pakai sifat ini

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengira $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x$	lupa suku $2 \sin x \cos x$	jabarkan kuadrat jumlah dengan lengkap

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 20 (sudut α dan β pada bangun bertanda sama panjang). Gambar memuat beberapa segitiga yang berbagi sisi; dua sisi bertanda sama panjang. Diketahui $\cos \alpha$, lalu kamu menilai tiga pernyataan tentang $\sin \beta$, $\cos \beta$, dan $\tan \beta$. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: segitiga bantu dari $\cos \alpha$ (sisi 3–4–5 atau kelipatannya), pemakaian tanda sama panjang untuk menentukan ukuran sisi lain, lalu Pythagoras untuk segitiga yang memuat β.
- Langkah: beri nama setiap titik → tentukan panjang sisi dari $\cos \alpha$ → pakai sisi yang sama panjang → bentuk segitiga siku-siku yang memuat β → hitung sisi ketiganya → nilai setiap pernyataan.
- Pengecoh yang dipasang: nilai yang sekilas mirip hasil yang benar; periksa setiap sisi dari segitiga yang memuat β.

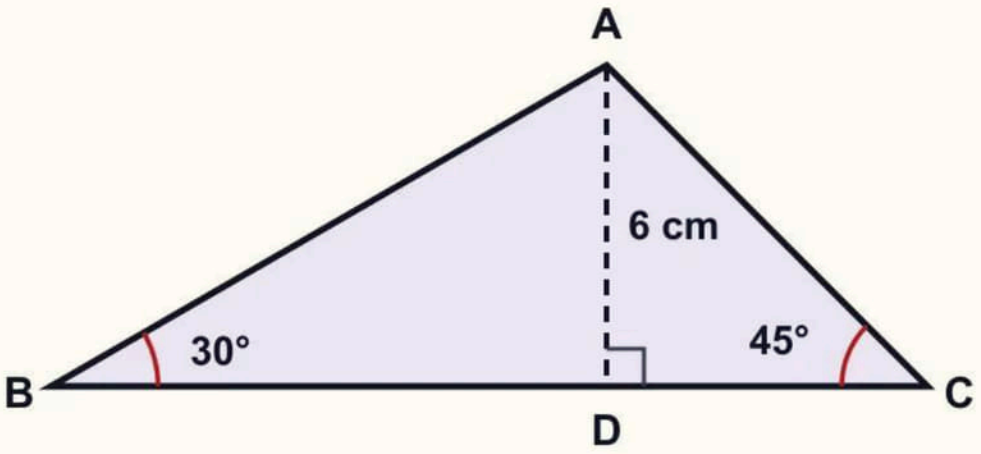
Rujukan: soal nomor 20 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memakai dua segitiga siku-siku dengan sudut istimewa yang berbagi satu sisi. Perhatikan cara memakai garis tinggi sebagai penghubung kedua segitiga.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Pada segitiga ABC berikut, AD tegak lurus BC, $AD = 6$ cm, $\angle ABD = 30^\circ$, dan $\angle ACD = 45^\circ$.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Panjang $AB = 12$ cm.	○	○
Panjang $AC = 6\sqrt{3}$ cm.	○	○
Luas segitiga $ABC = (18 + 18\sqrt{3})$ cm².	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: 1B 2S 3B**

Konsep: pada segitiga siku-siku, $\sin\theta = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}$ dan $\tan\theta = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}}$. Nilai istimewa: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan 45^\circ = 1$.

Pernyataan 1. Di $\triangle ABD$: $\sin 30^\circ = \dfrac{AD}{AB} \rightarrow AB = \dfrac{6}{\frac{1}{2}} = 12$ cm → **Benar**.

Pernyataan 2. Di $\triangle ADC$: $\sin 45^\circ = \dfrac{AD}{AC} \rightarrow AC = 6\sqrt{2}$ cm, bukan $6\sqrt{3}$ → **Salah**.

Pernyataan 3. $BD = \dfrac{AD}{\tan 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ dan $DC = \dfrac{AD}{\tan 45^\circ} = 6$. $BC = 6 + 6\sqrt{3}$. Luas $= \frac{1}{2} \times (6 + 6\sqrt{3}) \times 6 = 18 + 18\sqrt{3}$ cm² → **Benar**.

Cek ulang: $AB^2 = BD^2 + AD^2 = 108 + 36 = 144$ ✓; $AC^2 = 36 + 36 = 72$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

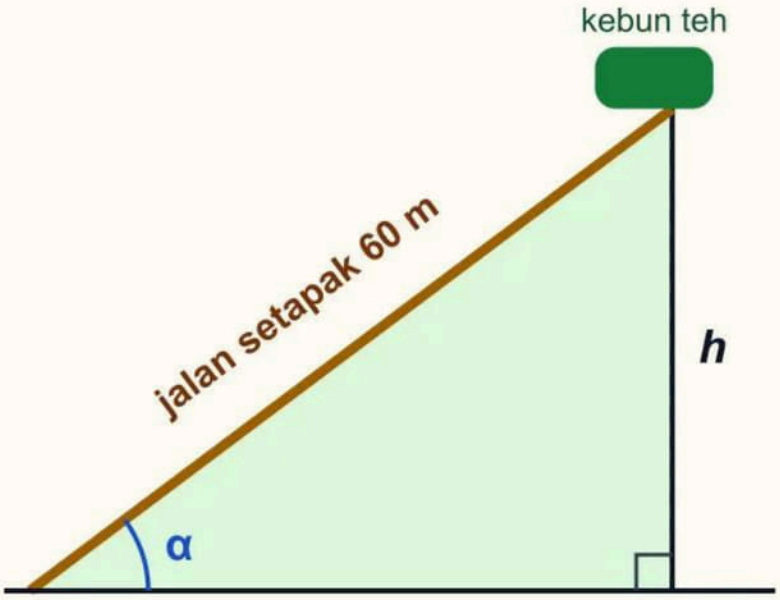
Jebakan: pernyataan 2 muncul bila nilai $\sin 45^\circ$ tertukar dengan $\cos 30^\circ$ atau bila BD $(6\sqrt{3})$ dikira AC. Pada pernyataan 3, siswa sering memakai $AB \times AC$ sebagai alas × tinggi, padahal AB dan AC tidak tegak lurus.

✎ LATIHAN

Soal 1 memakai nilai tangen pada kemiringan jalan, dan soal 2 menurunkan perbandingan trigonometri lain dari satu nilai sinus.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Jalan setapak lurus dari kaki bukit menuju kebun teh panjangnya 60 m dan membentuk sudut α dengan bidang datar, seperti pada gambar. Diketahui $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Kenaikan ketinggian h dari kaki bukit sampai kebun teh adalah ....



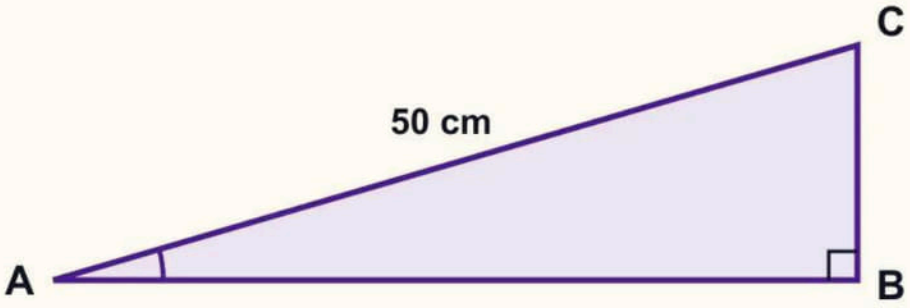
A. 36 m
B. 45 m
C. 48 m
D. 75 m
E. 100 m

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Segitiga ABC pada gambar siku-siku di B dengan panjang $AC = 50$ cm dan $\sin A = \dfrac{7}{25}$.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
$\tan A = \dfrac{7}{25}$	○	○
Panjang $AB = 48$ cm.	○	○
$\cos C = \sin A$	○	○

Kunci singkat: 1. A 2. 1S 2B 3B

✔ PERIKSA DIRI

- Dari $\cos\theta = \frac{8}{17}$ dengan θ lancip, tentukan kelima perbandingan lainnya.
- Mengapa $\cos 120^\circ$ bernilai negatif? Tuliskan nilainya.
- Pada soal elevasi, mengapa jarak mendatar sama dengan tinggi dibagi $\tan\theta$?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.7: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-3.7

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 3

MATW-KB3

Jumlah soal: 25 **Waktu anjuran:** 75 menit

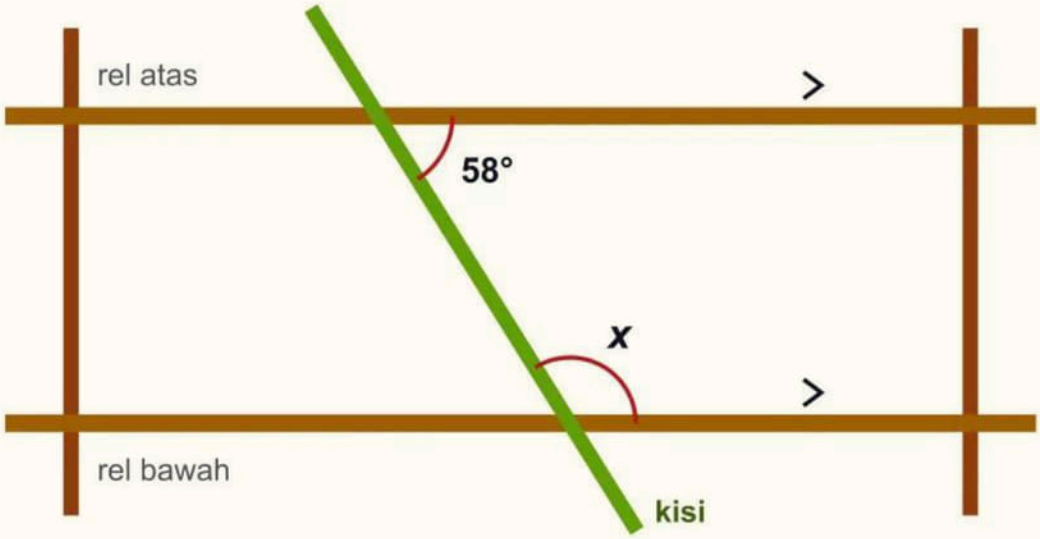
Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 3 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-KB3

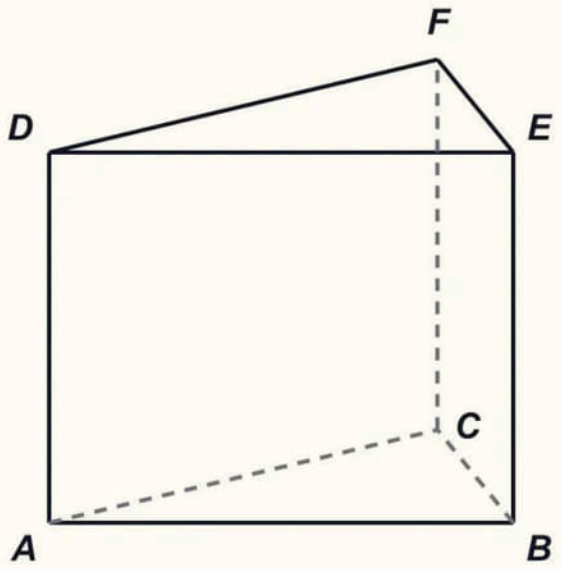
1. Pada tahun 2026, Pak Wayan membuat pagar kisi dari bambu di halaman rumahnya. Dua rel mendatar pagar dipasang sejajar (ditandai anak panah), lalu sebilah kisi dipasang miring memotong kedua rel seperti pada gambar. Sudut antara kisi dan rel atas besarnya 58°.
Data disusun untuk latihan soal.
Besar sudut x pada gambar adalah ....



A. 58°
B. 32°
C. 122°
D. 116°
E. 148°

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Perhatikan prisma segitiga tegak $ABC.\,DEF$ pada gambar. Titik D, E, dan F berturut-turut tepat di atas titik A, B, dan C, sedangkan rusuk yang tidak tampak digambar putus-putus.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

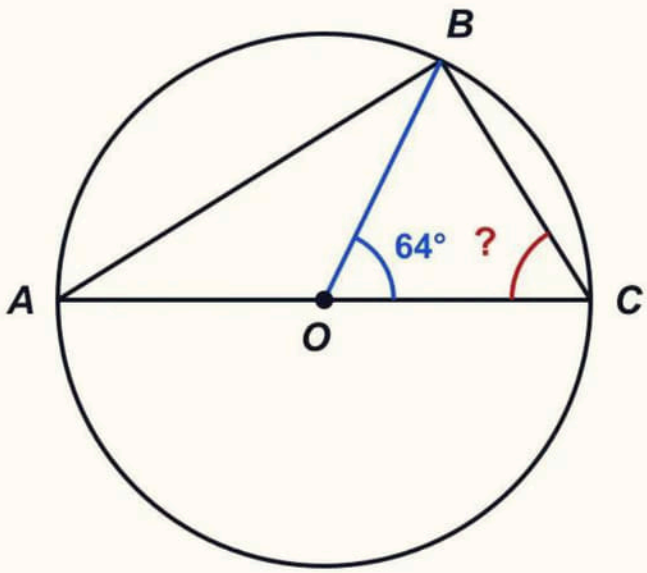


Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Rusuk AB berpotongan dengan rusuk CF.
☐ B. Rusuk AD sejajar dengan bidang $BCFE$.
☐ C. Rusuk DE bersilangan dengan rusuk BC.
☐ D. Bidang ABC berpotongan dengan bidang DEF.
☐ E. Rusuk CF sejajar dengan bidang $ABED$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Titik A, B, dan C terletak pada lingkaran berpusat O seperti pada gambar. Ruas AC adalah diameter lingkaran, dan besar $\angle BOC = 64^\circ$. Titik B terletak pada busur atas dan dihubungkan dengan pusat O oleh jari-jari OB.
Besar $\angle ACB$ adalah ....

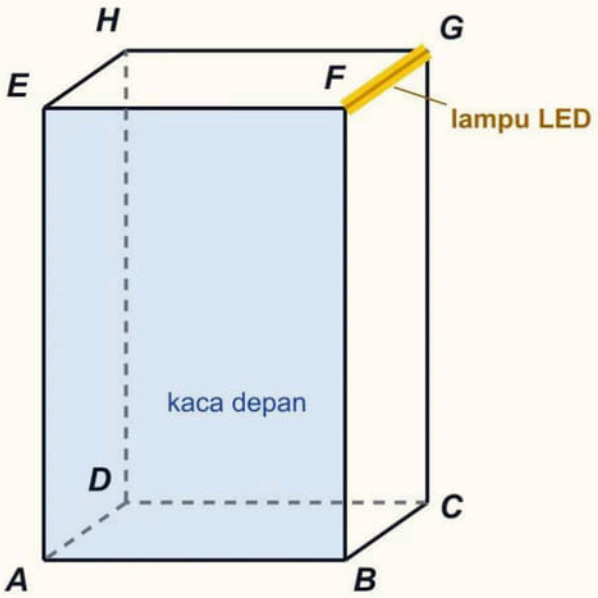


A. 58°
B. 32°
C. 64°
D. 26°
E. 116°

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Sebuah lemari pajangan koleksi wayang golek berbentuk balok $ABCD.EFGH$ dengan alas $ABCD$ dan kaca depan $ABFE$, seperti pada gambar. Pada tahun 2027, sebuah lampu LED lurus dipasang tepat pada rusuk FG. Pemilik lemari ingin mengetahui kedudukan lampu itu terhadap rusuk dan bidang lemari.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

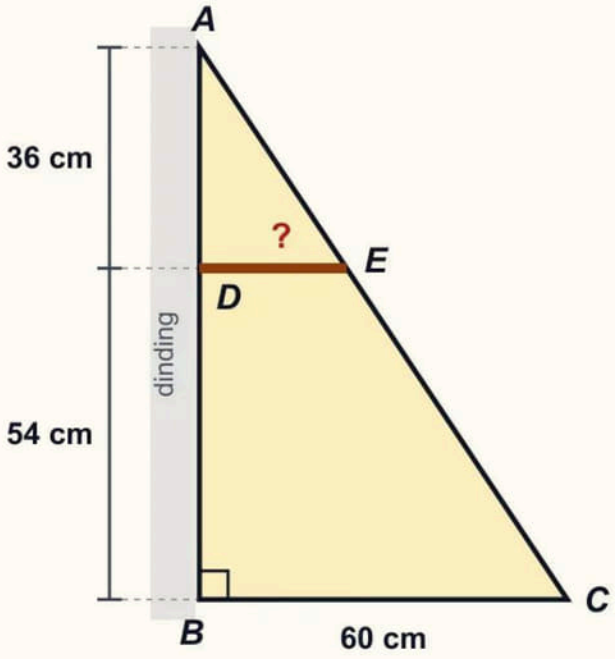


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Lampu LED sejajar dengan bidang kaca depan $ABFE$.	○	○
Lampu LED bersilangan dengan rusuk AE.	○	○
Lampu LED sejajar dengan bidang $ADHE$.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Lala memasang rak dinding berbentuk segitiga siku-siku ABC untuk pot sukulen. Sisi AB menempel tegak pada dinding dan alas BC mendatar. Papan rak tengah DE dipasang mendatar sehingga sejajar dengan BC, dengan D pada AB dan E pada AC. Ukuran rak tertera pada gambar.
Data disusun untuk latihan soal.
Panjang papan DE adalah .... cm

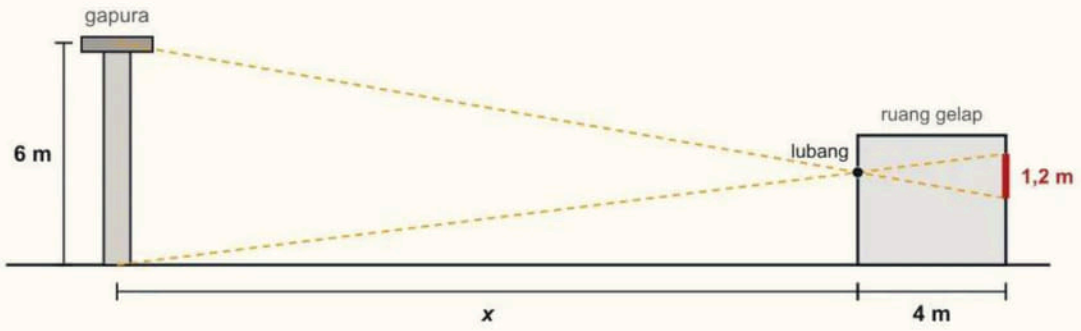


A. 40
B. 36
C. 30
D. 20
E. 24

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Sebuah museum sains memiliki ruang kamera obscura, yaitu ruang gelap dengan lubang kecil di satu dinding. Cahaya dari sebuah gapura masuk melalui lubang dan membentuk bayangan terbalik pada dinding seberang. Gapura dan bayangannya sama-sama tegak, sehingga sinar dari puncak dan kaki gapura membentuk dua segitiga yang bertemu di lubang. Ukurannya tertera pada gambar.
Jarak gapura ke dinding berlubang (x) adalah ....



A. 0,8 m
B. 20 m
C. 24 m
D. 5 m
E. 16 m

7. Sebuah bengkel kerajinan gips membuat replika stupa padat dalam beberapa ukuran yang semuanya sebangun. Replika terkecil setinggi 8 cm memerlukan 120 g gips, dan seluruh permukaannya habis dicat dengan 12 mL cat. Banyak gips sebanding dengan volume replika, sedangkan banyak cat sebanding dengan luas permukaannya.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

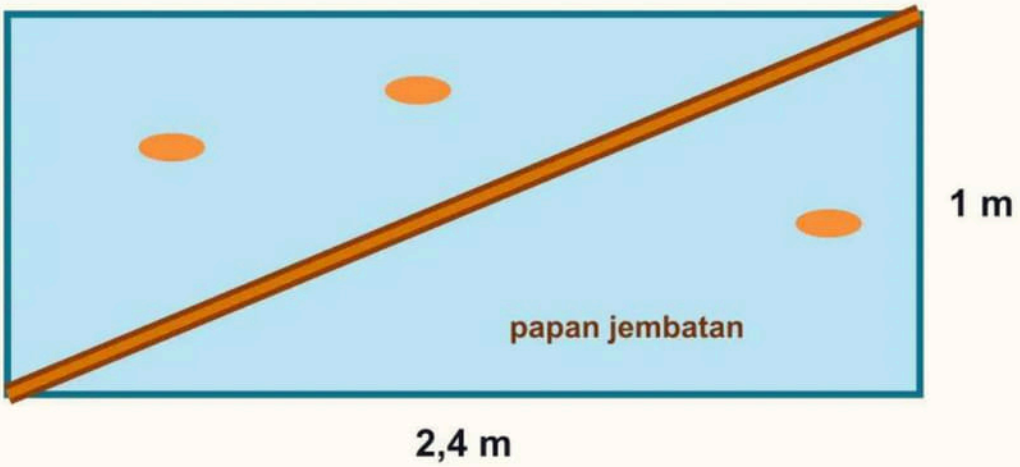
Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Replika setinggi 16 cm memerlukan 960 g gips.	○	○
Replika setinggi 20 cm memerlukan 1.875 g gips.	○	○
Replika setinggi 20 cm memerlukan 30 mL cat.	○	○

8. Di taman belakang rumah Bu Sekar terdapat kolam ikan koi berbentuk persegi panjang dengan ukuran seperti pada gambar. Sebuah papan jembatan lurus dipasang dari satu pojok kolam ke pojok yang berhadapan. Papan itu dipakai sebagai pijakan untuk memberi makan ikan di tengah kolam.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Data disusun untuk latihan soal.
Panjang papan jembatan, diukur dari pojok ke pojok, adalah ....

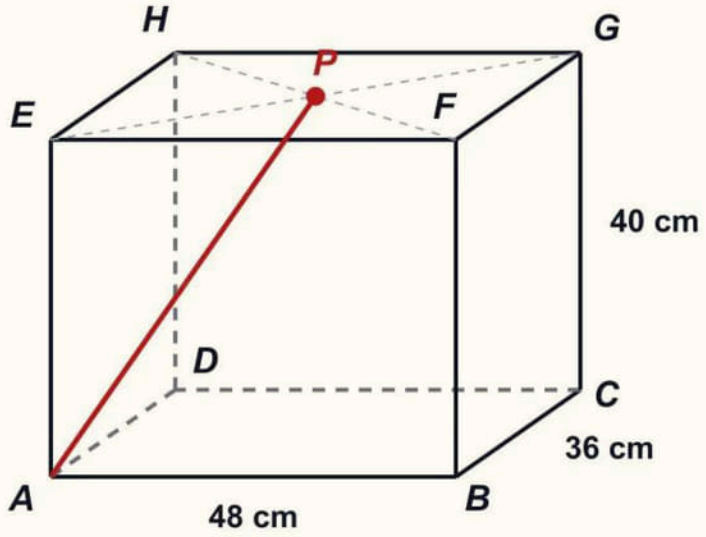


A. 3,4 m
B. 2,2 m
C. 1,7 m
D. 2,6 m
E. 6,76 m

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

9. Sebuah terarium kaca berbentuk balok $ABCD.EFGH$ dengan ukuran seperti pada gambar. Seekor laba-laba merentangkan benang lurus dari pojok A di dasar terarium ke titik P, yaitu titik potong kedua diagonal tutup $EFGH$. Benang itu terentang lurus melintasi ruang di dalam terarium.
Panjang benang AP adalah ....



A. 30 cm
B. 40 cm
C. 50 cm
D. 60 cm
E. 70 cm

10. Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 4 cm. Titik E, F, G, dan H berturut-turut tepat di atas titik A, B, C, dan D, sehingga rusuk-rusuk tegaknya adalah AE, BF, CG, dan DH.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

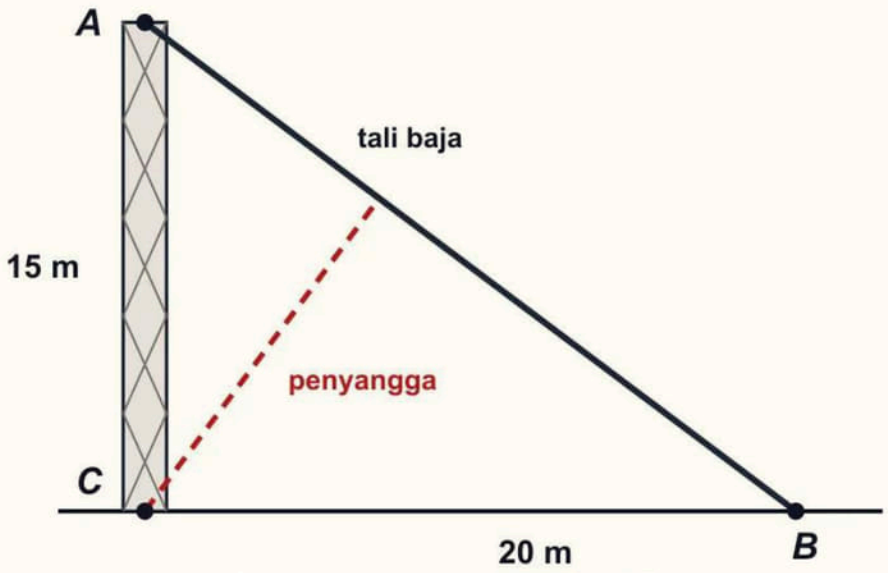
Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Jarak titik A ke garis CG adalah $4\sqrt{2}$ cm.
☐ B. Jarak titik A ke titik G adalah $4\sqrt{2}$ cm.
☐ C. Jarak garis AE ke garis CG adalah $4\sqrt{2}$ cm.
☐ D. Jarak titik E ke garis AC adalah $4\sqrt{2}$ cm.
☐ E. Jarak titik A ke bidang $BCGF$ adalah 4 cm.

11. Di sebuah bumi perkemahan, wahana *flying fox* memakai tali baja lurus dari puncak menara A ke patok B di tanah datar. Ukuran menara dan jaraknya ke patok tertera pada gambar. Panitia akan memasang batang penyangga lurus dari kaki menara C ke tali baja

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dengan ukuran **sependek mungkin**.
Panjang batang penyangga itu adalah ....

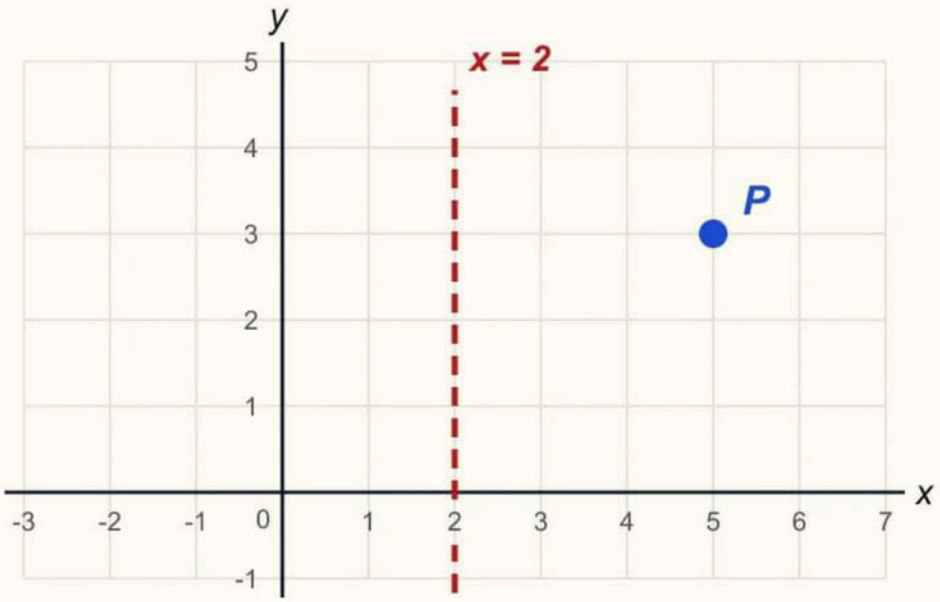


A. 12,5 m
B. 12 m
C. 15 m
D. 9 m
E. 7,5 m

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Pada bidang koordinat berikut, titik P ditandai dengan noktah biru dan garis $x = 2$ digambar putus-putus merah. Titik P pada gambar dicerminkan terhadap garis $x = 2$ sehingga diperoleh bayangan P'.
Koordinat bayangan titik P adalah ....



A. $(-1, 3)$
B. $(-5, 3)$
C. $(5, 1)$
D. $(9, 3)$
E. $(1, 3)$

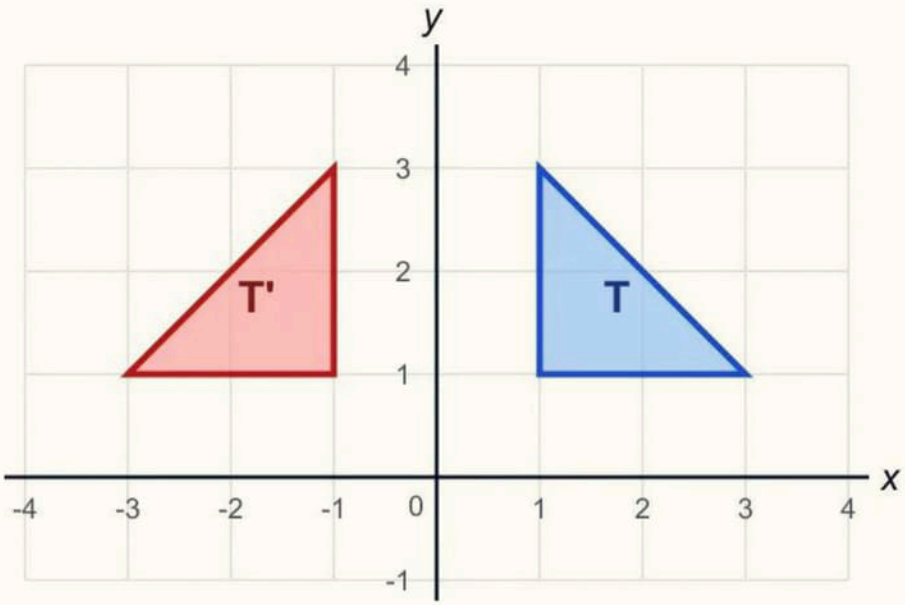
13. Pada pertunjukan drone cahaya peringatan hari jadi sebuah kota tahun 2026, posisi setiap drone pada layar kendali dinyatakan dengan koordinat. Sebuah drone mula-mula berada di titik $(-2, 5)$. Program kemudian menjalankan dua perintah berurutan: rotasi 90° **searah** jarum jam dengan pusat $O(0, 0)$, kemudian translasi $(3, -4)$.
Posisi akhir drone itu adalah ....

A. $(-2, -6)$
B. $(1, -1)$
C. $(5, 2)$
D. $(5, -9)$
E. $(8, -2)$

14. Pada bidang koordinat berikut, segitiga T' (merah) merupakan bayangan segitiga T (biru) oleh suatu transformasi. Semua titik sudut kedua segitiga terletak tepat pada titik potong garis-garis petak.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Transformasi tunggal yang memetakan segitiga T tepat menjadi segitiga T' adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. refleksi terhadap garis $y = x$ yang melalui titik O

☐ B. rotasi 90° berlawanan arah jarum jam, pusat O

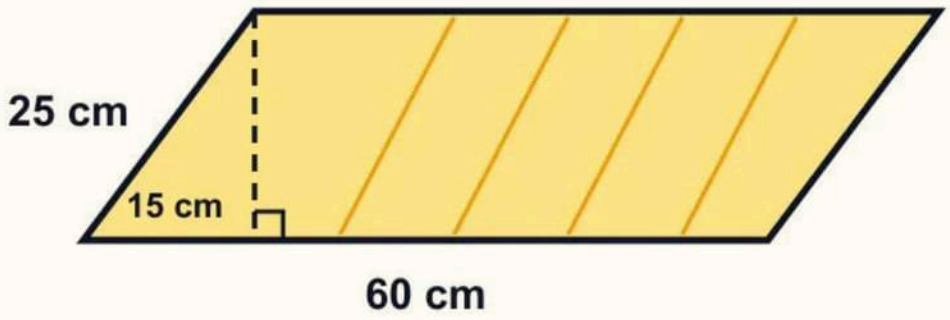
☐ C. rotasi 90° searah jarum jam, pusat O

☐ D. refleksi terhadap sumbu-y, yaitu garis $x = 0$

☐ E. translasi 4 satuan ke kiri, yaitu $(-4, 0)$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Bu Ratna mempunyai selembar kain tenun ikat berbentuk jajargenjang dengan ukuran seperti pada gambar. Bagian belakang kain itu akan dilapisi kain furing yang dipotong tepat sama bentuk dan ukurannya, tanpa sisa. Kain furing akan dibeli secukupnya, jadi luasnya perlu dihitung dengan tepat.
Data disusun untuk latihan soal.
Luas kain furing yang dibutuhkan adalah .... cm^2

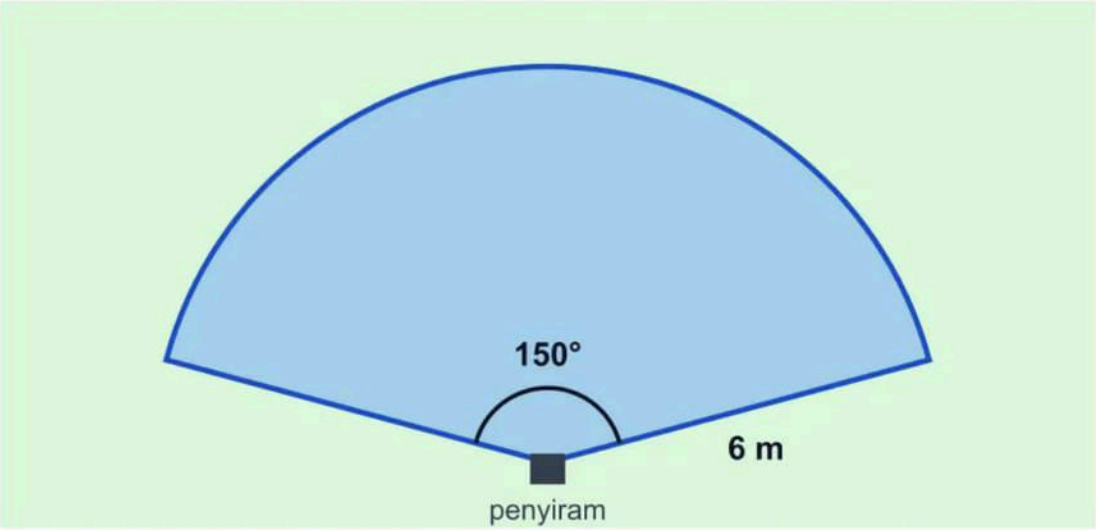


A. 1.500
B. 900
C. 600
D. 1.200
E. 750

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Taman atap sebuah perpustakaan kota disiram dengan alat penyiram otomatis yang berputar bolak-balik. Semburan airnya menyapu daerah berbentuk juring dengan ukuran seperti pada gambar (biru). Petugas taman ingin mengetahui luas bagian taman yang terkena air. (Gunakan $\pi = 3{,}14$.)
Luas daerah taman yang terkena semburan air adalah ....



A. 113,04 m^2
B. 47,1 m^2
C. 15,7 m^2
D. 94,2 m^2
E. 65,94 m^2

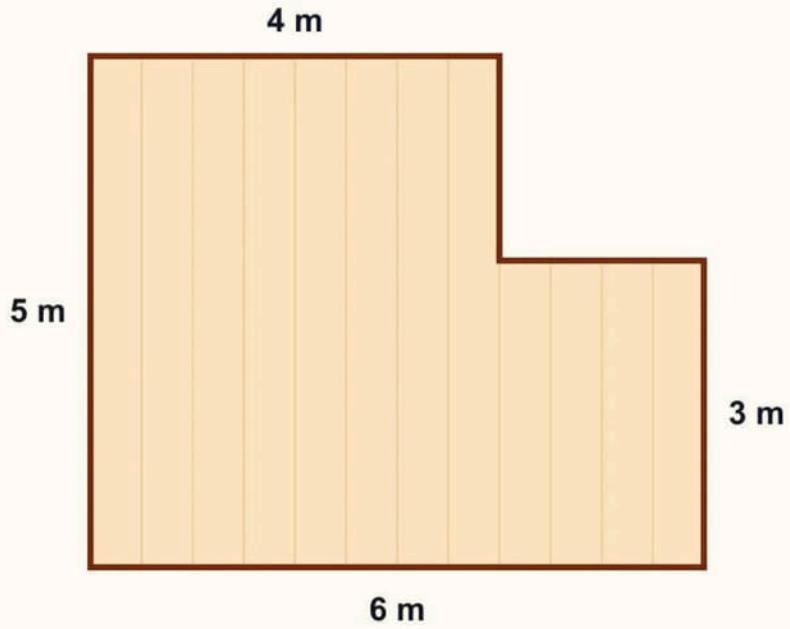
17. Perhatikan permasalahan berikut.
AOB adalah sebuah juring pada lingkaran berpusat O. Berapakah luas juring AOB?
Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab permasalahan tersebut.
(1) Panjang busur AB adalah 11 cm.
(2) Jari-jari lingkaran adalah 7 cm.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) TIDAK cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Lantai sebuah sanggar tari berbentuk huruf L dengan ukuran seperti pada gambar; semua sudutnya siku-siku. Pada tahun 2027, pengelola sanggar akan memasang list kayu di sepanjang seluruh tepi lantai dan mengganti lantai dengan ubin persegi berukuran 50 cm × 50 cm.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Luas lantai sanggar adalah 26 m^2.	○	○
Panjang list kayu untuk seluruh tepi lantai adalah 18 m.	○	○
Banyak ubin yang dibutuhkan untuk menutup lantai tanpa memotong ubin adalah 104 buah.	○	○

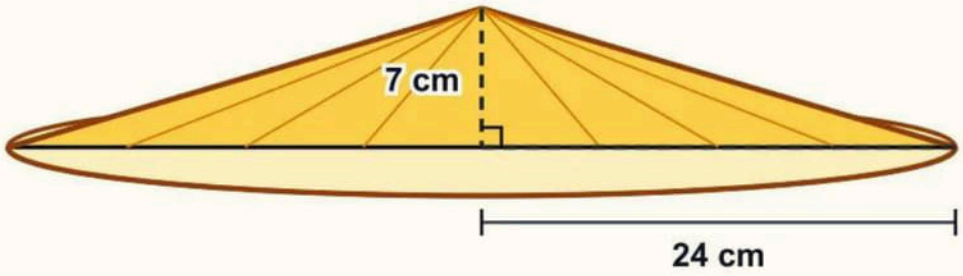
19. Klub lingkungan sebuah SMA membuat ekoenzim dari kulit buah dalam wadah fermentasi berbentuk balok. Ukuran bagian dalam wadah adalah panjang 50 cm, lebar 40 cm, dan tinggi 30 cm. Wadah itu diisi cairan fermentasi sampai penuh, dan ketua klub ingin mengetahui banyak cairan yang ditampungnya.

Volume cairan dalam wadah adalah ....

A. 60 liter
B. 600 liter
C. 6 liter
D. 6.000 liter
E. 120 liter

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Seorang perajin di Tasikmalaya menganyam caping, topi lebar dari bambu, untuk dijual di toko suvenir. Caping berbentuk selimut kerucut tanpa alas dengan jari-jari dan tinggi seperti pada gambar. Seluruh selimut caping dibuat dari anyaman bambu. (Gunakan $\pi = 3{,}14$.)
Luas anyaman bambu untuk satu caping adalah ....



A. 1.808,64 cm^2
B. 527,52 cm^2
C. 3.692,64 cm^2
D. 942 cm^2
E. 1.884 cm^2

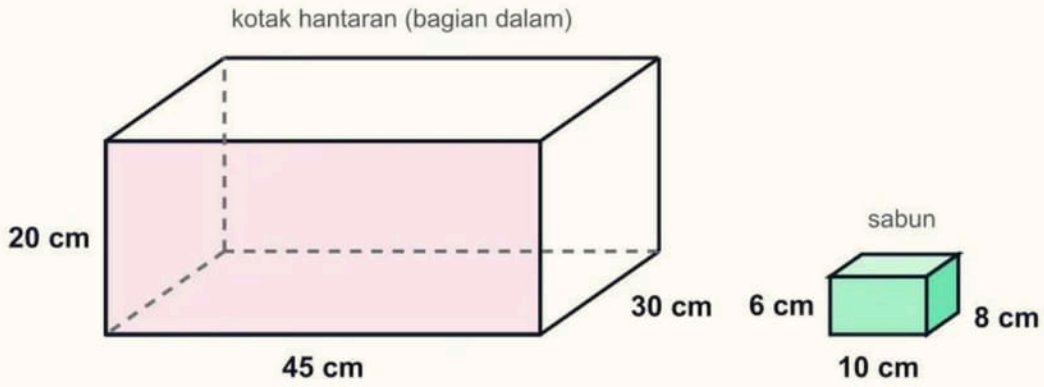
21. Sepasang penyangga buku (*book end*) dibuat dari kayu jati padat. Setiap penyangga berbentuk prisma tegak yang alasnya segitiga siku-siku dengan sisi siku-siku 6 cm dan 8 cm, sedangkan panjang prismanya 20 cm. Seluruh permukaan penyangga akan dipernis. Pernyataan yang benar tentang **satu** penyangga adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Volume kayunya 960 cm^3.
☐ B. Luas permukaan yang dipernis 480 cm^2.
☐ C. Volume kayunya 480 cm^3.
☐ D. Luas permukaan yang dipernis 528 cm^2.
☐ E. Luas sisi tegaknya yang terluas 200 cm^2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

22. Bu Lestari mengemas sabun batang berbentuk balok ke dalam kotak hantaran. Ukuran sabun dan ukuran bagian dalam kotak tertera pada gambar. Setiap sabun harus diletakkan dengan sisi 10 cm × 8 cm menghadap ke bawah (tidak boleh direbahkan), tetapi boleh diputar mendatar, dan semua sabun dalam kotak menghadap ke arah yang sama.
Data disusun untuk latihan soal.
Banyak sabun paling banyak yang dapat dimasukkan ke dalam satu kotak adalah ....

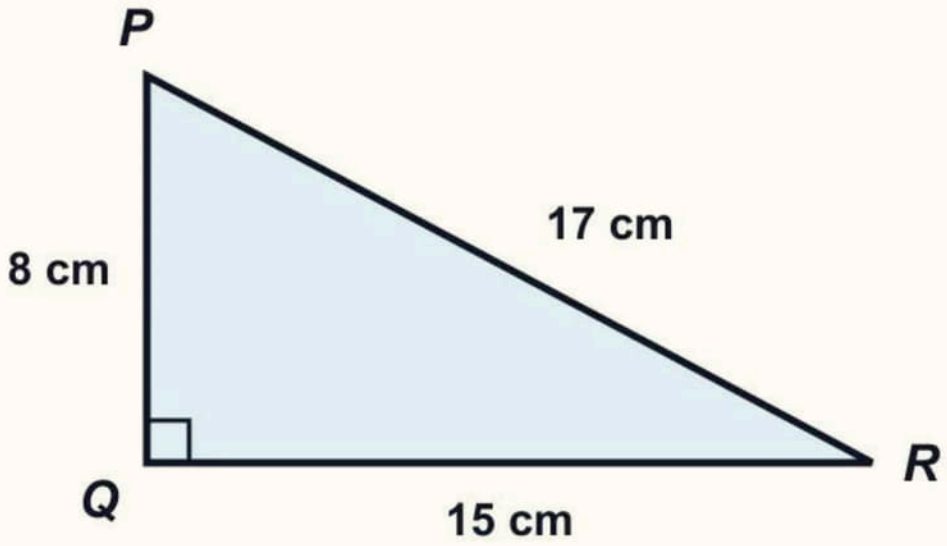


A. 36
B. 45
C. 56
D. 50
E. 60

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

23. Perhatikan segitiga siku-siku PQR pada gambar. Sudut siku-sikunya berada di titik Q, dan panjang ketiga sisinya dinyatakan dalam sentimeter. Sudut lancip di titik R ditulis $\angle R$. Nilai $\cos \angle R$ adalah ....



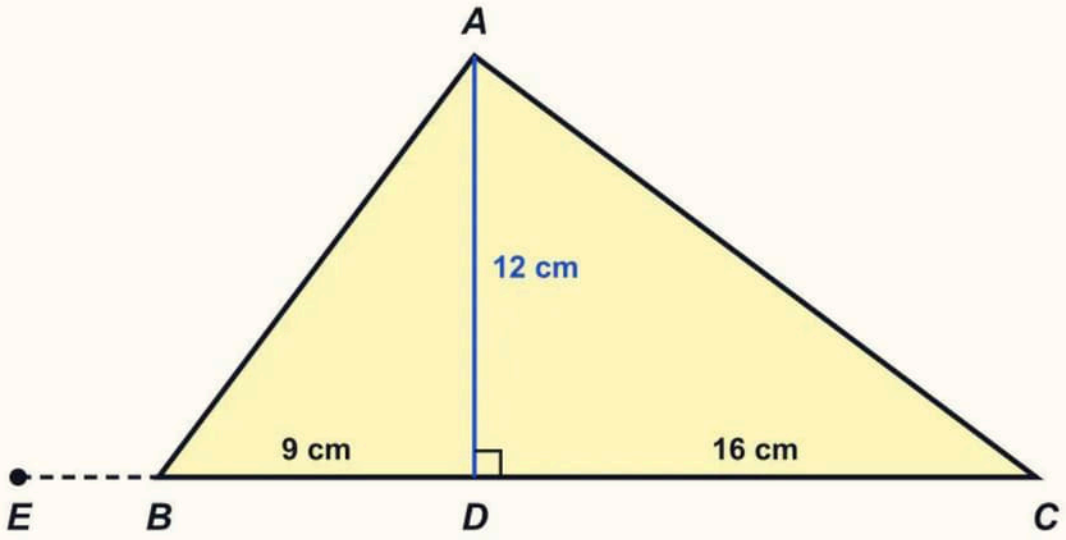
A. $\frac{8}{17}$
B. $\frac{8}{15}$
C. $\frac{15}{8}$
D. $\frac{15}{17}$
E. $\frac{17}{15}$

24. Seorang pengamat burung berada di puncak menara pandang di tepi hutan bakau. Matanya berada 18 m di atas tanah yang datar. Dari puncak menara, ia melihat sebuah sarang bangau di tanah dengan sudut depresi 30°. Tinggi badan pengamat sudah termasuk dalam ketinggian 18 m tersebut.
Jarak mendatar dari kaki menara ke sarang bangau adalah ....

A. $6\sqrt{3}$ m
B. 36 m
C. $18\sqrt{3}$ m
D. 9 m
E. $12\sqrt{3}$ m

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

25. Pada gambar, titik D terletak pada BC dengan AD tegak lurus BC, sedangkan titik E terletak pada perpanjangan CB (garis putus-putus). Panjang ruas BD, DC, dan AD tertera pada gambar, sedangkan panjang AB dan AC tidak dituliskan.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
$\sin \angle ABD = \frac{4}{5}$	○	○
$\tan \angle BAD = \frac{4}{3}$	○	○
$\cos \angle ABE = \frac{3}{5}$	○	○

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang	1, 2, 3, 4	___ / 4	Ulangi hlm. 140
Sub bab 3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan	5, 6, 7	___ / 3	Ulangi hlm. 156
Sub bab 3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang	8, 9, 10, 11	___ / 4	Ulangi hlm. 168
Sub bab 3.4 · Transformasi Geometri pada Titik	12, 13, 14	___ / 3	Ulangi hlm. 183
Sub bab 3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar	15, 16, 17, 18	___ / 4	Ulangi hlm. 196
Sub bab 3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang	19, 20, 21, 22	___ / 4	Ulangi hlm. 211
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri	23, 24, 25	___ / 3	Ulangi hlm. 226

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai TKA.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 4 · Data dan Peluang

MATW-B4

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- membaca dan menilai pernyataan dari tabel, diagram, dan grafik
- menghitung dan menafsirkan ukuran pemusatan dan penyebaran
- mencacah susunan dengan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi
- menghitung peluang kejadian tunggal, komplemen, dan majemuk

Peta bab

Sub bab	Judul
4.1	Membaca dan Menilai Penyajian Data
4.2	Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data
4.3	Kaidah Pencacahan
4.4	Peluang Kejadian



Bab 4 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-B4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data

MATW-4.1

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **penyajian data dalam bentuk diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran, grafik, tabel, dan bentuk visual**. Soal asli 2025 nomor 21 menampilkan grafik banyak lulusan tiga sekolah selama beberapa tahun, lalu meminta semua pernyataan yang **tepat** mendeskripsikan grafik itu. Soal semacam ini tidak meminta rumus rumit. Yang diuji adalah ketelitian membaca dan kemampuan menilai kata-kata seperti "selalu", "konsisten", "tetap", dan "menurun".

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan jenis-jenis data dan memilih penyajian yang cocok untuk tujuan tertentu;
- membaca nilai dari tabel, diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran, dan histogram;
- menghitung selisih, persentase, persentase perubahan, dan sudut sektor;
- menilai pernyataan tentang data (didukung, bertentangan, atau tidak dapat disimpulkan) dan mengenali grafik yang menyesatkan.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Setiap hari kita dibanjiri angka: hasil survei, laporan penjualan, jumlah pengunjung, nilai ulangan. Angka-angka yang dikumpulkan untuk menjawab sebuah pertanyaan disebut **data**. Data mentah sulit dipahami, maka ia disajikan dalam tabel atau diagram. Penyajian yang baik membuat pola terlihat dalam sekejap; penyajian yang buruk, atau yang dibaca dengan tergesa-gesa, dapat menyesatkan. Kemampuan membaca dan menilai penyajian data adalah bagian dari **literasi statistik** yang dibutuhkan setiap warga, misalnya saat membaca berita atau infografis di media sosial.

1. Jenis data dan tabel frekuensi

Data kualitatif (kategori) berupa label, misalnya warna favorit atau jenis ekstrakurikuler. **Data kuantitatif** berupa bilangan: **diskret** bila hasil membilang (banyak saudara, banyak pengunjung) dan **kontinu** bila hasil mengukur (tinggi badan, waktu tempuh). Data yang sedikit disajikan sebagai **data tunggal**; data yang banyak dan beragam sering dikelompokkan ke dalam **kelas-kelas** (data kelompok), misalnya tinggi 150–154 cm, 155–159 cm, dan seterusnya.

Tabel frekuensi mencatat berapa kali setiap nilai atau kelas muncul. Kolom **frekuensi relatif** (frekuensi dibagi total) menunjukkan bagiannya, dan kolom **frekuensi kumulatif** menjumlahkan frekuensi dari awal sampai baris itu. Tabel adalah penyajian yang paling

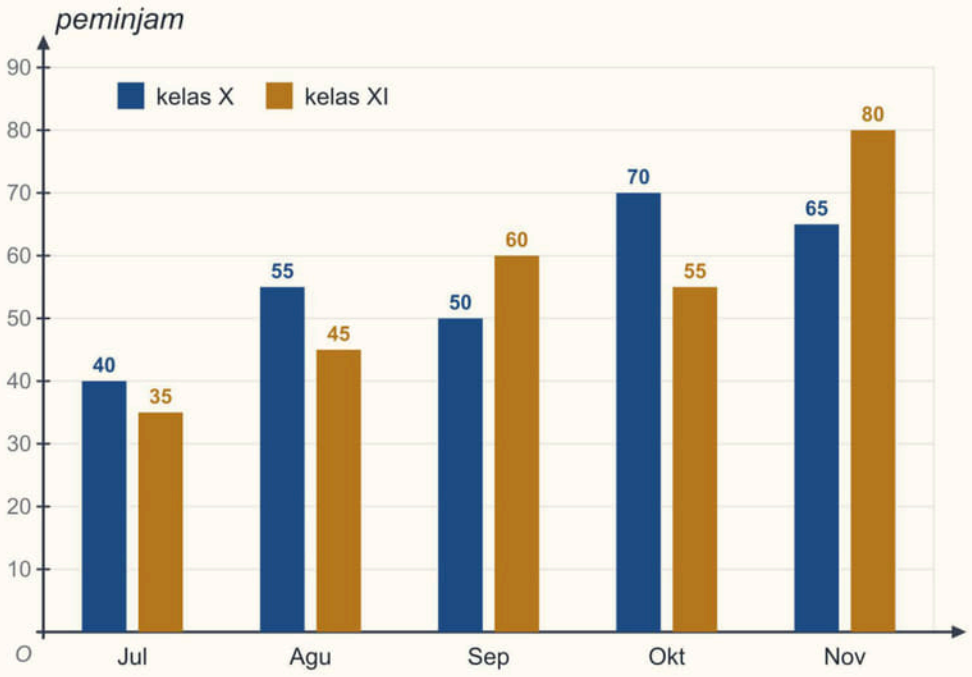
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tepat (semua angka terlihat), tetapi pola lebih cepat terlihat pada diagram.

2. Memilih diagram yang tepat

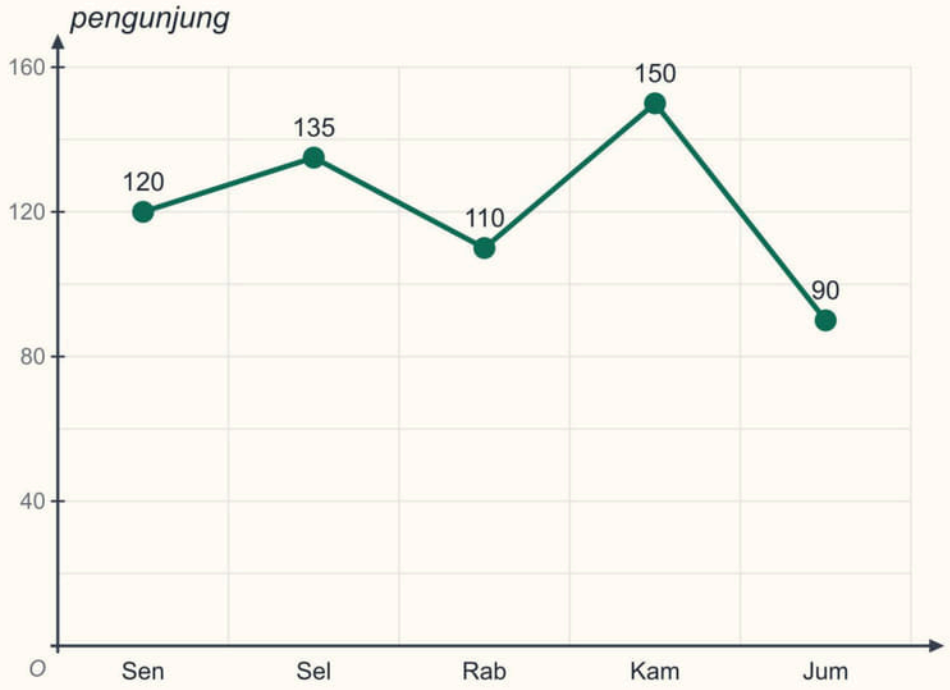
Setiap jenis diagram mempunyai tugas utamanya sendiri:

- **Diagram batang** membandingkan nilai antarkategori. Diagram batang **ganda** membandingkan dua kelompok sekaligus (Gambar 4.1).
- **Diagram garis** menunjukkan perubahan dari waktu ke waktu (tren). Kemiringan setiap ruas garis menunjukkan naik atau turun dan seberapa cepat (Gambar 4.2).
- **Diagram lingkaran** menunjukkan bagian dari keseluruhan (Gambar 4.3).
- **Histogram** menyajikan data kelompok: batang-batangnya berimpit karena datanya kontinu (Gambar 4.5).



Gambar 4.1 Diagram batang ganda banyak peminjam buku kelas X (biru) dan kelas XI (kuning). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia; data rekaan untuk contoh.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Data contoh (rekaan): pengunjung kantin sekolah, satu pekan Oktober 2026. Garis menunjukkan naik-turunnya.

Gambar 4.2 Diagram garis banyak pengunjung kantin selama satu pekan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia; data rekaan untuk contoh.

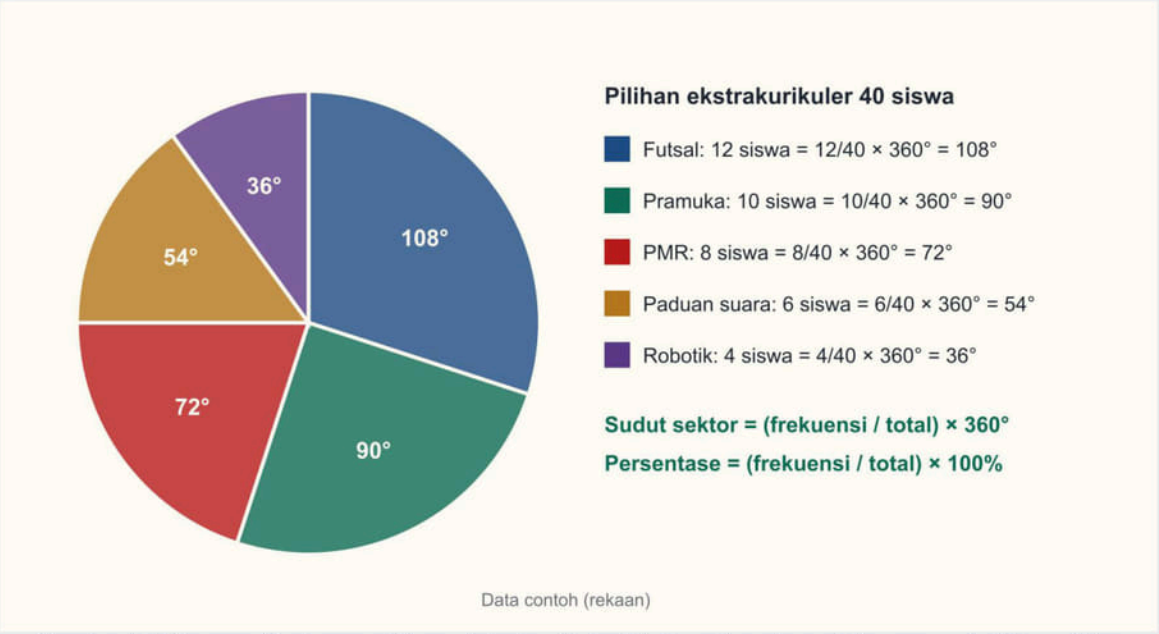
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Diagram lingkaran: bagian dari keseluruhan

Seluruh lingkaran mewakili seluruh data (100%, atau 360°). Bagian sebuah kategori sebanding dengan frekuensinya, sehingga

$$\text{sudut sektor} = \frac{\text{frekuensi}}{\text{total}} \times 360^\circ, \qquad \text{persentase} = \frac{\text{frekuensi}}{\text{total}} \times 100\%.$$

Pada Gambar 4.3, 12 dari 40 siswa memilih futsal, sehingga sektornya $\frac{12}{40} \times 360^\circ = 108^\circ$ atau 30%. Kebalikannya juga sering ditanyakan: bila sektor sebuah kategori 72° dan totalnya 40 siswa, banyak siswanya $\frac{72}{360} \times 40 = 8$.



Gambar 4.3 Diagram lingkaran pilihan ekstrakurikuler 40 siswa beserta perhitungan sudut tiap sektor. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia; data rekaan untuk contoh.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Selisih, persentase, dan persentase perubahan

Dua ukuran perubahan sering tertukar:

- **Selisih** (perubahan mutlak) = nilai akhir − nilai awal, bersatuan sama dengan datanya.
- **Persentase perubahan** $= \dfrac{\text{nilai akhir} - \text{nilai awal}}{\text{nilai awal}} \times 100\%$. Pembaginya **nilai awal**, karena perubahan dibandingkan dengan titik berangkatnya.

Selisih yang sama dapat berarti persentase yang sangat berbeda. Naik 10 dari 40 adalah naik 25%, sedangkan naik 10 dari 200 hanya naik 5%. Hati-hati juga dengan **poin persen**: bila persentase kehadiran naik dari 92% menjadi 97%, kenaikannya **5 poin persen**, tetapi persentase perubahannya $\frac{5}{92} \times 100\% \approx 5{,}4\%$.

Contoh terselesaikan 1: persentase perubahan dari diagram batang

Dari Gambar 4.1, tentukan (a) persentase kenaikan peminjam kelas XI dari Oktober ke November, dan (b) bulan ketika selisih peminjam kedua kelas paling besar.

1. (a) Kelas XI: Oktober 55, November 80. Selisih $80 - 55 = 25$.
2. Persentase kenaikan $= \frac{25}{55} \times 100\% \approx 45{,}5\%$. Pembaginya 55 (nilai awal), bukan 80.
3. (b) Selisih tiap bulan: Juli $|40 - 35| = 5$, Agustus 10, September 10, Oktober 15, November 15.
4. Selisih terbesar 15, terjadi pada **dua** bulan: Oktober (kelas X lebih banyak) dan November (kelas XI lebih banyak). Membaca hanya satu bulan akan memberi jawaban yang tidak lengkap.

Contoh terselesaikan 2: sudut sektor

Dalam sebuah survei terhadap 120 siswa, 45 siswa memilih bersepeda ke sekolah. (a) Berapa sudut sektornya? (b) Bila sektor "naik angkot" 84°, berapa siswa yang naik angkot?

1. (a) $\frac{45}{120} \times 360^\circ = 0{,}375 \times 360^\circ = 135^\circ$.
2. (b) $\frac{84}{360} \times 120 = 28$ siswa.
3. Cek kewajaran: 45 dari 120 sedikit kurang dari setengah, dan 135° memang sedikit kurang dari 180° ✓.

5. Grafik yang menyesatkan

Grafik dapat "benar angkanya" tetapi memberi kesan yang keliru. Cara yang paling sering adalah **sumbu tegak yang tidak dimulai dari nol** (Gambar 4.4). Dengan sumbu mulai dari 90, batang 97% tampak 3,5 kali lebih tinggi daripada batang 92%, padahal selisihnya hanya 5 poin. Cara lain: skala yang tidak sama jaraknya, tahun yang dilompati, atau gambar ikon yang diperbesar ke dua arah sehingga luasnya berlipat. Karena itu, selalu baca **angka pada sumbu**, bukan hanya tinggi batang atau kemiringan garis.

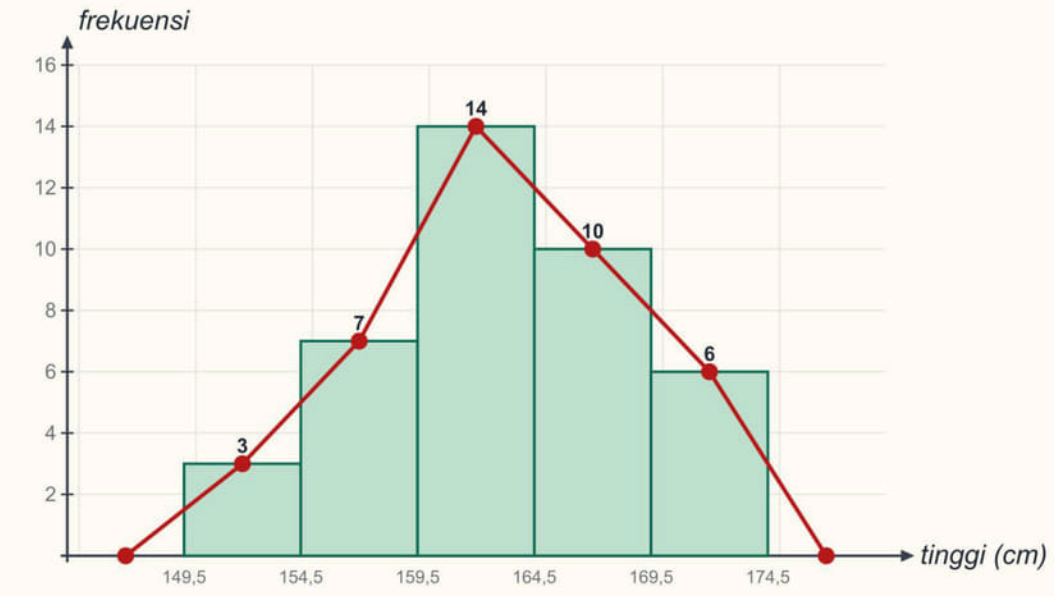
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.4 Data yang sama tampak sangat berbeda bila sumbu tegaknya dimulai dari 0 (kiri) atau dari 90 (kanan). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia; data rekaan untuk contoh.

6. Histogram dan poligon frekuensi

Data kelompok disajikan dengan **histogram**: batang-batang yang berimpit, karena data kontinu tidak mempunyai celah. Batas batang adalah **tepi kelas**, yaitu batas bawah kelas dikurangi 0,5 dan batas atas ditambah 0,5 (untuk data yang dicatat dalam bilangan bulat); misalnya kelas 155–159 mempunyai tepi 154,5 dan 159,5. **Poligon frekuensi** menghubungkan titik-titik tengah puncak batang (Gambar 4.5). Dari histogram, kita dapat membaca kelas dengan frekuensi terbanyak dan bentuk sebaran data (simetris atau condong ke satu sisi).



Gambar 4.5 Histogram tinggi badan 40 siswa dengan batas tepi kelas dan poligon frekuensinya. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia; data rekaan untuk contoh.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 4: membaca histogram

Dari Gambar 4.5, tentukan (a) banyak siswa yang tingginya kurang dari 160 cm, (b) persentase siswa yang tingginya paling sedikit 165 cm, dan (c) kelas dengan frekuensi terbanyak.

1. (a) "Kurang dari 160 cm" mencakup kelas 150–154 dan 155–159 (tepi atasnya 159,5): $3 + 7 = 10$ siswa. Ini sama dengan frekuensi kumulatif sampai kelas kedua.
2. (b) "Paling sedikit 165 cm" mencakup kelas 165–169 dan 170–174: $10 + 6 = 16$ siswa, yaitu $\frac{16}{40} \times 100\% = 40\%$.
3. (c) Batang tertinggi (14 siswa) ada di kelas 160–164 cm.
4. Cek: semua frekuensi dijumlahkan $3 + 7 + 14 + 10 + 6 = 40$ ✓. Perhatikan bahwa histogram tidak memberi tahu tinggi setiap siswa; misalnya, kita tidak dapat mengetahui berapa siswa yang tingginya tepat 162 cm.

7. Menilai pernyataan tentang data

Soal penyajian data sering meminta kita menilai pernyataan. Ada **tiga** kemungkinan, bukan dua:

- **Didukung** data: dapat dibuktikan dari angka yang tersaji.
- **Bertentangan** dengan data: ada angka yang menyangkalnya. Untuk pernyataan "selalu" atau "setiap", satu contoh penyangkal sudah cukup.
- **Tidak dapat disimpulkan**: data tidak memuat informasi yang dibutuhkan, misalnya pernyataan tentang **penyebab** ("karena perpustakaan direnovasi"), tentang tahun yang tidak ada di grafik, atau tentang individu.

Contoh terselesaikan 3: menilai tiga pernyataan dari diagram garis

Berdasarkan Gambar 4.2, nilailah: (1) "Pengunjung kantin selalu bertambah dari hari ke hari." (2) "Kenaikan terbesar terjadi dari Rabu ke Kamis." (3) "Pengunjung hari Jumat sedikit karena banyak siswa berpuasa."

1. (1) Data: 120, 135, 110, 150, 90. Dari Selasa ke Rabu turun (135 ke 110). Satu penyangkal cukup → **bertentangan**.
2. (2) Kenaikan: Senin–Selasa $+15$, Rabu–Kamis $+40$. Yang terbesar memang Rabu–Kamis → **didukung**. Pada grafik, ruas inilah yang paling curam naik.
3. (3) Grafik hanya memuat banyak pengunjung, tidak memuat alasannya. Pernyataan itu mungkin benar, tetapi → **tidak dapat disimpulkan** dari data.

Ringkasan

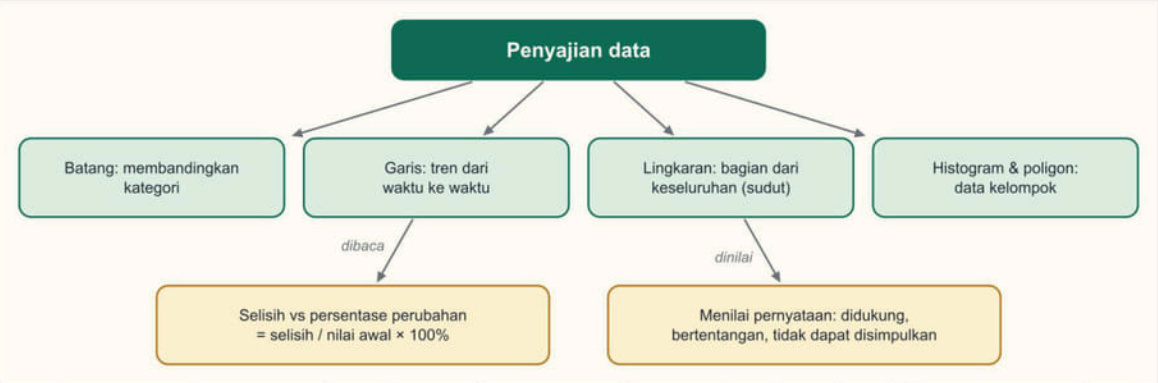
Pilih diagram sesuai tujuannya: batang untuk membandingkan kategori, garis untuk tren, lingkaran untuk bagian dari keseluruhan, histogram untuk data kelompok. Sudut sektor $= \frac{f}{\text{total}} \times 360^\circ$. Persentase perubahan dibagi nilai awal; bedakan selisih, poin persen, dan persen. Baca angka pada sumbu, bukan kesan gambar. Setiap pernyataan dinilai sebagai didukung, bertentangan, atau tidak dapat disimpulkan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 4.6):

- Persentase perubahan $= \frac{\text{akhir} - \text{awal}}{\text{awal}} \times 100\%$.
- "Selalu", "setiap", "konsisten" → periksa **semua** langkah; satu pengecualian menggugurkan.
- Pernyataan tentang sebab biasanya tidak dapat disimpulkan dari grafik.
- Tepi kelas: batas bawah $-0{,}5$, batas atas $+0{,}5$.



Gambar 4.6 Peta konsep membaca dan menilai penyajian data. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal penyajian data:

1. Baca judul, satuan, skala sumbu, dan legenda sebelum membaca angka.
2. Salin angka yang dibutuhkan ke kertas coret dalam bentuk tabel kecil.
3. Untuk setiap pernyataan, garis bawahi kata kunci ("selalu", "tetap", "lebih dari", "persen") dan rentang waktunya.
4. Uji setiap pernyataan dengan angka; satu contoh penyangkal cukup untuk menyatakan salah.
5. Pada PG kompleks, nilai **semua** pilihan.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Selisih dianggap persentase	naik 0,41 poin dianggap naik 0,41%	bedakan poin persentase dan persentase perubahan
Persentase dibagi nilai baru	$\frac{50}{300}$ untuk kenaikan dari 250	bagi dengan nilai **lama**
"Selalu naik"	tren umum naik, padahal ada satu tahun turun atau tetap	cek setiap langkah
Tinggi batang tanpa skala	membandingkan tinggi visual	baca angka dari sumbu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Persentase bagian	memilih kategori dengan jumlah terbesar, bukan persentase terbesar	hitung persen setiap kategori terhadap totalnya
Legenda tertukar	warna batang kelompok A dibaca sebagai kelompok B	cocokkan warna dengan legenda

BEDAH SOAL ASLI

Nomor 21 (grafik banyak lulusan tiga sekolah). Grafik menampilkan banyak lulusan tiga sekolah selama beberapa tahun. Kamu memilih semua pernyataan yang tepat tentang tren masing-masing sekolah. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: arti kata "selalu bertambah", "konsisten naik", "tetap sama", dan "menurun dibanding tahun sebelumnya", beserta rentang waktunya.
- Langkah: salin data setiap sekolah ke tabel kecil per tahun → untuk setiap pernyataan, tandai rentang tahun yang dimaksud → periksa setiap langkah pada rentang itu → nilai semua pilihan.
- Pengecoh yang dipasang: pernyataan yang benar untuk sebagian besar tahun tetapi gagal pada satu tahun, dan pernyataan yang cocok dengan kesan umum grafik, padahal ada satu data yang menyangkalnya.

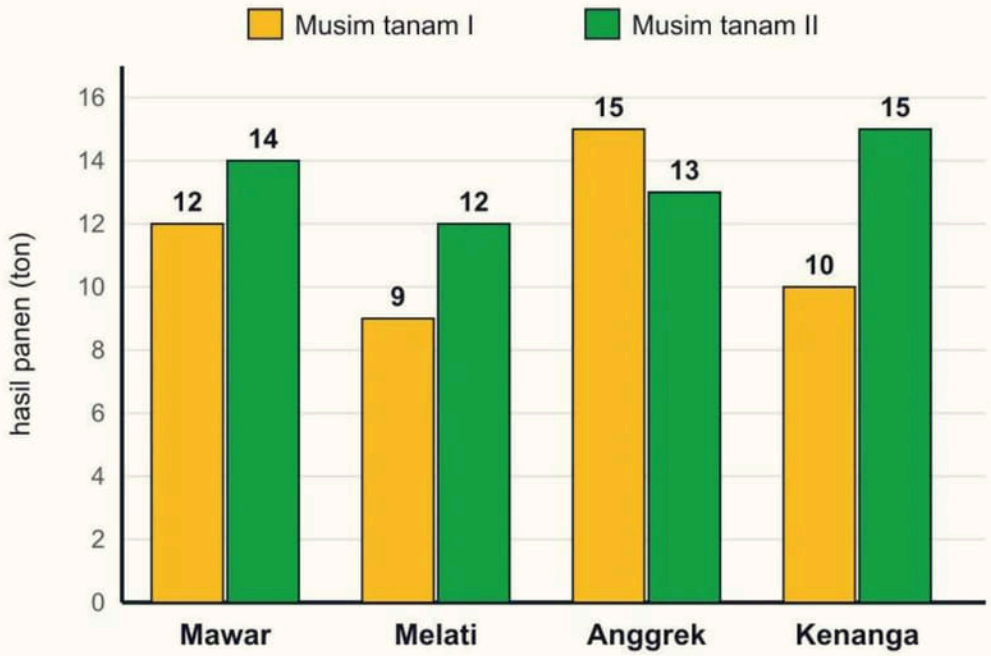
Rujukan: soal nomor 21 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menilai pernyataan dari diagram batang ganda. Perhatikan beda antara pernyataan yang didukung data dan pernyataan yang tidak dapat disimpulkan dari diagram.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Diagram batang berikut menunjukkan hasil panen padi empat kelompok tani di Desa Sidomulyo pada musim tanam I dan II tahun 2026.
Data disusun untuk latihan soal.
Pernyataan yang sesuai dengan diagram tersebut adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Semua kelompok tani mengalami kenaikan hasil panen dari musim I ke musim II.
☐ B. Kenaikan hasil panen terbesar dialami kelompok Kenanga.
☐ C. Total hasil panen musim II lebih banyak 8 ton daripada musim I.
☐ D. Hasil panen kelompok Melati pada musim II naik sepertiga dari musim I.
☐ E. Kelompok dengan hasil tertinggi pada musim I juga tertinggi pada musim II.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: B, C, D**

Konsep: baca nilai setiap batang, lalu hitung perubahan: selisih = musim II − musim I; perubahan relatif = selisih : nilai awal.

Langkah 1 – data. Musim I: 12, 9, 15, 10. Musim II: 14, 12, 13, 15 (Mawar, Melati, Anggrek, Kenanga).
Langkah 2 – selisih. Mawar $+2$, Melati $+3$, Anggrek -2, Kenanga $+5$.
Langkah 3 – periksa.
• A: Anggrek turun ✗.
• B: kenaikan terbesar $+5$ (Kenanga) ✓.
• C: total I $= 46$, total II $= 54$, selisih 8 ton ✓.
• D: Melati $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ✓.
• E: tertinggi musim I = Anggrek (15), tertinggi musim II = Kenanga (15) ✗.

Jawaban: B, C, D.

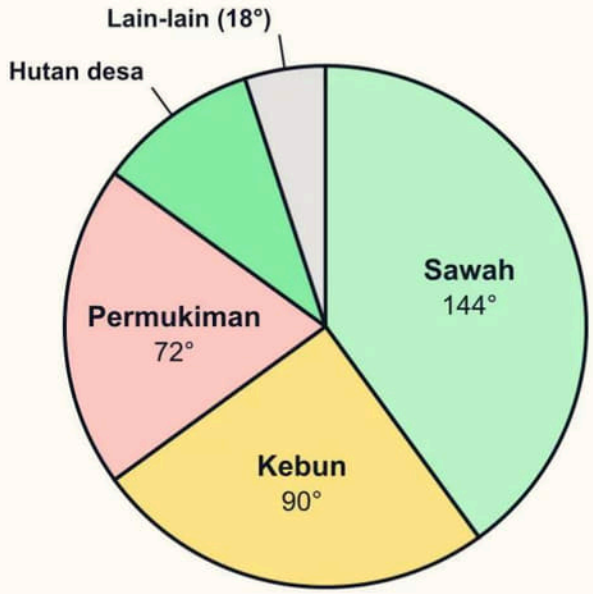
Jebakan: A tergoda karena sebagian besar batang hijau lebih tinggi. D sering dianggap salah karena siswa membagi selisih dengan nilai musim II ($\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$), padahal pembaginya nilai awal. E salah karena angka 15 muncul di kedua musim, tetapi milik kelompok berbeda.

✎ LATIHAN

Soal 1 menghitung luas dari sudut juring diagram lingkaran, dan soal 2 menilai pernyataan dari diagram batang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Diagram lingkaran berikut menunjukkan penggunaan lahan di Desa Wonosari pada tahun 2026. Besar sudut juring "Hutan desa" tidak dicantumkan. Luas sawah di desa itu 120 hektare.
Data disusun untuk latihan soal.
Luas hutan desa adalah .... hektare

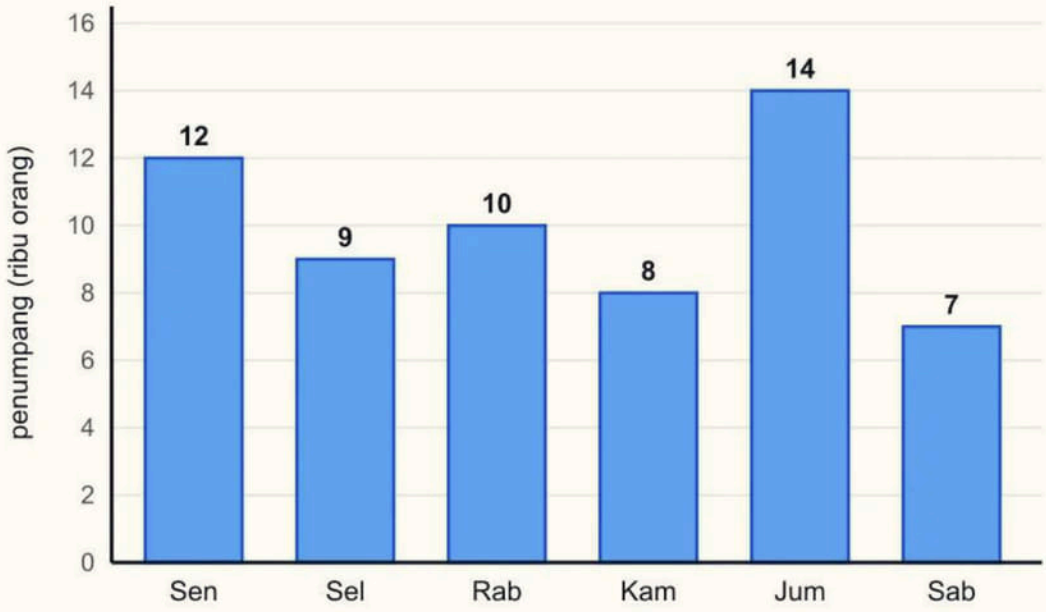


A. 30
B. 36
C. 45
D. 75
E. 300

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Diagram batang berikut menunjukkan banyak penumpang bus listrik rute Kota Lama–Terminal Baru setiap hari, Senin sampai Sabtu, pada satu minggu di bulan Mei 2027. Data disusun untuk latihan soal.
Pernyataan yang benar berdasarkan diagram tersebut adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Jumlah penumpang selama enam hari itu 60 ribu orang.
☐ B. Rata-rata banyak penumpang per hari selama enam hari itu adalah 12 ribu orang.
☐ C. Penumpang pada hari Jumat dua kali penumpang hari Sabtu.
☐ D. Penurunan terbesar dari satu hari ke hari berikutnya terjadi dari Jumat ke Sabtu.
☐ E. Ada 3 hari yang banyak penumpangnya di atas rata-rata enam hari tersebut.

Kunci singkat: 1. A 2. A, C, D

✔ PERIKSA DIRI

- Apa beda "naik 2 poin persentase" dan "naik 2%"? Berikan contohnya.
- Untuk menyatakan "selalu naik" salah, apa yang cukup kamu tunjukkan?
- Mengapa grafik dengan sumbu tegak yang dimulai dari angka besar dapat menyesatkan?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.
next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-4.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data

MATW-4.2

◎ APA YANG DIUJI

Kisi-kisi menyebut **ukuran pemusatan dan penyebaran data tunggal dan data kelompok**. Soal asli 2025 nomor 23 memberikan tabel pengunjung perpustakaan selama lima hari dengan dua nilai yang tidak diketahui, rata-ratanya, dan batas-batas nilainya. Kamu harus menilai pernyataan yang **pasti** benar atau **mungkin** benar. Soal ini tergolong prioritas karena menggabungkan rumus rata-rata dengan penalaran tentang kemungkinan.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan arti rata-rata, median, dan modus, lalu menghitungnya untuk data tunggal dan data kelompok;
- mencari data yang hilang dari rata-rata dan menghitung rata-rata gabungan;
- menghitung kuartil, jangkauan, jangkauan antarkuartil, simpangan rata-rata, ragam, dan simpangan baku, serta menjelaskan maknanya;
- memakai sifat ukuran data ketika semua data ditambah atau dikalikan.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

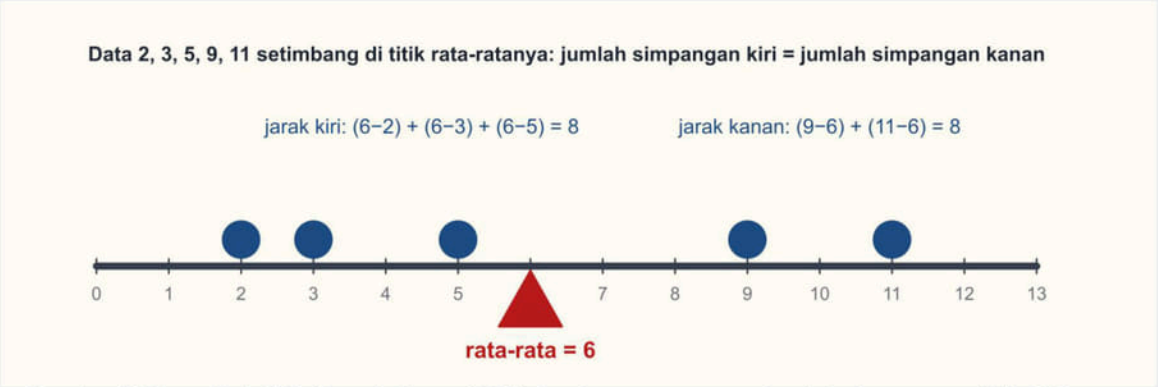
Ketika wali kelas mengatakan "rata-rata nilai kelas kita 78", satu angka itu mewakili tiga puluhan nilai siswa. Ukuran seperti ini disebut **ukuran pemusatan**: ia menunjukkan di mana "pusat" data. Namun satu angka pusat belum cukup. Dua kelas dapat sama-sama berrata-rata 78, tetapi di kelas pertama nilainya berkisar 75–80, sedangkan di kelas kedua dari 50 sampai 100. Perbedaan ini diukur oleh **ukuran penyebaran**. Keduanya dipakai bersama untuk menggambarkan data, misalnya dalam laporan hasil ujian, survei harga, atau pengendalian mutu di pabrik.

