SERI PERSIAPAN
UTBK-SNBT 2027

SNBT 2027

PENGETAHUAN KUANTITATIF

Materi, Strategi, dan Simulasi



Between breath and stillness

HANDAKA LUMU

by Next Level Study Indonesia

2026/2027 · SNBTPK

SNBT 2027 PENGETAHUAN KUANTITATIF

Materi, Strategi, dan Simulasi

Handaka Lumu

by Next Level Study Indonesia

The Dancer of the Silent Stage

"Semakin kau mengenalku, semakin banyak yang kamu tidak tahu"



KETERANGAN BUKU

SNBT 2027 Pengetahuan Kuantitatif: Materi, Strategi, dan Simulasi

Penulis: Handaka Lumu

Penyusun soal: Tim Next Level Study Indonesia

Penerbit: Next Level Study Indonesia

Edisi: Edisi 1 · Gratis untuk pelajar Indonesia · 2026/2027 · Kode buku SNBTPK

© 2026 Next Level Study Indonesia. Hak cipta dilindungi undang-undang.

GRATIS · TIDAK UNTUK DIPERJUALBELIKAN

Buku ini dibagikan gratis sebagai dedikasi Next Level Study Indonesia untuk bangsa. Boleh diperbanyak dan dibagikan untuk belajar, tetapi tidak untuk diperjualbelikan.

Sumber soal asli: Soal UTBK-SNBT 2024, 2025, dan 2026 subtes Pengetahuan Kuantitatif, disusun dari ingatan peserta (bukan dokumen resmi); pembahasan dan gambar dibuat ulang oleh Tim Next Level Study Indonesia.

Acuan kisi-kisi: Ketentuan UTBK-SNBT (SNPMB): PK = subtes Tes Potensi Skolastik, 20 soal. Kisi-kisi rinci tidak diterbitkan; ruang lingkup = Peta Topik SNBT-PK + soal asli 2024–2026.

Kata Pengantar

Untukmu yang sedang bersiap,

Banyak siswa berkata, "Saya tidak berbakat matematika." Kalimat itu sering diucapkan sebelum seseorang benar-benar diberi kesempatan untuk memahami. Buku ini ditulis untuk memberi kesempatan itu. Kami menulisnya untuk kamu yang merasa tertinggal, yang dulu tidak paham pecahan, yang takut melihat huruf x, atau yang selalu kehabisan waktu saat mengerjakan soal hitungan.

Subtes Pengetahuan Kuantitatif dalam UTBK-SNBT tidak meminta kamu menghafal banyak rumus. Subtes ini meminta kamu memahami bilangan, bentuk aljabar, bangun, data, dan peluang, lalu bernalar dengan tenang. Karena itu, buku ini tidak melompati penjelasan. Setiap rumus kami jelaskan asal-usulnya. Setiap langkah hitung kami tulis beserta alasannya. Materi SMP yang menjadi dasar, seperti operasi bilangan bulat, pecahan, dan persamaan linear, kami ulang di Bab 0 supaya tidak ada yang tertinggal di pintu masuk.

Isinya kami susun dengan jujur. Ada enam bab materi, kuis di akhir setiap bab, simulasi berwaktu dari soal UTBK-SNBT 2024, 2025, dan 2026 yang disusun dari ingatan peserta, simulasi prediksi buatan Tim Next Level Study Indonesia, serta kunci dan pembahasan rinci untuk semua soal. Kami tidak menjanjikan nilai tertentu. Yang kami janjikan hanya ini: setiap halaman ditulis dengan sungguh-sungguh agar waktu belajarmu tidak terbuang.

Buku ini kami berikan secara gratis. Kami ingin setiap anak Indonesia, di kota maupun di desa, punya bahan belajar yang layak tanpa harus membayar. Bila buku ini bermanfaat, bagikanlah kepada temanmu.

Belajar adalah janji kecil yang ditepati setiap hari. Janji kepada dirimu sendiri, kepada orang tua yang menunggu kabar baik, kepada guru yang sabar menuntun, dan kepada negeri yang kelak membutuhkan pikiran serta tenagamu. Tepatilah janji itu dengan tekun. Kerjakan bagianmu sebaik-baiknya, dengan sepenuh hati dan segenap tenaga, karena negeri ini dibangun oleh anak-anak muda yang tidak berhenti belajar dan tidak berhenti mengabdi.

Selamat berjuang. Semoga setiap soal yang kamu selesaikan menjadi satu langkah lagi menuju kampus impianmu.

Oktober 2026

Handaka Lumu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Panduan Memakai Buku

Buku ini dipakai berurutan: kenali ujiannya (Bagian A), pelajari 6 bab materi (Bagian B), uji kesiapanmu dengan simulasi TKA berwaktu (Bagian C), lalu cocokkan jawaban dan pelajari pembahasannya (Bagian D).

Peta belajar

Langkah	Kamu mengerjakan	Hasil
1	Bagian A: kenali bentuk soal dan peta kisi-kisi	Tahu apa yang diuji
2	Bab demi bab: baca sub bab, kerjakan latihan, lalu Kuis Akhir Bab	Skor kuis per bab
3	Ulangi sub bab yang ditunjuk tabel anjuran di akhir kuis	Titik lemah berkurang
4	Bagian C: 8 simulasi TKA berwaktu	Skor simulasi
5	Bagian D: kunci dan pembahasan semua soal	Paham alasan, bukan hanya jawaban

Tanda di dalam buku

Tanda	Artinya
◎ APA YANG DIUJI	Tujuan belajar sub bab dan indikator resmi yang diuji
◆ KONSEP INTI	Materi lengkap: penjelasan runtut, gambar, dan contoh terselesaikan
▲ STRATEGI DAN JEBAKAN	Langkah menjawab dan pola pengecoh yang sering dipasang
● BEDAH SOAL	Soal dibahas langkah demi langkah
✎ LATIHAN	Soal untuk dikerjakan sendiri; kunci singkat di bawahnya
✔ PERIKSA DIRI	Pertanyaan refleksi dan hal yang perlu diingat
Kotak QR	Membuka latihan dan kuis yang sama di LMS NLS

Kode

SNBTPK-1.2 = sub bab 1.2; SNBTPK-KB1 = kuis akhir bab 1; SNBTPK-FIN1 = simulasi 1. Kode yang sama dipakai di LMS.

Belajar lewat PDF atau LMS

Semua latihan, kunci, dan pembahasan sudah ada di buku ini, jadi kamu bisa belajar hanya dengan PDF atau cetakan. LMS menambahkan latihan dan kuis interaktif, serta menyimpan skormu.

Buka buku ini di LMS NLS

Pindai untuk membuka course buku ini.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Daftar Isi

Kata Pengantar ii
Panduan Memakai Buku iii
Bagian A · Mengenal SNBT 2027 Subtes Pengetahuan Kuantitatif 1
Bagian B · Materi 11
Bab 0 · Pondasi Berhitung dan Aljabar 11
Sub bab 0.1 · Bilangan Bulat dan Urutan Operasi 12
Sub bab 0.2 · Bentuk Aljabar Dasar 24
Sub bab 0.3 · Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel 35
Sub bab 0.4 · Bidang Koordinat dan Membaca Gambar 45
Bab 1 · Bilangan 56
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar 85
Sub bab 1.4 · Logaritma Dasar 101
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian 110
Sub bab 1.6 · Operasi dan Definisi Buatan 122
Kuis Akhir Bab 1 133
Bab 2 · Aljabar dan Fungsi 140
Sub bab 2.1 · Faktorisasi dan Manipulasi Aljabar 141
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar 153
Sub bab 2.3 · Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan 170
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel 182
Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers 195
Sub bab 2.6 · Matriks Ordo 2 × 2 206
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri 217
Kuis Akhir Bab 2 233
Bab 3 · Geometri dan Pengukuran 241
Sub bab 3.1 · Garis dan Sudut 242
Sub bab 3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras 255
Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar 275
Sub bab 3.4 · Lingkaran 291
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis 327
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku 351
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri 366
Kuis Akhir Bab 3 381
Bab 4 · Statistika dan Peluang 391
Sub bab 4.1 · Penyajian dan Membaca Data 392
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan 404
Sub bab 4.3 · Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan 420

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi 430
Sub bab 4.5 · Peluang 445
Kuis Akhir Bab 4 458
Bab 5 · Bentuk Soal Khas Pengetahuan Kuantitatif 468
Sub bab 5.1 · Perbandingan Kuantitas P dan Q 469
Sub bab 5.2 · Kecukupan Data 482
Sub bab 5.3 · Soal Pernyataan: (1)–(4), Banyaknya Pernyataan Benar, dan Benar/Salah 495
Sub bab 5.4 · Soal Isian Singkat 508
Kuis Akhir Bab 5 518
Bagian C · Simulasi UTBK-SNBT 526
Simulasi 1 — Soal Asli SNBT 2024 527
Simulasi 2 — Soal Asli SNBT 2025 536
Simulasi 3 — Soal Asli SNBT 2026 546
Simulasi 4 — Prediksi SNBT 2027 — 1 554
Simulasi 5 — Prediksi SNBT 2027 — 2 565
Simulasi 6 — Prediksi SNBT 2027 — 3 574
Simulasi 7 — Prediksi SNBT 2027 — 4 585
Simulasi 8 — Prediksi SNBT 2027 — 5 595
Bagian D · Kunci dan Pembahasan 605
Penutup 910
Lampiran 912

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian A · Mengenal SNBT 2027 Subtes Pengetahuan Kuantitatif

1. Apa itu UTBK-SNBT dan subtes Pengetahuan Kuantitatif?

SNBT (Seleksi Nasional Berdasarkan Tes) adalah jalur masuk perguruan tinggi negeri yang memakai hasil tes. Tesnya disebut **UTBK** (Ujian Tulis Berbasis Komputer): kamu mengerjakan soal di layar komputer, bukan di kertas. Seleksi ini dikelola oleh panitia SNPMB (Seleksi Nasional Penerimaan Mahasiswa Baru).

UTBK-SNBT terdiri atas dua kelompok tes.

1. **Tes Potensi Skolastik (TPS)** mengukur kemampuan berpikir yang dibutuhkan untuk belajar di perguruan tinggi.
2. **Tes Literasi** mengukur kemampuan memahami dan memakai bacaan serta matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Menurut informasi SNPMB untuk UTBK-SNBT 2026, ketujuh subtesnya adalah sebagai berikut.

Kelompok	Subtes	Banyak soal
Tes Potensi Skolastik	Penalaran Umum	30
Tes Potensi Skolastik	Pengetahuan dan Pemahaman Umum	20
Tes Potensi Skolastik	Pemahaman Bacaan dan Menulis	20
Tes Potensi Skolastik	**Pengetahuan Kuantitatif**	**20**
Tes Literasi	Literasi dalam Bahasa Indonesia	30
Tes Literasi	Literasi dalam Bahasa Inggris	20
Tes Literasi	Penalaran Matematika	20

Jumlah seluruhnya **160 soal** dengan waktu total **195 menit**. Buku ini membahas satu subtes saja, yaitu **Pengetahuan Kuantitatif (PK)**: 20 soal.

> Sumber: informasi SNPMB (akun resmi @snpmb_id) sebagaimana diberitakan Kompas TV, "Komponen UTBK dalam SNBT 2026: Materi Tes dan Jumlah Soal yang Harus Diketahui Peserta", 2026. Buku ini ditujukan untuk **UTBK-SNBT 2027**. Ketika buku ini disusun, ketentuan resmi 2027 belum terbit, sehingga yang dipakai adalah ketentuan 2026. **Periksa ketentuan 2027 di laman resmi SNPMB (snpmb.id)** sebelum ujian.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Apa bedanya PK dengan Penalaran Matematika? Keduanya memakai matematika, tetapi tujuannya berbeda. Penalaran Matematika biasanya menyajikan situasi sehari-hari (bacaan, tabel, grafik) lalu meminta kamu memakai matematika untuk memecahkannya. Pengetahuan Kuantitatif lebih langsung menguji **pemahamanmu tentang konsep matematika itu sendiri**: sifat bilangan, bentuk aljabar, fungsi, bangun, data, dan peluang. Soal PK umumnya pendek, tetapi menuntut kamu benar-benar paham, bukan sekadar hafal rumus.

Berapa waktu untuk PK? Sumber yang kami pegang tidak mencantumkan waktu per subtes. Untuk latihan, buku ini memakai **20 menit untuk 20 soal** (rata-rata 1 menit per soal). Angka ini adalah anjuran latihan buku, bukan ketentuan resmi. Bila kamu sudah terbiasa selesai dalam 20 menit, kamu akan lebih tenang saat ujian sungguhan.

2. Tujuh bentuk soal PK dan cara menjawabnya

Dari 60 soal asli UTBK-SNBT 2024, 2025, dan 2026 yang disusun dari ingatan peserta (dimuat di Bagian C sebagai Simulasi 1, 2, dan 3), kami menemukan **tujuh bentuk soal**. Hampir separuh soal PK **bukan** pilihan ganda biasa. Karena itu, kamu perlu mengenal setiap bentuk sebelum ujian.

Bentuk soal	Yang kamu lakukan	Banyak pada 60 soal asli	Contoh soal asli
Pilihan ganda biasa	memilih satu jawaban dari lima pilihan A–E	20 (33 %)	Simulasi 2 no. 1
Pernyataan (1)–(4)	memilih gabungan pernyataan yang benar	10 (17 %)	Simulasi 1 no. 9, Simulasi 3 no. 9
Banyaknya pernyataan benar	menghitung berapa pernyataan yang benar (0–4)	4 (7 %)	Simulasi 1 no. 11 dan 13
Isian singkat	mengetik sendiri jawabannya (tanpa pilihan)	11 (18 %)	Simulasi 1 no. 1, Simulasi 3 no. 13
Perbandingan kuantitas P dan Q	memutuskan apakah P lebih besar, lebih kecil, sama dengan Q, atau tidak dapat ditentukan	5 (8 %)	Simulasi 2 no. 15, Simulasi 3 no. 8
Kecukupan data	menilai apakah informasi (1) dan (2) cukup untuk menjawab	6 (10 %)	Simulasi 1 no. 19, Simulasi 3 no. 16
Benar/Salah	menentukan setiap pernyataan Benar atau Salah	4 (7 %)	Simulasi 1 no. 17

Di bawah ini setiap bentuk dijelaskan dengan **contoh kecil buatan kami sendiri** (bukan soal simulasi), supaya kamu bisa melihat cara berpikirnya tanpa membocorkan jawaban simulasi. Pembahasan mendalam ada di Bab 5.