1. Rata-rata, median, dan modus

Rata-rata (mean) adalah jumlah semua data dibagi banyaknya: $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$.

Maknanya dapat dibayangkan sebagai **titik setimbang**: bila setiap data diletakkan sebagai beban yang sama pada sebuah papan, papan itu setimbang tepat di rata-ratanya. Jumlah jarak data di kiri rata-rata sama dengan jumlah jarak data di kanannya (Gambar 4.7).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.7 Data 2, 3, 5, 9, 11 setimbang di titik 6, yaitu rata-ratanya: jumlah simpangan di kiri (8) sama dengan jumlah simpangan di kanan (8). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Median adalah nilai tengah setelah data **diurutkan**. Bila banyak data n ganjil, median adalah data ke-$\frac{n+1}{2}$; bila genap, median adalah rata-rata dua data di tengah. **Modus** adalah nilai yang paling sering muncul; sebuah data boleh mempunyai lebih dari satu modus atau tidak mempunyai modus.

Ketiganya bereaksi berbeda terhadap **pencilan** (nilai yang jauh dari data lain). Pada data gaji 4, 4, 5, 5, 6, 30 (juta rupiah), rata-ratanya 9, padahal lima dari enam orang bergaji jauh di bawah 9. Mediannya 5, lebih mewakili. Karena itu, data yang memuat pencilan lebih tepat diwakili median.

Contoh terselesaikan 1: nilai yang hilang

Rata-rata lima kali ulangan Bima adalah 78. Empat nilai pertamanya 80, 72, 85, dan 70. Berapa nilai ulangan kelima?

1. Kunci rata-rata: **jumlah = rata-rata × banyak data**. Jumlah kelima nilai $= 78 \times 5 = 390$.
2. Jumlah empat nilai yang diketahui $= 80 + 72 + 85 + 70 = 307$.
3. Nilai kelima $= 390 - 307 = 83$.
4. Cek: $\frac{307+83}{5} = \frac{390}{5} = 78$ ✓.

Contoh terselesaikan 2: rata-rata gabungan

Kelas XI-A (30 siswa) mempunyai rata-rata nilai 76, dan kelas XI-B (20 siswa) mempunyai rata-rata 81. Berapa rata-rata gabungan kedua kelas?

1. Jumlah nilai XI-A $= 30 \times 76 = 2.280$; jumlah nilai XI-B $= 20 \times 81 = 1.620$.
2. Rata-rata gabungan $= \dfrac{2.280 + 1.620}{30 + 20} = \dfrac{3.900}{50} = 78$.
3. Jawaban bukan $\frac{76+81}{2} = 78{,}5$, karena kelas yang lebih besar mempunyai pengaruh lebih besar. Rata-rata gabungan selalu terletak di antara kedua rata-rata, lebih dekat ke kelompok yang lebih banyak ✓.

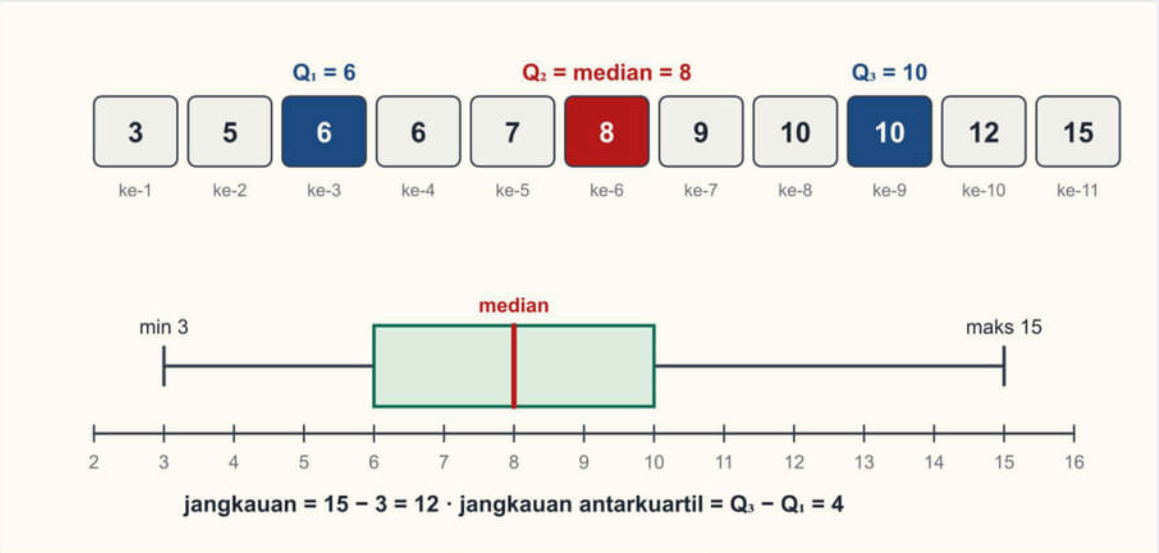
"Pasti" atau "mungkin"? Bila dua data tidak diketahui tetapi jumlahnya diketahui dari rata-rata, biasanya ada **lebih dari satu** pasangan nilai yang memenuhi. Misalnya dua data yang hilang berjumlah 18, dan setiap data bilangan cacah antara 5 dan 12. Pasangan yang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

mungkin: $(6, 12)$, $(7, 11)$, $(8, 10)$, $(9, 9)$, dan kebalikannya. Untuk kata **"pasti"**, periksa **semua** pasangan: pernyataan "sedikitnya satu data lebih dari 8" pasti benar, karena setiap pasangan memuat bilangan lebih dari 8; sebaliknya "salah satu data pasti 12" salah, karena pasangan $(7, 11)$ menyangkalnya. Untuk kata **"mungkin"**, cukup **satu** pasangan: "kedua data mungkin sama" benar, karena ada pasangan $(9, 9)$. Biasakan mendaftar semua kemungkinan dalam tabel kecil sebelum menilai pernyataan.

2. Kuartil dan diagram kotak garis

Median membagi data terurut menjadi dua bagian sama banyak. **Kuartil** membagi menjadi empat: Q_1 (kuartil bawah) adalah median setengah bagian bawah, Q_2 adalah median seluruh data, dan Q_3 (kuartil atas) adalah median setengah bagian atas (Gambar 4.8). Lima angka (minimum, Q_1, Q_2, Q_3, maksimum) dapat digambar sebagai **diagram kotak garis**: kotak memuat 50% data di tengah, dan garis tegak di dalam kotak menunjukkan median.



Gambar 4.8 Sebelas data terurut dengan $Q_1 = 6$, median 8, dan $Q_3 = 10$, beserta diagram kotak garisnya. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Data kelompok

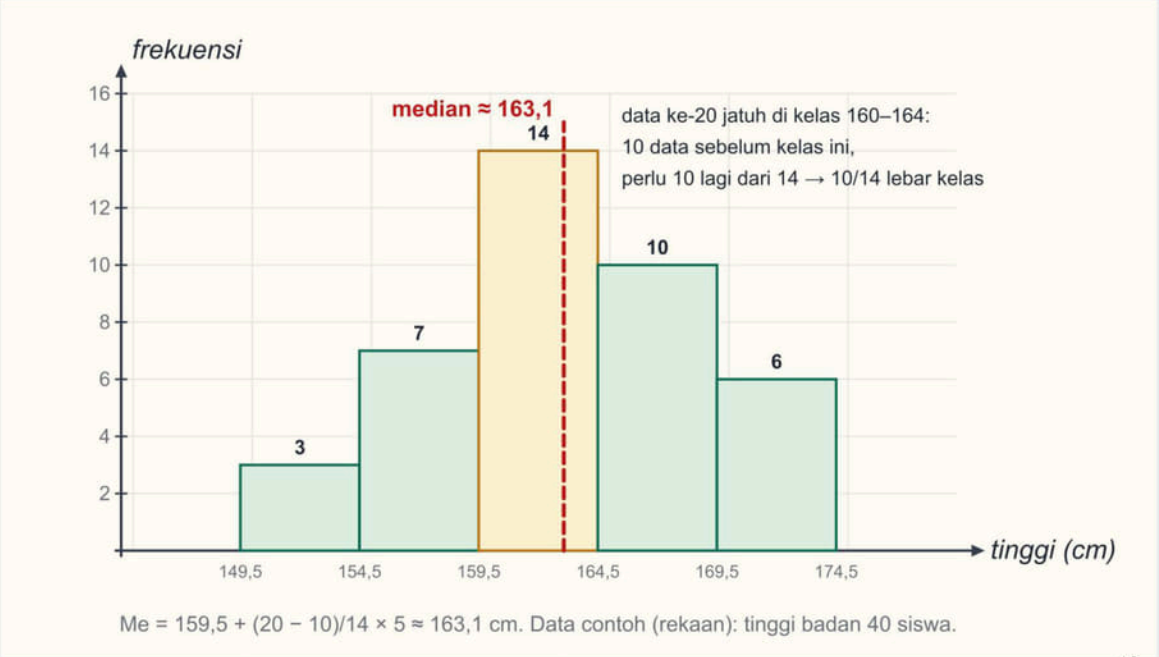
Bila data dikelompokkan, nilai setiap data tidak lagi diketahui. Kita memakai **titik tengah** kelas sebagai wakil setiap data di kelas itu:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i},$$

dengan f_i frekuensi dan x_i titik tengah kelas ke-i.

Median data kelompok dicari dengan **interpolasi**: data dianggap tersebar merata di dalam kelasnya. Misalkan median adalah data ke-$\frac{n}{2}$, jatuh di kelas dengan tepi bawah L, frekuensi f, dan panjang kelas p, sedangkan banyak data sebelum kelas itu (frekuensi kumulatif) F. Dari tepi bawah, kita masih perlu $\frac{n}{2} - F$ data dari f data di kelas itu, yaitu bagian $\frac{n/2 - F}{f}$ dari panjang kelas (Gambar 4.9). Maka

$$Me = L + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \times p.$$



Gambar 4.9 Data ke-20 dari 40 jatuh di kelas 160–164. Karena 10 data sudah terlewati, median terletak $\frac{10}{14}$ lebar kelas dari tepi bawah 159,5. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia; data rekaan untuk contoh.

Rumus kuartil sama bentuknya, dengan $\frac{n}{2}$ diganti $\frac{n}{4}$ (untuk Q_1) atau $\frac{3n}{4}$ (untuk Q_3).

Modus data kelompok terletak di kelas berfrekuensi terbesar dan bergeser ke arah kelas tetangga yang frekuensinya lebih besar: $Mo = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times p$, dengan d_1 dan d_2 selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelum dan sesudahnya.

Contoh terselesaikan 3: ukuran pemusatan data kelompok

Tabel tinggi badan 40 siswa: 150–154 (3 siswa), 155–159 (7), 160–164 (14), 165–169 (10), 170–174 (6). Tentukan rata-rata, median, dan modusnya.

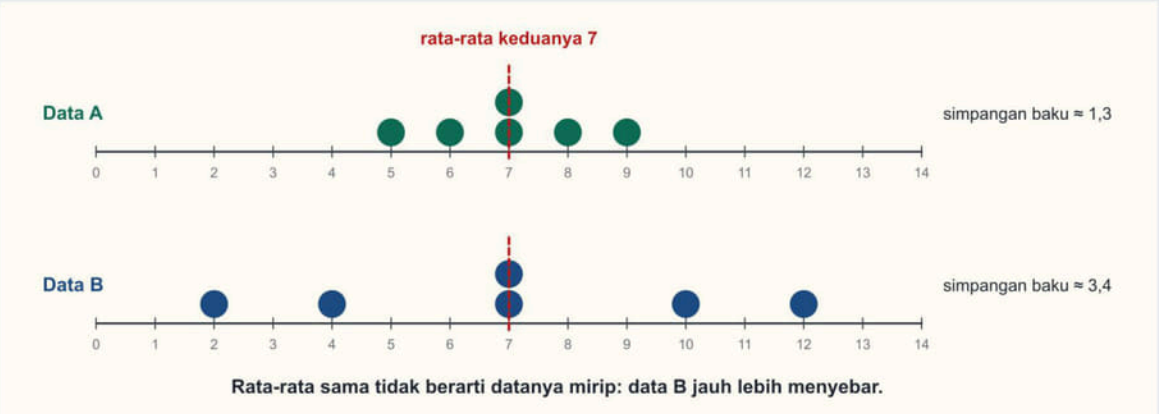
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Titik tengah: 152, 157, 162, 167, 172.
   $\sum fx = 456 + 1.099 + 2.268 + 1.670 + 1.032 = 6.525$, jadi $\bar{x} = \frac{6.525}{40} \approx 163{,}1$ cm.
2. Median: data ke-20. Frekuensi kumulatif sebelum kelas 160–164 adalah $3 + 7 = 10$, jadi $Me = 159{,}5 + \frac{20-10}{14} \times 5 \approx 163{,}1$ cm.
3. Modus: kelas 160–164 dengan $d_1 = 14 - 7 = 7$ dan $d_2 = 14 - 10 = 4$, jadi $Mo = 159{,}5 + \frac{7}{11} \times 5 \approx 162{,}7$ cm.
4. Cek kewajaran: ketiga ukuran berada di kelas 160–164 dan saling berdekatan, sesuai histogram yang hampir simetris ✓.

4. Ukuran penyebaran

Ukuran penyebaran menjawab pertanyaan "seberapa jauh data menyebar dari pusatnya?" (Gambar 4.10).

- **Jangkauan** = data terbesar − data terkecil. Mudah dihitung, tetapi sangat dipengaruhi pencilan.
- **Jangkauan antarkuartil** $= Q_3 - Q_1$: lebar 50% data di tengah, tidak terpengaruh pencilan.
- **Simpangan rata-rata** $= \dfrac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$: rata-rata jarak setiap data ke rata-rata. Tanda mutlak diperlukan karena tanpa itu jumlah simpangan selalu nol (ingat titik setimbang).
- **Ragam** (varians) $s^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ dan **simpangan baku** $s = \sqrt{s^2}$. Mengkuadratkan juga menghilangkan tanda negatif, dan memberi bobot lebih besar pada data yang jauh. Akar diambil agar satuannya kembali sama dengan satuan data.



Gambar 4.10 Data A dan data B sama-sama berrata-rata 7, tetapi data B jauh lebih menyebar sehingga simpangan bakunya lebih besar. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 4: simpangan rata-rata dan simpangan baku

Hitung simpangan rata-rata, ragam, dan simpangan baku data 4, 6, 7, 8, 10.

1. Rata-rata $= \frac{35}{5} = 7$.
2. Simpangan $x_i - \bar{x}$: $-3, -1, 0, 1, 3$ (jumlahnya 0, seperti seharusnya).
3. Simpangan rata-rata $= \frac{3+1+0+1+3}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$.
4. Ragam $= \frac{9+1+0+1+9}{5} = \frac{20}{5} = 4$, dan simpangan baku $= \sqrt{4} = 2$.

5. Bila semua data diubah

Bila **setiap** data ditambah bilangan c, seluruh data bergeser tanpa berubah jaraknya: rata-rata, median, modus, dan kuartil bertambah c, sedangkan jangkauan, simpangan, dan simpangan baku **tetap**. Bila setiap data dikalikan k (positif), semua ukuran pemusatan **dan** penyebaran ikut dikalikan k, sedangkan ragam dikalikan k^2.

Contoh terselesaikan 5: data diubah dua kali

Data 4, 6, 7, 8, 10 (rata-rata 7, simpangan baku 2) setiap datanya ditambah 5, lalu dikalikan 2. Tentukan rata-rata dan simpangan baku data baru tanpa menghitung ulang semua data.

1. Ditambah 5: rata-rata $7 + 5 = 12$; simpangan baku tetap 2.
2. Dikalikan 2: rata-rata $12 \times 2 = 24$; simpangan baku $2 \times 2 = 4$.
3. Cek langsung: data baru $(4 + 5) \times 2 = 18$, lalu 22, 24, 26, 30. Rata-ratanya $\frac{120}{5} = 24$ ✓, dan simpangannya $-6, -2, 0, 2, 6$, sehingga ragam $\frac{80}{5} = 16$ dan simpangan baku 4 ✓.

Ringkasan

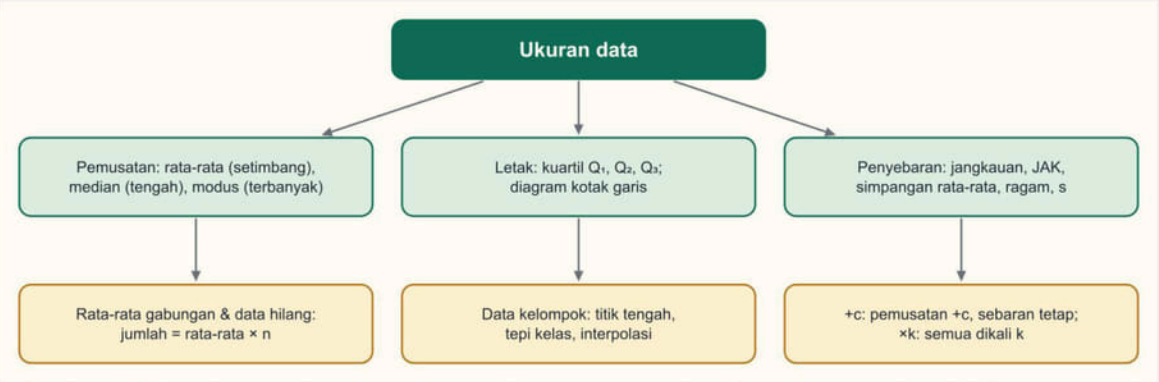
Rata-rata adalah titik setimbang data; jumlah = rata-rata × banyak data adalah kunci soal data hilang dan rata-rata gabungan. Median dan kuartil membagi data terurut; median lebih tahan terhadap pencilan. Data kelompok memakai titik tengah dan interpolasi di dalam kelas. Penyebaran diukur dengan jangkauan, jangkauan antarkuartil, simpangan rata-rata, ragam, dan simpangan baku. Menambah konstanta menggeser pusat tanpa mengubah sebaran; mengalikan mengubah keduanya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 4.11):

- Urutkan data sebelum mencari median dan kuartil.
- Rata-rata gabungan $= \frac{n_1\bar{x}_1+n_2\bar{x}_2}{n_1+n_2}$, bukan rata-rata biasa kedua rata-rata.
- Data kelompok memakai tepi kelas (L) dan frekuensi kumulatif sebelum kelas (F).
- $+c$: pusat bergeser, sebaran tetap; $\times k$: semuanya dikali k (ragam k^2).



Gambar 4.11 Peta konsep ukuran pemusatan dan penyebaran data. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal statistika:

1. Urutkan data tunggal sebelum mencari median atau kuartil.
2. Untuk rata-rata, ubah ke jumlah; untuk data kelompok, buat kolom titik tengah dan frekuensi kumulatif.
3. Tulis tepi bawah dengan benar (batas bawah $-0{,}5$ untuk data bilangan bulat).
4. Pada soal "pasti/mungkin", daftarkan semua kemungkinan nilai yang memenuhi syarat.
5. Cek kewajaran: median dan rata-rata harus berada di antara data terkecil dan terbesar.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Median tanpa mengurutkan	mengambil data di tengah tabel	urutkan dulu
Rata-rata gabungan	merata-ratakan dua rata-rata	timbang dengan banyak data
Tepi bawah	memakai 61 untuk kelas 61–70	tepi bawah 60,5
Varians dengan $n-1$	membagi dengan 4 untuk 5 data	TKA memakai pembagi n
Simpangan baku ditambah	data $+3$ dianggap simpangan baku $+3$	penyebaran tidak berubah oleh pergeseran
"Pasti" dan "mungkin" tertukar	satu contoh dianggap membuktikan "pasti"	"pasti" harus berlaku untuk semua kemungkinan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• BEDAH SOAL ASLI

Nomor 23 (pengunjung perpustakaan dengan nilai tak diketahui). Tabel lima hari memuat dua nilai yang tidak diketahui. Diketahui rata-rata pengunjung per hari, batas paling sedikit dan paling banyak pengunjung, serta keterangan tambahan. Kamu menilai tiga pernyataan yang memakai kata "pasti" dan "mungkin". Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: jumlah = rata-rata × banyak hari, lalu daftar semua pasangan nilai yang memenuhi syarat.
- Langkah: hitung jumlah kedua nilai yang tidak diketahui → terapkan batas dan keterangan tambahan untuk mendaftar pasangan yang mungkin → untuk "pasti", cek semua pasangan; untuk "mungkin", cari satu pasangan.
- Pengecoh yang dipasang: pernyataan yang benar untuk sebagian pasangan tetapi memakai kata "pasti".

Rujukan: soal nomor 23 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut meniru pola soal asli tentang data yang hilang: dua nilai belum diketahui, tetapi rata-ratanya diketahui. Perhatikan beda pernyataan "pasti" dan "mungkin".

►. Tabel berikut memuat skor Dina pada enam seri latihan panahan. Skor setiap seri berupa bilangan bulat dari 0 sampai 10. Skor seri ke-3 dan ke-5 terhapus dan ditulis p dan q dengan $p \leq q$.

Seri	1	2	3	4	5	6
Skor	7	9	p	10	q	6

Rata-rata keenam skor itu 8.
Data disusun untuk latihan soal.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Median keenam skor pasti 8.	○	○
Jika keenam skor hanya mempunyai satu modus, maka $p = 8$.	○	○
Keenam skor itu pasti hanya mempunyai satu modus.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: 1B 2B 3S**

Konsep: rata-rata memberi jumlah semua skor. Daftar SEMUA pasangan (p, q) yang mungkin, lalu periksa setiap pernyataan pada semua kemungkinan ("pasti" = benar untuk semua kemungkinan).

Langkah 1. Jumlah skor $= 6 \times 8 = 48$, sehingga $7 + 9 + 10 + 6 + p + q = 48 \rightarrow p + q = 16$.
Langkah 2. Dengan $p \leq q \leq 10$: $(p, q) = (6, 10)$, $(7, 9)$, atau $(8, 8)$.
• $(6, 10)$: urutan $6, 6, 7, 9, 10, 10 \rightarrow$ median $\frac{7+9}{2} = 8$; modus 6 dan 10.
• $(7, 9)$: urutan $6, 7, 7, 9, 9, 10 \rightarrow$ median 8; modus 7 dan 9.
• $(8, 8)$: urutan $6, 7, 8, 8, 9, 10 \rightarrow$ median 8; modus 8 saja.

Pernyataan 1. Median selalu 8 → **Benar**.
Pernyataan 2. Hanya $(8, 8)$ yang bermodus tunggal, jadi $p = 8 \rightarrow$ **Benar**.
Pernyataan 3. Dua kemungkinan mempunyai dua modus → tidak pasti → **Salah**.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: siswa yang hanya mencoba satu pasangan (misalnya $p = q = 8$) akan menganggap pernyataan 3 benar. Pada pernyataan 1, siswa sering lupa mengurutkan data sebelum mencari median.

✎ LATIHAN

Soal 1 mencari nilai yang hilang dari rata-rata lalu menentukan median, dan soal 2 membaca ukuran pemusatan dari diagram titik.

1. Tabel berikut menunjukkan berat ikan hasil tangkapan enam perahu nelayan di Desa Pantai Indah pada suatu hari. Berat tangkapan perahu C belum tercatat, tetapi rata-rata tangkapan keenam perahu itu 50 kg.

Perahu	A	B	C	D	E	F
Berat (kg)	42	55	x	38	63	48

Data disusun untuk latihan soal.

Median berat tangkapan keenam perahu tersebut adalah ....

A. 46 kg
B. 48 kg
C. 50 kg
D. 51 kg
E. 54 kg

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Diagram titik berikut menunjukkan hasil tangkapan cumi Pak Laode selama 10 hari melaut.
Setiap titik mewakili satu hari.
Data disusun untuk latihan soal.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Modus data tersebut 14 kg.
☐ B. Rata-rata data tersebut 14 kg, sama dengan mediannya.
☐ C. Median data tersebut 14 kg.
☐ D. Bila hari dengan tangkapan 20 kg tidak dihitung, rata-rata sembilan hari lainnya 14 kg.
☐ E. Jangkauan data tersebut 4 kg, yaitu dari 12 kg sampai 16 kg.

Kunci singkat: 1. D 2. A, C, D

✔ PERIKSA DIRI

- Mengapa rata-rata gabungan dua kelas tidak sama dengan rata-rata kedua rata-rata kelas?
- Bila semua data dikali 2 lalu ditambah 5, apa yang terjadi pada rata-rata, simpangan baku, dan varians?
- Apa beda pernyataan "pasti benar" dan "mungkin benar" pada soal data dengan nilai tak diketahui?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-4.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.3 · Kaidah Pencacahan

MATW-4.3

◎ APA YANG DIUJI

Contoh soal resmi Pusmendik dan soal asli 2025 nomor 22 menguji **aturan pencacahan**: menghitung banyak susunan atau pilihan tanpa mendaftar satu per satu. Soal asli itu menanyakan banyak susunan beberapa stan bazar berjajar bila sebuah stan harus berada pada posisi tertentu terhadap dua stan lain. Kunci keberhasilan sub bab ini adalah menjawab satu pertanyaan sebelum menghitung: **apakah urutan penting?**

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan aturan penjumlahan dan aturan perkalian dengan diagram pohon dan kotak isian;
- menurunkan rumus permutasi dan kombinasi, lalu memilih yang tepat berdasarkan pentingnya urutan;
- menghitung susunan dengan syarat: berdampingan, posisi tertentu, unsur yang sama, dan susunan melingkar;
- menghitung banyak lintasan terpendek pada jalan berpetak.

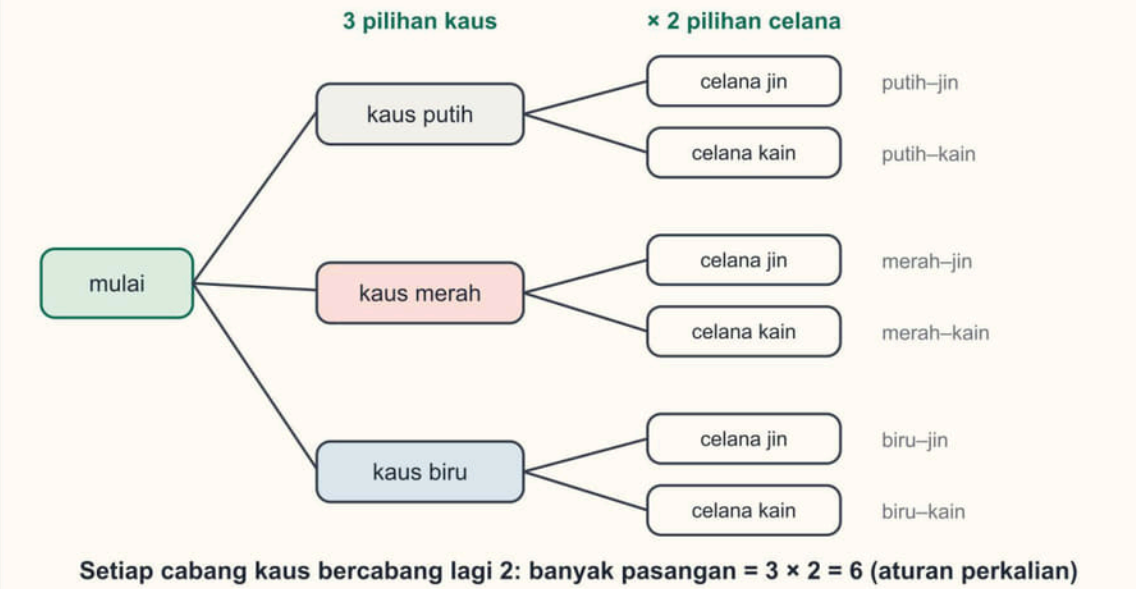
◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

Berapa banyak kombinasi kaus dan celana yang dapat kamu kenakan seminggu? Berapa banyak PIN empat angka yang mungkin? Berapa banyak cara memilih tiga orang dari sekelas untuk menjadi panitia? Mendaftar satu per satu melelahkan dan mudah terlewat. **Kaidah pencacahan** adalah cara menghitung banyaknya kemungkinan tanpa mendaftarnya. Kaidah ini juga menjadi dasar peluang (sub bab 4.4), karena peluang memerlukan banyaknya kejadian dan banyaknya seluruh kemungkinan.

1. Aturan perkalian dan aturan penjumlahan

Aturan perkalian. Bila sebuah pekerjaan terdiri atas beberapa **langkah berurutan**, langkah pertama dapat dilakukan dengan m cara dan untuk setiap cara itu langkah kedua dapat dilakukan dengan n cara, maka seluruh pekerjaan dapat dilakukan dengan $m \times n$ cara. Diagram pohon pada Gambar 4.12 menunjukkan alasannya: setiap cabang pertama bercabang lagi sebanyak pilihan kedua.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.12 Tiga pilihan kaus, masing-masing dengan dua pilihan celana, menghasilkan $3 \times 2 = 6$ pasangan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Aturan penjumlahan. Bila pilihan-pilihan berasal dari kelompok yang **terpisah** dan hanya satu yang diambil ("ini **atau** itu"), banyak caranya dijumlahkan. Misalnya ke sekolah dapat naik salah satu dari 3 rute angkot atau salah satu dari 2 rute bus: $3 + 2 = 5$ cara. Pegangannya: "dan" (berurutan) → kalikan; "atau" (terpisah) → jumlahkan.

Kotak isian. Untuk menyusun sesuatu, gambarlah satu kotak untuk setiap posisi, isi dengan banyak pilihan untuk posisi itu, lalu kalikan. Isilah lebih dulu kotak yang syaratnya **paling ketat** (Gambar 4.13).



Gambar 4.13 Kode tiga angka berbeda yang angka pertamanya bukan 0: kotak pertama 9 pilihan (1–9), kotak kedua 9 pilihan (termasuk 0), kotak ketiga 8 pilihan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 1: kode tiga angka

Berapa banyak kode tiga angka yang dapat dibuat dari angka 0–9 bila angka pertama bukan 0 dan semua angka berbeda? Berapa yang ganjil?

1. Seluruhnya (Gambar 4.13): kotak pertama 9 pilihan, kotak kedua 9 (sembilan angka tersisa, 0 kini boleh), kotak ketiga 8. Jadi $9 \times 9 \times 8 = 648$ kode.
2. Yang ganjil: syarat paling ketat ada di angka **terakhir** (1, 3, 5, 7, 9), jadi isi kotak itu lebih dulu: 5 pilihan.
3. Angka pertama: bukan 0 dan bukan angka terakhir, $10 - 2 = 8$ pilihan. Angka tengah: sisa $10 - 2 = 8$ pilihan (0 boleh).
4. Jawaban: $8 \times 8 \times 5 = 320$ kode ganjil. Bila kotak pertama diisi lebih dulu, kita akan bingung apakah angka yang dipakai ganjil atau genap, dan hitungan menjadi salah.

2. Faktorial dan permutasi

Banyak cara menyusun n benda berbeda dalam satu baris adalah $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$, ditulis $n!$ (dibaca "n faktorial"), karena posisi pertama mempunyai n pilihan, posisi kedua $n-1$, dan seterusnya. Disepakati $0! = 1$.

Permutasi adalah susunan **berurutan** r benda yang diambil dari n benda berbeda. Dengan kotak isian ada r kotak: $n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1)$. Bentuk ringkasnya

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!},$$

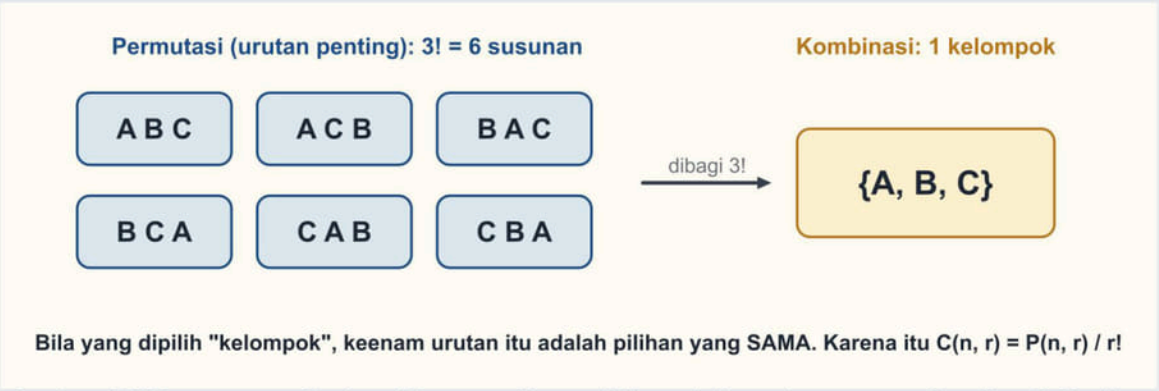
karena faktor-faktor dari $(n-r)$ ke bawah tercoret. Contohnya, memilih ketua, sekretaris, dan bendahara (tiga jabatan berbeda) dari 8 orang: $P(8, 3) = 8 \times 7 \times 6 = 336$ cara.

3. Kombinasi

Bila yang dipilih hanya **kelompok**, tanpa jabatan atau urutan, setiap kelompok r orang terhitung $r!$ kali di dalam permutasi (Gambar 4.14): susunan ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, dan CBA semuanya kelompok $\{A, B, C\}$ yang sama. Maka banyak kelompoknya adalah permutasi dibagi $r!$:

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.14 Enam urutan tiga huruf (permutasi) mewakili satu kelompok yang sama (kombinasi). Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Memilih tiga panitia (tanpa jabatan) dari 8 orang: $C(8,3) = \frac{336}{3!} = 56$ cara. Pertanyaan penentunya selalu sama: **bila dua orang yang terpilih ditukar, apakah hasilnya berbeda?** Bila ya (jabatan berbeda, urutan antrean, kode), pakai permutasi; bila tidak (tim, panitia, kelompok soal yang dikerjakan), pakai kombinasi.

Contoh terselesaikan 2: jabatan dan panitia

Dari 10 anggota OSIS akan dipilih (a) ketua dan wakil ketua, (b) 4 orang untuk menjadi panitia lomba, (c) 4 panitia yang harus memuat Rina.

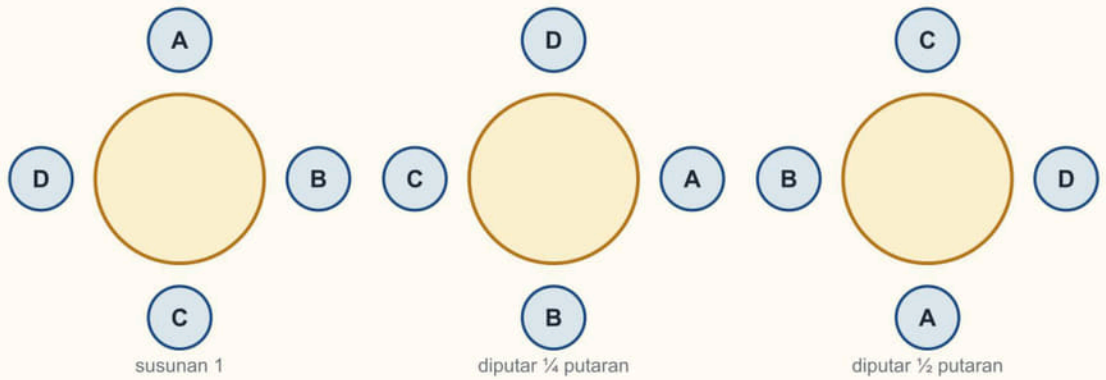
1. (a) Ketua dan wakil berbeda jabatan, urutan penting: $P(10,2) = 10 \times 9 = 90$ cara.
2. (b) Panitia tanpa jabatan: $C(10,4) = \dfrac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$ cara.
3. (c) Rina sudah pasti masuk, tinggal memilih 3 orang dari 9 anggota lain: $C(9,3) = \dfrac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$ cara.
4. Cek kewajaran (c): panitia yang memuat Rina adalah sebagian dari seluruh 210 panitia, dan perbandingannya $\frac{84}{210} = \frac{4}{10}$, sesuai peluang Rina terpilih bila 4 dari 10 dipilih acak ✓.

4. Susunan dengan syarat

- **Harus berdampingan**: anggap unsur-unsur yang berdampingan sebagai **satu blok**, susun blok bersama unsur lain, lalu kalikan dengan banyak susunan di dalam blok.
- **Tidak boleh berdampingan**: hitung semua susunan dikurangi susunan yang berdampingan (komplemen).
- **Posisi tetap**: isi posisi itu lebih dulu, lalu susun sisanya.
- **Unsur yang sama**: menyusun huruf-huruf MAMA tidak menghasilkan $4!$ susunan berbeda, karena menukar dua M tidak terlihat. Banyaknya $\dfrac{4!}{2!\,2!} = 6$. Secara umum $\dfrac{n!}{a!\,b!\cdots}$ untuk unsur-unsur yang muncul $a, b, \ldots$ kali.
- **Melingkar**: susunan di meja bundar yang hanya diputar dianggap sama, karena setiap orang tetap bertetangga dengan orang yang sama (Gambar 4.15). Kunci posisi satu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

orang, lalu susun sisanya: $(n-1)!$.



Gambar 4.15 Memutar meja bundar tidak mengubah susunan duduk, sehingga banyak susunan melingkar n orang adalah $(n-1)!$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 3: foto berjajar

Enam sahabat, termasuk Ani dan Budi, berfoto berjajar. Berapa banyak susunan bila (a) Ani dan Budi harus berdampingan, (b) Ani dan Budi tidak boleh berdampingan?

1. (a) Satukan Ani dan Budi menjadi satu blok. Kini ada 5 "unsur" (blok + 4 orang): $5! = 120$ susunan.
2. Di dalam blok, Ani–Budi atau Budi–Ani: $2! = 2$. Jadi $120 \times 2 = 240$ susunan.
3. (b) Semua susunan tanpa syarat: $6! = 720$. Yang tidak berdampingan $= 720 - 240 = 480$.
4. Cek kewajaran: $\frac{240}{720} = \frac{1}{3}$ dari semua foto menempatkan mereka berdampingan; untuk enam orang, ini masuk akal ✓.

Contoh terselesaikan 4: makan malam melingkar

Enam anggota keluarga duduk mengelilingi meja bundar. Berapa susunan duduk yang berbeda? Berapa bila ayah dan ibu harus berdampingan?

1. Melingkar: $(6-1)! = 5! = 120$ susunan.
2. Ayah dan ibu sebagai satu blok: kini 5 unsur melingkar, $(5-1)! = 24$, dikali 2 susunan di dalam blok: 48 susunan.

5. Lintasan terpendek pada jalan berpetak

Untuk bergerak dari pojok P ke pojok Q pada jalan berpetak yang berjarak 4 petak ke kanan dan 3 petak ke atas, setiap lintasan **terpendek** terdiri atas tepat 4 langkah ke kanan (K) dan 3 langkah ke atas (A) dalam suatu urutan (Gambar 4.16). Jadi banyak lintasan sama dengan banyak cara memilih 3 posisi untuk "A" dari 7 langkah: $C(7,3) = 35$. Bila lintasan harus melalui titik tertentu, hitung lintasan ke titik itu dan dari titik itu, lalu kalikan (aturan perkalian).



Gambar 4.16 Setiap lintasan terpendek dari P ke Q adalah susunan 4 langkah K dan 3 langkah A, sehingga ada $C(7,3) = 35$ lintasan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 5: lintasan dengan titik wajib

Pada jalan berpetak Gambar 4.16, seorang kurir harus mampir ke titik R yang terletak 2 petak ke kanan dan 1 petak ke atas dari P. Berapa banyak lintasan terpendek dari P ke Q melalui R?

1. Dari P ke R: 2 langkah K dan 1 langkah A, jadi $C(3,1) = 3$ lintasan.
2. Dari R ke Q: sisa $4-2=2$ langkah K dan $3-1=2$ langkah A, jadi $C(4,2) = 6$ lintasan.
3. Setiap lintasan bagian pertama dapat disambung dengan setiap lintasan bagian kedua (aturan perkalian): $3 \times 6 = 18$ lintasan.
4. Cek kewajaran: 18 lebih sedikit daripada seluruh 35 lintasan, karena syarat mampir mengurangi pilihan ✓. Lintasan merah pada Gambar 4.16 juga melalui R.

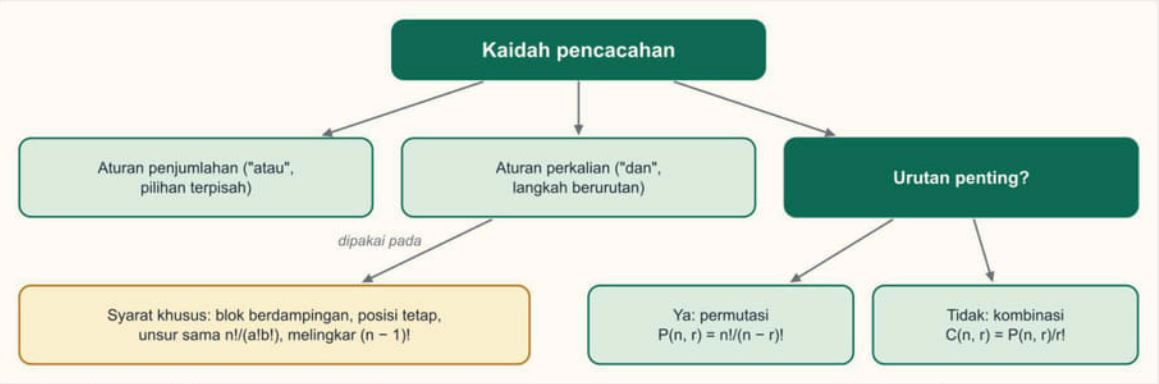
Ringkasan

Langkah berurutan dikalikan, pilihan terpisah dijumlahkan; isi kotak yang syaratnya paling ketat lebih dulu. $n!$ menyusun n benda; $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ bila urutan penting; $C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!}$ bila hanya kelompok, karena setiap kelompok terhitung $r!$ kali. Syarat berdampingan diselesaikan dengan blok, tidak berdampingan dengan komplemen, unsur sama dengan membagi faktorial, dan melingkar dengan $(n-1)!$.

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 4.17):

- Tanyakan: "bila dua yang terpilih ditukar, apakah hasilnya berbeda?"
- Blok berdampingan: susun blok, lalu kalikan susunan di dalam blok.
- Melingkar: $(n-1)!$; unsur sama: $\frac{n!}{a!\,b!}$.
- Lintasan petak m ke kanan dan n ke atas: $C(m+n, n)$.



Gambar 4.17 Peta konsep kaidah pencacahan. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal pencacahan:

1. Tentukan: urutan penting atau tidak? Ada syarat apa saja?
2. Pilih teknik: perkalian bertahap, permutasi, kombinasi, blok, atau komplemen.
3. Kerjakan syarat yang paling membatasi lebih dulu.
4. Untuk kasus bercabang, pisahkan kasus lalu jumlahkan.
5. Cek dengan contoh kecil (misalnya 3 orang) bila ragu.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Permutasi dan kombinasi tertukar	memilih tim dengan $P(n, r)$	tim tanpa jabatan → kombinasi
Blok tanpa susunan di dalamnya	berdampingan dihitung $4!$ saja (Contoh 4)	kalikan dengan $2!$ (atau $k!$)
Langsung menghitung "tidak berdampingan"	menebak dengan pengurangan sederhana	gunakan komplemen
Tahapan berurutan dijumlahkan	pergi + pulang	tahapan berurutan → kali
Angka pertama 0	menghitung bilangan tiga angka seolah 0 boleh di depan	isi posisi pertama dulu
Ruas tertutup	mengurangkan lintasan melalui titik, bukan melalui ruas	lintasan melalui ruas = ke ujung pertama × dari ujung kedua

• BEDAH SOAL ASLI

Nomor 22 (stan bazar berjajar). Beberapa stan disusun berjajar, dan sebuah stan harus berada pada posisi tertentu relatif terhadap dua stan lain. Ditanyakan banyak susunan. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

- Konsep kunci: teknik **blok** untuk unsur yang harus berdekatan dalam pola tertentu, lalu memperhitungkan susunan di dalam blok.
- Langkah: tentukan bentuk blok yang dipaksa oleh syarat → hitung banyak susunan di dalam blok (berapa cara unsur-unsur luar blok bertukar tempat) → susun blok bersama unsur lain → kalikan.
- Pengecoh yang dipasang: hasil tanpa membalik urutan blok, hasil bila stan pengapit tidak harus bersebelahan, dan hasil tanpa syarat ($n!$).

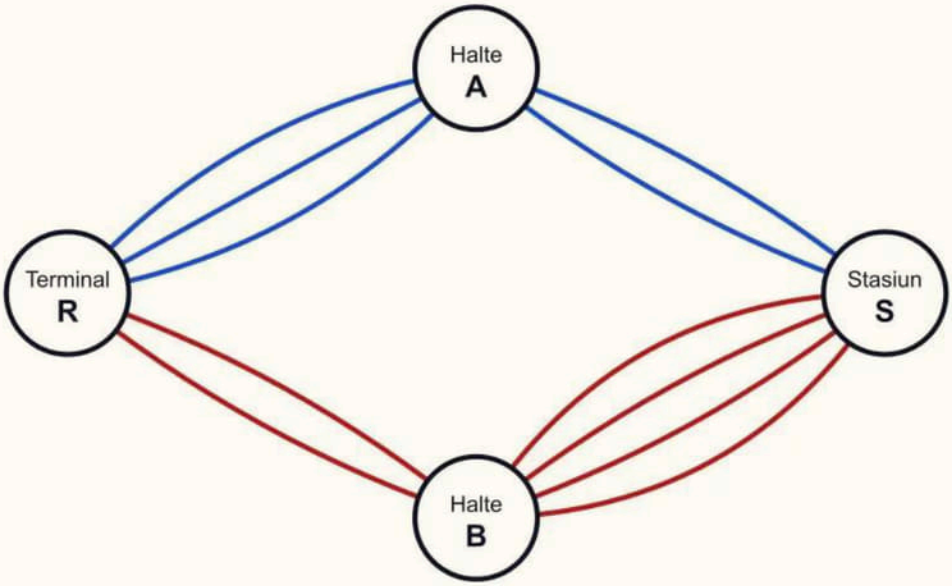
Rujukan: soal nomor 22 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memakai aturan perkalian dan aturan penjumlahan sekaligus pada denah jalur. Perhatikan syarat rute pulang yang harus melalui halte yang berbeda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Gambar berikut menunjukkan jalur angkutan kota dari Terminal R ke Stasiun S yang melalui Halte A atau Halte B. Setiap garis adalah satu jalur yang berbeda. Raka pergi dari R ke S lalu pulang dari S ke R. Rute pulangnya harus melalui halte yang **berbeda** dengan halte pada rute perginya.
Banyak pasangan rute pergi–pulang yang mungkin adalah ....



A. 14
B. 48
C. 96
D. 182
E. 196

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: C**

Konsep: aturan perkalian untuk tahap yang berurutan, aturan penjumlahan untuk pilihan yang saling lepas.

Langkah 1. Dari gambar: R–A 3 jalur, A–S 2 jalur, R–B 2 jalur, B–S 4 jalur. Rute lewat A $= 3 \times 2 = 6$; rute lewat B $= 2 \times 4 = 8$.
Langkah 2. Pergi lewat A lalu pulang lewat B: $6 \times 8 = 48$.
Langkah 3. Pergi lewat B lalu pulang lewat A: $8 \times 6 = 48$.
Langkah 4. Total $= 48 + 48 = 96$.

Cek ulang: tanpa syarat ada $14 \times 14 = 196$ pasangan; yang halte pergi dan pulangnya sama: $6 \times 6 + 8 \times 8 = 100$; $196 - 100 = 96$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (14): banyak rute satu arah saja $(6 + 8)$.
• B (48): hanya menghitung satu urutan (pergi lewat A, pulang lewat B).
• D (182): 14×13, mengira syaratnya hanya "rute pulang tidak sama persis dengan rute pergi".
• E (196): mengabaikan syarat halte berbeda.

✎ LATIHAN

Soal 1 memakai permutasi dengan syarat jabatan, dan soal 2 menggabungkan aturan perkalian dengan kombinasi.

1. Rapat anggota Koperasi Nelayan Bahari tahun 2026 akan memilih ketua, sekretaris, dan bendahara dari 7 calon, yaitu 4 pria dan 3 wanita. Satu orang hanya boleh memegang satu jabatan, dan rapat memutuskan bahwa ketua harus seorang wanita.
Banyak susunan pengurus yang mungkin adalah ....

A. 35
B. 36
C. 45
D. 90
E. 210

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Untuk hajatan desa, Bu Lurah memesan nasi kotak dari warung Bu Tinah. Setiap kotak disusun menurut aturan pada papan menu di gambar. Dua kotak dianggap berbeda bila ada paling sedikit satu isi yang berbeda; urutan lauk di dalam kotak tidak diperhatikan. Banyak macam isi nasi kotak yang dapat disusun adalah ....



A. 17
B. 34
C. 60
D. 120
E. 240

Kunci singkat: 1. D 2. D

✔ PERIKSA DIRI

- Jelaskan dengan satu contoh kapan memakai permutasi dan kapan kombinasi.
- Mengapa "tidak berdampingan" lebih mudah dihitung dengan komplemen?
- Tuliskan rumus banyak lintasan terpendek dari $(0, 0)$ ke (m, n), dan jelaskan mengapa rumus itu berupa kombinasi.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-4.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.4 · Peluang Kejadian

MATW-4.4

◎ APA YANG DIUJI

Contoh soal resmi Pusmendik dan dua soal asli 2025 menguji **peluang kejadian tunggal dan majemuk**. Nomor 24 memakai kotak undian berisi angpao dengan beberapa jenis hadiah. Nomor 25 memakai undian yang sebagian kertasnya dikembalikan ke kotak dan sebagian tidak, lalu kamu menalar apa saja yang **mungkin** sudah terambil sebelum seorang peserta. Sub bab ini tergolong prioritas karena soal peluang TKA hampir selalu memuat syarat cerita yang mengubah ruang sampel.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menentukan ruang sampel dan menghitung peluang kejadian tunggal, serta menjelaskan syarat "hasil sama mungkin";
- memakai komplemen, gabungan, kejadian saling lepas, dan kejadian saling bebas;
- membedakan pengambilan dengan dan tanpa pengembalian memakai diagram pohon;
- menghitung frekuensi harapan.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

"Kemungkinan hujan sore ini 70%", "peluang tim kita menang tipis", "satu dari sepuluh kupon berhadiah". Kita memakai bahasa peluang setiap hari, sering tanpa ukuran yang tepat. Matematika memberi cara mengukur ketidakpastian dengan sebuah bilangan antara 0 dan 1. Peluang dipakai untuk menentukan premi asuransi, merancang permainan yang adil, membaca hasil survei, sampai memperkirakan risiko penyakit.

1. Percobaan, ruang sampel, dan kejadian

Percobaan adalah kegiatan yang hasilnya tidak dapat dipastikan sebelumnya, misalnya melempar dadu. **Ruang sampel** S adalah himpunan semua hasil yang mungkin, dan **kejadian** A adalah himpunan bagian dari ruang sampel yang kita perhatikan. Bila setiap hasil di ruang sampel **sama mungkin** terjadi, maka

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}.$$

Syarat "sama mungkin" sangat penting. Pada pelemparan dua dadu, jumlah mata dadu 2 sampai 12 **tidak** sama mungkin. Hasil yang sama mungkin adalah **pasangan** mata dadu (biru, merah), seluruhnya $6 \times 6 = 36$ pasangan (Gambar 4.18). Jumlah 8 muncul dari 5 pasangan, sehingga $P(\text{jumlah } 8) = \frac{5}{36}$, sedangkan jumlah 2 hanya dari pasangan $(1, 1)$, peluangnya $\frac{1}{36}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.18 Ruang sampel pelemparan dua dadu berisi 36 pasangan yang sama mungkin; lima pasangan berjumlah 8. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Karena $0 \leq n(A) \leq n(S)$, peluang selalu di antara 0 (**mustahil**) dan 1 (**pasti**) (Gambar 4.19).



Gambar 4.19 Peluang 0 berarti mustahil, 1 berarti pasti, dan $\frac{1}{2}$ berarti sama besar kemungkinan terjadi atau tidak. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Komplemen

Kejadian "bukan A" (A^c) terjadi tepat ketika A tidak terjadi, sehingga $P(A^c) = 1 - P(A)$. Komplemen sangat berguna untuk pertanyaan "**paling sedikit satu**": menghitung "tidak ada sama sekali" biasanya jauh lebih mudah, lalu kurangkan dari 1.

Contoh terselesaikan 1: dua dadu dan komplemen

Dua dadu dilempar sekali. Tentukan (a) peluang jumlah mata dadu 8, (b) peluang jumlah mata dadu paling sedikit 3, (c) peluang kedua mata dadu berbeda.

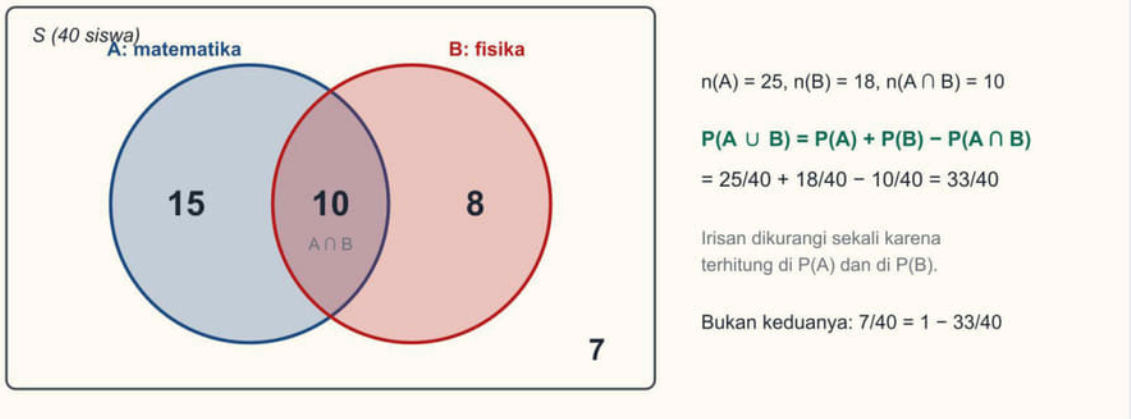
1. (a) Dari Gambar 4.18: 5 dari 36 pasangan, jadi $\frac{5}{36}$.
2. (b) "Paling sedikit 3" mencakup banyak jumlah (3 sampai 12). Komplemennya hanya "jumlah 2", yaitu $(1,1)$. Maka $1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$.
3. (c) Komplemennya "kedua mata sama": $(1,1), (2,2), \ldots, (6,6)$, ada 6 pasangan. Maka $1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$.
4. Cek kewajaran (c): dadu kedua hanya perlu "tidak sama dengan" dadu pertama, yaitu 5 dari 6 kemungkinan ✓.

3. Gabungan dan kejadian saling lepas

Peluang "A **atau** B" mengikuti aturan yang sama dengan banyak anggota gabungan himpunan (sub bab 1.1): irisan terhitung dua kali, maka dikurangi sekali (Gambar 4.20).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Bila A dan B tidak mungkin terjadi bersamaan (**saling lepas**), $P(A \cap B) = 0$ dan peluangnya tinggal dijumlahkan. Contohnya, satu dadu menunjukkan angka 2 atau angka 5: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.



Gambar 4.20 Survei 40 siswa: 25 menyukai matematika, 18 menyukai fisika, 10 menyukai keduanya. Peluang seorang siswa menyukai paling sedikit satu pelajaran adalah $\frac{33}{40}$. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia; data rekaan untuk contoh.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 2: peluang dari diagram Venn

Dengan data Gambar 4.20, seorang siswa dipilih acak. Tentukan peluang ia (a) menyukai matematika atau fisika, (b) hanya menyukai fisika, (c) tidak menyukai keduanya.

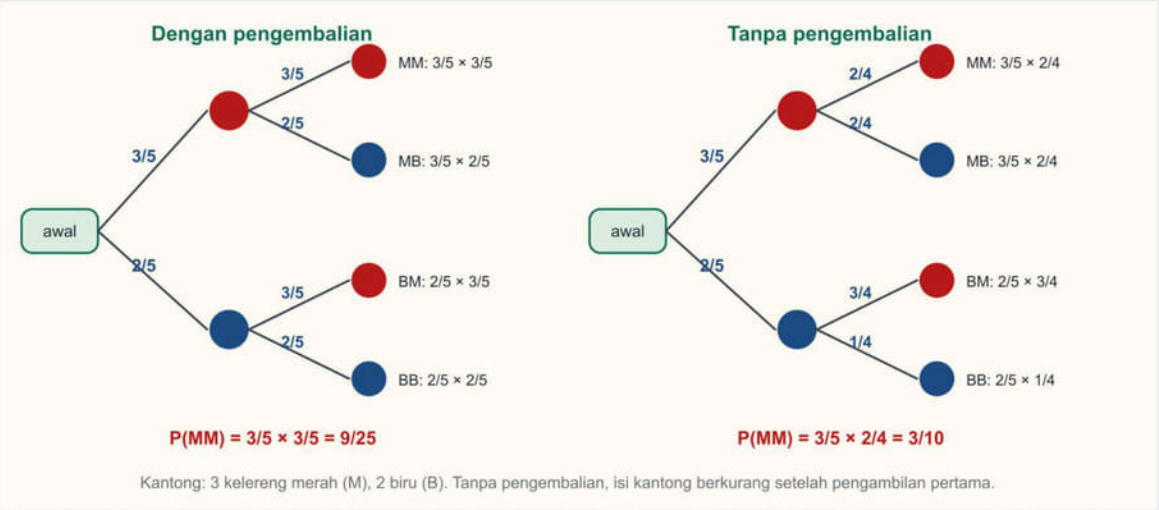
1. (a) $P(A \cup B) = \frac{25}{40} + \frac{18}{40} - \frac{10}{40} = \frac{33}{40}$.
2. (b) Hanya fisika $= 18 - 10 = 8$ siswa, jadi $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$.
3. (c) Komplemen dari (a): $1 - \frac{33}{40} = \frac{7}{40}$.
4. Cek dengan mengisi diagram: $15 + 10 + 8 + 7 = 40$ ✓.

4. Kejadian saling bebas dan pengambilan bertahap

Dua kejadian **saling bebas** bila terjadinya yang satu tidak mengubah peluang yang lain, misalnya hasil lemparan koin dan hasil lemparan dadu. Untuk kejadian saling bebas, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Pengambilan benda dari kotak secara bertahap digambarkan dengan **diagram pohon**: peluang setiap cabang ditulis di atasnya, peluang sebuah jalur adalah **hasil kali** peluang sepanjang jalur, dan peluang suatu kejadian adalah **jumlah** peluang jalur-jalur yang memenuhi (Gambar 4.21).

- **Dengan pengembalian**: benda dikembalikan sebelum pengambilan berikutnya, isi kotak tidak berubah, dan pengambilan-pengambilan itu saling bebas.
- **Tanpa pengembalian**: isi kotak **berubah** setelah setiap pengambilan, sehingga peluang cabang kedua bergantung pada hasil cabang pertama. Peluang seperti ini disebut **peluang bersyarat**.



Gambar 4.21 Mengambil dua kelereng dari kantong berisi 3 merah dan 2 biru. Tanpa pengembalian, cabang kedua memakai isi kantong yang tersisa. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 3: dua kelereng

Kantong berisi 3 kelereng merah dan 2 biru. Dua kelereng diambil satu per satu **tanpa pengembalian**. Tentukan peluang (a) keduanya merah, (b) warnanya berbeda.

1. (a) Pengambilan pertama merah: $\frac{3}{5}$. Sisa 2 merah dari 4 kelereng, jadi pengambilan kedua merah: $\frac{2}{4}$. $P(MM) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.
2. (b) Warna berbeda terjadi lewat dua jalur: merah lalu biru $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$, atau biru lalu merah $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$. Jumlahnya $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.
3. Cek dengan kombinasi (mengambil dua sekaligus): $n(S) = C(5,2) = 10$, dua merah $C(3,2) = 3$, jadi $\frac{3}{10}$ ✓; satu merah satu biru $3 \times 2 = 6$, jadi $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ✓.
4. Bandingkan: **dengan** pengembalian, $P(MM) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$, lebih besar, karena kelereng merah pertama kembali ke kantong.

5. Menghitung peluang dengan kombinasi

Bila beberapa benda diambil **sekaligus**, urutan pengambilan tidak berarti apa-apa, sehingga ruang sampel dan kejadiannya dihitung dengan **kombinasi** (sub bab 4.3). Setiap kelompok benda yang mungkin terambil sama mungkin, jadi $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ tetap berlaku, dengan $n(S)$ banyak cara memilih kelompok dari seluruh benda. Untuk kejadian yang terdiri atas beberapa jenis benda, pakai aturan perkalian: pilih dari setiap jenis secara terpisah, lalu kalikan.

Contoh terselesaikan 5: mengambil tiga bola sekaligus

Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 4 bola putih. Tiga bola diambil sekaligus secara acak. Tentukan peluang terambil tepat 2 bola merah, dan peluang terambil paling sedikit 1 bola putih.

1. Ruang sampel: memilih 3 dari 9 bola, $n(S) = C(9,3) = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$.
2. Tepat 2 merah berarti 2 merah **dan** 1 putih: $C(5,2) \times C(4,1) = 10 \times 4 = 40$. Peluangnya $\frac{40}{84} = \frac{10}{21}$.
3. Paling sedikit 1 putih: komplemennya "ketiganya merah", $C(5,3) = 10$ cara. Peluangnya $1 - \frac{10}{84} = \frac{74}{84} = \frac{37}{42}$.
4. Cek kewajaran: kemungkinan banyak merah yang terambil (0, 1, 2, 3) mempunyai banyak cara $C(4,3) = 4, 5 \times 6 = 30, 40$, dan 10, yang jumlahnya 84 ✓.

6. Frekuensi harapan

Bila sebuah percobaan diulang n kali, kejadian A **diharapkan** muncul sekitar $n \times P(A)$ kali. Kata "diharapkan" penting: hasil sebenarnya bisa sedikit berbeda, tetapi makin banyak percobaan, frekuensi relatif kejadian makin mendekati peluangnya.

Inilah hubungan antara **peluang teoretis** (dihitung dari ruang sampel, misalnya $\frac{1}{2}$ untuk koin) dan **peluang empiris** (frekuensi relatif dari percobaan nyata, misalnya 27 angka dari 50 lemparan, yaitu $0{,}54$). Untuk kejadian yang ruang sampelnya tidak dapat dihitung,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

misalnya peluang sebuah lampu rusak sebelum setahun, kita hanya dapat memakai peluang empiris dari data yang banyak. Sebaliknya, hasil sedikit percobaan tidak boleh dipakai untuk menyimpulkan bahwa sebuah koin atau dadu "curang".

Contoh terselesaikan 4: frekuensi harapan dan "paling sedikit satu"

(a) Sebuah dadu dilempar 120 kali. Berapa kali diharapkan muncul mata dadu prima? (b) Tiga koin dilempar bersamaan. Berapa peluang muncul paling sedikit satu angka?

1. (a) Mata dadu prima: 2, 3, 5, sehingga $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Frekuensi harapan $= 120 \times \frac{1}{2} = 60$ kali. Ingat bahwa 1 bukan bilangan prima.
2. (b) Ruang sampel tiga koin: $2 \times 2 \times 2 = 8$ hasil sama mungkin. Komplemen "paling sedikit satu angka" adalah "tidak ada angka", yaitu GGG (semua gambar): 1 hasil.
3. Peluang $= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.
4. Cek dengan mendaftar: AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA memuat angka, ada 7 dari 8 ✓.

Ringkasan

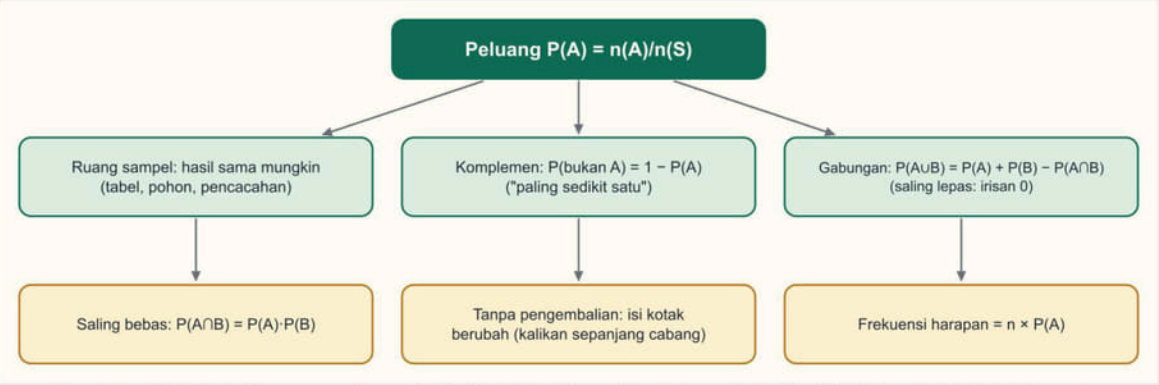
$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ hanya berlaku bila hasil-hasil di ruang sampel sama mungkin; pada dua dadu, pakai 36 pasangan. Peluang di antara 0 dan 1, dan $P(A^c) = 1 - P(A)$ memudahkan soal "paling sedikit satu". Gabungan mengurangi irisan sekali; kejadian saling lepas tinggal dijumlah, kejadian saling bebas dikalikan. Pada pengambilan tanpa pengembalian, isi kotak berubah setelah setiap pengambilan; diagram pohon atau kombinasi memberi hasil yang sama. Frekuensi harapan $= n \times P(A)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

❖ PETA KONSEP

Yang harus kamu ingat (hubungannya digambarkan pada Gambar 4.22):

- Tuliskan isi kotak **sebelum** setiap pengambilan; ubah isinya bila tidak dikembalikan.
- "Paling sedikit satu" $\rightarrow 1 - P(\text{tidak ada})$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Satu per satu tanpa pengembalian = mengambil sekaligus (kombinasi), bila urutan tidak ditanyakan.



Gambar 4.22 Peta konsep peluang kejadian. Sumber: digambar oleh Tim Next Level Study Indonesia.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Langkah menjawab soal peluang:

1. Tentukan ruang sampel: apa yang diambil, berapa banyak, dengan atau tanpa pengembalian, berurutan atau sekaligus.
2. Terjemahkan kata: "atau" (gabungan), "dan" (irisan), "paling sedikit" (komplemen), "bila diketahui" (bersyarat).
3. Pilih rumus yang sesuai, lalu hitung.
4. Cek kewajaran: peluang di antara 0 dan 1; jumlah peluang semua kemungkinan $= 1$.
5. Pada soal "kemungkinan yang sudah terjadi", hitung peluang untuk setiap pilihan dan cocokkan dengan yang diketahui; pastikan juga tidak melanggar batas jumlah benda.

Jebakan khas	Contoh salah tafsir	Cara menghindari
Menjumlahkan peluang yang tidak saling lepas	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ padahal ada irisan	kurangi irisan
"Paling sedikit satu" dihitung langsung	menjumlahkan $3 \times \frac{2}{20}$	gunakan $1 - P(\text{tidak ada})$
Lupa mengurangi isi kotak	memakai $\frac{a}{n} \times \frac{a}{n}$ tanpa pengembalian	kurangi pembilang dan penyebut

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Penyebut peluang bersyarat	memakai seluruh data sebagai penyebut	penyebut = kejadian yang sudah diketahui
$P(A \mid B)$ dan $P(B \mid A)$ tertukar	memakai kolom yang salah pada tabel	tulis "diketahui ..." sebagai penyebut
Benda dikembalikan sebagian	memperlakukan semua benda sama	catat isi kotak setelah setiap pengambilan

BEDAH SOAL ASLI

Dua soal asli TKA 2025 menguji sub bab ini. Soalnya ada di **Simulasi 1**.

Nomor 24 (angpao Imlek). Kotak berisi sejumlah angpao dengan beberapa jenis isi (kupon belanja berbagai nilai dan peralatan rumah tangga). Ditanyakan peluang terambilnya satu jenis isi angpao tertentu.

- Konsep kunci: peluang $= \frac{n(A)}{n(S)}$; tentukan dengan teliti kelompok mana saja yang termasuk kejadian yang diminta.
- Langkah: catat banyak angpao setiap jenis → pastikan total sama dengan jumlah angpao → jumlahkan atau kurangkan banyak angpao untuk mendapat banyak yang memenuhi syarat → bagi dengan total → sederhanakan.
- Pengecoh yang dipasang: peluang satu jenis saja, dan komplemen dari kejadian yang diminta.

Rujukan: soal nomor 24 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

Nomor 25 (undian kantin dengan pengembalian sebagian). Kotak undian berisi beberapa jenis kertas; hanya kertas kosong yang selalu dikembalikan. Seorang siswa mengambil pada urutan tertentu, dan kamu menentukan kertas apa saja yang **mungkin** sudah terambil oleh pengambil sebelumnya.

- Konsep kunci: kertas kosong selalu kembali, sehingga peluang = sisa kertas hadiah : sisa seluruh kertas.
- Langkah: tulis isi kotak awal → untuk setiap pilihan, hitung isi kotak sebelum Ani mengambil → hitung peluang Ani mendapat hadiah → pilih yang sama dengan peluang yang diketahui.
- Pengecoh yang dipasang: pilihan yang tampak wajar, tetapi peluangnya berubah karena kertas hadiah ikut berkurang.

Rujukan: soal nomor 25 pada Simulasi 1 (Soal Asli TKA 2025); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menghitung peluang dari tabel dua arah. Perhatikan beda irisan, gabungan, kejadian saling lepas, dan peluang bila kelompoknya sudah diketahui.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Petugas mencatat 50 penumpang kereta bandara pada suatu pagi menurut kelas tiket dan bawaan bagasinya, seperti pada tabel berikut.

Kelas	Membawa bagasi	Tanpa bagasi
Eksekutif	14	6
Ekonomi	16	14

Satu penumpang dipilih secara acak dari 50 penumpang itu.
Data disusun untuk latihan soal.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Peluang terpilih penumpang kelas eksekutif yang membawa bagasi adalah $\frac{7}{10}$.

☐ B. Peluang terpilih penumpang yang membawa bagasi adalah $\frac{3}{5}$.

☐ C. Peluang terpilih penumpang kelas eksekutif atau penumpang yang membawa bagasi adalah $\frac{18}{25}$.

☐ D. Kejadian terpilih penumpang kelas eksekutif dan kejadian terpilih penumpang yang membawa bagasi saling lepas.

☐ E. Jika penumpang yang terpilih ternyata kelas ekonomi, peluang ia membawa bagasi adalah $\frac{8}{15}$.

Pembahasan **Kunci: B, C, E**

Konsep: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$ dengan $n(S) = 50$. Untuk "atau": $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Bila sudah diketahui penumpangnya kelas ekonomi, ruang sampelnya menyempit menjadi penumpang ekonomi saja (peluang bersyarat).

Langkah awal. Eksekutif $= 14 + 6 = 20$; ekonomi $= 16 + 14 = 30$; membawa bagasi $= 14 + 16 = 30$.

Periksa setiap pernyataan.

• A: eksekutif **dan** membawa bagasi $= \frac{14}{50} = \frac{7}{25}$, bukan $\frac{7}{10}$ ✗ ($\frac{14}{20}$ membagi dengan penumpang eksekutif saja).

• B: $\frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ ✓.

• C: $\frac{20+30-14}{50} = \frac{36}{50} = \frac{18}{25}$ ✓.

• D: ada 14 penumpang yang termasuk kedua kejadian, jadi keduanya **tidak** saling lepas ✗.

• E: $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$ ✓.

Cek ulang C dengan komplemen: yang bukan eksekutif dan tanpa bagasi hanya penumpang ekonomi tanpa bagasi (14 orang); $1 - \frac{14}{50} = \frac{36}{50}$ ✓.

Jawaban: B, C, E.

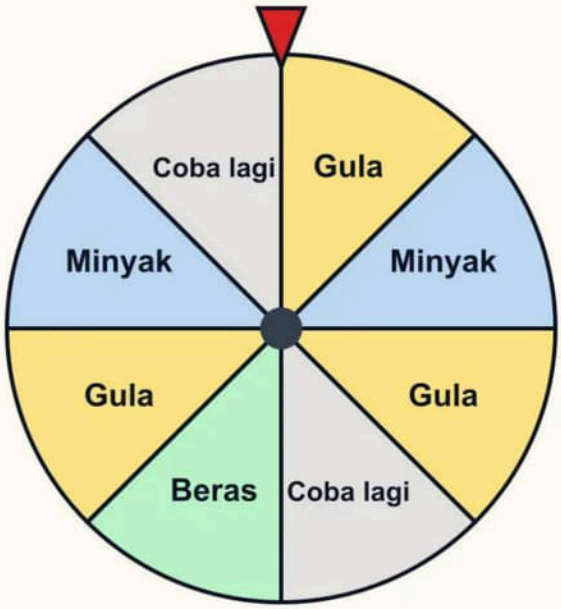
Jebakan: A tertukar antara peluang "eksekutif dan membawa bagasi" dengan peluang bersyarat; D lupa bahwa kedua kejadian mempunyai anggota bersama (yang membuat 14 penumpang tidak boleh dihitung dua kali pada C).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✎ LATIHAN

Soal 1 dan 5 menghitung peluang satu kejadian, soal 2 memakai pengambilan tanpa pengembalian, soal 3 memakai kejadian saling bebas dan komplemen, dan soal 4 menghitung frekuensi harapan.

1. Pada acara Hari Jadi Desa Sukamaju 2026, panitia menyediakan roda putar berhadiah seperti pada gambar. Roda dibagi menjadi 8 juring yang sama besar. Roda diputar satu kali dan hadiah ditentukan oleh juring yang ditunjuk jarum merah.
Peluang jarum menunjuk juring bertuliskan "Gula" adalah ....



NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{3}{5}$

E. $\frac{3}{4}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Bu Sumi, peternak itik di Desa Rawa Indah, mempunyai sekeranjang berisi 10 butir telur asin, 3 butir di antaranya retak. Ia mengambil 2 butir telur secara acak satu per satu **tanpa pengembalian**.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Peluang kedua telur yang terambil retak adalah $\frac{9}{100}$.	○	○
Peluang tepat satu telur yang terambil retak adalah $\frac{7}{30}$.	○	○
Peluang paling sedikit satu telur yang terambil retak adalah $\frac{8}{15}$.	○	○

3. Pak Made menanam satu bibit durian dan satu bibit manggis di kebunnya. Peluang bibit durian tumbuh adalah 0,8 dan peluang bibit manggis tumbuh adalah 0,7. Tumbuh atau tidaknya kedua bibit saling bebas.
Peluang paling sedikit satu bibit tumbuh adalah ....

A. 0,06
B. 0,38
C. 0,56
D. 0,75
E. 0,94

4. Dari pengalaman Pak Wayan, peternak bebek di Desa Tegalalang, rata-rata 3 dari setiap 20 telur bebek yang dieramkan tidak menetas. Bulan ini ia mengeramkan 160 telur bebek.
Banyak telur yang diharapkan menetas adalah .... butir

A. 24
B. 136
C. 140
D. 143
E. 157

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Pelatih futsal menaruh 20 kaus bernomor punggung 1 sampai 20 di dalam sebuah kardus. Seorang pemain mengambil satu kaus secara acak.
Peluang terambil kaus bernomor punggung bilangan prima adalah ....

A. $\frac{9}{20}$
B. $\frac{7}{20}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{2}{5}$
E. $\frac{3}{5}$

Kunci singkat: 1. C 2. 1S 2S 3B 3. E 4. B 5. D

✔ PERIKSA DIRI

- Kapan dua kejadian saling lepas, dan kapan saling bebas? Berikan satu contoh masing-masing.
- Mengapa pengambilan sekaligus dapat dihitung dengan kombinasi, sedangkan pengambilan satu per satu dengan perkalian bertahap?
- Pada peluang bersyarat dari tabel, bagaimana menentukan penyebutnya?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.
next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-4.4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 4

MATW-KB4

Jumlah soal: 25 **Waktu anjuran:** 75 menit

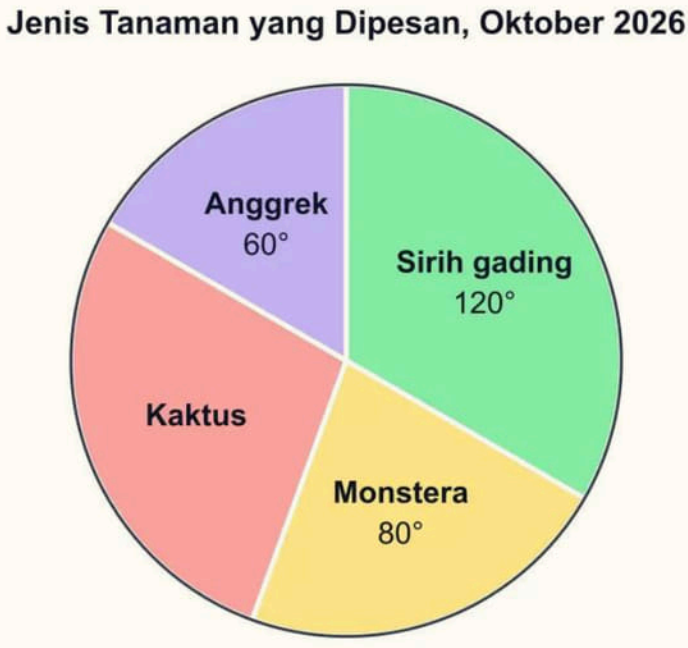
Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 4 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-KB4

1. Toko tanaman hias daring "Daun Rimbun" menerima 216 pesanan pada Oktober 2026. Setiap pesanan berisi satu jenis tanaman. Diagram lingkaran berikut menunjukkan sebaran jenis tanaman yang dipesan, tetapi besar sudut sektor kaktus tidak dicantumkan.
Data disusun untuk latihan soal.
Banyak pesanan kaktus pada bulan itu adalah ....



A. 28
B. 54
C. 96
D. 100
E. 60

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Penangkaran penyu di Pantai Watu Lawang mencatat banyak tukik (anak penyu) yang dilepas ke laut setiap bulan pada Januari–Juni 2026, seperti pada diagram garis berikut. Pengelola ingin mengetahui kenaikan yang paling pesat bila dibandingkan dengan banyak tukik pada bulan sebelumnya.
Data disusun untuk latihan soal.
Kenaikan dengan **persentase** terbesar antara dua bulan berurutan terjadi dari bulan ....



A. Maret ke April, sebesar 33,3%
B. April ke Mei, sebesar 25%
C. Januari ke Februari, sebesar 25%
D. Maret ke April, sebesar 25%
E. April ke Mei, sebesar 45%

3. Tabel frekuensi berikut menyajikan waktu 40 peserta lomba menyelesaikan kubus rubik antarkelas di SMA Tunas Bahari pada tahun 2026. Sebagian isi tabel terhapus.

Waktu (detik)	Frekuensi	Frekuensi relatif	Frekuensi kumulatif
20–39	3	0,075	3
40–59	...	0,20	...
60–79	...	...	22
80–99	10	0,25	...
100–119	...	...	40

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Data disusun untuk latihan soal.
Banyak peserta yang menyelesaikan kubus rubik dalam waktu 60–79 detik adalah ....

A. 8
B. 11
C. 14
D. 19
E. 22

4. Bengkel elektronika SMK Nusa Wangi menguji 40 senter tenaga surya rakitan siswa pada tahun 2026. Setiap senter diisi penuh, lalu dicatat lama menyalanya dalam jam (dibulatkan ke bilangan bulat). Hasilnya disajikan pada histogram berikut; angka pada sumbu mendatar adalah tepi kelas.
Data disusun untuk latihan soal.
Persentase senter yang menyala **paling sedikit 20 jam tetapi kurang dari 30 jam** adalah ....

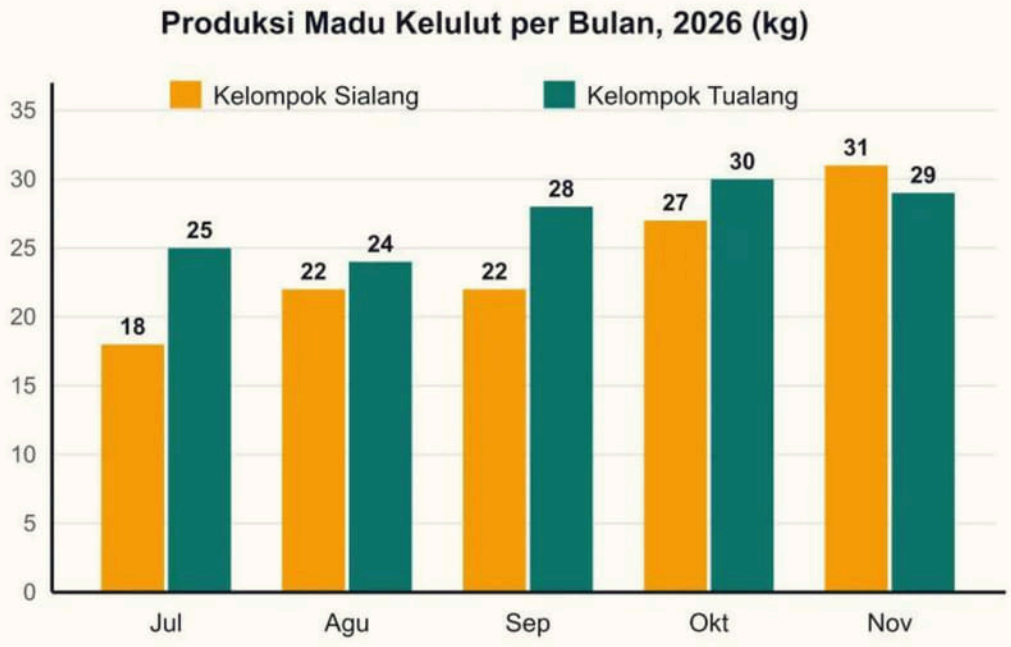


A. 20%
B. 37,5%
C. 57,5%
D. 67,5%
E. 80%

5. Diagram batang berikut menunjukkan produksi madu kelulut (madu dari lebah tanpa sengat) dua kelompok peternak di Desa Lubuk Tapah pada Juli–November 2026.
Data disusun untuk latihan soal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan yang **didukung** oleh data pada diagram adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Produksi kelompok Sialang selalu naik dari bulan ke bulan selama Juli–November.

☐ B. Selisih produksi kedua kelompok paling besar terjadi pada bulan Juli.

☐ C. Produksi kelompok Tualang turun pada Agustus karena curah hujan meningkat.

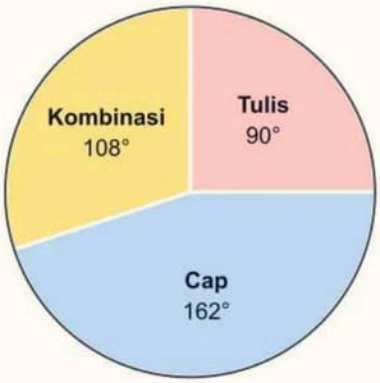
☐ D. Produksi kelompok Sialang pada November naik lebih dari 70% dibandingkan Juli.

☐ E. Pada bulan November, produksi kelompok Sialang melampaui kelompok Tualang.

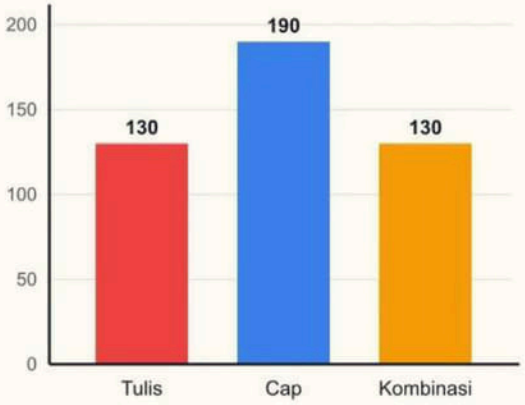
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Sanggar Batik Parang Seling mencatat penjualan kain batik menurut teknik pembuatannya. Penjualan tahun 2026 (seluruhnya 400 lembar) disajikan dalam diagram lingkaran, sedangkan penjualan tahun 2027 disajikan dalam diagram batang, seperti pada gambar. Data disusun untuk latihan soal.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tahun 2026 (400 lembar)



Tahun 2027 (lembar)



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

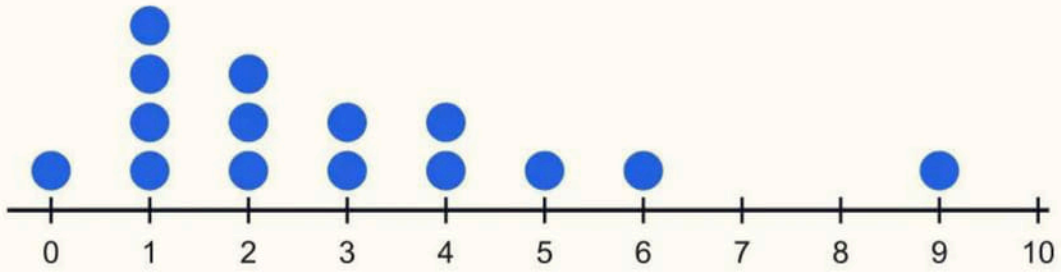
Pernyataan	Benar	Salah
Banyak batik tulis yang terjual pada tahun 2027 naik 30% dibandingkan tahun 2026.	○	○
Banyak batik cap yang terjual naik, tetapi persentasenya terhadap seluruh penjualan sanggar itu turun.	○	○
Bila penjualan tahun 2027 disajikan dalam diagram lingkaran, sudut sektor batik kombinasi lebih besar daripada tahun 2026.	○	○

7. Median dari data
7, 3, 9, 4, 12, 6, 8, 5
adalah ....

A. 6
B. 6,5
C. 6,75
D. 7
E. 8

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Diagram titik berikut menyajikan sekumpulan data bilangan cacah. Setiap titik mewakili satu data, dan titik-titik yang bertumpuk menunjukkan data yang bernilai sama. Jangkauan antarkuartil data tersebut adalah ....



A. 2
B. 4
C. 9
D. 3
E. 1,5

9. Unit produksi SMK Agro Sentosa menimbang 40 kemasan gula semut (gula aren bubuk) berlabel 250 gram pada Maret 2026. Massa setiap kemasan dicatat dalam gram (dibulatkan ke bilangan bulat) dan dikelompokkan sebagai berikut.

Massa (gram)	Banyak kemasan
245–249	3
250–254	5
255–259	16
260–264	10
265–269	6

Data disusun untuk latihan soal.
Median massa kemasan gula semut tersebut adalah .... gram

A. 258,25
B. 257,00
C. 257,50
D. 258,75
E. 259,50

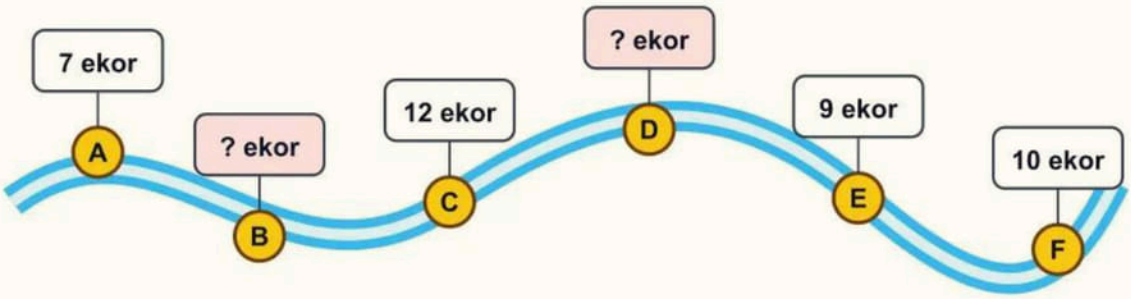
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

10. Sekumpulan data mempunyai rata-rata 15, median 16, jangkauan 9, dan simpangan baku 2,5. Setiap data dikalikan 4, lalu hasilnya ditambah 20.
Pernyataan yang benar tentang data yang baru adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Rata-rata data yang baru adalah 80.
☐ B. Jangkauan data yang baru adalah 56.
☐ C. Median data yang baru adalah 84.
☐ D. Simpangan baku data yang baru adalah 30.
☐ E. Ragam (varians) data yang baru adalah 100.

11. Kelompok ilmiah remaja SMA Lembah Hijau mengamati kunang-kunang di enam titik (A–F) di sepanjang sungai kecil pada suatu malam di bulan Juli 2026. Hasilnya ditunjukkan pada gambar; catatan di titik B dan D hilang. Diketahui:
• rata-rata banyak kunang-kunang per titik adalah 9 ekor;
• setiap titik mencatat paling sedikit 5 ekor dan paling banyak 12 ekor;
• median keenam data adalah 9,5.
Data disusun untuk latihan soal.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Titik pengamatan A–F di sepanjang sungai

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Paling sedikit satu dari titik B dan titik D pasti mencatat lebih dari 9 ekor kunang-kunang.	○	○
Jangkauan keenam data tersebut pasti 7 ekor.	○	○
Keenam data tersebut mungkin mempunyai modus 10 ekor.	○	○

12. Perhatikan permasalahan berikut.
Klub panjat tebing sebuah SMA pada tahun 2027 beranggotakan sejumlah siswa putra dan siswa putri. Berapakah rata-rata massa badan seluruh anggota klub tersebut?
Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

permasalahan tersebut.
(1) Rata-rata massa badan anggota putra 60 kg dan anggota putri 48 kg.
(2) Banyak anggota putri dua kali banyak anggota putra.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) TIDAK cukup untuk menjawab pertanyaan.

13. Menjelang Festival Lampion 2026, Bu Ratih menerima pesanan lampion hias dengan pilihan seperti pada gambar. Setiap lampion memakai tepat satu bentuk rangka, satu warna kertas, dan satu jenis lampu. Dua lampion dianggap berbeda bila paling sedikit satu pilihannya berbeda.
Banyak macam lampion berbeda yang dapat dipesan adalah ....



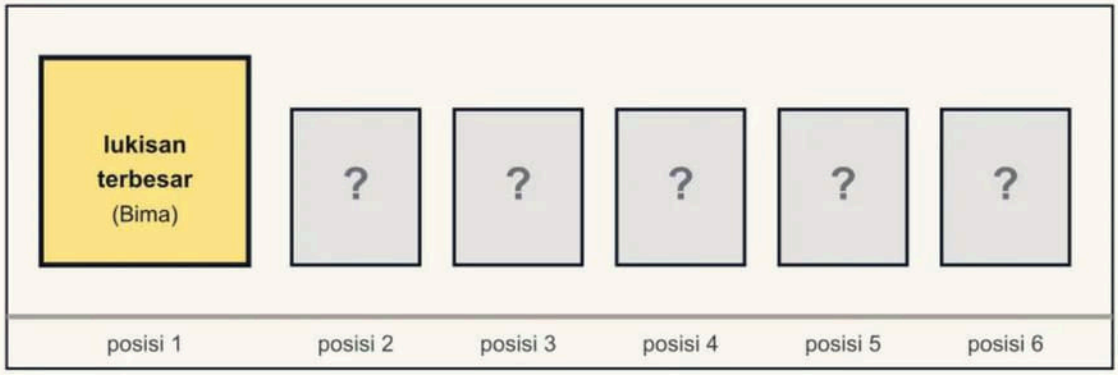
A. 9
B. 12
C. 14
D. 18
E. 24

14. Semua huruf pada kata **KAKATUA** akan disusun ulang menjadi rangkaian tujuh huruf. Rangkaian itu tidak harus bermakna, misalnya KAATKUA atau UTAKAKA.
Banyak susunan huruf berbeda yang dapat dibentuk adalah ....

A. 5.040
B. 2.520
C. 840
D. 420
E. 35

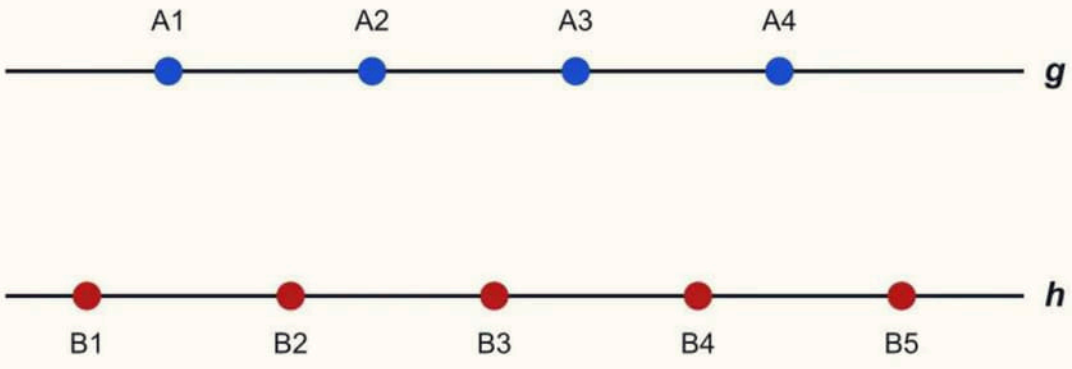
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Pada pameran seni rupa sekolah tahun 2027, enam lukisan yang semuanya berbeda dipajang berjajar pada satu dinding seperti gambar. Lukisan terbesar (karya Bima) harus dipasang di posisi paling kiri, dan dua lukisan karya Laras harus dipasang berdampingan. Tiga lukisan lainnya bebas diletakkan.
Banyak cara menyusun keenam lukisan tersebut adalah ....



A. 24
B. 48
C. 96
D. 120
E. 240

16. Pada gambar berikut, garis g sejajar dengan garis h. Pada garis g terdapat 4 titik dan pada garis h terdapat 5 titik.
Banyak segitiga berbeda yang titik-titik sudutnya dipilih dari kesembilan titik tersebut adalah ....



A. 70
B. 30
C. 40
D. 74
E. 84

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Klub astronomi sebuah SMA beranggotakan 9 siswa, yaitu 4 siswa kelas X dan 5 siswa kelas XI. Untuk pengamatan gerhana bulan pada tahun 2026, klub akan memilih petugas dari anggotanya. "Operator teleskop" adalah tugas yang sama untuk setiap orang (tanpa jabatan).

Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Banyak cara memilih seorang ketua tim dan seorang pencatat (orangnya berbeda) adalah 72.

☐ B. Banyak cara memilih 3 operator teleskop yang semuanya siswa kelas XI adalah 10.

☐ C. Banyak cara memilih 3 operator teleskop dari 9 anggota adalah 504.

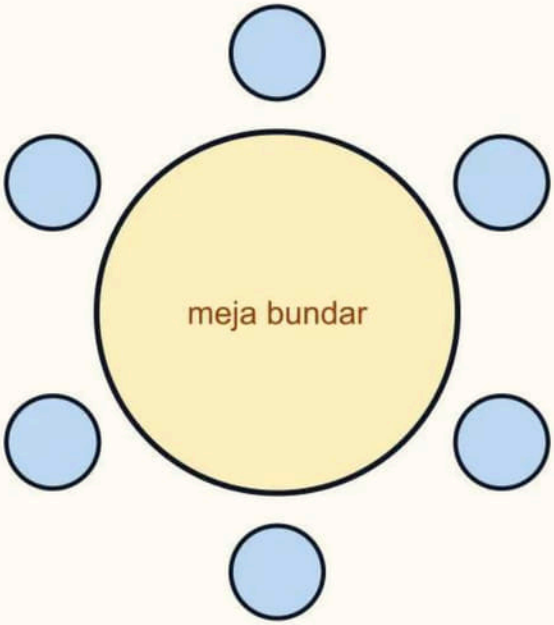
☐ D. Banyak cara memilih 3 operator teleskop dengan paling sedikit satu siswa kelas X adalah 74.

☐ E. Banyak cara memilih 3 operator teleskop yang terdiri atas 2 siswa kelas X dan 1 siswa kelas XI adalah 11.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Pada jamuan program pertukaran pelajar tahun 2026, enam siswa, yaitu tiga siswa Indonesia (termasuk Dimas) dan tiga siswa Jepang (termasuk Haruka), duduk mengelilingi meja bundar seperti gambar. Dua susunan duduk dianggap sama bila yang satu hanya hasil memutar yang lain.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

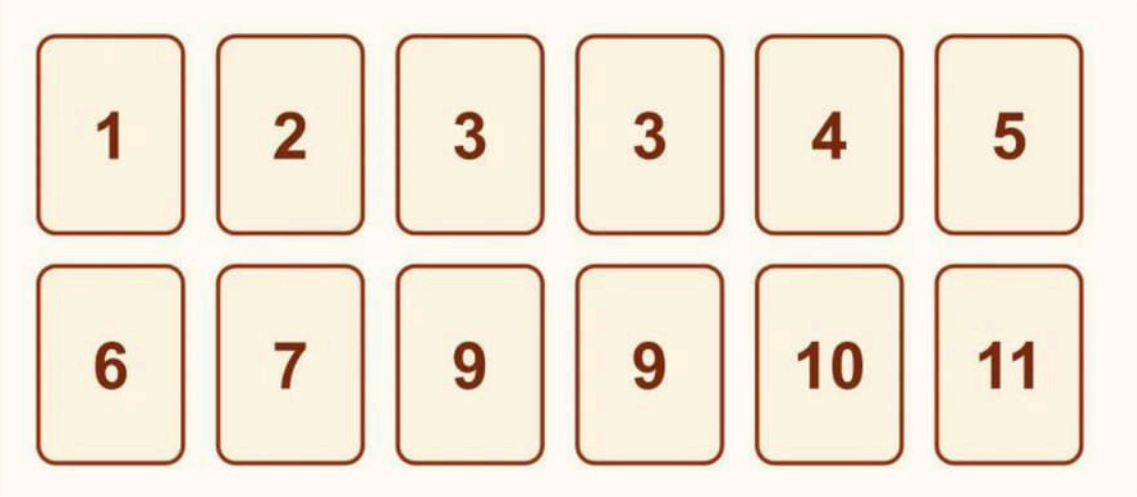


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Tanpa syarat apa pun, banyak susunan duduk keenam siswa itu adalah 720.	○	○
Bila Dimas dan Haruka harus duduk berdampingan, banyak susunan duduknya adalah 48.	○	○
Bila siswa Indonesia dan siswa Jepang harus duduk berselang-seling, banyak susunan duduknya adalah 12.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Dua belas kartu bernomor seperti pada gambar dimasukkan ke dalam sebuah kotak lalu dikocok. Kemudian, satu kartu diambil secara acak tanpa melihat nomornya.
Peluang terambil kartu bernomor bilangan prima adalah ....



A. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{5}{12}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{7}{12}$
E. $\frac{2}{3}$

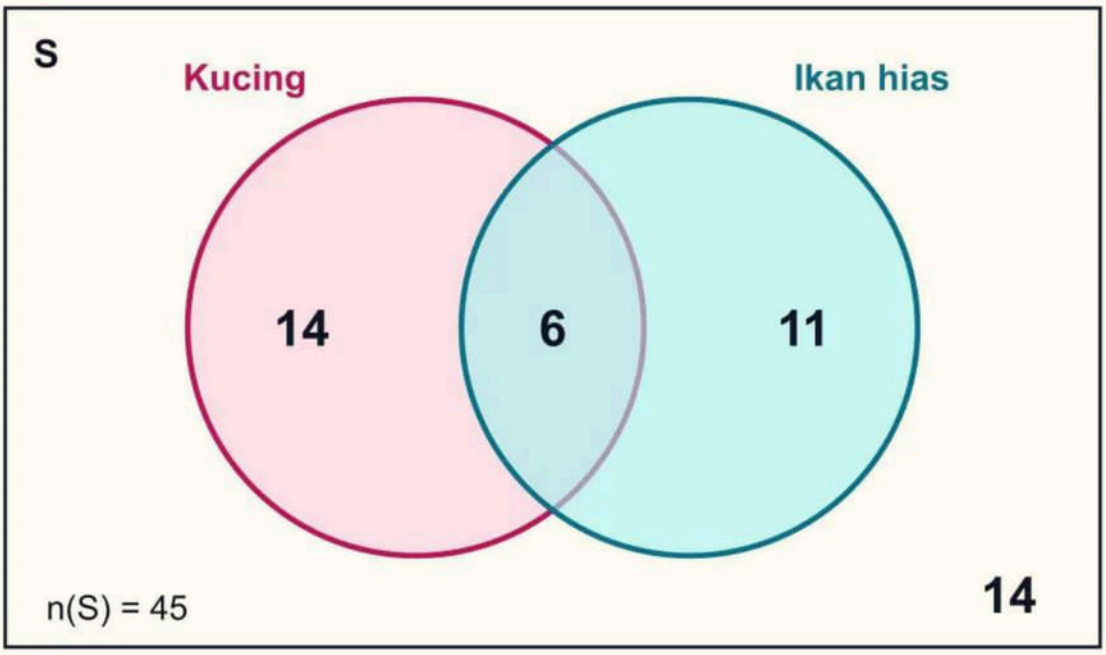
20. Sanggar keramik "Tanah Kriya" mencatat bahwa dari 600 cangkir yang pernah dibakar di tungkunya, 24 cangkir retak. Pada Mei 2026, sanggar itu akan membakar 450 cangkir dengan cara dan tungku yang sama. Peluang setiap cangkir retak dianggap sama dengan frekuensi relatif dari catatan tersebut.
Data disusun untuk latihan soal.
Banyak cangkir yang diharapkan **tidak** retak adalah ....

A. 18
B. 426
C. 446
D. 576
E. 432

21. Diagram Venn berikut menunjukkan hasil survei hewan peliharaan terhadap 45 siswa kelas XI sebuah SMA pada tahun 2026. Setiap bilangan menyatakan banyak siswa pada daerah itu. Seorang siswa dipilih secara acak dari 45 siswa tersebut.
Data disusun untuk latihan soal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Peluang terpilih siswa yang memelihara **tepat satu** jenis hewan dari kedua jenis tersebut adalah ....



A. $\frac{2}{15}$

B. $\frac{14}{45}$

C. $\frac{31}{45}$

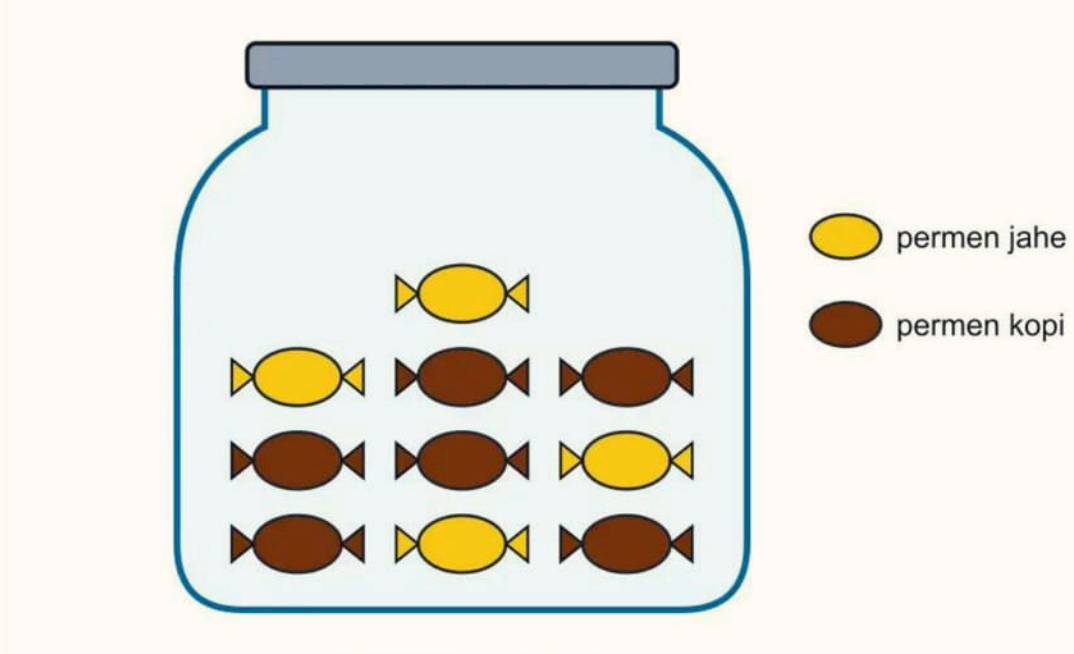
D. $\frac{5}{9}$

E. $\frac{37}{45}$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

22. Sebuah toples berisi permen jahe dan permen kopi seperti pada gambar. Bungkus kedua jenis permen sama sehingga tidak dapat dibedakan dari luar. Toples itu disediakan guru sebagai hadiah kuis kelas. Kirana mengambil dua permen satu per satu secara acak **tanpa pengembalian**.
Peluang terambil permen jahe pada pengambilan pertama dan permen kopi pada pengambilan kedua adalah ....



A. $\frac{4}{15}$
B. $\frac{2}{15}$
C. $\frac{2}{9}$
D. $\frac{6}{25}$
E. $\frac{8}{15}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

23. Sebuah dadu bersisi enam yang setimbang dan sebuah koin yang setimbang dilempar bersamaan satu kali. Hasil pada dadu tidak memengaruhi hasil pada koin.
Peluang muncul mata dadu lebih dari 4 **atau** sisi angka pada koin adalah ....

A. $\frac{5}{6}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{3}$
E. $\frac{1}{6}$

24. Kejadian A dan kejadian B saling bebas dengan $P(A) = 0{,}9$ dan $P(B) = 0{,}8$. Notasi A^c menyatakan komplemen kejadian A.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

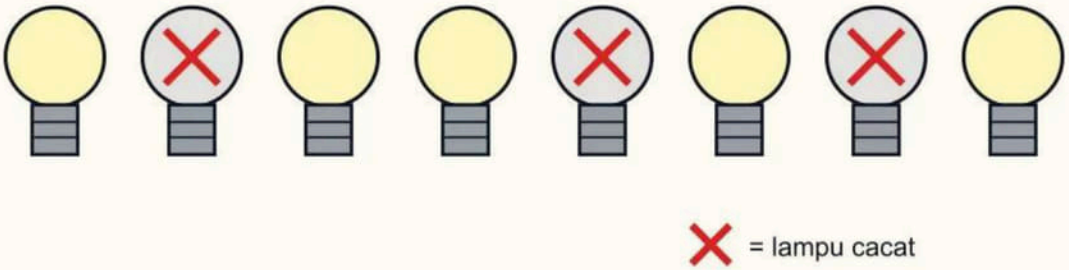
Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. $P(A^c \cap B^c) = 0{,}28$
☐ B. $P(A \cap B^c) = 0{,}08$
☐ C. $P(A \cap B) = 0{,}72$
☐ D. $P(B^c) = 0{,}10$
☐ E. $P(A \cup B) = 0{,}98$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

25. Sebuah kotak berisi 8 lampu LED yang bentuknya sama. Tiga di antaranya cacat (tanda × pada gambar hanya keterangan; lampu cacat tidak dapat dibedakan dari luar). Pak Yosef mengambil 3 lampu sekaligus secara acak dari kotak itu.
Data disusun untuk latihan soal.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Peluang ketiga lampu yang terambil tidak cacat adalah $\left(\frac{5}{8}\right)^3 = \frac{125}{512}$.	○	○
Peluang terambil tepat satu lampu cacat adalah $\frac{15}{28}$.	○	○
Peluang terambil paling sedikit dua lampu cacat adalah $\frac{1}{14}$.	○	○

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data	1, 2, 3, 4, 5, 6	___ / 6	Ulangi hlm. 259
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data	7, 8, 9, 10, 11, 12	___ / 6	Ulangi hlm. 272
Sub bab 4.3 · Kaidah Pencacahan	13, 14, 15, 16, 17, 18	___ / 6	Ulangi hlm. 282
Sub bab 4.4 · Peluang Kejadian	19, 20, 21, 22, 23, 24, 25	___ / 7	Ulangi hlm. 293

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai TKA.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian C · Simulasi TKA

Kerjakan setelah semua bab selesai. Simulasi 1 memakai soal asli TKA 2025; simulasi berikutnya adalah paket prediksi. Kerjakan tiap simulasi dalam sekali duduk sesuai waktunya, tanpa membuka materi.

Daftar simulasi

Simulasi	Jumlah soal	Waktu	Kode LMS
Simulasi 1 — Soal Asli TKA 2025	25 soal	75 menit	MATW-FIN1
Simulasi 2 — Prediksi TKA 2026	25 soal	75 menit	MATW-FIN2
Simulasi 3 — Prediksi TKA 2026	25 soal	75 menit	MATW-FIN3
Simulasi 4 — Prediksi TKA 2026	25 soal	75 menit	MATW-FIN4

Saran: beri jeda beberapa hari antarsimulasi. Setelah tiap simulasi, cocokkan jawaban di Bagian D lalu ulangi sub bab yang ditunjuk tabel anjuran sebelum mengerjakan simulasi berikutnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 1 — Soal Asli TKA 2025

MATW-FIN1

Petunjuk

Jumlah soal: 25. Waktu: 75 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 1 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-FIN1

1. Diberikan tiga himpunan bilangan sebagai berikut.

$A = \{x \mid x < 6,\ x \in \text{bilangan asli}\}$

$B = \{x \mid x \text{ bilangan genap},\ x \in \text{bilangan cacah}\}$

$C = \{x \mid x \leq 10,\ x \in \text{bilangan prima}\}$

Berdasarkan himpunan-himpunan tersebut, hasil dari $(A \cap B) \cup C$ adalah ....

A. $\{2, 3, 5, 7\}$

B. $\{0, 2, 3, 5, 7\}$

C. $\{2, 3, 4, 5, 7\}$

D. $\{0, 2, 3, 4, 5, 7\}$

E. $\{2, 3, 4, 5, 7, 10\}$

2. Bentuk sederhana dari

$$\frac{3^{\frac{2}{3}} \times 8^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{5}{2}} \times 9^{\frac{5}{6}}}$$

adalah ....

A. $\frac{1}{42}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. 6

E. 12

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Operasi biner $\odot$ didefinisikan sebagai

$$a \odot b = \frac{(a-b)^2 + 2ab}{a+b}$$

untuk setiap bilangan real tidak negatif a dan b.

Jika $a \odot 2 = 5$, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
a merupakan kelipatan dari 3.	○	○
a merupakan bilangan prima.	○	○
$a \odot 0 = 6$	○	○

4. Seorang peneliti memodelkan peningkatan suhu akibat pemanasan global yang terjadi dengan fungsi linear berikut.

$y = 0{,}02x - 39{,}9$

dengan x mewakili tahun dan y mewakili peningkatan suhu dalam derajat Celsius.

Pada tahun berapakah peningkatan suhu diperkirakan mencapai $0{,}7^\circ\text{C}$?

A. Tahun 2000.
B. Tahun 2003.
C. Tahun 2025.
D. Tahun 2030.
E. Tahun 2345.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Tempat Les Pintarku memberikan potongan biaya kursus kepada 50 pendaftar pertama, sedangkan harga normal berlaku untuk pendaftar lainnya. Biaya kursus setelah mendapatkan potongan harga dapat dihitung dengan fungsi berikut.

$y = 0{,}9x$

dengan x adalah biaya kursus mula-mula dan y adalah biaya setelah potongan harga. Selain itu, bagi siswa yang berprestasi akan mendapat tambahan potongan harga yang besarnya disesuaikan dengan nilai rapor. Setelah mendapatkan tambahan potongan harga, biaya akhir kursus menjadi

$$g(y) = \begin{cases} 0{,}7y, & \text{jika nilai rapor di atas } 90 \\ 0{,}8y, & \text{jika nilai rapor } 85 - 90 \end{cases}$$

dengan $g(y)$ adalah biaya akhir setelah tambahan diskon. Tambahan potongan ini hanya berlaku bagi pendaftar yang sudah mendapat potongan pendaftar awal.

Salah satu siswa bernama Fira merupakan pendaftar ke-50 dan membayar biaya kursus sebesar Rp180.000,00. Setelah itu, datang empat siswa lainnya yang juga ingin mengikuti kursus dengan informasi berikut.

Nama	Nilai Rapor	Uang yang dimiliki (Rp)
Andi	90	285.000
Budi	92	286.000
Cici	89	280.000
Dini	95	287.000

Dengan uang yang dimiliki, siapakah siswa yang pasti dapat mengikuti kursus?

A. Dini.
B. Dini dan Budi.
C. Dini, Budi, dan Andi.
D. Dini, Cici, Budi, dan Andi.
E. Cici dan Andi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Pada saat pertandingan sepak bola Indonesia melawan Jepang, kelompok pendukung tim Indonesia akan duduk membentuk koreo dengan beberapa orang memegang kertas berwarna yang dibentangkan. Total kertas berwarna yang dipegang oleh pendukung di barisan kursi paling bawah sebanyak 400 lembar, kemudian di baris kedua sebanyak 550 lembar, dan semakin bertambah pada barisan kursi berikutnya dengan pola penambahan yang sama.
Jika pola penambahan tersebut berlaku sampai pada baris kursi ketujuh, maka berapa banyak penonton yang memegang kertas koreo di baris ke-5? (Setiap penonton memegang satu lembar kertas.)

A. 700 orang.
B. 850 orang.
C. 1.000 orang.
D. 1.150 orang.
E. 1.300 orang.

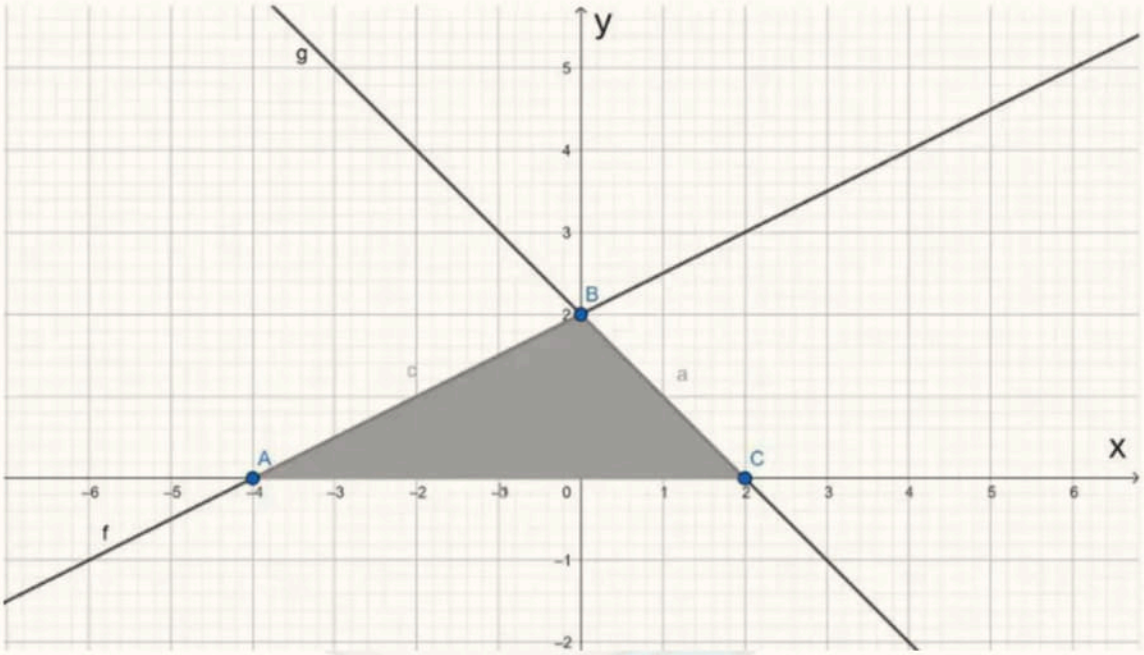
7. Seorang pasien dengan kadar asam urat tinggi menjalani terapi menggunakan obat penurun kadar asam urat. Pada hari pertama, kadar asam urat dalam darah tercatat 13 mg/dL. Obat bekerja menurunkan kadar asam urat sebesar 20% setiap hari secara konsisten. Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam mengonsumsi obat penurun kadar asam urat adalah:
• Pasien mulai merasa lebih nyaman saat kadar asam urat ada di bawah 7 mg/dL.
• Pasien dianggap sembuh secara klinis jika kadar asam urat telah mencapai kurang dari 5 mg/dL.
Pada hari keberapa pasien merasa nyaman namun belum dianggap sembuh secara klinis? (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Hari ke-2
☐ B. Hari ke-3
☐ C. Hari ke-4
☐ D. Hari ke-5
☐ E. Hari ke-6

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Perhatikan gambar berikut.
Daerah yang diarsir pada gambar merupakan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan ....



A. $\begin{cases} x - 2y \geq -4 \\ x + y \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - 2y \geq -4 \\ x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 2y \geq -4 \\ x + y \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$

E. $\begin{cases} 2x - y \geq 4 \\ x + y \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

9. Bu Silma adalah seorang perangkai bunga yang menyusun berbagai jenis buket bunga. Di tokonya, ia memiliki bunga mawar, lili, dan anyelir. Harga buket ditentukan dari total harga bunga yang digunakan dalam buket tersebut. Adapun tiga jenis buket yang biasa ia siapkan dengan komposisi ketiga bunga beserta harga per buketnya diberikan pada gambar berikut.
Bila seorang pembeli ingin membeli buket bunga tipe C namun ingin menambah 2 tangkai

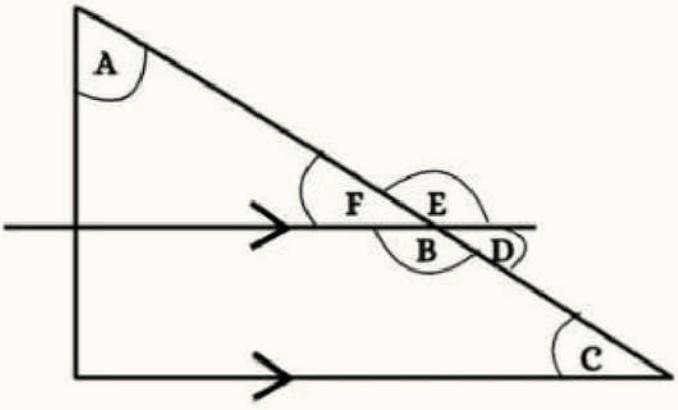
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

lili dan 1 tangkai anyelir dengan harga satuan, maka total harga yang harus dibayar pembeli tersebut adalah ....



A. Rp75.000,00
B. Rp102.000,00
C. Rp110.000,00
D. Rp115.000,00
E. Rp116.000,00

10. Perhatikan gambar berikut. (Garis-garis yang diberi tanda panah adalah garis-garis sejajar.) Berdasarkan gambar tersebut, pasangan sudut manakah yang membentuk sudut 180°? (Jawaban benar lebih dari satu.)

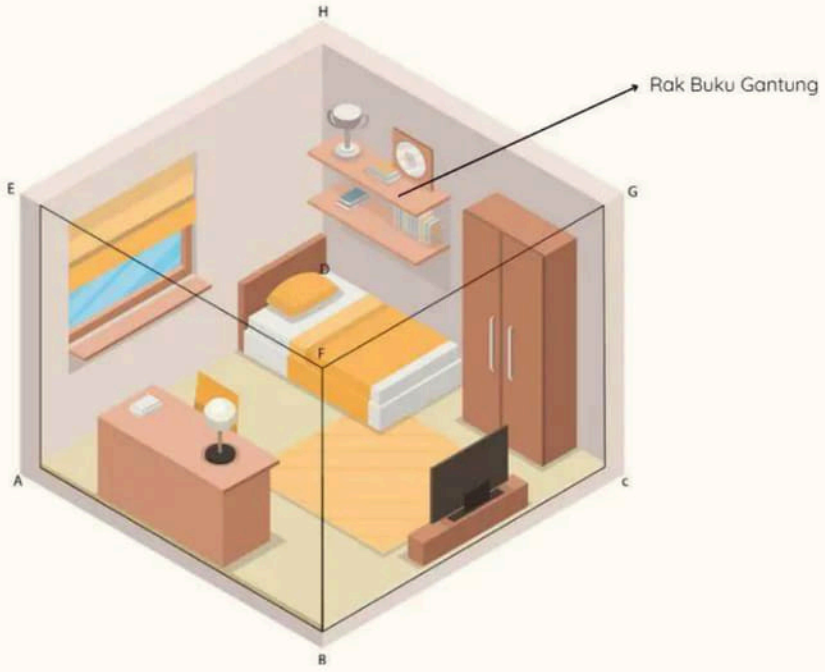


Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. $\angle A$ dan $\angle B$
☐ B. $\angle A$ dan $\angle E$
☐ C. $\angle B$ dan $\angle C$
☐ D. $\angle B$ dan $\angle D$
☐ E. $\angle E$ dan $\angle C$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Zara ingin menata kembali kamarnya dengan menambahkan papan jadwal di dinding. Papan jadwal tidak diletakkan pada dinding yang sejajar dengan rak buku gantung. Posisi rak buku gantung dapat dilihat pada gambar berikut.
Berdasarkan posisi yang diinginkan, pada dinding manakah papan jadwal akan diletakkan? (Jawaban benar lebih dari satu.)



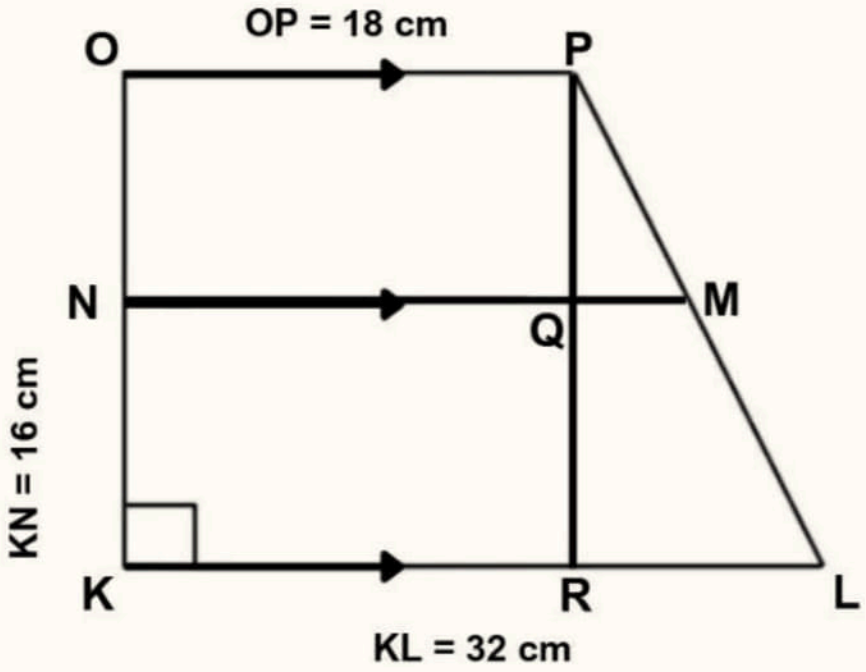
Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. CDHG
☐ B. BCGF
☐ C. ABFE
☐ D. BCFA
☐ E. ADHE

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Perhatikan gambar berikut.
Diketahui trapesium $KLMN$ dan $NMPO$ sebangun.
Berdasarkan informasi tersebut, berapakah panjang sisi LM?

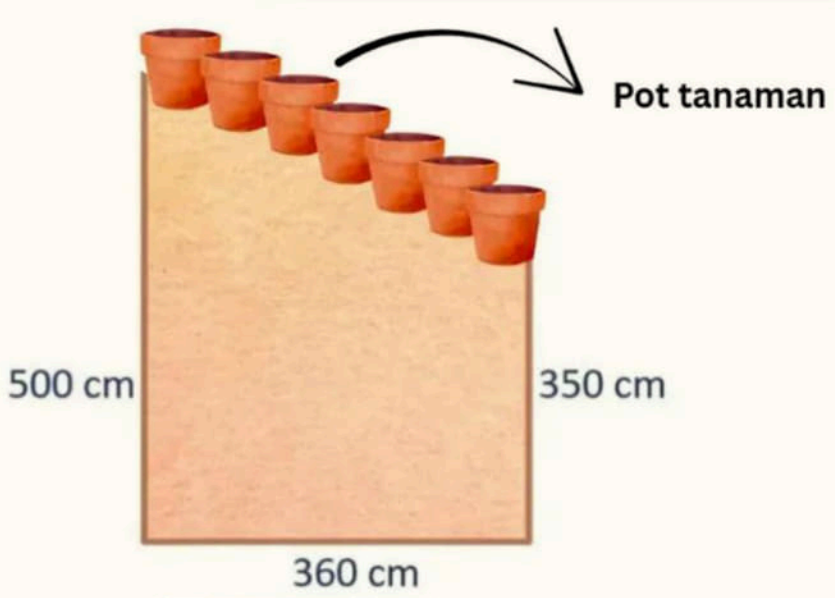


A. $6\sqrt{5}$ cm
B. $8\sqrt{5}$ cm
C. $9\sqrt{5}$ cm
D. $10\sqrt{5}$ cm
E. $14\sqrt{5}$ cm

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

13. Tim Adiwiyata SMA Gemilang sedang menata sayuran di kebun sekolah. Mereka menanam beberapa tanaman obat keluarga (toga) seperti jahe, kunyit, dan lengkuas. Setiap tanaman ditempatkan di pot yang berbeda-beda ukurannya. Pot tersebut akan diletakkan di salah satu sisi kebun seperti pada ilustrasi berikut.
Ukuran diameter pot yang digunakan untuk jahe berukuran 15 cm, kunyit berukuran 26 cm, dan lengkuas berukuran 30 cm.
Berdasarkan ilustrasi, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

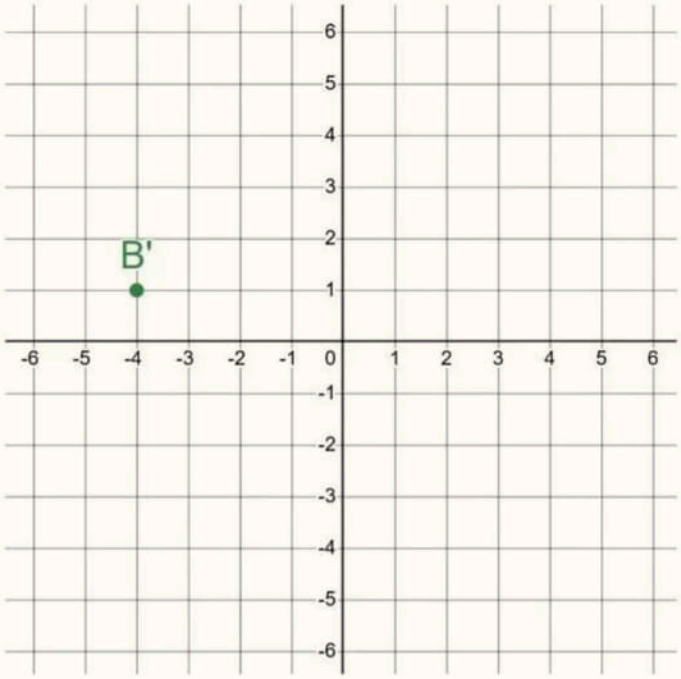


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Ada 25 tanaman jahe yang bisa ditanam.	○	○
Ada 15 tanaman kunyit yang bisa ditanam.	○	○
Ada 10 tanaman lengkuas yang bisa ditanam.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Perhatikan gambar berikut.
Titik B direfleksikan terhadap garis $y = 1$, kemudian dirotasi dengan pusat $O(0, 0)$ sebesar 180° searah jarum jam. Titik B' pada gambar merupakan bayangan titik B hasil komposisi kedua transformasi tersebut.
Koordinat titik B yang sesuai adalah ....



A. $B(4, -1)$
B. $B(4, 3)$
C. $B(-6, -1)$
D. $B(-2, -1)$
E. $B(2, 4)$

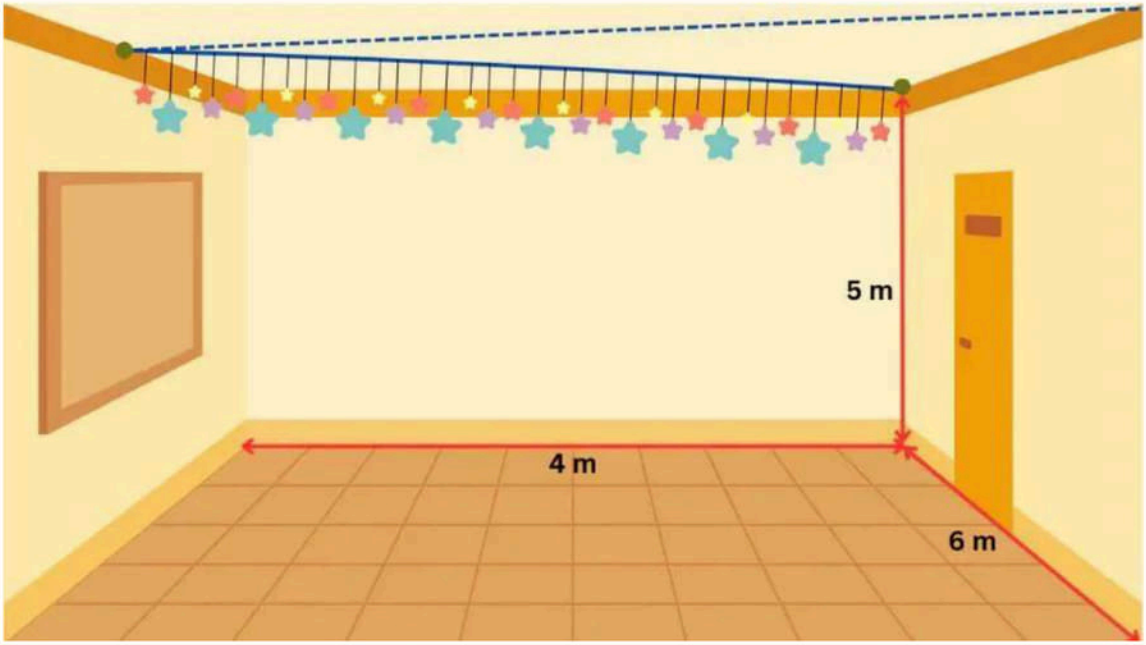
NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. SD Jaya Makmur baru saja mendapat ruangan kelas baru. Murid-murid ingin menghias kelasnya dengan memasang tali hiasan pada bagian langit-langit kelas. Tali hiasan dipasang dari pojok dinding pintu masuk ke bagian tengah langit-langit dinding papan tulis seperti pada gambar berikut.

Mereka akan membuat tali kedua yang sama seperti tali hiasan pertama untuk dipasang ke pojok yang lain pada dinding pintu.

Jika kedua tali hiasan tersebut dibuat dari satu gulungan tali yang panjangnya 20 meter, berapakah sisa tali yang tidak terpakai?

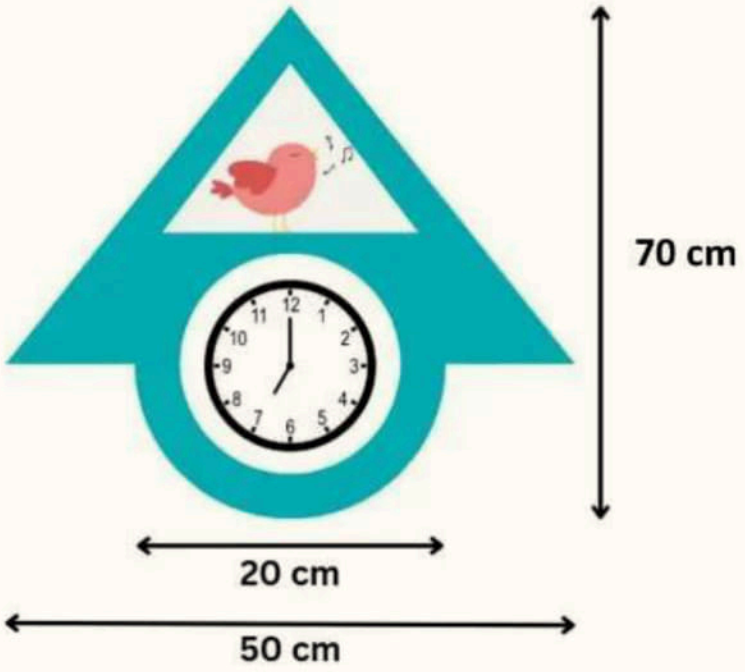


A. 6 m
B. 10 m
C. 11 m
D. 13 m
E. 15 m

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

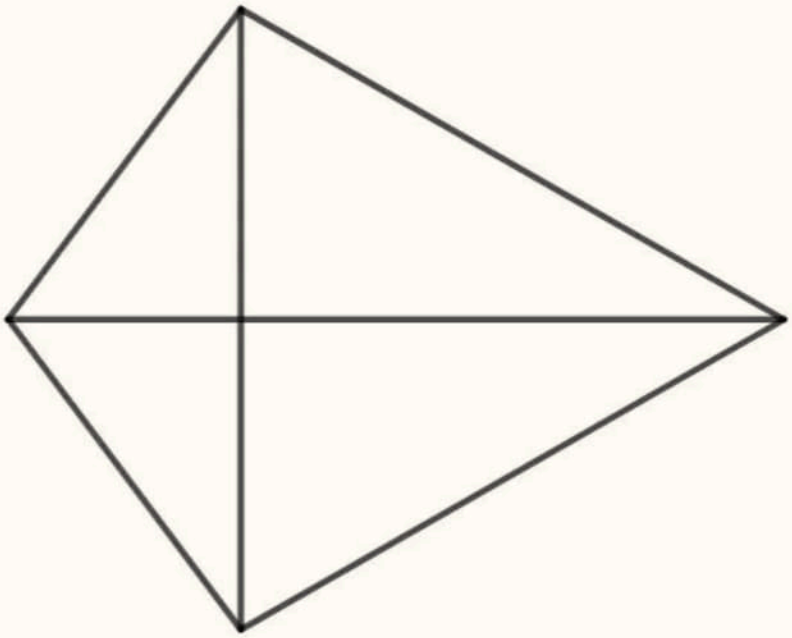
16. Arif, seorang desainer interior, akan membuat suatu desain ornamen jam dinding baru. Ornamen tersebut memiliki bentuk dasar gabungan segitiga dan lingkaran. Adapun bentuk ornamen jam dan ukurannya diberikan pada gambar berikut.
Di sekeliling ornamen jam tersebut akan ditempel kayu tipis untuk menambah efek tiga dimensi.
Apabila Arif akan membuat dua buah ornamen jam dinding untuk dijadikan model contoh, berapa panjang kayu tipis yang diperlukan? (Gunakan $\pi = 3{,}14$.)



A. 322,8 cm
B. 352,8 cm
C. 362,8 cm
D. 382,8 cm
E. 445,6 cm

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Perhatikan permasalahan berikut.
Panjang salah satu diagonal suatu layang-layang adalah 20 cm.
Berapakah keliling layang-layang tersebut?
Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab permasalahan tersebut.
(1) Luas layang-layang adalah 160 cm^2.
(2) Panjang salah satu sisi layang-layang adalah 10 cm.



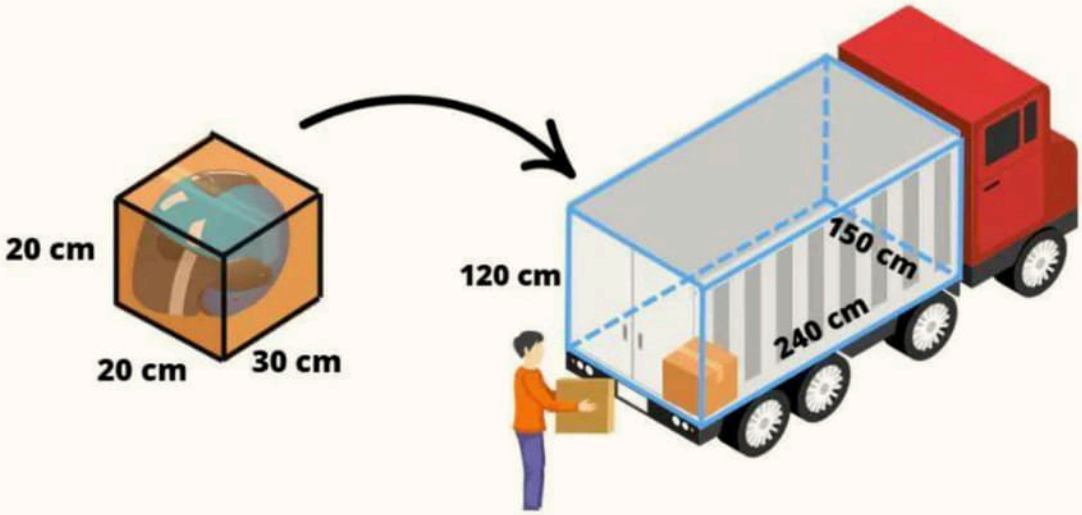
A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Pak Omar adalah seorang distributor helm. Hari ini, ia mendapat pesanan untuk mengirimkan helm yang sama dalam jumlah besar menggunakan truk. Agar kualitas terjaga, helm dikemas dalam wadah kardus helm. Adapun ukuran kardus helm dan bak truk diberikan pada gambar berikut.

Pak Omar memberikan arahan pada kurir untuk mengatur posisi atas kardus helm tidak boleh dibalik. Semua kardus helm disusun menghadap depan atau menghadap samping. Namun, apabila masih terdapat ruang kosong, penyusunan kardus helm dengan posisi berbeda untuk mengisi ruang kosong tersebut dapat dilakukan.

Berdasarkan posisi susunan tersebut, berapa paling banyak kardus helm yang dapat dimuat di truk tersebut?



A. 336 kardus
B. 360 kardus
C. 384 kardus
D. 432 kardus
E. 504 kardus

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Bu Sita, seorang desainer interior, sedang mengerjakan proyek pribadi untuk mempercantik kamar tidurnya. Ia berencana membuat beberapa hiasan lampu tidur dari bahan akrilik. Setiap hiasan akan berbentuk tabung berongga tanpa alas dan tutup dengan diameter 14 cm dan tinggi 25 cm. Bagian luar hiasan tabung ini akan dilapisi dengan stiker vinil motif bunga seperti pada gambar berikut.
Stiker vinil dijual dalam lembaran, dan harga satu lembarnya adalah Rp9.000,00. Setiap lembar stiker vinil mampu menutupi area seluas 300 cm^2.
Apabila Bu Sita berencana membuat 8 buah hiasan lampu tidur, berapakah biaya minimal yang harus dikeluarkan Bu Sita untuk membeli stiker vinil tersebut?



A. Rp72.000,00
B. Rp108.000,00
C. Rp252.000,00
D. Rp270.000,00
E. Rp288.000,00

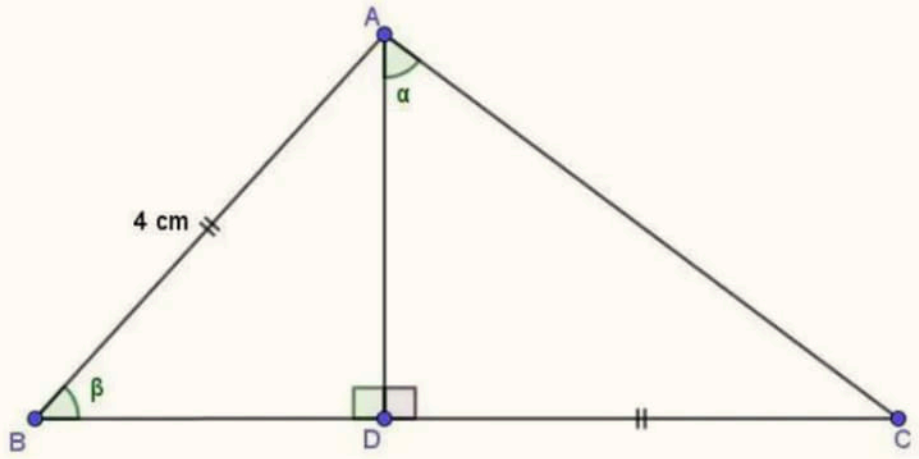
NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Perhatikan gambar berikut. (Garis-garis kecil yang sama pada dua sisi menunjukkan bahwa kedua sisi itu sama panjang.)

Diketahui $\cos \alpha = \dfrac{3}{5}$.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
$\sin \beta = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$	○	○
$\cos \beta = \dfrac{\sqrt{7}}{5}$	○	○
$\tan \beta = \dfrac{3\sqrt{7}}{7}$	○	○

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

21. Banyak siswa yang lulus di sekolah Yayasan Cahaya beragam setiap tahunnya. Berikut adalah data banyak lulusan di tiga sekolah menengah swasta milik Yayasan Cahaya. Berdasarkan grafik tersebut, berikut ini pernyataan mana saja yang tepat mendeskripsikan banyak lulusan di ketiga sekolah milik Yayasan Cahaya?
(Jawaban benar lebih dari satu.)



Data Banyak Lulusan Tahun 2017-2025

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Banyak siswa SMA 1 Bintang yang lulus selalu bertambah mulai tahun 2020.

☐ B. Pada tahun 2017–2020, banyak lulusan dari ketiga sekolah di Yayasan Cahaya selalu bertambah.

☐ C. Banyak lulusan SMK Kejora konsisten naik selama lima tahun terakhir.

☐ D. Banyak lulusan SMA 2 Bintang tetap sama selama tiga tahun terakhir.

☐ E. Banyak lulusan ketiga sekolah di tahun 2023 menurun dibanding tahun sebelumnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

22. Di sebuah acara bazar yang diadakan oleh suatu sekolah, terdapat 5 stan berjajar yang masing-masing dikelola oleh pedagang yang berbeda, yaitu pedagang A, B, C, D, dan E. Dalam bazar tersebut, stan pedagang C ingin berada tepat di antara (diapit oleh) stan pedagang A dan stan pedagang D.
Banyak kemungkinan susunan atau penataan stan sesuai keinginan pedagang C tersebut adalah ....



A. 6 susunan
B. 12 susunan
C. 40 susunan
D. 120 susunan
E. 240 susunan

23. Perhatikan tabel distribusi data jumlah pengunjung perpustakaan Desa Sukamaju pada minggu ke-1 bulan Januari.

Minggu ke-1	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
Jumlah Pengunjung	4	p	5	r	6

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pada minggu ke-1 bulan Januari tersebut, diketahui informasi sebagai berikut.
• Rata-rata pengunjung perpustakaan setiap hari adalah 6 orang.
• Selalu ada minimal dua pengunjung perpustakaan dan tidak pernah melebihi 10 pengunjung pada setiap hari Senin sampai Jumat.
• Median dari data pada tabel adalah 6.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Banyak pengunjung pada hari Selasa pasti selalu lebih banyak dibandingkan hari lain.	○	○
Banyak pengunjung pada hari Kamis pasti lebih dari 5 orang.	○	○
Banyak pengunjung pada hari Jumat dan Kamis mungkin saja sama.	○	○

24. Dalam rangka memperingati Tahun Baru Imlek, sebuah supermarket membuat kotak undian yang berisi hadiah untuk para pelanggannya. Terdapat 60 angpao yang dimasukkan ke dalam kotak tersebut. Hadiahnya terbagi dalam dua kategori, yaitu kupon belanja dan peralatan rumah tangga.
• Terdapat 15 angpao berisi kupon belanja senilai Rp25.000,00.
• Terdapat 12 angpao berisi kupon belanja senilai Rp50.000,00.
• Terdapat 10 angpao berisi set sendok-garpu.
• Terdapat 8 angpao berisi pemanas air.
• Sisanya merupakan angpao kosong.
Rini menjadi orang pertama yang berkesempatan mengambil satu angpao secara acak dari kotak tersebut.
Berapakah peluang Rini mengambil angpao yang kosong?

A. $\frac{1}{15}$
B. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{3}{4}$
E. $\frac{5}{11}$

25. Sebuah kantin sekolah mengadakan undian berhadiah.
Di dalam kotak terdapat:
• 6 kertas bertuliskan Minuman Gratis.
• 4 kertas bertuliskan Makanan Gratis.
• 5 kertas kosong.
Hanya kertas yang kosong yang selalu dikembalikan lagi ke dalam kotak meskipun

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

terambil berkali-kali.
Ani akan mengambil satu buah kertas dari kotak undian. Ani adalah orang kelima yang mengambil kertas undian.
Kertas apa sajakah yang mungkin sudah terambil oleh orang-orang sebelumnya sehingga peluang Ani memperoleh hadiah minuman atau makanan adalah $\frac{2}{3}$?

Jumlah Kertas di dalam Kotak Undian



A. 1 minuman gratis, 1 makanan gratis, dan 2 kertas kosong.
B. 2 makanan gratis dan 2 minuman gratis.
C. 2 minuman gratis dan 2 kertas kosong.
D. 4 kertas kosong.
E. 4 minuman gratis.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3					
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7					
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
10					
11					
12	○	○	○	○	○
13					
14	○	○	○	○	○
15	○	○	○	○	○
16	○	○	○	○	○
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
19	○	○	○	○	○
20					
21					
22	○	○	○	○	○
23					
24	○	○	○	○	○
25	○	○	○	○	○

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 3, 7, 10, 11, 13, 20, 21, 23): jawab langsung pada soalnya.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi	1, 3	___ / 2	Ulangi hlm. 7
Sub bab 1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar	2	___ / 1	Ulangi hlm. 21
Sub bab 1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	9	___ / 1	Ulangi hlm. 33
Sub bab 1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear	8	___ / 1	Ulangi hlm. 44
Sub bab 2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional	4	___ / 1	Ulangi hlm. 74
Sub bab 2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers	5	___ / 1	Ulangi hlm. 88
Sub bab 2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika	6	___ / 1	Ulangi hlm. 100
Sub bab 2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga	7	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang	10, 11	___ / 2	Ulangi hlm. 140
Sub bab 3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan	12	___ / 1	Ulangi hlm. 156
Sub bab 3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang	13, 15	___ / 2	Ulangi hlm. 168
Sub bab 3.4 · Transformasi Geometri pada Titik	14	___ / 1	Ulangi hlm. 183
Sub bab 3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar	16, 17	___ / 2	Ulangi hlm. 196
Sub bab 3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang	18, 19	___ / 2	Ulangi hlm. 211
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri	20	___ / 1	Ulangi hlm. 226
Sub bab 4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data	21	___ / 1	Ulangi hlm. 259
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data	23	___ / 1	Ulangi hlm. 272
Sub bab 4.3 · Kaidah Pencacahan	22	___ / 1	Ulangi hlm. 282
Sub bab 4.4 · Peluang Kejadian	24, 25	___ / 2	Ulangi hlm. 293

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 2 — Prediksi TKA 2026

MATW-FIN2

Petunjuk

Jumlah soal: 25. Waktu: 75 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 2 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-FIN2

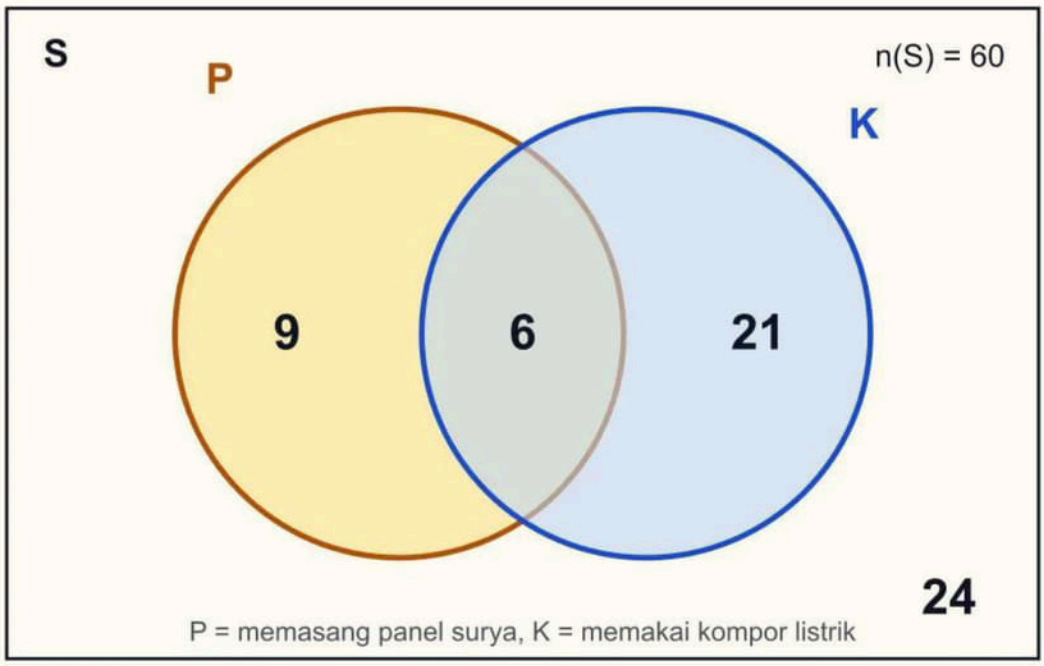
1. Untuk setiap bilangan real a dan b didefinisikan operasi $a \circ b = 2a - b + 1$.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Hasil operasi $3 \circ 5$ sama dengan 8.
☐ B. Operasi $\circ$ bersifat komutatif, yaitu $a \circ b = b \circ a$.
☐ C. Jika $x \circ 4 = 7$, maka $x = 5$.
☐ D. $(1 \circ 2) \circ 3 = 1 \circ (2 \circ 3)$
☐ E. Untuk setiap bilangan real a berlaku $a \circ a = a + 1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Diagram Venn berikut menunjukkan banyak rumah di Perumahan Griya Mentari yang memasang panel surya (P) dan yang memakai kompor listrik (K). Seluruhnya ada 60 rumah.
Data disusun untuk latihan soal.
Banyak rumah yang **tidak** memasang panel surya adalah ....



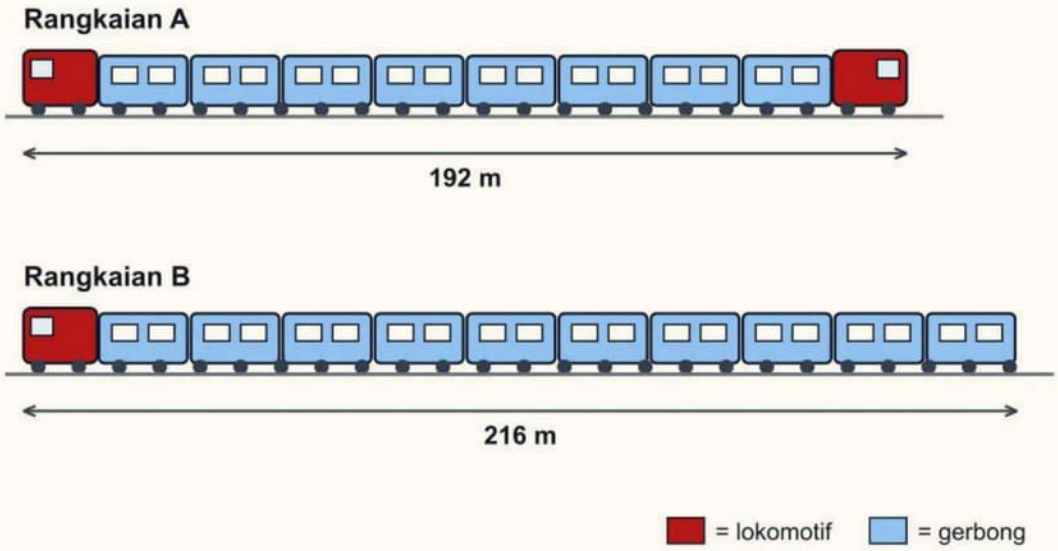
A. 15
B. 24
C. 36
D. 45
E. 51

3. Bentuk sederhana dari
$\frac{18}{\sqrt{3}} - \sqrt{48}$
adalah ....

A. $10\sqrt{3}$
B. $2\sqrt{3}$
C. $14\sqrt{3}$
D. $6 - 4\sqrt{3}$
E. $2\sqrt{15}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Gambar berikut menunjukkan susunan dua rangkaian kereta beserta panjang totalnya. Semua lokomotif sama panjang dan semua gerbong sama panjang (jarak sambungan diabaikan).
Panjang rangkaian yang terdiri atas 1 lokomotif dan 6 gerbong adalah .... m

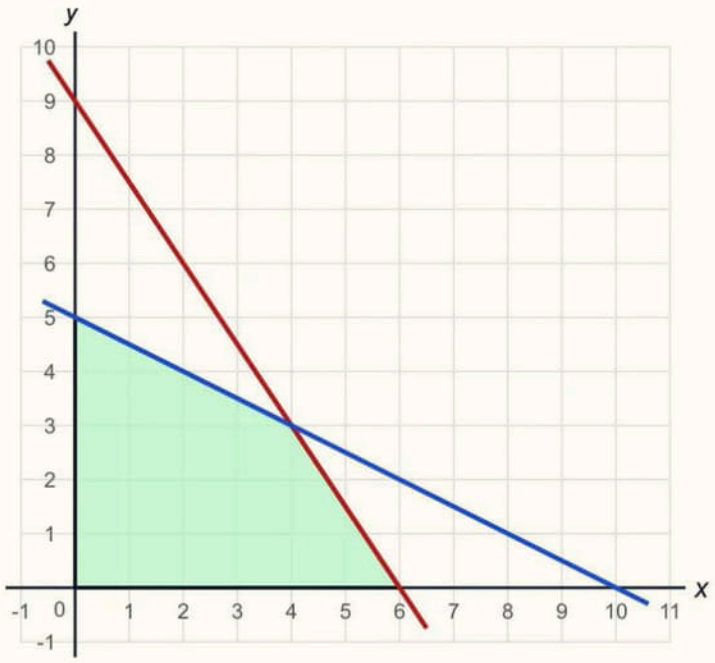


A. 96
B. 116
C. 120
D. 136
E. 152

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Daerah yang diarsir pada gambar berikut merupakan himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linear dengan $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.
Nilai maksimum $f(x, y) = 4x + 5y$ pada daerah tersebut adalah ....



A. 24
B. 25
C. 31
D. 40
E. 45

6. Sisa kuota listrik prabayar di rumah Pak Hendra dimodelkan dengan fungsi $K(h) = 150 - 6h$,
dengan K = sisa kuota (kWh) dan h = banyak hari sejak pengisian terakhir. Pak Hendra akan mengisi ulang ketika sisa kuotanya tinggal 30 kWh.
Pengisian ulang dilakukan setelah .... hari

A. 5
B. 20
C. 21
D. 25
E. 30

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

7. Diketahui $f(x) = 2x - 1$ dan $(g \circ f)(x) = 6x - 1$.
Nilai $g^{-1}(14)$ adalah ....

A. $\frac{5}{2}$
B. 4
C. $\frac{14}{3}$
D. 6
E. 44

8. Untuk persiapan lomba lari 10K, Sinta berlatih setiap hari. Pada hari pertama ia berlari sejauh 2 km, dan setiap hari berikutnya jaraknya bertambah 250 m dari hari sebelumnya. Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Sinta pertama kali berlari sejauh 10 km pada hari ke-40.
☐ B. Pada hari ke-9, Sinta berlari sejauh 4 km.
☐ C. Total jarak lari Sinta selama 8 hari pertama adalah 23 km.
☐ D. Jarak lari pada hari ke-20 dua kali jarak lari pada hari ke-10.
☐ E. Jarak lari pada hari ke-n dapat dinyatakan $U_n = 1{,}75 + 0{,}25n$ km.

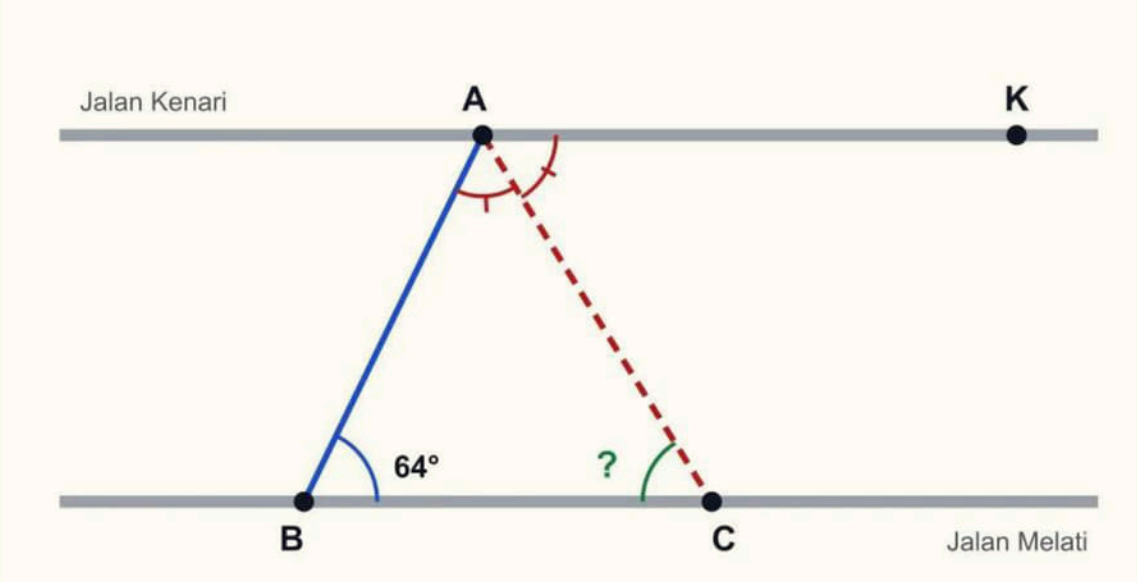
9. Turnamen bulu tangkis tunggal antarkecamatan memakai sistem gugur: setiap pertandingan mempertemukan dua pemain, dan pemain yang kalah langsung tersingkir. Babak pertama diikuti 64 pemain. Para pemenang maju ke babak berikutnya sampai tersisa satu juara.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Babak ketiga terdiri atas 16 pertandingan.	○	○
Turnamen itu terdiri atas 6 babak.	○	○
Banyak seluruh pertandingan dalam turnamen itu 64.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

10. Pada denah berikut, Jalan Kenari dan Jalan Melati lurus dan sejajar. Jalan tembus AB membentuk sudut 64° dengan Jalan Melati. Di titik A akan dibuat jalan baru AC yang membagi $\angle KAB$ menjadi dua sudut sama besar, dengan C pada Jalan Melati.
Besar $\angle ACB$ adalah ....

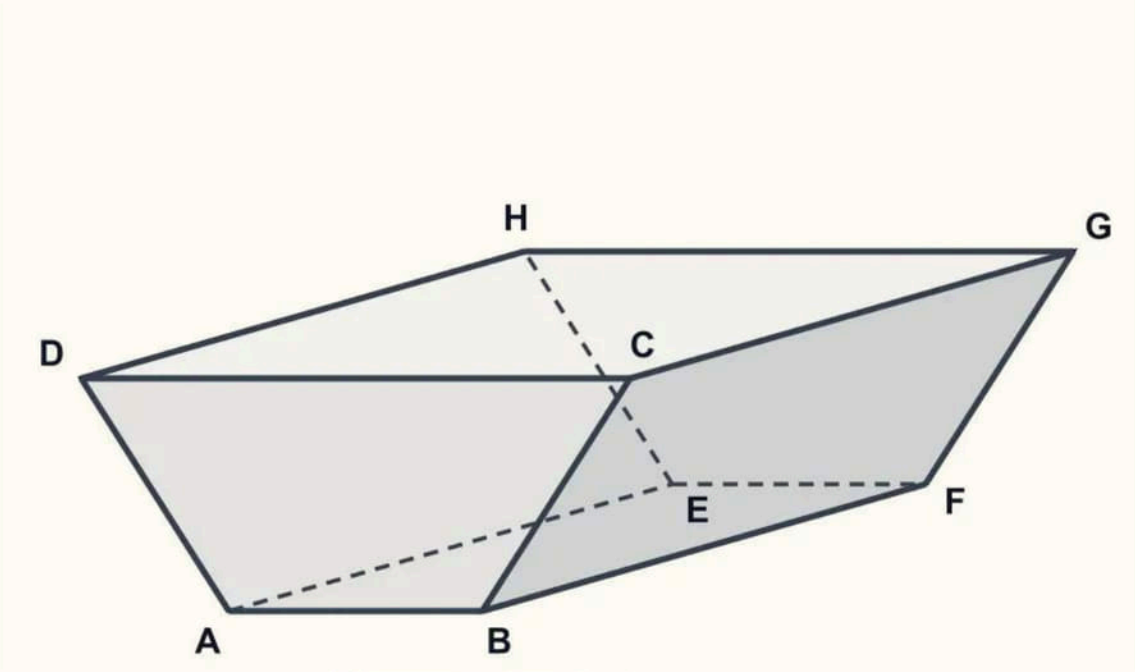


A. 32°
B. 64°
C. 116°
D. 58°
E. 122°

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Sebuah saluran drainase beton berbentuk prisma tegak $ABCD.\,EFGH$ seperti pada gambar. Sisi depan $ABCD$ dan sisi belakang $EFGH$ berbentuk trapesium sama kaki dengan $AB \parallel DC$, sedangkan rusuk AE, BF, CG, dan DH tegak lurus bidang $ABCD$. Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

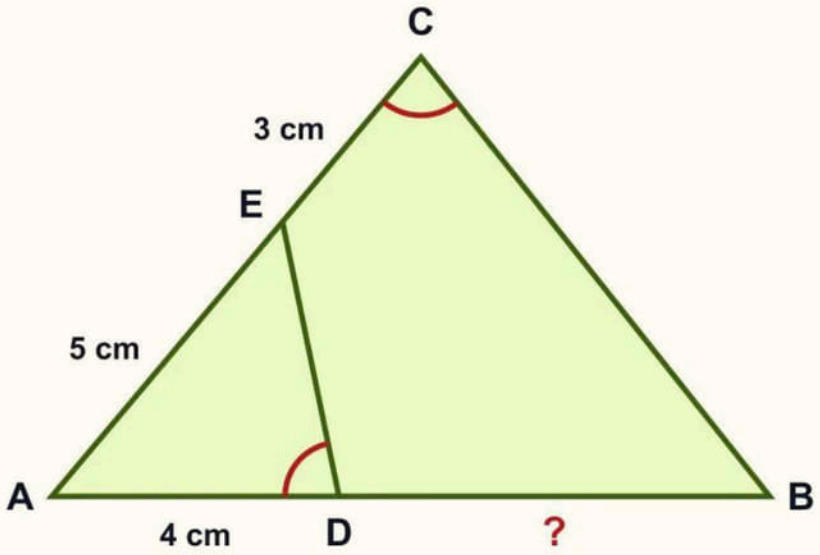


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Garis AB sejajar dengan garis GH.	○	○
Garis AE tegak lurus dengan garis DC.	○	○
Garis AD sejajar dengan garis FG.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Pada gambar, titik D terletak pada AB dan titik E terletak pada AC sehingga $\angle ADE = \angle ACB$ (ditandai busur merah). Diketahui $AD = 4$ cm, $AE = 5$ cm, dan $EC = 3$ cm.
Panjang DB adalah .... cm



A. 6
B. 2,4
C. 6,4
D. 3,75
E. 10

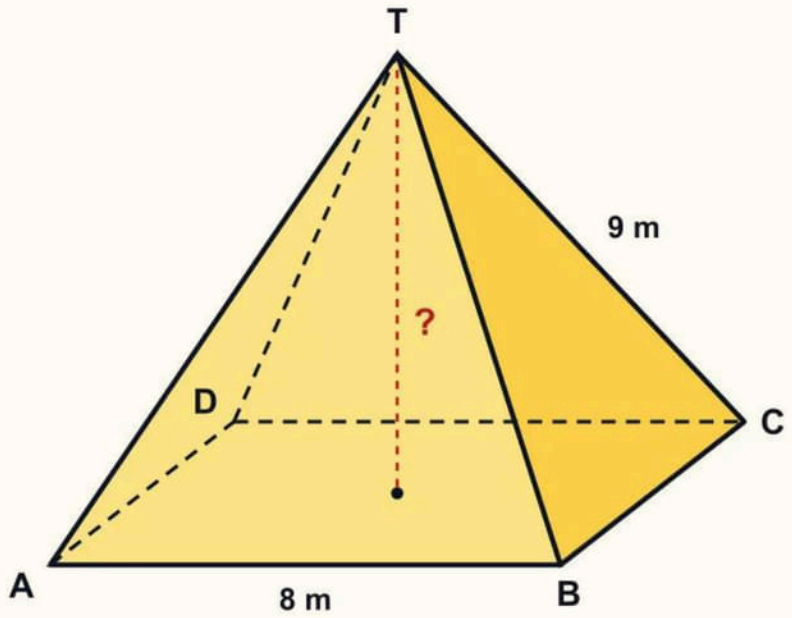
13. Sebelum memasang pondasi rumah, Pak Yosef memeriksa apakah setiap pojok benar-benar siku-siku. Dari sebuah pojok, ia mengukur panjang a pada satu sisi, panjang b pada sisi lainnya, lalu jarak lurus c antara kedua ujung ukuran itu. Berikut hasil pengukuran di lima pojok (dalam cm).
Hasil pengukuran yang menunjukkan pojok siku-siku adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. $a = 40,\ b = 75,\ c = 85$
☐ B. $a = 90,\ b = 120,\ c = 160$
☐ C. $a = 50,\ b = 120,\ c = 130$
☐ D. $a = 70,\ b = 100,\ c = 130$
☐ E. $a = 80,\ b = 150,\ c = 170$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Atap menara jam di alun-alun kota berbentuk limas persegi $T.\,ABCD$. Panjang rusuk alasnya 8 m dan panjang setiap rusuk tegaknya 9 m, seperti pada gambar.
Tinggi atap tersebut (jarak titik T ke bidang alas $ABCD$) adalah .... m

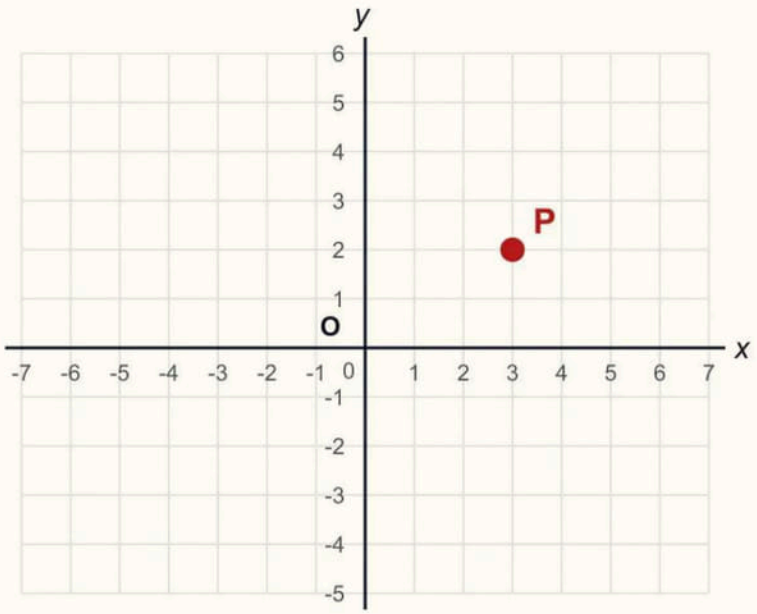


A. $\sqrt{17}$
B. $4\sqrt{2}$
C. 7
D. $\sqrt{65}$
E. 9

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Titik P pada gambar dicerminkan terhadap sumbu-y. Hasilnya kemudian didilatasi dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala 2.
Koordinat bayangan akhir titik P adalah ....