Bentuk 1: Pilihan ganda biasa

Contoh. Jika $3 \times 4 - 6 : 2 = 3k$, nilai k adalah .... A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 6

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cara menjawab.

1. Tulis dulu apa yang ditanyakan: nilai k.
2. Hitung ruas kiri dengan **urutan operasi** yang benar: perkalian dan pembagian dikerjakan lebih dulu daripada penjumlahan dan pengurangan. Jadi $3 \times 4 = 12$ dan $6 : 2 = 3$, sehingga ruas kiri $= 12 - 3 = 9$.
3. Selesaikan persamaannya: $9 = 3k$. Kedua ruas dibagi 3, sehingga $k = 3$.
4. Cek ulang: $3k = 3 \times 3 = 9$, sama dengan ruas kiri. Jawaban **C**.

Jebakan. Siswa yang menghitung dari kiri ke kanan tanpa aturan urutan operasi akan mendapat $(12 - 6) : 2 = 3$, lalu $k = 1$ (pilihan A). Pengecoh dalam soal PK sengaja dibuat dari kesalahan yang masuk akal seperti ini. Karena itu, **jangan memilih jawaban hanya karena angkanya muncul di pilihan**.

Bentuk 2: Pernyataan (1)–(4)

Soal bentuk ini memberi empat pernyataan bernomor. Lima pilihan jawabannya hampir selalu berpola tetap seperti berikut.

Pilihan	Artinya
A	Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B	Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C	Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D	HANYA pernyataan (4) yang benar.
E	SEMUA pernyataan benar.

Contoh. Diketahui n bilangan ganjil. Manakah pernyataan berikut yang benar? (1) n^2 bilangan genap. (2) $n + 1$ bilangan genap. (3) $3n$ bilangan genap. (4) $n^2 + n$ bilangan genap.

Cara menjawab.

1. Uji setiap pernyataan **sendiri-sendiri**. Cara paling aman: coba satu bilangan ganjil, misalnya $n = 3$, lalu pikirkan apakah hasilnya selalu sama untuk bilangan ganjil lain.
2. (1) $3^2 = 9$ ganjil. Ganjil kali ganjil selalu ganjil, jadi (1) **salah**.
3. (2) $3 + 1 = 4$ genap. Ganjil ditambah 1 selalu genap, jadi (2) **benar**.
4. (3) $3 \times 3 = 9$ ganjil. Ganjil kali ganjil selalu ganjil, jadi (3) **salah**.
5. (4) $9 + 3 = 12$ genap. Ganjil ditambah ganjil selalu genap, jadi (4) **benar**.
6. Yang benar hanya (2) dan (4). Jawaban **C**.

Kiat pola pilihan. Perhatikan bahwa pilihan A, B, dan E memuat pernyataan (1), sedangkan C dan D tidak. Jadi setelah menguji pernyataan (1), separuh pilihan sudah gugur. Bila (1) salah, jawabannya pasti C atau D, dan kamu cukup menguji pernyataan (2): bila (2) benar, jawabannya C; bila (2) salah, jawabannya D. Kiat ini menghemat waktu, tetapi **tetap uji pernyataan lain bila waktumu cukup**, karena satu kesalahan uji bisa menjatuhkanmu ke pilihan yang salah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bentuk 3: Banyaknya pernyataan benar

Bentuk ini mirip bentuk 2, tetapi pilihannya berupa bilangan $0, 1, 2, 3, 4$. Kamu harus menguji **keempat** pernyataan, karena tidak ada pola yang bisa dipakai untuk menggugurkan pilihan.

Contoh. Data: $2, 3, 3, 5, 7$. Berapa banyak pernyataan berikut yang benar? (1) Median data adalah 3. (2) Modus data adalah 3. (3) Rata-rata data adalah 4. (4) Jangkauan data adalah 6.

Cara menjawab.

1. Median adalah data di tengah setelah diurutkan. Data sudah urut, dan data ke-3 dari 5 data adalah 3. Pernyataan (1) **benar**.
2. Modus adalah data yang paling sering muncul. Bilangan 3 muncul dua kali, yang lain sekali. Pernyataan (2) **benar**.
3. Rata-rata $= \dfrac{2+3+3+5+7}{5} = \dfrac{20}{5} = 4$. Pernyataan (3) **benar**.
4. Jangkauan $=$ data terbesar $-$ data terkecil $= 7 - 2 = 5$, bukan 6. Pernyataan (4) **salah**.
5. Banyak pernyataan benar adalah 3.

Jebakan. Siswa yang mencampur jangkauan dengan cara menghitung banyak bilangan ($7 - 2 + 1 = 6$) akan menganggap pernyataan (4) benar dan memilih 4. Tulislah hasil uji setiap pernyataan dengan tanda B atau S di kertas buram, lalu hitung tandanya.

Bentuk 4: Isian singkat

Soal isian tidak memiliki pilihan. Kamu menghitung lalu **mengetik sendiri** jawabannya. Biasanya soal memberi petunjuk bentuk jawaban, misalnya "tulislah jawaban dalam bilangan cacah".

Contoh. Banyak bilangan bulat n dengan $2 \le n \le 30$ yang habis dibagi 4 adalah ....

Cara menjawab.

1. Bilangan yang habis dibagi 4 adalah kelipatan 4: $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28$. Bilangan berikutnya, 32, sudah lebih dari 30.
2. Hitung banyaknya: ada 7 bilangan.
3. Cek ulang dengan cara lain: $30 : 4 = 7$ sisa 2, jadi ada 7 kelipatan 4 dari 1 sampai 30. Kelipatan 4 tidak ada yang lebih kecil dari 2, jadi batas bawah tidak mengurangi apa pun.
4. Ketik jawaban: **7**.

Kiat. Pada soal isian kamu tidak bisa mencocokkan dengan pilihan, sehingga **cek ulang wajib dilakukan**. Ketik bilangannya saja, tanpa satuan dan tanpa kata, kecuali soal meminta lain.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bentuk 5: Perbandingan kuantitas P dan Q

Soal bentuk ini memberi dua besaran, P dan Q. Kamu memutuskan hubungan keduanya. Pilihannya selalu empat:

Pilihan	Artinya
A	Kuantitas P lebih dari Q.
B	Kuantitas P kurang dari Q.
C	Kuantitas P sama dengan Q.
D	Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Contoh 1. $P = 2^{10}$ dan $Q = 1.000$. Hitung: $2^{10} = 1.024$. Karena $1.024 > 1.000$, kuantitas P lebih dari Q. Jawaban **A**.

Contoh 2. x bilangan real positif. $P = x$ dan $Q = x^2$.

1. Coba $x = 2$: $P = 2, Q = 4$, sehingga $P < Q$.
2. Coba $x = \frac{1}{2}$: $P = \frac{1}{2}, Q = \frac{1}{4}$, sehingga $P > Q$.
3. Hubungannya berubah-ubah tergantung nilai x. Jawaban **D**.

Kiat. Pilihan D dipilih hanya bila kamu **menemukan dua contoh** yang menghasilkan hubungan berbeda. Bila semua kemungkinan menghasilkan hubungan yang sama, jawabannya A, B, atau C. Coba nilai yang "aneh" juga: bilangan antara 0 dan 1, bilangan negatif (bila diizinkan), dan nol (bila diizinkan).

Bentuk 6: Kecukupan data

Soal bentuk ini memberi satu pertanyaan dan dua informasi tambahan, (1) dan (2). Kamu **tidak** diminta mencari jawaban pertanyaannya. Kamu hanya diminta menilai: apakah informasi itu **cukup** untuk mendapatkan satu jawaban pasti?

Pilihan	Artinya
A	Pernyataan (1) SAJA cukup, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B	Pernyataan (2) SAJA cukup, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C	DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D	Pernyataan (1) SAJA cukup dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E	Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup.

Contoh. Berapakah nilai bilangan real a? (1) $a^2 = 9$. (2) $a > 0$.

Cara menjawab.

1. Uji (1) saja: $a^2 = 9$ dipenuhi oleh $a = 3$ dan $a = -3$. Ada dua kemungkinan, jadi (1) saja **tidak cukup**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Uji (2) saja: $a > 0$ dipenuhi oleh banyak sekali bilangan. (2) saja **tidak cukup**.
3. Uji gabungan: dari $a = 3$ atau $a = -3$, yang memenuhi $a > 0$ hanya $a = 3$. Gabungannya **cukup**.
4. Jawaban **C**.

Kiat. Selalu uji dengan urutan tetap: (1) saja → (2) saja → gabungan. "Cukup" artinya jawabannya **tunggal (pasti satu)**, bukan berarti kamu harus menghitung sampai selesai.

Bentuk 7: Benar/Salah

Soal bentuk ini memberi beberapa pernyataan (biasanya tiga). Kamu memberi tanda **Benar** atau **Salah** pada **setiap** pernyataan. Jawabanmu dinilai benar bila semua tandanya tepat.

Contoh. Sebuah persegi panjang berukuran $6\text{ cm} \times 8\text{ cm}$. (1) Panjang diagonalnya 10 cm. → Diagonal $= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ cm. **Benar**. (2) Luasnya 48 cm^2. → Luas $= 6 \times 8 = 48\text{ cm}^2$. **Benar**. (3) Kelilingnya 14 cm. → Keliling $= 2 \times (6 + 8) = 2 \times 14 = 28$ cm. **Salah**.

Jebakan. Siswa yang hanya menjumlahkan panjang dan lebar ($6 + 8 = 14$) lupa bahwa persegi panjang punya **empat** sisi, lalu menganggap pernyataan (3) benar. Setiap pernyataan berdiri sendiri: dua pernyataan benar tidak berarti pernyataan ketiga juga benar.

3. Peta materi: apa saja yang diuji?

Peta Topik Next Level Study membagi materi PK menjadi empat kelompok besar dengan 24 subtopik. Tabel berikut menunjukkan banyak soal asli 2024–2026 untuk setiap subtopik dan sub bab buku ini yang membahasnya. Subtopik yang belum pernah muncul pada 60 soal asli tetap dibahas, karena Peta Topik dan soal tahun lain menunjukkan topik itu bisa diujikan.

Kelompok	Subtopik	Soal asli 2024–2026	Sub bab
Bilangan	Sifat bilangan bulat, genap-ganjil, positif-negatif, prima	6	1.1
Bilangan	Pecahan, desimal, persentase, nilai mutlak	1	1.2
Bilangan	Eksponen, bentuk akar, logaritma dasar	6	1.3, 1.4
Bilangan	Keterbagian, FPB, KPK, sisa pembagian	3	1.5
Aljabar dan fungsi	Faktorisasi dan manipulasi aljabar	0	2.1
Aljabar dan fungsi	Persamaan dan pertidaksamaan kuadrat	6	2.2
Aljabar dan fungsi	Pertidaksamaan nilai mutlak dan pecahan	0	2.3
Aljabar dan fungsi	Sistem persamaan linear dua dan tiga variabel	3	2.4
Aljabar dan fungsi	Fungsi komposisi dan fungsi invers	1	2.5
Aljabar dan fungsi	Matriks ordo 2×2	0	2.6
Aljabar dan fungsi	Barisan dan deret aritmetika serta geometri	4	2.7
Geometri	Garis dan sudut	0	3.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Geometri	Segitiga dan teorema Pythagoras	2	3.2
Geometri	Segiempat dan poligon	1	3.3
Geometri	Lingkaran	1	3.4
Geometri	Bangun ruang	3	3.5
Geometri	Geometri analitik: jarak, gradien, persamaan garis	9	3.6
Geometri	Perbandingan trigonometri segitiga siku-siku	1	3.7
Geometri	Transformasi geometri	2	3.8
Statistika dan peluang	Penyajian dan membaca data	0	4.1
Statistika dan peluang	Ukuran pemusatan data	4	4.2
Statistika dan peluang	Ukuran penyebaran data	0	4.3
Statistika dan peluang	Kaidah pencacahan	6	4.4
Statistika dan peluang	Peluang	1	4.5

Bila dijumlahkan per kelompok, soal asli 2024–2026 terdiri atas **Bilangan 16 soal (27 %)**, **Aljabar dan fungsi 14 soal (23 %)**, **Geometri 19 soal (32 %)**, dan **Statistika dan peluang 11 soal (18 %)**. Subtopik yang paling sering muncul adalah geometri analitik (9 soal), lalu sifat bilangan, eksponen dan akar, persamaan kuadrat, serta kaidah pencacahan (masing-masing 6 soal). Sub bab yang membahas topik-topik ini kami beri tanda ★ di daftar isi dan kami tulis lebih panjang.

Selain empat kelompok itu, buku ini memiliki dua bab tambahan.

- **Bab 0 Pondasi Berhitung dan Aljabar** mengulang materi SMP yang dipakai di hampir semua soal PK: bilangan bulat dan urutan operasi, bentuk aljabar, persamaan linear satu variabel, serta bidang koordinat.
- **Bab 5 Bentuk Soal Khas PK** melatih cara menjawab bentuk P dan Q, kecukupan data, pernyataan bernomor, Benar/Salah, dan isian singkat.

Tingkat kesulitan. Berdasarkan penilaian Tim Next Level Study Indonesia atas 60 soal asli itu, sekitar 23 % soal tergolong mudah, 60 % sedang, dan 17 % sulit. Penilaian ini bukan data resmi dari panitia; tujuannya hanya memberi gambaran bahwa sebagian besar soal PK berada di tingkat sedang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Ciri soal PK dan kesalahan yang sering terjadi

Ciri soal PK.