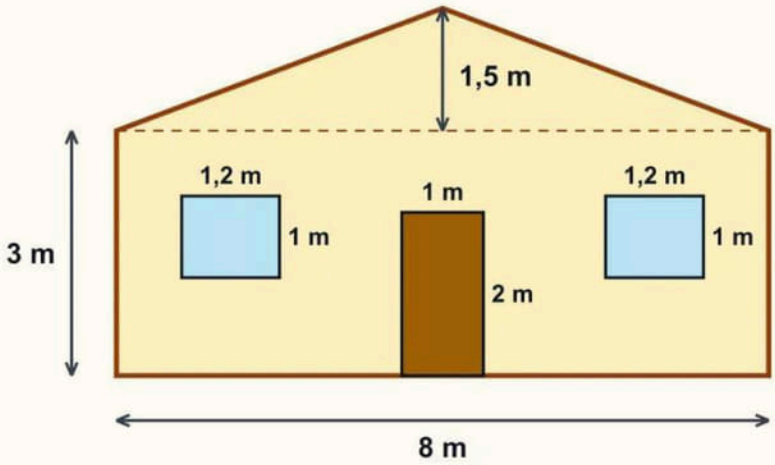


A. $(6,-4)$
B. $(-6,2)$
C. $(4,6)$
D. $(-1,4)$
E. $(-6,4)$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Dinding depan sebuah rumah berbentuk gabungan persegi panjang dan segitiga sama kaki. Pada dinding itu terdapat satu pintu dan dua jendela yang berbentuk persegi panjang. Ukurannya tampak pada gambar. Seluruh dinding, kecuali pintu dan jendela, akan dicat. Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

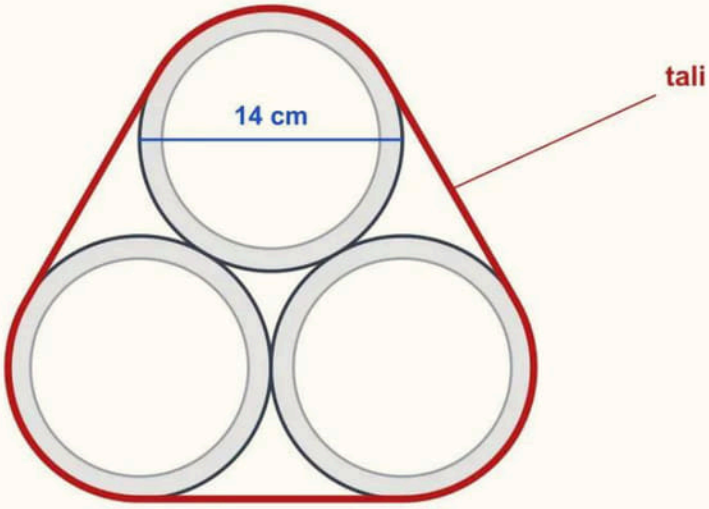


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Luas bagian dinding yang berbentuk segitiga adalah 12 m^2.	○	○
Luas dinding yang akan dicat adalah 25,6 m^2.	○	○
Jika satu kaleng cat cukup untuk 6 m^2, diperlukan paling sedikit 5 kaleng cat.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Tiga pipa PVC yang sama besar, masing-masing berdiameter 14 cm, diikat erat dengan tali satu putaran seperti pada gambar penampang berikut. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.
Panjang tali minimum yang diperlukan (tanpa simpul) adalah .... cm

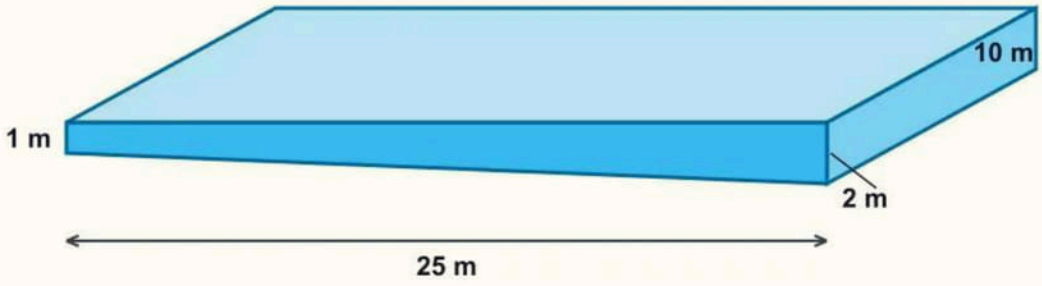


A. 42
B. 64
C. 130
D. 174
E. 86

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Kolam renang di sebuah pusat olahraga berbentuk prisma dengan panjang 25 m dan lebar 10 m. Dasar kolam miring: kedalamannya 1 m di ujung dangkal dan 2 m di ujung dalam, seperti pada gambar.
Volume air kolam ketika terisi penuh adalah .... m^3



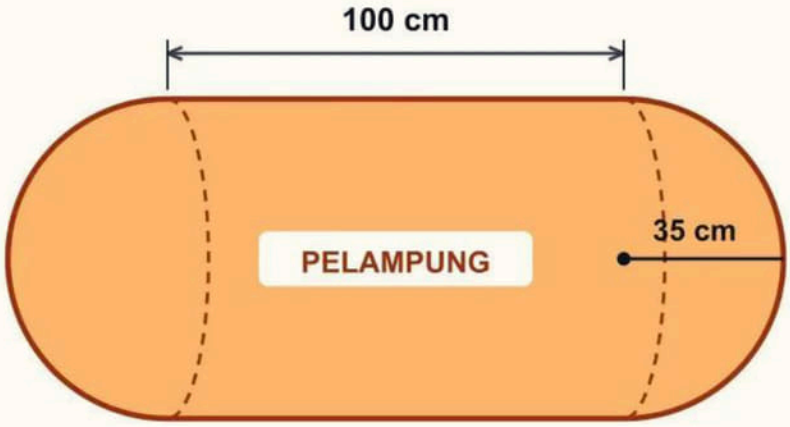
A. 125
B. 250
C. 375
D. 500
E. 750

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Pelampung penanda alur kapal di sebuah pelabuhan berbentuk tabung dengan setengah bola di kedua ujungnya, seperti pada gambar. Seluruh permukaan luar pelampung akan dicat. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

Luas permukaan yang dicat adalah .... m^2

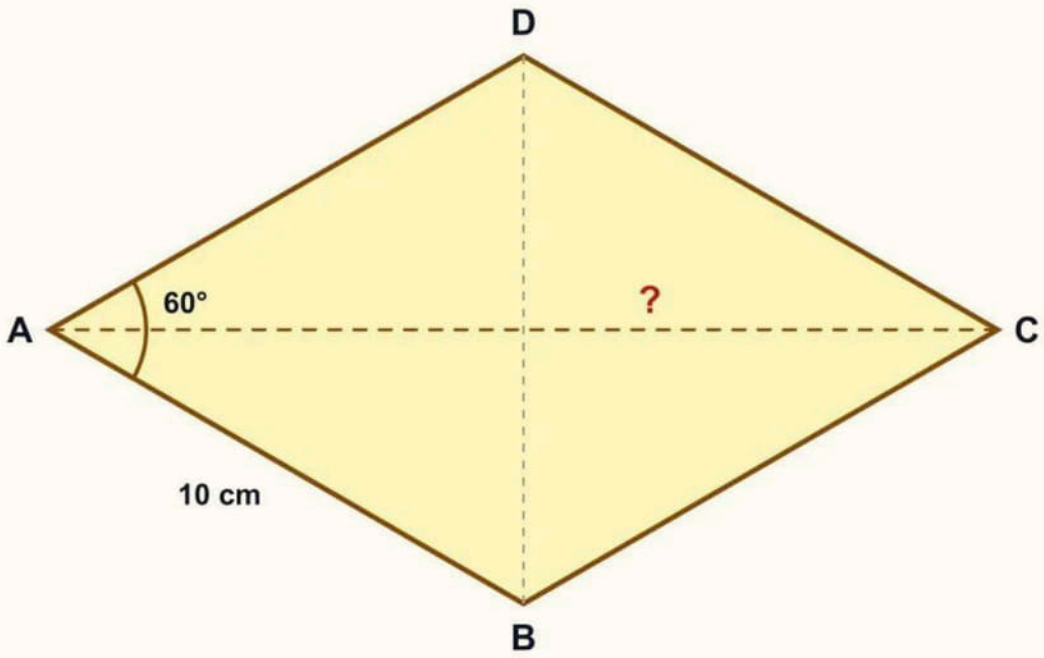


A. 3,74
B. 2,2
C. 2,97
D. 4,51
E. 5,28

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Belah ketupat $ABCD$ pada gambar mempunyai panjang sisi 10 cm dan $\angle DAB = 60^\circ$. Panjang diagonal AC adalah .... cm

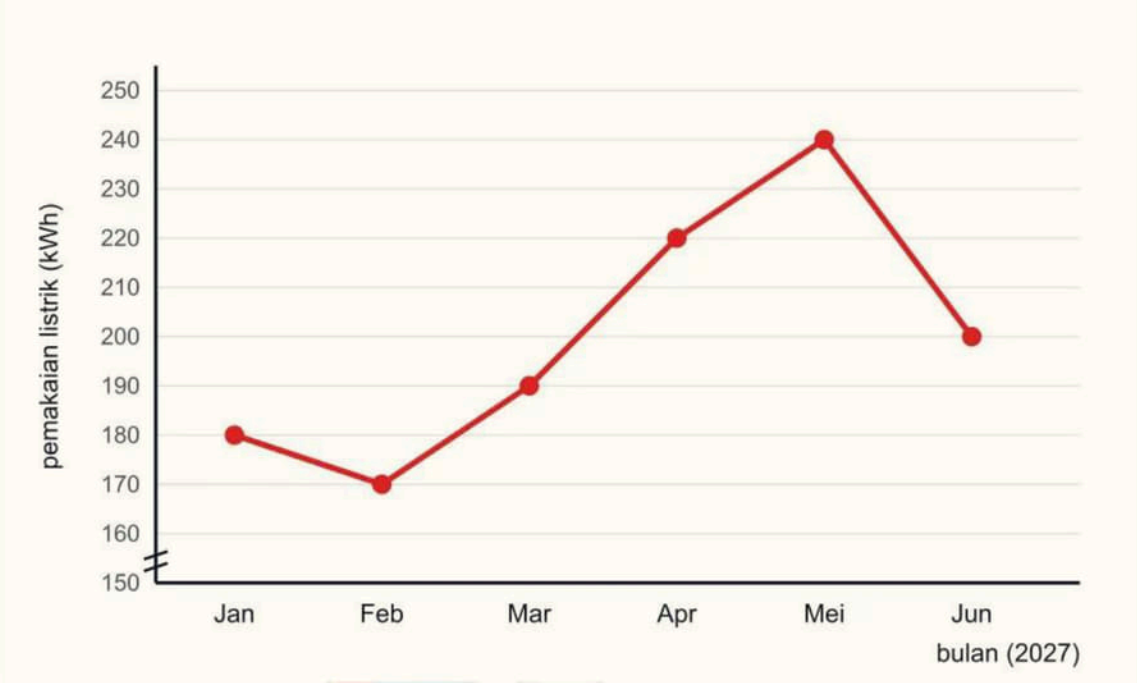


A. 10
B. $5\sqrt{3}$
C. $10\sqrt{2}$
D. 20
E. $10\sqrt{3}$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

21. Diagram garis berikut menunjukkan pemakaian listrik rumah Bu Ratna setiap bulan dari Januari sampai Juni 2027. Tarif listrik rumah itu Rp1.500,00 per kWh.
Data disusun untuk latihan soal.
Selisih tagihan listrik pada bulan dengan pemakaian tertinggi dan bulan dengan pemakaian terendah adalah ....



A. Rp60.000,00
B. Rp75.000,00
C. Rp90.000,00
D. Rp105.000,00
E. Rp360.000,00

22. Waktu tempuh Rafi bersepeda dari rumah ke stadion selama lima hari berturut-turut (dalam menit) adalah sebagai berikut.
12, 15, 14, 10, 9
Data disusun untuk latihan soal.
Pernyataan yang benar tentang data tersebut adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Ragam (variansi) data itu 5,2.
☐ B. Jangkauan data itu 6.
☐ C. Simpangan baku data itu 5,2.
☐ D. Simpangan rata-rata data itu 2.
☐ E. Median data itu 14.

23. Pelatih klub dayung akan menyusun satu regu perahu yang berisi 4 pendayung dari 8 calon, salah satunya Dita. Keempat tempat duduk di perahu diberi nomor 1 sampai 4, dan

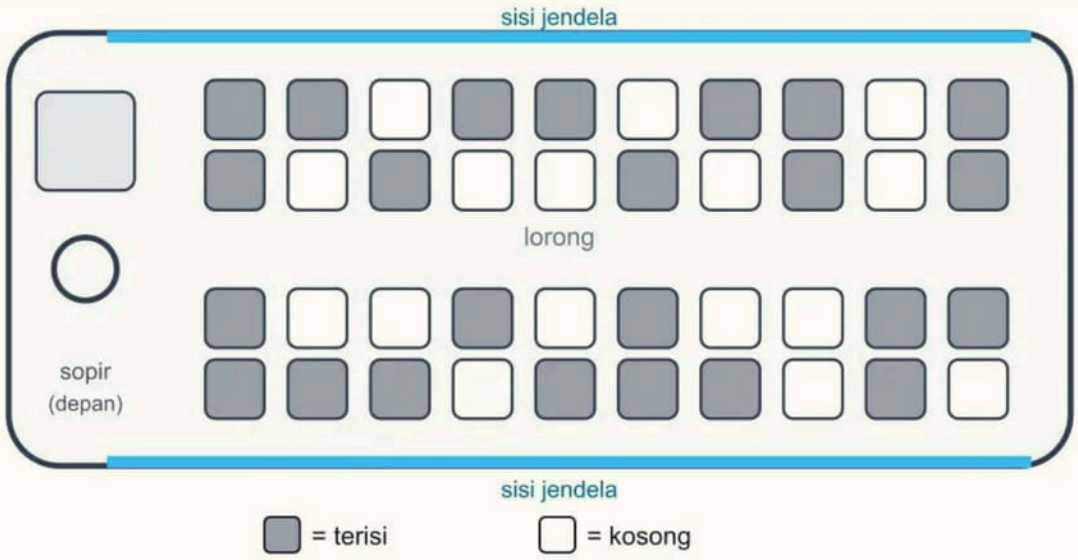
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

susunan dianggap berbeda bila ada pendayung yang duduk di nomor berbeda.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Banyak cara memilih 4 pendayung (tanpa memperhatikan tempat duduk) adalah 70.	○	○
Jika Dita harus duduk di tempat nomor 4, banyak susunan regu yang mungkin adalah 35.	○	○
Banyak susunan 4 pendayung pada tempat duduk nomor 1 sampai 4 adalah 1.680.	○	○

24. Gambar berikut menunjukkan denah tempat duduk sebuah bus antarkota. Kursi berwarna abu-abu sudah terisi. Penumpang terakhir, Nina, memilih satu kursi kosong secara acak. Peluang Nina mendapat kursi di samping jendela adalah ....



A. $\frac{3}{20}$

B. $\frac{3}{10}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{1}{2}$

E. $\frac{5}{8}$

25. Kode loker sepeda di sebuah stasiun terdiri atas tiga angka berbeda yang dipilih dari angka 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7, misalnya 352 atau 714. Sistem membuat satu kode secara acak untuk setiap pengguna baru.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Peluang kode yang dibuat untuk Fajar merupakan bilangan ganjil yang lebih dari 500 adalah ....

A. $\frac{5}{21}$

B. $\frac{2}{7}$

C. $\frac{12}{49}$

D. $\frac{3}{7}$

E. $\frac{4}{7}$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8					
9					

No	A	B	C	D	E
10	○	○	○	○	○
11					
12	○	○	○	○	○
13					
14	○	○	○	○	○
15	○	○	○	○	○
16					
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○
21	○	○	○	○	○
22					
23					
24	○	○	○	○	○
25	○	○	○	○	○

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 1, 8, 9, 11, 13, 16, 22, 23): jawab langsung pada soalnya.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi	1, 2	___ / 2	Ulangi hlm. 7
Sub bab 1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar	3	___ / 1	Ulangi hlm. 21
Sub bab 1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	4	___ / 1	Ulangi hlm. 33
Sub bab 1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear	5	___ / 1	Ulangi hlm. 44
Sub bab 2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional	6	___ / 1	Ulangi hlm. 74
Sub bab 2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers	7	___ / 1	Ulangi hlm. 88
Sub bab 2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika	8	___ / 1	Ulangi hlm. 100
Sub bab 2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga	9	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang	10, 11	___ / 2	Ulangi hlm. 140
Sub bab 3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan	12	___ / 1	Ulangi hlm. 156
Sub bab 3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang	13, 14	___ / 2	Ulangi hlm. 168
Sub bab 3.4 · Transformasi Geometri pada Titik	15	___ / 1	Ulangi hlm. 183
Sub bab 3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar	16, 17	___ / 2	Ulangi hlm. 196
Sub bab 3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang	18, 19	___ / 2	Ulangi hlm. 211
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri	20	___ / 1	Ulangi hlm. 226
Sub bab 4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data	21	___ / 1	Ulangi hlm. 259
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data	22	___ / 1	Ulangi hlm. 272
Sub bab 4.3 · Kaidah Pencacahan	23	___ / 1	Ulangi hlm. 282
Sub bab 4.4 · Peluang Kejadian	24, 25	___ / 2	Ulangi hlm. 293

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 3 — Prediksi TKA 2026

MATW-FIN3

Petunjuk

Jumlah soal: 25. Waktu: 75 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 3 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-FIN3

1. Diketahui dua himpunan bilangan real berikut.

$A = \{x \mid -2 < x \leq 5,\ x \in \mathbb{R}\}$

$B = \{x \mid x \geq 3,\ x \in \mathbb{R}\}$

Himpunan $A \cap B$ adalah ....

A. $\{x \mid 3 < x \leq 5\}$

B. $\{x \mid 3 \leq x \leq 5\}$

C. $\{x \mid 3 \leq x < 5\}$

D. $\{x \mid -2 < x < 3\}$

E. $\{x \mid x > -2\}$

2. Diketahui p bilangan rasional yang tidak sama dengan nol dan q bilangan irasional. Ingat, bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis sebagai pecahan $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat serta $b \neq 0$.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
$q \times q$ pasti bilangan irasional.	○	○
$p + q$ pasti bilangan irasional.	○	○
$p \times q$ pasti bilangan irasional.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

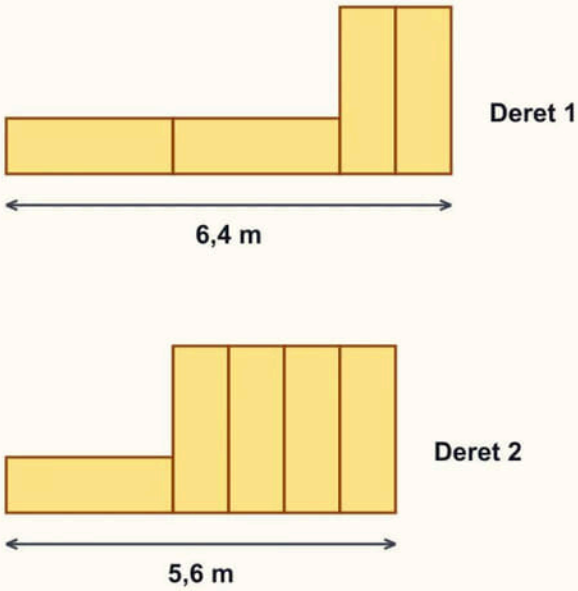
3. Bentuk sederhana dari

$$\frac{27^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}}}{6^2}$$

adalah ....

A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{3}{2}$
C. 4
D. 2
E. 6

4. Lantai panggung pentas seni SMA Tunas Bangsa disusun dari papan kayu berbentuk persegi panjang yang semuanya berukuran sama. Gambar menunjukkan dua deret papan: sebagian papan dipasang memanjang dan sebagian dipasang melintang, beserta panjang setiap deret.
Luas permukaan satu papan adalah .... m^2

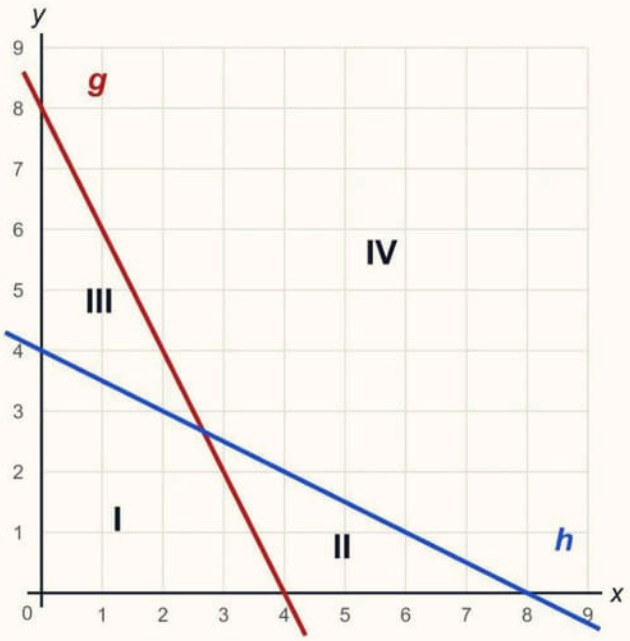


A. 1,92
B. 1,56
C. 2,56
D. 5,76
E. 0,64

5. Perhatikan gambar berikut. Garis g dan garis h membagi kuadran I menjadi daerah I, II, III, dan IV.
Himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$2x + y \geq 8, \quad x + 2y \leq 8, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$
ditunjukkan oleh daerah ....

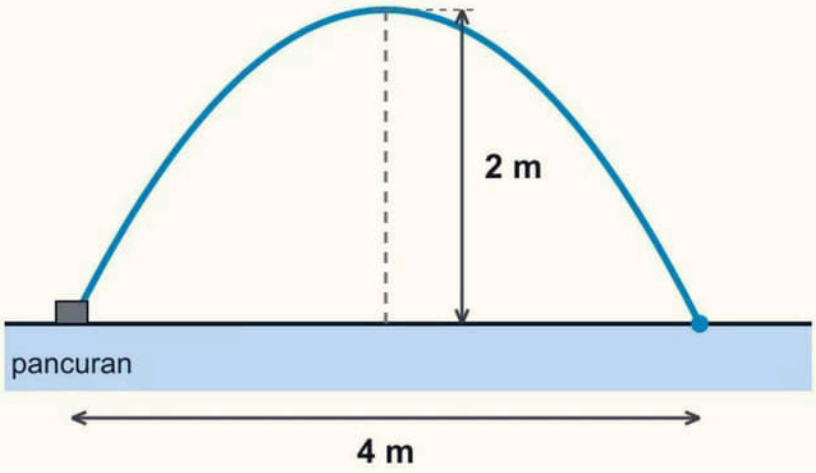


A. I
B. II
C. III
D. IV
E. II dan IV

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Air mancur di taman kota menyemburkan air dari sebuah pancuran di permukaan kolam. Lintasan air berbentuk parabola dengan ukuran seperti pada gambar. Misalkan x adalah jarak mendatar dari pancuran (meter) dan $h(x)$ adalah tinggi air di atas permukaan kolam (meter).
Fungsi yang tepat untuk lintasan air tersebut adalah ....



A. $h(x) = -x^2 + 4x$
B. $h(x) = -2x^2 + 8x$
C. $h(x) = -0{,}5x^2 + 4x$
D. $h(x) = -0{,}5x^2 + 2$
E. $h(x) = -0{,}5x^2 + 2x$

7. Sebuah percetakan menghitung biaya cetak n buku tahunan (dalam rupiah) dengan fungsi

$$f(n) = \begin{cases} 25.000n, & n \le 100 \\ 20.000n + 500.000, & n > 100 \end{cases}$$

Anggota koperasi sekolah mendapat potongan, sehingga yang dibayar adalah $g(x) = 0{,}9x$, dengan x biaya cetak. Melalui koperasi, kelas XII membayar $(g \circ f)(n) = 4.050.000$ rupiah.
Banyak buku tahunan yang dicetak adalah ....

A. 162
B. 180
C. 200
D. 225
E. 250

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Untuk menjaga kebugaran, Rani berjalan kaki setiap hari dan mencatat banyak langkahnya di aplikasi kebugaran pada ponselnya. Pada hari pertama ia berjalan 3.000 langkah, dan setiap hari berikutnya banyak langkahnya bertambah 400 langkah dari hari sebelumnya. Banyak langkah Rani pada hari ke-15 adalah ....

A. 8.600
B. 8.200
C. 9.000
D. 6.000
E. 5.600

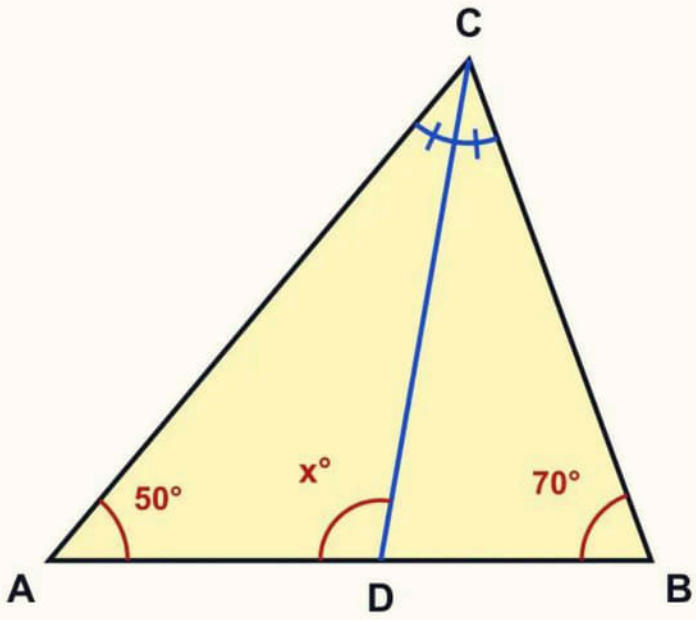
9. Seorang perajin batik membuat satu set kotak kado bersusun dari karton berlapis kain batik. Setiap kotak berbentuk kubus. Kotak paling bawah berusuk 64 cm, dan panjang rusuk setiap kotak di atasnya $\frac{3}{4}$ panjang rusuk kotak tepat di bawahnya. Kotak-kotak itu ditumpuk tepat di tengah kotak di bawahnya.
Pernyataan yang benar tentang set kotak tersebut adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Panjang rusuk kotak kelima dari bawah adalah 18 cm.
☐ B. Panjang rusuk kotak keempat dari bawah adalah 27 cm.
☐ C. Tinggi tumpukan empat kotak terbawah adalah 175 cm.
☐ D. Luas alas kotak kedua adalah $\frac{3}{4}$ luas alas kotak pertama.
☐ E. Volume kotak kedua adalah $\frac{27}{64}$ volume kotak pertama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

10. Perhatikan segitiga ABC pada gambar. Ruas garis CD membagi sudut ACB menjadi dua sudut yang sama besar (ditandai busur biru), dengan titik D terletak pada sisi AB.
Nilai x adalah ....

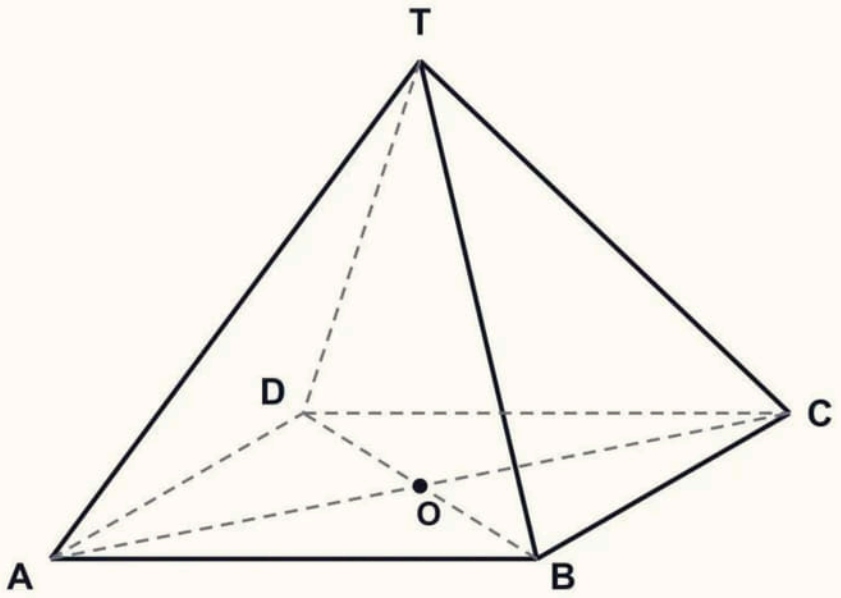


A. 30
B. 60
C. 80
D. 100
E. 130

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Perhatikan limas persegi $T.ABCD$ pada gambar. Titik O adalah titik potong diagonal alas AC dan BD, dan rusuk yang tidak tampak digambar putus-putus.
Pernyataan yang benar tentang kedudukan garis dan bidang pada limas tersebut adalah ....
(Jawaban benar lebih dari satu.)

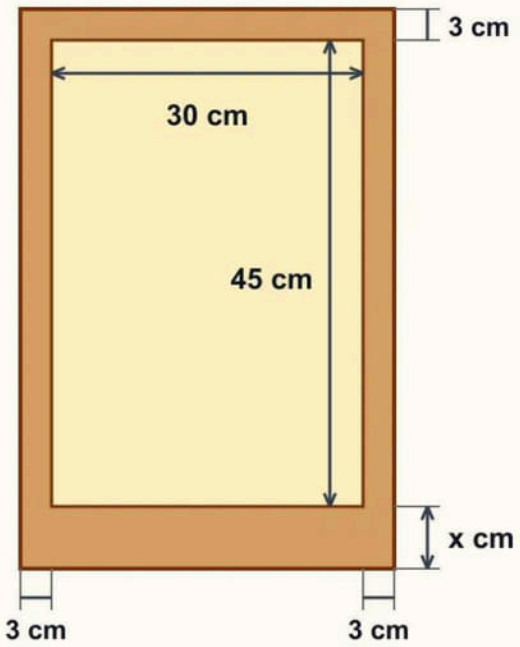


Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Garis AB dan garis TC berpotongan.
☐ B. Garis AC dan garis BD bersilangan.
☐ C. Garis TB dan garis CD bersilangan.
☐ D. Garis CD sejajar bidang TAB.
☐ E. Garis TB terletak pada bidang TAC.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Sebuah lukisan batik akan diberi bingkai seperti pada gambar. Lebar bingkai di sisi kiri, kanan, dan atas sama, yaitu 3 cm, sedangkan bingkai bagian bawah selebar x cm. Pemesan ingin persegi panjang tepi luar bingkai sebangun dengan persegi panjang lukisan.
Nilai x adalah ....

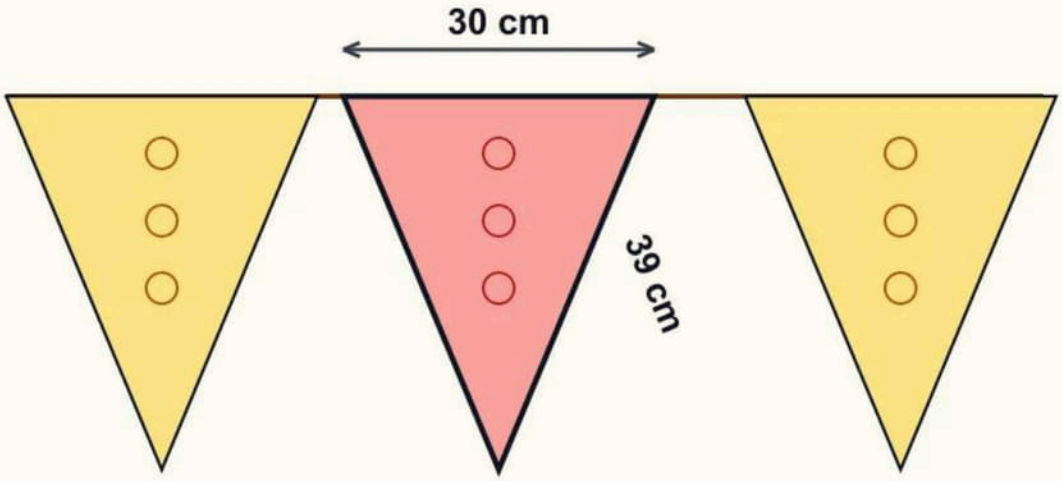


A. 1,5
B. 3
C. 4,5
D. 9
E. 6

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

13. Panitia pentas seni menghias panggung dengan rangkaian bendera kecil dari kain batik. Setiap bendera berbentuk segitiga sama kaki dengan ukuran seperti pada gambar, dan kain dipotong tepat mengikuti bentuk bendera tanpa sisa lipatan.
Luas kain untuk satu bendera adalah .... cm^2

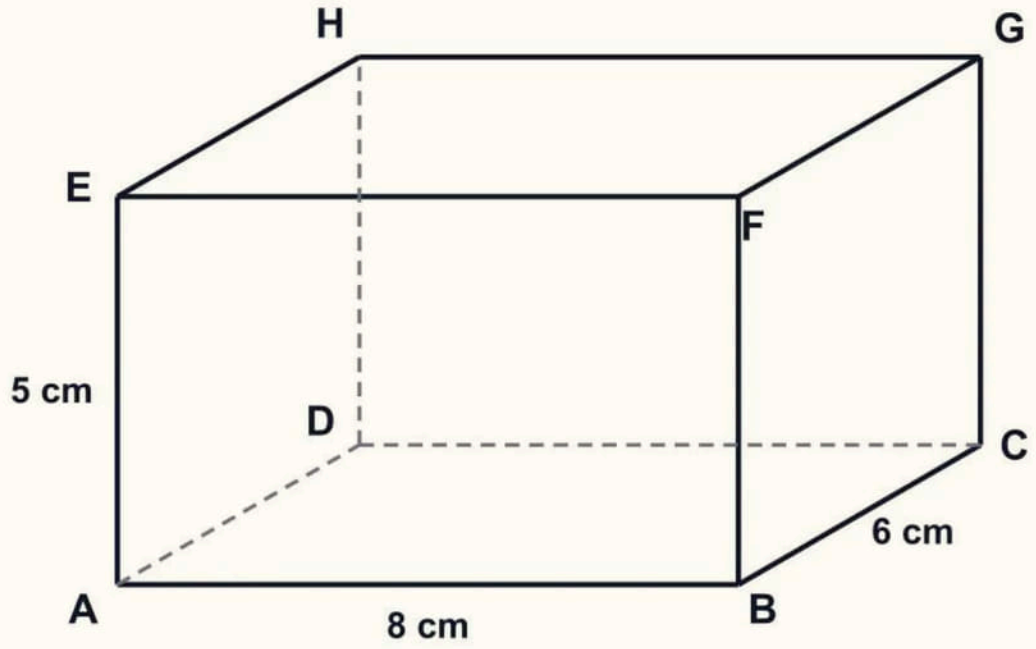


A. 270
B. 540
C. 585
D. 1.080
E. 1.170

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Perhatikan balok $ABCD.EFGH$ dengan ukuran seperti pada gambar. Jarak sebuah titik ke sebuah garis adalah panjang ruas garis tegak lurus dari titik itu ke garis tersebut. Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

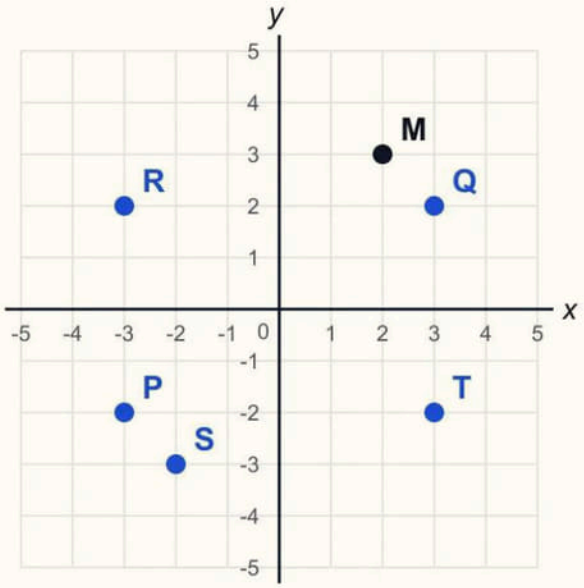


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Jarak titik A ke garis FG adalah $\sqrt{89}$ cm.	○	○
Jarak titik B ke garis AC adalah 4,8 cm.	○	○
Jarak titik F ke garis DH adalah 14 cm.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Pada gambar, titik M dirotasi sebesar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0, 0)$, kemudian hasilnya dicerminkan terhadap sumbu x. Koordinat setiap titik dibaca dari petak pada gambar.
Bayangan akhir titik M adalah ....



A. titik P
B. titik Q
C. titik R
D. titik S
E. titik T

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Lapangan senam di sebuah taman kota berbentuk gabungan persegi panjang dan dua setengah lingkaran. Di sekeliling lapangan dibuat jalur jogging yang lebarnya tetap, seperti pada gambar. Pagar akan dipasang di sepanjang tepi luar jalur jogging.
Panjang pagar yang diperlukan adalah .... $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



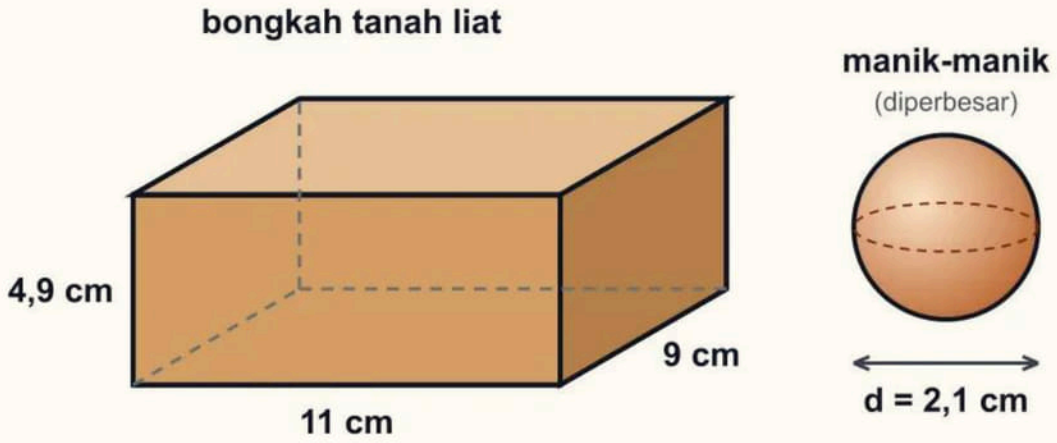
A. 104 m
B. 115 m
C. 126 m
D. 133 m
E. 192 m

17. Perhatikan permasalahan berikut.
Titik O adalah pusat sebuah lingkaran, dan AB adalah salah satu tali busur lingkaran itu (ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran). Berapakah luas lingkaran tersebut?
Putuskan apakah pernyataan (1) dan pernyataan (2) berikut cukup untuk menjawab permasalahan tersebut.
(1) Panjang tali busur AB adalah 8 cm.
(2) Jarak titik O ke tali busur AB adalah 3 cm.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) TIDAK cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Klub kriya membuat manik-manik untuk gelang dari satu bongkah tanah liat berbentuk balok. Setiap manik berbentuk bola padat. Ukuran bongkah tanah liat dan ukuran sebuah manik ditunjukkan pada gambar. Seluruh tanah liat dipakai dan tidak ada yang terbuang. Banyak manik-manik yang dapat dibuat adalah .... $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

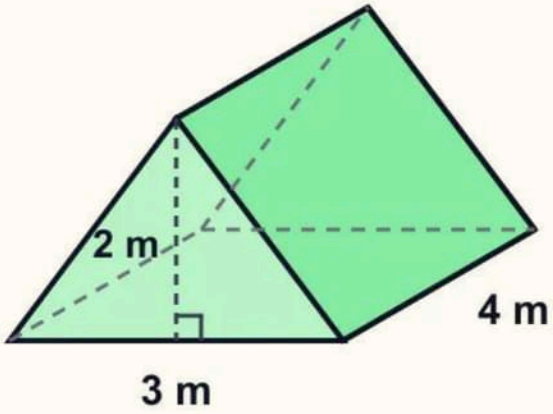


A. 12
B. 35
C. 133
D. 100
E. 140

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Tenda untuk kegiatan wisata alam sekolah berbentuk prisma segitiga dengan ukuran seperti pada gambar (bagian depan berbentuk segitiga sama kaki). Kedua sisi miring dan kedua ujung tenda terbuat dari kain, sedangkan alasnya langsung tanah.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

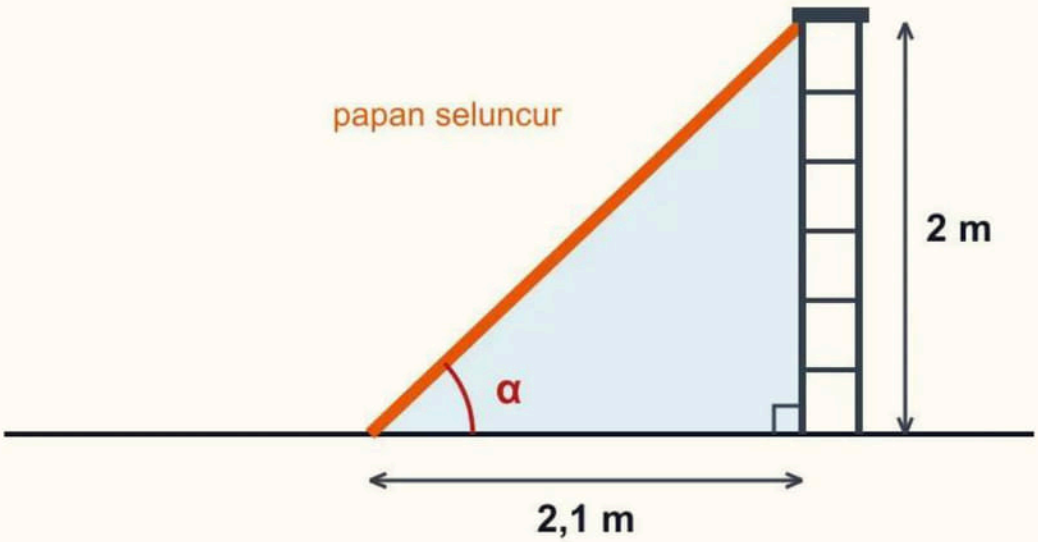


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Volume ruang di dalam tenda adalah 24 m^3.	○	○
Luas kain yang diperlukan untuk tenda adalah 26 m^2.	○	○
Jika alas tenda juga ditutup kain, luas kain seluruhnya menjadi 36 m^2.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

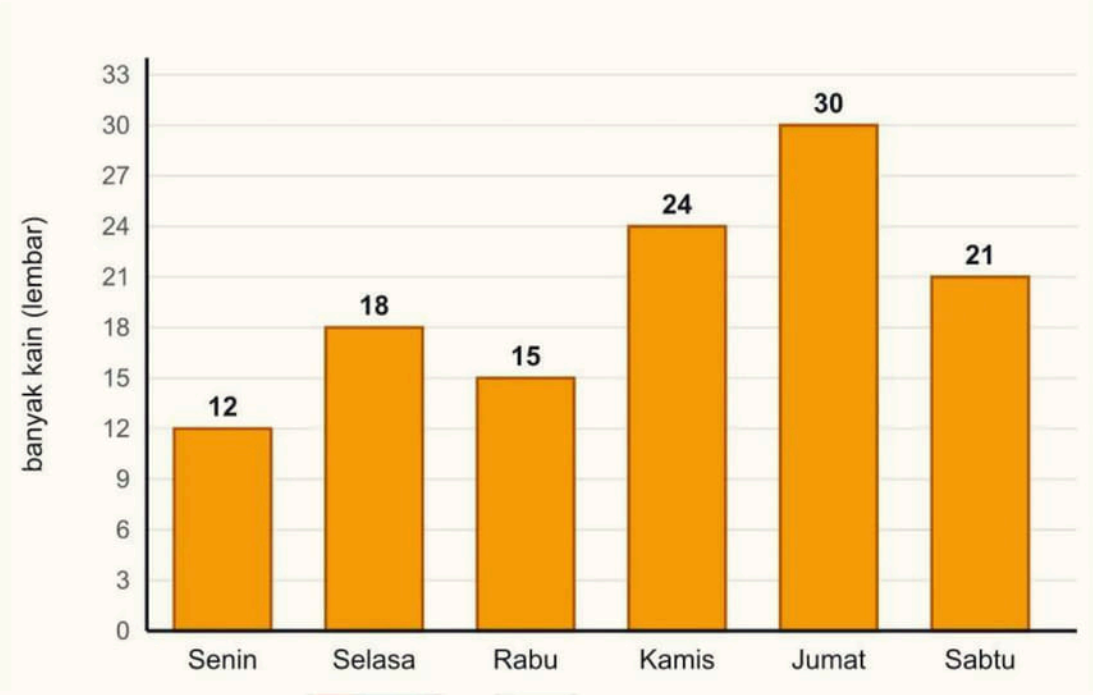
20. Seluncuran di sebuah taman bermain dibuat dari papan lurus yang bersandar dari puncak tangga tegak ke tanah datar. Ukuran tinggi tangga dan jarak mendatarnya ditunjukkan pada gambar, dengan α sudut antara papan seluncur dan tanah.
Nilai $\sin \alpha$ adalah ....



A. $\frac{20}{21}$
B. $\frac{21}{29}$
C. $\frac{29}{20}$
D. $\frac{21}{20}$
E. $\frac{20}{29}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

21. Diagram batang berikut menunjukkan banyak kain batik ciprat karya siswa yang terjual di pameran sekolah selama enam hari. Panitia memakai diagram ini untuk menentukan apakah stok kain perlu ditambah pada pameran berikutnya.
Data disusun untuk latihan soal.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Kenaikan penjualan terbesar dibandingkan hari sebelumnya terjadi pada hari Kamis.
☐ B. Penjualan hari Jumat sama dengan dua kali penjualan hari Senin.
☐ C. Rata-rata penjualan per hari adalah 24 lembar.
☐ D. Total penjualan selama enam hari adalah 120 lembar.
☐ E. Penjualan hari Kamis sampai Sabtu lebih dari separuh total penjualan.

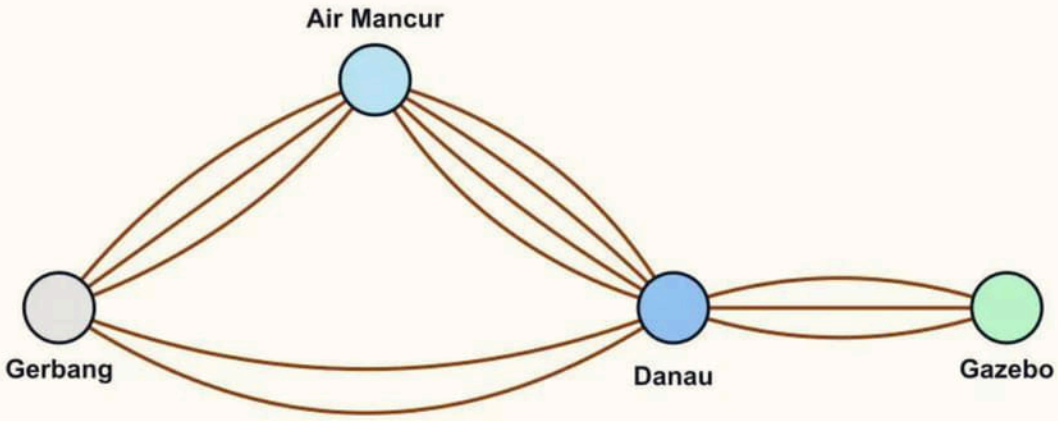
22. Pada lomba tari kreasi, penampilan setiap kelompok dinilai oleh 8 juri. Rata-rata nilai dari 8 juri untuk kelompok Melati adalah 85. Panitia kemudian membuang satu nilai tertinggi dan satu nilai terendah, sehingga rata-rata 6 nilai sisanya menjadi 86.
Data disusun untuk latihan soal.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Jumlah nilai tertinggi dan nilai terendah adalah 164.	○	○
Jika nilai tertinggi 90, nilai terendah adalah 76.	○	○
Nilai tertinggi pasti tidak kurang dari 86.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

23. Denah berikut menunjukkan jalan setapak di sebuah taman wisata. Setiap garis pada denah adalah satu jalan setapak. Lala berjalan dari Gerbang menuju Gazebo melalui Danau, dan tidak melewati satu tempat lebih dari sekali.
Banyak rute berbeda yang dapat dipilih Lala adalah ....



A. 14
B. 42
C. 27
D. 36
E. 72

24. Pada kegiatan jalan sehat memperingati hari ulang tahun sekolah, panitia menyiapkan 300 kupon bernomor 1 sampai 300, dan setiap peserta mendapat satu kupon secara acak. Kupon yang nomornya kelipatan 15 mendapat hadiah.
Peluang seorang peserta mendapat kupon berhadiah adalah ....

A. $\frac{1}{15}$
B. $\frac{1}{20}$
C. $\frac{1}{5}$
D. $\frac{1}{3}$
E. $\frac{7}{15}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

25. Lima kartu huruf seperti pada gambar dimasukkan ke dalam kotak, lalu dikocok. Setiap kartu memuat satu huruf yang berbeda. Dalam permainan di kelas, Dewi mengambil dua kartu sekaligus secara acak dari kotak itu.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Peluang kedua kartu berhuruf konsonan adalah $\frac{9}{25}$.

☐ B. Peluang kedua kartu berhuruf vokal adalah $\frac{1}{10}$.

☐ C. Peluang kartu K ikut terambil adalah $\frac{1}{5}$.

☐ D. Peluang paling sedikit satu kartu berhuruf vokal adalah $\frac{7}{10}$.

☐ E. Peluang yang terambil kartu T dan kartu I adalah $\frac{1}{20}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2					
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9					

No	A	B	C	D	E
10	○	○	○	○	○
11					
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14					
15	○	○	○	○	○
16	○	○	○	○	○
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
19					
20	○	○	○	○	○
21					
22					
23	○	○	○	○	○
24	○	○	○	○	○
25					

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 2, 9, 11, 14, 19, 21, 22, 25): jawab langsung pada soalnya.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi	1, 2	___ / 2	Ulangi hlm. 7
Sub bab 1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar	3	___ / 1	Ulangi hlm. 21
Sub bab 1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	4	___ / 1	Ulangi hlm. 33
Sub bab 1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear	5	___ / 1	Ulangi hlm. 44
Sub bab 2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional	6	___ / 1	Ulangi hlm. 74
Sub bab 2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers	7	___ / 1	Ulangi hlm. 88
Sub bab 2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika	8	___ / 1	Ulangi hlm. 100
Sub bab 2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga	9	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang	10, 11	___ / 2	Ulangi hlm. 140
Sub bab 3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan	12	___ / 1	Ulangi hlm. 156
Sub bab 3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang	13, 14	___ / 2	Ulangi hlm. 168
Sub bab 3.4 · Transformasi Geometri pada Titik	15	___ / 1	Ulangi hlm. 183
Sub bab 3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar	16, 17	___ / 2	Ulangi hlm. 196
Sub bab 3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang	18, 19	___ / 2	Ulangi hlm. 211
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri	20	___ / 1	Ulangi hlm. 226
Sub bab 4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data	21	___ / 1	Ulangi hlm. 259
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data	22	___ / 1	Ulangi hlm. 272
Sub bab 4.3 · Kaidah Pencacahan	23	___ / 1	Ulangi hlm. 282
Sub bab 4.4 · Peluang Kejadian	24, 25	___ / 2	Ulangi hlm. 293

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 4 — Prediksi TKA 2026

MATW-FIN4

Petunjuk

Jumlah soal: 25. Waktu: 75 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 4 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw&node=MATW-FIN4

1. Untuk pentas seni, tiga lampu sorot di panggung diatur agar berkedip otomatis. Lampu merah berkedip setiap 4 detik, lampu kuning setiap 6 detik, dan lampu biru setiap 10 detik. Ketiga lampu berkedip bersamaan tepat saat pertunjukan dimulai.
Ketiga lampu itu akan berkedip bersamaan lagi untuk pertama kalinya setelah .... detik

A. 20
B. 30
C. 60
D. 120
E. 240

2. Diketahui a, b, dan c bilangan real. Beberapa pernyataan tentang sifat urutan bilangan real ditulis di bawah ini. Pernyataan dianggap benar hanya bila berlaku untuk **semua** bilangan yang memenuhi syaratnya.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Jika $a < b$, maka kuadratnya juga memenuhi $a^2 < b^2$.
☐ B. Jika $a < b$ dan $c < 0$, maka $ac > bc$.
☐ C. Jika $0 < a < b$, maka $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
☐ D. Untuk setiap bilangan real a, nilai $\sqrt{a^2}$ selalu sama dengan a.
☐ E. Jika $ab > 0$ dan $a + b < 0$, maka a dan b keduanya negatif.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Bentuk sederhana dari
$\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$
adalah ....

A. $12+4\sqrt{6}$
B. $14+4\sqrt{6}$
C. $14+2\sqrt{6}$
D. $8+4\sqrt{6}$
E. $14+4\sqrt{5}$

4. Pada babak final lomba cerdas cermat, setiap tim menghadapi 30 soal. Jawaban benar diberi skor 4, jawaban salah diberi skor -1, dan soal yang tidak dijawab diberi skor 0. Tim Merak memperoleh skor 72, dan banyak jawaban salahnya 4 kali banyak soal yang tidak dijawab.
Banyak jawaban benar Tim Merak adalah ....

A. 8
B. 15
C. 18
D. 20
E. 22

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Kelas XI membuat x syal rajut dan y topi rajut untuk bazar sekolah. Batasan bahan dan waktu pengerjaan membentuk daerah berwarna pada gambar (garis merah: batas bahan, garis biru: batas waktu), dengan $x \geq 0$ dan $y \geq 0$. Keuntungan satu syal Rp60.000,00 dan satu topi Rp40.000,00.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Batasan waktu dapat ditulis $3x + y \leq 27$.
☐ B. Membuat 7 syal dan 8 topi masih memenuhi semua batasan.
☐ C. Keuntungan maksimum diperoleh bila kelas hanya membuat syal.
☐ D. Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh adalah Rp720.000,00.
☐ E. Batasan bahan dapat ditulis $x + y \geq 15$.

6. Sebuah aplikasi kebugaran memperkirakan energi yang dibakar saat bersepeda santai dengan fungsi $E(t) = 8t + 40$, dengan E dalam kilokalori (kkal) dan t lama bersepeda dalam menit. Dimas ingin membakar energi sebanyak 360 kkal.
Lama Dimas bersepeda adalah .... menit

A. 40
B. 45
C. 50
D. 320
E. 2.920

7. Aplikasi penyunting foto mempunyai dua perintah. Perintah P memperbesar foto sehingga lebarnya menjadi 2 kali, ditulis $P(x) = 2x$. Perintah Q menambahkan bingkai selebar 3 cm di sisi kiri dan kanan foto, ditulis $Q(x) = x + 6$, dengan x lebar foto (cm). Rina

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

menjalankan perintah Q lebih dulu, lalu perintah P, dan lebar akhirnya 50 cm.
Lebar foto Rina mula-mula adalah .... cm

A. 16
B. 19
C. 22
D. 25
E. 28

8. Penjualan tiket daring pentas seni sekolah bertambah dengan banyak yang tetap setiap hari. Pada hari ke-3 terjual 46 tiket dan pada hari ke-7 terjual 74 tiket. Panitia memakai catatan ini untuk memperkirakan kebutuhan kursi penonton.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

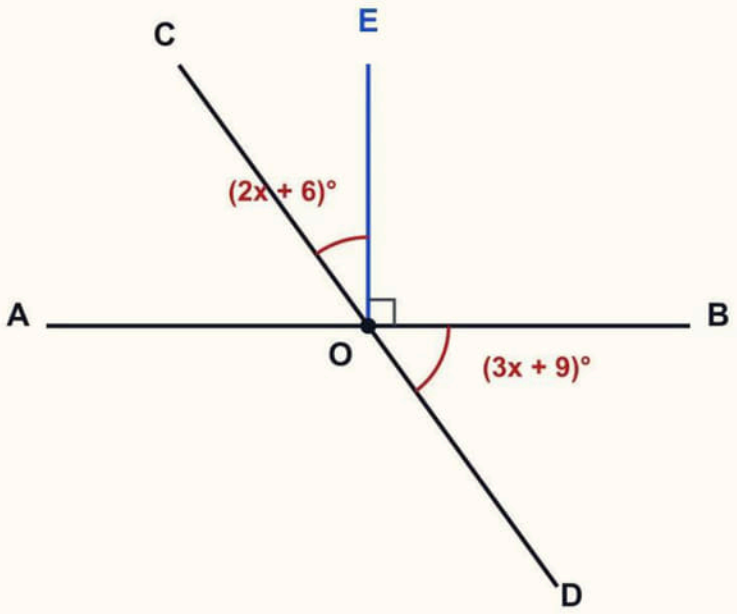
Pernyataan	Benar	Salah
Banyak tiket yang terjual bertambah 7 tiket setiap hari.	○	○
Pada hari ke-10 terjual 102 tiket.	○	○
Total tiket yang terjual selama 10 hari pertama adalah 635 tiket.	○	○

9. Kak Dinda minum segelas kopi yang mengandung 200 mg kafein pada pukul 07.00. Banyak kafein di dalam tubuhnya berkurang menjadi setengahnya setiap 5 jam. Anggap tidak ada tambahan kafein lain sepanjang hari itu.
Banyak kafein yang masih tersisa di tubuh Kak Dinda pada pukul 22.00 adalah .... mg

A. 12,5
B. 50
C. 100
D. 25
E. 0

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

10. Pada gambar, garis AB dan garis CD berpotongan di titik O, dan OE tegak lurus AB. Besar $\angle DOE$ adalah ....

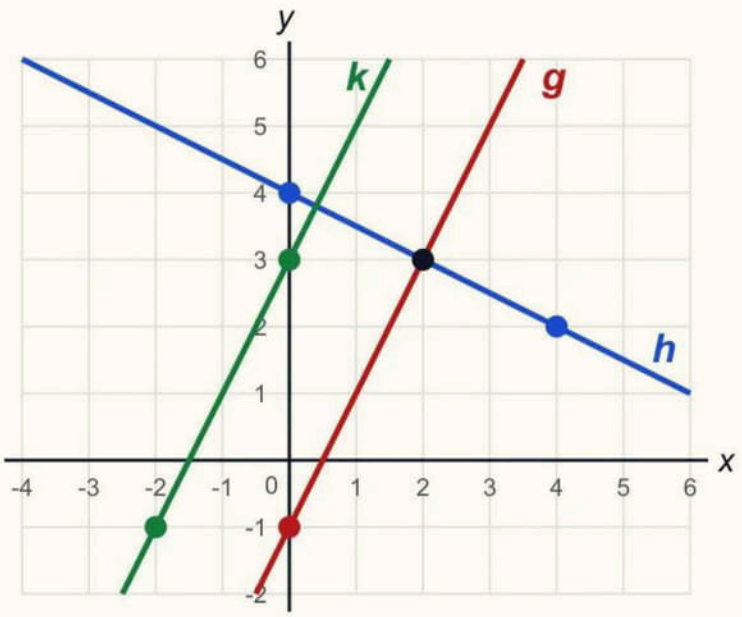


A. 15°
B. 36°
C. 54°
D. 126°
E. 144°

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Pada bidang koordinat berpetak berikut digambar garis g, h, dan k. Setiap garis melalui titik-titik yang ditandai, dan semua titik itu terletak tepat pada perpotongan garis petak. Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

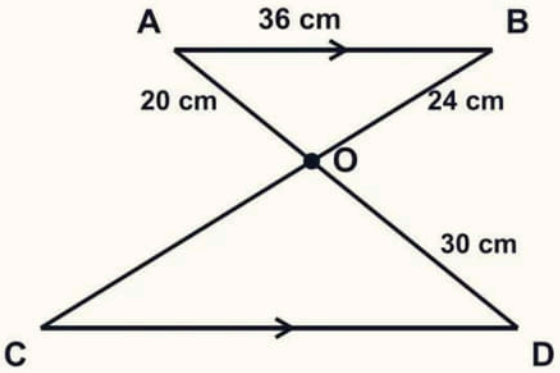


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Garis g sejajar garis k.	○	○
Garis h tegak lurus garis k.	○	○
Garis g dan garis h berpotongan di titik $(3, 5)$.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Pada gambar, AB sejajar CD, serta ruas garis AD dan BC berpotongan di titik O. Panjang CD adalah .... cm

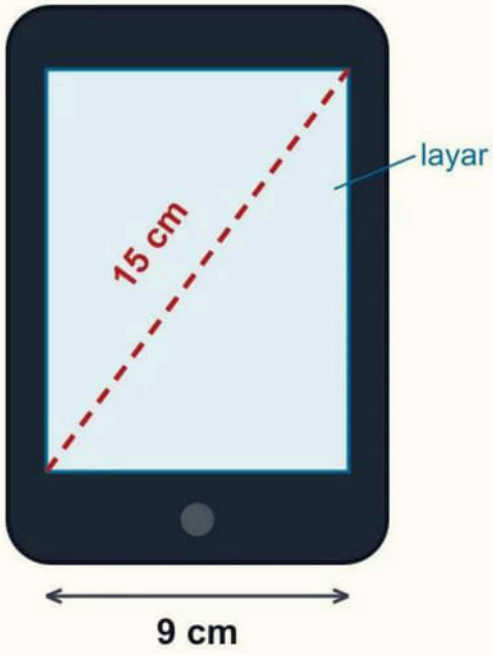


A. 24
B. 43,2
C. 45
D. 46
E. 54

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

13. Layar sebuah ponsel berbentuk persegi panjang. Pada kemasannya, produsen hanya mencantumkan panjang diagonal layar dan lebar layar, seperti pada gambar. Wulan ingin membeli pelindung layar yang luasnya tepat sama dengan luas layar ponsel itu.
Luas layar ponsel tersebut adalah .... cm^2

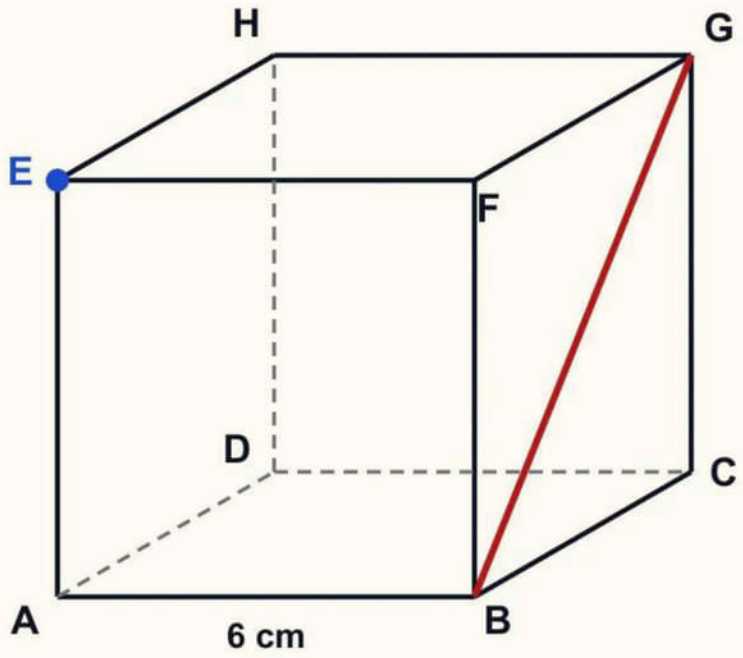


A. 108
B. 54
C. 67,5
D. 135
E. 157,5

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Perhatikan kubus $ABCD.EFGH$ pada gambar. Ruas garis BG (merah) adalah diagonal sisi $BCGF$, dan titik E ditandai biru. Jarak titik ke garis adalah panjang ruas tegak lurus dari titik itu ke garis.
Jarak titik E ke garis BG adalah .... cm

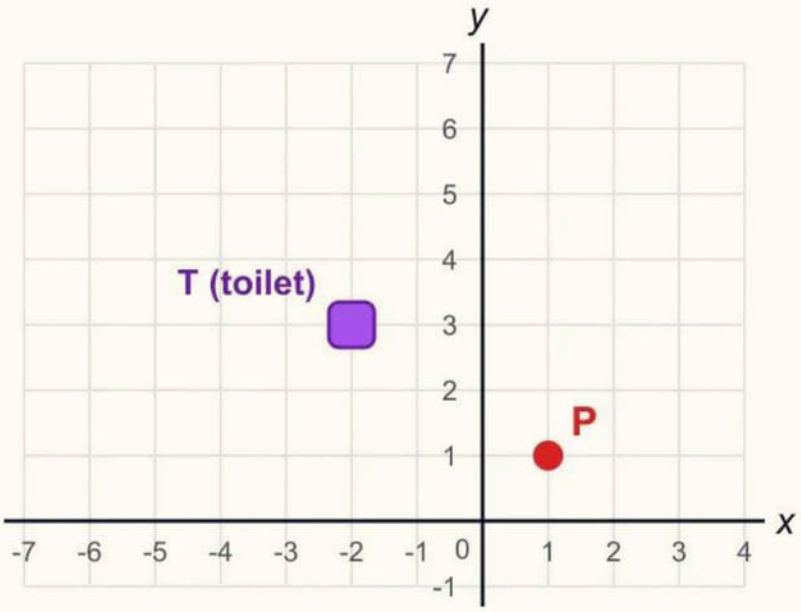


A. $3\sqrt{2}$
B. 6
C. $3\sqrt{6}$
D. $6\sqrt{2}$
E. $6\sqrt{3}$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Aplikasi peta taman wisata menampilkan ikon toilet di titik T pada bidang koordinat seperti gambar. Saat pengguna memperbesar tampilan peta, setiap titik didilatasi dengan pusat P dan faktor skala 2. Koordinat setiap titik dibaca dari petak pada gambar. Koordinat bayangan titik T adalah ....

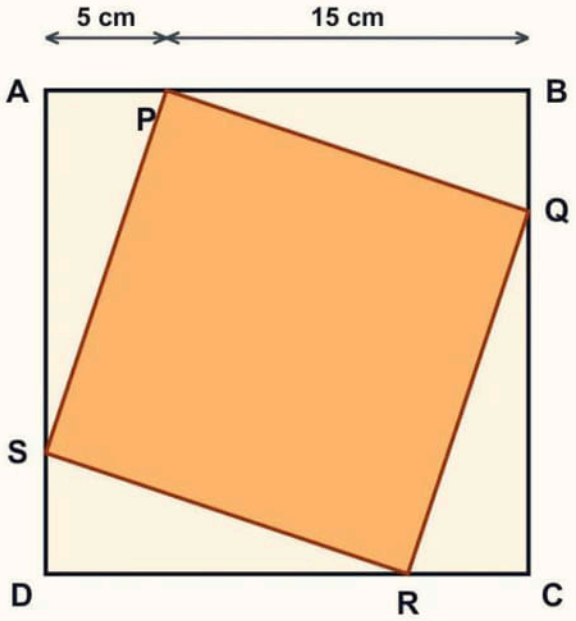


A. $(-5, 5)$
B. $(-4, 6)$
C. $(-6, 4)$
D. $(-1, 4)$
E. $(7, -3)$

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Pada gambar, $ABCD$ adalah persegi. Titik P, Q, R, dan S terletak pada sisi-sisinya sehingga $AP = BQ = CR = DS$.
Luas daerah yang diarsir ($PQRS$) adalah .... cm^2

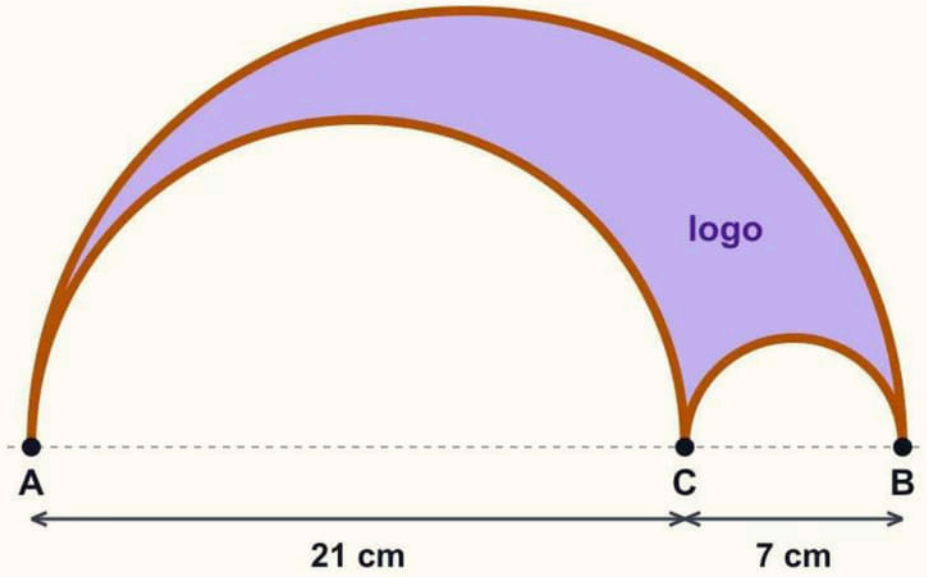


A. 100
B. 150
C. 200
D. 225
E. 250

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

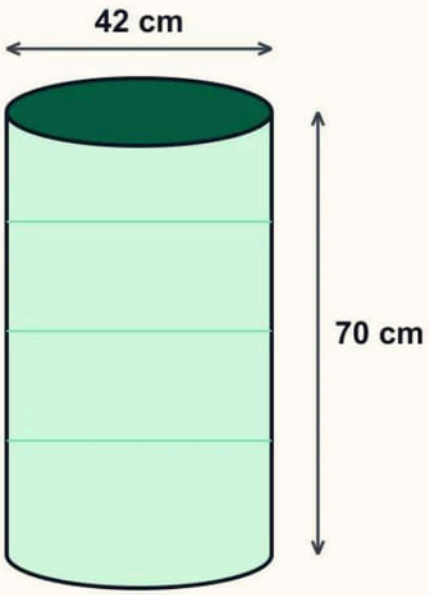
17. Logo sanggar seni sebuah sekolah berbentuk daerah berwarna yang dibatasi oleh tiga setengah lingkaran, seperti pada gambar. Diameter ketiga setengah lingkaran itu adalah AB, AC, dan CB, dengan C terletak pada AB. Untuk papan nama, seluruh tepi logo akan dihias dengan pita emas.
Panjang pita yang diperlukan adalah .... cm $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



A. 44
B. 72
C. 88
D. 116
E. 132

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Tempat sampah di taman kota berbentuk tabung tanpa tutup dan dibuat dari pelat besi dengan ukuran seperti pada gambar. Pelat untuk alas dan dinding dipotong terpisah lalu dilas; abaikan bagian sambungan.
Luas pelat besi yang diperlukan untuk satu tempat sampah adalah .... cm^2 $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



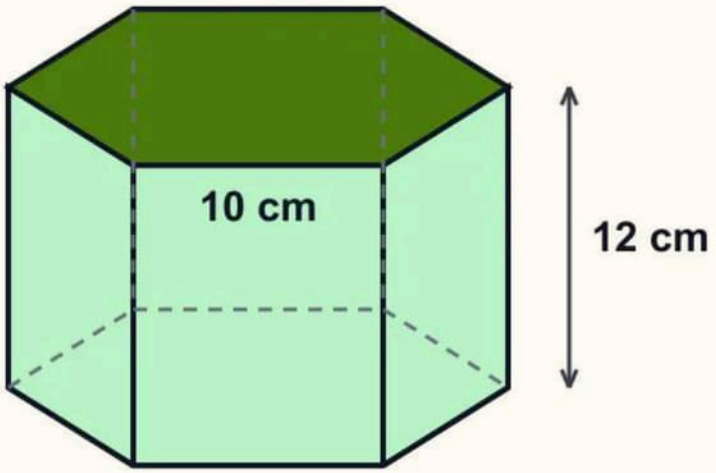
(tanpa tutup)

A. 9.240
B. 10.626
C. 12.012
D. 14.784
E. 24.024

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Pot tanaman di taman sekolah berbentuk prisma tegak segi enam beraturan tanpa tutup. Ukuran bagian dalam pot (panjang sisi alas dan tinggi) ditunjukkan pada gambar. Pot akan diisi penuh dengan tanah. (1 liter = 1.000 cm^3, $\sqrt{3} \approx 1{,}73$)
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)



tampak miring, tanpa tutup

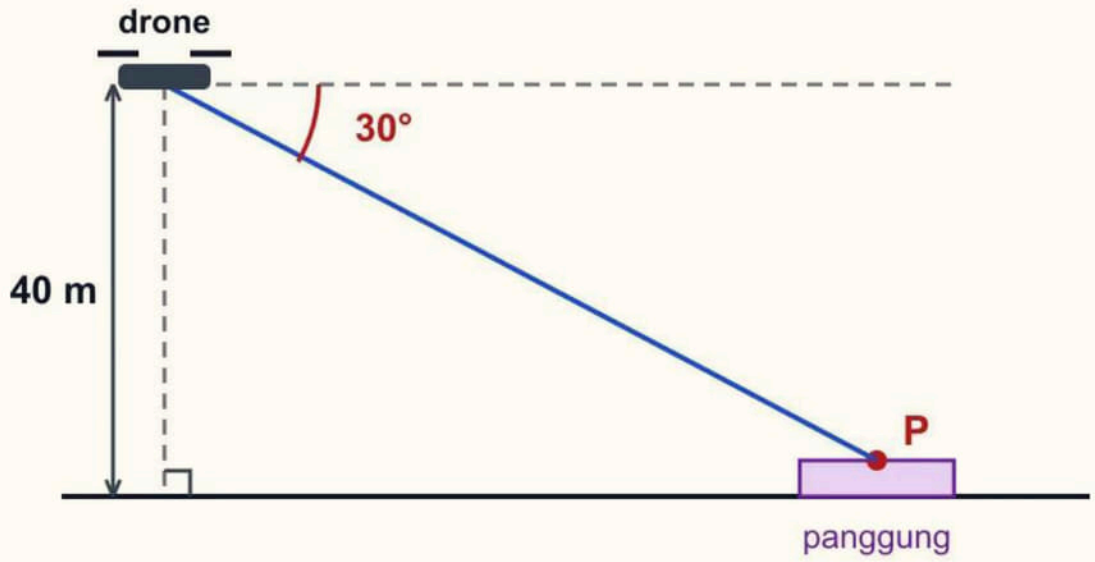
Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Luas alas bagian dalam pot adalah 600 cm^2.
☐ B. Volume bagian dalam pot adalah 3.600 cm^3.
☐ C. Luas seluruh dinding tegak bagian dalam pot adalah 720 cm^2.
☐ D. Jarak antara dua dinding tegak yang berhadapan adalah 20 cm.
☐ E. Pot itu dapat menampung lebih dari 3 liter tanah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Sebuah drone merekam pentas seni di lapangan sekolah. Gambar menunjukkan ketinggian drone dan sudut depresinya terhadap titik tengah panggung P (tinggi panggung diabaikan). Operator drone ingin mengetahui jarak-jarak berikut sebelum mengatur lensa kamera.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

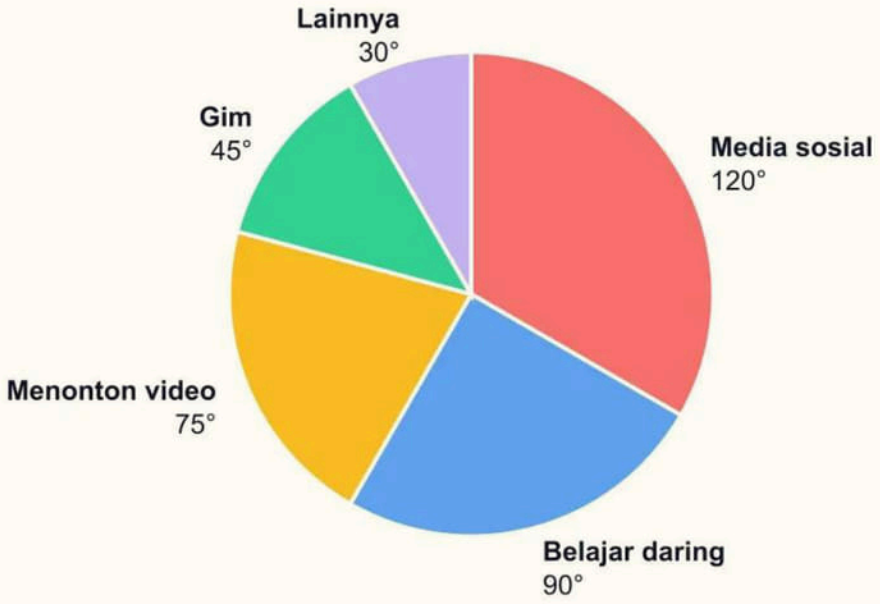


Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Jarak mendatar drone ke titik P adalah $20\sqrt{3}$ m.	○	○
Jarak drone ke titik P adalah 80 m.	○	○
Jika drone bergerak mendatar mendekati panggung pada ketinggian yang sama hingga sudut depresinya 45°, drone telah berpindah sejauh $40(\sqrt{3}-1)$ m.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

21. Diagram lingkaran berikut menunjukkan pembagian waktu layar Sinta dalam sehari. Total waktu layarnya 8 jam per hari. Sinta ingin mengurangi waktu media sosial agar waktu belajarnya bertambah.
Data disusun untuk latihan soal.
Selisih waktu yang dipakai Sinta untuk media sosial dan untuk belajar daring adalah .... menit

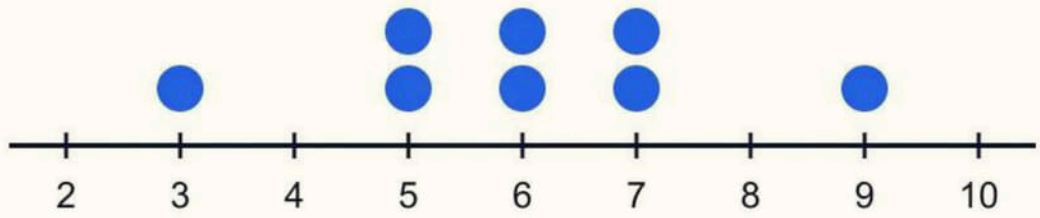


A. 30
B. 40
C. 80
D. 120
E. 160

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

22. Diagram titik berikut menyajikan sekumpulan data. Setiap titik mewakili satu data.
Data disusun untuk latihan soal.
Ragam (varians) data tersebut adalah ....



A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

C. $\frac{11}{4}$

D. $\frac{22}{7}$

E. $\frac{22}{5}$

23. Dari 8 karya finalis lomba poster digital, termasuk karya Nadia dan karya Oki, juri akan memilih 3 karya untuk dipajang di lobi sekolah (urutan tidak diperhatikan). Setiap karya hanya dapat dipilih satu kali.
Pernyataan yang benar adalah .... (Jawaban benar lebih dari satu.)

Pilih semua jawaban yang benar.

☐ A. Banyak cara memilih 3 karya dari 8 karya adalah 56.

☐ B. Jika karya Nadia pasti dipilih, banyak cara memilih adalah 35.

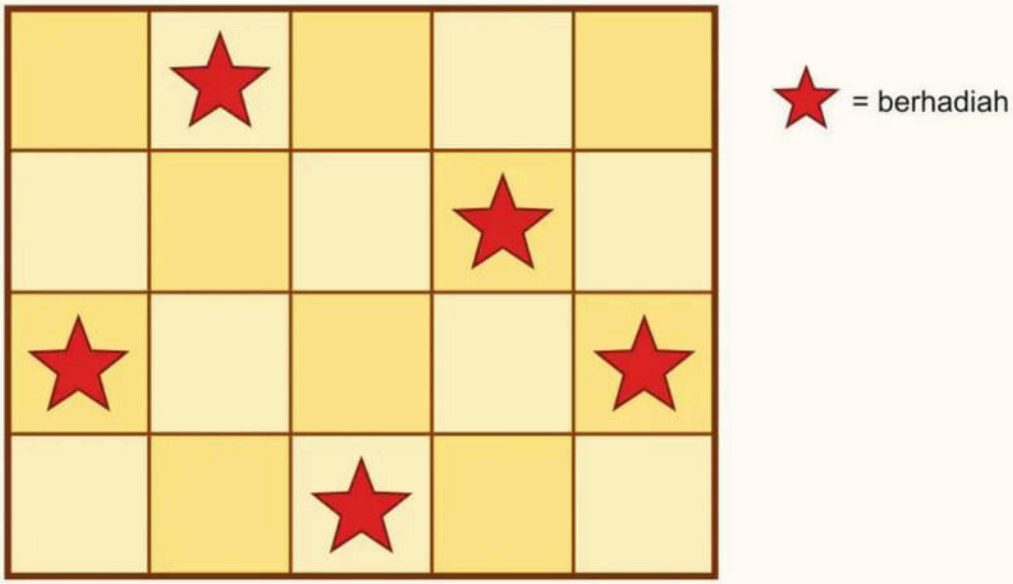
☐ C. Jika karya Nadia dan karya Oki tidak boleh terpilih bersama-sama, banyak cara memilih adalah 50.

☐ D. Jika ketiga karya diberi peringkat juara 1, 2, dan 3, banyak susunannya adalah 56.

☐ E. Banyak cara memilih sehingga paling sedikit satu dari karya Nadia atau Oki terpilih adalah 36.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

24. Pada bazar sekolah ada permainan melempar koin ke papan berpetak seperti pada gambar. Semua petak sama besar, dan petak yang bergambar bintang berhadiah. Anggap koin selalu jatuh tepat di dalam satu petak dan setiap petak mempunyai peluang yang sama untuk ditempati koin.
Peluang seorang pemain mendapat hadiah dalam satu lemparan adalah ....



A. $\frac{1}{5}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{1}{4}$
E. $\frac{1}{20}$

25. Mesin undian digital di pameran teknologi sekolah menampilkan bilangan dua digit secara acak, misalnya 07 atau 55. Setiap digit dipilih acak dari 0 sampai 9 dan kedua digit boleh sama, sehingga 100 kemungkinan tampilan dari 00 sampai 99 berpeluang sama.
Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Tentukan setiap pernyataan Benar atau Salah.

Pernyataan	Benar	Salah
Peluang kedua digit yang tampil sama adalah $\frac{1}{100}$.	○	○
Peluang paling sedikit satu digit yang tampil adalah angka 7 adalah $\frac{19}{100}$.	○	○
Peluang digit pertama lebih besar daripada digit kedua adalah $\frac{1}{2}$.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2					
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5					
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8					
9	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
10	○	○	○	○	○
11					
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○
15	○	○	○	○	○
16	○	○	○	○	○
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
19					
20					
21	○	○	○	○	○
22	○	○	○	○	○
23					
24	○	○	○	○	○
25					

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 2, 5, 8, 11, 19, 20, 23, 25): jawab langsung pada soalnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi	1, 2	___ / 2	Ulangi hlm. 7
Sub bab 1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar	3	___ / 1	Ulangi hlm. 21
Sub bab 1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	4	___ / 1	Ulangi hlm. 33
Sub bab 1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear	5	___ / 1	Ulangi hlm. 44
Sub bab 2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional	6	___ / 1	Ulangi hlm. 74
Sub bab 2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers	7	___ / 1	Ulangi hlm. 88
Sub bab 2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika	8	___ / 1	Ulangi hlm. 100
Sub bab 2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga	9	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang	10, 11	___ / 2	Ulangi hlm. 140
Sub bab 3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan	12	___ / 1	Ulangi hlm. 156
Sub bab 3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang	13, 14	___ / 2	Ulangi hlm. 168
Sub bab 3.4 · Transformasi Geometri pada Titik	15	___ / 1	Ulangi hlm. 183
Sub bab 3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar	16, 17	___ / 2	Ulangi hlm. 196
Sub bab 3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang	18, 19	___ / 2	Ulangi hlm. 211
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri	20	___ / 1	Ulangi hlm. 226
Sub bab 4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data	21	___ / 1	Ulangi hlm. 259
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data	22	___ / 1	Ulangi hlm. 272
Sub bab 4.3 · Kaidah Pencacahan	23	___ / 1	Ulangi hlm. 282
Sub bab 4.4 · Peluang Kejadian	24, 25	___ / 2	Ulangi hlm. 293

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian D · Kunci dan Pembahasan

Urutan sama dengan buku. Setiap pembahasan memuat konsep, langkah, dan alasan tiap pilihan. Baca pembahasan soal yang kamu jawab salah — dan juga yang kamu jawab benar tetapi menebak.

Latihan sub bab 1.1

No. 1 Kunci: B

Konsep: $B - A$ (selisih) berisi anggota B yang **tidak** menjadi anggota A. Arah selisih penting: $B - A \neq A - B$.

Langkah 1. Faktor 48: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$.

Langkah 2. Kelipatan 6 yang asli dan kurang dari 40: $B = \{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$.

Langkah 3. Buang dari B anggota yang juga ada di A (yaitu 6, 12, 24). Tersisa $B - A = \{18, 30, 36\}$.

Cek ulang: $48 : 18$, $48 : 30$, dan $48 : 36$ tidak bulat, jadi ketiganya memang bukan faktor 48 ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A: itu $A \cap B$ (anggota bersama), bukan selisih.
- C: menganggap 24 bukan faktor 48, padahal $48 = 2 \times 24$.
- D: memasukkan 0 sebagai kelipatan 6, padahal syaratnya bilangan asli.
- E: arah selisih tertukar, yaitu $A - B$.

No. 2 Kunci: D

Konsep: "sepertiga dari sisa" berarti pecahan dari bagian yang tersisa, bukan dari seluruh lahan. Nyatakan setiap bagian sebagai pecahan dari seluruh lahan L.

Langkah 1. Padi $= \frac{1}{2}L$, sisa $= \frac{1}{2}L$.

Langkah 2. Jagung $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}L = \frac{1}{6}L$. Cabai $= \frac{1}{2}L - \frac{1}{6}L = \frac{1}{3}L$.

Langkah 3. $\frac{1}{3}L = 450$, sehingga $L = 1.350\ \text{m}^2$.

Cek ulang: padi 675, jagung 225, cabai 450; jumlahnya $675 + 225 + 450 = 1.350$ ✓, dan $225 = \frac{1}{3} \times 675$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (675): hanya menghitung sisa lahan setelah padi ($450 : \frac{2}{3}$), lupa bagian padi.
- B (900): lupa jagung, menganggap cabai setengah lahan.
- C (1.200): mengira jagung sepertiga dari bagian cabai ($150\ \text{m}^2$), lalu $(450 + 150) \times 2$.
- E (2.700): mengira jagung $\frac{1}{3}$ dari **seluruh** lahan sehingga cabai $= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ lahan.

No. 3 Kunci: C

Konsep: "tidak menerima QRIS" adalah komplemen himpunan QRIS, yaitu semua daerah **di luar** lingkaran QRIS: daerah "hanya transfer" dan daerah di luar kedua lingkaran.

Langkah 1. Daerah di luar lingkaran QRIS: hanya transfer bank (13) dan tidak keduanya (5).

Langkah 2. $13 + 5 = 18$ pedagang.

Cek ulang: seluruh pedagang $21 + 9 + 13 + 5 = 48$; penerima QRIS $21 + 9 = 30$; $48 - 30 = 18$ ✓.

Jawaban: C.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (5): hanya pedagang yang tidak menerima keduanya.
• B (13): hanya daerah "transfer saja", lupa pedagang di luar kedua lingkaran.
• D (22): seluruh penerima transfer $(13 + 9)$, termasuk yang juga menerima QRIS.
• E (27): $48 - 21$, hanya membuang daerah "QRIS saja" dan lupa irisan (9 pedagang yang juga menerima QRIS).

No. 4 Kunci: D

Konsep: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$. Anggota yang ada di kedua himpunan hanya dihitung satu kali.

Langkah 1. Faktor positif 30: $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, jadi $n(A) = 8$ (1 dan 30 juga faktor).
Langkah 2. Bilangan ganjil dari 4 sampai 15: $B = \{5, 7, 9, 11, 13, 15\}$, jadi $n(B) = 6$.
Langkah 3. $A \cap B = \{5, 15\}$, sehingga $n(A \cup B) = 8 + 6 - 2 = 12$.

Cek ulang: tulis gabungannya langsung: $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 15, 30\} \rightarrow 12$ anggota ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (2): banyak anggota irisan, bukan gabungan.
• B (10): tidak menghitung 1 dan 30 sebagai faktor 30, sehingga $n(A) = 6$.
• C (11): tidak menghitung 30 sebagai faktor dirinya sendiri.
• E (14): menjumlahkan $n(A) + n(B)$ tanpa mengurangi anggota yang terhitung dua kali.

No. 5 Kunci: B

Konsep: "$\frac{2}{5}$ dari sisa daya" berarti pecahan itu dikalikan dengan **sisa**, bukan dengan baterai penuh.

Langkah 1. Gambar menunjukkan 5 dari 8 bar terisi. Sisa daya pagi itu $= \frac{5}{8} \times 56 = 35$ km.
Langkah 2. Dipakai ke sekolah $= \frac{2}{5} \times 35 = 14$ km.
Langkah 3. Sisa setelah tiba $= 35 - 14 = 21$ km (sama dengan $\frac{3}{5} \times 35$).

Cek ulang: $21 + 14 = 35$ ✓, dan 21 km setara dengan 3 bar $(3 \times 7$ km), masuk akal.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (14): jarak yang dipakai, bukan yang tersisa.
• C (12,6): mengambil $\frac{2}{5}$ dari baterai **penuh** (22,4 km) lalu mengurangkannya dari 35 km.
• D (33,6): menganggap baterai masih penuh, $56 - 22{,}4$.
• E (35): sisa daya sebelum berangkat (berhenti satu langkah terlalu awal).

Latihan sub bab 1.2

No. 1 Kunci: A

Konsep: sederhanakan setiap akar dengan faktor kuadrat sempurna, $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$. Akar sejenis dijumlahkan seperti suku sejenis; akar berbeda **tidak** boleh digabung di bawah satu tanda akar.

Langkah 1. $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$; $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$; $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$.
Langkah 2. $5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (5 - 3 + 2)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

Cek ulang: $8{,}660 - 5{,}196 + 3{,}464 = 6{,}928$ dan $4 \times 1{,}732 = 6{,}928$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B $(6\sqrt{3})$: menulis $\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$ (lupa mengakarkan 4).
• C $(10\sqrt{3})$: semua suku dijumlahkan, tanda minus terlewat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D ($2\sqrt{15}$): mengerjakan $\sqrt{75-27+12}=\sqrt{60}$, padahal akar tidak boleh digabung begitu.
- E (0): tanda minus dikenakan pada dua suku sekaligus, $5\sqrt{3}-(3\sqrt{3}+2\sqrt{3})$.

No. 2 Kunci: A

Konsep: $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ untuk basis yang sama; hati-hati saat mengurangkan pangkat negatif.

Langkah 1. Basis a: $a^{5-2}=a^3$.
Langkah 2. Basis b: $b^{-2-(-6)}=b^{-2+6}=b^4$.
Langkah 3. Hasil: a^3b^4.

Cek ulang: ambil $a=2, b=1$: $\frac{32\cdot1}{4\cdot1}=8=2^3$ ✓; ambil $a=1, b=2$: $\frac{2^{-2}}{2^{-6}}=2^4=16$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- B: pangkat b dijumlahkan, $-2+(-6)=-8$, padahal harus dikurangkan.
- C: pangkat a dijumlahkan, $5+2=7$.
- D: salah tanda, $-2-(-6)$ dihitung -4.
- E: pangkat dikalikan, bukan dikurangkan.

Latihan sub bab 1.3

No. 1 Kunci: B

Konsep: dua paket = dua persamaan linear dua variabel. Misalkan p = harga satu porsi pecel dan d = harga segelas es dawet (ribu rupiah).

Langkah 1. Paket Hemat: $2p+d=31$. Paket Segar: $p+2d=26$.
Langkah 2. Kalikan persamaan kedua dengan 2: $2p+4d=52$. Kurangkan persamaan pertama: $3d=21$, jadi $d=7$. Lalu $p=26-2(7)=12$.
Langkah 3. $p+3d=12+21=33$, yaitu Rp33.000,00.

Cek ulang: $2(12)+7=31$ ✓ dan $12+2(7)=26$ ✓. Jalan lain: $p+3d$ = Paket Segar + 1 dawet $=26+7=33$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (Rp19.000,00): harga 1 pecel + 1 dawet saja ($57:3$), berhenti sebelum pesanan Raka dihitung.
- C (Rp38.000,00): menambahkan 1 **pecel** ke Paket Segar ($26+12$), padahal yang kurang 1 dawet.
- D (Rp43.000,00): nilai p dan d tertukar ($7+3\times12$).
- E (Rp57.000,00): menjumlahkan harga kedua paket; itu harga 3 pecel dan 3 dawet.

No. 2 Kunci: C

Konsep: tiga bagian yang belum diketahui = SPLTV. Bila dua bagian dinyatakan dengan bagian ketiga, gunakan substitusi.

Langkah 1 – variabel (ribu rupiah). Tani t, ternak r, nelayan n: $t+r+n=6.200$; $r=t+500$; $n=2t-300$.
Langkah 2 – substitusi. $t+(t+500)+(2t-300)=6.200\rightarrow4t+200=6.200\rightarrow t=1.500$.
Langkah 3. $n=2(1.500)-300=2.700$, yaitu Rp2.700.000,00.

Cek ulang: $r=2.000$; $1.500+2.000+2.700=6.200$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (Rp1.500.000,00): bagian kelompok tani, berhenti di variabel pertama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- B (Rp2.000.000,00): bagian kelompok ternak.
- D (Rp2.950.000,00): lupa "+500" saat menjumlah ($4t - 300 = 6.200, t = 1.625$).
- E (Rp3.000.000,00): lupa "dikurangi Rp300.000,00", $n = 2t$.

Latihan sub bab 1.4

No. 1 Kunci: 1S 2B 3B

Konsep: susun kendala, cari titik pojok daerah penyelesaian, lalu hitung fungsi tujuan di setiap titik pojok.

Model. Lahan: $x + y \leq 10$; pupuk: $2x + y \leq 16$; $x \geq 0, y \geq 0$. Keuntungan (juta rupiah): $Z = 3x + 2y$.
Titik pojok. $(0, 0)$, $(8, 0)$ dari $2x = 16$, $(0, 10)$ dari $y = 10$, dan perpotongan: $(2x + y) - (x + y) = 16 - 10 \rightarrow x = 6, y = 4$.
Nilai Z. $(8, 0) \rightarrow 24$; $(6, 4) \rightarrow 18 + 8 = 26$; $(0, 10) \rightarrow 20$; $(0, 0) \rightarrow 0$.

Pernyataan 1. $(7, 3)$: lahan $7 + 3 = 10$ ✓, tetapi pupuk $2(7) + 3 = 17 > 16$ ✗ → **Salah**.
Pernyataan 2. Maksimum $Z = 26$ di $(6, 4)$ → **Benar**.
Pernyataan 3. Bila $x = 0$: $y \leq 10$ dan $y \leq 16$, jadi y paling banyak 10 dan $Z = 2(10) = 20$ → **Benar**.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: pada pernyataan 1 siswa hanya memeriksa batas lahan dan lupa batas pupuk. Pada pernyataan 2, siswa yang menghitung di $(8, 0)$ saja (cabai paling untung per petak) mendapat Rp24 juta dan mengira pernyataan salah; padahal titik pojok $(6, 4)$ lebih besar.

No. 2 Kunci: E

Konsep: sebuah titik termasuk daerah penyelesaian bila memenuhi **semua** pertidaksamaan. "$\leq$" berarti di bawah/pada garis merah, "$\geq$" berarti di atas/pada garis biru, dan titik harus di kuadran I.

Langkah 1 – baca koordinat. $P(2, 1)$, $Q(5, 3)$, $R(4, 1)$, $S(-1, 5)$, $T(1, 4)$.
Langkah 2 – uji.
- P: $2(2) + 1 = 5 \leq 8$ ✓; $2 + 3 = 5 \geq 9$ ✗.
- Q: $10 + 3 = 13 \leq 8$ ✗.
- R: $8 + 1 = 9 \leq 8$ ✗ (juga $4 + 3 = 7 \geq 9$ ✗).
- S: kedua pertidaksamaan garis dipenuhi ($3 \leq 8, 14 \geq 9$), tetapi $x = -1 < 0$ ✗.
- T: $2 + 4 = 6 \leq 8$ ✓; $1 + 12 = 13 \geq 9$ ✓; $x, y \geq 0$ ✓.

Cek ulang: daerah penyelesaian adalah segitiga dengan titik pojok $(0, 3)$, $(0, 8)$, dan $(3, 2)$; titik T berada di dalamnya ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (P): hanya memeriksa pertidaksamaan pertama.
- B (Q): hanya memeriksa pertidaksamaan kedua.
- C (R): letaknya dekat garis merah sehingga dikira di bawahnya; padahal $2(4) + 1 = 9 > 8$.
- D (S): memenuhi kedua pertidaksamaan garis, tetapi melanggar syarat $x \geq 0$.

Kuis Akhir Bab 1

No. 1 Kunci: C

Konsep: irisan $A \cap B$ berisi anggota yang ada di A **dan** di B. Tulis dulu anggota setiap himpunan, terutama di angka batas.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. A = bilangan prima kurang dari 15 = $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ (1 bukan prima).
Langkah 2. B = bilangan ganjil dari 1 sampai 12 = $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$.
Langkah 3. Anggota bersama: $3, 5, 7, 11$.

Cek ulang: 2 genap (tidak di B), 13 lebih dari 12 (tidak di B), 9 dan 1 bukan prima (tidak di A) ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: menganggap 1 bilangan prima.
• B: memasukkan 2 karena prima, padahal 2 genap sehingga tidak di B.
• D: menganggap 9 bilangan prima karena ganjil.
• E: lupa batas $x \leq 12$ pada B sehingga 13 ikut.

No. 2 Kunci: B

Konsep: bilangan rasional dapat ditulis $\frac{p}{q}$ (p, q bulat, $q \neq 0$); desimal berulang juga rasional. Bilangan irasional tidak dapat ditulis demikian, misalnya akar dari bilangan yang bukan kuadrat sempurna.

Langkah – periksa setiap pilihan.
• $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4 = \frac{2}{5}$ → rasional.
• $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; 12 bukan kuadrat sempurna → **irasional**.
• $0{,}1212\ldots = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$ → rasional.
• $\frac{22}{7}$ → rasional (hanya pendekatan π, bukan π itu sendiri).
• $\sqrt[3]{-27} = -3$ → rasional (bulat).

Jawaban: B.

Jebakan: menganggap semua bentuk akar irasional (A, E), menganggap desimal tak berhenti pasti irasional (C), dan mengira $\frac{22}{7} = \pi$ (D).

No. 3 Kunci: B

Konsep: terjemahkan daerah berarsir menjadi kalimat dulu, baru menjadi lambang. $\cap$ = "dan", $\cup$ = "atau", $-$ = "tetapi tidak".

Langkah 1 – Baca gambar. Daerah berarsir terletak **di dalam** B, dan juga di dalam A **atau** di dalam C. Bagian tengah (di dalam ketiganya) **tidak** diarsir, begitu pula bagian B yang tidak bersentuhan dengan A maupun C.
Langkah 2 – Susun lambang. "Di B dan A" $= A \cap B$; "di B dan C" $= B \cap C$. Gabungannya $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ masih memuat bagian tengah, maka bagian tengah dibuang: $[(A \cap B) \cup (B \cap C)] - (A \cap B \cap C)$.

Cek ulang: uji tiga daerah. Titik di $A \cap B$ saja: masuk gabungan, tidak di tengah → terarsir ✓. Titik di ketiga himpunan: dibuang ✓. Titik di B saja: tidak masuk gabungan → tidak terarsir ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: memakai irisan dengan A, bukan dengan B; hasilnya dua daerah di dalam A (salah memilih himpunan pusat).
• C: lupa membuang bagian tengah; menggabungkan justru membuat bagian tengah ikut terarsir.
• D: $(A \cup C) \cap B$ sudah tepat sebagai langkah awal, tetapi yang dibuang $A \cap B$ sehingga tersisa daerah $B \cap C$ di luar A saja.
• E: sama dengan "B kecuali bagian tengah", sehingga bagian B yang tidak bersentuhan dengan A maupun C ikut terarsir.

No. 4 Kunci: E

Konsep: jumlah semua daerah diagram Venn sama dengan banyak anggota semesta.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. $(20 - x) + x + (15 - x) + 7 = 36$, sehingga $42 - x = 36$ dan $x = 6$.
Langkah 2. Hanya voli $= 20 - x = 20 - 6 = 14$ siswa.

Cek ulang: $14 + 6 + 9 + 7 = 36$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (6): banyak siswa yang menyukai keduanya, bukan yang hanya voli.
• B (9): banyak siswa yang hanya menyukai basket.
• C (20): seluruh penyuka voli, termasuk yang juga menyukai basket.
• D (29): banyak siswa yang menyukai paling sedikit satu olahraga $(36 - 7)$.

No. 5 Kunci: A, C, E

Konsep: setiap bilangan pada diagram adalah banyak siswa di **daerah itu saja**. Anggota sebuah himpunan = jumlah semua daerah di dalam lingkarannya.

Langkah – periksa setiap pernyataan.
• A: Jepang $= 12 + 5 + 3 + 2 = 22$ ✓.
• B: tepat dua kursus $= 5 + 3 + 4 = 12$, bukan 14 ✗ (14 diperoleh bila 2 siswa yang mengikuti ketiganya ikut dijumlahkan).
• C: paling sedikit satu $= 50 - 6 = 44$ ✓.
• D: Korea dan Mandarin $= 4 + 2 = 6$ ✗ (4 hanya yang mengikuti Korea dan Mandarin **saja**).
• E: tepat satu kursus $= 12 + 10 + 8 = 30$ ✓.

Cek ulang: $12 + 10 + 8 + 5 + 3 + 4 + 2 + 6 = 50$ ✓.

Jawaban: A, C, E.

Jebakan: pernyataan B dan D memakai angka yang tertulis di diagram tanpa memperhatikan daerah yang dimaksud ("tepat dua" tidak termasuk irisan ketiganya, sedangkan "Korea dan Mandarin" termasuk).

No. 6 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: operasi baru hanya berlaku menurut definisinya. Sifat yang "selalu berlaku" harus dibuktikan untuk semua a, b, bukan dengan satu contoh.
Bantuan: $ab - a - b + 2 = (a - 1)(b - 1) + 1$, karena $(a - 1)(b - 1) = ab - a - b + 1$.

Pernyataan 1. $b \triangle a = ba - b - a + 2 = ab - a - b + 2 = a \triangle b$ untuk semua a, b (perkalian dan penjumlahan biasa komutatif) → **Benar**.
Pernyataan 2. $a \triangle 1 = (a - 1)(0) + 1 = 1$, bukan a. Unsur identitas e harus memenuhi $(a - 1)(e - 1) + 1 = a$, yaitu $(a - 1)(e - 1) = a - 1$ untuk semua a, sehingga $e = 2$ → **Salah**.
Pernyataan 3. $x \triangle 3 = (x - 1)(2) + 1 = 9 \rightarrow x - 1 = 4 \rightarrow x = 5$ → **Benar**.

Cek ulang: $5 \triangle 3 = 15 - 5 - 3 + 2 = 9$ ✓; $7 \triangle 2 = 14 - 7 - 2 + 2 = 7$ ✓ (2 memang identitas).

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: pernyataan 2 menggoda karena 1 adalah identitas perkalian biasa; padahal $a \triangle 1$ selalu bernilai 1. Pada pernyataan 3, kesalahan yang sering terjadi adalah lupa suku $+2$ $(3x - x - 3 = 9 \rightarrow x = 6)$ atau membaca $\triangle$ sebagai perkalian biasa $(3x = 9 \rightarrow x = 3)$; selalu cek dengan substitusi.

No. 7 Kunci: A

Konsep: banyak kubus kecil pada kubus padat $= n \times n \times n = n^3$, dengan n = banyak kubus pada satu rusuk. Jadi $n = \sqrt[3]{\text{banyak kubus}}$.

Langkah 1. $n^3 = 343$.
Langkah 2. Faktorkan: $343 = 7 \times 49 = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$. Jadi $n = \sqrt[3]{343} = 7$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: $7 \times 7 \times 7 = 343$ ✓, sama seperti contoh $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B (18): memakai akar kuadrat, $\sqrt{343} \approx 18{,}5$, seolah-olah kubus itu persegi.
- C (21): membaca 7^3 sebagai 7×3.
- D (49): banyak kubus pada satu sisi (permukaan) kubus besar, 7×7, bukan pada satu rusuk.
- E (114): membagi 343 dengan 3 karena kubus "berpangkat tiga".

No. 8 Kunci: D

Konsep: ubah ke basis prima 2, lalu pakai $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, dan $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Langkah 1. $8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^2$; $4^{-\frac{1}{2}} = (2^2)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-1}$; $16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3$.

Langkah 2. $\dfrac{2^2 \cdot 2^{-1}}{2^3} = 2^{2-1-3} = 2^{-2} = \dfrac{1}{4}$.

Cek ulang: $\dfrac{4 \times \frac{1}{2}}{8} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (-1): menganggap pangkat negatif menghasilkan bilangan negatif ($4^{-\frac{1}{2}} = -2$).
- B ($\frac{1}{8}$): menghitung $4^{-\frac{1}{2}}$ sebagai $\frac{1}{4}$ (mengkuadratkan, bukan mengakarkan).
- C ($\frac{1}{2}$): menghitung $16^{\frac{3}{4}}$ sebagai 4.
- E (4): pecahan terbalik, $\frac{8}{2}$.

No. 9 Kunci: A

Konsep: rasionalkan penyebut $\sqrt{3} - 1$ dengan mengalikan sekawannya, $\sqrt{3} + 1$, di pembilang dan penyebut.

Langkah 1. Penyebut: $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 - 1 = 2$.

Langkah 2. Pembilang: $(\sqrt{3} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3}$.

Langkah 3. $\dfrac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}$.

Cek ulang: $\dfrac{2{,}732}{0{,}732} \approx 3{,}732$ dan $2 + 1{,}732 = 3{,}732$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B: hasil merasionalkan pecahan yang terbalik, $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$.
- C: membagi 2 hanya pada suku 4, tidak pada $2\sqrt{3}$.
- D: lupa membagi dengan penyebut 2.
- E: menghitung penyebut sebagai $3 + 1 = 4$.

No. 10 Kunci: B

Konsep: sisi persegi $= \sqrt{\text{luas}}$; sederhanakan bentuk akar; keliling gabungan hanya menghitung tepi luar.

Langkah 1. Sisi kebun A $= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ m; sisi kebun B $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ m.

Langkah 2. Telusuri tepi luar: bawah $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$; kiri $5\sqrt{2}$; atas kebun A $5\sqrt{2}$; tangga turun $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$; atas kebun B $3\sqrt{2}$; kanan $3\sqrt{2}$.

Langkah 3. Jumlah $= (8 + 5 + 5 + 2 + 3 + 3)\sqrt{2} = 26\sqrt{2}$ m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: keliling A + keliling B $= 20\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 32\sqrt{2}$, dikurangi bagian yang bersentuhan dua kali $(2 \times 3\sqrt{2})$: $26\sqrt{2}$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A: hanya menghitung sisi bawah dan atas, $2 \times 8\sqrt{2}$.
- C: mengurangkan bagian yang bersentuhan hanya sekali.
- D: menjumlahkan kedua keliling tanpa membuang bagian yang bersentuhan.
- E: menjumlahkan luasnya (68 m^2) seolah-olah satu persegi, lalu $4\sqrt{68}$.

No. 11 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: $\dfrac{a \times 10^m}{b \times 10^n} = \dfrac{a}{b} \times 10^{m-n}$; menggandakan berarti mengalikan 2, bukan mengkuadratkan.

Pernyataan 1. $\dfrac{3{,}6 \times 10^{12}}{4{,}5 \times 10^8} = 0{,}8 \times 10^4 = 8.000$ → **Benar**.

Pernyataan 2. $2 \times 3{,}6 \times 10^{12} = 7{,}2 \times 10^{12}$ bita. Nilai 10^{24} muncul bila pangkat ikut dikalikan 2 (seolah-olah dikuadratkan) → **Salah**.

Pernyataan 3. $\dfrac{3{,}6 \times 10^{12}}{10^9} = 3{,}6 \times 10^3 = 3.600$ gigabita → **Benar**.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: pada pernyataan 1, siswa yang membagi $3{,}6 : 4{,}5$ dan lupa bahwa hasilnya $0{,}8$ (bukan 8) mendapat 80.000; pada pernyataan 2, menggandakan dikacaukan dengan mengkuadratkan.

No. 12 Kunci: C

Konsep: untuk bilangan positif, bila $a < b$ maka $a^n < b^n$. Pangkatkan ketiganya dengan bilangan yang menghilangkan semua akar, yaitu KPK dari 2, 3, 5 = 30.

Langkah 1. $p^{30} = 2^{15} = 32.768$.
Langkah 2. $q^{30} = 3^{10} = 59.049$.
Langkah 3. $r^{30} = 5^6 = 15.625$.
Langkah 4. $15.625 < 32.768 < 59.049$, jadi $r < p < q$.

Cek ulang dengan desimal: $r \approx 1{,}380$, $p \approx 1{,}414$, $q \approx 1{,}442$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A: mengira bilangan di dalam akar yang makin besar pasti menghasilkan nilai makin besar.
- B: hanya membandingkan p dan q dengan benar lalu menempatkan r sembarang.
- D dan E: mengira akar berpangkat lebih tinggi selalu lebih besar (atau selalu lebih kecil) tanpa menghitung.

No. 13 Kunci: E

Konsep: dua keterangan → dua persamaan linear dua variabel.

Langkah 1. Misalkan m = sepeda motor, b = mobil. $m + b = 30$ dan $2m + 4b = 84$.
Langkah 2. Dari persamaan pertama $m = 30 - b$. Substitusi: $2(30 - b) + 4b = 84 \rightarrow 60 + 2b = 84 \rightarrow b = 12$.
Langkah 3. $m = 30 - 12 = 18$.

Cek ulang: $2(18) + 4(12) = 36 + 48 = 84$ ✓.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (12): banyak mobil, bukan sepeda motor (berhenti di variabel yang salah).
• B (15): membagi 30 kendaraan sama rata tanpa memakai jumlah roda.
• C (21): $84 : 4$, menganggap semua kendaraan mobil.
• D (42): $84 : 2$, menganggap semua kendaraan sepeda motor.

No. 14 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: dua garis $a_1x + b_1y = c_1$ dan $a_2x + b_2y = c_2$ sejajar bila $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (tanpa penyelesaian) dan berimpit bila ketiga perbandingan sama (tak hingga penyelesaian).

Pernyataan 1. $k = 6$: $6x + 2y = 6$ dan $3x + y = 4$ (kalikan 2: $6x + 2y = 8$). Ruas kiri sama, ruas kanan beda → sejajar → **Benar**.
Pernyataan 2. $k = 4$: dari $y = 4 - 3x, 4x + 2(4 - 3x) = 6 \rightarrow -2x = -2 \rightarrow x = 1, y = 1$. Cek: $4 + 2 = 6$ ✓, $3 + 1 = 4$ ✓ → **Benar**.
Pernyataan 3. Berimpit perlu $\frac{k}{3} = \frac{2}{1} = \frac{6}{4}$. Padahal $\frac{2}{1} \neq \frac{6}{4}$, jadi tidak ada k yang memenuhi → **Salah**.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: pernyataan 3 menggoda karena $k = 6$ membuat koefisien sebanding; siswa lupa memeriksa ruas kanan, sehingga mengira garisnya berimpit.

No. 15 Kunci: A

Konsep: setiap timbangan seimbang adalah satu persamaan; selesaikan dengan eliminasi atau substitusi.

Langkah 1. Misalkan k = berat kotak, b = berat bola. Timbangan 1: $3k + 2b = 22$; timbangan 2: $k + 3b = 19$.
Langkah 2. Dari persamaan kedua $k = 19 - 3b$. Substitusi: $3(19 - 3b) + 2b = 22 \rightarrow 57 - 7b = 22 \rightarrow b = 5$, lalu $k = 4$.
Langkah 3. $2k + b = 8 + 5 = 13$ kg.

Cek ulang: $3(4) + 2(5) = 22$ ✓ dan $4 + 3(5) = 19$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (9): berat 1 kotak dan 1 bola, bukan yang ditanyakan.
• D (14): nilai kotak dan bola tertukar ($2 \times 5 + 4$).
• C (11): menganggap setengah timbangan pertama ($22 : 2$).
• E (15): menghitung berat 3 bola saja dari timbangan kedua ($19 - 4$).

No. 16 Kunci: C

Konsep: dua syarat (berat total dan harga total) → SPLDV.

Langkah 1. Misalkan a = kg beras A, b = kg beras B. Berat: $a + b = 30$. Harga total (ribu rupiah): $12a + 15b = 13 \times 30 = 390$.
Langkah 2. $b = 30 - a \rightarrow 12a + 450 - 15a = 390 \rightarrow -3a = -60 \rightarrow a = 20$.

Cek ulang: $12(20) + 15(10) = 240 + 150 = 390$ ✓. Masuk akal: harga campuran Rp13.000 lebih dekat ke Rp12.000, jadi beras A lebih banyak.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (10): banyak beras B, bukan beras A.
• B (15): membagi rata tanpa memakai harga.
• D (24) dan E (26): membagi harga total dengan satu harga saja ($390 : 15 = 26$) atau salah tanda saat eliminasi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 17 Kunci: D

Konsep: titik potong dua garis adalah saat total biaya sama; sesudah titik itu, garis yang lebih landai lebih murah.

Langkah 1. Total biaya setelah n bulan: A $= 200 + 150n$, B $= 50 + 200n$ (ribu rupiah).
Langkah 2. Sama besar bila $200 + 150n = 50 + 200n \rightarrow 150 = 50n \rightarrow n = 3$ (titik $(3, 650)$ pada grafik).
Langkah 3. Untuk $n > 3$ garis A di bawah garis B. Bulan pertama A lebih murah adalah bulan ke-4: A $= 800$, B $= 850$.

Cek ulang: bulan ke-3: A $= 650$, B $= 650$ (sama, belum lebih murah) ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (3): saat biaya sama, belum lebih murah.
• A (2): membaca grafik sebelum perpotongan, ketika B masih lebih murah.
• C dan E: salah membaca petak grafik atau menghitung selisih biaya bulanan saja tanpa biaya pemasangan.

No. 18 Kunci: A, C, D

Konsep: tiga struk = tiga persamaan linear tiga variabel. Misalkan b, p, g = harga buku, pulpen, penggaris (ribu rupiah).
(1) $3b + 2p + g = 23$ (2) $2b + 3p + 2g = 23$ (3) $b + p + 3g = 14$

Langkah 1 – Jalan pintas. Jumlahkan ketiganya: $6b + 6p + 6g = 60$, jadi $b + p + g = 10$. ... (4)
Langkah 2 – Eliminasi. (3) – (4): $2g = 4 \rightarrow g = 2$. Lalu (1) – (4): $2b + p = 13$, dan dari (4): $b + p = 8$. Kurangkan: $b = 5$, maka $p = 3$.
Langkah 3 – Nilai setiap pernyataan.
• A: $b = 5 \rightarrow$ Rp5.000,00 ✓.
• B: penggaris Rp2.000,00 < pulpen Rp3.000,00 ✗.
• C: $2p = 6$ dan $3g = 6 \rightarrow$ sama ✓.
• D: $2(b + p + g) = 2 \times 10 = 20 \rightarrow$ tepat Rp20.000,00 ✓.
• E: $b + p + g = 10$, bukan 11 ✗.

Cek ulang ke struk 2: $2(5) + 3(3) + 2(2) = 10 + 9 + 4 = 23$ ✓.

Jawaban: A, C, D.

Jebakan:
• B: menyimpulkan dari struk 3 (penggaris dibeli paling banyak, totalnya kecil) tanpa menghitung.
• E: menebak dari struk 3 saja: mengira penggaris Rp1.000,00 sehingga $b + p = 14 - 3 = 11$, lalu menganggapnya harga satu set; atau salah menjumlah total ketiga struk menjadi 66 lalu membaginya dengan 6.

No. 19 Kunci: E

Konsep: dua variabel memerlukan dua persamaan yang **tidak sebanding**. Persamaan yang hanya kelipatan persamaan lain tidak menambah informasi.

Langkah 1 – (1) saja. $3p + 2h = 11.000$ mempunyai banyak penyelesaian, misalnya $p = 3.000, h = 1.000$ atau $p = 1.000, h = 4.000$. Harga pensil tidak tunggal → tidak cukup.
Langkah 2 – (2) saja. $6p + 4h = 22.000$ sama dengan $3p + 2h = 11.000 \rightarrow$ tidak cukup, dengan alasan yang sama.
Langkah 3 – gabungan. Persamaan (2) tepat 2 kali persamaan (1): garisnya berimpit. Kedua contoh di Langkah 1 tetap memenuhi keduanya, jadi harga pensil tetap tidak tunggal.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• C: anggapan "dua persamaan pasti cukup untuk dua variabel" tanpa memeriksa apakah keduanya sebanding.
• A, B, D: satu persamaan dengan dua variabel tidak pernah cukup untuk menentukan satu variabel.

No. 20 Kunci: C

Konsep: garis melalui $(p, 0)$ dan $(0, q)$ mempunyai persamaan $qx + py = pq$; arah tanda ditentukan dengan titik uji di dalam daerah.

Langkah 1. Garis melalui $(6, 0)$ dan $(0, 4)$: $4x + 6y = 24$, atau $2x + 3y = 12$.
Langkah 2. Titik $(1, 1)$ ada di dalam daerah: $2 + 3 = 5 \leq 12$, jadi tandanya $\leq$.
Langkah 3. Daerah berhenti di kedua sumbu: $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A dan E: koefisien tertukar ($3x + 2y = 12$ memotong sumbu di $(4, 0)$ dan $(0, 6)$).
• B: tanda terbalik (daerah di atas garis).
• D: menulis ruas kanan 6 dari titik potong sumbu-x, bukan $pq = 24$ yang disederhanakan.

No. 21 Kunci: B, D, E

Konsep: tentukan persamaan setiap garis batas, lalu tanda pertidaksamaan dengan titik uji di dalam daerah.

Langkah 1 – garis merah melalui $(4, 0)$ dan $(0, 8)$: $8x + 4y = 32$, atau $2x + y = 8$. Titik $(1, 1)$: $3 \leq 8 \rightarrow 2x + y \leq 8$ ✓ (pilihan B).
Langkah 2 – garis biru melalui $(0, 2)$ dan $(2, 4)$ dengan kemiringan 1: $y = x + 2$, atau $y - x = 2$. Titik $(1, 1)$: $0 \leq 2 \rightarrow y - x \leq 2$ ✓ (pilihan D).
Langkah 3 – sumbu. Daerah berhenti di sumbu-x dan sumbu-y: $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ ✓ (pilihan E).

Cek ulang titik pojok: $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(0, 2)$, dan perpotongan $2x + y = 8$ dengan $y = x + 2$, yaitu $(2, 4)$, sesuai gambar ✓.

Jawaban: B, D, E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: koefisien garis merah tertukar.
• C: $x - y \leq 2$ adalah batas lain (garis $y = x - 2$); titik $(0, 3)$ memenuhinya padahal di luar daerah.

No. 22 Kunci: D

Konsep: nilai maksimum fungsi tujuan pada daerah penyelesaian dicapai di salah satu **titik pojok**. Hitung di semua titik pojok, jangan hanya di titik potong kedua garis.

Langkah 1 – Persamaan garis dari titik potong sumbu.
• Garis merah melalui $(20, 0)$ dan $(0, 30)$: $30x + 20y = 600 \rightarrow 3x + 2y = 60$.
• Garis biru melalui $(40, 0)$ dan $(0, 20)$: $20x + 40y = 800 \rightarrow x + 2y = 40$.
Langkah 2 – Titik pojok. $(0, 0)$, $(20, 0)$, $(0, 20)$, dan titik potong: $(3x + 2y) - (x + 2y) = 60 - 40 \rightarrow x = 10, y = 15$.
Langkah 3 – Fungsi tujuan (ribu rupiah) $Z = 40x + 25y$:
$(20, 0) \rightarrow 800$; $(10, 15) \rightarrow 400 + 375 = 775$; $(0, 20) \rightarrow 500$; $(0, 0) \rightarrow 0$.
Maksimum 800, yaitu 20 tas tanpa dompet.

Cek ulang: $(20, 0)$ memenuhi $3(20) + 0 = 60 \leq 60$ dan $20 + 0 = 20 \leq 40$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• C (Rp775.000,00): hanya menghitung di titik potong kedua garis, mengira titik itu pasti terbaik.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B (Rp750.000,00): memakai titik $(0, 30)$ dari garis merah, padahal titik itu di luar daerah (melanggar batas waktu).
• E (Rp850.000,00): nilai x dan y di titik potong tertukar (15 tas dan 10 dompet).
• A (Rp500.000,00): hanya membuat dompet.

No. 23 Kunci: 1B 2S 3S

Konsep: tulis persamaan kedua garis batas, uji titik terhadap SEMUA kendala, dan bandingkan nilai fungsi tujuan di semua titik pojok.

Langkah 1 – garis. Merah melalui $(10, 0)$ dan $(0, 20)$: $2x + y \leq 20$. Biru melalui $(16, 0)$ dan $(0, 8)$: $x + 2y \leq 16$.
Pernyataan 1. $(6, 5)$: $12 + 5 = 17 \leq 20$ ✓ dan $6 + 10 = 16 \leq 16$ ✓ → **Benar**.
Pernyataan 2. $(2, 8)$: $4 + 8 = 12 \leq 20$ ✓, tetapi $2 + 16 = 18 > 16$ ✗ → **Salah**.
Pernyataan 3. Titik pojok: $(0, 0)$, $(10, 0)$, $(0, 8)$, dan perpotongan $2x + y = 20$ dengan $x + 2y = 16$, yaitu $(8, 4)$. Laba (ribu rupiah) $30x + 20y$: $(10, 0) \to 300$; $(8, 4) \to 240 + 80 = 320$; $(0, 8) \to 160$. Maksimum di $(8, 4)$, bukan $(10, 0)$ → **Salah**.

Jawaban: Benar, Salah, Salah.

Jebakan: pernyataan 2 hanya gagal pada satu kendala (oven), sehingga siswa yang hanya memeriksa garis merah menganggapnya benar. Pernyataan 3 menggoda karena laba kue A lebih besar per loyang, padahal titik pojok lain memberi laba lebih besar.

No. 24 Kunci: B, D

Konsep: setiap batasan cerita menjadi satu pertidaksamaan; "paling banyak" berarti $\leq$.

Langkah 1 – luas. Lahan $30 \times 20 = 600$ m²; petak mobil $2{,}5 \times 4 = 10$ m²; petak bus $3 \times 10 = 30$ m². Luas yang dipakai tidak boleh melebihi lahan: $10x + 30y \leq 600$, atau $x + 3y \leq 60$ (pilihan B) ✓.
Langkah 2 – banyak kendaraan. Paling banyak 40: $x + y \leq 40$ (pilihan D) ✓.

Jawaban: B, D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: koefisien mobil dan bus tertukar.
• C: tanda terbalik; "paling banyak" ditulis $\geq$.
• E: tanda terbalik pada batas luas.

No. 25 Kunci: A

Konsep: program linear minimum dengan kendala "paling sedikit" ($\geq$); daerahnya terbuka ke atas, dan nilai minimum ada di titik pojok bawah.

Langkah 1 – model. a = bungkus granola, b = bungkus biskuit. Protein: $4a + 2b \geq 16$ (atau $2a + b \geq 8$); serat: $2a + 3b \geq 12$; $a, b \geq 0$. Biaya (ribu rupiah) $Z = 5a + 4b$, diminimumkan.
Langkah 2 – titik pojok. Pada sumbu-b: $(0, 8)$. Pada sumbu-a: $a \geq 4$ dan $a \geq 6$, jadi $(6, 0)$. Perpotongan: $2a + b = 8$ dan $2a + 3b = 12 \to 2b = 4 \to b = 2, a = 3$.
Langkah 3 – nilai Z. $(0, 8) \to 32$; $(3, 2) \to 15 + 8 = 23$; $(6, 0) \to 30$. Minimum Rp23.000,00 (titik pojoknya sudah bilangan cacah).

Cek ulang: 3 granola + 2 biskuit: protein $12 + 4 = 16$ ✓, serat $6 + 6 = 12$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (Rp20.000,00): 4 granola saja memenuhi protein (16 g) tetapi seratnya hanya 8 g; titik ini di luar daerah.
• C (Rp26.000,00): 2 granola + 4 biskuit memenuhi syarat tetapi bukan yang termurah.
• D dan E: hanya membeli satu jenis (titik pojok pada sumbu).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 2.1

No. 1 **Kunci: B, D, E**

Konsep: fungsi kuadrat dengan akar x_1 dan x_2 dapat ditulis $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. Sumbu simetri berada tepat di tengah kedua akar.

Langkah 1 – rumus. $f(x) = a(x + 2)(x - 4)$. Melalui $(0, 8)$: $a(2)(-4) = 8 \rightarrow a = -1$. Jadi $f(x) = -(x + 2)(x - 4) = -x^2 + 2x + 8$ ✓ (D).
Langkah 2 – sumbu simetri. $x = \frac{-2+4}{2} = 1$ ✓ (B).
Langkah 3 – nilai maksimum. $f(1) = -1 + 2 + 8 = 9$, bukan 8 ✗ (A).
Langkah 4 – $f(5)$. $-25 + 10 + 8 = -7$, bukan 7 ✗ (C).
Langkah 5 – tanda. Parabola terbuka ke bawah dan memotong sumbu-x di -2 dan 4, sehingga grafik di atas sumbu-x tepat untuk $-2 < x < 4$ ✓ (E).

Cek ulang: $f(-2) = -4 - 4 + 8 = 0$ ✓, $f(4) = -16 + 8 + 8 = 0$ ✓.

Jawaban: B, D, E.

Jebakan: A memakai titik potong sumbu-y $(0, 8)$ sebagai puncak, padahal puncak di $x = 1$. C salah tanda saat menghitung -5^2 (ditulis $+25$).

No. 2 **Kunci: D**

Konsep: fungsi linear $B(n) = mn + c$; gradien $m = \dfrac{\Delta B}{\Delta n}$ adalah biaya per papan, dan $c = B(0)$ adalah biaya tetap.

Langkah 1. $m = \dfrac{370.000 - 310.000}{55 - 40} = \dfrac{60.000}{15} = 4.000$ rupiah per papan.
Langkah 2. $310.000 = 4.000(40) + c \rightarrow c = 310.000 - 160.000 = 150.000$.

Cek ulang: $B(55) = 220.000 + 150.000 = 370.000$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (Rp4.000,00): gradien (biaya per papan), bukan biaya tetap.
- B (Rp7.750,00): biaya rata-rata per papan hari Senin $(310.000 : 40)$, yang sudah memuat biaya tetap.
- C (Rp60.000,00): selisih biaya dua hari.
- E (Rp160.000,00): biaya bahan 40 papan (4.000×40), bukan sisanya.

Latihan sub bab 2.2

No. 1 **Kunci: 1S 2B 3B**

Konsep: gabah diubah dulu menjadi beras (g), baru beras menghasilkan laba (f). Jadi laba dari gabah adalah $(f \circ g)(x) = f(g(x))$: fungsi yang dikerjakan **pertama** ditulis di **kanan**. Mencari gabah dari laba = memakai invers.

Langkah – komposisi. $(f \circ g)(x) = f(0{,}6x) = 12.000(0{,}6x) - 100.000 = 7.200x - 100.000$.
Pernyataan 1. Rumus yang benar $7.200x - 100.000$. Bentuk $7.200x - 60.000$ adalah $(g \circ f)(x) = 0{,}6(12.000x - 100.000)$, urutan yang terbalik → **Salah**.
Pernyataan 2. $7.200(500) - 100.000 = 3.600.000 - 100.000 = 3.500.000$ → **Benar**.
Pernyataan 3. $7.200x - 100.000 = 5.660.000 \rightarrow 7.200x = 5.760.000 \rightarrow x = 800$ → **Benar**.

Cek ulang pernyataan 3: 800 kg gabah → $g = 480$ kg beras → $f = 5.760.000 - 100.000 = 5.660.000$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan: pernyataan 1 memakai urutan komposisi yang terbalik (g dikenakan pada laba). Pada pernyataan 3, siswa yang lupa menambahkan kembali 100.000 mendapat $x \approx 786$ kg dan mengira pernyataannya salah.

No. 2 Kunci: E

Konsep: mencari t dari nilai fungsi = memakai **invers**: kembalikan dulu potongan harga, lalu pilih cabang fungsi yang sesuai.

Langkah 1 – buang potongan. $0{,}8\,B(t) = 10.400 \rightarrow B(t) = 13.000$.
Langkah 2 – pilih cabang. 13.000 lebih dari 5.000, jadi $t > 30$: $5.000 + 200(t - 30) = 13.000$.
Langkah 3. $200(t - 30) = 8.000 \rightarrow t - 30 = 40 \rightarrow t = 70$ menit.

Cek ulang: $B(70) = 5.000 + 200 \times 40 = 13.000$ dan $0{,}8 \times 13.000 = 10.400$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (40): berhenti di $t - 30 = 40$, lupa menambahkan 30 menit pertama.
- B (52): membagi pembayaran langsung, $10.400 : 200$, tanpa memakai rumus.
- C (57): lupa potongan pelajar, memakai $B(t) = 10.400$: $30 + 5.400 : 200 = 57$.
- D (65): membagi tarif sebelum potongan dengan 200, $13.000 : 200$, tanpa biaya 30 menit pertama.

Latihan sub bab 2.3

No. 1 Kunci: C

Konsep: banyak kelapa per baris membentuk barisan aritmetika dengan $a = 3$ dan $b = 2$. Suku ke-n: $U_n = a + (n - 1)b$.

Langkah 1. Baris paling bawah adalah baris ke-8, jadi yang dicari U_8.
Langkah 2. $U_8 = 3 + (8 - 1) \times 2 = 3 + 14 = 17$ butir.

Cek ulang: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 → baris ke-8 berisi 17 ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (15): baris ke-7, salah menghitung banyak baris.
- B (16): 2×8, lupa suku pertama.
- D (19): memakai $3 + 8 \times 2$ (bukan $n - 1$).
- E (80): jumlah seluruh kelapa S_8, bukan banyak kelapa pada satu baris.

No. 2 Kunci: B

Konsep: waktu keberangkatan membentuk barisan aritmetika dengan $U_1 = 05.30$ dan beda $b = 12$ menit; $U_n = U_1 + (n - 1)b$.

Langkah 1. Dari keberangkatan ke-1 ke ke-15 ada $15 - 1 = 14$ selang: $14 \times 12 = 168$ menit.
Langkah 2. 168 menit $= 2$ jam 48 menit.
Langkah 3. $05.30 + 2.48 = 08.18$.

Cek ulang: keberangkatan ke-2 = 05.42 dan ke-3 = 05.54 (selisih 12 menit) ✓; dari 05.30 ke 08.18 tepat 168 menit ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (08.06): memakai 13 selang.
- C (08.30): memakai 15 selang, $15 \times 12 = 180$ menit (lupa bahwa keberangkatan pertama belum menambah selang).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D (08.42): memakai 16 selang.
- E (07.48): salah mengubah 168 menit menjadi 2 jam 18 menit.

Latihan sub bab 2.4

No. 1 Kunci: A, C, D

Konsep: "perbandingan dua suku berurutan selalu sama" berarti barisan geometri: $U_n = ar^{n-1}$ dan $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ untuk $r < 1$. Luas lingkaran sebanding dengan **kuadrat** diameternya.

Langkah 1 – rasio. $a = 50$, $r = \dfrac{40}{50} = \dfrac{4}{5}$.

Langkah 2 – suku-suku. 50; 40; 32; 25,6; 20,48 cm.

Langkah 3 – periksa.

- A: $U_4 = 50 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 25{,}6$ ✓.
- B: $U_3 = 32$, bukan 30 ✗.
- C: $50 + 40 + 32 + 25{,}6 + 20{,}48 = 168{,}08$ ✓ (atau $S_5 = \dfrac{50(1-0{,}8^5)}{0{,}2} = 250 \times 0{,}67232 = 168{,}08$).
- D: $U_5 = 20{,}48 < 25 = \frac{1}{2} \times 50$ ✓.
- E: perbandingan luas $= \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$, bukan $\frac{4}{5}$ ✗.

Jawaban: A, C, D.

Jebakan: B menganggap diameternya berkurang tetap 10 cm (barisan aritmetika), padahal yang tetap adalah perbandingannya. E memakai rasio diameter untuk luas; luas berubah sebesar kuadrat rasio.

No. 2 Kunci: A, D, E

Konsep: bertambah 25% dari bulan sebelumnya = dikali $1{,}25 = \frac{5}{4}$ setiap bulan (pertumbuhan, barisan geometri): $P_n = 256 \times \left(\frac{5}{4}\right)^n$, dengan n = banyak bulan setelah Januari.

Langkah 1 – tabel. Jan 256 → Feb 320 → Mar 400 → Apr 500 → Mei 625.

Langkah 2 – periksa.

- A: April 500 ✓.
- B: $\frac{400}{256} = 1{,}5625$, jadi naik 56,25%, bukan 50% ✗.
- C: Mei sudah 625 > 600, jadi pertama kali melebihi 600 pada **Mei**, bukan Juni ✗.
- D: $625 - 500 = 125$ ✓.
- E: $2 \times 256 = 512 < 625$ ✓.

Jawaban: A, D, E.

Jebakan: B menjumlahkan persentase ($25\% + 25\%$), padahal pertambahan bulan kedua dihitung dari jumlah yang sudah bertambah. C muncul bila pertambahan dianggap tetap 64 orang per bulan (pola aritmetika: Mei hanya 512, Juni 576), atau salah membaca kata "pertama kali".

Kuis Akhir Bab 2

No. 1 Kunci: A

Konsep: fungsi linear $m(t) = c + kt$ mempunyai nilai awal $c = m(0)$ dan gradien $k = \dfrac{\Delta m}{\Delta t}$ (perubahan massa per jam). Grafik turun berarti gradiennya negatif.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. Baca dua titik yang tepat di perpotongan petak: $(0, 960)$ dan $(6, 600)$.

Langkah 2. Gradien $= \dfrac{600 - 960}{6 - 0} = \dfrac{-360}{6} = -60$, artinya filamen berkurang 60 gram setiap jam.

Langkah 3. Nilai awal $m(0) = 960$. Jadi $m(t) = 960 - 60t$.

Cek ulang: $m(6) = 960 - 360 = 600$ ✓. Filamen habis saat $960 - 60t = 0$, yaitu $t = 16$ jam, sesuai garis yang terus turun.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B: tanda gradien salah; grafik yang turun mempunyai gradien negatif.
- C: memakai 600 (massa pada jam ke-6) sebagai nilai awal.
- D: membagi massa pada jam ke-6 dengan 6 ($600 : 6 = 100$), bukan membagi **perubahan** massanya.
- E: memakai perubahan massa 360 tanpa membaginya dengan lama waktu 6 jam.

No. 2 Kunci: E

Konsep: daerah hasil (range) adalah semua nilai y yang benar-benar dicapai. Pada daerah asal yang dibatasi, nilai terkecil dan terbesar dicari di antara **titik puncak** (bila puncak ada di dalam daerah asal) dan **kedua ujung**.

Langkah 1. Titik puncak parabola $(1, -4)$ berada di dalam $-2 \le x \le 3$, dan parabola terbuka ke atas. Jadi nilai terkecil -4.

Langkah 2. Ujung kiri $(-2, 5)$ dan ujung kanan $(3, 0)$. Nilai terbesar adalah yang lebih besar di antara keduanya, yaitu 5.

Langkah 3. Daerah hasil: $\{y \mid -4 \le y \le 5\}$.

Cek ulang: titik-titik itu cocok dengan $f(x) = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$: $f(-2) = 5$, $f(1) = -4$, $f(3) = 0$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A: hanya memakai kedua ujung, padahal puncak -4 juga tercapai.
- B: menganggap titik potong sumbu-y, $(0, -3)$, sebagai titik terendah.
- C: lupa bahwa daerah asal dibatasi, sehingga tidak ada batas atas.
- D: hanya memakai bagian dari puncak sampai ujung kanan.

No. 3 Kunci: D

Konsep: luas yang bergantung pada satu ukuran sering berbentuk fungsi kuadrat. Bila $a < 0$, nilai maksimumnya ada di puncak $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Langkah 1. Tali dipakai untuk dua sisi lebar (x dan x) dan satu sisi panjang. Panjang $= 36 - 2x$.

Langkah 2. Luas $L(x) = x(36 - 2x) = -2x^2 + 36x$.

Langkah 3. Puncak: $x = -\dfrac{36}{2(-2)} = 9$. Panjang $= 36 - 18 = 18$ m, luas $= 9 \times 18 = 162$ m^2.

Cek ulang: $L(8) = 8 \times 20 = 160$ dan $L(10) = 10 \times 16 = 160$, keduanya lebih kecil dan sama besar (simetris terhadap $x = 9$) ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (81): menganggap tali membatasi **empat** sisi, sehingga diperoleh persegi 9×9.
- B (144): membagi tali sama rata untuk tiga sisi (12×12), padahal ukuran terbaik tidak harus sama panjang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- C (160): mencoba lebar 8 m atau 10 m tanpa mencari puncak.
- E (324): memakai 18 m untuk panjang **dan** lebar, padahal lebarnya 9 m.

No. 4 Kunci: 1B 2S 3S

Konsep: $P(x)$ adalah fungsi rasional. Tuliskan $\dfrac{12+x}{20+x} = 1 - \dfrac{8}{20+x}$: pecahan $\dfrac{8}{20+x}$ selalu positif, jadi nilai P selalu kurang dari 100% (asimtot datar $P = 100\%$).

Pernyataan 1. $P(20) = \dfrac{32}{40} \times 100\% = 80\% \rightarrow$ **Benar**.

Pernyataan 2. $\dfrac{12+x}{20+x} = 1$ berarti $12 + x = 20 + x$, atau $12 = 20$, mustahil. Persentase makin dekat ke 100% tetapi tidak pernah mencapainya, karena 8 kekalahan tidak pernah hilang → **Salah**.

Pernyataan 3. $P(10) = \dfrac{22}{30} \times 100\% \approx 73{,}3\%$, belum 75%. Syarat 75%: $12 + x = 0{,}75(20 + x) \rightarrow 0{,}25x = 3 \rightarrow x = 12 \rightarrow$ **Salah**.

Cek ulang: $P(12) = \dfrac{24}{32} = 75\%$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Salah.

Jebakan: pernyataan 2 menggoda karena nilainya terus naik; padahal fungsi rasional ini mempunyai asimtot datar 100%. Pada pernyataan 3, siswa yang berpikir linear ("dari 60% ke 80% perlu 20 kemenangan, berarti ke 75% perlu sekitar 15 atau 10") tidak menyelesaikan persamaannya.

No. 5 Kunci: B

Konsep: garis menyinggung parabola bila persamaan kuadrat hasil substitusinya mempunyai tepat satu akar, yaitu diskriminan $D = b^2 - 4ac = 0$.

Langkah 1 – rumus parabola. Puncak $(1, 4)$, jadi $y = a(x-1)^2 + 4$. Melalui $(0, 5)$: $a + 4 = 5$, $a = 1$. Maka $y = x^2 - 2x + 5$ (cek titik $(3, 8)$: $9 - 6 + 5 = 8$ ✓).

Langkah 2 – substitusi. $x^2 - 2x + 5 = mx + 1 \rightarrow x^2 - (2+m)x + 4 = 0$.

Langkah 3 – diskriminan nol. $(2+m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0 \rightarrow (2+m)^2 = 16 \rightarrow 2 + m = 4$ atau $2 + m = -4 \rightarrow m = 2$ atau $m = -6$.

Cek ulang: $m = 2$: $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$, satu titik $(2, 5)$ ✓. $m = -6$: $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$, satu titik $(-2, 13)$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A: salah tanda saat memindahkan mx, sehingga menulis $x^2 + (m-2)x + 4 = 0$.
- C: lupa menggabungkan $-2x$ dengan $-mx$, sehingga $D = m^2 - 16$.
- D: memakai $c = 1$ (konstanta garis), padahal konstanta persamaan gabungan $5 - 1 = 4$.
- E: menjabarkan $(2+m)^2$ menjadi $4 + m^2$ (lupa suku $4m$).

No. 6 Kunci: A, C, D

Konsep: untuk $f(x) = \dfrac{ax+b}{x+c}$, asimtot tegak adalah nilai x yang membuat penyebut nol ($x = -c$), dan asimtot datar $y = a$ (perbandingan koefisien x). Konstanta yang tersisa dicari dari satu titik.

Langkah 1. Asimtot tegak $x = 1$, jadi $c = -1$. Asimtot datar $y = 2$, jadi $a = 2$.

Langkah 2. Titik $(2, 5)$: $\dfrac{4+b}{1} = 5$, jadi $b = 1$. Maka $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$. Cek $(4, 3)$: $\frac{9}{3} = 3$ ✓; $(-2, 1)$: $\frac{-3}{-3} = 1$ ✓.

Langkah 3 – periksa setiap pernyataan.

- A: rumus di atas ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B: daerah hasil adalah $y \neq 2$ (asimtot datar), bukan $y \neq 1$ ✗.
• C: $f(x) = 0 \to 2x + 1 = 0 \to x = -\frac{1}{2}$ ✓.
• D: $f(x) - 2 = \dfrac{2x + 1 - 2x + 2}{x - 1} = \dfrac{3}{x - 1} > 0$ untuk $x > 1$ ✓ (cabang kanan selalu di atas garis $y = 2$).
• E: $f(0) = \dfrac{1}{-1} = -1$, jadi titiknya $(0, -1)$ ✗.

Jawaban: A, C, D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan): B tertukar dengan asimtot tegak $x = 1$; E salah tanda saat membagi 1 dengan -1.

No. 7 Kunci: C

Konsep: nilai maksimum ada di puncak dan hanya ada bila $a < 0$. Untuk mengetahuinya kita perlu letak puncak **dan** nilai fungsi di puncak (atau nilai a).

Langkah 1 – (1) saja. $f(x) = a(x + 1)(x - 5)$ dengan a belum diketahui. Untuk $a = -1$ maksimumnya 9, untuk $a = -2$ maksimumnya 18, dan untuk $a > 0$ tidak ada maksimum → tidak cukup.
Langkah 2 – (2) saja. Banyak parabola melalui $(2, 18)$ dengan puncak berbeda, misalnya $-2(x + 1)(x - 5)$ (maksimum 18) dan $-(x - 3)^2 + 19$ (maksimum 19) → tidak cukup.
Langkah 3 – gabungan. Dari (1), sumbu simetri di tengah kedua akar: $x = \frac{-1+5}{2} = 2$. Dari (2), nilai di puncak 18. Lalu $a(3)(-3) = 18 \to a = -2 < 0$, jadi puncak itu memang maksimum. Nilai maksimum 18 → cukup.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A dan D: titik potong sumbu-x memberi letak puncak, tetapi tidak memberi tinggi puncak (nilai a belum diketahui).
• B dan D: $f(2) = 18$ tidak otomatis maksimum; tanpa (1) kita tidak tahu bahwa $x = 2$ adalah sumbu simetri.
• E: mengira tiga koefisien a, b, c selalu memerlukan tiga titik berbeda, padahal (1) dan (2) bersama sudah memberi tiga syarat.

No. 8 Kunci: C

Konsep: $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$: fungsi yang ditulis paling kanan (f) bekerja lebih dulu, lalu hasilnya dimasukkan ke g.

Langkah 1. Pada diagram f, panah dari 3 menuju 4, jadi $f(3) = 4$.
Langkah 2. Pada diagram g, panah dari 4 menuju 3, jadi $g(4) = 3$.
Langkah 3. $(g \circ f)(3) = g(4) = 3$.

Cek ulang: urutan "f dulu, lalu g" sesuai lambang $g \circ f$ (dibaca dari kanan) ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (1): memakai f dua kali, $f(f(3)) = f(4) = 1$.
• B (2): urutan terbalik, $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(5) = 2$.
• D (4): berhenti setelah $f(3)$.
• E (5): hanya memakai $g(3)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 9 Kunci: B

Konsep: menelusuri balik proses bertahap = memakai invers dengan urutan terbalik: batalkan dulu tahap yang terakhir dikerjakan (g), baru tahap pertama (f).

Langkah 1 – rumus komposisi. $N = g\big(f(s)\big) = 0{,}8(2{,}5s) + 20 = 2s + 20$.

Langkah 2. $2s + 20 = 76 \to 2s = 56 \to s = 28$.

Cara lain (telusur balik). Batalkan g: $\dfrac{76 - 20}{0{,}8} = 70$; batalkan f: $\dfrac{70}{2{,}5} = 28$.

Cek ulang: $f(28) = 70$, $g(70) = 56 + 20 = 76$ ✓, dan $0 \le 28 \le 40$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- E (70): berhenti setelah membatalkan g; 70 masih nilai berskala 100, belum skor mentah.
- A (13): membatalkan f lebih dulu, baru g: $76 : 2{,}5 = 30{,}4$, lalu $\frac{30{,}4 - 20}{0{,}8} = 13$ (urutan invers terbalik).
- C (38): $76 : 2$, lupa suku $+20$.
- D (22,4): $\frac{76 - 20}{2{,}5}$, lupa faktor $0{,}8$ pada tahap kedua.

No. 10 Kunci: A

Konsep: $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$. Beri nama $u = g(x)$, nyatakan x dalam u, lalu tulis seluruh rumus dalam u.

Langkah 1. $u = 3x - 1 \to x = \dfrac{u + 1}{3}$, sehingga $3x = u + 1$.

Langkah 2. $9x^2 - 6x + 4 = (3x)^2 - 2(3x) + 4 = (u + 1)^2 - 2(u + 1) + 4$.

Langkah 3. $= u^2 + 2u + 1 - 2u - 2 + 4 = u^2 + 3$. Jadi $f(x) = x^2 + 3$.

Cek ulang: $f\big(g(x)\big) = (3x - 1)^2 + 3 = 9x^2 - 6x + 1 + 3 = 9x^2 - 6x + 4$ ✓. Contoh nilai: $g(1) = 2$, $f(2) = 7$, dan $(f \circ g)(1) = 9 - 6 + 4 = 7$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B: mengira $9x^2 - 6x = (3x - 1)^2$, padahal $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$.
- C: menganggap $g(x) = 3x$ (lupa -1), sehingga cukup mengganti $3x$ dengan x.
- D: salah invers, memakai $x = \frac{u - 1}{3}$.
- E: salah tanda saat menjabarkan, $-2(u + 1) = -2u + 2$.

No. 11 Kunci: E

Konsep: fungsi kuadrat baru mempunyai invers bila daerah asalnya dibatasi pada satu sisi puncak (fungsi satu-satu). Rumus invers diperoleh dengan menyatakan x dalam y, lalu memilih tanda akar yang sesuai daerah asal.

Langkah 1 – rumus f. Puncak $(1, -2)$: $y = a(x - 1)^2 - 2$. Titik $(3, 2)$: $4a - 2 = 2$, jadi $a = 1$. Maka $f(x) = (x - 1)^2 - 2$ untuk $x \ge 1$.

Langkah 2 – nyatakan x dalam y. $(x - 1)^2 = y + 2 \to x - 1 = \pm\sqrt{y + 2}$.

Langkah 3 – pilih tanda. Karena $x \ge 1$, maka $x - 1 \ge 0$, jadi tanda $+$: $x = 1 + \sqrt{y + 2}$. Tukar nama variabel: $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x + 2}$, $x \ge -2$.

Cek ulang: $f^{-1}(2) = 1 + 2 = 3$ dan $f(3) = 2$ ✓; $f^{-1}(-2) = 1$, yaitu puncak ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A: memilih tanda $-$; hasilnya selalu ≤ 1, padahal daerah asal f adalah $x \ge 1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- B: salah membaca puncak menjadi $x = -1$ (pergeseran ke kiri).
- C: salah tanda konstanta, seolah-olah $f(x) = (x-1)^2 + 2$.
- D: koordinat puncak tertukar dan salah tanda, dibaca sebagai $(2, -1)$ sehingga $f(x) = (x-2)^2 - 1$.

No. 12 Kunci: 1S 2B 3B

Konsep: penyusutan $p\%$ berarti dikalikan $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$. Dua penyusutan berurutan adalah komposisi dua fungsi perkalian, jadi faktornya **dikalikan**, bukan persennya dijumlahkan.

Rumus. $p(x) = 0{,}9x$, $q(y) = 0{,}95y$, sehingga $(q \circ p)(x) = 0{,}95 \times 0{,}9x = 0{,}855x$.
Pernyataan 1. Tinggi akhir $85{,}5\%$ dari tinggi basah, jadi penyusutan seluruhnya $14{,}5\%$, bukan 15% → **Salah**.
Pernyataan 2. Telusur balik: $0{,}855x = 34{,}2 \rightarrow x = 40$. Cek maju: $40 \rightarrow 36 \rightarrow 34{,}2$ ✓ → **Benar**.
Pernyataan 3. 30 cm adalah tinggi **setelah dikeringkan**, jadi tinggal tahap q: $0{,}95 \times 30 = 28{,}5$ cm → **Benar**.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: pernyataan 1 menjumlahkan persen ($10\% + 5\%$), padahal 5% dihitung dari tinggi yang sudah menyusut. Pada pernyataan 3, siswa yang menerapkan kedua tahap pada 30 cm mendapat $0{,}855 \times 30 = 25{,}65$ cm dan menyimpulkan Salah.

No. 13 Kunci: B, D, E

Konsep: yang dibayar anggota adalah komposisi $g\big(f(x)\big)$ dengan $g(y) = 0{,}75y$ (tersisa 75%). Menelusuri balik berarti membatalkan potongan lebih dulu ($y = \text{bayar} : 0{,}75$), lalu mencari x pada **cabang** tarif yang sesuai dan memeriksa syarat cabangnya.

Langkah 1 – baca gambar. $f(x) = 450$ untuk $1 \le x \le 3$, dan $f(x) = 450 + 120(x-3)$ untuk $x \ge 4$ (naik 120 per hari: 450, 570, 690, ...).
Langkah 2 – Laras. $607{,}5 : 0{,}75 = 810$. Karena $810 > 450$, pakai cabang kedua: $450 + 120(x-3) = 810 \rightarrow x - 3 = 3 \rightarrow x = 6$ hari.
Langkah 3 – Cempaka. $337{,}5 : 0{,}75 = 450$. Cabang kedua memberi $x = 3$, padahal syaratnya $x \ge 4$ (dibuang). Cabang pertama dipenuhi $x = 1, 2$, atau 3. Lama sewanya tidak dapat dipastikan.
Langkah 4 – Melati. Bukan anggota, jadi $f(x) = 690 \rightarrow x = 5$ hari.

Periksa setiap pernyataan.
- A: tidak pasti 3 hari (bisa 1, 2, atau 3) ✗.
- B: 6 hari ✓.
- C: tarif tanpa potongan $= 810$ ribu, yaitu Rp810.000,00 ✗.
- D: $5 = 6 - 1$ ✓.
- E: $0{,}75 \times 690.000 = 517.500$ ✓.

Jawaban: B, D, E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan): A lupa bahwa cabang pertama tidak satu-satu (satu tarif untuk tiga lama sewa). C membatalkan potongan dengan **menambah** 25% ($607.500 \times 1{,}25$), padahal potongan 25% dihitung dari tarif, sehingga tarif = bayar : $0{,}75$.

No. 14 Kunci: B

Konsep: hitung beberapa pola pertama secara nyata, cari **tambahan** dari satu pola ke pola berikutnya, lalu pakai $U_n = a + (n-1)b$.

Langkah 1. Dari gambar: 1 meja 6 kursi, 2 meja 10 kursi, 3 meja 14 kursi. Setiap meja baru menambah 4 kursi (satu sisinya menempel dan menutup satu sisi meja sebelumnya), jadi $a = 6, b = 4$.
Langkah 2. $U_{15} = 6 + (15-1) \times 4 = 6 + 56 = 62$ kursi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang dengan cara lain: 15 meja mempunyai $15 \times 6 = 90$ sisi. Ada 14 sambungan, dan setiap sambungan menutup 2 sisi: $90 - 28 = 62$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• E (90): menganggap setiap meja tetap mendapat 6 kursi.
• A (60): 4×15, lupa 2 kursi di kedua ujung deretan.
• C (66): $6 + 15 \times 4$, menambah beda sebanyak n kali, bukan $n - 1$ kali.
• D (70): berpikir sebanding, "3 meja 14 kursi, maka 15 meja 5×14 kursi".

No. 15 Kunci: D

Konsep: dari dua suku U_p dan U_q, beda diperoleh dari $(q - p)b = U_q - U_p$. "Seluruh bibit" berarti **jumlah** $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$.

Langkah 1. Dari hari ke-3 ke hari ke-8 ada $8 - 3 = 5$ langkah: $5b = 135 - 75 = 60$, jadi $b = 12$.
Langkah 2. $U_3 = a + 2b \rightarrow 75 = a + 24 \rightarrow a = 51$.
Langkah 3. $U_{12} = 51 + 11 \times 12 = 183$, lalu $S_{12} = \frac{12}{2}(51 + 183) = 6 \times 234 = 1.404$ bibit.
Cek ulang: $S_{12} = 6\big(2 \times 51 + 11 \times 12\big) = 6 \times 234 = 1.404$ ✓, dan $U_8 = 51 + 7 \times 12 = 135$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (183): banyak bibit pada hari ke-12 saja (suku), bukan seluruhnya (jumlah).
• B (1.260): salah indeks saat mencari a ($a = 75 - 3b = 39$), atau memakai 75 dan 135 seolah-olah suku pertama dan terakhir: 6×210.
• C (1.320): menghitung beda $60 : 6 = 10$ (mengira ada 6 langkah).
• E (1.476): memakai $12b$ alih-alih $11b$ dalam rumus jumlah.

No. 16 Kunci: A

Konsep: jumlah barisan aritmetika $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$, dengan n = banyak **semua** suku. Bilangan yang disisipkan adalah semua suku kecuali kedua ujung.

Langkah 1. $a = 5$ dan $U_n = 41$: $\frac{n}{2}(5 + 41) = 230 \rightarrow 23n = 230 \rightarrow n = 10$ suku.
Langkah 2. Bilangan sisipan $= 10 - 2 = 8$.
Cek ulang: dari 5 ke 41 ada $10 - 1 = 9$ langkah, beda $\frac{36}{9} = 4$: barisan $5, 9, 13, \ldots, 41$ berjumlah $5 \times 46 = 230$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• E (10): banyak semua suku, termasuk 5 dan 41.
• D (9): banyak langkah, bukan banyak bilangan sisipan.
• C (5): lupa membagi 2 dalam rumus jumlah ($46n = 230$) lalu menjawab n.
• B (3): lupa membagi 2, lalu mengurangi 2 ujung.

No. 17 Kunci: B, C, E

Konsep: dari gambar, banyak pot per baris 7, 11, 15, ... adalah barisan aritmetika dengan $a = 7$ dan $b = 4$: $U_n = 7 + 4(n - 1) = 4n + 3$, dan $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$.

Periksa setiap pernyataan.
• A: $U_{12} = 7 + 11 \times 4 = 51$, bukan 55 ✗ (55 diperoleh dari $7 + 12 \times 4$).
• B: $U_{10} = 7 + 9 \times 4 = 43$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C: $U_{11} = 47, S_{11} = \frac{11}{2}(7 + 47) = 11 \times 27 = 297$ ✓.

• D: $S_{12} = 6(7 + 51) = 348 > 300$, jadi 12 baris lengkap tidak cukup ✗ (300 pot hanya cukup untuk 11 baris, sisa 3 pot).

• E: $U_5 + U_6 + U_7 + U_8 = 23 + 27 + 31 + 35 = 116$ ✓ (atau $S_8 - S_4 = 152 - 36 = 116$).

Jawaban: B, C, E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan): A memakai n alih-alih $n - 1$ langkah. D menggoda karena 297 sangat dekat dengan 300; padahal baris ke-12 sendiri memerlukan 51 pot lagi.

No. 18 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: titik-titik pada gambar segaris dengan kenaikan tetap 3 kata per menit setiap pekan: barisan aritmetika $a = 25, b = 3$, sehingga $U_n = 25 + 3(n - 1) = 3n + 22$.

Pernyataan 1. $U_{10} = 25 + 9 \times 3 = 52 \rightarrow$ **Benar**.
Pernyataan 2. $3n + 22 \geq 60 \rightarrow 3n \geq 38 \rightarrow n \geq 12{,}67$. Pekan ke-12 baru 58, pekan ke-13 mencapai 61. Jadi pertama kali pada pekan ke-13 → **Salah**.
Pernyataan 3. Dari pekan ke-6 ke pekan ke-15 ada $15 - 6 = 9$ langkah: selisih $9 \times 3 = 27$ $(67 - 40)$ → **Benar**.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: pada pernyataan 2, membulatkan $12{,}67$ ke bawah menjadi 12 memberi kecepatan 58, belum 60. Pada pernyataan 3, menghitung 10 langkah (dari 6 sampai 15 "ada 10 pekan") memberi 30.

No. 19 Kunci: C

Konsep: $T(n)$ adalah jumlah sampai hari ke-n (seperti S_n). Banyak unduhan **pada** hari ke-n saja adalah $U_n = T(n) - T(n - 1)$.

Langkah 1. $T(n - 1) = 2(n - 1)^2 + 38(n - 1) = 2n^2 - 4n + 2 + 38n - 38 = 2n^2 + 34n - 36$.
Langkah 2. $U_n = (2n^2 + 38n) - (2n^2 + 34n - 36) = 4n + 36$. (Cek: $U_1 = 40 = T(1)$ ✓.)
Langkah 3. $4n + 36 > 100 \rightarrow 4n > 64 \rightarrow n > 16$. Hari pertama yang memenuhi adalah hari ke-17.

Cek ulang: $U_{16} = 100$ (belum **lebih dari** 100) dan $U_{17} = 104$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (3): memakai jumlah seluruhnya, $T(3) = 132 > 100$, padahal yang ditanya unduhan dalam satu hari.

• B (16): pada hari ke-16 unduhannya tepat 100, belum lebih dari 100 (atau salah menjabarkan sehingga $U_n = 4n + 38$).

• D (32): memakai rata-rata per hari $\frac{T(n)}{n} = 2n + 38 > 100$.

• E (33): salah menjabarkan $2(n - 1)^2$ menjadi $2n^2 - 2n + 2$, sehingga $U_n = 2n + 36$.

No. 20 Kunci: E

Konsep: bila setiap langkah **mengalikan** dengan bilangan yang sama, banyaknya membentuk barisan geometri $U_n = a \cdot r^{n-1}$.

Langkah 1. Ranting baru (merah): tahap 1 ada 1, tahap 2 ada 3, tahap 3 ada 9. Setiap ujung baru menumbuhkan 3 ranting, jadi $a = 1, r = 3$.
Langkah 2. $U_6 = 1 \cdot 3^{6-1} = 3^5 = 243$.

Cek ulang dengan tabel: 1, 3, 9, 27, 81, 243 ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (16): berpikir aritmetika, menambah 3 setiap tahap $(1 + 5 \times 3)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B (18): mengalikan 3×6.
• C (364): jumlah semua ranting sampai tahap 6 ($1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243$), bukan ranting baru pada tahap 6.
• D (729): 3^6, salah indeks (pangkatnya $n - 1$).

No. 21 Kunci: B

Konsep: pada barisan geometri $U_q : U_p = r^{\,q-p}$, lalu $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$.

Langkah 1. $\dfrac{U_6}{U_3} = r^3 = \dfrac{96}{12} = 8$, jadi $r = 2$.

Langkah 2. $U_3 = ar^2 \rightarrow 12 = 4a \rightarrow a = 3$.

Langkah 3. $S_6 = \dfrac{3(2^6 - 1)}{2 - 1} = 3 \times 63 = 189$.

Cek ulang: $3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 = 189$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (156): menganggap barisan aritmetika ($3b = 84, b = 28, a = -44, S_6 = 3(-88 + 140) = 156$).
• C (192): lupa -1 pada rumus jumlah (3×2^6).
• D (378): salah indeks, menganggap $U_3 = ar$ sehingga $a = 6$.
• E (93): jumlah lima suku pertama.

No. 22 Kunci: D

Konsep: "bagian yang sama dari nilai sebelumnya" berarti dikalikan rasio tetap (peluruhan geometri), $U_n = a \cdot r^{n-1}$. Selisih yang makin kecil (2; 1,8; 1,62) menunjukkan bahwa ini bukan barisan aritmetika.

Langkah 1. $r = \dfrac{18}{20} = 0{,}9$ (cek: $\frac{16{,}2}{18} = 0{,}9$ dan $\frac{14{,}58}{16{,}2} = 0{,}9$).

Langkah 2. $U_6 = 20 \times 0{,}9^5$. Tabel berantai: $U_5 = 14{,}58 \times 0{,}9 = 13{,}122$;
$U_6 = 13{,}122 \times 0{,}9 = 11{,}8098 \approx 11{,}81$ cm.

Cek ulang: $0{,}9^5 = 0{,}59049$ dan $20 \times 0{,}59049 = 11{,}81$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (10 cm): berpikir linear, berkurang tetap 2 cm setiap ayunan ($20 - 5 \times 2$).
• A (8 cm): berpikir linear sekaligus salah indeks ($20 - 6 \times 2$).
• C (10,63 cm): $20 \times 0{,}9^6$, salah indeks (ayunan ke-1 sudah 20 cm).
• E (13,12 cm): simpangan pada ayunan ke-5, berhenti satu langkah terlalu awal.

No. 23 Kunci: 1S 2B 3S

Konsep: bunga tunggal selalu dihitung dari pinjaman awal: $M(1 + ni)$ (aritmetika). Bunga majemuk dihitung dari saldo terakhir: $M(1 + i)^n$ (geometri), sehingga bunganya makin besar setiap tahun.

Hitung kewajiban (dalam juta rupiah).
• Sejahtera: 2 tahun $10(1 + 0{,}22) = 12{,}2$; 3 tahun $10(1 + 0{,}33) = 13{,}3$.
• Makmur: 1 tahun 11; 2 tahun $12{,}1$; 3 tahun $12{,}1 \times 1{,}1 = 13{,}31$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 1. 3 tahun: Makmur Rp13.310.000,00 > Sejahtera Rp13.300.000,00 → Makmur lebih mahal → **Salah**.
Pernyataan 2. 2 tahun: Makmur Rp12.100.000,00 < Sejahtera Rp12.200.000,00 → **Benar**.
Pernyataan 3. Bunga tahun ketiga $= 10\% \times 12.100.000 = 1.210.000$ (dihitung dari saldo akhir tahun kedua) → **Salah**.

Jawaban: Salah, Benar, Salah.

Jebakan: siswa yang hanya membandingkan persen (10% < 11%) menganggap Koperasi Makmur selalu lebih murah; padahal bunga majemuk tumbuh makin cepat dan melewati bunga tunggal pada tahun ketiga. Pernyataan 3 menghitung bunga dari pinjaman awal, seperti bunga tunggal.

No. 24 Kunci: A, C, E

Konsep: selisih nilai berurutan (20, 30, 45) berubah, tetapi perbandingannya tetap: $\frac{60}{40} = \frac{90}{60} = \frac{135}{90} = 1{,}5$. Jadi luas tertutup setelah n minggu $= 40 \times 1{,}5^n$ (minggu ke-0 adalah nilai awal, pangkatnya n).

Tabel berantai (m^2): minggu 0: 40; 1: 60; 2: 90; 3: 135; 4: 202,5; 5: 303,75; 6: 455,625; 7: 683,4...; 8: 1.025,2....

Periksa setiap pernyataan.
• A: setelah 5 minggu 303,75 m^2 ✓.
• B: setelah 4 minggu 202,5 m^2, bukan 180 ✗ (180 diperoleh dengan menambah 45 lagi, cara berpikir linear).
• C: setelah 6 minggu $455{,}6 < 500$, setelah 7 minggu $683{,}4 > 500$ ✓.
• D: luas hanya menjadi 1,5 kali seminggu, bukan 2 kali; dari 500 m^2 seminggu kemudian baru 750 m^2 ✗.
• E: setelah 8 minggu $1.025{,}2 > 1.000$, jadi menurut pola itu embung sudah tertutup seluruhnya ✓.

Jawaban: A, C, E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan): B menambah selisih terakhir (45) secara tetap; D memakai sifat "menjadi dua kali lipat", padahal rasionya 1,5.

No. 25 Kunci: D

Konsep: sampah per hari membentuk barisan geometri $a = 2, r = 1{,}5$. Target berlaku untuk **jumlah seluruhnya**, yaitu deret $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 4(1{,}5^n - 1)$.

Langkah – tabel berantai (kg):
• per hari: 2; 3; 4,5; 6,75; 10,125; 15,19; 22,78; 34,17; 51,26 (hari ke-1 sampai ke-9);
• jumlah: 2; 5; 9,5; 16,25; 26,375; 41,56; 64,34; 98,51; 149,77.
Setelah hari ke-8 jumlahnya 98,51 kg (belum 100 kg); setelah hari ke-9 jumlahnya 149,77 kg.

Cek ulang dengan rumus: $1{,}5^8 \approx 25{,}63$, $S_8 = 4(24{,}63) \approx 98{,}5$; $1{,}5^9 \approx 38{,}44$, $S_9 = 4(37{,}44) \approx 149{,}8$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• C (8): membulatkan 98,5 kg menjadi "sudah 100 kg"; target **paling sedikit** 100 kg belum tercapai.
• B (11): membaca target sebagai sampah dalam **satu hari** ($U_{11} \approx 115{,}3$ adalah yang pertama di atas 100).
• A (10): sampah harian dengan salah indeks, $2 \times 1{,}5^n \geq 100$.
• E (13): berpikir linear, menambah 1 kg setiap hari (2, 3, 4, ...), sehingga $S_{13} = 104$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 3.1

No. 1 Kunci: E

Konsep: pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain, sudut **berseberangan luar** sama besar; dua sudut yang membentuk garis lurus (berpelurus) berjumlah 180°.