1. **Pendek tetapi padat.** Kebanyakan soal hanya dua sampai empat kalimat. Setiap kata penting, misalnya "bilangan bulat", "positif", "berbeda", atau "TIDAK".
2. **Definisi baru di dalam soal.** Soal sering berkata "untuk setiap bilangan bulat x didefinisikan ...", lalu memperkenalkan operasi atau lambang yang belum pernah kamu lihat. Kamu tidak perlu mengenalnya sebelumnya; cukup ikuti definisinya dengan teliti. Sub bab 1.6 khusus melatih bentuk ini.
3. **Menguji penalaran, bukan hitungan panjang.** Soal P dan Q, kecukupan data, dan pernyataan bernomor sering bisa dijawab dengan memahami sifat, tanpa menghitung sampai selesai.
4. **Satu bacaan untuk beberapa soal.** Kadang satu informasi (misalnya dua grafik fungsi atau sebuah limas) dipakai untuk dua atau tiga soal berurutan.

Kesalahan yang sering terjadi.

Kesalahan	Contoh	Cara mencegah
Salah urutan operasi	$12 - 6 : 2$ dihitung 3, padahal 9	kerjakan kali dan bagi lebih dulu (Bab 0)
Salah tanda negatif	$-(x - 3)$ ditulis $-x - 3$	tulis tanda kurung, lalu kalikan satu per satu
Mengabaikan syarat	"a positif" tidak dipakai	garis bawahi syarat di soal sebelum menghitung
Menganggap satu contoh sebagai bukti	"$x = 2$ berhasil, jadi selalu benar"	pada soal "selalu", cari contoh penyangkal
Berhenti di hasil setengah jalan	soal meminta $2u - t$, kamu berhenti di u	tulis ulang apa yang ditanyakan sebelum memilih
Tidak cek ulang soal isian	salah hitung tidak terdeteksi	masukkan kembali hasilmu ke soal

5. Strategi waktu

Dengan anjuran latihan 20 menit untuk 20 soal, kamu punya sekitar 1 menit per soal. Itu cukup bila kamu memakai strategi tiga putaran.

1. **Putaran 1 (±10 menit): kerjakan yang pasti.** Baca setiap soal. Bila kamu langsung tahu caranya, kerjakan. Bila tidak, tandai dan lewati. Jangan terjebak lebih dari 1,5 menit di satu soal.
2. **Putaran 2 (±7 menit): kembali ke soal yang ditandai.** Sekarang kamu punya waktu yang lebih tenang. Gunakan cara cadangan: coba angka, gambar sketsa, atau gugurkan pilihan yang tidak mungkin.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. **Putaran 3 (±3 menit): periksa dan isi.** Pastikan tidak ada soal yang kosong, terutama soal isian. Periksa ulang soal yang ragu.

Cara cadangan yang sah. Bila kamu tidak menemukan cara langsung, kamu boleh: (a) **mencoba bilangan** kecil yang memenuhi syarat; (b) **menggambar sketsa** bangun atau grafik; (c) **memasukkan pilihan** ke soal untuk melihat mana yang cocok (cara ini hanya untuk pilihan ganda); (d) **menggugurkan pilihan** yang mustahil. Cara-cara ini dibahas di setiap sub bab.

6. Cara memakai buku ini

Buku ini disusun agar kamu bisa belajar **sendiri** dari nol. Setiap sub bab mengikuti pola tetap:

Bagian sub bab	Isinya
Apa yang diuji	tujuan belajar dan soal asli yang menguji topik itu
Prasyarat	materi SMP yang dipakai, diulang singkat dengan contoh
Konsep, rumus, dan contoh	penjelasan runtut, asal setiap rumus, gambar berlabel, contoh terselesaikan dari dasar sampai setara SNBT
Strategi dan jebakan	cara cepat yang aman dan pola pengecoh yang sering dipasang
Bedah soal	soal asli dan soal prediksi yang dibahas langkah demi langkah
Latihan	soal latihan dengan kunci singkat; pembahasan lengkap di Bagian D
LMS	kode QR ke kuis yang sama di LMS Next Level Study

Pilih jalurmu.

- **Jalur pemula** (kamu merasa lemah di matematika): mulai dari **Bab 0**, lalu ikuti bab berurutan. Jangan melompati prasyarat. Kerjakan semua contoh dengan tanganmu sendiri sebelum membaca penyelesaiannya.
- **Jalur penguatan** (kamu sudah cukup kuat): kerjakan dulu **Kuis Akhir Bab** setiap bab tanpa membaca materinya. Tabel skor di akhir kuis menunjukkan sub bab mana yang perlu kamu pelajari. Pelajari sub bab itu saja, lalu kerjakan simulasi.

Contoh jadwal belajar 12 minggu (sekitar 1 jam per hari, 5 hari per minggu):

Minggu	Kegiatan
1	Bagian A dan Bab 0
2–3	Bab 1 Bilangan + Kuis Bab 1
4–5	Bab 2 Aljabar dan Fungsi + Kuis Bab 2
6–7	Bab 3 Geometri dan Pengukuran + Kuis Bab 3
8	Bab 4 Statistika dan Peluang + Kuis Bab 4
9	Bab 5 Bentuk Soal Khas PK + Kuis Bab 5
10	Simulasi 1–3 (soal asli), satu simulasi per dua hari; pelajari pembahasannya

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11	Simulasi 4–6 (prediksi); ulangi sub bab yang lemah
12	Simulasi 7–8 (prediksi); ulangi catatan kesalahanmu

Catatan kesalahan. Siapkan satu buku tulis khusus. Setiap kali salah mengerjakan soal, tulis: nomor soal, jawabanmu, jawaban yang benar, dan **mengapa kamu salah** (salah konsep, salah hitung, salah baca, atau kehabisan waktu). Bacalah catatan ini seminggu sekali. Kesalahan yang sama biasanya muncul berulang, dan catatan ini membantumu menghentikannya.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian B · Materi

Bagian ini memuat 6 bab. Tiap bab diakhiri kuis; kerjakan berurutan.

Bab 0 · Pondasi Berhitung dan Aljabar

SNBTPK-B0

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- menghitung dengan bilangan bulat dan urutan operasi tanpa salah tanda
- menyederhanakan bentuk aljabar dan menyelesaikan persamaan linear satu variabel
- membaca titik pada bidang koordinat serta tabel dan diagram sederhana

Peta bab

Sub bab	Judul
0.1	Bilangan Bulat dan Urutan Operasi
0.2	Bentuk Aljabar Dasar
0.3	Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel
0.4	Bidang Koordinat dan Membaca Gambar

Bab 0 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-B0

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 0.1 · Bilangan Bulat dan Urutan Operasi

SNBTPK-0.1

◎ APA YANG DIUJI

Hampir setiap soal Pengetahuan Kuantitatif memakai hitungan bilangan bulat, termasuk bilangan negatif. Soal asli UTBK-SNBT 2024 nomor 1 (Simulasi 1 nomor 1), misalnya, meminta kamu menghitung $12 + 24 : 3$ dengan urutan operasi yang benar sebelum mencari nilai sebuah huruf. Kesalahan tanda atau urutan operasi kecil saja sudah cukup untuk memilih pengecoh. Karena itu, sub bab ini menjadi pondasi seluruh buku.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjumlahkan, mengurangkan, mengalikan, dan membagi bilangan bulat positif maupun negatif beserta alasan aturan tandanya;
- menghitung bentuk campuran dengan urutan operasi yang benar;
- memakai sifat komutatif, asosiatif, dan distributif untuk menghitung lebih cepat.

≡ PRASYARAT

Kamu cukup menguasai operasi hitung bilangan cacah $(0, 1, 2, 3, \ldots)$ dari sekolah dasar: penjumlahan bersusun, perkalian bersusun, dan pembagian bersusun. Bila kamu ragu dengan perkalian dasar, latih lagi tabel perkalian 1 sampai 10 sampai kamu bisa menjawabnya tanpa berpikir lama, karena hampir semua hitungan di buku ini memakainya.

Satu istilah yang sering dipakai: **hasil bagi** adalah jawaban pembagian. Pada $12 : 3 = 4$, bilangan 12 disebut yang dibagi, 3 disebut pembagi, dan 4 adalah hasil bagi. Tanda bagi ditulis ":" atau "÷"; keduanya berarti sama.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Bilangan bulat dan garis bilangan

Bilangan bulat adalah bilangan $\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$. Bilangan bulat terdiri atas tiga kelompok: bilangan bulat **positif** $(1, 2, 3, \ldots)$, **nol**, dan bilangan bulat **negatif** $(-1, -2, -3, \ldots)$. Bilangan negatif dipakai untuk besaran yang "berlawanan arah": suhu di bawah nol, utang, posisi di bawah permukaan laut, atau mundur ke belakang.

Cara paling mudah membayangkan bilangan bulat adalah **garis bilangan** (lihat Gambar 0.1). Nol berada di tengah. Bilangan positif berada di kanan nol, bilangan negatif di kiri nol. Makin ke kanan, bilangan makin besar; makin ke kiri, bilangan makin kecil. Jadi $-5 < -2$, karena -5 terletak lebih ke kiri daripada -2. Banyak siswa keliru di sini karena angka 5 lebih besar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

daripada 2. Ingatlah: untuk bilangan negatif, makin besar angkanya, makin kecil nilainya.



Gambar 0.1 Garis bilangan bulat. Menambah bilangan negatif berarti bergerak ke kiri: $2 + (-5) = -3$.

Bilangan negatif sebenarnya sering kamu jumpai. Termometer di ruang pembeku lemari es menunjukkan suhu di bawah nol, misalnya -18 derajat Celsius. Peta kedalaman laut menulis dasar laut sebagai ketinggian negatif, misalnya -200 meter, karena letaknya di bawah permukaan laut yang dianggap nol. Di aplikasi bank, saldo yang berkurang karena penarikan ditulis dengan tanda minus. Lift gedung bertingkat yang punya lantai parkir bawah tanah sering menandai lantai itu B1 dan B2; dalam bahasa bilangan bulat, lantai itu adalah lantai -1 dan -2. Pada semua contoh ini, nol adalah titik acuan, dan tanda negatif menunjukkan arah yang berlawanan dari arah positif.

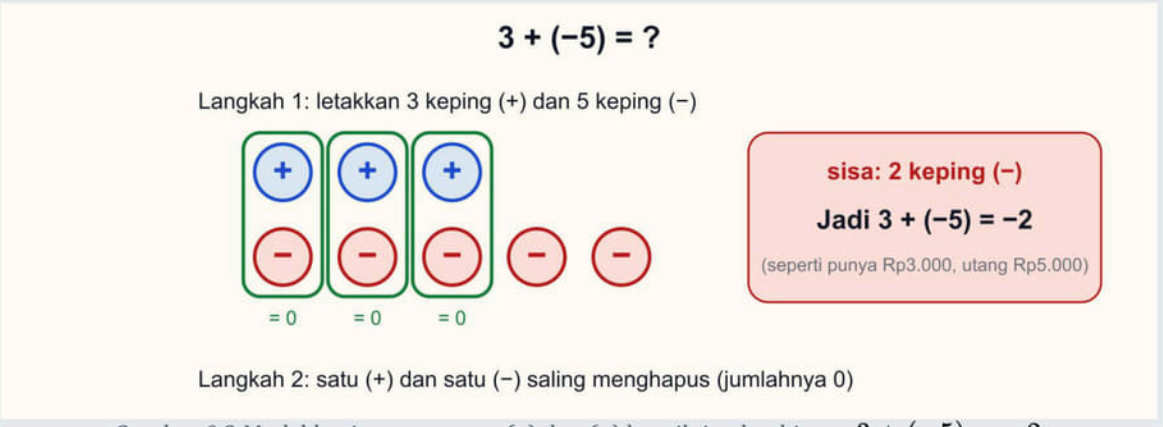
Ada satu istilah lagi yang berguna: **lawan** sebuah bilangan. Lawan dari 4 adalah -4, lawan dari -7 adalah 7, dan lawan dari 0 adalah 0 sendiri. Pada garis bilangan, sebuah bilangan dan lawannya berjarak sama dari nol tetapi berada di sisi yang berlawanan. Jumlah sebuah bilangan dengan lawannya selalu nol: $4 + (-4) = 0$.

Pada garis bilangan, **menambah bilangan positif berarti bergerak ke kanan**, sedangkan **menambah bilangan negatif berarti bergerak ke kiri**. Pada Gambar 0.1, kita mulai dari 2, lalu menambah -5, artinya bergerak 5 langkah ke kiri. Kita tiba di -3. Jadi $2 + (-5) = -3$.

2. Penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat

Cara kedua untuk memahami bilangan negatif adalah **model keping** (lihat Gambar 0.2). Setiap keping (+) bernilai 1 dan setiap keping (−) bernilai -1. Satu keping (+) dan satu keping (−) saling menghapus, karena $1 + (-1) = 0$. Untuk menghitung $3 + (-5)$, letakkan 3 keping (+) dan 5 keping (−). Tiga pasang saling menghapus, sehingga tersisa 2 keping (−). Jadi $3 + (-5) = -2$. Dalam kehidupan sehari-hari, ini seperti memiliki uang Rp3.000 tetapi berutang Rp5.000: setelah utang dibayar sebisanya, kamu masih berutang Rp2.000.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 0.2 Model keping: pasangan (+) dan (−) bernilai nol, sehingga $3 + (-5) = -2$.

Dari model keping, kita mendapat aturan penjumlahan:

1. **Tanda sama** (keduanya positif atau keduanya negatif): jumlahkan angkanya, tanda tetap. Contoh: $(-4) + (-7) = -11$, karena 4 keping (−) ditambah 7 keping (−) menjadi 11 keping (−).
2. **Tanda berbeda**: kurangkan angka yang besar dengan angka yang kecil, lalu beri tanda milik angka yang lebih besar. Contoh: $(-9) + 4 = -5$, karena 4 pasang saling menghapus dan tersisa 5 keping (−).

Pengurangan dapat selalu diubah menjadi penjumlahan: mengurangi sebuah bilangan sama dengan menambah **lawannya**. Lawan dari 6 adalah -6, dan lawan dari -6 adalah 6. Jadi $a - b = a + (-b)$.

Mengapa begitu? Pengurangan menanyakan "berapa yang harus ditambahkan ke b supaya menjadi a". Misalnya $5 - (-3)$ menanyakan berapa yang harus ditambahkan ke -3 supaya menjadi 5. Dari -3 ke 5 pada garis bilangan, kita bergerak 8 langkah ke kanan. Jadi $5 - (-3) = 8$, sama dengan $5 + 3$. Inilah asal aturan terkenal "**mengurangi bilangan negatif sama dengan menambah bilangan positif**".

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Hitunglah $-7 - (-10) + (-4)$.

1. Ubah pengurangan menjadi penjumlahan lawannya: $-7 - (-10) = -7 + 10$. Alasannya: mengurangi -10 sama dengan menambah lawannya, yaitu 10.
2. Hitung $-7 + 10$. Tandanya berbeda, jadi kurangkan $10 - 7 = 3$, lalu beri tanda milik angka yang lebih besar (10, positif). Hasilnya 3.
3. Hitung $3 + (-4)$. Tandanya berbeda: $4 - 3 = 1$, tanda milik 4 (negatif). Hasilnya -1.
4. Cek ulang dengan garis bilangan: mulai di -7, naik 10 langkah ke 3, turun 4 langkah ke -1. Cocok.

Jadi $-7 - (-10) + (-4) = -1$.

3. Perkalian dan pembagian bilangan bulat

Perkalian adalah **penjumlahan berulang**: $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$. Dari arti ini kita bisa menurunkan aturan tanda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- **Positif × negatif.** $3 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12$. Jadi positif dikali negatif hasilnya negatif.
- **Negatif × positif.** Urutan perkalian boleh ditukar (sifat komutatif, dibahas di bagian 5), jadi $(-4) \times 3 = 3 \times (-4) = -12$.
- **Negatif × negatif.** Perhatikan pola berikut. Setiap kali pengali berkurang 1, hasilnya bertambah 4:

Perkalian	Hasil
$2 \times (-4)$	-8
$1 \times (-4)$	-4
$0 \times (-4)$	0
$(-1) \times (-4)$	4
$(-2) \times (-4)$	8

Pola "bertambah 4" harus terus berlanjut, sehingga $(-1) \times (-4) = 4$ dan $(-2) \times (-4) = 8$. Jadi **negatif dikali negatif hasilnya positif**.

Ringkasnya: **tanda sama → hasil positif; tanda berbeda → hasil negatif.** Aturan yang sama berlaku untuk pembagian, karena pembagian adalah kebalikan perkalian. Misalnya $(-12) : (-3) = 4$, sebab $4 \times (-3) = -12$.

Bila ada banyak faktor, hitung saja **banyaknya tanda negatif**. Banyaknya genap → hasil positif; banyaknya ganjil → hasil negatif. Contoh: $(-1) \times (-2) \times (-3) = -6$, karena ada tiga tanda negatif (ganjil).

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Hitunglah $(-6) \times 5 : (-10)$.

1. Perkalian dan pembagian sederajat, jadi dikerjakan dari kiri ke kanan.
2. $(-6) \times 5 = -30$. Tandanya berbeda, jadi hasilnya negatif.
3. $(-30) : (-10) = 3$. Tandanya sama, jadi hasilnya positif.
4. Cek ulang tanda: ada dua bilangan negatif (genap), jadi hasil akhir positif. Cocok.

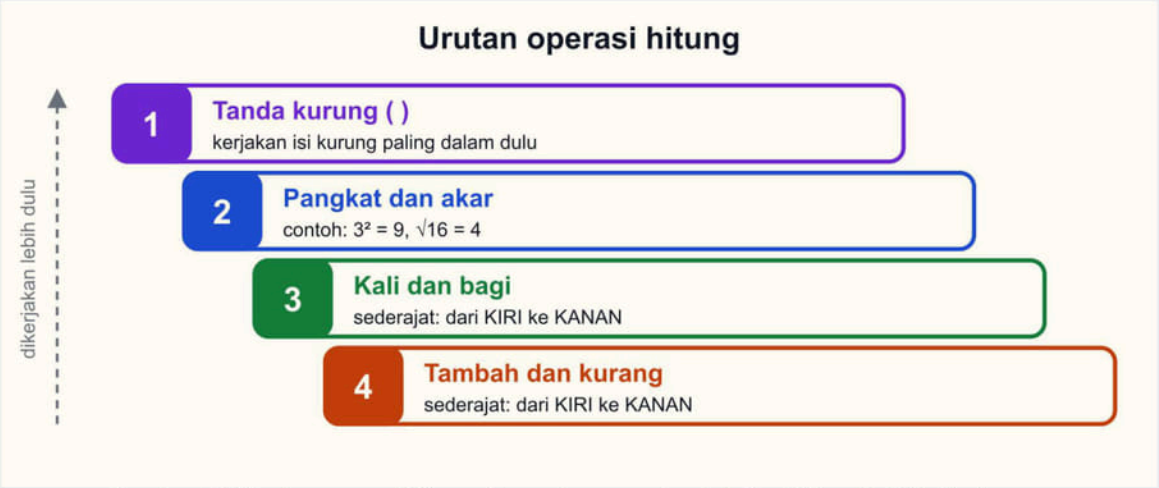
Jadi hasilnya 3.

Hati-hati dengan pangkat dan tanda negatif. Tulisan $(-3)^2$ berarti $(-3) \times (-3) = 9$. Tulisan -3^2 berarti $-(3 \times 3) = -9$, karena pangkat hanya menempel pada angka 3, bukan pada tanda negatifnya. Selisih kecil dalam penulisan ini sering dipakai sebagai pengecoh.

4. Urutan operasi

Bila sebuah bentuk memuat beberapa operasi, hasilnya bergantung pada operasi mana yang dikerjakan lebih dulu. Agar semua orang mendapat hasil yang sama, para ahli matematika menyepakati **urutan operasi** berikut (lihat Gambar 0.3).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 0.3 Urutan operasi hitung. Operasi yang sederajat dikerjakan dari kiri ke kanan.

1. **Tanda kurung**: kerjakan isi kurung lebih dulu; bila kurungnya bertingkat, mulai dari yang paling dalam.
2. **Pangkat dan akar.**
3. **Perkalian dan pembagian**: keduanya sederajat, dikerjakan dari kiri ke kanan sesuai urutan munculnya.
4. **Penjumlahan dan pengurangan**: keduanya sederajat, dikerjakan dari kiri ke kanan.

Mengapa perkalian didahulukan daripada penjumlahan? Karena perkalian adalah "penjumlahan yang diringkas". Pada $2 + 3 \times 4$, bagian 3×4 adalah singkatan dari $4 + 4 + 4$, sehingga bentuk lengkapnya $2 + 4 + 4 + 4 = 14$. Bila kita menghitung $2 + 3$ lebih dulu, kita merusak singkatan itu dan mendapat 20, yang salah.

Kata "sederajat" juga penting. Pada $24 : 4 \times 2$, perkalian **tidak** didahulukan daripada pembagian. Keduanya sederajat, jadi dikerjakan dari kiri: $24 : 4 = 6$, lalu $6 \times 2 = 12$. Bila kamu mengerjakan $4 \times 2 = 8$ lebih dulu, kamu mendapat $24 : 8 = 3$, yang salah.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Hitunglah $18 - 2 \times (5 - 8)^2 : 6$.

1. Kurung dulu: $5 - 8 = -3$. Bentuknya menjadi $18 - 2 \times (-3)^2 : 6$.
2. Pangkat: $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$. Bentuknya menjadi $18 - 2 \times 9 : 6$.
3. Kali dan bagi dari kiri: $2 \times 9 = 18$, lalu $18 : 6 = 3$. Bentuknya menjadi $18 - 3$.
4. Kurang: $18 - 3 = 15$.

Jadi hasilnya 15. Cek ulang: bila langkah 2 salah menjadi -9, hasilnya $18 - 2 \times (-9) : 6 = 18 + 3 = 21$, sebuah pengecoh yang mungkin muncul di pilihan.

5. Sifat-sifat operasi

Tiga sifat berikut membuat hitungan lebih cepat dan menjadi dasar aljabar di Bab 2.

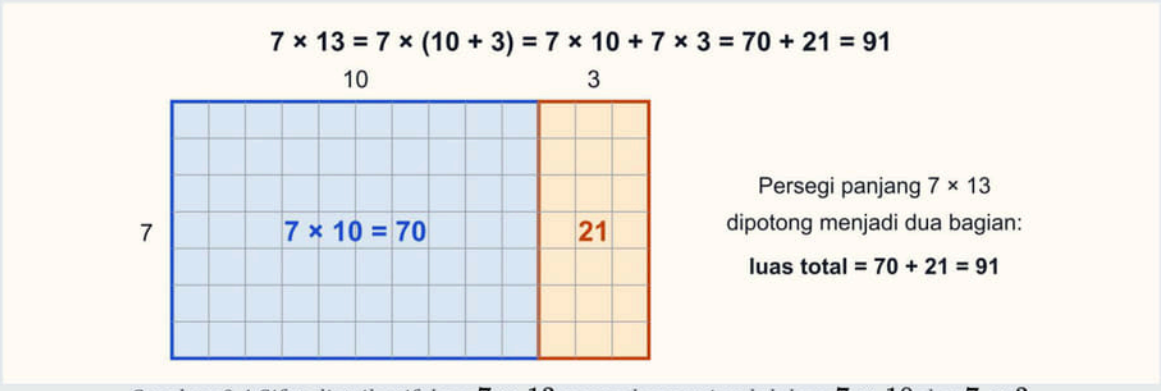
1. **Komutatif (tukar).** Urutan dua bilangan boleh ditukar pada penjumlahan dan perkalian: $a + b = b + a$ dan $a \times b = b \times a$. Sifat ini **tidak** berlaku pada pengurangan dan pembagian: $7 - 2 = 5$, tetapi $2 - 7 = -5$.
2. **Asosiatif (kelompok).** Pengelompokan boleh diubah pada penjumlahan dan perkalian:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$(a+b)+c = a+(b+c)$ dan $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$. Contoh: $25 \times 17 \times 4 = 17 \times (25 \times 4) = 17 \times 100 = 1.700$.

3. **Distributif (sebar).** Perkalian dapat disebar ke penjumlahan atau pengurangan: $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ dan $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$.

Sifat distributif paling mudah dipahami lewat luas persegi panjang (lihat Gambar 0.4). Persegi panjang berukuran 7×13 dapat dipotong menjadi dua bagian, 7×10 dan 7×3. Luas totalnya tidak berubah, sehingga $7 \times 13 = 7 \times 10 + 7 \times 3 = 70 + 21 = 91$.



Gambar 0.4 Sifat distributif: luas 7×13 sama dengan jumlah luas 7×10 dan 7×3.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Hitunglah 48×99 tanpa perkalian bersusun.

1. Tulis 99 sebagai $100 - 1$. Alasannya: perkalian dengan 100 dan dengan 1 jauh lebih mudah.
2. Pakai sifat distributif: $48 \times (100 - 1) = 48 \times 100 - 48 \times 1$.
3. Hitung: $4.800 - 48 = 4.752$.
4. Cek ulang dengan taksiran: 48×99 sedikit kurang dari $48 \times 100 = 4.800$. Hasil 4.752 masuk akal.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Suhu sebuah ruang pendingin mula-mula 4°C. Setiap jam suhunya turun 3°C. Berapa suhunya setelah 5 jam?

1. "Turun 3 derajat setiap jam" berarti setiap jam suhu ditambah -3.
2. Selama 5 jam, perubahan suhunya $5 \times (-3) = -15$ derajat. Alasannya: perkalian adalah penjumlahan berulang dari -3 sebanyak 5 kali.
3. Suhu akhir $= 4 + (-15) = -11$. Tandanya berbeda, $15 - 4 = 11$, tanda milik 15 (negatif).
4. Cek ulang: setelah 1 jam 1°, setelah 2 jam -2°, lalu -5°, -8°, dan -11°. Cocok.

Jadi suhunya -11°C.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Jika $20 - 12 : 4 \times 2 = 3^2 \times n - 4$, berapakah nilai n?

1. Hitung ruas kiri. Tidak ada kurung dan pangkat. Kali dan bagi dikerjakan dari kiri: $12 : 4 = 3$, lalu $3 \times 2 = 6$.
2. Kurang: $20 - 6 = 14$. Jadi ruas kiri bernilai 14.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Hitung pangkat di ruas kanan: $3^2 = 9$. Persamaannya menjadi $14 = 9n - 4$.
4. Tambahkan 4 ke kedua ruas: $18 = 9n$. Alasannya: kita ingin menyendirikan $9n$, dan menambah bilangan yang sama ke kedua ruas tidak mengubah kesamaan (dibahas lengkap di sub bab 0.3).
5. Bagi kedua ruas dengan 9: $n = 2$.
6. Cek ulang: $9 \times 2 - 4 = 18 - 4 = 14$, sama dengan ruas kiri.

Jadi $n = 2$. Perhatikan jebakannya: bila $12 : 4 \times 2$ dihitung sebagai $12 : 8$, ruas kiri menjadi $18{,}5$ dan nilai n tidak lagi bulat. Bila $20 - 12$ dihitung lebih dulu, ruas kiri menjadi $8 : 4 \times 2 = 4$ dan $n = \dfrac{8}{9}$. Kedua pengecoh ini lahir dari urutan operasi yang salah.

6. Nol dalam perkalian dan pembagian

Bilangan nol punya perilaku khusus yang sering diuji secara tidak langsung.