Langkah 1 – kenali pasangannya. Sudut $(2x + 15)^\circ$ ada di luar garis k, di kiri garis m; sudut $(3x - 5)^\circ$ ada di luar garis l, di kanan garis m. Keduanya berseberangan luar, sehingga sama besar.
Langkah 2. $2x + 15 = 3x - 5 \rightarrow x = 20$. Besar kedua sudut $= 3(20) - 5 = 55^\circ$.
Langkah 3. Sudut y dan sudut $(3x - 5)^\circ$ terletak pada garis lurus l di titik potong yang sama dan bersebelahan, jadi berpelurus: $y = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$.

Cek ulang: di titik potong bawah, sudut-sudutnya $55^\circ, 125^\circ, 55^\circ, 125^\circ$; jumlahnya 360° ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (20°): berhenti di nilai x, padahal yang ditanya besar sudut.
• B (55°): menganggap y sama dengan sudut $(3x - 5)^\circ$, padahal keduanya berpelurus.
• C (97°): mengira kedua sudut berlabel berjumlah 180° ($5x + 10 = 180$, $x = 34$, sudutnya 83°), lalu $y = 180^\circ - 83^\circ$.
• D (110°): menjumlahkan kedua sudut berlabel ($55^\circ + 55^\circ$).

No. 2 Kunci: D

Konsep: sudut berseberangan dalam pada garis sejajar sama besar; sudut berpelurus berjumlah 180°; jumlah sudut segitiga 180°.

Langkah 1. Sudut 52° (antara garis k dan AB) berseberangan dalam dengan $\angle ABC$, jadi $\angle ABC = 52^\circ$.
Langkah 2. $\angle ACB$ berpelurus dengan $\angle ACD = 118^\circ$, jadi $\angle ACB = 62^\circ$.
Langkah 3. Dalam segitiga ABC: $x = 180^\circ - 52^\circ - 62^\circ = 66^\circ$.

Cek ulang (sudut luar segitiga): $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC \rightarrow 118^\circ = 66^\circ + 52^\circ$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (10°): memakai 118° sebagai sudut dalam segitiga, $180 - 52 - 118$.
• B (52°): mengira x sama dengan sudut yang berseberangan.
• C (62°): berhenti di $\angle ACB$.
• E (114°): pelurus dari x, salah memilih sudut di titik A.

No. 3 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: garis sejajar bidang bila garis itu sejajar dengan salah satu garis pada bidang tersebut dan tidak memotongnya. Dua garis bersilangan bila tidak sejajar dan tidak berpotongan. Dua bidang yang mempunyai garis persekutuan **berpotongan**, tidak sejajar.

Pernyataan 1. CF sejajar dengan AD (dan BE), yang terletak pada lantai $ABED$, dan CF tidak menyentuh lantai → **Benar**.
Pernyataan 2. AC terletak di sisi depan, EF di sisi belakang. AC sejajar dengan DF, bukan dengan EF; keduanya juga tidak bertemu (tidak ada titik persekutuan) → bersilangan → **Benar**.
Pernyataan 3. Kedua bidang atap sama-sama memuat garis CF, jadi keduanya berpotongan pada CF → **Salah**.

Cek ulang pernyataan 2: bila AC dan EF sebidang, bidang itu harus memuat A, C, E, F; padahal E tidak terletak pada bidang $ACFD$ maupun bidang depan ABC ✓.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan: pernyataan 2 sering dianggap salah karena pada gambar kedua garis tampak "miring searah"; padahal AC miring ke kiri dan EF miring ke kanan. Pernyataan 3 tergoda karena kedua sisi atap tampak simetris, tetapi simetris tidak sama dengan sejajar.

No. 4 Kunci: E

Konsep: tarik garis bantu melalui titik sudut x yang sejajar k dan l. Sudut x terbagi menjadi dua sudut yang masing-masing **berseberangan dalam** dengan 38° dan 47° (sudut berseberangan dalam pada garis sejajar sama besar).

Langkah 1. Bagian atas sudut $x = 38^\circ$ (berseberangan dalam dengan sudut di garis k).
Langkah 2. Bagian bawah sudut $x = 47^\circ$ (berseberangan dalam dengan sudut di garis l).
Langkah 3. $x = 38^\circ + 47^\circ = 85^\circ$.

Cek ulang: sudut x pada gambar memang sedikit kurang dari sudut siku-siku ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (9°): selisih kedua sudut, bukan jumlahnya.
• B (95°): pelurus 85°, mengira x sudut tumpul di sisi lain.
• C (133°) dan D (142°): pelurus salah satu sudut saja ($180^\circ - 47^\circ$ atau $180^\circ - 38^\circ$), seolah-olah sudut dalam sepihak.

No. 5 Kunci: B, D, E

Konsep: dua garis di ruang dapat **sejajar** (sebidang, tidak bertemu), **berpotongan** (bertemu di satu titik), atau **bersilangan** (tidak sebidang dan tidak bertemu). Garis tegak lurus bidang bila tegak lurus dua garis berpotongan pada bidang itu.

Periksa setiap pernyataan.
• A: $EF \parallel AB \parallel DC$, jadi EF **sejajar** DC (keduanya di bidang $DCFE$), bukan bersilangan ✗.
• B: AE tegak di titik A, BC mendatar di titik B; keduanya tidak sejajar, tidak bertemu, dan tidak sebidang → bersilangan ✓.
• C: AB ada di bidang depan bawah, CG tegak di pojok belakang kanan; jika diperpanjang pun tidak bertemu → bersilangan, bukan berpotongan ✗.
• D: AG dan CE sama-sama diagonal bidang $ACGE$ (persegi panjang), jadi berpotongan di tengah balok ✓.
• E: EH tegak lurus EF dan tegak lurus EA, dua garis berpotongan pada bidang $ABFE$ → EH tegak lurus bidang $ABFE$ ✓.

Jawaban: B, D, E.

Jebakan: A menggoda karena EF di atas dan DC di belakang tampak "berjauhan", padahal arahnya sama (sejajar). C menggoda karena keduanya tampak bersentuhan di gambar, padahal AB dan CG tidak memiliki titik bersama.

Latihan sub bab 3.2

No. 1 Kunci: B

Konsep: karena $ST \parallel QR$, segitiga PST sebangun dengan segitiga PQR (sudut P sama dan sudut-sudut sehadap sama). Sisi yang bersesuaian sebanding: $\dfrac{ST}{QR} = \dfrac{PS}{PQ}$. Perhatikan: pembandingnya PQ (sisi utuh), bukan SQ.

Langkah 1. $PQ = PS + SQ = 1{,}2 + 0{,}8 = 2{,}0$ m.
Langkah 2. $\dfrac{ST}{3{,}6} = \dfrac{1{,}2}{2{,}0} \rightarrow ST = 3{,}6 \times 0{,}6 = 2{,}16$ m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: ST harus lebih pendek dari $QR = 3{,}6$ m karena letaknya lebih dekat ke puncak ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (1,44 m): memakai $\frac{SQ}{PQ} = \frac{0{,}8}{2{,}0}$, sisi yang tidak bersesuaian dengan ST.
- C (2,40 m): memakai $\frac{QR}{ST} = \frac{PS}{SQ} = 1{,}5$, membandingkan potongan sisi, bukan sisi utuh.
- D (2,80 m): mengurangkan $3{,}6 - 0{,}8$, seolah-olah palang lebih pendek sebanyak SQ.
- E (5,40 m): memakai $\frac{ST}{QR} = \frac{PS}{SQ}$; hasilnya lebih panjang dari alas, tidak masuk akal.

No. 2 Kunci: A

Konsep: karena $DE \parallel BC$, segitiga ADE sebangun dengan segitiga ABC (sudut A bersama, sudut sehadap sama). Sisi yang bersesuaian sebanding: $\dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB}$.

Langkah 1. $AB = AD + DB = 1{,}2 + 1{,}8 = 3$ m.

Langkah 2. $\dfrac{DE}{7{,}5} = \dfrac{1{,}2}{3} \rightarrow DE = 7{,}5 \times 0{,}4 = 3$ m.

Cek ulang: D terletak $\frac{2}{5}$ jalan dari A ke B, sehingga DE juga $\frac{2}{5}$ dari BC: $\frac{2}{5} \times 7{,}5 = 3$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B (3,75): menganggap DE garis tengah (setengah BC), padahal D bukan titik tengah AB.
- C (4,5): memakai perbandingan $\frac{DB}{AB} = \frac{1{,}8}{3}$ (bagian yang salah).
- D (5): memakai perbandingan $\frac{AD}{DB} = \frac{1{,}2}{1{,}8}$, padahal pembandingnya harus seluruh sisi AB.
- E (11,25): perbandingan terbalik, $7{,}5 \times \frac{1{,}8}{1{,}2}$.

Latihan sub bab 3.3

No. 1 Kunci: C

Konsep: tiang, tanah, dan tali membentuk segitiga siku-siku dengan siku di kaki tiang. Tali adalah sisi miring, sehingga sisi siku-siku yang dicari $= \sqrt{\text{miring}^2 - \text{sisi lain}^2}$.

Langkah 1. $x^2 = 2{,}9^2 - 2^2 = 8{,}41 - 4 = 4{,}41$.

Langkah 2. $x = \sqrt{4{,}41} = 2{,}1$ m.

Cek ulang: $2^2 + 2{,}1^2 = 4 + 4{,}41 = 8{,}41 = 2{,}9^2$ ✓ (tripel $20 : 21 : 29$).

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (0,9 m): mengurangkan panjang tanpa dikuadratkan $(2{,}9 - 2)$.
- B (2,0 m): menganggap jarak patok sama dengan tinggi tiang (segitiga sama kaki).
- D (4,41 m): lupa menarik akar dari x^2.
- E (4,9 m): menjumlahkan panjang tiang dan tali.

No. 2 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: jarak titik ke garis atau bidang diukur sepanjang ruas yang **tegak lurus**. Diagonal bidang kubus $= s\sqrt{2}$, diagonal ruang $= s\sqrt{3}$.

Pernyataan 1. AG adalah diagonal ruang: $AC = 6\sqrt{2}$, lalu
$AG = \sqrt{AC^2 + CG^2} = \sqrt{72 + 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ cm → **Benar**.

Pernyataan 2. Rusuk CB tegak lurus bidang $ABFE$ (tegak lurus AB dan BF), jadi jarak C ke

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

bidang itu $= CB = 6$ cm, bukan $6\sqrt{2} \rightarrow$ **Salah**.

Pernyataan 3. Segitiga ABG siku-siku di B (AB tegak lurus bidang $BCGF$), dengan $AB = 6$, $BG = 6\sqrt{2}$, $AG = 6\sqrt{3}$. Jarak B ke AG adalah tinggi segitiga dari B. Luas dihitung dua cara:

$$\tfrac{1}{2} \cdot AB \cdot BG = \tfrac{1}{2} \cdot AG \cdot d \rightarrow d = \frac{6 \times 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} \text{ cm} \rightarrow \textbf{Benar}.$$

Cek ulang: $2\sqrt{6} \approx 4{,}90 < 6$ (lebih pendek dari AB dan BG, wajar untuk ruas tegak lurus) ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: pada pernyataan 2, $6\sqrt{2}$ adalah panjang CA atau CF (garis miring ke titik pada bidang), bukan ruas yang tegak lurus bidang. Pada pernyataan 3, siswa sering mengambil setengah AG ($3\sqrt{3}$) atau BG sebagai jaraknya.

No. 3 Kunci: A

Konsep: jalan setapak AC adalah sisi miring segitiga siku-siku ABC (siku di B): $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$. Jarak yang dihemat = jalan memutar − jalan lurus.

Langkah 1. Jalan memutar $A \rightarrow B \rightarrow C = 40 + 30 = 70$ m.

Langkah 2. $AC = \sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{1.600 + 900} = \sqrt{2.500} = 50$ m.

Langkah 3. Dihemat $70 - 50 = 20$ m.

Cek ulang: $30 : 40 : 50 = 3 : 4 : 5$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B (30 m) dan C (40 m): mengira jalan pintas menghemat satu sisi penuh.
- D (50 m): panjang jalan setapak, bukan jarak yang dihemat.
- E (70 m): panjang jalan memutar.

No. 4 Kunci: B

Konsep: pada limas beraturan, kaki garis tinggi dari T adalah titik tengah alas O (perpotongan diagonal). Segitiga TOA siku-siku di O, dengan OA = setengah diagonal alas.

Langkah 1. Diagonal alas $AC = 48\sqrt{2}$ cm, jadi $OA = 24\sqrt{2}$ cm dan $OA^2 = 1.152$.

Langkah 2. $TO = \sqrt{TA^2 - OA^2} = \sqrt{1.936 - 1.152} = \sqrt{784} = 28$ cm.

Cek ulang: $28^2 + (24\sqrt{2})^2 = 784 + 1.152 = 1.936 = 44^2$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (20 cm): mengurangkan panjang, $44 - 24$, tanpa Pythagoras.
- C ($24\sqrt{2}$ cm): setengah diagonal alas, berhenti di langkah 1.
- D ($4\sqrt{85}$ cm): memakai setengah **sisi** alas (24 cm), $\sqrt{44^2 - 24^2}$; itu tinggi segitiga sisi tegak, bukan tinggi limas.
- E (44 cm): menganggap rusuk tegak sama dengan tinggi.

No. 5 Kunci: B

Konsep: gabungkan semua perpindahan mendatar dan semua perpindahan tegak, lalu pakai teorema Pythagoras pada segitiga siku-siku besar.

Langkah 1. Perpindahan ke timur seluruhnya $= 15 + 9 = 24$ km; ke utara $= 7$ km.

Langkah 2. $PQ = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$ km.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: $(7, 24, 25)$ adalah tripel Pythagoras ✓; jarak lurus (25 km) lebih pendek daripada lintasan kapal (31 km), masuk akal.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (24): hanya menghitung perpindahan ke timur.
• C (25,6): menghitung $\sqrt{15^2 + 7^2} \approx 16{,}6$ lalu menambahkan 9 km (Pythagoras dipakai sebagian saja).
• D (26,4): menghitung $\sqrt{9^2 + 7^2} \approx 11{,}4$ lalu menambahkan 15 km.
• E (31): panjang lintasan kapal, $15 + 7 + 9$, bukan jarak lurus.

Latihan sub bab 3.4

No. 1 Kunci: A

Konsep: refleksi terhadap garis tegak $x = h$: $(x, y) \to (2h - x,\ y)$ (jarak ke cermin sama, y tetap). Rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O: $(x, y) \to (-y,\ x)$. Urutan transformasi harus diikuti.

Langkah 1 – baca gambar. $K(-3, 2)$.
Langkah 2 – refleksi $x = 1$. $(2 \cdot 1 - (-3),\ 2) = (5, 2)$. ($K$ berjarak 4 satuan di kiri garis, bayangannya 4 satuan di kanan.)
Langkah 3 – rotasi 90°. $(5, 2) \to (-2,\ 5)$.

Cek ulang: titik tengah $K(-3, 2)$ dan $(5, 2)$ adalah $(1, 2)$, tepat di garis $x = 1$ ✓. Rotasi tidak mengubah jarak ke O: $\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B $(2, -5)$: rotasi dikerjakan searah jarum jam, $(x, y) \to (y, -x)$.
• C $(-2, 3)$: dicerminkan terhadap sumbu-y ($x = 0$), bukan garis $x = 1$.
• D $(4, -3)$: urutan dibalik — dirotasi dulu menjadi $(-2, -3)$, baru dicerminkan.
• E $(-2, -1)$: memakai rumus refleksi yang salah, $x' = x + 2h = -1$.

No. 2 Kunci: D

Konsep: dilatasi dengan pusat $A(a, b)$ dan faktor k: jarak ke pusat dikalikan k, yaitu $(x, y) \to (a + k(x - a),\ b + k(y - b))$. Pencerminan terhadap sumbu-x: $(x, y) \to (x, -y)$. Urutan transformasi harus diikuti.

Langkah 1. Dari gambar, $P(4, 1)$ dan $A(1, 3)$.
Langkah 2. $P - A = (3, -2)$; dikali 2 menjadi $(6, -4)$; ditambah A: $(1 + 6, 3 - 4) = (7, -1)$.
Langkah 3. Dicerminkan terhadap sumbu-x: $(7, 1)$.

Cek ulang: titik A, P, dan bayangan dilatasi $(7, -1)$ segaris, dan jarak A ke $(7, -1)$ dua kali jarak A ke P ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A $(8, -2)$: dilatasi memakai pusat $O(0, 0)$, bukan A.
• B $(6, 4)$: lupa menambahkan kembali koordinat A setelah mengalikan.
• C $(-7, -1)$: mencerminkan terhadap sumbu-y, bukan sumbu-x.
• E $(7, -5)$: urutan dibalik (dicerminkan dulu menjadi $(4, -1)$, baru didilatasi).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 3.5

No. 1 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: luas trapesium $= \frac{1}{2} \times (\text{jumlah sisi sejajar}) \times \text{tinggi}$. Untuk keliling, sisi miring BC dicari dengan Pythagoras.

Pernyataan 1. $\frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 8 = 104$ cm² → **Benar**.

Pernyataan 2. Tarik garis tegak dari C ke AB: tingginya 8 cm dan jarak mendatarnya $16 - 10 = 6$ cm. $BC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ cm. Keliling $= 16 + 10 + 10 + 8 = 44$ cm → **Benar**.

Pernyataan 3. Kedua segitiga mempunyai tinggi sama (8 cm), tetapi alasnya beda: luas $ABC = \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64$ cm², luas $ACD = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$ cm² → **Salah**.

Cek ulang: $64 + 40 = 104$ cm², sama dengan luas trapesium ✓.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 2, siswa yang menganggap $BC = 8$ cm (sama dengan tinggi) mendapat keliling 42 cm. Pada pernyataan 3, siswa mengira diagonal selalu membagi dua sama besar seperti pada persegi panjang.

No. 2 Kunci: C

Konsep: data "cukup" bila menghasilkan **satu** nilai luas. Misalkan panjang p dan lebar l; luas $= pl$.

Langkah 1 – (1) saja. $p + l = 23$. Bisa $15 \times 8 = 120$ atau $20 \times 3 = 60$; luas tidak tunggal → tidak cukup.

Langkah 2 – (2) saja. $p^2 + l^2 = 289$. Bisa $15 \times 8 = 120$, tetapi juga $p = l = \frac{17}{\sqrt{2}}$ dengan luas $144{,}5$; tidak tunggal → tidak cukup.

Langkah 3 – bersama. $(p + l)^2 = p^2 + 2pl + l^2 \rightarrow 529 = 289 + 2pl \rightarrow pl = 120$ cm². Luas tunggal → cukup.

Cek ulang: $p = 15, l = 8$: keliling $2(23) = 46$ ✓, diagonal $\sqrt{225 + 64} = 17$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A dan D: keliling saja menetapkan $p + l$, bukan pl.

• B dan D: diagonal saja menetapkan $p^2 + l^2$; siswa yang langsung menebak tripel 8–15–17 lupa bahwa ada pasangan lain.

• E: menyerah karena p dan l harus dicari satu per satu; padahal luas dapat diperoleh langsung dari $(p + l)^2 - (p^2 + l^2) = 2pl$.

No. 3 Kunci: B

Konsep: persegi yang keempat sudutnya pada lingkaran mempunyai **diagonal** sama dengan diameter lingkaran. Luas persegi dari diagonal: $\frac{1}{2}d^2$.

Langkah 1. Luas tampah $= \frac{22}{7} \times 28^2 = 2.464$ cm².

Langkah 2. Diagonal persegi $= 56$ cm, jadi luas persegi $= \frac{1}{2} \times 56^2 = 1.568$ cm².

Langkah 3. Bagian tidak tertutup $= 2.464 - 1.568 = 896$ cm².

Cek ulang: sisi persegi $= \frac{56}{\sqrt{2}} \approx 39{,}6$ cm, luasnya ≈ 1.568 ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (224): luas satu dari empat bagian yang tidak tertutup, bukan seluruhnya.

• C (1.568): luas alas kue, bukan bagian yang tidak tertutup.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D (1.680): menganggap sisi persegi sama dengan jari-jari (28 cm), $2.464 - 784$.
• E (2.464): lupa mengurangkan luas alas kue.

No. 4 Kunci: C

Konsep: dua setengah lingkaran yang sama besar membentuk satu lingkaran penuh. Keliling bangun = jumlah tepi luarnya saja (diameter di dalam bangun tidak dihitung).

Langkah 1. Dua ruas lurus: $2 \times 80 = 160$ m.
Langkah 2. Dua setengah lingkaran = satu keliling lingkaran: $\pi d = \frac{22}{7} \times 56 = 176$ m.
Langkah 3. Total $= 160 + 176 = 336$ m.

Cek ulang: 336 m lebih panjang daripada keliling persegi panjang 80×56 (272 m), karena busur lebih panjang daripada diameter ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (248): memakai jari-jari sebagai diameter, $\frac{22}{7} \times 28 = 88$.
• B (272): menghitung keliling persegi panjang, diameter dianggap tepi lintasan.
• D (512): menganggap setiap ujung satu lingkaran penuh, $160 + 2 \times 176$.
• E (176): hanya bagian lengkung, lupa dua ruas lurus.

No. 5 Kunci: A

Konsep: luas bangun $= AB \times AD + \frac{1}{2}\pi r^2$ dengan $r = \frac{1}{2}DC$. Agar luas dapat dihitung, **panjang dan lebar** persegi panjang harus diketahui.

Langkah 1 – (1) saja. Persegi berkeliling 56 cm → sisi $= 14$ cm, jadi $AB = AD = 14$ dan $r = 7$. Luas $= 196 + \frac{1}{2} \cdot \frac{22}{7} \cdot 49 = 196 + 77 = 273$ cm². Tunggal → **cukup**.
Langkah 2 – (2) saja. Busur setengah lingkaran $= \pi r = 22 \rightarrow r = 7$, $DC = 14$. Namun AD tidak diketahui; misalnya $AD = 5$ atau $AD = 10$ memberi luas berbeda → **tidak cukup**.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• C: mengira (1) belum cukup karena tidak menyebut setengah lingkaran, padahal diameternya sama dengan sisi persegi.
• B dan D: menganggap (2) cukup karena jari-jari sudah diketahui, padahal tinggi persegi panjang belum ada.
• E: tidak menyadari kata "persegi" pada (1) memberi panjang dan lebar sekaligus.

Latihan sub bab 3.6

No. 1 Kunci: C

Konsep: volume tabung $= \pi r^2 t$ dengan r = setengah diameter. Samakan satuan: 1 liter $= 1.000$ cm³.

Langkah 1. $r = 3{,}5$ cm, $t = 4$ cm. $V = \frac{22}{7} \times 3{,}5 \times 3{,}5 \times 4 = 154$ cm³.
Langkah 2. $7{,}7$ liter $= 7.700$ cm³.
Langkah 3. $7.700 : 154 = 50$ cetakan.

Cek ulang: $50 \times 154 = 7.700$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (5): mengubah liter ke cm³ dengan dikali 100 (770 cm³).
• B (12): memakai diameter 7 cm sebagai jari-jari ($V = 616$ cm³, $7.700 : 616 = 12{,}5$).
• D (87): memakai luas selimut $2\pi rt = 88$ cm² sebagai volume.
• E (150): memakai rumus kerucut $\frac{1}{3}\pi r^2 t$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 2 Kunci: C

Konsep: volume air = panjang × lebar × **tinggi air**; 1 $\text{m}^3 = 1.000$ liter.

Langkah 1. Tinggi air $= \frac{3}{4} \times 0{,}8 = 0{,}6$ m.

Langkah 2. Volume $= 3 \times 2 \times 0{,}6 = 3{,}6\ \text{m}^3 = 3.600$ liter.

Cek ulang: volume kolam penuh $= 3 \times 2 \times 0{,}8 = 4{,}8\ \text{m}^3$, dan $\frac{3}{4} \times 4{,}8 = 3{,}6\ \text{m}^3$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (360): mengubah m^3 ke liter dengan dikali 100.
- B (1.200): volume bagian kolam yang **kosong** ($\frac{1}{4}$ kolam).
- D (4.800): volume kolam penuh, lupa $\frac{3}{4}$.
- E (36.000): mengubah m^3 ke liter dengan dikali 10.000.

No. 3 Kunci: B, D, E

Angka pilihan di pembahasan: 1 = A, 2 = B, 3 = C, 4 = D, 5 = E.

Konsep: tabung tertutup = dua lingkaran (alas dan tutup) + selimut. Luas selimut $= 2\pi rt$ (persegi panjang yang panjangnya = keliling alas). Volume $= \pi r^2 t$. Bila semua ukuran dikali k, luas dikali k^2 dan volume dikali k^3.

Langkah 1. $r = 14$ cm, $t = 40$ cm, keliling alas $= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88$ cm.

Langkah 2 – periksa.

- A: dinding $= 88 \times 40 = 3.520\ \text{cm}^2$, bukan 1.760 ✗.
- B: alas + tutup $= 2 \times \frac{22}{7} \times 14^2 = 1.232$; total $= 1.232 + 3.520 = 4.752\ \text{cm}^2$ ✓.
- C: diameter dan tinggi dikali 2 → luas dikali $2^2 = 4$, bukan 2 ✗.
- D: label berupa persegi panjang dengan panjang $88 + 2 = 90$ cm dan lebar 15 cm: $90 \times 15 = 1.350\ \text{cm}^2$ ✓.
- E: $\frac{22}{7} \times 196 \times 40 = 616 \times 40 = 24.640\ \text{cm}^3$ ✓.

Jawaban: B, D, E.

Jebakan: A memakai πrt (lupa faktor 2 pada selimut). C mengira luas sebanding langsung dengan ukuran. Pada D siswa sering lupa tumpang tindih ($88 \times 15 = 1.320$) atau memakai diameter sebagai panjang label.

No. 4 Kunci: C

Konsep: tangga pejal adalah prisma; alasnya bangun tangga pada sisi samping. Volume = luas sisi samping × panjang tangga.

Langkah 1 – luas sisi samping. Kolom paling depan setinggi 1 anak tangga, kolom berikutnya 2, 3, lalu 4 anak tangga. Luas $= 30 \times 20 \times (1 + 2 + 3 + 4) = 600 \times 10 = 6.000\ \text{cm}^2$.

Langkah 2 – volume. $6.000 \times 150 = 900.000\ \text{cm}^3$.

Langkah 3 – satuan. $1\ \text{m}^3 = 1.000.000\ \text{cm}^3$, jadi $900.000\ \text{cm}^3 = 0{,}9\ \text{m}^3$.

Cek ulang: balok pembungkus $120 \times 80 \times 150\ \text{cm} = 1{,}44\ \text{m}^3$; tangga mengisi lebih dari setengahnya ($0{,}72$) dan kurang dari seluruhnya ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (0,36): menghitung 4 balok kecil $30 \times 20 \times 150$ saja, lupa bagian bawah setiap anak tangga.
- B (0,72): menganggap sisi samping segitiga, $\frac{1}{2} \times 120 \times 80$.
- D (1,44): menghitung balok pembungkus $120 \times 80 \times 150$.
- E (9): salah mengubah cm^3 ke m^3 (membagi 100.000).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 5 **Kunci: E**

Konsep: luas selimut kerucut $= \pi r s$ dengan s = garis pelukis, $s = \sqrt{r^2 + t^2}$. Banyak kaleng dibulatkan **ke atas**.

Langkah 1. $s = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25$ cm.
Langkah 2. Selimut satu kerucut $= 3{,}14 \times 15 \times 25 = 1.177{,}5$ cm^2; untuk 40 kerucut $= 47.100$ cm^2 $= 4{,}71$ m^2.
Langkah 3. $4{,}71$ m^2 memerlukan 5 kaleng (4 kaleng hanya cukup untuk 4 m^2).
Cek ulang: $(15, 20, 25)$ kelipatan tripel $(3, 4, 5)$ ✓; 1 m$^2 = 10.000$ cm^2 ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (3): hanya menghitung luas alas, $\pi r^2 \times 40 \approx 2{,}83$ m^2.
• B (4): memakai tinggi 20 cm sebagai pengganti garis pelukis ($\approx 3{,}77$ m^2), atau membulatkan $4{,}71$ ke bawah.
• C (8): ikut mengecat alas, $\pi r(r + s) \times 40 \approx 7{,}54$ m^2.
• D (10): memakai diameter sebagai jari-jari ($\approx 9{,}42$ m^2).

Latihan sub bab 3.7

No. 1 **Kunci: A**

Konsep: $\tan\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}}$, $\sin\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}$. Panjang jalan (60 m) adalah sisi **miring**, sedangkan h sisi **depan** α, jadi yang dipakai $\sin\alpha$.

Langkah 1. Dari $\tan\alpha = \frac{3}{4}$, buat segitiga bantu: depan 3, samping 4, miring $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Jadi $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.
Langkah 2. $h = 60 \times \sin\alpha = 60 \times \frac{3}{5} = 36$ m.

Cek ulang: jarak mendatar $= 60 \times \frac{4}{5} = 48$ m; $36^2 + 48^2 = 1.296 + 2.304 = 3.600 = 60^2$ ✓, dan $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (45 m): langsung $60 \times \tan\alpha$, seolah-olah 60 m adalah jarak mendatar.
• C (48 m): memakai $\cos\alpha$; itu jarak mendatar, bukan ketinggian.
• D (75 m): $60 : \frac{4}{5}$, memperlakukan 60 m sebagai sisi samping lalu mencari sisi miring.
• E (100 m): $60 : \frac{3}{5}$, membagi dengan $\sin\alpha$ (kebalikan langkah yang benar).

No. 2 **Kunci: 1S 2B 3B**

Konsep: pada segitiga siku-siku, $\sin A = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}$, $\cos A = \dfrac{\text{samping}}{\text{miring}}$, $\tan A = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}}$. "Depan" dan "samping" bergantung pada sudut yang dilihat.

Langkah awal. $\sin A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{7}{25} \rightarrow BC = \dfrac{7}{25} \times 50 = 14$ cm.
$AB = \sqrt{50^2 - 14^2} = \sqrt{2.500 - 196} = \sqrt{2.304} = 48$ cm.
Pernyataan 1. $\tan A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{14}{48} = \dfrac{7}{24}$, bukan $\dfrac{7}{25}$ → **Salah**.
Pernyataan 2. $AB = 48$ cm → **Benar**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 3. Dilihat dari sudut C, sisi samping $= BC$: $\cos C = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{14}{50} = \dfrac{7}{25} = \sin A \rightarrow$ **Benar** (sudut A dan C saling berpenyiku).

Cek ulang: $14^2 + 48^2 = 196 + 2.304 = 2.500 = 50^2$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: pernyataan 1 menggoda karena siswa menulis "depan per miring" untuk tangen. Pernyataan 3 menggoda dianggap salah karena sinus dan kosinus "berbeda", padahal sudutnya berbeda (A dan C).

Kuis Akhir Bab 3

No. 1 Kunci: C

Konsep: bila dua garis sejajar dipotong satu garis, sudut **sepihak dalam** (sama-sama di antara kedua garis sejajar dan di sisi yang sama terhadap garis pemotong) berjumlah 180°.

Langkah 1. Sudut 58° berada di bawah rel atas dan di kanan kisi; sudut x berada di atas rel bawah dan juga di kanan kisi. Keduanya di antara kedua rel dan di sisi yang sama, jadi keduanya sudut sepihak dalam.

Langkah 2. $x + 58^\circ = 180^\circ$, sehingga $x = 122^\circ$.

Cek ulang: pada dua garis sejajar hanya ada dua ukuran sudut, yaitu lancip 58° dan tumpul 122°. Pada gambar sudut x tumpul ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (58°): menganggap pasangan itu berseberangan dalam sehingga sama besar, padahal keduanya di sisi yang sama.
• B (32°): memakai pasangan berpenyiku ($90^\circ - 58^\circ$), padahal rel dan kisi tidak tegak lurus.
• D (116°): menggandakan 58° tanpa alasan sifat sudut.
• E (148°): menjumlahkan $90^\circ + 58^\circ$, seolah-olah ada sudut siku-siku.

No. 2 Kunci: B, C, E

Konsep: dua garis dalam ruang dapat berpotongan, sejajar, atau **bersilangan** (tidak sejajar dan tidak bertemu karena tidak sebidang). Garis sejajar suatu bidang bila sejajar dengan salah satu garis pada bidang itu dan tidak terletak padanya. Dua bidang hanya dapat sejajar atau berpotongan pada sebuah garis.

Langkah – periksa setiap pernyataan.

• A: AB ada di alas, CF tegak di titik C. Titik C tidak terletak pada AB, dan arah keduanya berbeda, jadi keduanya tidak bertemu dan tidak sejajar: **bersilangan**, bukan berpotongan ✗.
• B: $AD \parallel BE$, dan BE terletak pada bidang $BCFE$, sedangkan AD tidak terletak pada bidang itu. Jadi AD sejajar bidang $BCFE$ ✓.
• C: DE ada di tutup dan BC di alas. $DE \parallel AB$, sedangkan AB memotong BC, jadi DE tidak sejajar BC; keduanya juga tidak bertemu (berada pada bidang alas dan bidang tutup yang sejajar). Jadi **bersilangan** ✓.
• D: alas ABC dan tutup DEF prisma tegak **sejajar**, tidak berpotongan ✗.
• E: $CF \parallel AD$, dan AD terletak pada bidang $ABED$, sedangkan CF tidak. Jadi CF sejajar bidang $ABED$ ✓.

Jawaban: B, C, E.

Jebakan: pada gambar dua dimensi, AB dan CF atau DE dan BC "tampak" akan bertemu bila diperpanjang. Periksa apakah kedua garis sebidang; bila tidak, keduanya bersilangan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 3 Kunci: A

Konsep: sudut keliling besarnya setengah sudut pusat yang menghadap busur yang sama. Sudut-sudut yang bersisian pada garis lurus (diameter) berjumlah 180°.

Langkah 1. $\angle AOB$ dan $\angle BOC$ berpelurus pada diameter AC: $\angle AOB = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$.
Langkah 2. $\angle ACB$ adalah sudut keliling yang menghadap busur AB, sama dengan $\angle AOB$. Jadi $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 116^\circ = 58^\circ$.

Cek ulang: $\angle ABC = 90^\circ$ (menghadap diameter) dan $\angle BAC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$ (menghadap busur BC). Jumlah sudut segitiga ABC: $90^\circ + 32^\circ + 58^\circ = 180^\circ$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (32°): besar $\angle BAC$, sudut keliling yang menghadap busur BC, bukan busur AB.
• C (64°): menyamakan sudut keliling dengan sudut pusat $\angle BOC$.
• D (26°): menganggap $\angle ACB$ berpenyiku dengan 64°.
• E (116°): berhenti di sudut pusat $\angle AOB$ tanpa membaginya dua.

No. 4 Kunci: 1S 2B 3B

Konsep: garis sejajar suatu bidang bila sejajar dengan salah satu garis pada bidang itu **dan tidak menyentuh** bidang itu. Garis yang mempunyai satu titik bersama dengan bidang berarti memotong (menembus) bidang. Dua garis bersilangan bila tidak sejajar dan tidak bertemu.

Pernyataan 1. Titik F pada lampu juga terletak pada bidang $ABFE$. Arah FG (ke belakang) tidak sejajar dengan garis mana pun pada kaca depan, sehingga lampu memotong bidang $ABFE$ di titik F → **Salah**.
Pernyataan 2. AE tegak di pojok depan kiri, FG di tepi atas kanan. Keduanya tidak bertemu (E bukan titik pada FG, F dan G bukan titik pada AE) dan arahnya berbeda (tegak dan ke belakang). Jadi bersilangan → **Benar**.
Pernyataan 3. $FG \parallel EH$, dan EH terletak pada bidang $ADHE$, sedangkan FG tidak menyentuh bidang itu. Jadi lampu sejajar bidang $ADHE$ → **Benar**.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: pernyataan 1 menggoda karena FG "sejajar" dengan banyak garis di lemari; padahal lampu menempel pada kaca depan di titik F. Pada pernyataan 2, AE dan FG tampak dekat di gambar tetapi tidak sebidang.

No. 5 Kunci: E

Konsep: garis yang sejajar alas segitiga membentuk segitiga kecil yang sebangun dengan segitiga besar. Perbandingannya memakai **sisi utuh** segitiga besar.

Langkah 1. $DE \parallel BC$, sudut A dipakai bersama, dan $\angle ADE = \angle ABC$ (sehadap). Jadi $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.
Langkah 2. Sisi utuh $AB = 36 + 54 = 90$ cm.
Langkah 3. $\dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB} \rightarrow \dfrac{DE}{60} = \dfrac{36}{90} \rightarrow DE = 60 \times 0{,}4 = 24$ cm.

Cek ulang: D lebih dekat ke puncak A, jadi papan DE harus lebih pendek dari setengah BC (30 cm); 24 cm memenuhi ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (40): memakai potongan DB sebagai pasangan AD: $\frac{36}{54} \times 60$.
• B (36): memakai perbandingan dari bawah, $\frac{54}{90} \times 60$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C (30): menganggap D titik tengah AB tanpa membaca ukuran.
• D (20): membulatkan perbandingan $36 : 90$ menjadi $1 : 3$.

No. 6 Kunci: B

Konsep: pola "jam pasir": dua segitiga bertemu di satu titik dengan sisi-sisi yang sejajar (gapura dan bayangan sama-sama tegak). Sudut di lubang bertolak belakang, sudut-sudut lainnya berseberangan dalam, jadi kedua segitiga sebangun. Tinggi segitiga (jarak mendatar ke lubang) ikut sebanding.

Langkah 1. Pasangkan yang bersesuaian: tinggi gapura 6 m ↔ tinggi bayangan 1,2 m; jarak gapura ke lubang x ↔ jarak lubang ke dinding seberang 4 m.

Langkah 2. $\dfrac{x}{4} = \dfrac{6}{1{,}2} = 5$, sehingga $x = 20$ m.

Cek ulang: gapura 5 kali tinggi bayangannya, jadi jaraknya juga 5 kali jarak bayangan: $5 \times 4 = 20$ m ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (0,8 m): perbandingan terbalik, $\frac{x}{4} = \frac{1{,}2}{6}$; hasilnya tidak masuk akal karena gapura jauh lebih besar dari bayangannya.
• C (24 m): jarak gapura ke dinding seberang $(20 + 4)$, bukan ke dinding berlubang.
• D (5 m): hanya faktor skala $6 : 1{,}2$, belum dikalikan 4 m.
• E (16 m): mengurangkan 4 m dari 20 m, seolah-olah 4 m sudah termasuk dalam x.

No. 7 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: pada bangun sebangun dengan faktor skala panjang k, luas berubah k^2 kali dan volume k^3 kali.

Pernyataan 1. $k = \frac{16}{8} = 2$; gips $= 120 \times 2^3 = 120 \times 8 = 960$ g → **Benar**.

Pernyataan 2. $k = \frac{20}{8} = 2{,}5$; $k^3 = 15{,}625$; gips $= 120 \times 15{,}625 = 1.875$ g → **Benar**.

Pernyataan 3. $k^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25$; cat $= 12 \times 6{,}25 = 75$ mL, bukan 30 mL → **Salah**.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: 30 mL diperoleh bila cat dikali $k = 2{,}5$ saja, seolah-olah luas berubah sebanding dengan tinggi. Siswa yang juga memakai k (bukan k^3) untuk gips mendapat 240 g dan 300 g sehingga menilai pernyataan 1 dan 2 Salah.

No. 8 Kunci: D

Konsep: diagonal persegi panjang adalah sisi miring segitiga siku-siku yang sisi siku-sikunya panjang dan lebar: $d^2 = p^2 + l^2$.

Langkah 1. $d^2 = 2{,}4^2 + 1^2 = 5{,}76 + 1 = 6{,}76$.

Langkah 2. $d = \sqrt{6{,}76} = 2{,}6$ m.

Cek ulang: $1 : 2{,}4 : 2{,}6 = 5 : 12 : 13$ (tripel Pythagoras dikali 0,2) ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (3,4 m): menjumlahkan panjang dan lebar, bukan kuadratnya.
• B (2,2 m): mengurangkan kuadrat, $\sqrt{5{,}76 - 1} \approx 2{,}2$, seolah-olah 2,4 m sisi miring.
• C (1,7 m): rata-rata panjang dan lebar.
• E (6,76 m): lupa menarik akar.

No. 9 Kunci: C

Konsep: untuk ruas yang ujungnya bukan pojok, cari titik di alas tepat di bawahnya (proyeksi), lalu pakai Pythagoras: panjang $= \sqrt{(\text{jarak mendatar})^2 + (\text{selisih tinggi})^2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. Titik P tepat di atas Q, titik potong diagonal alas $ABCD$. Diagonal alas $AC = \sqrt{48^2 + 36^2} = \sqrt{2.304 + 1.296} = \sqrt{3.600} = 60$ cm, jadi $AQ = 30$ cm.
Langkah 2. PQ = tinggi terarium = 40 cm, dan PQ tegak lurus alas.
Langkah 3. $AP = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1.600} = \sqrt{2.500} = 50$ cm.

Cek ulang: AP harus lebih pendek dari diagonal ruang $\sqrt{60^2 + 40^2} \approx 72{,}1$ cm dan lebih panjang dari tingginya; 50 cm memenuhi ✓ (tripel $3 : 4 : 5$).

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (30 cm): hanya jarak mendatar AQ, lupa selisih tinggi.
• B (40 cm): hanya tinggi terarium.
• D (60 cm): memakai diagonal alas penuh AC, padahal P di atas titik tengahnya.
• E (70 cm): menjumlahkan $30 + 40$, bukan memakai Pythagoras.

No. 10 Kunci: A, C, E

Konsep: jarak selalu diukur sepanjang ruas yang **tegak lurus**. Kubus berusuk s: diagonal sisi $s\sqrt{2}$, diagonal ruang $s\sqrt{3}$.

Langkah – periksa setiap pernyataan.
• A: CG tegak lurus alas, jadi $CG \perp AC$. Ruas AC adalah jarak A ke garis CG: diagonal sisi $= 4\sqrt{2}$ cm ✓.
• B: AG diagonal ruang $= 4\sqrt{3}$ cm, bukan $4\sqrt{2}$ ✗.
• C: $AE \parallel CG$; ruas AC tegak lurus keduanya, jadi jaraknya $AC = 4\sqrt{2}$ cm ✓.
• D: EA tegak lurus alas, jadi $EA \perp AC$ dan kakinya di A. Jarak E ke garis AC adalah $EA = 4$ cm, bukan $4\sqrt{2}$ ✗ ($4\sqrt{2}$ adalah panjang AC itu sendiri, bukan jarak E ke garis AC).
• E: AB tegak lurus bidang $BCGF$ (tegak lurus BC dan BF), jadi jaraknya $AB = 4$ cm ✓.

Jawaban: A, C, E.

Jebakan: B menukar diagonal sisi dengan diagonal ruang; D menganggap jarak titik ke garis sama dengan panjang garis yang terlihat di dekatnya, padahal ruas tegak lurusnya rusuk EA.

No. 11 Kunci: B

Konsep: ruas terpendek dari sebuah titik ke sebuah garis adalah ruas yang **tegak lurus** garis itu. Pada segitiga siku-siku dengan sisi siku-siku a, b dan sisi miring c, jarak titik sudut siku-siku ke sisi miring adalah $\dfrac{ab}{c}$ (luas segitiga dihitung dua cara).

Langkah 1. Segitiga ACB siku-siku di C: $AB = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25$ m.
Langkah 2. Luas dua cara: $\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times 25 \times t$, sehingga $t = \dfrac{300}{25} = 12$ m.

Cek ulang: penyangga harus lebih pendek dari $CA = 15$ m dan $CB = 20$ m, karena keduanya ruas miring ke tali; 12 m memenuhi ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (12,5 m): jarak C ke titik tengah tali (setengah sisi miring), bukan ruas yang tegak lurus.
• C (15 m): tinggi menara, yaitu jarak C ke titik A pada tali.
• D (9 m): panjang bagian tali dari A ke kaki penyangga ($\frac{15^2}{25}$), bukan panjang penyangga.
• E (7,5 m): setengah tinggi menara.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 12 Kunci: A

Konsep: pada refleksi, bayangan sama jauh dari cermin di seberangnya. Cermin tegak $x = h$ hanya mengubah koordinat x: $(x, y) \to (2h - x,\ y)$.

Langkah 1. Dari gambar, $P(5, 3)$.
Langkah 2. $h = 2$: $(2 \cdot 2 - 5,\ 3) = (-1, 3)$.

Cek ulang: P berada $5 - 2 = 3$ satuan di kanan garis $x = 2$; bayangannya 3 satuan di kiri garis, yaitu $x = 2 - 3 = -1$, pada ketinggian yang sama ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B $(-5, 3)$: memakai aturan refleksi terhadap sumbu-y, $(-x, y)$.
• C $(5, 1)$: menganggap cermin mendatar $y = 2$, sehingga yang berubah koordinat y.
• D $(9, 3)$: menjumlahkan $2h + x$, bayangan ke arah yang salah.
• E $(1, 3)$: salah urutan pengurangan, $x - 2h$.

No. 13 Kunci: E

Konsep: komposisi dikerjakan berurutan sesuai kata "kemudian". Rotasi 90° searah jarum jam dengan pusat O: $(x, y) \to (y, -x)$; translasi (a, b): $(x, y) \to (x + a,\ y + b)$.

Langkah 1. Rotasi: $(-2, 5) \to (5, 2)$.
Langkah 2. Translasi: $(5 + 3,\ 2 - 4) = (8, -2)$.

Cek ulang: uji arah rotasi: $(-2, 5)$ di kuadran II; diputar seperempat putaran searah jarum jam, titik pindah ke kuadran I, yaitu $(5, 2)$ ✓. Jaraknya ke O tetap $\sqrt{29}$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A $(-2, -6)$: memakai rumus rotasi berlawanan arah jarum jam, $(-y, x) = (-5, -2)$, lalu ditranslasi.
• B $(1, -1)$: urutan terbalik, translasi dulu ke $(1, 1)$ lalu dirotasi.
• C $(5, 2)$: berhenti setelah rotasi, lupa translasi.
• D $(5, -9)$: memakai rotasi 180°, $(2, -5)$, lalu ditranslasi.

No. 14 Kunci: B, D

Konsep: sebuah transformasi memetakan T tepat ke T' bila bayangan **ketiga** titik sudut T adalah ketiga titik sudut T'. Dari gambar: T bertitik sudut $(1, 1)$, $(3, 1)$, $(1, 3)$ dan T' bertitik sudut $(-1, 1)$, $(-3, 1)$, $(-1, 3)$.

Langkah – uji setiap pilihan.
• A, refleksi $y = x$, $(x, y) \to (y, x)$: $(1, 1)$, $(1, 3)$, $(3, 1)$ = segitiga T sendiri ✗.
• B, rotasi 90° berlawanan arah, $(x, y) \to (-y, x)$: $(-1, 1)$, $(-1, 3)$, $(-3, 1)$ = titik-titik sudut T' ✓.
• C, rotasi 90° searah, $(x, y) \to (y, -x)$: $(1, -1)$, $(1, -3)$, $(3, -1)$, di bawah sumbu-x ✗.
• D, refleksi sumbu-y, $(x, y) \to (-x, y)$: $(-1, 1)$, $(-3, 1)$, $(-1, 3)$ ✓.
• E, translasi $(-4, 0)$: $(-3, 1)$, $(-1, 1)$, $(-3, 3)$; sudut siku-sikunya di $(-3, 1)$, padahal sudut siku-siku T' di $(-1, 1)$ ✗.

Jawaban: B, D.

Jebakan: segitiga T simetris terhadap garis $y = x$, sehingga dua transformasi berbeda (B dan D) dapat menghasilkan segitiga yang sama. Translasi (E) menggoda karena bentuk dan ukurannya sama dan letaknya hampir sama, tetapi arah hadapnya terbalik.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 15 Kunci: D

Konsep: luas jajargenjang = alas × **tinggi tegak lurus**, bukan alas × sisi miring. Tinggi dapat dicari dengan Pythagoras dari sisi miring dan bagian alas di bawahnya.

Langkah 1. Garis tinggi (putus-putus), sisi miring 25 cm, dan bagian alas 15 cm membentuk segitiga siku-siku: $t = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20$ cm.
Langkah 2. Luas $= 60 \times 20 = 1.200$ cm^2.

Cek ulang: potong segitiga di kiri lalu geser ke kanan; terbentuk persegi panjang 60×20 cm ✓ (tripel $15 : 20 : 25 = 3 : 4 : 5$).

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (1.500): memakai sisi miring 25 cm sebagai tinggi.
- B (900): memakai bagian alas 15 cm sebagai tinggi.
- C (600): memakai rumus luas segitiga, $\frac{1}{2} \times 60 \times 20$.
- E (750): memakai rumus segitiga dengan sisi miring, $\frac{1}{2} \times 60 \times 25$.

No. 16 Kunci: B

Konsep: luas juring sebanding dengan sudut pusat: $\text{luas juring} = \dfrac{\alpha}{360^\circ} \times \pi r^2$.

Langkah 1. Luas lingkaran penuh: $3{,}14 \times 6^2 = 113{,}04$ m^2.
Langkah 2. $\dfrac{150^\circ}{360^\circ} = \dfrac{5}{12}$, sehingga luas juring $= \dfrac{5}{12} \times 113{,}04 = 47{,}1$ m^2.

Cek ulang: 150° kurang dari setengah putaran, jadi luasnya harus kurang dari $56{,}52$ m^2 (setengah lingkaran) ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (113,04 m²): luas lingkaran penuh, sudut juring tidak dipakai.
- C (15,7 m²): memakai rumus panjang busur, $\frac{5}{12} \times 2 \times 3{,}14 \times 6$; satuannya pun panjang, bukan luas.
- D (94,2 m²): membagi dengan 180°, bukan 360°.
- E (65,94 m²): luas bagian lingkaran yang **tidak** terkena air (210°).

No. 17 Kunci: C

Konsep: "cukup" berarti keterangan menghasilkan **satu** jawaban. Untuk menunjukkan "tidak cukup", cari dua juring yang memenuhi keterangan tetapi luasnya berbeda. Luas juring bergantung pada jari-jari **dan** sudut pusatnya.

Langkah 1 – (1) saja. Busur 11 cm dapat berasal dari jari-jari 7 cm dengan sudut 90° (luas $\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 49 = 38{,}5$ cm^2) atau dari jari-jari 14 cm dengan sudut 45° (luas $\frac{1}{8} \times \frac{22}{7} \times 196 = 77$ cm^2). Tidak tunggal → tidak cukup.
Langkah 2 – (2) saja. Sudut pusat tidak diketahui; sudut 90° memberi $38{,}5$ cm^2, sudut 180° memberi 77 cm^2 → tidak cukup.
Langkah 3 – gabungan. Keliling lingkaran $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$ cm. Busur 11 cm $= \frac{11}{44} = \frac{1}{4}$ keliling, jadi juring itu $\frac{1}{4}$ lingkaran dan luasnya $\frac{1}{4} \times 154 = 38{,}5$ cm^2 (tunggal) → cukup.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A dan D: menganggap panjang busur saja sudah menentukan luas, padahal juring besar dengan sudut kecil dapat mempunyai busur yang sama.
- B dan D: menganggap jari-jari saja cukup, padahal sudut pusat juring belum diketahui.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• E: mengira sudut pusat harus diketahui secara langsung, padahal sudut itu dapat dihitung dari perbandingan busur dengan keliling.

No. 18 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: luas bangun gabungan = luas persegi panjang besar dikurangi bagian yang hilang; keliling = jumlah **semua** tepi luar, termasuk tepi pada lekukan. Satuan luas dikonversi dengan faktor kuadrat.

Langkah awal. Ukuran lekukan: lebar $6 - 4 = 2$ m dan tinggi $5 - 3 = 2$ m.
Pernyataan 1. Luas $= 6 \times 5 - 2 \times 2 = 30 - 4 = 26\ \text{m}^2$ → **Benar**.
Pernyataan 2. Keliling $= 6 + 3 + 2 + 2 + 4 + 5 = 22$ m, bukan 18 m → **Salah**.
Pernyataan 3. Satu ubin $= 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25\ \text{m}^2$. Semua ukuran lantai kelipatan 0,5 m, jadi ubin pas tanpa dipotong: $26 : 0{,}25 = 104$ buah → **Benar**.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: 18 m diperoleh bila hanya keempat angka pada gambar yang dijumlahkan, sehingga dua sisi lekukan (masing-masing 2 m) terlupa. Pada pernyataan 3, siswa yang membagi 26 dengan $0{,}5$ (sisi ubin, bukan luasnya) mendapat 52 buah.

No. 19 Kunci: A

Konsep: volume balok $= p \times l \times t$; $1\ \text{liter} = 1\ \text{dm}^3 = 1.000\ \text{cm}^3$.

Langkah 1. $V = 50 \times 40 \times 30 = 60.000\ \text{cm}^3$.
Langkah 2. $60.000 : 1.000 = 60$ liter.

Cek ulang: dalam desimeter, $5 \times 4 \times 3 = 60\ \text{dm}^3 = 60$ liter ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (600 liter): membagi dengan 100, seolah-olah $1\ \text{liter} = 100\ \text{cm}^3$.
• C (6 liter): membagi dengan 10.000 (faktor konversi luas $\text{m}^2 \to \text{cm}^2$).
• D (6.000 liter): membagi dengan 10 saja.
• E (120 liter): menjumlahkan ketiga ukuran, $50 + 40 + 30$.

No. 20 Kunci: E

Konsep: selimut kerucut dibuka menjadi juring berjari-jari garis pelukis s, luasnya $\pi r s$, dengan $s = \sqrt{r^2 + t^2}$.

Langkah 1. $s = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$ cm.
Langkah 2. Luas selimut $= 3{,}14 \times 24 \times 25 = 1.884\ \text{cm}^2$.

Cek ulang: caping yang sangat landai hampir datar, jadi luas selimutnya sedikit lebih besar daripada luas lingkaran alasnya ($1.808{,}64\ \text{cm}^2$) ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (1.808,64 cm²): luas lingkaran alas πr^2, bukan selimut.
• B (527,52 cm²): memakai tinggi 7 cm sebagai garis pelukis, $\pi r t$.
• C (3.692,64 cm²): luas permukaan kerucut lengkap (selimut + alas), padahal caping tanpa alas.
• D (942 cm²): memakai $\frac{1}{2}\pi r s$, mengira selimut setengah lingkaran.

No. 21 Kunci: C, D, E

Konsep: volume prisma = luas alas × tinggi prisma; luas permukaan prisma $= 2\times$ luas alas $+$ keliling alas $\times$ tinggi prisma.

Langkah 1. Sisi miring alas $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ cm; luas alas $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24\ \text{cm}^2$.
Langkah 2. Volume $= 24 \times 20 = 480\ \text{cm}^3$ (pilihan C ✓; pilihan A ✗).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 3. Luas permukaan $= 2 \times 24 + (6 + 8 + 10) \times 20 = 48 + 480 = 528\ \text{cm}^2$ (pilihan D ✓; pilihan B ✗).
Langkah 4. Sisi tegak terluas adalah persegi panjang pada sisi miring: $10 \times 20 = 200\ \text{cm}^2$ (pilihan E ✓).

Jawaban: C, D, E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (960 cm^3): luas alas segitiga dihitung 6×8 tanpa $\frac{1}{2}$.
• B (480 cm^2): hanya menjumlahkan tiga sisi tegak, lupa dua sisi segitiga di ujung; padahal seluruh permukaan dipernis.

No. 22 Kunci: B

Konsep: benda kaku tidak dapat dipotong untuk mengisi celah, jadi banyak benda dihitung **per arah** dengan pembulatan ke bawah, lalu dikalikan. Coba setiap posisi yang diizinkan.

Langkah 1 – tinggi. Tinggi sabun 6 cm: $20 : 6 = 3{,}33$, jadi 3 lapis.
Langkah 2 – posisi 1 (sisi 10 cm searah 45 cm): $45 : 10 = 4{,}5 \to 4$ dan $30 : 8 = 3{,}75 \to 3$; per lapis 12 sabun, total $12 \times 3 = 36$.
Langkah 3 – posisi 2 (sisi 8 cm searah 45 cm): $45 : 8 = 5{,}6 \to 5$ dan $30 : 10 = 3$; per lapis 15 sabun, total $15 \times 3 = 45$.
Langkah 4. Paling banyak 45 sabun.

Cek ulang: perbandingan volume $\frac{45 \times 30 \times 20}{10 \times 8 \times 6} = \frac{27.000}{480} = 56{,}25$ hanya batas atas; 45 tidak melebihinya ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (36): hanya mencoba satu posisi.
• C (56): membagi volume kotak dengan volume sabun, padahal sabun tidak dapat dipotong.
• D (50): merebahkan sabun (tinggi 10 cm: 2 lapis, 5×5 per lapis), padahal tidak diizinkan.
• E (60): membulatkan ke atas ($4{,}5 \to 5$ dan $3{,}75 \to 4$).

No. 23 Kunci: D

Konsep: $\cos = \dfrac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$, dengan sisi samping dan sisi depan dilihat **dari sudut yang ditanyakan**.

Langkah 1. Dari sudut R: sisi miring $PR = 17$ cm, sisi depan $PQ = 8$ cm, sisi samping (yang mengapit R) $QR = 15$ cm.
Langkah 2. $\cos \angle R = \dfrac{15}{17}$.

Cek ulang: $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$ ✓, dan nilai kosinus sudut lancip di antara 0 dan 1 ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A ($\frac{8}{17}$): nilai $\sin \angle R$ (atau $\cos \angle P$); sisi depan dan samping tertukar.
• B ($\frac{8}{15}$): nilai $\tan \angle R$.
• C ($\frac{15}{8}$): nilai $\cot \angle R$.
• E ($\frac{17}{15}$): nilai $\sec \angle R$, kebalikan kosinus.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 24 Kunci: C

Konsep: sudut depresi diukur dari garis **mendatar** ke garis pandang ke bawah. Karena garis mendatar di mata pengamat sejajar tanah, sudut depresi sama dengan sudut elevasi dari sarang ke mata pengamat (berseberangan dalam). Jarak mendatar $= \dfrac{\text{tinggi}}{\tan\theta}$.

Langkah 1. Segitiga siku-siku: tinggi 18 m (sisi depan sudut 30° di sarang), jarak mendatar d (sisi samping).

Langkah 2. $\tan 30^\circ = \dfrac{18}{d} \rightarrow d = \dfrac{18}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} = \dfrac{54}{\sqrt{3}} = 18\sqrt{3}\,\text{m} \approx 31{,}2\,\text{m}$.

Cek ulang: sudut depresi kecil (30°) berarti sarang jauh, jadi jarak mendatar harus lebih besar dari tinggi 18 m ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A ($6\sqrt{3}$ m): mengalikan $18 \times \tan 30^\circ$, bukan membagi.
- B (36 m): $\frac{18}{\sin 30^\circ}$, yaitu panjang garis pandang (sisi miring), bukan jarak mendatar.
- D (9 m): $18 \times \sin 30^\circ$.
- E ($12\sqrt{3}$ m): $\frac{18}{\cos 30^\circ}$, memakai perbandingan yang salah.

No. 25 Kunci: 1B 2S 3S

Konsep: setiap sudut dibaca pada segitiga siku-siku yang memuatnya, dengan sisi depan dan samping dilihat dari sudut itu. Untuk sudut tumpul, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$.

Langkah awal. Segitiga ABD siku-siku di D: $AB = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$ cm.
Pernyataan 1. Dari sudut B: sisi depan $AD = 12$, sisi miring $AB = 15$. $\sin\angle ABD = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ → **Benar**.
Pernyataan 2. Dari sudut A (di segitiga ABD): sisi depan $BD = 9$, sisi samping $AD = 12$. $\tan\angle BAD = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, bukan $\frac{4}{3}$ → **Salah**.
Pernyataan 3. $\angle ABE$ berpelurus dengan $\angle ABD$, jadi $\angle ABE = 180^\circ - \angle ABD$ (sudut tumpul). $\cos\angle ABE = -\cos\angle ABD = -\frac{9}{15} = -\frac{3}{5}$, bukan $\frac{3}{5}$ → **Salah**.

Jawaban: Benar, Salah, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 2, $\frac{4}{3}$ adalah $\tan\angle ABD$ (sudut di B), bukan sudut di A; label depan–samping harus diganti ketika sudutnya berganti. Pada pernyataan 3, besar perbandingannya memang $\frac{3}{5}$, tetapi kosinus sudut tumpul bernilai negatif.

Latihan sub bab 4.1

No. 1 Kunci: A

Konsep: pada diagram lingkaran, luas sebanding dengan besar sudut juring. Jumlah semua sudut 360°.

Langkah 1 – sudut hutan. $360^\circ - (144^\circ + 90^\circ + 72^\circ + 18^\circ) = 360^\circ - 324^\circ = 36^\circ$.

Langkah 2 – perbandingan dengan sawah. $\dfrac{\text{hutan}}{120} = \dfrac{36}{144} \rightarrow \text{hutan} = 120 \times \dfrac{1}{4} = 30$ hektare.

Cek ulang: luas seluruh desa $= 120 \times \frac{360}{144} = 300$ ha; $\frac{36}{360} \times 300 = 30$ ha ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B (36): menganggap besar sudut sama dengan luas (hektare).
- C (45): lupa juring "Lain-lain" 18° sehingga sudut hutan 54°.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D (75): luas kebun ($\frac{90}{144} \times 120$), salah membaca juring.
- E (300): luas seluruh desa, berhenti di langkah antara.

No. 2 Kunci: A, C, D

Konsep: baca nilai setiap batang dengan teliti, lalu hitung jumlah, rata-rata, dan perubahan antarhari.

Data dari diagram (ribu orang): Sen 12, Sel 9, Rab 10, Kam 8, Jum 14, Sab 7.

Periksa setiap pernyataan.
- A: $12 + 9 + 10 + 8 + 14 + 7 = 60$ ✓.
- B: rata-rata $= 60 : 6 = 10$ ribu, bukan 12 ✗ (12 adalah nilai Senin, atau hasil membagi 60 dengan 5).
- C: $14 = 2 \times 7$ ✓.
- D: perubahan berurutan: $-3, +1, -2, +6, -7$. Penurunan terbesar -7 (Jumat ke Sabtu) ✓.
- E: di atas 10 ribu hanya Senin (12) dan Jumat (14) — 2 hari; Rabu tepat 10, tidak **di atas** rata-rata ✗.

Jawaban: A, C, D.

Jebakan: B memakai pembagi yang salah; E menghitung Rabu sebagai "di atas rata-rata" padahal nilainya sama dengan rata-rata.

Latihan sub bab 4.2

No. 1 Kunci: D

Konsep: jumlah data = rata-rata × banyak data. Median data genap = rata-rata dua data tengah **setelah diurutkan**.

Langkah 1 – cari x. Jumlah $= 50 \times 6 = 300$. $42 + 55 + 38 + 63 + 48 = 246$, jadi $x = 300 - 246 = 54$.
Langkah 2 – urutkan. 38, 42, 48, 54, 55, 63.
Langkah 3 – median. Data ke-3 dan ke-4: $\frac{48+54}{2} = 51$ kg.

Cek ulang: $38 + 42 + 48 + 54 + 55 + 63 = 300$, rata-rata 50 ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (46 kg): mengambil dua data tengah menurut urutan tabel ($x = 54$ dan 38) tanpa mengurutkan.
- B (48 kg): menghitung median lima data yang ada, tanpa mencari x.
- C (50 kg): menganggap median sama dengan rata-rata.
- E (54 kg): berhenti di nilai x.

No. 2 Kunci: A, C, D

Konsep: modus = nilai paling sering; median = nilai tengah data terurut; rata-rata = jumlah : banyak data; jangkauan = data terbesar − data terkecil (termasuk pencilan).

Langkah 1 – tulis data terurut. 12, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 16, 20 (10 data).
Langkah 2 – periksa.
- A: 14 muncul 3 kali, paling sering ✓.
- B: jumlah $= 12 + 26 + 42 + 30 + 16 + 20 = 146$; rata-rata $14{,}6$ kg, bukan 14 ✗.
- C: data ke-5 dan ke-6 adalah 14 dan 14; median $= 14$ ✓.
- D: $(146 - 20) : 9 = 126 : 9 = 14$ ✓.
- E: jangkauan $= 20 - 12 = 8$ kg ✗.

Jawaban: A, C, D.

Jebakan: B tergoda karena modus dan median sama-sama 14; pencilan 20 kg menaikkan rata-rata menjadi 14,6. E mengabaikan pencilan ($16 - 12 = 4$), padahal jangkauan memakai data terbesar sesungguhnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 4.3

No. 1 **Kunci: D**

Konsep: jabatan berbeda berarti urutan penting (aturan perkalian/permutasi). Isi dulu posisi yang bersyarat.

Langkah 1 – ketua. Harus wanita: 3 pilihan.
Langkah 2 – sekretaris. Dari 6 calon yang tersisa (pria atau wanita): 6 pilihan.
Langkah 3 – bendahara. Dari 5 calon yang tersisa: 5 pilihan.
Langkah 4. $3 \times 6 \times 5 = 90$ susunan.

Cek ulang: tanpa syarat ada $7 \times 6 \times 5 = 210$; ketua wanita mengambil $\frac{3}{7}$ bagian: $\frac{3}{7} \times 210 = 90$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (35): memakai kombinasi $C(7, 3)$, padahal jabatannya berbeda.
• B (36): mengira sekretaris dan bendahara harus pria $(3 \times 4 \times 3)$.
• C (45): memilih ketua, lalu memilih 2 orang lain tanpa membedakan jabatan $(3 \times C(6, 2))$.
• E (210): mengabaikan syarat ketua wanita.

No. 2 **Kunci: D**

Konsep: pilihan nasi, lauk, dan sayur dilakukan bersama-sama, jadi dikalikan (aturan perkalian). Memilih 2 lauk berbeda tanpa memperhatikan urutan adalah kombinasi $C(5, 2)$.

Langkah 1. Nasi: 3 cara.
Langkah 2. Lauk: $C(5, 2) = \dfrac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ cara.
Langkah 3. Sayur: 4 cara.
Langkah 4. $3 \times 10 \times 4 = 120$ macam.

Cek ulang: bila urutan lauk diperhatikan ada $5 \times 4 = 20$ cara, tetapi setiap pasangan (misalnya rendang–ikan bakar dan ikan bakar–rendang) terhitung dua kali; $20 : 2 = 10$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (17): menjumlahkan $3 + 10 + 4$, padahal ketiga pilihan dilakukan bersama.
• B (34): mencampur kali dan tambah, $3 \times 10 + 4$.
• C (60): hanya memilih 1 lauk, $3 \times 5 \times 4$.
• E (240): memakai permutasi untuk lauk $(5 \times 4 = 20)$, padahal urutan lauk tidak diperhatikan.

Latihan sub bab 4.4

No. 1 **Kunci: C**

Konsep: karena kedelapan juring sama besar, setiap juring sama mungkin ditunjuk. $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$.

Langkah 1. $n(S) = 8$ juring.
Langkah 2. Juring "Gula" ada 3.
Langkah 3. $P(\text{Gula}) = \dfrac{3}{8}$.

Cek ulang: Gula 3, Minyak 2, Beras 1, Coba lagi 2; jumlah 8 ✓, dan $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = 1$ ✓.

Jawaban: C.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A ($\frac{1}{8}$): hanya menghitung satu juring Gula.
• B ($\frac{1}{4}$): membagi menurut jenis tulisan (4 jenis), padahal yang sama mungkin adalah juringnya.
• D ($\frac{3}{5}$): membandingkan juring Gula dengan juring bukan Gula ($3:5$), bukan dengan seluruh juring.
• E ($\frac{3}{4}$): peluang mendapat hadiah apa pun (bukan "Coba lagi"), bukan khusus gula.

No. 2 Kunci: 1S 2S 3B

Konsep: tanpa pengembalian, isi keranjang berubah setelah pengambilan pertama, jadi peluang pengambilan kedua dihitung dari 9 telur. "Paling sedikit satu" paling mudah lewat komplemen.

Pernyataan 1. $P(\text{retak, retak}) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$, bukan $\frac{9}{100}$ → **Salah**.

Pernyataan 2. Tepat satu retak bisa terjadi dua urutan: retak–utuh $\frac{3}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{21}{90}$ dan utuh–retak $\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$. Jumlah $\frac{42}{90} = \frac{7}{15}$, bukan $\frac{7}{30}$ → **Salah**.

Pernyataan 3. $P(\text{keduanya utuh}) = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$. Paling sedikit satu retak $= 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$ → **Benar**.

Cek ulang: $\frac{1}{15} + \frac{7}{15} + \frac{7}{15} = 1$ (dua retak + tepat satu + tidak ada) ✓.

Jawaban: Salah, Salah, Benar.

Jebakan: $\frac{9}{100} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10}$ adalah perhitungan **dengan** pengembalian. $\frac{7}{30}$ hanya menghitung satu urutan (utuh lalu retak) dan lupa urutan sebaliknya.

No. 3 Kunci: E

Konsep: "paling sedikit satu" adalah komplemen dari "tidak ada yang tumbuh". Untuk kejadian saling bebas, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Langkah 1. Peluang durian tidak tumbuh $= 1 - 0{,}8 = 0{,}2$; manggis tidak tumbuh $= 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.
Langkah 2. Keduanya tidak tumbuh $= 0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}06$.
Langkah 3. Paling sedikit satu tumbuh $= 1 - 0{,}06 = 0{,}94$.

Cek ulang: tepat satu tumbuh $= 0{,}8 \times 0{,}3 + 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}38$; keduanya tumbuh $= 0{,}56$; $0{,}38 + 0{,}56 = 0{,}94$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (0,06): peluang keduanya tidak tumbuh, lupa mengurangkan dari 1.
• B (0,38): peluang **tepat** satu tumbuh, lupa kemungkinan keduanya tumbuh.
• C (0,56): peluang keduanya tumbuh.
• D (0,75): merata-ratakan $0{,}8$ dan $0{,}7$.

No. 4 Kunci: B

Konsep: frekuensi harapan $= P(A) \times$ banyak percobaan. Peluang menetas = komplemen peluang tidak menetas.

Langkah 1. $P(\text{tidak menetas}) = \dfrac{3}{20}$, jadi $P(\text{menetas}) = 1 - \dfrac{3}{20} = \dfrac{17}{20}$.

Langkah 2. Frekuensi harapan $= \dfrac{17}{20} \times 160 = 136$ butir.

Cek ulang: yang tidak menetas $\frac{3}{20} \times 160 = 24$; $136 + 24 = 160$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (24): banyak telur yang diharapkan **tidak** menetas.
• C (140): $160 - 20$, mengurangkan banyak telur per kelompok.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D (143): $160 - 17$, mengurangkan banyak telur yang menetas per kelompok.
- E (157): $160 - 3$, menganggap hanya 3 telur yang gagal dari seluruh 160 telur.

No. 5 **Kunci: D**

Konsep: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$ untuk hasil yang berpeluang sama.

Langkah 1. $n(S) = 20$.

Langkah 2. Bilangan prima dari 1 sampai 20: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \rightarrow n(A) = 8$.

Langkah 3. $P = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$.

Cek ulang: 1 bukan prima (hanya punya satu faktor), 2 prima (faktornya 1 dan 2) ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A ($\frac{9}{20}$): menganggap 1 bilangan prima.
- B ($\frac{7}{20}$): tidak menghitung 2 karena genap.
- C ($\frac{1}{2}$): menghitung bilangan ganjil, bukan prima.
- E ($\frac{3}{5}$): peluang komplemen (bukan prima).

Kuis Akhir Bab 4

No. 1 **Kunci: E**

Konsep: seluruh lingkaran (360°) mewakili seluruh data, sehingga banyak data sebuah kategori $= \dfrac{\text{sudut sektor}}{360^\circ} \times \text{total}$.

Langkah 1. Sudut sektor kaktus $= 360^\circ - (120^\circ + 80^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$.

Langkah 2. Banyak pesanan kaktus $= \dfrac{100}{360} \times 216 = 60$.

Cek ulang: sirih gading $\frac{120}{360} \times 216 = 72$, monstera 48, anggrek 36; $72 + 48 + 60 + 36 = 216$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (28): $\frac{100}{360} \times 100\% \approx 27{,}8\%$ adalah **persentase** pesanan kaktus, bukan banyak pesanannya.
- B (54): membagi 216 sama rata untuk 4 jenis tanaman, padahal sektornya tidak sama besar.
- C (96): lupa mengurangkan salah satu sektor, $360^\circ - 120^\circ - 80^\circ = 160^\circ$, lalu $\frac{160}{360} \times 216 = 96$.
- D (100): besar sudut (100°) dianggap sebagai banyak pesanan.

No. 2 **Kunci: A**

Konsep: persentase kenaikan $= \dfrac{\text{nilai akhir} - \text{nilai awal}}{\text{nilai awal}} \times 100\%$. Pembaginya **nilai awal** (bulan sebelumnya). Kenaikan yang sama besar dapat memberi persentase berbeda.

Langkah 1. Bulan-bulan yang naik: Jan–Feb ($120 \rightarrow 150$), Mar–Apr ($135 \rightarrow 180$), Apr–Mei ($180 \rightarrow 225$). Feb–Mar dan Mei–Jun turun.

Langkah 2. Persentasenya:
- Jan–Feb: $\frac{30}{120} \times 100\% = 25\%$.
- Mar–Apr: $\frac{45}{135} \times 100\% \approx 33{,}3\%$.
- Apr–Mei: $\frac{45}{180} \times 100\% = 25\%$.

Langkah 3. Terbesar: Maret ke April, sekitar $33{,}3\%$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: Mar–Apr dan Apr–Mei sama-sama naik 45 ekor, tetapi nilai awal Maret (135) lebih kecil daripada April (180), jadi persentasenya lebih besar ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B dan C: perhitungannya benar (25%), tetapi bukan yang terbesar.
• D: membagi dengan nilai **akhir**, $\frac{45}{180} = 25\%$, padahal pembaginya nilai awal 135.
• E: menulis selisih 45 ekor sebagai 45%, padahal selisih bukan persentase.

No. 3 Kunci: B

Konsep: frekuensi relatif $= \dfrac{\text{frekuensi}}{\text{total}}$, sedangkan frekuensi kumulatif adalah jumlah frekuensi dari kelas pertama sampai kelas itu.

Langkah 1. Total peserta = frekuensi kumulatif terakhir = 40.
Langkah 2. Frekuensi kelas 40–59 $= 0{,}20 \times 40 = 8$, sehingga frekuensi kumulatif sampai kelas 40–59 $= 3 + 8 = 11$.
Langkah 3. Frekuensi kelas 60–79 $= 22 - 11 = 11$ peserta.

Cek ulang: kumulatif sampai 80–99 $= 22 + 10 = 32$, sehingga kelas 100–119 berisi $40 - 32 = 8$; $3 + 8 + 11 + 10 + 8 = 40$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (8): frekuensi kelas 40–59, bukan kelas 60–79.
• C (14): $22 - 8$, lupa mengurangkan 3 peserta kelas pertama.
• D (19): $22 - 3$, lupa mengurangkan kelas 40–59.
• E (22): frekuensi kumulatif dibaca sebagai frekuensi kelas.

No. 4 Kunci: C

Konsep: batang dengan tepi $19{,}5$–$24{,}5$ mewakili kelas 20–24 jam (tepi bawah = batas bawah $-0{,}5$, tepi atas = batas atas $+0{,}5$).

Langkah 1. Ubah tepi kelas menjadi kelas: 10–14 (4), 15–19 (9), 20–24 (15), 25–29 (8), 30–34 (4).
Langkah 2. "Paling sedikit 20 jam tetapi kurang dari 30 jam" = kelas 20–24 dan 25–29: $15 + 8 = 23$ senter.
Langkah 3. Persentase $= \frac{23}{40} \times 100\% = 57{,}5\%$.

Cek ulang: $4 + 9 + 15 + 8 + 4 = 40$ ✓; senter yang menyala 30 jam atau lebih (kelas 30–34) tidak termasuk.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (20%): hanya kelas 25–29 ($\frac{8}{40}$).
• B (37,5%): hanya kelas 20–24 ($\frac{15}{40}$).
• D (67,5%): ikut memasukkan kelas 30–34, padahal syaratnya kurang dari 30 jam.
• E (80%): mengambil batang dari tepi $14{,}5$ sampai $29{,}5$, sehingga kelas 15–19 (< 20 jam) ikut terhitung.

No. 5 Kunci: B, D, E

Konsep: sebuah pernyataan dapat **didukung**, **bertentangan**, atau **tidak dapat disimpulkan** dari data. Kata "selalu" gugur oleh satu contoh penyangkal; pernyataan tentang **penyebab** tidak dapat disimpulkan dari angka saja.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah – salin data: Sialang $18, 22, 22, 27, 31$; Tualang $25, 24, 28, 30, 29$ (kg, Juli–November).
• A: Agustus ke September tetap 22 kg, tidak naik → bertentangan ✗.
• B: selisih tiap bulan $7, 2, 6, 3, 2$; terbesar Juli (7 kg) → didukung ✓.
• C: diagram tidak memuat data curah hujan; penurunannya benar ($25 \to 24$), tetapi penyebabnya tidak dapat disimpulkan ✗.
• D: $\frac{31-18}{18} \times 100\% = \frac{13}{18} \times 100\% \approx 72{,}2\% > 70\%$ → didukung ✓.
• E: November: Sialang 31 kg, Tualang 29 kg → didukung ✓.

Cek ulang D: bila dibagi nilai akhir, $\frac{13}{31} \approx 41{,}9\%$; itu keliru karena pembanding persentase kenaikan adalah nilai awal (Juli).

Jawaban: B, D, E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: tren umumnya naik sehingga terkesan "selalu naik", padahal ada satu bulan yang tetap.
• C: memadukan fakta yang benar (turun 1 kg) dengan alasan yang tidak ada di data.

No. 6 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: diagram lingkaran memberi **bagian** dari total; untuk dibandingkan dengan diagram batang, ubah dulu sudut menjadi banyak lembar: $\frac{\text{sudut}}{360^\circ} \times \text{total}$.

Langkah 1 – data 2026. Tulis $\frac{90}{360} \times 400 = 100$; cap $\frac{162}{360} \times 400 = 180$ (45%); kombinasi $\frac{108}{360} \times 400 = 120$ (30%).
Langkah 2 – data 2027. Tulis 130, cap 190, kombinasi 130; total 450 lembar.

Pernyataan 1. Tulis $100 \to 130$: $\frac{30}{100} \times 100\% = 30\%$ → **Benar**.
Pernyataan 2. Cap $180 \to 190$ (naik). Persentasenya $45\% \to \frac{190}{450} \times 100\% \approx 42{,}2\%$ (turun), karena total penjualan naik lebih pesat → **Benar**.
Pernyataan 3. Sudut kombinasi 2027 $= \frac{130}{450} \times 360^\circ = 104^\circ$, lebih kecil daripada 108°, walaupun banyak lembarnya naik dari 120 menjadi 130 → **Salah**.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 1, siswa yang membaca 90° sebagai 90 lembar mendapat kenaikan $\frac{40}{90} \approx 44\%$. Pada pernyataan 2 dan 3, banyak lembar yang naik dikira pasti membuat persentase atau sudut sektornya ikut naik, padahal totalnya juga berubah.

No. 7 Kunci: B

Konsep: median adalah nilai tengah data yang **sudah diurutkan**; bila banyak data genap, median = rata-rata dua data di tengah.

Langkah 1. Urutkan: $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12$ ($n = 8$).
Langkah 2. Dua data di tengah adalah data ke-4 dan ke-5, yaitu 6 dan 7.
Langkah 3. Median $= \frac{6+7}{2} = 6{,}5$.

Cek ulang: ada 4 data di bawah 6,5 (3, 4, 5, 6) dan 4 data di atasnya (7, 8, 9, 12) ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (6) dan D (7): hanya mengambil salah satu data tengah.
• C (6,75): rata-rata data ($\frac{54}{8}$), bukan median.
• E (8): tidak mengurutkan data; dua data di tengah susunan asli adalah 4 dan 12, rata-ratanya 8.

No. 8 Kunci: D

Konsep: jangkauan antarkuartil $= Q_3 - Q_1$. Q_1 adalah median setengah bagian bawah, Q_3 median setengah bagian atas data terurut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. Baca data terurut (15 data): $0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 9$.
Langkah 2. Median = data ke-8 = 2. Bagian bawah (data ke-1 sampai ke-7): $0, 1, 1, 1, 1, 2, 2$, jadi $Q_1 = 1$. Bagian atas (data ke-9 sampai ke-15): $3, 3, 4, 4, 5, 6, 9$, jadi $Q_3 = 4$.
Langkah 3. Jangkauan antarkuartil $= 4 - 1 = 3$.

Cek ulang: bila median ikut dimasukkan ke setiap bagian (8 data), $Q_1 = \frac{1+1}{2} = 1$ dan $Q_3 = \frac{4+4}{2} = 4$; hasilnya tetap 3 ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (2): median, bukan jangkauan antarkuartil.
• B (4): hanya Q_3, lupa dikurangi Q_1.
• C (9): jangkauan $(9 - 0)$, yang terpengaruh pencilan 9.
• E (1,5): simpangan kuartil $(\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1))$, ukuran yang berbeda.

No. 9 Kunci: A

Konsep: median data kelompok $Me = L + \dfrac{\frac{n}{2} - F}{f} \times p$, dengan L tepi bawah kelas median, F frekuensi kumulatif **sebelum** kelas median, f frekuensi kelas median, dan p panjang kelas.

Langkah 1. $\frac{n}{2} = 20$. Kumulatif: $3, 8, 24, \ldots \rightarrow$ data ke-20 ada di kelas 255–259.
Langkah 2. $L = 254{,}5$, $F = 8$, $f = 16$, $p = 5$ (dari 255 sampai 259 ada 5 nilai bulat).
Langkah 3. $Me = 254{,}5 + \dfrac{20 - 8}{16} \times 5 = 254{,}5 + 3{,}75 = 258{,}25$ gram.

Cek ulang: median berada di dalam kelas median $(254{,}5–259{,}5)$ dan lebih dekat ke tepi atas karena 12 dari 16 data kelas itu masih diperlukan ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (257,00): hanya mengambil titik tengah kelas median tanpa interpolasi.
• C (257,50): memakai panjang kelas $p = 259 - 255 = 4$.
• D (258,75): memakai batas bawah 255 sebagai L, bukan tepi bawah $254{,}5$.
• E (259,50): mengambil tepi atas kelas median.

No. 10 Kunci: A, C, E

Konsep: bila setiap data diubah menjadi $4x + 20$, ukuran **pemusatan** (rata-rata, median) ikut menjadi $4(\ldots) + 20$, sedangkan ukuran **penyebaran** (jangkauan, simpangan baku) hanya dikali 4, karena penambahan 20 menggeser semua data tanpa mengubah jaraknya. Ragam dikali $4^2 = 16$.

Langkah – periksa setiap pernyataan.
• A: rata-rata $4(15) + 20 = 80$ ✓.
• B: jangkauan $4 \times 9 = 36$, bukan 56 ✗ (56 diperoleh bila 20 ikut ditambahkan).
• C: median $4(16) + 20 = 84$ ✓.
• D: simpangan baku $4 \times 2{,}5 = 10$, bukan 30 ✗ (30 diperoleh bila 20 ikut ditambahkan).
• E: ragam lama $2{,}5^2 = 6{,}25$; ragam baru $16 \times 6{,}25 = 100$ (sama dengan 10^2) ✓.

Cek ulang dengan contoh kecil: data 1 dan 3 (jangkauan 2) menjadi 24 dan 32 (jangkauan 8 = 4×2) ✓.

Jawaban: A, C, E.

Jebakan: menganggap semua ukuran berubah dengan aturan yang sama $(4x + 20)$, atau mengira ragam hanya dikali 4.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 11 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: jumlah data = rata-rata × banyak data. Bila dua data tidak diketahui, **daftarkan semua pasangan** yang memenuhi syarat. "Pasti" harus berlaku untuk **semua** pasangan; "mungkin" cukup untuk **satu** pasangan.