1. **Bilangan apa pun dikali nol hasilnya nol**: $a \times 0 = 0$. Alasannya: $a \times 0$ berarti menjumlahkan nol sebanyak a kali, dan $0 + 0 + \ldots + 0 = 0$.
2. **Nol dibagi bilangan bukan nol hasilnya nol**: $0 : 5 = 0$, karena $0 \times 5 = 0$.
3. **Pembagian dengan nol tidak didefinisikan.** Misalnya $6 : 0$. Pembagian adalah kebalikan perkalian, jadi kita mencari bilangan b yang memenuhi $b \times 0 = 6$. Bilangan seperti itu tidak ada, karena $b \times 0$ selalu 0, bukan 6. Untuk $0 : 0$ masalahnya terbalik: setiap bilangan memenuhi $b \times 0 = 0$, sehingga tidak ada satu jawaban pasti. Karena dua alasan ini, matematikawan sepakat bahwa **pembagian dengan nol tidak memiliki nilai**.

Aturan ketiga penting saat kamu bertemu pecahan aljabar di bab berikutnya. Bentuk $\dfrac{x+3}{x-2}$, misalnya, tidak boleh dihitung ketika $x = 2$, sebab penyebutnya menjadi $2 - 2 = 0$. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 5 (Simulasi 2 nomor 5) memakai bentuk seperti ini dan memberi aturan khusus untuk $x = 2$.

Satu hal lagi tentang nol: nol **bukan** bilangan positif dan **bukan** bilangan negatif. Jadi bila soal menyebut "bilangan bulat positif", nol tidak termasuk; bila soal menyebut "bilangan bulat tidak negatif", nol termasuk. Perbedaan kecil ini dapat mengubah banyaknya jawaban dalam soal mencacah.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Diketahui $a = -2$ dan $b = 3$. Urutkan nilai $a - b$, $a \times b$, dan $a^2 - b$ dari yang terkecil.

1. Hitung $a - b = -2 - 3$. Ubah menjadi penjumlahan lawan: $-2 + (-3) = -5$. Alasannya: mengurangi 3 sama dengan menambah -3, dan tanda yang sama dijumlahkan.
2. Hitung $a \times b = (-2) \times 3 = -6$. Tandanya berbeda, jadi hasilnya negatif.
3. Hitung $a^2 - b$. Pangkat dikerjakan lebih dulu: $a^2 = (-2)^2 = 4$. Perhatikan tanda kurung: yang dikuadratkan adalah -2, jadi hasilnya positif. Lalu $4 - 3 = 1$.
4. Bandingkan -5, -6, dan 1 pada garis bilangan. Bilangan yang paling kiri adalah -6, lalu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

-5, lalu 1.

5. Cek ulang perbandingan negatif: $-6 < -5$ karena -6 berada satu langkah di kiri -5.

Jadi urutannya $a \times b < a - b < a^2 - b$. Jebakan yang sering muncul: menganggap $-5 < -6$ karena angka 5 lebih kecil daripada 6, atau menulis $a^2 = -4$ karena lupa bahwa yang dikuadratkan adalah -2 beserta tandanya.

Ringkasan

- Pada garis bilangan, makin ke kiri makin kecil: $-5 < -2$.
- Menambah bilangan negatif = bergerak ke kiri. Mengurangi = menambah lawannya: $a - b = a + (-b)$.
- Perkalian dan pembagian: tanda sama → positif, tanda berbeda → negatif. Banyak faktor negatif genap → positif.
- $(-3)^2 = 9$, tetapi $-3^2 = -9$.
- Urutan operasi: kurung → pangkat/akar → kali/bagi (kiri ke kanan) → tambah/kurang (kiri ke kanan).
- Komutatif dan asosiatif berlaku untuk tambah dan kali, tidak untuk kurang dan bagi. Distributif: $a(b + c) = ab + ac$.
- $a \times 0 = 0$ dan $0 : a = 0$ (untuk $a \neq 0$), tetapi pembagian dengan nol tidak didefinisikan. Nol bukan positif dan bukan negatif.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tulis langkah, jangan hanya di kepala.** Kesalahan tanda paling sering terjadi ketika siswa menghitung beberapa langkah sekaligus di kepala. Tulislah bentuk setelah setiap langkah, seperti pada contoh terselesaikan.
2. **Lingkari operasi yang akan dikerjakan.** Sebelum menghitung bentuk panjang, lingkari bagian kurung dan pangkat, lalu beri nomor urutan pengerjaan.
3. **Cek tanda di akhir.** Hitung banyaknya tanda negatif pada perkalian dan pembagian; bandingkan dengan tanda hasilmu.
4. **Taksir hasil.** Sebelum memilih jawaban, perkirakan besarnya. Bila hasilmu jauh dari taksiran, ulangi hitungan.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Menghitung dari kiri tanpa mendahulukan kali/bagi	$2 + 3 \times 4 = 5 \times 4 = 20$	$2 + 12 = 14$
Mendahulukan kali daripada bagi	$24 : 4 \times 2 = 24 : 8 = 3$	$6 \times 2 = 12$
Pangkat pada bilangan negatif	$-3^2 = 9$	$-3^2 = -9$; $(-3)^2 = 9$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengurangi bilangan negatif	$5-(-3)=2$	$5+3=8$
Membandingkan bilangan negatif	$-5>-2$ karena $5>2$	$-5<-2$

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 1 meminta nilai sebuah huruf pada persamaan yang ruas kirinya memuat penjumlahan dan pembagian, sedangkan ruas kanannya memuat bilangan berpangkat pecahan. Kunci keberhasilannya adalah urutan operasi di ruas kiri: pembagian dikerjakan sebelum penjumlahan. Pangkat pecahan di ruas kanan dibahas di sub bab 1.3. Kerjakan soal ini setelah kamu menyelesaikan sub bab 1.3, sebagai bagian dari Simulasi 1.

Rujukan: soal nomor 1 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut melatih urutan operasi dan aturan tanda sekaligus. Bacalah pembahasannya setelah kamu mencoba sendiri.

►. Hasil dari
$-20+36:(-3)\times 2-(-4)^2$
adalah . . .

A. -10
B. -12
C. -28
D. -42
E. -60

Pembahasan **Kunci: E**

Yang diketahui: bentuk $-20+36:(-3)\times 2-(-4)^2$. **Yang ditanya:** hasilnya.

Prasyarat 1 – urutan operasi. Bila satu bentuk memuat beberapa operasi, kerjakan menurut urutan berikut:
1. isi tanda kurung;
2. pangkat;
3. kali dan bagi (sederajat, dikerjakan dari **kiri ke kanan**);
4. tambah dan kurang (sederajat, dikerjakan dari kiri ke kanan).
Contoh kecil: $10-6:2=10-3=7$, bukan $4:2=2$, karena bagi dikerjakan sebelum kurang.

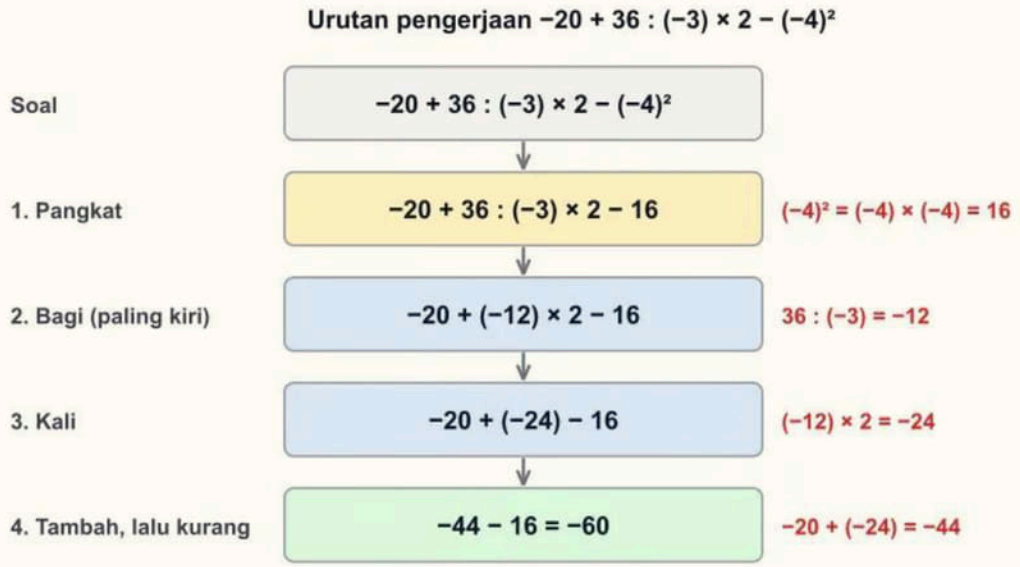
Prasyarat 2 – aturan tanda. Pada kali dan bagi: tanda sama → hasil positif; tanda berbeda → hasil negatif. Contoh kecil: $(-5)\times(-2)=10$ dan $15:(-5)=-3$.

Prasyarat 3 – pangkat bilangan negatif. $(-4)^2$ berarti $(-4)\times(-4)=16$, karena kurungnya membuat tanda negatif ikut dikuadratkan. Bandingkan dengan $-4^2=-(4\times 4)=-16$.

Langkah penyelesaian:
1. **Kurung.** Kurung pada (-3) dan (-4) hanya menandai bilangan negatif; tidak ada hitungan di dalamnya. Jadi kita lanjut ke pangkat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. **Pangkat.** $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$. Tandanya sama (negatif × negatif), jadi hasilnya positif. Bentuknya menjadi $-20 + 36 : (-3) \times 2 - 16$.
3. **Bagi.** Kali dan bagi sederajat, jadi kita mulai dari yang paling kiri, yaitu bagi: $36 : (-3) = -12$. Tandanya berbeda, jadi hasilnya negatif. Bentuknya menjadi $-20 + (-12) \times 2 - 16$.
4. **Kali.** $(-12) \times 2 = -24$. Tandanya berbeda, jadi hasilnya negatif. Bentuknya menjadi $-20 + (-24) - 16$.
5. **Tambah, lalu kurang (dari kiri).** $-20 + (-24) = -44$, karena tanda sama dijumlahkan angkanya dan tandanya tetap negatif. Lalu $-44 - 16 = -44 + (-16) = -60$, karena mengurangi 16 sama dengan menambah -16.



Cek ulang dengan garis bilangan: mulai dari -20, bergerak 24 langkah ke kiri sampai -44, lalu 16 langkah lagi ke kiri sampai -60. Semua gerakan ke kiri, jadi hasilnya harus lebih kecil daripada -20. Cocok.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ -10: **Jebakan:** dua kesalahan sekaligus, yaitu mengalikan $(-3) \times 2$ lebih dulu dan menulis $(-4)^2 = -16$, sehingga $-20 + (-6) + 16 = -10$.
• B ✗ -12: **Jebakan:** salah tanda pada pembagian, $36 : (-3)$ ditulis 12, sehingga $-20 + 24 - 16 = -12$.
• C ✗ -28: **Jebakan:** menulis $(-4)^2 = -16$, lalu "dikurangi -16" menjadi $+16$: $-20 - 24 + 16 = -28$.
• D ✗ -42: **Jebakan:** mendahulukan kali daripada bagi, $(-3) \times 2 = -6$, lalu $36 : (-6) = -6$, sehingga $-20 - 6 - 16 = -42$. Ingat: kali dan bagi sederajat, kerjakan dari kiri.
• E ✓ -60.

Jawaban: E.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut tanpa kalkulator. Tulis setiap langkah di kertas buram.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Pada tahun 2027, seorang penyelam mula-mula berada 18 meter di bawah permukaan laut. Posisi ini ditulis sebagai -18 meter, karena permukaan laut dianggap 0, posisi di atasnya bertanda positif, dan posisi di bawahnya bertanda negatif.

Penyelam itu naik 7 meter, kemudian turun 12 meter. Posisi akhir penyelam itu adalah . . .

A. -37 meter
B. -23 meter
C. -13 meter
D. -11 meter
E. 13 meter

2. Tanpa perkalian bersusun, tentukan hasil dari

$27 \times 14 + 27 \times 86 - 27 \times 99.$

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

3. Perhatikan empat pernyataan berikut.

$(1)\ 0 : (-8) = 0$
$(2)\ (-8) : 0 = 0$
$(3)\ (-4) \times 25 = 25 \times (-4)$
$(4)\ 20 - (8 - 3) = (20 - 8) - 3$

Manakah pernyataan yang benar?

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

4. Berikut tiga pernyataan tentang perbandingan, perkalian, dan pangkat bilangan bulat negatif. Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
$-9 < -4$	○	○
$(-2) \times (-3) \times (-5) = 30$	○	○
$-4^2 + 20 = 4$	○	○

Kunci singkat: 1. B 2. 27 3. B 4. 1B 2S 3B

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa $(-2) \times (-5)$ bernilai positif? Jelaskan dengan pola tabel perkalian.
2. Berapakah $30 : 5 \times 3$? Mengapa jawabannya bukan 2?
3. Apa perbedaan -4^2 dan $(-4)^2$? Hitung keduanya.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 0.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-0.1

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 0.2 · Bentuk Aljabar Dasar

SNBTPK-0.2

◎ APA YANG DIUJI

Soal Pengetahuan Kuantitatif hampir selalu memakai huruf: "bilangan bulat x", "fungsi $f(x) = x^2 - 2x + 1$", "untuk bilangan real a dan b". Untuk mengerjakannya, kamu harus nyaman menyederhanakan bentuk yang memuat huruf, menjabarkan tanda kurung, dan memasukkan nilai ke dalam bentuk itu. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 15 (Simulasi 1 nomor 15), misalnya, mendefinisikan $g(x) = f(x + 1)$; untuk menilai pernyataannya kamu harus mengganti x dengan $x + 1$ lalu menjabarkan hasilnya dengan benar.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyebut variabel, koefisien, konstanta, dan suku sejenis dalam sebuah bentuk aljabar;
- menyederhanakan bentuk aljabar dengan menjumlahkan suku sejenis dan menjabarkan tanda kurung;
- mengalikan dua bentuk dalam kurung, misalnya $(x + 2)(x + 3)$;
- menghitung nilai bentuk aljabar dengan substitusi, termasuk substitusi bilangan negatif.