Langkah 1. Jumlah $= 9 \times 6 = 54$, sehingga $B + D = 54 - (7 + 12 + 9 + 10) = 16$.
Langkah 2. Dengan $5 \le B, D \le 12$, pasangan tak berurutan yang mungkin:
$\{5, 11\}, \{6, 10\}, \{7, 9\}, \{8, 8\}$.
Langkah 3 – syarat median 9,5 (rata-rata data ke-3 dan ke-4 setelah diurutkan):
• $\{5, 11\}$: $5, 7, 9, 10, 11, 12$ → median $9{,}5$ ✓.
• $\{6, 10\}$: $6, 7, 9, 10, 10, 12$ → median $9{,}5$ ✓.
• $\{7, 9\}$: $7, 7, 9, 9, 10, 12$ → median 9 ✗.
• $\{8, 8\}$: $7, 8, 8, 9, 10, 12$ → median $8{,}5$ ✗.
Jadi (B, D) adalah $(5, 11)$, $(11, 5)$, $(6, 10)$, atau $(10, 6)$.

Pernyataan 1. Setiap pasangan memuat 11 atau 10, yang lebih dari 9 → **Benar** (pasti).
Pernyataan 2. Untuk $\{5, 11\}$ jangkauan $12 - 5 = 7$, tetapi untuk $\{6, 10\}$ jangkauan $12 - 6 = 6$ → tidak pasti → **Salah**.
Pernyataan 3. Untuk $\{6, 10\}$ data memuat dua angka 10, sehingga modusnya 10 → **Benar** (mungkin).

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: lupa memakai syarat median sehingga pasangan $\{7, 9\}$ dan $\{8, 8\}$ ikut dihitung (pernyataan 1 menjadi tampak salah), atau hanya mencoba pasangan $\{5, 11\}$ lalu menganggap jangkauan 7 pasti.

No. 12 Kunci: C

Konsep: rata-rata gabungan $\bar{x} = \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$ memerlukan kedua rata-rata **dan** perbandingan banyak anggota kedua kelompok.

Langkah 1 – (1) saja. Rata-rata kelompok diketahui, tetapi bobotnya tidak. Misalnya 5 putra dan 5 putri memberi $\frac{300+240}{10} = 54$ kg, sedangkan 2 putra dan 8 putri memberi $\frac{120+384}{10} = 50{,}4$ kg. Tidak tunggal → tidak cukup.
Langkah 2 – (2) saja. Perbandingan banyak anggota diketahui, tetapi massa tidak sama sekali → tidak cukup.
Langkah 3 – gabungan. Misalkan putra m orang, putri $2m$ orang:
$\bar{x} = \dfrac{60m + 48(2m)}{3m} = \dfrac{156m}{3m} = 52$ kg, tunggal (tidak bergantung pada m) → cukup.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A dan D: menganggap rata-rata gabungan cukup dihitung $\frac{60+48}{2} = 54$ kg dari pernyataan (1) saja, padahal itu hanya benar bila banyak putra dan putri sama.
• B: perbandingan banyak anggota tanpa data massa tidak menghasilkan angka apa pun.
• E: tidak menyadari bahwa banyak anggota sebenarnya tidak perlu diketahui; perbandingannya sudah cukup.

No. 13 Kunci: E

Konsep: aturan perkalian. Memilih rangka **dan** warna **dan** lampu adalah langkah berurutan, sehingga banyak pilihan setiap langkah dikalikan.

Langkah 1. Dari gambar: 3 bentuk rangka, 4 warna kertas, 2 jenis lampu.
Langkah 2. Banyak macam lampion $= 3 \times 4 \times 2 = 24$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: untuk satu bentuk rangka ada $4 \times 2 = 8$ pasangan warna–lampu; tiga bentuk rangka memberi $3 \times 8 = 24$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (9): menjumlahkan $3 + 4 + 2$ (aturan penjumlahan dipakai untuk langkah yang berurutan).
• B (12): lupa memilih jenis lampu (3×4).
• C (14): mencampur aturan, $3 \times 4 + 2$.
• D (18): menjumlahkan warna dan lampu lebih dulu, $3 \times (4 + 2)$.

No. 14 Kunci: D

Konsep: permutasi dengan unsur yang sama: $\dfrac{n!}{a!\,b!\cdots}$, karena menukar huruf-huruf yang sama tidak menghasilkan susunan baru.

Langkah 1. KAKATUA terdiri atas 7 huruf: K muncul 2 kali, A muncul 3 kali, T dan U masing-masing sekali.

Langkah 2. Banyak susunan $= \dfrac{7!}{2!\,3!} = \dfrac{5.040}{2 \times 6} = 420$.

Cek ulang: pilih posisi 3 huruf A dari 7 posisi ($C(7,3) = 35$), lalu posisi 2 huruf K dari 4 posisi sisa ($C(4,2) = 6$), lalu T dan U di 2 posisi terakhir (2): $35 \times 6 \times 2 = 420$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (5.040): menganggap ketujuh huruf berbeda ($7!$).
• B (2.520): hanya membagi dengan $2!$ untuk huruf K.
• C (840): hanya membagi dengan $3!$ untuk huruf A.
• E (35): hanya menghitung cara memilih posisi huruf A, lalu berhenti.

No. 15 Kunci: B

Konsep: isi dulu posisi yang sudah ditetapkan; unsur yang harus berdampingan dianggap satu **blok**, lalu kalikan dengan banyak susunan di dalam blok.

Langkah 1. Posisi 1 hanya dapat diisi lukisan Bima: 1 cara.
Langkah 2. Posisi 2–6 diisi blok Laras (2 lukisan) dan 3 lukisan lain, yaitu 4 unsur: $4! = 24$ susunan.
Langkah 3. Di dalam blok, kedua lukisan Laras dapat bertukar tempat: $2! = 2$.
Langkah 4. Banyak susunan $= 1 \times 24 \times 2 = 48$.

Cek ulang: blok Laras dapat menempati posisi (2,3), (3,4), (4,5), atau (5,6): 4 tempat; urutan di dalam blok 2; tiga lukisan lain di 3 posisi sisa $3! = 6$; $4 \times 2 \times 6 = 48$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (24): lupa bahwa dua lukisan Laras dapat bertukar tempat di dalam blok.
• C (96): menganggap lukisan Bima boleh di ujung kiri **atau** kanan.
• D (120): mengabaikan syarat berdampingan, $5!$.
• E (240): mengabaikan syarat posisi paling kiri, $5! \times 2$.

No. 16 Kunci: A

Konsep: tiga titik membentuk segitiga bila **tidak segaris**. Hitung semua pilihan 3 titik, lalu kurangkan pilihan yang ketiga titiknya terletak pada satu garis.

Langkah 1. Semua pilihan 3 titik dari 9 titik: $C(9,3) = 84$.
Langkah 2. Ketiganya di garis g: $C(4,3) = 4$; ketiganya di garis h: $C(5,3) = 10$.
Langkah 3. Banyak segitiga $= 84 - 4 - 10 = 70$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang (cara langsung): 2 titik di g dan 1 di h: $C(4,2) \times 5 = 30$; 1 titik di g dan 2 di h: $4 \times C(5,2) = 40$; jumlahnya 70 ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (30) dan C (40): hanya menghitung salah satu kasus (dua titik di g, atau dua titik di h).
• D (74): hanya mengurangkan pilihan tiga titik segaris di garis h.
• E (84): lupa bahwa tiga titik segaris tidak membentuk segitiga.

No. 17 Kunci: A, B, D

Konsep: bila menukar dua orang terpilih menghasilkan susunan berbeda (jabatan berbeda), pakai permutasi $P(n,r)$; bila tidak (tugas sama), pakai kombinasi $C(n,r)$.

Langkah – periksa setiap pernyataan.
• A: ketua dan pencatat berbeda jabatan: $P(9,2) = 9 \times 8 = 72$ ✓.
• B: 3 dari 5 siswa kelas XI: $C(5,3) = 10$ ✓.
• C: $C(9,3) = \frac{9\times8\times7}{3!} = 84$, bukan 504 ✗ (504 adalah $P(9,3)$, seolah-olah ketiganya berbeda jabatan).
• D: komplemen dari "tidak ada siswa kelas X" (semuanya kelas XI): $84 - 10 = 74$ ✓.
• E: $C(4,2) \times C(5,1) = 6 \times 5 = 30$, bukan 11 ✗ (11 diperoleh bila $6 + 5$ dijumlahkan).

Cek ulang D: hitung langsung: 1 kelas X ($4 \times 10 = 40$) + 2 kelas X ($6 \times 5 = 30$) + 3 kelas X (4) $= 74$ ✓.

Jawaban: A, B, D.

Jebakan: memakai permutasi untuk tugas tanpa jabatan (C), dan menjumlahkan dua pilihan yang seharusnya dikalikan karena dilakukan bersama-sama (E).

No. 18 Kunci: 1S 2B 3B

Konsep: susunan melingkar n unsur ada $(n-1)!$, karena memutar meja tidak mengubah susunan. Kunci posisi satu orang, lalu susun sisanya.

Pernyataan 1. $(6-1)! = 5! = 120$, bukan $6! = 720$ (720 adalah susunan berjajar) → **Salah**.
Pernyataan 2. Dimas–Haruka menjadi satu blok, sehingga ada 5 unsur melingkar: $(5-1)! = 24$; di dalam blok ada 2 urutan; $24 \times 2 = 48$ → **Benar**.
Pernyataan 3. Kunci satu siswa Indonesia di sebuah kursi. Dua siswa Indonesia lainnya mengisi dua kursi berselang (setiap kursi kedua) dengan $2! = 2$ cara, dan tiga siswa Jepang mengisi tiga kursi di antaranya dengan $3! = 6$ cara: $2 \times 6 = 12$ → **Benar**.

Cek ulang pernyataan 2: dari 120 susunan, Haruka duduk di salah satu dari 5 kursi selain Dimas secara sama mungkin, dan 2 kursi di antaranya bersebelahan dengan Dimas: $\frac{2}{5} \times 120 = 48$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: memakai rumus berjajar $n!$ untuk meja bundar (pernyataan 1); pada pernyataan 3, menghitung $3! \times 3! = 36$ tanpa mengunci satu posisi, atau $2 \times 3! \times 3!$ seperti susunan berjajar berselang-seling.

No. 19 Kunci: C

Konsep: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$ dengan $n(S)$ banyak **kartu** (setiap kartu sama mungkin terambil), bukan banyak nomor yang berbeda.

Langkah 1. $n(S) = 12$ kartu.
Langkah 2. Kartu bernomor prima: 2, 3, 3, 5, 7, 11 → $n(A) = 6$ kartu (kedua kartu bernomor 3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dihitung; 1 dan 9 bukan prima).

Langkah 3. $P = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$.

Cek ulang: kartu bukan prima: 1, 4, 6, 9, 9, 10 → 6 kartu; $6 + 6 = 12$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A ($\frac{1}{3}$): hanya menghitung bilangan prima ganjil yang berbeda (3, 5, 7, 11), lupa 2 dan kartu 3 yang kedua.

• B ($\frac{5}{12}$): menghitung nomor prima yang berbeda (2, 3, 5, 7, 11), padahal ada dua kartu bernomor 3.

• D ($\frac{7}{12}$): menganggap 1 bilangan prima.

• E ($\frac{2}{3}$): menganggap 9 bilangan prima karena ganjil.

No. 20 Kunci: E

Konsep: peluang empiris = frekuensi relatif; frekuensi harapan $= n \times P(A)$.

Langkah 1. $P(\text{retak}) = \frac{24}{600} = 0{,}04$, sehingga $P(\text{tidak retak}) = 1 - 0{,}04 = 0{,}96$.

Langkah 2. Frekuensi harapan tidak retak $= 450 \times 0{,}96 = 432$ cangkir.

Cek ulang: yang diharapkan retak $450 \times 0{,}04 = 18$; $432 + 18 = 450$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (18): banyak cangkir yang diharapkan **retak**, bukan yang tidak retak.

• B (426): $450 - 24$, memakai banyak cangkir retak dari catatan lama tanpa menyesuaikan dengan 450 cangkir.

• C (446): $450 - 4$, menganggap 4% berarti 4 cangkir.

• D (576): $600 - 24$, memakai banyak cangkir pada catatan lama, bukan 450.

No. 21 Kunci: D

Konsep: "tepat satu" berarti hanya kucing **atau** hanya ikan hias, tidak termasuk irisan. Peluang $= \frac{n(A)}{n(S)}$.

Langkah 1. Hanya kucing = 14; hanya ikan hias = 11.

Langkah 2. Tepat satu jenis $= 14 + 11 = 25$ siswa.

Langkah 3. $P = \dfrac{25}{45} = \dfrac{5}{9}$.

Cek ulang: $14 + 6 + 11 + 14 = 45$ ✓; dengan rumus gabungan, paling sedikit satu $= \frac{20+17-6}{45} = \frac{31}{45}$, dikurangi keduanya $\frac{6}{45}$, menjadi $\frac{25}{45}$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A ($\frac{2}{15} = \frac{6}{45}$): peluang memelihara **keduanya**.

• B ($\frac{14}{45}$): hanya daerah "kucing saja" (atau daerah luar, yang juga 14).

• C ($\frac{31}{45}$): peluang memelihara **paling sedikit satu** jenis, irisan ikut terhitung.

• E ($\frac{37}{45}$): menjumlahkan $20 + 17$ tanpa mengurangkan irisan.

No. 22 Kunci: A

Konsep: tanpa pengembalian, isi toples berubah setelah pengambilan pertama; peluang jalur = hasil kali peluang setiap cabang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. Dari gambar: 4 permen jahe dan 6 permen kopi, seluruhnya 10.
Langkah 2. Pertama jahe: $\frac{4}{10}$. Sisa 9 permen, permen kopi tetap 6, sehingga kedua kopi: $\frac{6}{9}$.
Langkah 3. $P = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$.

Cek ulang dengan kombinasi: urutan (jahe, kopi) termasuk $4 \times 6 = 24$ dari $10 \times 9 = 90$ pasangan berurutan yang sama mungkin: $\frac{24}{90} = \frac{4}{15}$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B ($\frac{2}{15}$): mengurangi banyak permen kopi menjadi 3, padahal yang berkurang permen jahe.
• C ($\frac{2}{9}$): mengurangi permen kopi menjadi 5 setelah permen jahe terambil.
• D ($\frac{6}{25}$): menghitung seolah-olah permen dikembalikan, $\frac{4}{10} \times \frac{6}{10}$.
• E ($\frac{8}{15}$): peluang mendapat dua rasa berbeda dalam urutan apa pun (jahe–kopi atau kopi–jahe), padahal urutannya ditentukan.

No. 23 Kunci: B

Konsep: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; untuk kejadian saling bebas, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Langkah 1. A = mata dadu lebih dari 4 (5 atau 6): $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. B = sisi angka: $P(B) = \frac{1}{2}$.
Langkah 2. A dan B saling bebas: $P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.
Langkah 3. $P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2+3-1}{6} = \frac{2}{3}$.

Cek ulang dengan komplemen: tidak terjadi keduanya = mata dadu ≤ 4 **dan** sisi gambar: $\frac{4}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$, sehingga $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A ($\frac{5}{6}$): menjumlahkan $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ tanpa mengurangkan irisan (kejadiannya tidak saling lepas).
• C ($\frac{1}{2}$): hanya peluang sisi angka.
• D ($\frac{1}{3}$): hanya peluang mata dadu lebih dari 4.
• E ($\frac{1}{6}$): peluang kedua kejadian terjadi **bersama-sama** ("dan"), bukan "atau".

No. 24 Kunci: C, E

Konsep: bila A dan B saling bebas, maka A, B, dan komplemennya juga saling bebas, sehingga peluang irisannya = hasil kali peluang masing-masing. $P(A^c) = 1 - P(A)$.

Langkah 1. $P(A^c) = 0{,}1$ dan $P(B^c) = 0{,}2$.
Langkah 2 – periksa setiap pernyataan.
• A: $P(A^c \cap B^c) = 0{,}1 \times 0{,}2 = 0{,}02$, bukan $0{,}28$ ✗ ($0{,}28 = 1 - 0{,}72$ adalah peluang "tidak keduanya terjadi", bukan "keduanya tidak terjadi").
• B: $P(A \cap B^c) = 0{,}9 \times 0{,}2 = 0{,}18$, bukan $0{,}08$ ✗ ($0{,}08 = P(A^c \cap B)$, peluangnya tertukar).
• C: $P(A \cap B) = 0{,}9 \times 0{,}8 = 0{,}72$ ✓.
• D: $P(B^c) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$, bukan $0{,}1$ ✗ ($0{,}1$ adalah $P(A^c)$).
• E: $P(A \cup B) = 1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$ ✓.

Cek ulang E: $0{,}9 + 0{,}8 - 0{,}72 = 0{,}98$ ✓.

Jawaban: C, E.

Jebakan: "keduanya tidak terjadi" ($A^c \cap B^c$) dikacaukan dengan "tidak keduanya terjadi" (komplemen $A \cap B$), dan komplemen kejadian yang satu tertukar dengan yang lain.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 25 Kunci: 1S 2B 3S

Konsep: pengambilan **sekaligus** tidak memperhatikan urutan dan tidak mengembalikan lampu, sehingga ruang sampel dan kejadian dihitung dengan kombinasi.

Langkah 1. $n(S) = C(8,3) = \frac{8\times7\times6}{6} = 56$. Ada 5 lampu baik dan 3 cacat.

Pernyataan 1. Ketiganya baik: $\frac{C(5,3)}{56} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$. Nilai $\left(\frac{5}{8}\right)^3$ hanya berlaku bila setiap lampu dikembalikan sebelum pengambilan berikutnya → **Salah**.

Pernyataan 2. Tepat satu cacat = 1 cacat **dan** 2 baik: $\frac{C(3,1)\times C(5,2)}{56} = \frac{3\times10}{56} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$ → **Benar**.

Pernyataan 3. Paling sedikit dua cacat = tepat 2 cacat atau 3 cacat: $\frac{C(3,2)\times C(5,1)+C(3,3)}{56} = \frac{15+1}{56} = \frac{2}{7}$, bukan $\frac{1}{14}$ → **Salah**.

Cek ulang: banyak cara untuk 0, 1, 2, 3 lampu cacat: $10 + 30 + 15 + 1 = 56$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 1, memakai perkalian peluang dengan pengembalian; pada pernyataan 3, $\frac{1}{14} = \frac{3+1}{56}$ diperoleh bila lupa mengalikan $C(3,2)$ dengan $C(5,1)$ untuk memilih lampu baik yang ketiga.

Simulasi 1 — Soal Asli TKA 2025

No. 1 Kunci: C

Langkah 1 – Tuliskan anggota setiap himpunan.

- A = bilangan asli yang kurang dari 6, jadi $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- B = bilangan cacah yang genap. Bilangan cacah dimulai dari 0, dan 0 termasuk bilangan genap, jadi $B = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$.
- C = bilangan prima yang tidak lebih dari 10, jadi $C = \{2, 3, 5, 7\}$ (ingat: 1 bukan bilangan prima).

Langkah 2 – Hitung irisan $A \cap B$ (anggota yang ada di A **dan** sekaligus di B).
$A \cap B = \{2, 4\}$. Angka 0 tidak ikut karena 0 bukan anggota A.

Langkah 3 – Gabungkan dengan C (semua anggota yang ada di $A \cap B$ **atau** di C, anggota yang sama ditulis sekali saja).
$(A \cap B) \cup C = \{2, 4\} \cup \{2, 3, 5, 7\} = \{2, 3, 4, 5, 7\}$

Jawaban: C.

Jebakan yang sering terjadi: memasukkan 0 (padahal 0 bukan bilangan asli sehingga gugur saat diiris dengan A) atau memasukkan 10 (10 bukan bilangan prima).

No. 2 Kunci: C

Ide utama: ubah semua bilangan ke basis prima yang sama (2 dan 3), lalu pakai sifat eksponen.

Sifat yang dipakai:

- $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Langkah 1 – Ubah ke basis prima.
$8 = 2^3$ sehingga $8^{\frac{3}{2}} = (2^3)^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{9}{2}}$
$9 = 3^2$ sehingga $9^{\frac{5}{6}} = (3^2)^{\frac{5}{6}} = 3^{\frac{10}{6}} = 3^{\frac{5}{3}}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 2 – Kelompokkan basis yang sama.

$$\frac{3^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{9}{2}}}{2^{\frac{5}{2}} \times 3^{\frac{5}{3}}} = 3^{\frac{2}{3}-\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{9}{2}-\frac{5}{2}} = 3^{-1} \times 2^{2}$$

Langkah 3 – Hitung.

$$3^{-1} \times 2^{2} = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$$

Jawaban: C.

No. 3 Kunci: 1B 2S 3B

Langkah 1 – Sederhanakan rumus operasinya.

$(a-b)^2 + 2ab = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab = a^2 + b^2$

Jadi $a \odot b = \dfrac{a^2+b^2}{a+b}$.

Langkah 2 – Gunakan $a \odot 2 = 5$.

$$\frac{a^2+4}{a+2} = 5 \Rightarrow a^2 + 4 = 5a + 10 \Rightarrow a^2 - 5a - 6 = 0$$

Faktorkan: $(a-6)(a+1) = 0$, sehingga $a = 6$ atau $a = -1$.

Karena a tidak negatif, maka $a = 6$.

Cek: $6 \odot 2 = \dfrac{36+4}{6+2} = \dfrac{40}{8} = 5$ ✓

Langkah 3 – Periksa setiap pernyataan dengan $a = 6$.

1. $6 = 2 \times 3$, jadi 6 kelipatan 3 → **Benar**.

2. 6 habis dibagi 1, 2, 3, dan 6 (punya lebih dari dua faktor), jadi 6 bukan bilangan prima → **Salah**.

3. $6 \odot 0 = \dfrac{6^2+0^2}{6+0} = \dfrac{36}{6} = 6$ → **Benar**.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

No. 4 Kunci: D

Ide utama: yang diketahui adalah nilai y (peningkatan suhu), yang dicari adalah x (tahun).

Langkah 1 – Substitusi $y = 0{,}7$.

$0{,}7 = 0{,}02x - 39{,}9$

Langkah 2 – Pindahkan konstanta.

$0{,}02x = 0{,}7 + 39{,}9 = 40{,}6$

Langkah 3 – Bagi dengan 0,02. Membagi dengan 0,02 sama dengan mengalikan dengan 50.

$x = 40{,}6 \times 50 = 2030$

Cek: $0{,}02 \times 2030 - 39{,}9 = 40{,}6 - 39{,}9 = 0{,}7$ ✓

Jawaban: D (tahun 2030).

No. 5 Kunci: B

Kunci memahami soal: potongan $y = 0{,}9x$ hanya untuk 50 pendaftar pertama, dan potongan nilai rapor $g(y)$ adalah **tambahan** dari potongan itu (dihitung dari y). Andi, Budi, Cici, dan Dini datang **setelah** pendaftar ke-50, jadi mereka membayar **harga normal** x tanpa potongan.

Langkah 1 – Cari harga normal x dari data Fira.

Fira pendaftar ke-50, jadi mendapat potongan $y = 0{,}9x$. Nilai rapor Fira tidak diketahui, sehingga ada tiga kemungkinan:

• Fira tidak mendapat tambahan potongan: $0{,}9x = 180.000 \Rightarrow x = 200.000$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Nilai rapor Fira 85–90: $0{,}8 \times 0{,}9x = 0{,}72x = 180.000 \Rightarrow x = 250.000$
• Nilai rapor Fira di atas 90: $0{,}7 \times 0{,}9x = 0{,}63x = 180.000 \Rightarrow x \approx 285.714$

Langkah 2 – Pahami kata "pasti".
Siswa yang *pasti* dapat ikut adalah siswa yang uangnya cukup untuk kemungkinan harga **paling mahal**, yaitu sekitar Rp285.714.

Langkah 3 – Bandingkan uang setiap siswa dengan Rp285.714.
• Andi: Rp285.000 < Rp285.714 → belum tentu cukup.
• Budi: Rp286.000 > Rp285.714 → pasti cukup.
• Cici: Rp280.000 < Rp285.714 → belum tentu cukup.
• Dini: Rp287.000 > Rp285.714 → pasti cukup.

Jawaban: B (Dini dan Budi).

Catatan: nilai rapor Andi–Dini tidak berpengaruh karena tambahan potongan $g(y)$ hanya berlaku bagi pendaftar yang sudah mendapat potongan pendaftar awal. Angka 285.000, 286.000, dan 287.000 sengaja dibuat sangat dekat dengan 285.714 untuk menguji ketelitian.

No. 6 Kunci: C

Ide utama: banyak kertas setiap baris bertambah dengan jumlah yang sama, jadi membentuk **barisan aritmetika**.

Langkah 1 – Tentukan suku pertama dan beda.
Suku pertama $a = U_1 = 400$
Beda $b = U_2 - U_1 = 550 - 400 = 150$

Langkah 2 – Gunakan rumus suku ke-n.
$U_n = a + (n-1)b$
$U_5 = 400 + (5-1) \times 150 = 400 + 600 = 1.000$

Bisa juga dicek dengan menuliskan barisannya: 400, 550, 700, 850, **1.000**, 1.150, 1.300.

Langkah 3 – Ubah ke banyak orang. Setiap penonton memegang satu lembar, jadi di baris ke-5 ada 1.000 orang.

Jawaban: C.

Catatan: informasi "sampai baris ketujuh" hanya batas berlakunya pola. Pilihan E (1.300) adalah banyak di baris ke-7, bukan baris ke-5.

No. 7 Kunci: C, D

Ide utama: turun 20% setiap hari artinya kadar hari berikutnya tinggal $100\% - 20\% = 80\% = 0{,}8$ kali kadar hari sebelumnya. Ini **barisan geometri** (peluruhan) dengan rasio $0{,}8$, bukan berkurang tetap 2,6 setiap hari.

Rumus: kadar hari ke-n adalah $K_n = 13 \times 0{,}8^{\,n-1}$

Langkah 1 – Hitung kadar setiap hari.

Hari ke-	Perhitungan	Kadar (mg/dL)
1	13	13
2	13 × 0,8	10,4
3	10,4 × 0,8	8,32
4	8,32 × 0,8	6,656
5	6,656 × 0,8	5,3248
6	5,3248 × 0,8	4,25984

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 2 – Terapkan syarat.
"Nyaman tetapi belum sembuh" artinya kadar **di bawah 7** tetapi **belum kurang dari 5**, yaitu $5 \leq K_n < 7$.
• Hari ke-4: 6,656 → memenuhi.
• Hari ke-5: 5,3248 → memenuhi.
• Hari ke-6: 4,26 < 5 → sudah sembuh, tidak memenuhi.
• Hari ke-2 dan ke-3: masih di atas 7 → belum nyaman.

Jawaban: Hari ke-4 dan Hari ke-5.

Jebakan: jika 20% dihitung dari 13 terus (berkurang tetap 2,6 per hari), hasilnya keliru karena persentase selalu dihitung dari kadar hari sebelumnya.

No. 8 Kunci: B

Langkah 1 – Baca titik potong dari gambar.
Garis f melalui $A(-4, 0)$ dan $B(0, 2)$. Garis g melalui $B(0, 2)$ dan $C(2, 0)$. Daerah arsir adalah segitiga ABC yang berada di atas sumbu-x.

Langkah 2 – Tentukan persamaan garis dengan rumus titik potong sumbu: garis yang memotong sumbu-x di $(p, 0)$ dan sumbu-y di $(0, q)$ adalah $qx + py = pq$.
• Garis f: $p = -4, q = 2 \rightarrow 2x - 4y = -8 \rightarrow x - 2y = -4$.
• Garis g: $p = 2, q = 2 \rightarrow 2x + 2y = 4 \rightarrow x + y = 2$.

Langkah 3 – Tentukan arah tanda dengan titik uji di dalam daerah arsir, misalnya $(0, 1)$.
• $x - 2y = 0 - 2 = -2 \geq -4$ ✓ $\rightarrow x - 2y \geq -4$
• $x + y = 0 + 1 = 1 \leq 2$ ✓ $\rightarrow x + y \leq 2$
• Daerah ada di atas sumbu-$x \rightarrow y \geq 0$

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah:
• A: syarat $x \geq 0$ membuang bagian arsir di kiri sumbu-y (dari $x = -4$ sampai $x = 0$).
• C: tanda $x + y \geq 2$ terbalik (daerah arsir ada di bawah garis g).
• D dan E: garis $2x - y = 4$ tidak ada pada gambar.

No. 9 Kunci: D

Langkah 1 – Hitung isi setiap buket dari gambar.
• Buket A: 2 mawar, 3 lili, 1 anyelir → Rp85.000
• Buket B: 1 mawar, 2 lili, 2 anyelir → Rp70.000
• Buket C: 3 mawar, 1 lili, 1 anyelir → Rp75.000

Langkah 2 – Susun SPLTV (dalam ribuan rupiah), misalkan m = harga mawar, l = harga lili, a = harga anyelir.
(1) $2m + 3l + a = 85$
(2) $m + 2l + 2a = 70$
(3) $3m + l + a = 75$

Langkah 3 – Eliminasi.
(1) – (3): $-m + 2l = 10 \rightarrow m = 2l - 10$
Substitusi ke (3): $3(2l - 10) + l + a = 75 \rightarrow 7l + a = 105 \rightarrow a = 105 - 7l$
Substitusi ke (2): $(2l - 10) + 2l + 2(105 - 7l) = 70$
$4l - 10 + 210 - 14l = 70 \rightarrow -10l = -130 \rightarrow l = 13$
Maka $m = 2(13) - 10 = 16$ dan $a = 105 - 91 = 14$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek: (1) $32 + 39 + 14 = 85$ ✓, (2) $16 + 26 + 28 = 70$ ✓, (3) $48 + 13 + 14 = 75$ ✓
Jadi mawar Rp16.000, lili Rp13.000, anyelir Rp14.000 per tangkai.

Langkah 4 – Hitung total.
Buket C + 2 lili + 1 anyelir $= 75.000 + 2(13.000) + 14.000 = 115.000$

Jawaban: D (Rp115.000,00).

No. 10 Kunci: C, D, E

Langkah 1 – Kenali sudut-sudut di titik potong. Garis miring memotong garis sejajar bagian tengah di satu titik dan membentuk empat sudut: $\angle F$ (kiri atas), $\angle E$ (kanan atas), $\angle B$ (kiri bawah), dan $\angle D$ (kanan bawah). Misalkan $\angle F = \theta$.
• $\angle F$ dan $\angle D$ bertolak belakang → $\angle D = \theta$.
• $\angle F$ dan $\angle E$ berpelurus (satu garis lurus) → $\angle E = 180^\circ - \theta$.
• $\angle E$ dan $\angle B$ bertolak belakang → $\angle B = 180^\circ - \theta$.

Langkah 2 – Hubungkan dengan $\angle C$ dan $\angle A$.
• Kedua garis bertanda panah sejajar, maka $\angle C$ dan $\angle F$ adalah sudut sehadap → $\angle C = \theta$.
• Segitiga besar siku-siku di pojok kiri bawah, sehingga $\angle A + \angle C = 90^\circ \rightarrow \angle A = 90^\circ - \theta$.

Langkah 3 – Uji setiap pasangan.
• $\angle A + \angle B = (90^\circ - \theta) + (180^\circ - \theta) = 270^\circ - 2\theta$ → bukan 180° (hanya 180° jika $\theta = 45^\circ$, dan pada gambar $\angle C$ jelas bukan 45°).
• $\angle A + \angle E = 270^\circ - 2\theta$ → bukan 180°.
• $\angle B + \angle C = (180^\circ - \theta) + \theta = 180^\circ$ ✓
• $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ✓ (berpelurus, satu garis lurus)
• $\angle E + \angle C = (180^\circ - \theta) + \theta = 180^\circ$ ✓

Jawaban: ∠B dan ∠C, ∠B dan ∠D, ∠E dan ∠C.

No. 11 Kunci: B, E

Langkah 1 – Kenali titik sudut kamar (bentuk balok).
Lantai: $ABCD$ (D adalah pojok belakang di bawah). Langit-langit: $EFGH$, dengan E di atas A, F di atas B, G di atas C, dan H di atas D.
Dinding kamar: $ADHE$ (kiri belakang, ada jendela), $CDHG$ (kanan belakang), $ABFE$ (kiri depan), dan $BCGF$ (kanan depan).

Langkah 2 – Tentukan letak rak. Rak buku gantung menempel pada dinding $CDHG$ (dinding yang sama dengan lemari).

Langkah 3 – Cari dinding yang sejajar dengan rak.
• $CDHG$ adalah dinding tempat rak itu sendiri (sejajar dengan rak).
• $ABFE$ berhadapan dengan $CDHG$ ($AB \parallel DC$ dan $AE \parallel DH$), jadi juga sejajar dengan rak.
Kedua dinding ini tidak boleh dipakai.

Langkah 4 – Dinding yang tersisa: $BCGF$ dan $ADHE$. Keduanya tegak lurus terhadap dinding rak, sehingga tidak sejajar dengan rak.
$BCFA$ bukan dinding: titik A, B, C ada di lantai, sedangkan F di langit-langit.

Jawaban: BCGF dan ADHE.

No. 12 Kunci: B

Langkah 1 – Pasangkan sisi-sisi yang bersesuaian. Urutan huruf $KLMN \sim NMPO$ berarti $K \leftrightarrow N, L \leftrightarrow M, M \leftrightarrow P, N \leftrightarrow O$. Jadi:
$KL \leftrightarrow NM, LM \leftrightarrow MP, MN \leftrightarrow PO, NK \leftrightarrow ON$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 2 – Cari panjang NM. Perbandingan sisi sejajarnya:

$$\frac{NM}{KL} = \frac{PO}{MN} \Rightarrow NM^2 = KL \times PO = 32 \times 18 = 576 \Rightarrow NM = 24 \text{ cm}$$

Skala trapesium kecil terhadap trapesium besar: $k = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$.

Langkah 3 – Hitung LM dengan Pythagoras. Trapesium $KLMN$ siku-siku di K dengan tinggi $KN = 16$ cm. Selisih sisi sejajar: $KL - NM = 32 - 24 = 8$ cm.

$$LM = \sqrt{8^2 + 16^2} = \sqrt{64 + 256} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5} \text{ cm}$$

Cek: MP seharusnya $\frac{3}{4} \times 8\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$. Dari gambar,

$$MP = \sqrt{(24-18)^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \text{ (tinggi } ON = \frac{3}{4} \times 16 = 12) \checkmark$$

Jawaban: B.

No. 13 Kunci: 1S 2B 3S

Langkah 1 – Hitung panjang sisi miring tempat pot diletakkan. Sisi miring menghubungkan ujung atas sisi 500 cm dan ujung atas sisi 350 cm.

- Jarak mendatar = 360 cm
- Selisih tinggi = 500 – 350 = 150 cm

$$\text{sisi miring} = \sqrt{360^2 + 150^2} = \sqrt{129.600 + 22.500} = \sqrt{152.100} = 390 \text{ cm}$$

(Cara cepat: $150 : 360 = 5 : 12$, tripel Pythagoras 5-12-13, jadi sisi miring $= 13 \times 30 = 390$ cm.)

Langkah 2 – Banyak pot = panjang sisi ÷ diameter pot (pot dijajarkan bersentuhan).

- Jahe: $390 \div 15 = 26$ pot. Banyak tanaman jahe yang bisa ditanam adalah 26, bukan 25 → **Salah**.
- Kunyit: $390 \div 26 = 15$ pot → **Benar**.
- Lengkuas: $390 \div 30 = 13$ pot, bukan 10 → **Salah**.

Jawaban: Salah, Benar, Salah.

No. 14 Kunci: B

Ide utama: yang diketahui adalah bayangan akhir $B'(-4, 1)$ (dibaca dari gambar). Kita kerjakan **mundur**: batalkan transformasi terakhir lebih dulu.

Rumus yang dipakai:

- Rotasi 180° terhadap $O(0,0)$: $(x, y) \to (-x, -y)$. Arah searah atau berlawanan jarum jam tidak berpengaruh untuk 180°.
- Refleksi terhadap garis $y = k$: $(x, y) \to (x, 2k - y)$.

Langkah 1 – Batalkan rotasi 180° (kebalikannya adalah rotasi 180° juga):
$B'(-4, 1) \to (4, -1)$. Ini titik hasil refleksi.

Langkah 2 – Batalkan refleksi terhadap $y = 1$ (kebalikannya adalah refleksi yang sama):
$(4, -1) \to (4,\ 2(1) - (-1)) = (4, 3)$.

Cek maju: $B(4, 3)$ direfleksikan terhadap $y = 1 \to (4, -1)$, lalu dirotasi 180° $\to (-4, 1) = B'$ ✓

Jawaban: B, yaitu $B(4, 3)$.

Jebakan: pilihan A $(4, -1)$ adalah titik antara (hasil setelah refleksi), bukan titik asal B.

No. 15 Kunci: B

Langkah 1 – Pahami ukuran ruang dari gambar.

- Lebar ruang (jarak dinding pintu ke dinding papan tulis) = 4 m.
- Panjang dinding pintu = 6 m; dinding papan tulis berhadapan dengan dinding pintu sehingga panjangnya juga 6 m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Tinggi 5 m tidak dipakai, karena tali dipasang di bidang langit-langit (semua ujungnya berada pada ketinggian yang sama).

Langkah 2 – Hitung panjang satu tali. Dilihat dari atas, langit-langit berbentuk persegi panjang 4 m × 6 m. Tali dari pojok dinding pintu ke titik tengah tepi dinding papan tulis:
• bergeser melintang sejauh 4 m,
• bergeser sepanjang dinding sejauh $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ m.

$$\text{panjang tali} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

Langkah 3 – Tali kedua. Tali kedua dari pojok lain dinding pintu ke titik tengah yang sama, sehingga karena simetris panjangnya juga 5 m.

Langkah 4 – Sisa tali.
Total terpakai = 5 + 5 = 10 m. Sisa = 20 − 10 = 10 m.

Jawaban: B (10 m).

No. 16 Kunci: D

Langkah 1 – Pahami bentuknya. Ornamen terdiri atas segitiga sama kaki (alas 50 cm) dan lingkaran berdiameter 20 cm (jari-jari 10 cm) yang pusatnya tepat di tengah alas segitiga. Setengah lingkaran bagian atas berada di dalam segitiga, setengah lingkaran bagian bawah menonjol keluar.

Langkah 2 – Cari tinggi dan sisi miring segitiga.
Tinggi total 70 cm = tinggi segitiga + jari-jari lingkaran, jadi tinggi segitiga $= 70 - 10 = 60$ cm.
Setengah alas = 25 cm.

$$\text{sisi miring} = \sqrt{25^2 + 60^2} = \sqrt{625 + 3.600} = \sqrt{4.225} = 65 \text{ cm}$$

Langkah 3 – Hitung keliling luar satu ornamen (bagian yang ditempeli kayu):
• Dua sisi miring: $2 \times 65 = 130$ cm
• Bagian alas di luar lingkaran: $50 - 20 = 30$ cm
• Setengah keliling lingkaran bawah: $\frac{1}{2} \times \pi \times d = \frac{1}{2} \times 3{,}14 \times 20 = 31{,}4$ cm
Keliling satu ornamen $= 130 + 30 + 31{,}4 = 191{,}4$ cm.

Langkah 4 – Dua ornamen: $2 \times 191{,}4 = 382{,}8$ cm.

Jawaban: D.

No. 17 Kunci: C

Sifat layang-layang: diagonal yang menjadi sumbu simetri membagi diagonal lainnya menjadi dua sama panjang dan tegak lurus. Layang-layang punya dua pasang sisi sama panjang, sehingga keliling $= 2(s_1 + s_2)$.

Uji pernyataan (1) saja. Luas $= \frac{1}{2} d_1 d_2 \rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times 20 \times d_2 \rightarrow d_2 = 16$ cm. Namun letak titik potong diagonal belum diketahui, sehingga sisi bisa berbeda-beda. Contoh: diagonal 20 terbagi 10 + 10 menghasilkan sisi $\sqrt{8^2 + 10^2} = \sqrt{164}$ (keliling ≈ 51,2 cm), sedangkan terbagi 6 + 14 menghasilkan sisi 10 dan $\sqrt{260}$ (keliling ≈ 52,2 cm). Keliling tidak tunggal → **tidak cukup**.

Uji pernyataan (2) saja. Hanya diketahui satu diagonal dan satu sisi; diagonal lain dan sisi lainnya bisa berapa saja → **tidak cukup**.

Uji (1) dan (2) bersama. Diagonal 20 cm dan 16 cm, salah satu sisi 10 cm.
• Jika diagonal 20 yang dibagi dua sama (10 dan 10), setiap sisi $= \sqrt{10^2 + p^2} > 10$, jadi tidak mungkin ada sisi 10 cm.
• Maka diagonal 16 yang dibagi dua (8 dan 8), dan diagonal 20 terbagi menjadi $p + q = 20$. Sisi 10 cm: $\sqrt{8^2 + p^2} = 10 \rightarrow p = 6$, sehingga $q = 14$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Sisi lainnya $= \sqrt{8^2 + 14^2} = \sqrt{260} = 2\sqrt{65}$ cm.
• Keliling $= 2(10 + 2\sqrt{65}) = 20 + 4\sqrt{65} \approx 52{,}2$ cm → tunggal, **cukup**.

Jawaban: C.

No. 18 Kunci: B

Data dari gambar:
• Kardus: tinggi 20 cm, alas 20 cm × 30 cm.
• Bak truk: panjang 240 cm, lebar 150 cm, tinggi 120 cm.

Langkah 1 – Banyak tumpukan ke atas. Posisi atas kardus tidak boleh dibalik, jadi tinggi kardus selalu 20 cm.
$120 \div 20 = 6$ lapis.

Langkah 2 – Banyak kardus per lapis. Alas kardus 20 × 30 boleh diputar (menghadap depan atau samping).
• Cara 1: sisi 30 sepanjang 240 → $240 \div 30 = 8$; sisi 20 sepanjang 150 → $150 \div 20 = 7$ (sisa 10 cm terbuang). Hasil $8 \times 7 = 56$ kardus.
• Cara 2: sisi 20 sepanjang 240 → $240 \div 20 = 12$; sisi 30 sepanjang 150 → $150 \div 30 = 5$ (pas). Hasil $12 \times 5 = 60$ kardus.
Batas maksimum per lapis menurut luas: $\dfrac{240 \times 150}{20 \times 30} = 60$, jadi cara 2 sudah paling penuh.

Langkah 3 – Total. $60 \times 6 = 360$ kardus.

Cek dengan volume: $\dfrac{240 \times 150 \times 120}{20 \times 20 \times 30} = \dfrac{4.320.000}{12.000} = 360$. Bak terisi penuh tanpa ruang kosong, jadi tidak mungkin lebih dari 360.

Jawaban: B.

Jebakan: pilihan A (336 = 56 × 6) muncul jika hanya mencoba cara 1.

No. 19 Kunci: D

Langkah 1 – Luas yang dilapisi stiker. Tabung tanpa alas dan tutup, jadi yang dilapisi hanya selimutnya.

$$L_{\text{selimut}} = \pi d t = \frac{22}{7} \times 14 \times 25 = 44 \times 25 = 1.100 \text{ cm}^2$$

Langkah 2 – Luas total untuk 8 lampu.
$8 \times 1.100 = 8.800$ cm²

Langkah 3 – Banyak lembar stiker.
$8.800 \div 300 = 29{,}33$ lembar. Stiker hanya dijual per lembar, jadi minimal dibeli **30 lembar**.
Potongan sisa satu lembar boleh dipakai untuk lampu lain, sehingga tidak perlu membeli per lampu.

Langkah 4 – Biaya minimal.
$30 \times 9.000 = 270.000$

Jawaban: D (Rp270.000,00).

Jebakan: jika dihitung per lampu ($1.100 \div 300 = 3{,}67 \rightarrow 4$ lembar, lalu $4 \times 8 = 32$ lembar), hasilnya Rp288.000. Itu bukan biaya minimal karena sisa potongan stiker tidak dimanfaatkan.

No. 20 Kunci: 1S 2S 3B

Langkah 1 – Baca gambar. AD tegak lurus BC. Sisi AB dan DC bertanda sama, jadi $DC = AB = 4$ cm. Sudut α ada di A pada segitiga ADC, sudut β ada di B pada segitiga ABD.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 2 – Segitiga ADC (siku-siku di D).
$\cos\alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$, sehingga $\sin\alpha = \frac{DC}{AC} = \frac{4}{5}$ (tripel 3-4-5).
Karena $DC = 4$, maka $AC = 5$ dan $AD = 3$ cm.

Langkah 3 – Segitiga ABD (siku-siku di D).
$AB = 4$ dan $AD = 3$, jadi $BD = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ cm.
Terhadap sudut β: sisi depan $= AD = 3$, sisi samping $= BD = \sqrt{7}$, sisi miring $= AB = 4$.

- $\sin\beta = \frac{3}{4}$
- $\cos\beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$
- $\tan\beta = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

Langkah 4 – Periksa pernyataan.

1. $\sin\beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ → **Salah** (itu nilai $\cos\beta$; seharusnya $\sin\beta = \frac{3}{4}$).
2. $\cos\beta = \frac{\sqrt{7}}{5}$ → **Salah** (seharusnya $\frac{\sqrt{7}}{4}$).
3. $\tan\beta = \frac{3\sqrt{7}}{7}$ → **Benar**.

Jawaban: Salah, Salah, Benar.

No. 21 Kunci: A, D

Langkah 1 – Baca data dari grafik (nilai perkiraan):

Tahun	SMA 1 Bintang	SMA 2 Bintang	SMK Kejora
2017	300	255	250
2018	310	260	285
2019	310	290	300
2020	300	310	320
2021	308	315	320
2022	310	320	325
2023	315	300	320
2024	350	300	350
2025	360	300	400

Langkah 2 – Periksa setiap pernyataan.
1. SMA 1 Bintang mulai 2020: 300 → 308 → 310 → 315 → 350 → 360, selalu naik → **tepat**.
2. 2017–2020: SMA 1 Bintang 300 → 310 → 310 → 300 (tetap lalu turun) → **tidak tepat**.
3. SMK Kejora lima tahun terakhir (2021–2025): 320 → 325 → **320** → 350 → 400, sempat turun pada 2023 → **tidak tepat**.
4. SMA 2 Bintang tiga tahun terakhir (2023–2025): 300, 300, 300 → **tepat**.
5. Tahun 2023 dibanding 2022: SMA 2 turun (320 → 300) dan SMK turun (325 → 320), tetapi SMA 1 **naik** (310 → 315) → **tidak tepat**.

Jawaban: pernyataan pertama dan keempat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 22 Kunci: B

Ide utama: karena C harus diapit A dan D, ketiganya selalu berdampingan. Anggap A–C–D sebagai **satu blok**.

Langkah 1 – Susunan di dalam blok. C harus di tengah, jadi hanya ada 2 urutan: A–C–D atau D–C–A.

Langkah 2 – Susun blok bersama pedagang lain. Yang disusun sekarang: [blok], B, dan E = 3 objek. Banyak susunan $= 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.

Langkah 3 – Kalikan (aturan perkalian).
Total $= 2 \times 6 = 12$ susunan.

Cek dengan cara lain: blok 3 stan bisa menempati stan 1–3, 2–4, atau 3–5 (3 posisi) × 2 urutan blok × $2!$ susunan B dan E $= 3 \times 2 \times 2 = 12$ ✓

Jawaban: B (12 susunan).

Jebakan: 6 (lupa membalik urutan blok), 40 (jika C hanya berada di antara A dan D tetapi tidak harus bersebelahan: $\frac{2}{6} \times 5!$), dan 120 ($5!$, semua susunan tanpa syarat).

No. 23 Kunci: 1S 2B 3B

Langkah 1 – Gunakan rata-rata.

$$\frac{4+p+5+r+6}{5} = 6 \Rightarrow 15+p+r = 30 \Rightarrow p+r = 15$$

Langkah 2 – Daftar pasangan (p, r) yang mungkin dengan syarat $2 \leq p, r \leq 10$:
$(5, 10), (6, 9), (7, 8), (8, 7), (9, 6), (10, 5)$

Langkah 3 – Gunakan syarat median 6. Urutkan data $\{4, 5, 6, p, r\}$; nilai tengah (data ke-3) harus 6.

p	r	Data terurut	Median	Memenuhi?
5	10	4, 5, 5, 6, 10	5	tidak
6	9	4, 5, 6, 6, 9	6	ya
7	8	4, 5, 6, 7, 8	6	ya
8	7	4, 5, 6, 7, 8	6	ya
9	6	4, 5, 6, 6, 9	6	ya
10	5	4, 5, 5, 6, 10	5	tidak

Jadi $p \in \{6, 7, 8, 9\}$ dan $r \in \{9, 8, 7, 6\}$.

Langkah 4 – Periksa pernyataan.
1. Selasa pasti paling banyak? Pada $(p, r) = (6, 9)$, Kamis (9) lebih banyak dari Selasa (6) → **Salah**.
2. Kamis pasti lebih dari 5? Nilai r yang mungkin 6, 7, 8, atau 9, semuanya lebih dari 5 → **Benar**.
3. Jumat dan Kamis mungkin sama? Pada $(p, r) = (9, 6)$, Kamis = 6 = Jumat → **Benar**.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

No. 24 Kunci: C

Langkah 1 – Hitung angpao berisi hadiah.
$15 + 12 + 10 + 8 = 45$ angpao

Langkah 2 – Hitung angpao kosong.
$60 - 45 = 15$ angpao

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 3 – Hitung peluang. Rini orang pertama, jadi isi kotak masih lengkap (60 angpao).

$$P(\text{kosong}) = \frac{\text{banyak angpao kosong}}{\text{banyak seluruh angpao}} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

Jawaban: C.

Jebakan: $\frac{3}{4}$ adalah peluang mendapat angpao **berisi** hadiah ($\frac{45}{60}$), bukan angpao kosong.

No. 25 Kunci: D

Ide utama: sebelum Ani sudah ada 4 orang yang mengambil. Kertas kosong selalu dikembalikan, jadi di kotak **selalu ada 5 kertas kosong**. Yang berkurang hanya kertas hadiah.

Rumus: peluang Ani mendapat hadiah $= \frac{\text{sisa kertas hadiah}}{\text{sisa seluruh kertas}}$. Awalnya ada $6 + 4 = 10$ kertas hadiah dari 15 kertas.

Uji setiap pilihan:

- A: 2 hadiah terambil (kosong kembali) → $\frac{8}{13}$
- B: 4 hadiah terambil → $\frac{6}{11}$
- C: 2 hadiah terambil → $\frac{8}{13}$
- D: hanya kertas kosong (semuanya dikembalikan) → isi kotak tetap → $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ ✓
- E: 4 hadiah terambil → $\frac{6}{11}$

Jawaban: D (4 kertas kosong).

Cara cepat: peluang awal sudah $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$. Agar peluang tetap $\frac{2}{3}$, kotak harus tidak berubah. Jika ada k kertas hadiah terambil, peluangnya menjadi $\frac{10-k}{15-k}$, yang selalu kurang dari $\frac{2}{3}$ untuk $k > 0$.

Simulasi 2 — Prediksi TKA 2026

No. 1 Kunci: C, E

Konsep: operasi baru dihitung persis menurut definisinya: bilangan **pertama** dikali 2, dikurangi bilangan **kedua**, lalu ditambah 1. Urutan bilangan penting.

Periksa setiap pernyataan.

- A: $3 \circ 5 = 2(3) - 5 + 1 = 2$, bukan 8 ✗ (8 adalah $5 \circ 3$; urutannya tertukar).
- B: $3 \circ 5 = 2$ tetapi $5 \circ 3 = 10 - 3 + 1 = 8$; hasilnya berbeda, jadi tidak komutatif ✗.
- C: $2x - 4 + 1 = 7 \to 2x = 10 \to x = 5$ ✓.
- D: ruas kiri $1 \circ 2 = 2 - 2 + 1 = 1$, lalu $1 \circ 3 = 2 - 3 + 1 = 0$. Ruas kanan $2 \circ 3 = 4 - 3 + 1 = 2$, lalu $1 \circ 2 = 1$. Karena $0 \neq 1$ ✗.
- E: $a \circ a = 2a - a + 1 = a + 1$ untuk semua a ✓.

Cek ulang C: $5 \circ 4 = 10 - 4 + 1 = 7$ ✓.

Jawaban: C, E.

Jebakan: A dan B menggoda siswa yang memperlakukan $\circ$ seperti penjumlahan/perkalian biasa (yang komutatif). D menggoda karena banyak operasi yang dikenal siswa bersifat asosiatif; selalu hitung kedua ruas.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 2 Kunci: D

Konsep: "tidak memasang panel surya" adalah komplemen P^c: semua daerah di luar lingkaran P, termasuk daerah di dalam K saja dan daerah di luar kedua lingkaran.

Langkah 1. $n(P) = 9 + 6 = 15$.
Langkah 2. $n(P^c) = 60 - 15 = 45$ (yaitu $21 + 24$).

Cek ulang: $9 + 6 + 21 + 24 = 60$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (15): banyak rumah yang **memasang** panel surya.
• B (24): hanya rumah yang tidak memasang keduanya; lupa rumah yang hanya memakai kompor listrik.
• C (36): banyak rumah yang memasang paling sedikit satu $(60 - 24)$.
• E (51): mengurangkan hanya daerah "panel surya saja" $(60 - 9)$, lupa irisan.

No. 3 Kunci: B

Konsep: rasionalkan penyebut dengan mengalikan $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$, sederhanakan akar dengan faktor kuadrat sempurna, lalu kurangkan akar yang sejenis.

Langkah 1. $\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$.
Langkah 2. $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$.
Langkah 3. $6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

Cek ulang: $18 : 1{,}732 \approx 10{,}392$ dan $\sqrt{48} \approx 6{,}928$; selisihnya $3{,}464 = 2 \times 1{,}732$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: salah tanda, kedua suku dijumlahkan $(6\sqrt{3} + 4\sqrt{3})$.
• C: lupa membagi dengan 3 saat merasionalkan $(18\sqrt{3} - 4\sqrt{3})$.
• D: menganggap $\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18}{3} = 6$ (akarnya hilang).
• E: menulis $\frac{18}{\sqrt{3}} = \sqrt{108}$ dengan benar, tetapi lalu mengurangkan bilangan di dalam akar: $\sqrt{108 - 48} = \sqrt{60}$.

No. 4 Kunci: D

Konsep: setiap rangkaian memberi satu persamaan linear; dua rangkaian → SPLDV.

Langkah 1 – baca gambar. Rangkaian A: 2 lokomotif + 8 gerbong = 192 m. Rangkaian B: 1 lokomotif + 10 gerbong = 216 m. Misalkan ℓ = panjang lokomotif, g = panjang gerbong:
$2\ell + 8g = 192$ dan $\ell + 10g = 216$.
Langkah 2 – eliminasi. Kalikan persamaan kedua dengan 2: $2\ell + 20g = 432$. Kurangkan persamaan pertama: $12g = 240 \rightarrow g = 20$. Maka $\ell = 216 - 200 = 16$.
Langkah 3. $\ell + 6g = 16 + 120 = 136$ m.

Cek ulang: $2(16) + 8(20) = 32 + 160 = 192$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (96): memakai panjang lokomotif untuk gerbong (6×16).
• B (116): nilai ℓ dan g tertukar $(20 + 6 \times 16)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- C (120): hanya 6 gerbong, lupa lokomotif.
- E (152): memakai 2 lokomotif seperti rangkaian A ($32 + 120$).

No. 5 Kunci: C

Konsep: nilai maksimum fungsi objektif pada daerah tertutup dicapai di salah satu titik pojok. Titik potong garis dengan sumbu yang berada **di luar** daerah tidak dihitung.

Langkah 1 – persamaan garis. Garis merah melalui $(6, 0)$ dan $(0, 9)$: $9x + 6y = 54 \rightarrow 3x + 2y = 18$. Garis biru melalui $(10, 0)$ dan $(0, 5)$: $5x + 10y = 50 \rightarrow x + 2y = 10$.
Langkah 2 – titik potong. $(3x + 2y) - (x + 2y) = 18 - 10 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4, y = 3$.
Langkah 3 – uji titik pojok. $(0, 0) \rightarrow 0$; $(6, 0) \rightarrow 24$; $(4, 3) \rightarrow 16 + 15 = 31$; $(0, 5) \rightarrow 25$. Maksimum 31.

Cek ulang: $(4, 3)$ memenuhi $3(4) + 2(3) = 18$ dan $4 + 2(3) = 10$ ✓ — tepat pada kedua garis.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (24) dan B (25): nilai di titik pojok pada sumbu, bukan yang terbesar.
- D (40): memakai titik $(10, 0)$ dari garis biru, padahal titik itu di luar daerah (melanggar garis merah).
- E (45): memakai titik $(0, 9)$ dari garis merah, juga di luar daerah.

No. 6 Kunci: B

Konsep: cari h yang membuat nilai fungsi sama dengan 30, yaitu selesaikan $K(h) = 30$.

Langkah 1. $150 - 6h = 30$.
Langkah 2. $6h = 120 \rightarrow h = 20$.

Cek ulang: $K(20) = 150 - 120 = 30$ ✓. Setiap hari kuota berkurang 6 kWh, dan dari 150 ke 30 berkurang 120 kWh, jadi $120 : 6 = 20$ hari ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (5): $30 : 6$, memakai sisa kuota, bukan kuota yang terpakai.
- C (21): menambah satu hari tanpa alasan (mengira pengisian dilakukan sehari sesudahnya).
- D (25): $150 : 6$, waktu sampai kuota habis (nol), bukan sampai 30 kWh.
- E (30): salah tanda, $6h = 150 + 30$.

No. 7 Kunci: B

Konsep: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$: fungsi f dikerjakan dulu, lalu hasilnya masuk ke g. Untuk mencari g, misalkan $u = f(x)$ lalu nyatakan x dalam u. Setelah itu $g^{-1}(14)$ adalah nilai u yang membuat $g(u) = 14$.

Langkah 1. Misalkan $u = 2x - 1$, maka $x = \dfrac{u + 1}{2}$.

Langkah 2. $g(u) = 6 \cdot \dfrac{u + 1}{2} - 1 = 3u + 3 - 1 = 3u + 2$.

Langkah 3. $g(u) = 14 \rightarrow 3u + 2 = 14 \rightarrow u = 4$. Jadi $g^{-1}(14) = 4$.

Cek ulang: $g(f(x)) = 3(2x - 1) + 2 = 6x - 1$ ✓ dan $g(4) = 14$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A ($\frac{5}{2}$): menyelesaikan $(g \circ f)(x) = 14$, yaitu mencari x, bukan u.
- C ($\frac{14}{3}$): urutan komposisi tertukar ($f(g(x)) = 2g(x) - 1 = 6x - 1 \rightarrow g(x) = 3x$).
- D (6): substitusi salah $x = \frac{u-1}{2}$, sehingga $g(u) = 3u - 4$.
- E (44): menghitung $g(14)$, bukan $g^{-1}(14)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 8 Kunci: B, C, E

Konsep: barisan aritmetika dengan $a = 2$ km dan $b = 0{,}25$ km: $U_n = a + (n-1)b$ dan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$.

Periksa setiap pernyataan.

• A: $2 + 0{,}25(n-1) = 10 \to n - 1 = 32 \to n = 33$, bukan 40 ✗ (40 berasal dari $10 : 0{,}25$, lupa jarak awal 2 km).

• B: $U_9 = 2 + 8(0{,}25) = 4$ km ✓.

• C: $S_8 = \frac{8}{2}(4 + 7 \times 0{,}25) = 4 \times 5{,}75 = 23$ km ✓.

• D: $U_{20} = 2 + 19(0{,}25) = 6{,}75$ dan $U_{10} = 2 + 9(0{,}25) = 4{,}25$; $2 \times 4{,}25 = 8{,}5 \neq 6{,}75$ ✗ (barisan aritmetika tidak sebanding dengan n).

• E: $U_n = 2 + 0{,}25n - 0{,}25 = 1{,}75 + 0{,}25n$ ✓.

Cek ulang C: $2 + 2{,}25 + 2{,}5 + 2{,}75 + 3 + 3{,}25 + 3{,}5 + 3{,}75 = 23$ ✓.

Jawaban: B, C, E.

Jebakan: A melupakan suku awal; D mengira jarak "dua kali hari" berarti dua kali jarak.

No. 9 Kunci: 1S 2B 3S

Konsep: banyak pertandingan setiap babak membentuk barisan geometri dengan rasio $\frac{1}{2}$: $32, 16, 8, \ldots$; total pertandingan adalah deret geometrinya.

Langkah awal. Babak 1: $64 : 2 = 32$ pertandingan; babak 2: 16; babak 3: 8; babak 4: 4; babak 5: 2; babak 6: 1 (final).

Pernyataan 1. Babak ketiga $= 32 \times (\frac{1}{2})^2 = 8$ pertandingan; 16 adalah babak kedua → **Salah**.

Pernyataan 2. Barisan $32, 16, 8, 4, 2, 1$ mempunyai 6 suku → 6 babak → **Benar** (sama dengan $64 = 2^6$).

Pernyataan 3. $S_6 = \dfrac{32(1 - (\frac{1}{2})^6)}{1 - \frac{1}{2}} = 64\left(1 - \frac{1}{64}\right) = 63$ pertandingan → **Salah**.

Cek ulang: setiap pertandingan menyingkirkan tepat satu pemain; agar tersisa 1 juara dari 64 pemain, harus ada 63 pemain tersingkir → 63 pertandingan ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Salah.

Jebakan: pernyataan 1 tertukar antara banyak **pemain** di babak ketiga (16 pemain) dan banyak **pertandingan** (8); pernyataan 3 menyamakan banyak pertandingan dengan banyak peserta.

No. 10 Kunci: D

Konsep: pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain, sudut **dalam sepihak** berjumlah 180° dan sudut **dalam berseberangan** sama besar.

Langkah 1. $\angle KAB$ dan $\angle ABC$ adalah sudut dalam sepihak (keduanya di sebelah kanan AB, di antara kedua jalan): $\angle KAB = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$.

Langkah 2. AC membagi dua sudut itu: $\angle KAC = \angle CAB = 58^\circ$.

Langkah 3. $\angle ACB$ dan $\angle KAC$ adalah sudut dalam berseberangan terhadap AC, jadi $\angle ACB = 58^\circ$.

Cek ulang: jumlah sudut segitiga ABC: $64^\circ + 58^\circ + 58^\circ = 180^\circ$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (32°): membagi dua sudut 64°, padahal yang dibagi dua adalah $\angle KAB$.

• B (64°): menganggap $\angle ACB$ berseberangan dengan sudut 64°, padahal sudut itu berpasangan dengan $\angle KAB$ terhadap garis AB.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- C (116°): besar $\angle KAB$ sebelum dibagi dua.
- E (122°): pelurus 58°, yaitu sudut di C pada sisi yang lain.

No. 11 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: pada prisma, sisi belakang adalah hasil geser sisi depan: $A \to E, B \to F, C \to G, D \to H$, sehingga setiap rusuk depan sejajar pasangannya di belakang. Garis yang tegak lurus sebuah bidang tegak lurus **setiap** garis pada bidang itu, termasuk garis yang tidak berpotongan dengannya.

Pernyataan 1. $AB \parallel DC$ (sisi sejajar trapesium) dan $DC \parallel HG$ (pasangan geser). Jadi $AB \parallel GH$ → **Benar**.
Pernyataan 2. AE tegak lurus bidang $ABCD$, dan DC terletak pada bidang itu. Jadi $AE \perp DC$ walaupun keduanya bersilangan (tidak bertemu) → **Benar**.
Pernyataan 3. FG adalah pasangan geser BC, jadi $FG \parallel BC$. Pada trapesium sama kaki, kaki AD dan BC **tidak** sejajar (keduanya miring berlawanan arah). Maka AD tidak sejajar FG; keduanya bersilangan → **Salah**.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 2, siswa mengira dua garis hanya dapat tegak lurus bila berpotongan. Pada pernyataan 3, siswa menyamakan trapesium dengan jajargenjang sehingga mengira kedua kakinya sejajar.

No. 12 Kunci: A

Konsep: segitiga ADE dan segitiga ACB sebangun karena $\angle A$ dimiliki bersama dan $\angle ADE = \angle ACB$ (kriteria sudut–sudut). Pasangan titiknya $A \leftrightarrow A, D \leftrightarrow C, E \leftrightarrow B$, sehingga $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AE}{AB}$. **Perhatikan:** DE tidak sejajar BC, jadi perbandingan "garis sejajar" tidak boleh dipakai.

Langkah 1. $AC = AE + EC = 5 + 3 = 8$ cm.
Langkah 2. $\dfrac{4}{8} = \dfrac{5}{AB} \to AB = 10$ cm.
Langkah 3. $DB = AB - AD = 10 - 4 = 6$ cm.

Cek ulang: faktor skala $\frac{AD}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ dan $\frac{AE}{AB} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- B (2,4): menganggap $DE \parallel BC$ sehingga $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \to AB = 6{,}4$, lalu $DB = 2{,}4$.
- C (6,4): panjang AB dari anggapan sejajar yang sama, belum dikurangi AD.
- D (3,75): mengalikan bagian-bagian, $AD \times DB = AE \times EC$.
- E (10): panjang AB, lupa dikurangi AD.

No. 13 Kunci: A, C, E

Konsep: kebalikan teorema Pythagoras: sudut di antara sisi a dan b siku-siku tepat jika $a^2 + b^2 = c^2$.

Periksa setiap pengukuran.
- A: $40^2 + 75^2 = 1.600 + 5.625 = 7.225 = 85^2$ ✓.
- B: $90^2 + 120^2 = 8.100 + 14.400 = 22.500 = 150^2$, bukan $160^2 = 25.600$ ✗ (sudutnya lebih besar dari 90°).
- C: $50^2 + 120^2 = 2.500 + 14.400 = 16.900 = 130^2$ ✓.
- D: $70^2 + 100^2 = 4.900 + 10.000 = 14.900 \neq 130^2 = 16.900$ ✗.
- E: $80^2 + 150^2 = 6.400 + 22.500 = 28.900 = 170^2$ ✓.

Jawaban: A, C, E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan: B memakai kelipatan $3:4$ untuk a dan b sehingga tampak seperti tripel $(3,4,5)$, padahal c-nya tidak cocok (150, bukan 160). D menggoda bila siswa hanya memeriksa $a+b>c$ (syarat segitiga), bukan $a^2+b^2=c^2$.

No. 14 Kunci: C

Konsep: pada limas persegi beraturan, kaki garis tinggi dari T jatuh di titik potong diagonal alas, O. Segitiga TOC siku-siku di O dengan OC = setengah diagonal alas.

Langkah 1. Diagonal alas $AC = 8\sqrt{2}$ m, jadi $OC = 4\sqrt{2}$ m dan $OC^2 = 32$.
Langkah 2. $TO = \sqrt{TC^2 - OC^2} = \sqrt{81-32} = \sqrt{49} = 7$ m.

Cek ulang: $7^2 + (4\sqrt{2})^2 = 49 + 32 = 81 = 9^2$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A ($\sqrt{17}$): memakai seluruh rusuk alas, $\sqrt{81-64}$.
• B ($4\sqrt{2}$): setengah diagonal alas, bukan tinggi.
• D ($\sqrt{65}$): memakai setengah rusuk alas, $\sqrt{81-16}$ — itu tinggi sisi tegak (segitiga TBC), bukan tinggi limas.
• E (9): menganggap rusuk tegak sama dengan tinggi.

No. 15 Kunci: E

Konsep: pencerminan terhadap sumbu-y: $(x,y) \to (-x,y)$. Dilatasi pusat O faktor k: $(x,y) \to (kx,ky)$ — **kedua** koordinat dikalikan k.

Langkah 1. Dari gambar, $P(3,2)$.
Langkah 2. Dicerminkan terhadap sumbu-y: $(-3,2)$.
Langkah 3. Didilatasi faktor 2: $(-6,4)$.

Cek ulang: bayangan akhir berada di kuadran II (kiri atas), dua kali lebih jauh dari O ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A $(6,-4)$: mencerminkan terhadap sumbu-x, bukan sumbu-y.
• B $(-6,2)$: hanya mengalikan koordinat x dengan 2.
• C $(4,6)$: mencerminkan terhadap garis $y=x$ (menukar koordinat).
• D $(-1,4)$: dilatasi dianggap menambah 2, bukan mengalikan 2.

No. 16 Kunci: 1S 2B 3B

Konsep: luas daerah yang dicat = luas seluruh dinding − luas pintu − luas jendela. Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$.

Pernyataan 1. Segitiga: $\frac{1}{2} \times 8 \times 1{,}5 = 6$ m², bukan 12 → **Salah** (12 diperoleh bila lupa $\frac{1}{2}$).
Pernyataan 2. Persegi panjang $8 \times 3 = 24$ m²; seluruh dinding $= 24 + 6 = 30$ m². Pintu $1 \times 2 = 2$ m², dua jendela $2 \times (1{,}2 \times 1) = 2{,}4$ m². Dicat $= 30 - 2 - 2{,}4 = 25{,}6$ m² → **Benar**.
Pernyataan 3. $25{,}6 : 6 \approx 4{,}27$; 4 kaleng hanya cukup untuk 24 m², jadi perlu 5 kaleng → **Benar**.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: lupa faktor $\frac{1}{2}$ pada segitiga, hanya mengurangkan satu jendela ($26{,}8$ m²), atau membulatkan $4{,}27$ ke bawah menjadi 4 kaleng.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 17 Kunci: E

Konsep: tali terdiri atas 3 ruas lurus dan 3 busur. Setiap ruas lurus sama dengan jarak dua pusat pipa (= diameter). Ketiga busur bersama-sama membentuk **satu lingkaran penuh**, karena tali berbelok total 360° (tiap busur 120°).

Langkah 1. Ruas lurus: $3 \times 14 = 42$ cm.
Langkah 2. Busur: $3 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi d = \pi d = \frac{22}{7} \times 14 = 44$ cm.
Langkah 3. Panjang tali $= 42 + 44 = 86$ cm.

Cek ulang: sudut segitiga sama sisi 60°; busur di tiap pipa $= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (42): hanya bagian lurus.
- B (64): menganggap seluruh busur hanya setengah lingkaran $(42 + 22)$.
- C (130): menganggap busur sama dengan dua keliling lingkaran $(42 + 88)$.
- D (174): menganggap tali melilit penuh setiap pipa $(42 + 3 \times 44)$.

No. 18 Kunci: C

Konsep: kolam adalah prisma tegak yang alasnya trapesium (sisi samping kolam). Volume = luas trapesium × lebar kolam.

Langkah 1. Luas sisi samping (trapesium) $= \dfrac{1+2}{2} \times 25 = 37{,}5$ m².
Langkah 2. Volume $= 37{,}5 \times 10 = 375$ m³.

Cek ulang: kedalaman rata-rata $1{,}5$ m, jadi volume $= 25 \times 10 \times 1{,}5 = 375$ m³ ✓ (di antara 250 dan 500).

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (125): hanya menghitung bagian miring di bawah kedalaman 1 m ($\frac{1}{2} \times 25 \times 1 \times 10$).
- B (250): memakai kedalaman 1 m di seluruh kolam.
- D (500): memakai kedalaman 2 m di seluruh kolam.
- E (750): lupa membagi 2 pada rumus trapesium.

No. 19 Kunci: A

Konsep: permukaan luar = selimut tabung (tanpa tutup, karena tertutup belahan bola) + dua setengah bola (= satu bola penuh, $4\pi r^2$).

Langkah 1. Selimut tabung $= 2\pi rt = 2 \times \frac{22}{7} \times 35 \times 100 = 22.000$ cm².
Langkah 2. Dua setengah bola $= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 1.225 = 15.400$ cm².
Langkah 3. Total $= 37.400$ cm² $= 3{,}74$ m² (1 m² $= 10.000$ cm²).

Cek ulang: bola utuh berjari-jari 35 cm luasnya $\approx 1{,}54$ m² dan selimut $2{,}2$ m²; jumlah $3{,}74$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- B (2,2): hanya selimut tabung.
- C (2,97): menganggap ujungnya datar (dua lingkaran πr^2), bukan setengah bola.
- D (4,51): ikut menghitung dua tutup tabung, padahal tertutup setengah bola.
- E (5,28): menghitung setiap setengah bola sebagai bola penuh $(2 \times 4\pi r^2)$.

No. 20 Kunci: E

Konsep: diagonal belah ketupat saling tegak lurus, saling membagi dua, dan membagi dua sudut belah ketupat. Misalkan O titik potong diagonal; segitiga AOB siku-siku di O dengan $\angle OAB = 30^\circ$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. $\angle OAB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$.

Langkah 2. $AO = AB\cos 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ cm.

Langkah 3. $AC = 2 \times AO = 10\sqrt{3}$ cm.

Cek ulang: $BO = AB\sin 30^\circ = 5$, jadi $BD = 10$ (segitiga ABD sama sisi) dan $AO^2 + BO^2 = 75 + 25 = 100 = AB^2$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (10): panjang diagonal **pendek** BD (segitiga ABD sama sisi), bukan AC.

• B ($5\sqrt{3}$): baru setengah diagonal, AO.

• C ($10\sqrt{2}$): menganggap sudutnya 45° seperti pada persegi.

• D (20): memakai $\frac{AB}{\sin 30^\circ}$, menukar sisi depan dan sisi miring.

No. 21 Kunci: D

Konsep: baca nilai titik pada diagram garis memakai garis bantu mendatar; selisih tagihan = selisih pemakaian × tarif.

Langkah 1 – baca diagram. Jan 180, Feb 170, Mar 190, Apr 220, Mei 240, Jun 200 (kWh). Tertinggi Mei (240 kWh), terendah Februari (170 kWh).

Langkah 2. Selisih pemakaian $= 240 - 170 = 70$ kWh.

Langkah 3. Selisih tagihan $= 70 \times 1.500 = 105.000$ rupiah.

Cek ulang: tagihan Mei $= 360.000$, Februari $= 255.000$; selisih 105.000 ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (Rp60.000,00): memakai bulan terakhir (Juni, 200 kWh) sebagai pembanding.

• B (Rp75.000,00): memakai Maret (190 kWh) sebagai terendah.

• C (Rp90.000,00): memakai bulan pertama (Januari, 180 kWh) sebagai terendah, padahal Februari lebih rendah.

• E (Rp360.000,00): tagihan bulan Mei saja, bukan selisihnya.

No. 22 Kunci: A, B, D

Konsep: rata-rata $\bar{x}$; simpangan rata-rata $= \dfrac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$; ragam $= \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$; simpangan baku $= \sqrt{\text{ragam}}$; median dicari setelah data **diurutkan**.

Langkah awal. $\bar{x} = \dfrac{12 + 15 + 14 + 10 + 9}{5} = \dfrac{60}{5} = 12$. Simpangan: $0, 3, 2, -2, -3$.

Periksa setiap pernyataan.

• A: ragam $= \dfrac{0 + 9 + 4 + 4 + 9}{5} = \dfrac{26}{5} = 5{,}2$ ✓.

• B: jangkauan $= 15 - 9 = 6$ ✓.

• C: simpangan baku $= \sqrt{5{,}2} \approx 2{,}28$, bukan 5,2 ✗ (5,2 adalah ragamnya).

• D: simpangan rata-rata $= \dfrac{0 + 3 + 2 + 2 + 3}{5} = 2$ ✓.

• E: data terurut $9, 10, 12, 14, 15$ → median 12 ✗ (14 adalah data di tengah sebelum diurutkan).

Jawaban: A, B, D.

Jebakan: C tertukar antara ragam dan simpangan baku; E mengambil data tengah tanpa mengurutkan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 23 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: memilih tanpa urutan → kombinasi $C(n,r) = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$; menempatkan pada posisi bernomor → urutan diperhatikan (permutasi), $P(n,r) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$.

Pernyataan 1. $C(8,4) = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$ → **Benar**.

Pernyataan 2. Tempat nomor 4 sudah diisi Dita. Tempat 1, 2, 3 diisi dari 7 calon lain dengan urutan diperhatikan: $7 \times 6 \times 5 = 210$, bukan 35 → **Salah** ($35 = C(7,3)$, lupa bahwa tempat duduknya bernomor).

Pernyataan 3. $P(8,4) = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1.680$ → **Benar** (sama dengan $70 \times 4! = 70 \times 24$).

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: pernyataan 2 menggoda siswa yang memakai kombinasi padahal tempat duduk bernomor; pernyataan 3 sering dihitung $70 \times 4 = 280$ karena mengira urutan cukup dikali banyak tempat.

No. 24 Kunci: C

Konsep: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$. Ruang sampelnya hanya kursi yang **masih kosong**, karena Nina memilih di antara kursi itu.

Langkah 1. Hitung kursi kosong pada gambar: seluruhnya 16 kursi, jadi $n(S) = 16$.

Langkah 2. Kursi kosong di samping jendela (baris paling atas dan paling bawah): 6 kursi, jadi $n(A) = 6$.

Langkah 3. $P = \dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8}$.

Cek ulang: kursi kosong di sisi lorong $= 16 - 6 = 10$; $\frac{6}{16} + \frac{10}{16} = 1$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A ($\frac{3}{20}$): membagi dengan seluruh 40 kursi, termasuk yang sudah terisi.
- B ($\frac{3}{10}$): membagi dengan seluruh 20 kursi jendela.
- D ($\frac{1}{2}$): menganggap separuh kursi bus ada di samping jendela tanpa melihat mana yang kosong.
- E ($\frac{5}{8}$): peluang mendapat kursi di sisi lorong.

No. 25 Kunci: A

Konsep: banyak titik sampel dihitung dengan aturan perkalian. Untuk kejadiannya, isi dulu tempat yang bersyarat (ratusan dan satuan), lalu **pisahkan kasus** karena angka ratusan 5 dan 7 juga ganjil sehingga mengurangi pilihan angka satuan.

Langkah 1. $n(S) = 7 \times 6 \times 5 = 210$.

Langkah 2. Lebih dari 500 → angka ratusan 5, 6, atau 7; ganjil → angka satuan 1, 3, 5, atau 7.

- Ratusan 5: satuan $\{1, 3, 7\}$ (3 pilihan), puluhan 5 pilihan → 15.
- Ratusan 6: satuan $\{1, 3, 5, 7\}$ (4 pilihan), puluhan 5 pilihan → 20.
- Ratusan 7: satuan $\{1, 3, 5\}$ (3 pilihan), puluhan 5 pilihan → 15.

Jadi $n(A) = 15 + 20 + 15 = 50$.

Langkah 3. $P = \dfrac{50}{210} = \dfrac{5}{21}$.

Cek ulang: contoh kode yang termasuk: 523, 641, 735; yang tidak termasuk: 575 (angka berulang), 461 (kurang dari 500), 652 (genap) ✓.

Jawaban: A.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B ($\frac{2}{7}$): menghitung $3 \times 4 \times 5 = 60$ tanpa memisahkan kasus, sehingga kode seperti 515 dan 717 ikut terhitung.
• C ($\frac{12}{49}$): menganggap kedua syarat bebas dan angka boleh berulang, $\frac{3}{7} \times \frac{4}{7}$.
• D ($\frac{3}{7}$): hanya memakai syarat "lebih dari 500".
• E ($\frac{4}{7}$): hanya memakai syarat "ganjil".

Simulasi 3 — Prediksi TKA 2026

No. 1 Kunci: B

Konsep: irisan $A \cap B$ berisi bilangan yang memenuhi syarat A **dan** syarat B sekaligus. Perhatikan tanda di setiap batas: $\leq$ atau $\geq$ berarti batas itu termasuk, $<$ atau $>$ berarti tidak termasuk.

Langkah 1. A: bilangan yang lebih dari -2 sampai dengan 5 (5 termasuk, -2 tidak).
Langkah 2. B: bilangan 3 atau lebih (3 termasuk).
Langkah 3. Bagian yang dimiliki keduanya dimulai di 3 (3 memenuhi $-2 < 3 \leq 5$ dan $3 \geq 3$) dan berakhir di 5 (5 memenuhi $5 \leq 5$ dan $5 \geq 3$). Jadi $A \cap B = \{x \mid 3 \leq x \leq 5\}$.

Cek ulang dengan uji titik: $x = 3$ dan $x = 5$ masuk kedua himpunan ✓; $x = 2{,}9$ tidak masuk B ✓; $x = 5{,}1$ tidak masuk A ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: membuang 3, terbawa tanda $<$ pada batas kiri A; padahal batas yang berlaku di 3 adalah tanda $\geq$ milik B.
• C: membuang 5, padahal A memakai tanda ≤ 5.
• D: bagian A yang **tidak** termasuk B, yaitu $A - B$.
• E: gabungan $A \cup B$, bukan irisan.

No. 2 Kunci: 1S 2B 3B

Konsep: bilangan rasional dapat ditulis $\frac{a}{b}$ (a, b bulat, $b \neq 0$); hasil jumlah, selisih, kali, dan bagi (pembagi bukan nol) dua bilangan rasional selalu rasional. Untuk menunjukkan "pasti", buktikan secara umum; untuk menunjukkan "tidak pasti", cukup satu contoh penyangkal.

Pernyataan 1. Ambil $q = \sqrt{2}$ (irasional). $q \times q = 2$, bilangan rasional. Jadi $q \times q$ **tidak pasti** irasional → **Salah**.
Pernyataan 2. Andaikan $p + q = r$ dengan r rasional. Maka $q = r - p$ adalah selisih dua bilangan rasional, sehingga rasional. Ini bertentangan dengan q irasional. Jadi $p + q$ pasti irasional → **Benar**.
Pernyataan 3. Andaikan $p \times q = r$ rasional. Karena $p \neq 0, q = \frac{r}{p}$ rasional, bertentangan lagi. Jadi $p \times q$ pasti irasional → **Benar**.

Cek ulang dengan contoh: $p = 2, q = \sqrt{3}$: $2 + \sqrt{3}$ dan $2\sqrt{3}$ irasional ✓, sedangkan $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ rasional ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: pernyataan 1 menggoda karena banyak siswa mengira "irasional kali irasional pasti irasional". Pada pernyataan 3, syarat $p \neq 0$ penting: bila $p = 0$, hasil kalinya 0 (rasional). Siswa yang lupa syarat itu bisa keliru menjawab Salah.

No. 3 Kunci: D

Konsep: $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$. Ubah basis ke bilangan prima agar akar dan pangkat mudah dihitung.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1. $27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$.
Langkah 2. $4^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$.
Langkah 3. $\dfrac{9 \times 8}{6^2} = \dfrac{72}{36} = 2$.

Cek ulang dengan basis prima: $\dfrac{3^2 \times 2^3}{2^2 \times 3^2} = 2^{3-2} \times 3^{2-2} = 2$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A ($\frac{1}{2}$): pecahannya terbalik, $\frac{36}{72}$.
- B ($\frac{3}{2}$): menghitung $4^{\frac{3}{2}}$ sebagai $4 \times \frac{3}{2} = 6$, sehingga $\frac{9\times6}{36}$.
- C (4): menghitung $27^{\frac{2}{3}}$ sebagai $27 \times \frac{2}{3} = 18$, sehingga $\frac{18\times8}{36}$.
- E (6): menghitung 6^2 sebagai $6 \times 2 = 12$, sehingga $\frac{72}{12}$.

No. 4 Kunci: A

Konsep: dua deret dengan panjang yang diketahui memberi dua persamaan linear dua variabel. Misalkan p = panjang papan dan l = lebar papan (meter).