≡ PRASYARAT

Sub bab ini memakai aturan tanda dan urutan operasi dari sub bab 0.1. Ingat tiga hal berikut.

1. Mengurangi sama dengan menambah lawannya: $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$.
2. Perkalian dua bilangan bertanda sama hasilnya positif, bertanda berbeda hasilnya negatif: $(-2) \times (-4) = 8$, sedangkan $(-2) \times 4 = -8$.
3. Sifat distributif: $a(b + c) = ab + ac$. Contoh: $7 \times (10 + 3) = 70 + 21 = 91$.

Satu tambahan dari pangkat: x^2 berarti $x \times x$, dan x^3 berarti $x \times x \times x$. Jadi $x \times x = x^2$, tetapi $x + x = 2x$. Dua bentuk ini sering tertukar.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Variabel, koefisien, konstanta, dan suku

Dalam matematika, huruf seperti x, y, atau a dipakai untuk mewakili bilangan yang belum diketahui atau yang nilainya bisa berubah-ubah. Huruf seperti ini disebut **variabel**. Kalimat "harga sebuah buku x rupiah" berarti kita belum tahu harganya, tetapi kita tetap bisa menghitung dengannya: harga 3 buku adalah $3x$ rupiah.

Perhatikan bentuk $4x^2 - 3x + 7$. Bentuk ini terdiri atas tiga **suku**, yaitu bagian-bagian yang dipisahkan tanda tambah atau kurang: $4x^2$, $-3x$, dan 7. Setiap suku membawa tanda di

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

depannya; suku kedua adalah $-3x$, bukan $3x$.

- **Koefisien** adalah bilangan yang dikalikan dengan variabel. Koefisien x^2 adalah 4, dan koefisien x adalah -3.
- **Konstanta** adalah suku tanpa variabel. Konstanta bentuk di atas adalah 7.
- Bila variabel tidak diberi bilangan di depannya, koefisiennya 1: x sama dengan $1x$, dan $-x$ sama dengan $-1x$.

Suku sejenis adalah suku-suku yang variabel dan pangkatnya sama persis. $3x$ dan $-5x$ sejenis. $2x^2$ dan $9x^2$ sejenis. Tetapi $3x$ dan $3x^2$ **tidak** sejenis, karena pangkat x-nya berbeda; $2a$ dan $2b$ juga tidak sejenis, karena variabelnya berbeda.

Cara paling mudah membayangkan suku sejenis adalah **ubin aljabar** (lihat Gambar 0.5). Ubin persegi besar berukuran $x \times x$ mewakili x^2, ubin persegi panjang $x \times 1$ mewakili x, dan ubin persegi kecil 1×1 mewakili 1. Bentuk $2x^2 + 3x + 4$ berarti dua ubin besar, tiga ubin panjang, dan empat ubin kecil. Ubin yang bentuknya berbeda tidak bisa digabung menjadi satu jenis ubin, sama seperti kita tidak bisa menjumlahkan 3 apel dan 2 jeruk menjadi 5 apel.



Gambar 0.5 Ubin aljabar. Setiap jenis ubin mewakili satu jenis suku; hanya ubin sejenis yang boleh dijumlahkan.

2. Menjumlahkan dan mengurangkan suku sejenis

Suku sejenis dijumlahkan dengan **menjumlahkan koefisiennya**, sedangkan variabel dan pangkatnya tetap. Mengapa? Karena sifat distributif berlaku dari kanan ke kiri: $5x + 3x = (5 + 3)x = 8x$. Dengan ubin: lima ubin x ditambah tiga ubin x adalah delapan ubin x.

Hal yang sama berlaku untuk pengurangan: $5x - 7x = (5 - 7)x = -2x$. Suku yang tidak sejenis dibiarkan terpisah. Bentuk $5x + 3$ tidak bisa disederhanakan menjadi $8x$ atau 8, karena $5x$ dan 3 tidak sejenis.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Sederhanakan $5a + 3b - 2a + 4b - 7$.

1. Kelompokkan suku sejenis. Alasannya: hanya suku sejenis yang dapat dijumlahkan. Suku dengan a: $5a$ dan $-2a$. Suku dengan b: $3b$ dan $4b$. Konstanta: -7.
2. Jumlahkan koefisien a: $5 + (-2) = 3$, jadi $3a$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Jumlahkan koefisien b: $3 + 4 = 7$, jadi $7b$.
4. Tulis hasilnya: $3a + 7b - 7$.
5. Cek ulang dengan memilih bilangan, misalnya $a = 1$ dan $b = 1$. Bentuk awal: $5 + 3 - 2 + 4 - 7 = 3$. Bentuk akhir: $3 + 7 - 7 = 3$. Sama.

Jadi bentuk sederhananya $3a + 7b - 7$.

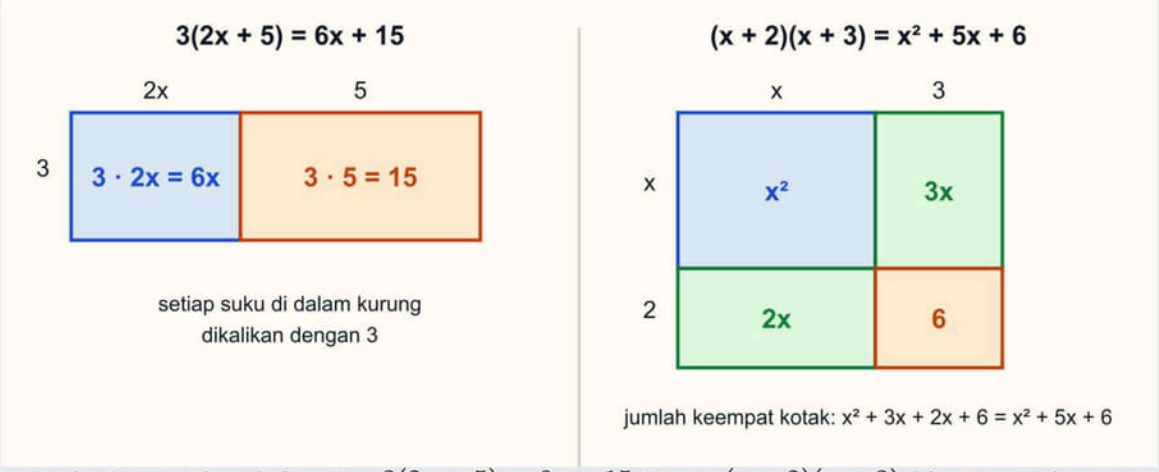
Langkah 5 adalah kebiasaan yang sangat berguna. Bila bentuk awal dan bentuk akhir benar-benar sama, keduanya **selalu** menghasilkan nilai yang sama untuk bilangan apa pun yang dimasukkan. Bila hasilnya berbeda, berarti ada kesalahan. Pilihlah bilangan kecil yang mudah, tetapi hindari 0 dan 1 untuk variabel yang berpangkat, karena $0^2 = 0$ dan $1^2 = 1$ bisa menyembunyikan kesalahan pangkat.

3. Menjabarkan tanda kurung (sifat distributif)

Bentuk $3(2x + 5)$ berarti tiga kali seluruh isi kurung. Dengan sifat distributif, **setiap suku di dalam kurung dikalikan dengan bilangan di luar kurung**:

$$3(2x + 5) = 3 \cdot 2x + 3 \cdot 5 = 6x + 15.$$

Gambar 0.6 bagian kiri menunjukkan alasannya dengan luas: persegi panjang berukuran 3 kali $(2x + 5)$ dapat dipotong menjadi dua bagian, $3 \times 2x$ dan 3×5.



Gambar 0.6 Kotak perkalian. Kiri: $3(2x + 5) = 6x + 15$. Kanan: $(x + 2)(x + 3)$ dibagi menjadi empat kotak.

Kesalahan paling sering terjadi ketika bilangan di luar kurung **negatif**. Pada $-2(3x - 4)$, bilangan -2 harus dikalikan dengan $3x$ **dan** dengan -4:

$$-2(3x - 4) = (-2)(3x) + (-2)(-4) = -6x + 8.$$

Perhatikan suku kedua: negatif dikali negatif menjadi positif. Bila tanda ini terlupa, hasilnya keliru menjadi $-6x - 8$. Hal yang sama berlaku untuk tanda minus tunggal di depan kurung: $-(x - 5)$ berarti $(-1)(x - 5) = -x + 5$. **Tanda minus di depan kurung membalik tanda setiap suku di dalamnya.**

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Jabarkan $-2(3x - 4)$.

1. Kalikan -2 dengan suku pertama: $(-2)(3x) = -6x$. Tandanya berbeda, jadi negatif.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Kalikan -2 dengan suku kedua: $(-2)(-4) = 8$. Tandanya sama, jadi positif.
3. Tulis hasilnya: $-6x + 8$.
4. Cek ulang dengan $x = 2$: bentuk awal $-2(6 - 4) = -2 \times 2 = -4$; bentuk akhir $-12 + 8 = -4$. Sama.

Jadi $-2(3x - 4) = -6x + 8$.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Sederhanakan $3(x - 2) - 2(4 - x)$.

1. Jabarkan kurung pertama: $3(x - 2) = 3x - 6$.
2. Jabarkan kurung kedua beserta tanda di depannya. Bilangan di depan kurung kedua adalah -2, bukan 2: $-2(4 - x) = -8 + 2x$. Alasannya: $(-2)(4) = -8$ dan $(-2)(-x) = 2x$.
3. Gabungkan: $3x - 6 - 8 + 2x$.
4. Jumlahkan suku sejenis: $3x + 2x = 5x$ dan $-6 - 8 = -14$. Hasilnya $5x - 14$.
5. Cek ulang dengan $x = 3$: bentuk awal $3(1) - 2(1) = 1$; bentuk akhir $15 - 14 = 1$. Sama.

Jadi bentuk sederhananya $5x - 14$. Jebakannya ada di langkah 2: siswa yang menjabarkan $-2(4 - x)$ menjadi $-8 - 2x$ akan mendapat $x - 14$.

4. Mengalikan dua bentuk dalam kurung

Bagaimana dengan $(x + 2)(x + 3)$? Sifat distributif tetap berlaku, hanya dipakai dua kali: **setiap suku di kurung pertama dikalikan dengan setiap suku di kurung kedua**. Ada $2 \times 2 = 4$ perkalian:

$$(x + 2)(x + 3) = x \cdot x + x \cdot 3 + 2 \cdot x + 2 \cdot 3 = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6.$$

Gambar 0.6 bagian kanan menunjukkan keempat perkalian itu sebagai empat kotak: x^2, $3x$, $2x$, dan 6. Luas seluruh persegi panjang $(x + 2)$ kali $(x + 3)$ sama dengan jumlah luas keempat kotak.

Pola ini akan sering kamu pakai di Bab 2, terutama tiga bentuk istimewa berikut. Kamu tidak perlu menghafalnya: ketiganya hanyalah hasil perkalian empat kotak.

- $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$.
- $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$.
- $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$.

Perhatikan bahwa $(a + b)^2$ **bukan** $a^2 + b^2$. Suku tengah $2ab$ berasal dari dua kotak ab yang sering terlupa. Kamu bisa meyakinkan dirimu dengan bilangan: untuk $a = 2$ dan $b = 3$, nilai $(a + b)^2 = 5^2 = 25$, sedangkan $a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13$. Selisihnya 12, tepat sama dengan $2ab = 2 \cdot 2 \cdot 3$. Jadi dua kotak ab itu memang nyata, bukan sekadar hafalan rumus.

Bentuk $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ juga berguna untuk berhitung cepat tanpa kalkulator. Misalnya $51 \times 49 = (50 + 1)(50 - 1) = 50^2 - 1^2 = 2.500 - 1 = 2.499$. Di sini dua suku tengah, $-ab$ dan $+ab$, saling menghapus sehingga yang tersisa hanya dua kuadrat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Jabarkan $(2x - 1)(x + 4)$.

1. Kalikan suku pertama kurung kiri dengan kedua suku kurung kanan: $2x \cdot x = 2x^2$ dan $2x \cdot 4 = 8x$.
2. Kalikan suku kedua kurung kiri, yaitu -1, dengan kedua suku kurung kanan: $(-1) \cdot x = -x$ dan $(-1) \cdot 4 = -4$.
3. Kumpulkan keempat hasil: $2x^2 + 8x - x - 4$.
4. Jumlahkan suku sejenis: $8x - x = 7x$. Hasilnya $2x^2 + 7x - 4$.
5. Cek ulang dengan $x = 2$: bentuk awal $(4 - 1)(2 + 4) = 3 \times 6 = 18$; bentuk akhir $2 \cdot 4 + 14 - 4 = 18$. Sama.

Jadi $(2x - 1)(x + 4) = 2x^2 + 7x - 4$.

5. Substitusi: menghitung nilai bentuk aljabar

Substitusi berarti mengganti variabel dengan bilangan tertentu, lalu menghitung. Aturannya sederhana tetapi sering dilanggar: **tulis bilangan pengganti di dalam tanda kurung**, terutama bila bilangannya negatif. Setelah itu, hitung dengan urutan operasi dari sub bab 0.1.

Gambar 0.7 menunjukkan substitusi $x = -3$ ke dalam $2x^2 - x + 1$. Karena -3 ditulis di dalam kurung, kita mendapat $2(-3)^2 - (-3) + 1$. Pangkat dikerjakan lebih dulu: $(-3)^2 = 9$. Lalu kali: $2 \cdot 9 = 18$. Mengurangi -3 sama dengan menambah 3. Hasilnya $18 + 3 + 1 = 22$.



Gambar 0.7 Substitusi $x = -3$ ke dalam $2x^2 - x + 1$. Tanda kurung menjaga tanda negatif tetap ikut dikuadratkan.