Langkah 1 – Susun persamaan dari gambar. Deret 1 terdiri atas 2 papan memanjang dan 2 papan melintang: $2p + 2l = 6{,}4$, sehingga $p + l = 3{,}2$. Deret 2 terdiri atas 1 papan memanjang dan 4 papan melintang: $p + 4l = 5{,}6$.
Langkah 2 – Eliminasi p. $(p + 4l) - (p + l) = 5{,}6 - 3{,}2 \rightarrow 3l = 2{,}4 \rightarrow l = 0{,}8$. Maka $p = 3{,}2 - 0{,}8 = 2{,}4$.
Langkah 3. Luas satu papan $= p \times l = 2{,}4 \times 0{,}8 = 1{,}92\ \text{m}^2$.

Cek ulang: deret 1: $2(2{,}4) + 2(0{,}8) = 4{,}8 + 1{,}6 = 6{,}4$ ✓; deret 2: $2{,}4 + 4(0{,}8) = 5{,}6$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- B (1,56): salah eliminasi, $4l - l$ ditulis $4l$, sehingga $l = 0{,}6$ dan $p = 2{,}6$.
- C (2,56): memakai $p + l = 3{,}2$ seolah-olah panjang papan, lalu $3{,}2 \times 0{,}8$.
- D (5,76): mengalikan panjang dengan panjang, $2{,}4 \times 2{,}4$.
- E (0,64): mengalikan lebar dengan lebar, $0{,}8 \times 0{,}8$.

No. 5 Kunci: B

Konsep: cocokkan dulu setiap pertidaksamaan dengan garisnya (lewat titik potong sumbu), lalu tentukan sisi garis dengan uji titik, misalnya $O(0, 0)$.

Langkah 1 – Kenali garis. Garis g memotong sumbu di $(4, 0)$ dan $(0, 8)$: $2x + y = 8$. Garis h memotong sumbu di $(8, 0)$ dan $(0, 4)$: $x + 2y = 8$.
Langkah 2 – Uji titik O. $2(0) + 0 = 0 \geq 8$ salah, jadi $2x + y \geq 8$ adalah sisi garis g yang **tidak** memuat O (kanan atas g). $0 + 2(0) = 0 \leq 8$ benar, jadi $x + 2y \leq 8$ adalah sisi garis h yang **memuat** O (di bawah h).
Langkah 3 – Irisan. Di kanan atas g dan di bawah h (dalam kuadran I): daerah II.

Cek ulang: titik $(5, 1)$ di daerah II: $2(5) + 1 = 11 \geq 8$ ✓ dan $5 + 2(1) = 7 \leq 8$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (I): menganggap kedua daerah memuat titik O, seolah-olah kedua tanda $\leq$.
- C (III): garis g dan h tertukar (salah mencocokkan persamaan dengan garis).
- D (IV): menganggap kedua tanda $\geq$.
- E (II dan IV): hanya memakai syarat $2x + y \geq 8$ dan lupa syarat $x + 2y \leq 8$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 6 Kunci: E

Konsep: parabola yang memotong sumbu x di x_1 dan x_2 dapat ditulis $h(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$; nilai a ditentukan dari titik puncak.

Langkah 1 – Baca gambar. Air keluar di $x = 0$ dan jatuh di $x = 4$, jadi $h(x) = a \cdot x(x - 4)$. Puncak berada di tengah, $x = 2$, dengan tinggi 2 m.
Langkah 2 – Cari a. $h(2) = a \cdot 2 \cdot (2 - 4) = -4a = 2$, sehingga $a = -\frac{1}{2}$.
Langkah 3. $h(x) = -\frac{1}{2}x(x - 4) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

Cek ulang: $h(0) = 0$ ✓, $h(4) = -8 + 8 = 0$ ✓, $h(2) = -2 + 4 = 2$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A: titik potongnya benar (0 dan 4), tetapi a tidak dicari; tinggi puncaknya $h(2) = 4$ m, bukan 2 m.
• B: a salah hitung menjadi -2 (membagi -4 dengan 2, bukan 2 dengan -4); puncaknya 8 m.
• C: hanya koefisien x^2 yang disesuaikan; parabola ini memotong sumbu di 0 dan 8, puncaknya di $x = 4$.
• D: memakai puncak $(0, 2)$, seolah-olah pancuran berada di bawah titik tertinggi.

No. 7 Kunci: C

Konsep: $(g \circ f)(n) = g(f(n))$: hitung f dulu, lalu g. Untuk mencari n, kerjakan mundur (invers) mulai dari g, lalu periksa cabang f mana yang berlaku.

Langkah 1 – Invers g. $0{,}9x = 4.050.000 \rightarrow x = 4.500.000$. Jadi biaya cetak sebelum potongan $f(n) = 4.500.000$.
Langkah 2 – Pilih cabang. Pada cabang pertama, biaya paling besar $f(100) = 2.500.000 < 4.500.000$. Maka yang berlaku cabang kedua ($n > 100$).
Langkah 3. $20.000n + 500.000 = 4.500.000 \rightarrow 20.000n = 4.000.000 \rightarrow n = 200$.

Cek ulang: $f(200) = 4.000.000 + 500.000 = 4.500.000$; $g(4.500.000) = 4.050.000$ ✓, dan $200 > 100$ sesuai cabangnya ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (162): lupa potongan dan memakai cabang pertama, $4.050.000 : 25.000$.
• B (180): memakai cabang pertama, $4.500.000 : 25.000$; padahal $180 > 100$ sehingga rumus cabang pertama tidak berlaku.
• D (225): lupa suku $+500.000$, $4.500.000 : 20.000$.
• E (250): salah tanda, $(4.500.000 + 500.000) : 20.000$.

No. 8 Kunci: A

Konsep: pertambahan tetap membentuk barisan aritmetika, $U_n = a + (n - 1)b$.

Langkah 1. $a = 3.000$, $b = 400$, $n = 15$.
Langkah 2. $U_{15} = 3.000 + 14 \times 400 = 3.000 + 5.600 = 8.600$ langkah.

Cek ulang: hari ke-2 $= 3.400$ (1 kali tambah), hari ke-15 berarti 14 kali tambah ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (8.200): menghitung 13 kali pertambahan.
• C (9.000): menghitung 15 kali pertambahan, $3.000 + 15 \times 400$ (lupa bahwa hari pertama belum bertambah).
• D (6.000): 15×400, lupa langkah awal 3.000 dan salah banyak pertambahan.
• E (5.600): hanya total pertambahannya, 14×400, lupa suku pertama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 9 Kunci: B, C, E

Konsep: rusuk yang selalu dikalikan $\frac{3}{4}$ membentuk barisan geometri $U_n = ar^{n-1}$ dengan $a = 64$ dan $r = \frac{3}{4}$. Luas sebanding dengan kuadrat rusuk, volume sebanding dengan pangkat tiga rusuk.

Langkah 1 – Rusuk. $U_1 = 64, U_2 = 48, U_3 = 36, U_4 = 27, U_5 = 27 \times \frac{3}{4} = 20{,}25$ cm.

Langkah 2 – Tinggi tumpukan. $S_4 = 64 + 48 + 36 + 27 = 175$ cm, atau

$$S_4 = \frac{64\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4\right)}{1 - \frac{3}{4}} = 256 \times \frac{175}{256} = 175.$$

Langkah 3 – Nilai setiap pernyataan.

- A: $U_5 = 20{,}25$ cm, bukan 18 ✗.
- B: $U_4 = 27$ cm ✓.
- C: 175 cm ✓.
- D: luas alas berbanding $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$, bukan $\frac{3}{4}$ ✗.
- E: volume berbanding $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$ ✓.

Cek ulang D dan E: $48^2 : 64^2 = 2.304 : 4.096 = 9 : 16$ ✓; $48^3 : 64^3 = 27 : 64$ ✓.

Jawaban: B, C, E.

Jebakan:

- A: melihat selisih rusuk $16, 12, 9$ lalu menebak selisih berikutnya 9 lagi ($27 - 9 = 18$), padahal pola yang tetap adalah **perbandingannya**, bukan selisihnya.
- D: mengira luas ikut mengecil dengan faktor yang sama seperti rusuk.

No. 10 Kunci: D

Konsep: jumlah sudut dalam segitiga $180°$; garis bagi membagi sudut menjadi dua bagian sama besar; sudut luar segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersisian dengannya.

Langkah 1. $\angle ACB = 180° - 50° - 70° = 60°$.

Langkah 2. CD garis bagi, jadi $\angle ACD = \angle BCD = 30°$.

Langkah 3. Pada segitiga ADC: $x = 180° - \angle A - \angle ACD = 180° - 50° - 30° = 100°$.

Cek ulang dengan sudut luar: $\angle ADC$ adalah sudut luar segitiga BDC, jadi $x = \angle B + \angle BCD = 70° + 30° = 100°$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (30): besar $\angle ACD$, berhenti di langkah 2.
- B (60): besar seluruh $\angle ACB$.
- C (80): besar $\angle BDC$, sudut pelurus dari x (sudut di sisi lain titik D).
- E (130): memakai sudut luar dengan seluruh $\angle C$, $70 + 60$, lupa bahwa CD hanya mengambil separuh sudut C.

No. 11 Kunci: C, D

Konsep: dua garis **berpotongan** bila mempunyai satu titik persekutuan; **bersilangan** bila tidak ada bidang yang memuat keduanya. Garis **sejajar bidang** bila garis itu sejajar dengan salah satu garis pada bidang tersebut dan tidak terletak pada bidang itu.

Langkah – periksa setiap pernyataan.

- A: TC hanya menyentuh bidang alas di titik C, sedangkan C tidak terletak pada garis AB. Kedua garis tidak sebidang → bersilangan, bukan berpotongan ✗.
- B: AC dan BD sama-sama terletak pada bidang alas dan berpotongan di O ✗.
- C: TB hanya menyentuh bidang alas di B, dan B tidak pada CD; kedua garis juga tidak sejajar → bersilangan ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D: alas persegi, jadi $CD \parallel AB$, dan AB terletak pada bidang TAB. CD sendiri tidak pada bidang itu → CD sejajar bidang TAB ✓.
• E: bidang TAC memuat T, A, O, C. Titik B tidak terletak pada bidang itu (bidang TAC memotong alas tepat di garis AC), jadi TB hanya menembus bidang TAC di T ✗.

Cek ulang dengan koordinat $A(0,0,0), B(8,0,0), C(8,8,0), D(0,8,0), T(4,4,7)$: arah $CD = (-8,0,0)$ sejajar arah $AB = (8,0,0)$ ✓; titik B tidak memenuhi persamaan bidang TAC, yaitu $x = y$ ✓.

Jawaban: C dan D.

Jebakan:
• A: pada gambar, AB dan TC seolah-olah akan bertemu bila diperpanjang, padahal letaknya pada bidang berbeda.
• B: kata "bersilangan" disamakan dengan "menyilang" pada gambar; dua diagonal alas justru berpotongan.
• E: mengira semua rusuk tegak terletak pada bidang yang melalui puncak T.

No. 12 Kunci: E

Konsep: dua persegi panjang sebangun bila perbandingan lebar : tinggi keduanya sama. Ukuran tepi luar = ukuran lukisan + lebar bingkai di kedua sisinya.

Langkah 1 – Lebar luar. $30 + 3 + 3 = 36$ cm.

Langkah 2 – Tinggi luar dari kesebangunan. $\dfrac{36}{30} = \dfrac{t}{45} \rightarrow t = \dfrac{36 \times 45}{30} = 54$ cm.

Langkah 3 – Bingkai bawah. $t = 3 + 45 + x \rightarrow 54 = 48 + x \rightarrow x = 6$.

Cek ulang: tepi luar 36×54; $36 : 54 = 2 : 3$, sama dengan $30 : 45 = 2 : 3$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (1,5): menambahkan bingkai hanya pada satu sisi lebar (33 cm), sehingga tinggi luar $49{,}5$ dan $x = 49{,}5 - 48$.
• B (3): mengira bingkai yang sama lebarnya di semua sisi pasti menghasilkan bangun sebangun (padahal $36 : 51 \neq 30 : 45$).
• C (4,5): mengalikan lebar bingkai 3 cm dengan faktor $\frac{45}{30}$, seolah-olah bingkainya yang sebangun.
• D (9): $54 - 45$, lupa mengurangi bingkai atas 3 cm.

No. 13 Kunci: B

Konsep: luas segitiga $= \frac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi. Tinggi segitiga sama kaki dicari dengan teorema Pythagoras pada separuh segitiga.

Langkah 1 – Tinggi. Garis tinggi membagi alas menjadi $15 + 15$ cm. Tinggi $= \sqrt{39^2 - 15^2} = \sqrt{1.521 - 225} = \sqrt{1.296} = 36$ cm.

Langkah 2 – Luas. $\frac{1}{2} \times 30 \times 36 = 540$ cm^2.

Cek ulang: $15 : 36 : 39 = 5 : 12 : 13$ (tripel Pythagoras) ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (270): memakai separuh alas (15 cm) di rumus luas, $\frac{1}{2} \times 15 \times 36$.
• C (585): memakai sisi miring 39 cm sebagai tinggi, $\frac{1}{2} \times 30 \times 39$.
• D (1.080): lupa faktor $\frac{1}{2}$, 30×36.
• E (1.170): mengalikan alas dengan sisi miring, 30×39.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 14 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: cari dulu titik kaki garis tegak lurus. Bila garis itu tegak lurus suatu bidang, setiap garis pada bidang itu yang melalui titik kakinya tegak lurus garis tersebut.

Pernyataan 1. $FG \parallel BC$, dan BC tegak lurus bidang $ABFE$. Jadi $FG \perp AF$, dan titik kakinya F. Jarak $= AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}$ cm → **Benar**.

Pernyataan 2. Pada alas, segitiga ABC siku-siku di B dengan $AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm. Dengan luas segitiga: $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times d \rightarrow d = 4{,}8$ cm → **Benar**.

Pernyataan 3. DH tegak lurus bidang atas $EFGH$, jadi titik kakinya H dan jaraknya $FH = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm, bukan 14 cm → **Salah**.

Cek ulang pernyataan 2 dengan koordinat: $A(0,0), C(8,6), B(8,0)$; jarak B ke garis $3x - 4y = 0$ adalah $\frac{|24-0|}{5} = 4{,}8$ ✓.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: pernyataan 3 menggoda siswa yang menjumlahkan jalan menyusuri rusuk ($8 + 6 = 14$), padahal jarak adalah ruas lurus terpendek. Pada pernyataan 2, sebagian siswa menjawab setengah diagonal (5 cm) karena mengira kaki tegak lurusnya di titik tengah AC; itu hanya benar pada persegi.

No. 15 Kunci: A

Konsep: rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$. Pencerminan terhadap sumbu x: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$. Kerjakan berurutan sesuai soal.

Langkah 1 – Baca gambar. $M(2, 3)$.

Langkah 2 – Rotasi. $(2, 3) \rightarrow (-3, 2)$.

Langkah 3 – Pencerminan terhadap sumbu x. $(-3, 2) \rightarrow (-3, -2)$, yaitu titik P.

Cek ulang: jarak ke O tetap, $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ dan $\sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$ ✓ (rotasi dan pencerminan tidak mengubah jarak ke O).

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- B ($Q(3, 2)$): memakai rotasi searah jarum jam $(x, y) \rightarrow (y, -x)$, atau mengerjakan pencerminan lebih dulu baru rotasi (urutan tertukar).
- C ($R(-3, 2)$): berhenti setelah rotasi, lupa pencerminan.
- D ($S(-2, -3)$): rotasi keliru ditulis $(x, y) \rightarrow (-x, y)$, lalu dicerminkan.
- E ($T(3, -2)$): rotasi dianggap hanya menukar koordinat, $(x, y) \rightarrow (y, x)$, lalu dicerminkan.

No. 16 Kunci: C

Konsep: keliling bangun gabungan = jumlah semua tepi luarnya. Dua setengah lingkaran yang sama besar bersama-sama membentuk satu lingkaran penuh.

Langkah 1 – Ukuran tepi luar. Bagian lurus tepi luar tetap 30 m (ada dua). Jari-jari setengah lingkaran luar $= 7 + 3{,}5 = 10{,}5$ m, jadi diameternya 21 m.

Langkah 2 – Panjang busur. Dua setengah lingkaran $=$ satu lingkaran: $\pi d = \frac{22}{7} \times 21 = 66$ m.

Langkah 3 – Jumlahkan. $2 \times 30 + 66 = 126$ m.

Cek ulang: tepi dalam $= 60 + \frac{22}{7} \times 14 = 104$ m; tepi luar lebih panjang $2\pi \times 3{,}5 = 22$ m, dan $104 + 22 = 126$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (104 m): keliling tepi dalam (lapangan), bukan tepi luar jalur.
- B (115 m): lebar jalur hanya ditambahkan satu kali pada diameter, $60 + \frac{22}{7} \times 17{,}5 = 115$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D (133 m): lebar jalur ikut ditambahkan pada bagian lurus, $2 \times 33{,}5 + 66$.
- E (192 m): menghitung dua lingkaran penuh, $60 + 2 \times 66$.

No. 17 Kunci: C

Konsep: luas lingkaran ditentukan oleh jari-jarinya. Garis tegak lurus dari pusat ke tali busur membagi tali busur itu menjadi dua sama panjang, sehingga terbentuk segitiga siku-siku dengan sisi miring = jari-jari.

Langkah 1 – Pernyataan (1) saja. Tali busur sepanjang 8 cm dapat dibuat pada lingkaran berjari-jari 4 cm (tali busur itu diameter), 5 cm, 10 cm, dan seterusnya. Jari-jari tidak tunggal → tidak cukup.
Langkah 2 – Pernyataan (2) saja. Jarak 3 cm dari pusat dapat terjadi pada lingkaran berjari-jari berapa pun yang lebih dari 3 cm → tidak cukup.
Langkah 3 – Keduanya. Setengah tali busur 4 cm dan jarak 3 cm: $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ cm, sehingga luasnya 25π cm² (tunggal) → cukup.

Cek ulang: pada lingkaran $r = 5$, tali busur yang berjarak 3 dari pusat panjangnya $2\sqrt{25 - 9} = 8$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A: menganggap tali busur 8 cm pasti diameter, sehingga $r = 4$.
- B: menganggap jarak 3 cm sebagai jari-jari.
- D: gabungan dua kesalahan di atas.
- E: mengira masih dibutuhkan sudut pusat atau titik lain, padahal segitiga siku-siku sudah lengkap.

No. 18 Kunci: D

Konsep: volume tanah liat tidak berubah ketika dibentuk ulang. Volume bola $= \frac{4}{3}\pi r^3$, dengan r setengah diameter.

Langkah 1 – Volume balok. $11 \times 9 \times 4{,}9 = 485{,}1$ cm³.
Langkah 2 – Volume satu manik. $r = 1{,}05$ cm: $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1{,}05^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1{,}157625 = 4{,}851$ cm³.
Langkah 3. $485{,}1 : 4{,}851 = 100$ manik.

Cek ulang: $100 \times 4{,}851 = 485{,}1$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A (12): diameter 2,1 cm dipakai sebagai jari-jari, volume manik $38{,}808$ cm³, sehingga $485{,}1 : 38{,}808 = 12{,}5$.
- B (35): memakai luas permukaan bola $4\pi r^2 = 13{,}86$ sebagai pengganti volume.
- C (133): lupa faktor $\frac{4}{3}$, $\pi r^3 \approx 3{,}64$, sehingga $485{,}1 : 3{,}64 \approx 133$.
- E (140): memakai luas lingkaran $\pi r^2 = 3{,}465$ sebagai pengganti volume.

No. 19 Kunci: 1S 2B 3S

Konsep: volume prisma = luas alas (segitiga di ujung) × panjang prisma. Luas permukaan = jumlah luas semua sisi yang dihitung. Sisi miring segitiga sama kaki dicari dengan Pythagoras.

Langkah awal – Sisi miring segitiga. Setengah alas $= 1{,}5$ m, tinggi 2 m: $\sqrt{1{,}5^2 + 2^2} = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ m.

Pernyataan 1. Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$ m²; volume $= 3 \times 4 = 12$ m³, bukan 24 → **Salah**.
Pernyataan 2. Dua ujung: $2 \times 3 = 6$ m². Dua sisi miring: $2 \times (2{,}5 \times 4) = 20$ m². Jumlah 26 m² → **Benar**.
Pernyataan 3. Alas $= 3 \times 4 = 12$ m², sehingga totalnya $26 + 12 = 38$ m², bukan 36 → **Salah**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: $6 + 20 + 12 = 38$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Salah.

Jebakan: pernyataan 1 menggoda bagi yang lupa faktor $\frac{1}{2}$ pada luas segitiga ($3 \times 2 \times 4 = 24$). Pernyataan 3 menggoda bagi yang menambahkan persegi panjang $2{,}5 \times 4 = 10$ (memakai sisi miring sebagai lebar alas), sehingga mendapat 36.

No. 20 Kunci: E

Konsep: $\sin \alpha = \dfrac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$. Gambar hanya memberi sisi depan dan sisi samping, jadi sisi miring (panjang papan) dicari dulu dengan Pythagoras.

Langkah 1 – Kenali sisi. Terhadap α: sisi depan = tinggi tangga 2 m; sisi samping = jarak mendatar $2{,}1$ m.

Langkah 2 – Sisi miring. $\sqrt{2^2 + 2{,}1^2} = \sqrt{4 + 4{,}41} = \sqrt{8{,}41} = 2{,}9$ m.

Langkah 3. $\sin \alpha = \dfrac{2}{2{,}9} = \dfrac{20}{29}$.

Cek ulang: $20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841 = 29^2$ ✓ (tripel 20–21–29).

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A ($\frac{20}{21}$): nilai $\tan \alpha$ (depan : samping), terkecoh karena kedua sisi itu yang tertulis di gambar.
- B ($\frac{21}{29}$): nilai $\cos \alpha$ (samping : miring).
- C ($\frac{29}{20}$): kebalikan $\sin \alpha$, yaitu $\csc \alpha$.
- D ($\frac{21}{20}$): samping : depan, yaitu $\cot \alpha$.

No. 21 Kunci: A, D, E

Konsep: baca tinggi setiap batang dengan teliti, lalu hitung selisih, jumlah, atau rata-rata sesuai pertanyaan.

Langkah 1 – Data. Senin 12, Selasa 18, Rabu 15, Kamis 24, Jumat 30, Sabtu 21.

Langkah 2 – Nilai setiap pernyataan.
- A: kenaikan Selasa $+6$, Rabu -3, Kamis $+9$, Jumat $+6$, Sabtu -9. Terbesar $+9$ pada Kamis ✓.
- B: $2 \times 12 = 24 \neq 30$ ✗ (Jumat $= 2{,}5$ kali Senin).
- C: total 120, rata-rata $120 : 6 = 20$, bukan 24 ✗.
- D: $12 + 18 + 15 + 24 + 30 + 21 = 120$ ✓.
- E: Kamis–Sabtu $= 24 + 30 + 21 = 75 > 60$ (separuh dari 120) ✓.

Cek ulang: Senin–Rabu $= 45$, dan $45 + 75 = 120$ ✓.

Jawaban: A, D, E.

Jebakan:
- A dapat dikira salah oleh siswa yang membandingkan penjualan tertinggi (Jumat) alih-alih **kenaikan** terbesar.
- B: membaca batang Jumat sebagai 24 (tinggi batang Kamis).
- C: memilih nilai tengah dari batang yang tampak, bukan menghitung rata-rata.

No. 22 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: jumlah data = rata-rata × banyak data. Data yang dibuang dapat dicari dari selisih jumlah sebelum dan sesudah.

Pernyataan 1. Jumlah 8 nilai $= 8 \times 85 = 680$. Jumlah 6 nilai $= 6 \times 86 = 516$. Dua nilai yang dibuang berjumlah $680 - 516 = 164 \rightarrow$ **Benar**.

Pernyataan 2. Nilai terendah $= 164 - 90 = 74$, bukan 76 → **Salah**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 3. Rata-rata 6 nilai sisa adalah 86, jadi paling sedikit satu nilai sisa ≥ 86 (tidak mungkin semuanya di bawah rata-ratanya). Nilai tertinggi tidak lebih kecil daripada nilai mana pun, sehingga nilai tertinggi $\geq 86 \rightarrow$ **Benar**.

Cek ulang: contoh data: 74; 84, 85, 86, 86, 87, 88; 90. Jumlah 6 nilai tengah $= 516$ ✓, total $= 680$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: pada pernyataan 2, siswa yang menghitung $2 \times 85 - 90 = 80$ atau salah mengurangkan $(166 - 90)$ mendapat nilai lain; yang tepat memakai jumlah 164 dari pernyataan 1. Pernyataan 3 menuntut penalaran: rata-rata selalu terletak di antara data terkecil dan terbesar.

No. 23 Kunci: B

Konsep: aturan perkalian untuk langkah yang berurutan ("lalu"), aturan penjumlahan untuk pilihan jalur yang terpisah ("atau").

Langkah 1 – Baca denah. Gerbang–Air Mancur: 3 jalan; Air Mancur–Danau: 4 jalan; Gerbang–Danau langsung: 2 jalan; Danau–Gazebo: 3 jalan.
Langkah 2 – Gerbang ke Danau. Lewat Air Mancur: $3 \times 4 = 12$ rute, **atau** langsung: 2 rute. Jumlah $12 + 2 = 14$ rute.
Langkah 3 – Lanjut ke Gazebo. $14 \times 3 = 42$ rute.

Cek ulang per jenis rute: Gerbang–Air Mancur–Danau–Gazebo: $3 \times 4 \times 3 = 36$; Gerbang–Danau–Gazebo: $2 \times 3 = 6$; total $36 + 6 = 42$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (14): berhenti di Danau, lupa langkah Danau–Gazebo.
• C (27): menjumlahkan semua jalan sebelum Danau, $(3 + 4 + 2) \times 3$ (aturan penjumlahan dan perkalian tertukar).
• D (36): lupa jalan langsung Gerbang–Danau.
• E (72): mengalikan semua bilangan, $3 \times 4 \times 2 \times 3$, padahal jalan langsung adalah pilihan "atau", bukan langkah tambahan.

No. 24 Kunci: A

Konsep: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$, dengan $n(A)$ banyak hasil yang diharapkan dan $n(S)$ banyak semua hasil.

Langkah 1. $n(S) = 300$.
Langkah 2. Kelipatan 15 dari 1 sampai 300: $15, 30, \ldots, 300$, banyaknya $300 : 15 = 20$.
Langkah 3. $P = \dfrac{20}{300} = \dfrac{1}{15}$.

Cek ulang: $15 \times 20 = 300$, jadi 300 termasuk dan tidak ada kelipatan 15 yang terlewat ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B ($\frac{1}{20}$): mengira banyak kupon berhadiah 15, sehingga $\frac{15}{300}$.
• C ($\frac{1}{5}$): menghitung kelipatan 5 saja (60 kupon).
• D ($\frac{1}{3}$): menghitung kelipatan 3 saja (100 kupon).
• E ($\frac{7}{15}$): menghitung kelipatan 3 **atau** 5 $(100 + 60 - 20 = 140)$, padahal kelipatan 15 berarti kelipatan 3 **dan** 5.

No. 25 Kunci: B, D

Konsep: mengambil dua kartu sekaligus = memilih 2 dari 5 tanpa memperhatikan urutan: $n(S) = C(5, 2) = 10$. Vokal: A, I (2 kartu); konsonan: B, T, K (3 kartu).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah – periksa setiap pernyataan.

• A: keduanya konsonan $= \dfrac{C(3,2)}{10} = \dfrac{3}{10}$, bukan $\frac{9}{25}$ ✗.

• B: keduanya vokal $= \dfrac{C(2,2)}{10} = \dfrac{1}{10}$ ✓.

• C: pasangan yang memuat K: K dipasangkan dengan salah satu dari 4 kartu lain $= 4$ pasangan, peluang $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ ✗.

• D: paling sedikit satu vokal $= 1 - P(\text{keduanya konsonan}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ ✓.

• E: pasangan $\{T, I\}$ hanya 1 dari 10 pasangan, peluang $\frac{1}{10}$ ✗.

Cek ulang dengan daftar 10 pasangan: BA, BT, BI, BK, AT, AI, AK, TI, TK, IK. Keduanya vokal: AI (1) ✓; tanpa vokal: BT, BK, TK (3), jadi paling sedikit satu vokal 7 ✓.

Jawaban: B dan D.

Jebakan:

• A: menghitung seolah-olah kartu dikembalikan, $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$.

• C: menghitung peluang K pada satu kali ambil saja ($\frac{1}{5}$), padahal yang diambil dua kartu.

• E: menghitung pasangan berurutan ($5 \times 4 = 20$) tetapi hanya satu urutan T lalu I.

Simulasi 4 — Prediksi TKA 2026

No. 1 Kunci: C

Konsep: kejadian berulang yang terjadi bersamaan lagi untuk pertama kali ditentukan oleh **KPK** (kelipatan persekutuan terkecil) dari semua selang waktunya.

Langkah 1 – Faktorisasi prima. $4 = 2^2, 6 = 2 \times 3, 10 = 2 \times 5$.

Langkah 2 – KPK. Ambil setiap faktor prima dengan pangkat tertinggi: $2^2 \times 3 \times 5 = 60$.

Cek ulang: $60 : 4 = 15, 60 : 6 = 10, 60 : 10 = 6$ (semuanya bulat) ✓; bilangan yang lebih kecil, misalnya 20 dan 30, tidak habis dibagi ketiganya ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (20): KPK dari 4 dan 10 saja; lampu kuning (setiap 6 detik) tidak menyala pada detik ke-20.

• B (30): KPK dari 6 dan 10 saja; lampu merah tidak menyala pada detik ke-30.

• D (120): hasil kali $4 \times 6 \times 10 = 240$ dibagi 2; memang kelipatan persekutuan, tetapi bukan yang terkecil.

• E (240): hasil kali ketiganya, kelipatan persekutuan yang jauh lebih besar dari KPK.

No. 2 Kunci: B, C, E

Konsep: untuk membantah pernyataan "untuk semua", cukup satu contoh penyangkal. Untuk membenarkannya, gunakan sifat urutan: mengalikan kedua ruas dengan bilangan negatif membalik tanda pertidaksamaan, sedangkan mengalikan dengan bilangan positif tidak.

Langkah – periksa setiap pernyataan.

• A: ambil $a = -3, b = 1$: $a < b$, tetapi $a^2 = 9 > 1 = b^2$ ✗.

• B: kedua ruas $a < b$ dikalikan $c < 0$, tanda berbalik: $ac > bc$ ✓ (contoh: $1 < 2$ dan $c = -3$ memberi $-3 > -6$).

• C: karena a dan b positif, bagi kedua ruas $a < b$ dengan $ab > 0$: $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ ✓ (contoh: $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$).

• D: ambil $a = -4$: $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 \neq -4$. Yang benar $\sqrt{a^2} = |a|$ ✗.

• E: $ab > 0$ berarti a dan b bertanda sama (keduanya positif atau keduanya negatif). Bila keduanya positif, $a + b > 0$, bertentangan dengan $a + b < 0$. Jadi keduanya negatif ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang E dengan contoh: $a = -2, b = -5$: $ab = 10 > 0$ dan $a + b = -7 < 0$ ✓.

Jawaban: B, C, E.

Jebakan:

• A: benar untuk bilangan positif, sehingga siswa yang hanya mencoba contoh positif mengira selalu benar.

• D: kebiasaan "akar dan kuadrat saling menghapus" tanpa memperhatikan bilangan negatif.

• B dapat dikira salah oleh siswa yang lupa membalik tanda saat mengalikan dengan bilangan negatif.

No. 3 Kunci: B

Konsep: $(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$; $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$; $(k\sqrt{a})^2 = k^2 a$.

Langkah 1. $p^2 = (2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$.

Langkah 2. $q^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$.

Langkah 3. $2pq = 2 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{6}$.

Langkah 4. Jumlah: $12 + 2 + 4\sqrt{6} = 14 + 4\sqrt{6}$.

Cek ulang dengan desimal: $2\sqrt{3} + \sqrt{2} \approx 3{,}464 + 1{,}414 = 4{,}878$, dan $4{,}878^2 \approx 23{,}80$; sementara $14 + 4 \times 2{,}449 = 23{,}80$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A $(12 + 4\sqrt{6})$: suku terakhir $q^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ lupa ditambahkan.

• C $(14 + 2\sqrt{6})$: suku tengah ditulis pq, lupa dikalikan 2.

• D $(8 + 4\sqrt{6})$: menghitung $(2\sqrt{3})^2$ sebagai $2 \times 3 = 6$ (koefisien 2 tidak dikuadratkan).

• E $(14 + 4\sqrt{5})$: mengalikan bentuk akar dengan menjumlahkan bilangan di dalamnya, $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{5}$.

No. 4 Kunci: D

Konsep: tiga besaran yang belum diketahui → tiga persamaan linear; selesaikan dengan substitusi. Misalkan b = benar, s = salah, k = tidak dijawab.

Langkah 1 – Susun persamaan. $b + s + k = 30$; $4b - s = 72$; $s = 4k$.

Langkah 2 – Substitusi $s = 4k$. $b + 5k = 30 \rightarrow b = 30 - 5k$. Lalu $4(30 - 5k) - 4k = 72 \rightarrow 120 - 24k = 72 \rightarrow k = 2$.

Langkah 3. $s = 8$ dan $b = 30 - 10 = 20$.

Cek ulang: skor $4(20) - 8 = 72$ ✓; banyak soal $20 + 8 + 2 = 30$ ✓; $8 = 4 \times 2$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (8): banyak jawaban salah, bukan benar.

• B (15): skor jawaban salah dianggap $+1$ $(4b + s = 72)$, sehingga $k = 3$ dan $b = 15$.

• C (18): $72 : 4$, mengabaikan pengurangan skor dari jawaban salah.

• E (22): $30 - 8$, lupa soal yang tidak dijawab.

No. 5 Kunci: A, D

Konsep: garis yang memotong sumbu di $(a, 0)$ dan $(0, b)$ adalah $bx + ay = ab$. Daerah berwarna memuat O, jadi tandanya $\leq$. Nilai maksimum fungsi tujuan dicari di setiap titik pojok.

Langkah 1 – Persamaan garis. Garis biru melalui $(9, 0)$ dan $(0, 27)$: $27x + 9y = 243 \rightarrow 3x + y = 27$. Garis merah melalui $(15, 0)$ dan $(0, 15)$: $x + y = 15$. Daerah memuat O, jadi $3x + y \leq 27$ dan $x + y \leq 15$.

Langkah 2 – Titik pojok. $(0, 0)$, $(9, 0)$, $(0, 15)$, dan potongan kedua garis:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$(3x + y) - (x + y) = 27 - 15 \rightarrow x = 6, y = 9$.
Langkah 3 – Fungsi tujuan (ribu rupiah) $Z = 60x + 40y$: $(9, 0) \rightarrow 540$;
$(6, 9) \rightarrow 360 + 360 = 720$; $(0, 15) \rightarrow 600$.
Langkah 4 – Nilai setiap pernyataan.
• A: $3x + y \leq 27$ ✓.
• B: $(7, 8)$: $7 + 8 = 15 \leq 15$ ✓, tetapi $3(7) + 8 = 29 > 27$ ✗ → tidak memenuhi.
• C: hanya syal memberi Rp540.000,00, lebih kecil dari Rp720.000,00 ✗.
• D: maksimum Rp720.000,00 di $(6, 9)$ ✓.
• E: tanda terbalik; yang benar $x + y \leq 15$ ✗.

Cek ulang: $(6, 9)$: $6 + 9 = 15$ ✓ dan $18 + 9 = 27$ ✓ (tepat di kedua batas).

Jawaban: A dan D.

Jebakan:
• B: hanya memeriksa batas bahan dan lupa batas waktu.
• C: mengira barang yang lebih untung per buah harus dibuat sebanyak-banyaknya, tanpa membandingkan titik pojok.
• E: menulis tanda dari arah "batas" tanpa melihat bahwa daerah berwarna berada di bawah garis (memuat O).

No. 6 Kunci: A

Konsep: diketahui nilai fungsi, dicari nilai variabelnya → selesaikan persamaan $E(t) = 360$.

Langkah 1. $8t + 40 = 360$.
Langkah 2. $8t = 320 \rightarrow t = 40$ menit.

Cek ulang: $E(40) = 320 + 40 = 360$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• B (45): $360 : 8$, lupa mengurangi konstanta 40.
• C (50): $(360 + 40) : 8$, salah tanda saat memindahkan 40.
• D (320): berhenti di $8t = 320$, lupa membagi 8.
• E (2.920): memasukkan 360 sebagai t, yaitu $E(360) = 8(360) + 40$.

No. 7 Kunci: B

Konsep: "Q lebih dulu, lalu P" berarti komposisi $(P \circ Q)(x) = P(Q(x))$; fungsi yang dikerjakan pertama ditulis paling kanan. Untuk mencari nilai awal, kerjakan mundur dengan invers: batalkan P dulu, baru Q.

Langkah 1 – Komposisi. $(P \circ Q)(x) = P(x + 6) = 2(x + 6) = 2x + 12$.
Langkah 2. $2x + 12 = 50 \rightarrow 2x = 38 \rightarrow x = 19$.
Langkah 3 – Cara invers (cek). $P^{-1}(50) = 25$, lalu $Q^{-1}(25) = 25 - 6 = 19$.

Cek ulang: $Q(19) = 25$, lalu $P(25) = 50$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (16): setelah mendapat 19, bingkai dikurangkan lagi $(19 - 3)$, padahal bingkai sudah diperhitungkan.
• C (22): urutan tertukar, memakai $(Q \circ P)(x) = 2x + 6 = 50$.
• D (25): hanya membatalkan perbesaran, lupa bingkai.
• E (28): salah tanda, $(50 + 6) : 2$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 8 Kunci: 1B 2S 3B

Konsep: barisan aritmetika: $U_n = a + (n-1)b$, $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$. Dua suku yang diketahui memberi dua persamaan.

Langkah awal. $U_7 - U_3 = 4b = 74 - 46 = 28 \rightarrow b = 7$. Lalu $a = U_3 - 2b = 46 - 14 = 32$.

Pernyataan 1. $b = 7 \rightarrow$ **Benar**.
Pernyataan 2. $U_{10} = 32 + 9 \times 7 = 95$, bukan 102 → **Salah**.
Pernyataan 3. $S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 32 + 9 \times 7) = 5 \times 127 = 635 \rightarrow$ **Benar**.

Cek ulang: $S_{10} = \frac{10}{2}(U_1 + U_{10}) = 5(32 + 95) = 635$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Jebakan: pada pernyataan 2, menghitung dari hari ke-7 dengan 4 kali pertambahan $(74 + 4 \times 7 = 102)$, padahal dari hari ke-7 ke hari ke-10 hanya 3 kali. Pada langkah awal, siswa yang membagi 28 dengan 7 (selisih nomor hari $+3$) mendapat beda yang salah.

No. 9 Kunci: D

Konsep: berkurang menjadi setengahnya setiap selang waktu yang sama adalah peluruhan (barisan geometri dengan rasio $\frac{1}{2}$): $M = M_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$, dengan n = banyak selang 5 jam yang telah berlalu.

Langkah 1. Dari pukul 07.00 sampai 22.00 berlalu 15 jam, jadi $n = 15 : 5 = 3$.
Langkah 2. $M = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 200 \times \frac{1}{8} = 25$ mg.

Cek ulang per 5 jam: pukul 12.00: 100 mg; pukul 17.00: 50 mg; pukul 22.00: 25 mg ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (12,5): menghitung 4 kali paruh (misalnya menghitung 07.00, 12.00, 17.00, 22.00 sebagai empat kali berkurang).
• B (50): baru 2 kali paruh (keadaan pukul 17.00).
• C (100): baru 1 kali paruh (keadaan pukul 12.00).
• E (0): menganggap pengurangannya tetap 100 mg setiap 5 jam (seperti barisan aritmetika), sehingga kafein habis pukul 17.00.

No. 10 Kunci: E

Konsep: sudut bertolak belakang sama besar; sudut-sudut yang membentuk sudut siku-siku berjumlah 90°.

Langkah 1. $\angle AOC$ dan $\angle BOD$ bertolak belakang, jadi $\angle AOC = (3x + 9)^\circ$.
Langkah 2. $OE \perp AB$, jadi $\angle AOC + \angle COE = 90^\circ$: $(3x + 9) + (2x + 6) = 90 \rightarrow 5x = 75 \rightarrow x = 15$.
Langkah 3. $\angle BOD = 3(15) + 9 = 54^\circ$ dan $\angle COE = 36^\circ$.
Langkah 4. $\angle DOE = \angle DOB + \angle BOE = 54^\circ + 90^\circ = 144^\circ$.

Cek ulang: C, O, D segaris, jadi $\angle COE + \angle EOB + \angle BOD = 36 + 90 + 54 = 180^\circ$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (15°): berhenti pada nilai x.
• B (36°): besar $\angle COE$, sudut lain yang bersebelahan dengan OE.
• C (54°): besar $\angle BOD$, lupa menambahkan $\angle BOE = 90^\circ$.
• D (126°): besar $\angle BOC$ (pelurus $\angle BOD$), sudut yang salah dibaca.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 11 Kunci: 1B 2B 3S

Konsep: gradien garis yang melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Dua garis sejajar bila gradiennya sama; tegak lurus bila hasil kali gradiennya -1.

Langkah awal – baca titik dan hitung gradien.

- g melalui $(0, -1)$ dan $(2, 3)$: $m_g = \frac{3-(-1)}{2-0} = 2$, persamaannya $y = 2x - 1$.
- h melalui $(0, 4)$ dan $(4, 2)$: $m_h = \frac{2-4}{4-0} = -\frac{1}{2}$, persamaannya $y = -\frac{1}{2}x + 4$.
- k melalui $(-2, -1)$ dan $(0, 3)$: $m_k = \frac{3-(-1)}{0-(-2)} = 2$, persamaannya $y = 2x + 3$.

Pernyataan 1. $m_g = m_k = 2$ dan kedua garis berbeda (memotong sumbu y di -1 dan 3) → sejajar → **Benar**.
Pernyataan 2. $m_h \times m_k = -\frac{1}{2} \times 2 = -1$ → tegak lurus → **Benar**.
Pernyataan 3. $2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 4 \rightarrow \frac{5}{2}x = 5 \rightarrow x = 2, y = 3$. Titik potongnya $(2, 3)$, bukan $(3, 5)$ → **Salah**.

Cek ulang pernyataan 3: $(3, 5)$ memang pada g ($2 \cdot 3 - 1 = 5$), tetapi tidak pada h ($-\frac{3}{2} + 4 = 2{,}5 \neq 5$) ✓.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 2, siswa yang mengira tegak lurus berarti gradiennya berlawanan tanda (2 dan -2) akan menjawab Salah. Pada pernyataan 3, titik $(3, 5)$ terletak pada g sehingga tampak meyakinkan; titik potong harus terletak pada kedua garis.

No. 12 Kunci: E

Konsep: karena $AB \parallel CD$, $\angle OAB = \angle ODC$ (dalam berseberangan) dan $\angle AOB = \angle DOC$ (bertolak belakang). Jadi $\triangle OAB \sim \triangle ODC$, dengan pasangan sisi $OA \leftrightarrow OD$, $OB \leftrightarrow OC$, $AB \leftrightarrow DC$.

Langkah 1 – Perbandingan. $\dfrac{DC}{AB} = \dfrac{OD}{OA} = \dfrac{30}{20} = \dfrac{3}{2}$.

Langkah 2. $DC = \dfrac{3}{2} \times 36 = 54$ cm.

Cek ulang dengan pasangan lain: $OC = \frac{3}{2} \times OB = 36$ cm, dan $\frac{OC}{OB} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$ ✓ (faktor skala sama).

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

- A (24): perbandingan terbalik, $36 \times \frac{20}{30}$.
- B (43,2): memasangkan OB dengan OA, $36 \times \frac{24}{20}$ (kedua sisi itu berada pada segitiga yang sama).
- C (45): memasangkan OD dengan OB, $36 \times \frac{30}{24}$ (pasangan sisi tertukar).
- D (46): menambahkan selisih $30 - 20 = 10$ pada 36, padahal kesebangunan memakai perbandingan, bukan selisih.

No. 13 Kunci: A

Konsep: diagonal, lebar, dan tinggi layar membentuk segitiga siku-siku; diagonal adalah sisi miring. Cari tinggi dengan teorema Pythagoras, lalu luas = lebar × tinggi.

Langkah 1 – Tinggi layar. $\sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$ cm.
Langkah 2 – Luas. $9 \times 12 = 108$ cm^2.

Cek ulang: $9 : 12 : 15 = 3 : 4 : 5$ (tripel Pythagoras) ✓.

Jawaban: A.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• B (54): luas segitiga $\frac{1}{2} \times 9 \times 12$, setengah layar saja.

• C (67,5): luas segitiga dengan diagonal sebagai sisi, $\frac{1}{2} \times 9 \times 15$.

• D (135): mengalikan lebar dengan diagonal, 9×15, seolah-olah diagonal adalah tinggi layar.

• E (157,5): memakai rumus Pythagoras yang salah, tinggi $\sqrt{15^2 + 9^2} \approx 17{,}5$, lalu $9 \times 17{,}5$.

No. 14 Kunci: C

Konsep: hubungkan E dengan kedua ujung BG. Ketiga ruas EB, BG, dan GE adalah diagonal sisi kubus, masing-masing $6\sqrt{2}$ cm, sehingga segitiga EBG sama sisi. Jarak E ke BG adalah tinggi segitiga itu.

Langkah 1. $EB = BG = GE = 6\sqrt{2}$ cm (diagonal sisi $ABFE$, $BCGF$, $EFGH$).

Langkah 2. Tinggi segitiga sama sisi bersisi s: $\frac{s}{2}\sqrt{3}$. Kaki tegak lurusnya titik tengah BG, misalnya M.

Langkah 3. $EM = \sqrt{EB^2 - BM^2} = \sqrt{72 - 18} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ cm.

Cek ulang: $\frac{6\sqrt{2}}{2}\sqrt{3} = 3\sqrt{6} \approx 7{,}35$ cm, lebih kecil dari $EB \approx 8{,}49$ cm (jarak terpendek) ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A ($3\sqrt{2}$): panjang BM (setengah BG), bukan jaraknya.

• B (6): memakai rusuk EF. Memang $EF \perp BG$, tetapi titik F tidak terletak pada BG, sehingga EF bukan ruas ke garis BG.

• D ($6\sqrt{2}$): panjang EB atau EG, ruas miring ke ujung garis, bukan yang tegak lurus.

• E ($6\sqrt{3}$): diagonal ruang, misalnya EC.

No. 15 Kunci: A

Konsep: dilatasi dengan pusat $P(a, b)$ dan faktor k: $T' = P + k(T - P)$, yaitu $(x', y') = (a + k(x - a),\ b + k(y - b))$.

Langkah 1 – Baca gambar. $T(-2, 3)$ dan $P(1, 1)$.

Langkah 2 – Vektor dari P ke T. $T - P = (-3, 2)$.

Langkah 3 – Kalikan 2, lalu tambahkan P. $2(-3, 2) = (-6, 4)$; $T' = (1 - 6,\ 1 + 4) = (-5, 5)$.

Cek ulang: P, T, T' segaris dan $PT' = 2 \times PT$: $PT = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$, $PT' = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ ✓.

Jawaban: A.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• B $(-4, 6)$: memakai pusat $O(0, 0)$, yaitu $2T$.

• C $(-6, 4)$: lupa menambahkan kembali koordinat pusat P.

• D $(-1, 4)$: menjumlahkan $T + P$, seolah-olah translasi.

• E $(7, -3)$: arah vektor terbalik, $P + 2(P - T)$.

No. 16 Kunci: E

Konsep: luas daerah arsir = luas persegi besar − luas empat segitiga siku-siku di pojok. Keempat segitiga itu kongruen (kaki-kakinya 5 cm dan 15 cm).

Langkah 1 – Sisi persegi. $AB = 5 + 15 = 20$ cm, luas $20^2 = 400$ cm².

Langkah 2 – Empat segitiga. Misalnya $\triangle APS$: $AP = 5$, $AS = 20 - DS = 15$. Luas satu segitiga $\frac{1}{2} \times 5 \times 15 = 37{,}5$; empat segitiga $= 150$ cm².

Langkah 3. Luas $PQRS = 400 - 150 = 250$ cm².

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: $PQRS$ persegi dengan sisi $PS = \sqrt{5^2 + 15^2} = \sqrt{250}$, sehingga luasnya $(\sqrt{250})^2 = 250$ ✓.

Jawaban: E.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (100): lupa faktor $\frac{1}{2}$ pada luas segitiga, $400 - 4 \times 75$.
• B (150): berhenti pada luas empat segitiga (daerah yang tidak diarsir).
• C (200): mengira persegi di dalam selalu separuh persegi besar; itu hanya benar bila P, Q, R, S titik tengah sisi.
• D (225): mengira sisi persegi dalam 15 cm (sama dengan kaki segitiga), padahal sisinya miring.

No. 17 Kunci: C

Konsep: tepi logo hanya terdiri atas tiga busur setengah lingkaran; garis AB bukan bagian tepi. Panjang busur setengah lingkaran $= \frac{1}{2}\pi d$.

Langkah 1 – Busur besar. $d = AB = 21 + 7 = 28$ cm: $\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 28 = 44$ cm.
Langkah 2 – Dua busur kecil. $d = 21$: $\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 21 = 33$ cm; $d = 7$: $\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 = 11$ cm.
Langkah 3. Panjang pita $= 44 + 33 + 11 = 88$ cm.

Cek ulang: jumlah dua busur kecil $= \frac{1}{2}\pi(21 + 7) = \frac{1}{2}\pi \times 28$, sama dengan busur besar. Jadi pita $= 2 \times 44 = 88$ cm, sama dengan keliling satu lingkaran berdiameter 28 cm ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (44): hanya busur besar, lupa dua busur kecil di bagian bawah logo.
• B (72): busur besar ditambah diameter AB, seperti menghitung keliling setengah lingkaran biasa.
• D (116): tiga busur ditambah garis AB, padahal AB tidak menjadi tepi daerah berwarna.
• E (132): busur kecil dihitung dua kali (untuk sisi atas dan bawahnya), $44 + 2 \times 44$.

No. 18 Kunci: B

Konsep: tabung tanpa tutup terdiri atas selimut ($2\pi rt$) dan satu alas (πr^2). Jari-jari = setengah diameter.

Langkah 1. $r = 42 : 2 = 21$ cm, $t = 70$ cm.
Langkah 2 – Selimut. $2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 70 = 9.240$ cm².
Langkah 3 – Alas. $\frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 1.386$ cm².
Langkah 4. Jumlah $= 9.240 + 1.386 = 10.626$ cm².

Cek ulang: $\pi r(2t + r) = \frac{22}{7} \times 21 \times (140 + 21) = 66 \times 161 = 10.626$ ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A (9.240): hanya selimut, lupa alas.
• C (12.012): menghitung alas dan tutup, padahal tempat sampah tanpa tutup.
• D (14.784): alas dihitung dengan diameter sebagai jari-jari, $9.240 + \frac{22}{7} \times 42^2$.
• E (24.024): diameter 42 cm dipakai sebagai jari-jari untuk selimut dan alas.

No. 19 Kunci: C, E

Konsep: segi enam beraturan bersisi s tersusun atas 6 segitiga sama sisi bersisi s, masing-masing seluas $\frac{\sqrt{3}}{4}s^2$. Volume prisma = luas alas × tinggi.

Langkah 1 – Luas alas. $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 150\sqrt{3} \approx 259{,}5$ cm².
Langkah 2 – Volume. $150\sqrt{3} \times 12 = 1.800\sqrt{3} \approx 3.114$ cm³ $\approx 3{,}1$ liter.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 3 – Nilai setiap pernyataan.

• A: luas alas $\approx 259{,}5$ cm^2, bukan 600 ✗ (600 diperoleh dari $6 \times 10 \times 10$, seolah-olah enam persegi).

• B: 3.600 cm^3 diperoleh bila luas satu segitiga dihitung $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$ (memakai sisi sebagai tinggi segitiga) ✗.

• C: enam dinding persegi panjang 10×12: $6 \times 120 = 720$ cm^2 ✓.

• D: jarak dua sisi berhadapan $= 2\times$ tinggi segitiga sama sisi $= 2 \times 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \approx 17{,}3$ cm; 20 cm adalah jarak dua titik sudut yang berhadapan ✗.

• E: ≈ 3.114 cm$^3 > 3.000$ cm^3 ✓.

Cek ulang luas alas: tinggi segitiga sama sisi $\sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$, luas satu segitiga $\frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$, enam segitiga $150\sqrt{3}$ ✓.

Jawaban: C dan E.

Jebakan:

• A dan B: salah menghitung luas segi enam (dianggap 6 persegi, atau tinggi segitiga disamakan dengan sisinya).

• D: tertukar antara jarak dua sisi berhadapan dan jarak dua titik sudut berhadapan ($2s$).

No. 20 Kunci: 1S 2B 3B

Konsep: sudut depresi diukur dari garis mendatar di mata pengamat ke bawah, dan besarnya sama dengan sudut elevasi dari titik P ke drone (sudut dalam berseberangan). Gunakan $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 45^\circ = 1$.

Pernyataan 1. Jarak mendatar x: $\tan 30^\circ = \dfrac{40}{x} \rightarrow x = 40\sqrt{3} \approx 69{,}3$ m, bukan $20\sqrt{3}$ → **Salah**.

Pernyataan 2. Jarak langsung d: $\sin 30^\circ = \dfrac{40}{d} \rightarrow d = 80$ m → **Benar**.

Pernyataan 3. Saat sudut depresi 45°: jarak mendatar baru $= \dfrac{40}{\tan 45^\circ} = 40$ m. Drone berpindah $40\sqrt{3} - 40 = 40(\sqrt{3} - 1) \approx 29{,}3$ m → **Benar**.

Cek ulang pernyataan 2: $\sqrt{40^2 + (40\sqrt{3})^2} = \sqrt{1.600 + 4.800} = 80$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Jebakan: pada pernyataan 1, siswa yang memakai $\tan 30^\circ = \frac{x}{40}$ (sisi depan dan samping tertukar) atau $\sin 30^\circ$ untuk sisi mendatar mendapat nilai yang lebih kecil. Pada pernyataan 3, ada yang mengira jarak berpindah sama dengan selisih sudut atau menjawab 40 m (jarak mendatar baru, bukan perpindahannya).

No. 21 Kunci: B

Konsep: pada diagram lingkaran, bagian suatu kategori $= \dfrac{\text{sudut juring}}{360^\circ} \times \text{total}$.

Langkah 1. Total waktu $= 8$ jam $= 480$ menit.

Langkah 2. Media sosial $= \frac{120}{360} \times 480 = 160$ menit; belajar daring $= \frac{90}{360} \times 480 = 120$ menit.

Langkah 3. Selisih $= 160 - 120 = 40$ menit.

Cek ulang: selisih sudut 30°, dan $\frac{30}{360} \times 480 = 40$ menit ✓.

Jawaban: B.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):

• A (30): selisih sudut (30°) langsung dibaca sebagai menit.

• C (80): membagi dengan 180° alih-alih 360°, $\frac{30}{180} \times 480$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D (120): waktu belajar daring saja.
- E (160): waktu media sosial saja.

No. 22 Kunci: C

Konsep: ragam $s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$, dengan n banyak data (banyak titik), bukan banyak nilai yang berbeda.

Langkah 1 – Baca data. 3, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 9 ($n = 8$).

Langkah 2 – Rata-rata. $\bar{x} = \dfrac{48}{8} = 6$.

Langkah 3 – Kuadrat simpangan. $(3-6)^2 = 9$; $(5-6)^2 = 1$ (dua kali); $(6-6)^2 = 0$ (dua kali); $(7-6)^2 = 1$ (dua kali); $(9-6)^2 = 9$. Jumlah $= 9+2+0+2+9 = 22$.

Langkah 4. $s^2 = \dfrac{22}{8} = \dfrac{11}{4}$.

Cek ulang: rata-rata kuadrat dikurangi kuadrat rata-rata:
$\dfrac{9+25+25+36+36+49+49+81}{8} - 36 = \dfrac{310}{8} - 36 = 38{,}75 - 36 = 2{,}75 = \dfrac{11}{4}$ ✓.

Jawaban: C.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
- A ($\frac{5}{4}$): simpangan rata-rata, $\frac{3+1+1+0+0+1+1+3}{8}$ (nilai mutlak, tidak dikuadratkan).
- B ($\frac{\sqrt{11}}{2}$): simpangan baku, yaitu akar dari ragam.
- D ($\frac{22}{7}$): membagi dengan $n - 1 = 7$.
- E ($\frac{22}{5}$): membagi dengan banyak nilai yang berbeda (3, 5, 6, 7, 9), bukan banyak titik.

No. 23 Kunci: A, C, E

Konsep: memilih tanpa urutan → kombinasi $C(n,r) = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$; bila urutan/peringkat diperhatikan → permutasi $P(n,r) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$. Kasus "tidak boleh" dan "paling sedikit satu" mudah dihitung dengan komplemen.

Langkah – periksa setiap pernyataan.
- A: $C(8,3) = \dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$ ✓.
- B: Nadia sudah pasti, tinggal memilih 2 dari 7: $C(7,2) = 21$, bukan 35 ✗.
- C: pilihan yang memuat Nadia **dan** Oki: tinggal 1 dari 6, yaitu 6 cara. Jadi $56 - 6 = 50$ ✓.
- D: peringkat diperhatikan: $P(8,3) = 8\times7\times6 = 336$, bukan 56 ✗.
- E: pilihan tanpa Nadia dan tanpa Oki: $C(6,3) = 20$. Jadi $56 - 20 = 36$ ✓.

Cek ulang E secara langsung: tepat satu dari mereka $2 \times C(6,2) = 30$, keduanya $C(6,1) = 6$; $30 + 6 = 36$ ✓.

Jawaban: A, C, E.

Jebakan:
- B: memilih 3 dari 7 ($C(7,3) = 35$), lupa bahwa satu tempat sudah diisi Nadia.
- D: tetap memakai kombinasi padahal peringkat membuat urutan diperhatikan.

No. 24 Kunci: D

Konsep: bila setiap hasil berpeluang sama, $P = \dfrac{\text{banyak hasil yang diharapkan}}{\text{banyak semua hasil}}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 1 – Banyak semua petak. Papan berukuran 4 baris $\times$ 5 kolom $= 20$ petak.
Langkah 2 – Petak berhadiah. Ada 5 petak bergambar bintang.
Langkah 3. $P = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$.

Cek ulang: peluang tidak berhadiah $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, dan $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ ✓.

Jawaban: D.

Mengapa pilihan lain salah (Jebakan):
• A ($\frac{1}{5}$): salah menghitung papan sebagai $5 \times 5 = 25$ petak.
• B ($\frac{1}{3}$): membandingkan petak berhadiah dengan petak **tidak** berhadiah ($5 : 15$), bukan dengan semua petak.
• C ($\frac{3}{4}$): peluang **tidak** mendapat hadiah.
• E ($\frac{1}{20}$): peluang koin jatuh di satu petak tertentu saja.

No. 25 Kunci: 1S 2B 3S

Konsep: ruang sampel berisi $10 \times 10 = 100$ tampilan yang berpeluang sama. Hitung tampilan yang memenuhi; untuk "paling sedikit satu", gunakan komplemen.

Pernyataan 1. Tampilan dengan digit sama: 00, 11, 22, ..., 99, ada 10. Peluangnya $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$, bukan $\frac{1}{100}$ → **Salah**.
Pernyataan 2. Tanpa angka 7 sama sekali: $9 \times 9 = 81$ tampilan. Paling sedikit satu angka 7: $100 - 81 = 19$, peluangnya $\frac{19}{100}$ → **Benar**.
Pernyataan 3. Ada 10 tampilan dengan digit sama. Sisanya, 90 tampilan, terbagi dua sama banyak: digit pertama lebih besar (45) dan digit kedua lebih besar (45). Peluangnya $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$, bukan $\frac{1}{2}$ → **Salah**.

Cek ulang pernyataan 2 secara langsung: angka 7 di digit pertama saja 9 tampilan, di digit kedua saja 9 tampilan, di keduanya 1 tampilan (77); $9 + 9 + 1 = 19$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Salah.

Jebakan: pada pernyataan 1, $\frac{1}{100}$ adalah peluang satu tampilan tertentu (misalnya 55), bukan semua tampilan berdigit sama. Pada pernyataan 2, menjumlahkan $\frac{10}{100} + \frac{10}{100} = \frac{20}{100}$ menghitung 77 dua kali. Pada pernyataan 3, alasan "lebih besar atau lebih kecil, peluangnya sama" melupakan kemungkinan kedua digit sama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Penutup

Kamu sudah sampai di akhir buku ini. Itu sendiri adalah bukti bahwa kamu mampu menepati janji belajarmu.

Lima strategi yang paling penting untuk TKA Matematika:

1. **Baca pertanyaan di akhir soal lebih dulu.** Tulis yang ditanyakan dengan kata-katamu sendiri sebelum menghitung.
2. **Terjemahkan cerita menjadi model.** Tetapkan variabel dan satuannya, lalu susun persamaan, fungsi, atau gambar.
3. **Gambar sketsa** untuk setiap soal geometri dan setiap soal yang memuat letak, arah, atau urutan.
4. **Cek jawabanmu** dengan substitusi balik atau dengan kewajaran angka. Banyak pengecoh adalah hasil "setengah jalan" yang lolos tanpa dicek.
5. **Kelola waktu dalam dua putaran.** Kerjakan dulu soal yang jelas jalannya; tandai soal yang memakan lebih dari 4 menit, lalu kembali kepadanya.

Sepekan sebelum ujian:

- Kerjakan satu Simulasi TKA pada jam yang sama dengan jadwal ujianmu, lengkap dengan waktunya.
- Baca ulang tabel "Strategi dan jebakan" di setiap sub bab, terutama sub bab yang skornya paling rendah pada kuis dan simulasi TKA.
- Ulangi soal-soal yang pernah kamu jawab salah, bukan soal yang sudah kamu kuasai.
- Jangan memaksakan materi baru pada malam terakhir. Siapkan perlengkapan ujian sehari sebelumnya, dan beristirahatlah dengan cukup.

Teruslah belajar. Latihan, kuis, dan paket di buku ini juga tersedia di LMS Next Level Study. Pindai kode QR pada setiap bab untuk melanjutkan.

Ilmu yang kamu kumpulkan hari ini adalah bekal yang kelak kamu persembahkan untuk keluarga, untuk orang-orang di sekitarmu, dan untuk negeri ini. Bekerjalah dengan sungguh-sungguh dan jujur, sepenuh hati dan segenap tenaga. Apa pun hasil ujianmu nanti, kesungguhan yang kamu bangun selama belajar akan tetap menjadi milikmu.

Selamat berjuang.

Handaka Lumu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lampiran

Glosarium

Istilah	Arti singkat	Dibahas di
Bilangan asli	$1, 2, 3, \ldots$	1.1
Bilangan cacah	$0, 1, 2, 3, \ldots$	1.1
Bilangan prima	bilangan asli yang tepat memiliki dua faktor, 1 dan dirinya sendiri	1.1
Bilangan rasional	bilangan yang dapat ditulis $\frac{p}{q}$ dengan p, q bulat dan $q \neq 0$	1.1
Sifat komutatif, asosiatif, distributif	tukar urutan, tukar pengelompokan, dan perkalian terhadap penjumlahan	1.1
Bentuk sekawan	pasangan $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ dan $\sqrt{a}-\sqrt{b}$, dipakai untuk merasionalkan penyebut	1.2
Notasi ilmiah	penulisan $a \times 10^n$ dengan $1 \leq a < 10$	1.2
SPLDV / SPLTV	sistem persamaan linear dua / tiga variabel	1.3
Daerah penyelesaian	kumpulan titik yang memenuhi semua pertidaksamaan	1.4
Titik pojok	titik sudut daerah penyelesaian; tempat nilai optimum dicapai	1.4
Daerah asal (domain)	nilai x yang boleh dimasukkan ke fungsi	2.1
Daerah hasil (range)	nilai fungsi yang benar-benar dicapai	2.1
Sumbu simetri	garis tegak yang membagi parabola menjadi dua bagian yang sama	2.1
Fungsi komposisi	fungsi berurutan: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$	2.2
Fungsi invers	fungsi yang membatalkan kerja f: bila $f(a) = b$ maka $f^{-1}(b) = a$	2.2
Beda (barisan aritmetika)	selisih tetap dua suku berurutan	2.3
Rasio (barisan geometri)	hasil bagi tetap dua suku berurutan	2.4
Bunga tunggal / majemuk	bunga dari modal awal saja / bunga ikut berbunga	2.4
Waktu paruh	waktu sampai suatu zat tinggal setengahnya	2.4
Sudut sehadap, berseberangan, sepihak	pasangan sudut pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain	3.1
Garis bersilangan	dua garis dalam ruang yang tidak sejajar dan tidak berpotongan	3.1
Sebangun / kongruen	bentuk sama dengan sisi sebanding / bentuk dan ukuran sama	3.2
Tripel Pythagoras	tiga bilangan bulat a, b, c dengan $a^2 + b^2 = c^2$	3.3
Diagonal ruang	ruas penghubung dua titik sudut bangun ruang yang tidak terletak pada satu sisi	3.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Garis singgung	garis yang menyentuh lingkaran di satu titik dan tegak lurus jari-jari di titik singgung	3.3
Translasi, refleksi, rotasi, dilatasi	pergeseran, pencerminan, perputaran, perbesaran/pengecilan	3.4
Juring	daerah lingkaran yang dibatasi dua jari-jari dan sebuah busur	3.5
Kecukupan data	bentuk soal yang menilai apakah informasi cukup untuk jawaban tunggal	1.3, 3.5
Selimut	sisi lengkung tabung atau kerucut	3.6
Apotema	tinggi segitiga sisi tegak limas beraturan	3.6
Sudut elevasi / depresi	sudut pandang ke atas / ke bawah dari garis mendatar	3.7
Poin persentase	selisih dua nilai persentase	4.1
Median, kuartil	nilai tengah dan nilai pembagi seperempat data terurut	4.2
Varians, simpangan baku	ukuran sebaran data di sekitar rata-rata	4.2
Pencilan	data yang jauh di luar sebaran utama	4.2
Permutasi / kombinasi	susunan yang memperhatikan urutan / pemilihan tanpa urutan	4.3
Komplemen	kejadian "bukan A", dengan $P(A^c) = 1 - P(A)$	4.4
Saling lepas / saling bebas	tidak dapat terjadi bersamaan / tidak saling memengaruhi	4.4
Peluang bersyarat	peluang suatu kejadian bila kejadian lain sudah diketahui	4.4
Frekuensi harapan	peluang dikali banyak percobaan	4.4

Daftar sumber

Semua data dalam contoh, kuis akhir bab, latihan, dan Simulasi 2–4 buku ini adalah **data rekaan untuk latihan** (nama orang, toko, sekolah, dan angka disusun sendiri), bukan data statistik resmi. Rujukan resmi yang dipakai buku ini:

Sumber	Yang dipakai
Pusmendik Kemendikdasmen, *Kerangka Asesmen TKA SMA/MA/SMK/MAK Sederajat – Matematika*; ANTARA (26 Mei 2026)	kisi-kisi, bentuk soal, jumlah soal, dan waktu
Kumpulan publik soal TKA Matematika SMA 2025 (www.m4th-lab.net)	25 soal asli pada Simulasi 1 (lihat halaman identitas)

Sumber setiap gambar materi tercatat pada lampiran "Daftar sumber gambar".

Lembar jawaban

Lembar jawaban tersedia di setiap Simulasi TKA (Bagian C). Kamu boleh memfotokopi halaman tersebut untuk latihan ulang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Catatan edisi

Edisi 1 (2026/2027), dibagikan gratis untuk pelajar Indonesia sebagai dedikasi Next Level Study Indonesia untuk bangsa; boleh diperbanyak dan dibagikan untuk belajar, tetapi tidak untuk diperjualbelikan. Masukan dan laporan kesalahan dapat disampaikan melalui LMS Next Level Study.

Daftar sumber gambar

Gambar materi yang diambil dari sumber berlisensi terbuka dipakai sesuai lisensinya dengan menyebut pembuatnya; gambar lain digambar oleh tim Next Level Study Indonesia.

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 1.1	Keluarga bilangan real	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.2	Garis bilangan real	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.3	Empat operasi himpunan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.4	Sifat distributif sebagai luas	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.5	Peta konsep bilangan real	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.6	Pangkat dua dan pangkat tiga	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.7	Pola pangkat dua	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.8	Pohon faktor 72 dan 360	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.9	Grafik y = 2 pangkat x dan y = x kuadrat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.10	Peta konsep eksponen dan bentuk akar	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.11	Dua garis berpotongan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.12	Tiga kemungkinan SPLDV	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.13	Eliminasi seperti timbangan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.14	Langkah memodelkan soal cerita	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.15	Peta konsep sistem persamaan linear	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.16	Garis membagi bidang dan titik uji	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.17	Persamaan garis dari titik potong sumbu	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.18	Daerah penyelesaian dan titik pojok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 1.19	Garis selidik	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.20	Peta konsep pertidaksamaan dan program linear	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.1	Fungsi dan bukan fungsi pada diagram panah	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.2	Uji garis tegak	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.3	Grafik tagihan air	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.4	Parabola dan bagian-bagiannya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.5	Diskriminan dan titik potong sumbu-x	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.6	Grafik fungsi rasional	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.7	Peta konsep fungsi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.8	Mesin fungsi berantai	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.9	Komposisi pada diagram panah	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.10	Uji garis datar	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.11	Grafik fungsi dan inversnya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.12	Fungsi bercabang tarif ojek	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.13	Peta konsep komposisi dan invers	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.14	Susunan kursi bertambah tetap	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.15	Barisan aritmetika sebagai titik segaris	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.16	Cara Gauss dengan balok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.17	Pola batang korek api	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.18	Peta konsep barisan dan deret aritmetika	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.19	Sel membelah	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.20	Peluruhan 25 persen per jam	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.21	Bunga tunggal dan bunga majemuk	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 2.22	Bola memantul	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.23	Peta konsep barisan dan deret geometri	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.1	Pasangan sudut pada dua garis sejajar	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.2	Bukti jumlah sudut segitiga	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.3	Sudut pusat dan sudut keliling	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.4	Kedudukan rusuk kubus terhadap AB	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.5	Kedudukan dua bidang pada balok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.6	Peta konsep hubungan sudut, garis, dan bidang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.7	Dua segitiga sebangun	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.8	Segitiga bersarang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.9	Mengukur tinggi dengan bayangan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.10	Tiga syarat segitiga kongruen	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.11	Peta konsep kesebangunan dan kekongruenan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.12	Bukti Teorema Pythagoras	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.13	Diagonal ruang balok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.14	Jarak titik E ke garis BD	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.15	Jarak titik O ke bidang TBC	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.16	Peta konsep Pythagoras dan jarak	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.17	Translasi segitiga	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.18	Refleksi terhadap garis $y = 2$ dan $x = -1$	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.19	Rotasi 90 derajat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.20	Dilatasi pusat O	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.21	Peta konsep transformasi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 3.22	Jajargenjang dipotong dan digeser	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.23	Dua trapesium membentuk jajargenjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.24	Layang-layang di dalam persegi panjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.25	Lingkaran disusun menjadi persegi panjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.26	Busur dan juring	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.27	Peta konsep keliling dan luas	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.28	Jaring-jaring balok, tabung, dan kerucut	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.29	Kubus dibagi tiga limas	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.30	Selimut kerucut dibuka menjadi juring	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.31	Perbandingan Archimedes	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.32	Peta konsep bangun ruang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.33	Sisi depan, samping, dan miring	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.34	Segitiga sebangun dan perbandingan yang tetap	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.35	Asal nilai sudut istimewa	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.36	Sudut elevasi dan depresi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.37	Lingkaran satuan dan sudut tumpul	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.38	Peta konsep perbandingan trigonometri	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.1	Diagram batang ganda	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.2	Diagram garis	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.3	Diagram lingkaran	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.4	Data sama dengan dua skala sumbu	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.5	Histogram dan poligon frekuensi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.6	Peta konsep penyajian data	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 4.7	Rata-rata sebagai titik setimbang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.8	Kuartil dan diagram kotak garis	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.9	Median data kelompok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.10	Dua data dengan sebaran berbeda	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.11	Peta konsep ukuran data	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.12	Diagram pohon kaus dan celana	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.13	Kotak isian	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.14	Permutasi dan kombinasi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.15	Susunan melingkar	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.16	Lintasan terpendek pada jalan berpetak	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.17	Peta konsep kaidah pencacahan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.18	Ruang sampel dua dadu	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.19	Garis peluang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.20	Diagram Venn peluang gabungan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.21	Diagram pohon dengan dan tanpa pengembalian	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.22	Peta konsep peluang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Tabel silang sub bab dan soal

Sub bab	Soal
1.1 · Bilangan Real: Jenis, Sifat, Himpunan, dan Operasi	Bedah Prediksi 12 no. 2; Latihan 1.1 no. 1; Latihan 1.1 no. 2; Latihan 1.1 no. 3; Latihan 1.1 no. 4; Latihan 1.1 no. 5; Kuis Bab 1 no. 1; Kuis Bab 1 no. 2; Kuis Bab 1 no. 3; Kuis Bab 1 no. 4; Kuis Bab 1 no. 5; Kuis Bab 1 no. 6; Simulasi 1 no. 1; Simulasi 1 no. 3; Simulasi 2 no. 1; Simulasi 2 no. 2; Simulasi 3 no. 1; Simulasi 3 no. 2; Simulasi 4 no. 1; Simulasi 4 no. 2
1.2 · Eksponen dan Bentuk Akar	Bedah Prediksi 12 no. 3; Latihan 1.2 no. 1; Latihan 1.2 no. 2; Kuis Bab 1 no. 7; Kuis Bab 1 no. 8; Kuis Bab 1 no. 9; Kuis Bab 1 no. 10; Kuis Bab 1 no. 11; Kuis Bab 1 no. 12; Simulasi 1 no. 2; Simulasi 2 no. 3; Simulasi 3 no. 3; Simulasi 4 no. 3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab	Soal
1.3 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	Bedah Prediksi 13 no. 4; Latihan 1.3 no. 1; Latihan 1.3 no. 2; Kuis Bab 1 no. 13; Kuis Bab 1 no. 14; Kuis Bab 1 no. 15; Kuis Bab 1 no. 16; Kuis Bab 1 no. 17; Kuis Bab 1 no. 18; Kuis Bab 1 no. 19; Simulasi 1 no. 9; Simulasi 2 no. 4; Simulasi 3 no. 4; Simulasi 4 no. 4
1.4 · Sistem Pertidaksamaan Linear dan Program Linear	Bedah Prediksi 13 no. 5; Latihan 1.4 no. 1; Latihan 1.4 no. 2; Kuis Bab 1 no. 20; Kuis Bab 1 no. 21; Kuis Bab 1 no. 22; Kuis Bab 1 no. 23; Kuis Bab 1 no. 24; Kuis Bab 1 no. 25; Simulasi 1 no. 8; Simulasi 2 no. 5; Simulasi 3 no. 5; Simulasi 4 no. 5
2.1 · Fungsi Linear, Kuadrat, dan Rasional	Bedah Prediksi 13 no. 6; Latihan 2.1 no. 1; Latihan 2.1 no. 2; Kuis Bab 2 no. 1; Kuis Bab 2 no. 2; Kuis Bab 2 no. 3; Kuis Bab 2 no. 4; Kuis Bab 2 no. 5; Kuis Bab 2 no. 6; Kuis Bab 2 no. 7; Simulasi 1 no. 4; Simulasi 2 no. 6; Simulasi 3 no. 6; Simulasi 4 no. 6
2.2 · Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers	Bedah Prediksi 11 no. 7; Latihan 2.2 no. 1; Latihan 2.2 no. 2; Kuis Bab 2 no. 8; Kuis Bab 2 no. 9; Kuis Bab 2 no. 10; Kuis Bab 2 no. 11; Kuis Bab 2 no. 12; Kuis Bab 2 no. 13; Simulasi 1 no. 5; Simulasi 2 no. 7; Simulasi 3 no. 7; Simulasi 4 no. 7
2.3 · Barisan dan Deret Aritmetika	Bedah Prediksi 12 no. 8; Latihan 2.3 no. 1; Latihan 2.3 no. 2; Kuis Bab 2 no. 14; Kuis Bab 2 no. 15; Kuis Bab 2 no. 16; Kuis Bab 2 no. 17; Kuis Bab 2 no. 18; Kuis Bab 2 no. 19; Simulasi 1 no. 6; Simulasi 2 no. 8; Simulasi 3 no. 8; Simulasi 4 no. 8
2.4 · Barisan dan Deret Geometri: Pertumbuhan, Peluruhan, dan Bunga	Bedah Prediksi 13 no. 9; Latihan 2.4 no. 1; Latihan 2.4 no. 2; Kuis Bab 2 no. 20; Kuis Bab 2 no. 21; Kuis Bab 2 no. 22; Kuis Bab 2 no. 23; Kuis Bab 2 no. 24; Kuis Bab 2 no. 25; Simulasi 1 no. 7; Simulasi 2 no. 9; Simulasi 3 no. 9; Simulasi 4 no. 9
3.1 · Hubungan Sudut, Garis, dan Bidang	Bedah Prediksi 11 no. 11; Latihan 3.1 no. 1; Latihan 3.1 no. 2; Latihan 3.1 no. 3; Latihan 3.1 no. 4; Latihan 3.1 no. 5; Kuis Bab 3 no. 1; Kuis Bab 3 no. 2; Kuis Bab 3 no. 3; Kuis Bab 3 no. 4; Simulasi 1 no. 10; Simulasi 1 no. 11; Simulasi 2 no. 10; Simulasi 2 no. 11; Simulasi 3 no. 10; Simulasi 3 no. 11; Simulasi 4 no. 10; Simulasi 4 no. 11
3.2 · Kesebangunan dan Kekongruenan	Bedah Prediksi 12 no. 12; Latihan 3.2 no. 1; Latihan 3.2 no. 2; Kuis Bab 3 no. 5; Kuis Bab 3 no. 6; Kuis Bab 3 no. 7; Simulasi 1 no. 12; Simulasi 2 no. 12; Simulasi 3 no. 12; Simulasi 4 no. 12
3.3 · Teorema Pythagoras dan Jarak dalam Ruang	Bedah Prediksi 13 no. 14; Latihan 3.3 no. 1; Latihan 3.3 no. 2; Latihan 3.3 no. 3; Latihan 3.3 no. 4; Latihan 3.3 no. 5; Kuis Bab 3 no. 8; Kuis Bab 3 no. 9; Kuis Bab 3 no. 10; Kuis Bab 3 no. 11; Simulasi 1 no. 13; Simulasi 1 no. 15; Simulasi 2 no. 13; Simulasi 2 no. 14; Simulasi 3 no. 13; Simulasi 3 no. 14; Simulasi 4 no. 13; Simulasi 4 no. 14
3.4 · Transformasi Geometri pada Titik	Bedah Prediksi 12 no. 15; Latihan 3.4 no. 1; Latihan 3.4 no. 2; Kuis Bab 3 no. 12; Kuis Bab 3 no. 13; Kuis Bab 3 no. 14; Simulasi 1 no. 14; Simulasi 2 no. 15; Simulasi 3 no. 15; Simulasi 4 no. 15

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab	Soal
3.5 · Keliling dan Luas Bangun Datar	Bedah Prediksi 11 no. 16; Latihan 3.5 no. 1; Latihan 3.5 no. 2; Latihan 3.5 no. 3; Latihan 3.5 no. 4; Latihan 3.5 no. 5; Kuis Bab 3 no. 15; Kuis Bab 3 no. 16; Kuis Bab 3 no. 17; Kuis Bab 3 no. 18; Simulasi 1 no. 16; Simulasi 1 no. 17; Simulasi 2 no. 16; Simulasi 2 no. 17; Simulasi 3 no. 16; Simulasi 3 no. 17; Simulasi 4 no. 16; Simulasi 4 no. 17
3.6 · Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang	Bedah Prediksi 11 no. 19; Latihan 3.6 no. 1; Latihan 3.6 no. 2; Latihan 3.6 no. 3; Latihan 3.6 no. 4; Latihan 3.6 no. 5; Kuis Bab 3 no. 19; Kuis Bab 3 no. 20; Kuis Bab 3 no. 21; Kuis Bab 3 no. 22; Simulasi 1 no. 18; Simulasi 1 no. 19; Simulasi 2 no. 18; Simulasi 2 no. 19; Simulasi 3 no. 18; Simulasi 3 no. 19; Simulasi 4 no. 18; Simulasi 4 no. 19
3.7 · Perbandingan Trigonometri	Bedah Prediksi 12 no. 20; Latihan 3.7 no. 1; Latihan 3.7 no. 2; Kuis Bab 3 no. 23; Kuis Bab 3 no. 24; Kuis Bab 3 no. 25; Simulasi 1 no. 20; Simulasi 2 no. 20; Simulasi 3 no. 20; Simulasi 4 no. 20
4.1 · Membaca dan Menilai Penyajian Data	Bedah Prediksi 11 no. 21; Latihan 4.1 no. 1; Latihan 4.1 no. 2; Kuis Bab 4 no. 1; Kuis Bab 4 no. 2; Kuis Bab 4 no. 3; Kuis Bab 4 no. 4; Kuis Bab 4 no. 5; Kuis Bab 4 no. 6; Simulasi 1 no. 21; Simulasi 2 no. 21; Simulasi 3 no. 21; Simulasi 4 no. 21
4.2 · Ukuran Pemusatan dan Penyebaran Data	Bedah Prediksi 13 no. 22; Latihan 4.2 no. 1; Latihan 4.2 no. 2; Kuis Bab 4 no. 7; Kuis Bab 4 no. 8; Kuis Bab 4 no. 9; Kuis Bab 4 no. 10; Kuis Bab 4 no. 11; Kuis Bab 4 no. 12; Simulasi 1 no. 23; Simulasi 2 no. 22; Simulasi 3 no. 22; Simulasi 4 no. 22
4.3 · Kaidah Pencacahan	Bedah Prediksi 13 no. 23; Latihan 4.3 no. 1; Latihan 4.3 no. 2; Kuis Bab 4 no. 13; Kuis Bab 4 no. 14; Kuis Bab 4 no. 15; Kuis Bab 4 no. 16; Kuis Bab 4 no. 17; Kuis Bab 4 no. 18; Simulasi 1 no. 22; Simulasi 2 no. 23; Simulasi 3 no. 23; Simulasi 4 no. 23
4.4 · Peluang Kejadian	Bedah Prediksi 13 no. 25; Latihan 4.4 no. 1; Latihan 4.4 no. 2; Latihan 4.4 no. 3; Latihan 4.4 no. 4; Latihan 4.4 no. 5; Kuis Bab 4 no. 19; Kuis Bab 4 no. 20; Kuis Bab 4 no. 21; Kuis Bab 4 no. 22; Kuis Bab 4 no. 23; Kuis Bab 4 no. 24; Kuis Bab 4 no. 25; Simulasi 1 no. 24; Simulasi 1 no. 25; Simulasi 2 no. 24; Simulasi 2 no. 25; Simulasi 3 no. 24; Simulasi 3 no. 25; Simulasi 4 no. 24; Simulasi 4 no. 25

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

NEXT LEVEL STUDY INDONESIA

Era Baru Pendidikan

TKA Matematika

Tetaplah menari, sekalipun lagu pengiringmu telah hilang. Sebab di luar sana, selalu ada seseorang yang menemukan bahagianya karena kamu tidak berhenti melangkah.

— HANDAKA LUMU

Buku ini menjelaskan secara rinci apa saja yang perlu kamu persiapkan untuk TKA Matematika: materi yang diuji, strategi menjawab, dan latihan yang terarah.

Belajar lebih jauh di LMS NLS

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-matw

GRATIS · TIDAK UNTUK DIPERJUALBELIKAN

MATW · Edisi 1 · Gratis untuk pelajar Indonesia · 2026/2027