Bila tanda kurung tidak ditulis, kita mudah salah menghitung $2 \cdot -3^2$ sebagai $2 \cdot (-9) = -18$, lalu mendapat hasil akhir yang keliru.

Substitusi juga kamu lakukan setiap kali memakai rumus. Rumus luas persegi panjang $L = p \times \ell$ adalah bentuk aljabar dengan dua variabel; ketika panjang 12 cm dan lebar 5 cm dimasukkan, kamu sedang melakukan substitusi dan mendapat $L = 60$ cm^2. Rumus keliling lingkaran, volume balok, rata-rata, dan banyak rumus lain di buku ini dipakai dengan cara yang sama: tentukan nilai setiap variabel, masukkan dengan tanda kurung, lalu hitung

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dengan urutan operasi yang benar. Karena itu, keterampilan substitusi yang rapi adalah dasar dari hampir semua soal hitungan.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Hitunglah nilai $a^2 - 3ab + b^2$ untuk $a = 2$ dan $b = -1$.

1. Ganti setiap variabel dengan nilainya di dalam kurung: $(2)^2 - 3(2)(-1) + (-1)^2$.
2. Hitung pangkat: $(2)^2 = 4$ dan $(-1)^2 = 1$.
3. Hitung perkalian: $3 \cdot 2 \cdot (-1) = -6$. Bentuknya menjadi $4 - (-6) + 1$.
4. Mengurangi -6 sama dengan menambah 6: $4 + 6 + 1 = 11$.
5. Cek ulang tanda pada langkah 3: ada satu faktor negatif (ganjil), jadi hasil perkaliannya negatif. Benar.

Jadi nilainya 11.

6. Substitusi sebuah bentuk, bukan hanya sebuah bilangan

Kadang soal tidak memberi nilai setiap variabel, tetapi memberi nilai sebuah **gabungan** variabel. Kuncinya adalah mencari gabungan itu di dalam bentuk yang ditanyakan, biasanya dengan memfaktorkan bilangan yang sama (kebalikan sifat distributif).

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Jika $2p - q = 5$, berapakah nilai $6p - 3q + 4$?

1. Kita tidak tahu nilai p dan q masing-masing. Ada banyak pasangan yang memenuhi $2p - q = 5$, misalnya $p = 3, q = 1$ atau $p = 0, q = -5$. Jadi kita harus mencari cara tanpa menghitung p dan q.
2. Perhatikan bahwa $6p - 3q$ adalah tiga kali $2p - q$: $6p - 3q = 3(2p - q)$. Alasannya: sifat distributif, $3 \cdot 2p = 6p$ dan $3 \cdot (-q) = -3q$.
3. Ganti $2p - q$ dengan 5: $6p - 3q = 3 \cdot 5 = 15$.
4. Tambahkan 4: $6p - 3q + 4 = 15 + 4 = 19$.
5. Cek ulang dengan satu pasangan, misalnya $p = 3$ dan $q = 1$ (memenuhi $2 \cdot 3 - 1 = 5$): $18 - 3 + 4 = 19$. Cek lagi dengan $p = 0$ dan $q = -5$: $0 + 15 + 4 = 19$. Hasilnya selalu sama.

Jadi nilainya 19. Cara ini muncul lagi di soal kecukupan data (sub bab 5.2): satu persamaan dengan dua variabel kadang **cukup** untuk menjawab, asalkan yang ditanyakan adalah gabungan yang tepat.

7. Menerjemahkan kalimat menjadi bentuk aljabar

Banyak soal PK ditulis dalam kalimat, bukan dalam rumus. Sebelum menghitung, kamu perlu menerjemahkan kalimat itu ke dalam bentuk aljabar. Langkah pertamanya selalu sama: **tentukan apa yang diwakili oleh variabel**, lalu terjemahkan kalimat sepotong demi sepotong. Tabel berikut memuat terjemahan yang paling sering dipakai. Misalkan sebuah bilangan ditulis n.

Kalimat	Bentuk aljabar
lima lebihnya dari n	$n + 5$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tiga kurangnya dari n	$n - 3$
n dikurangi dari 10	$10 - n$
dua kali n	$2n$
setengah dari n	$\frac{n}{2}$
kuadrat dari n ditambah satu	$n^2 + 1$
kuadrat dari jumlah n dan satu	$(n + 1)^2$
bilangan bulat setelah n	$n + 1$
dua bilangan genap berurutan	$2k$ dan $2k + 2$ (k bilangan bulat)

Perhatikan dua baris yang sering tertukar. "Tiga kurangnya dari n" berarti n dikurangi 3, jadi $n - 3$, sedangkan "n dikurangi dari 10" berarti $10 - n$. Urutan pengurangan penting, karena $10 - n$ dan $n - 10$ adalah dua bilangan yang saling berlawanan. Begitu pula "kuadrat dari n ditambah satu" berbeda dengan "kuadrat dari jumlah n dan satu": pada yang pertama hanya n yang dikuadratkan, pada yang kedua seluruh jumlahnya dikuadratkan, sehingga tanda kurung diperlukan.

Contoh dalam cerita: harga sebuah pensil p rupiah dan harga sebuah buku tulis b rupiah. Rina membeli 3 pensil dan 2 buku, lalu membayar dengan uang Rp50.000. Total belanjanya $3p + 2b$ rupiah, dan uang kembaliannya $50.000 - (3p + 2b)$ rupiah. Bila kurung ini dijabarkan, kembaliannya menjadi $50.000 - 3p - 2b$. Tanda minus di depan kurung mengubah tanda kedua suku di dalamnya, persis seperti aturan di bagian 3. Siswa yang menulis $50.000 - 3p + 2b$ telah lupa membalik tanda suku kedua, dan akan mendapat kembalian yang terlalu besar.

Kebiasaan menerjemahkan dengan teliti ini akan sangat terpakai di Bab 2, ketika kamu menyusun persamaan dan sistem persamaan dari soal cerita. Kebanyakan kesalahan soal cerita tidak terjadi saat menghitung, tetapi saat menerjemahkan kalimat menjadi bentuk aljabar.

Ringkasan

- Suku = bagian yang dipisahkan tanda $+$ atau $-$, beserta tandanya. Koefisien = bilangan di depan variabel; konstanta = suku tanpa variabel.
- Hanya suku sejenis (variabel dan pangkat sama) yang dapat dijumlahkan: jumlahkan koefisiennya.
- $a(b + c) = ab + ac$. Bilangan negatif di depan kurung mengubah tanda setiap suku di dalamnya.
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ (empat kotak). $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, bukan $a^2 + b^2$.
- Substitusi: tulis bilangan pengganti di dalam kurung, lalu ikuti urutan operasi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- Cek ulang hasil penyederhanaan dengan memasukkan bilangan kecil ke bentuk awal dan bentuk akhir.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Garis bawahi suku sejenis dengan warna yang sama.** Sebelum menjumlahkan, tandai semua suku x^2, semua suku x, dan semua konstanta. Cara ini mencegah suku yang tertinggal.
2. **Pindahkan tanda bersama sukunya.** Ketika mengelompokkan, suku $-2a$ dipindahkan lengkap dengan tanda minusnya.
3. **Uji dengan bilangan.** Pada soal pilihan ganda yang meminta bentuk sederhana, masukkan bilangan kecil (misalnya $x = 2$) ke soal dan ke setiap pilihan. Pilihan yang nilainya berbeda pasti salah.
4. **Cari gabungan yang diketahui.** Bila soal memberi nilai $2p - q$ atau $a + b$, jangan buru-buru mencari p, q, a, atau b; cari gabungan itu di dalam bentuk yang ditanyakan.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Menjumlahkan suku tidak sejenis	$3x + 2x^2 = 5x^3$	tidak bisa disederhanakan
Tanda di depan kurung tidak ikut dikalikan	$-2(3x - 4) = -6x - 8$	$-6x + 8$
Kuadrat jumlah dianggap jumlah kuadrat	$(x + 3)^2 = x^2 + 9$	$x^2 + 6x + 9$
Substitusi negatif tanpa kurung	$x = -3$: $x^2 = -9$	$(-3)^2 = 9$
Tertukar $x \times x$ dan $x + x$	$x + x = x^2$	$x + x = 2x$; $x \times x = x^2$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 15 memberikan fungsi $f(x) = x^2 - 2x + 1$ dan mendefinisikan fungsi baru $g(x) = f(x + 1)$. Untuk menilai pernyataan-pernyataannya, langkah pertamanya adalah substitusi sebuah bentuk: setiap x di dalam f diganti dengan $(x + 1)$, lengkap dengan tanda kurungnya, lalu dijabarkan dengan cara empat kotak dan dijumlahkan suku sejenisnya. Kerjakan soal ini di Simulasi 1 setelah kamu mempelajari fungsi di sub bab 2.5.

Rujukan: soal nomor 15 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

● BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut melatih keterampilan bentuk aljabar dari sub bab ini. Coba kerjakan dulu sebelum membaca pembahasannya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Bentuk paling sederhana dari $3(2x-5)-2(x-4)$ adalah . . .

A. $4x-7$
B. $4x-23$
C. $4x-19$
D. $8x-7$
E. $4x+3$

Pembahasan **Kunci: A**

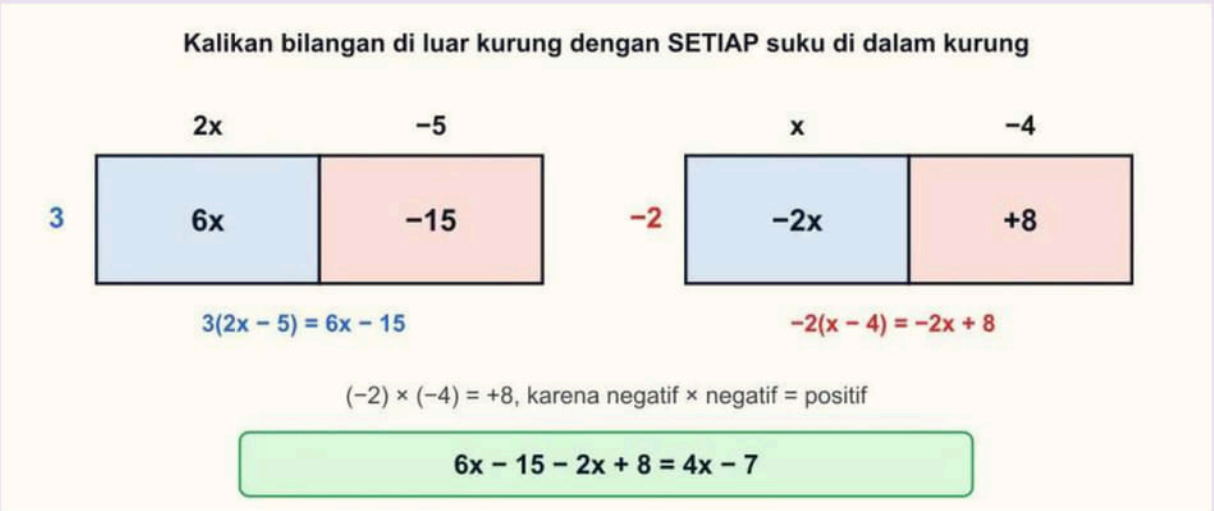
Yang diketahui: bentuk $3(2x-5)-2(x-4)$. **Yang ditanya:** bentuk paling sederhananya.

Prasyarat 1 – sifat distributif. Bilangan di depan kurung dikalikan dengan **setiap** suku di dalam kurung: $a(b+c)=ab+ac$ dan $a(b-c)=ab-ac$.
Contoh kecil: $4(x+2)=4x+8$ dan $5(x-3)=5x-15$.

Prasyarat 2 – tanda minus di depan kurung. Pada $-2(x-4)$, bilangan yang disebar adalah -2 (lengkap dengan tanda minusnya). Akibatnya setiap tanda di dalam kurung ikut berubah:
$(-2)\times x=-2x$ dan $(-2)\times(-4)=+8$.
Contoh kecil: $-3(x-1)=-3x+3$.

Prasyarat 3 – suku sejenis. Suku sejenis adalah suku yang variabel dan pangkatnya sama, misalnya $6x$ dan $-2x$. Suku sejenis dijumlahkan dengan menjumlahkan **koefisiennya** (angka di depan variabel): $6x-2x=(6-2)x=4x$. Konstanta (bilangan tanpa variabel) dijumlahkan dengan konstanta.

Langkah penyelesaian:
1. Sebar 3 ke dalam kurung pertama: $3\times 2x=6x$ dan $3\times(-5)=-15$. Jadi $3(2x-5)=6x-15$.
2. Sebar -2 ke dalam kurung kedua: $(-2)\times x=-2x$ dan $(-2)\times(-4)=8$. Jadi $-2(x-4)=-2x+8$. Alasannya: negatif × negatif = positif.
3. Gabungkan: $6x-15-2x+8$.
4. Kelompokkan suku sejenis: $(6x-2x)+(-15+8)$. Alasannya: sifat komutatif dan asosiatif penjumlahan membolehkan kita menyusun ulang suku, asalkan setiap suku membawa tandanya sendiri.
5. Hitung: $6x-2x=4x$ dan $-15+8=-7$. Hasilnya $4x-7$.



Cek ulang dengan substitusi: ambil $x=2$.
• Bentuk soal: $3(4-5)-2(2-4)=3\times(-1)-2\times(-2)=-3+4=1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Jawaban: $4 \times 2 - 7 = 8 - 7 = 1$.
Hasilnya sama, jadi penyederhanaan kita benar. (Cara ini juga dapat dipakai untuk menguji setiap opsi.)

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $4x - 7$.
• B ✗ $4x - 23$: **Jebakan:** menulis $(-2) \times (-4) = -8$, sehingga $6x - 15 - 2x - 8 = 4x - 23$.
• C ✗ $4x - 19$: **Jebakan:** hanya mengalikan -2 dengan x, lalu menyalin -4 apa adanya:
$6x - 15 - 2x - 4 = 4x - 19$.
• D ✗ $8x - 7$: **Jebakan:** lupa tanda minus di depan 2, sehingga suku x menjadi $6x + 2x = 8x$.
• E ✗ $4x + 3$: **Jebakan:** hanya mengalikan 3 dengan $2x$ dan tidak dengan -5:
$6x - 5 - 2x + 8 = 4x + 3$.

Jawaban: A.

✎ LATIHAN

Kerjakan tanpa kalkulator. Setelah menyederhanakan, cek hasilmu dengan memasukkan bilangan kecil.

1. Jika $a = -3$ dan $b = 4$, nilai $2a^2 - ab + b$ adalah . . .

A. -2
B. 4
C. 10
D. 34
E. 52

2. Bentuk $8m + 3n - 6 - 5m - 7n + 15$ dapat disederhanakan menjadi $am + bn + c$ dengan a, b, dan c bilangan bulat.

Nilai $a + b + c$ adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

3. Sebuah taman berbentuk persegi panjang mempunyai panjang $(3x + 2)$ meter dan lebar $(x - 1)$ meter.

Jika $x = 5$, keliling taman tersebut adalah . . .

A. 21 meter
B. 34 meter
C. 42 meter
D. 46 meter
E. 68 meter

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Bentuk $(3x-2)(x+5)-3x(x+2)$ jika disederhanakan sama dengan . . .

A. $7x+10$
B. $13x-10$
C. $19x-10$
D. $6x^2+7x-10$
E. $7x-10$

Kunci singkat: 1. D 2. 8 3. C 4. E

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa $3x$ dan $3x^2$ tidak bisa dijumlahkan menjadi satu suku? Jelaskan dengan ubin aljabar.
2. Jabarkan $-(2x-7)$. Apa yang terjadi pada tanda setiap suku?
3. Mengapa $(a+b)^2$ tidak sama dengan a^2+b^2? Tunjukkan dengan $a=2$ dan $b=3$.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 0.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-0.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 0.3 · Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

SNBTPK-0.3

◎ APA YANG DIUJI

Hampir setiap soal Pengetahuan Kuantitatif berakhir dengan menyelesaikan persamaan atau pertidaksamaan sederhana. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 1 (Simulasi 1 nomor 1) misalnya, setelah ruas kiri dihitung, menyisakan persamaan bentuk "bilangan $= 4 \times m$" yang harus diselesaikan. Soal tentang daerah penyelesaian (Simulasi 1 nomor 9 dan 10) memakai pertidaksamaan, dan banyak soal cerita meminta "paling banyak" atau "paling sedikit", yang berarti pertidaksamaan.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyelesaikan persamaan linear satu variabel dengan prinsip timbangan, termasuk yang memuat tanda kurung dan pecahan;
- menyelesaikan pertidaksamaan linear dan menjelaskan mengapa tandanya berbalik bila dikali bilangan negatif;
- menggambar himpunan penyelesaian pada garis bilangan dan menghitung banyak bilangan bulat yang memenuhinya;
- menyusun persamaan atau pertidaksamaan dari soal cerita.

▤ PRASYARAT

Kamu memerlukan dua keterampilan dari sub bab sebelumnya.

1. **Menyederhanakan bentuk aljabar** (sub bab 0.2): $3(x-2)+x = 3x-6+x = 4x-6$.
2. **Aturan tanda dan garis bilangan** (sub bab 0.1): makin ke kiri makin kecil, sehingga $-5 < -2$.

Ingat juga arti tanda-tanda berikut: $<$ "kurang dari", $>$ "lebih dari", $\leq$ "kurang dari atau sama dengan" (tidak lebih dari, paling banyak), dan $\geq$ "lebih dari atau sama dengan" (tidak kurang dari, paling sedikit).

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

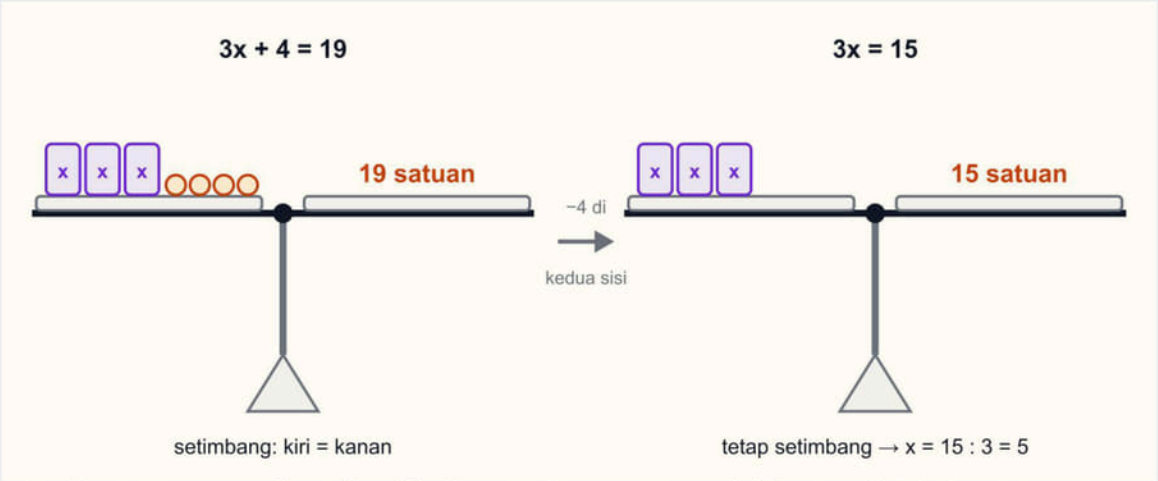
1. Persamaan sebagai timbangan

Persamaan adalah kalimat matematika yang memuat tanda sama dengan, misalnya $3x + 4 = 19$. **Menyelesaikan** persamaan berarti mencari nilai variabel yang membuat kalimat itu benar. Nilai itu disebut **penyelesaian** atau **akar**. Persamaan disebut **linear** bila

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

pangkat tertinggi variabelnya 1 (tidak ada x^2, x^3, dan seterusnya).

Bayangkan persamaan sebagai timbangan yang setimbang (lihat Gambar 0.8). Ruas kiri adalah isi piringan kiri, ruas kanan adalah isi piringan kanan. Timbangan tetap setimbang bila kita melakukan hal yang **sama** pada kedua piringan: menambah atau mengurangi benda yang sama banyak, atau menggandakan dan membagi keduanya dengan bilangan yang sama (selain nol). Inilah satu-satunya aturan yang kita perlukan.



Gambar 0.8 Persamaan $3x + 4 = 19$ sebagai timbangan. Mengambil 4 satuan dari kedua piringan tetap menjaga keseimbangan.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Selesaikan $3x + 4 = 19$.

1. Tujuan kita adalah menyendirikan x. Di ruas kiri ada tambahan 4, jadi kurangi kedua ruas dengan 4: $3x + 4 - 4 = 19 - 4$, sehingga $3x = 15$. Alasannya: mengurangi bilangan yang sama di kedua ruas tidak mengubah kesamaan.
2. Bagi kedua ruas dengan 3: $\dfrac{3x}{3} = \dfrac{15}{3}$, sehingga $x = 5$.
3. Cek ulang dengan memasukkan $x = 5$ ke persamaan awal: $3 \cdot 5 + 4 = 15 + 4 = 19$. Benar.

Jadi penyelesaiannya $x = 5$.

Siswa sering menyebut langkah 1 sebagai "memindahkan 4 ke ruas kanan sehingga tandanya berubah". Itu hanya singkatan dari "mengurangi kedua ruas dengan 4". Singkatan itu boleh dipakai asalkan kamu tahu alasannya, karena alasan itulah yang mencegahmu salah pada bentuk yang lebih rumit.

2. Variabel di kedua ruas, tanda kurung, dan pecahan

Bila variabel muncul di kedua ruas, kumpulkan semua suku variabel di satu ruas dan semua konstanta di ruas lain. Bila ada tanda kurung, jabarkan dulu (sub bab 0.2). Bila ada pecahan, kalikan kedua ruas dengan bilangan yang habis dibagi semua penyebut, supaya pecahannya hilang.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Selesaikan $5x - 7 = 2x + 11$.

1. Kurangi kedua ruas dengan $2x$, supaya variabel hanya ada di ruas kiri:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$5x - 2x - 7 = 11$, sehingga $3x - 7 = 11$.

2. Tambahkan 7 ke kedua ruas: $3x = 18$.
3. Bagi kedua ruas dengan 3: $x = 6$.
4. Cek ulang: ruas kiri $5 \cdot 6 - 7 = 23$, ruas kanan $2 \cdot 6 + 11 = 23$. Sama.

Jadi $x = 6$.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Selesaikan $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{x-2}{2}$.

1. Penyebutnya 3 dan 2. Bilangan terkecil yang habis dibagi keduanya adalah 6. Kalikan kedua ruas dengan 6 supaya pecahannya hilang: $6 \cdot \dfrac{x+1}{3} = 6 \cdot \dfrac{x-2}{2}$.
2. Sederhanakan: $2(x+1) = 3(x-2)$. Alasannya: $6 : 3 = 2$ dan $6 : 2 = 3$.
3. Jabarkan kurung: $2x + 2 = 3x - 6$.
4. Kurangi kedua ruas dengan $2x$: $2 = x - 6$. Tambahkan 6 ke kedua ruas: $8 = x$.
5. Cek ulang: ruas kiri $\dfrac{8+1}{3} = 3$, ruas kanan $\dfrac{8-2}{2} = 3$. Sama.

Jadi $x = 8$. Jebakan yang sering terjadi ada di langkah 2: siswa mengalikan 6 hanya dengan angka 1 di pembilang, sehingga menulis $x + 2$ alih-alih $2(x+1) = 2x + 2$. Tanda kurung menjaga agar seluruh pembilang ikut dikalikan.

3. Persamaan yang tidak punya penyelesaian atau punya banyak sekali penyelesaian

Kebanyakan persamaan linear satu variabel punya tepat satu penyelesaian. Namun ada dua keadaan istimewa yang perlu kamu kenali, karena keduanya sering menjadi dasar soal kecukupan data dan soal pernyataan.

Perhatikan $2(x+3) = 2x + 5$. Bila kurung dijabarkan, kita mendapat $2x + 6 = 2x + 5$. Kurangi kedua ruas dengan $2x$: hasilnya $6 = 5$. Kalimat ini salah, apa pun nilai x-nya. Artinya, **tidak ada** bilangan yang memenuhi persamaan itu. Dengan bahasa timbangan: piringan kiri selalu lebih berat satu satuan daripada piringan kanan, berapa pun berat kotak x.

Sekarang perhatikan $2(x+3) = 2x + 6$. Setelah dijabarkan dan dikurangi $2x$, kita mendapat $6 = 6$. Kalimat ini selalu benar, apa pun nilai x-nya. Artinya, **setiap** bilangan memenuhi persamaan itu; penyelesaiannya ada tak hingga banyaknya. Kedua ruas sebenarnya adalah bentuk yang sama yang ditulis dengan cara berbeda.

Jadi, bila dalam proses penyelesaian variabelnya hilang dari kedua ruas, lihatlah kalimat yang tersisa. Bila kalimat itu salah (seperti $6 = 5$), persamaan tidak punya penyelesaian. Bila kalimat itu benar (seperti $6 = 6$), semua bilangan adalah penyelesaian. Keadaan yang sama akan kamu temui lagi di sub bab 2.4 sebagai dua garis yang sejajar (tidak berpotongan) dan dua garis yang berimpit (berpotongan di semua titik).

4. Pertidaksamaan dan alasan tanda berbalik

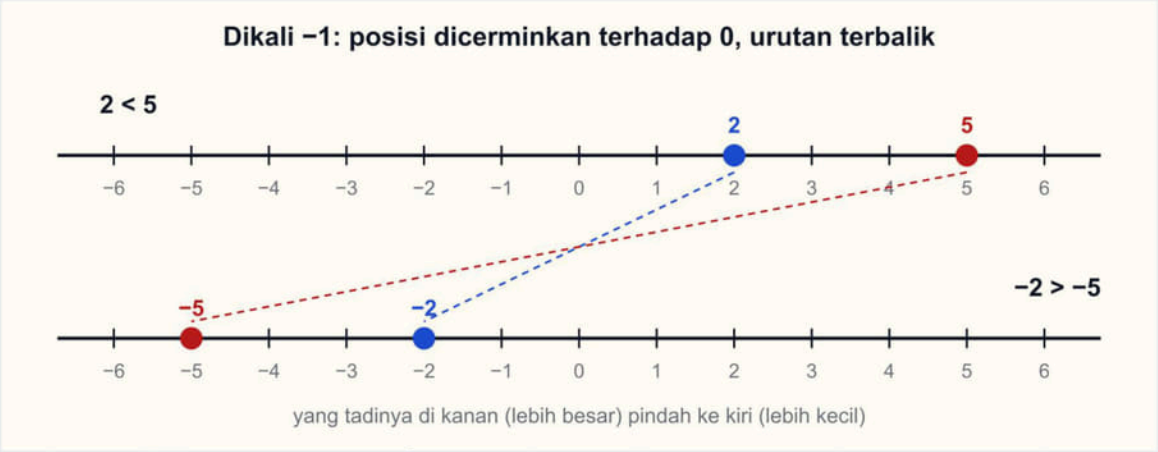
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pertidaksamaan adalah kalimat matematika yang memakai tanda $<$, $>$, $\leq$, atau $\geq$. Penyelesaiannya biasanya bukan satu bilangan, melainkan **sekumpulan** bilangan. Misalnya $x + 2 < 5$ dipenuhi oleh semua bilangan yang kurang dari 3.

Hampir semua aturan timbangan tetap berlaku pada pertidaksamaan: kita boleh menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama, dan boleh mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan **positif**. Ada satu pengecualian penting:

> Bila kedua ruas dikalikan atau dibagi dengan bilangan **negatif**, tanda pertidaksamaan harus **dibalik**.

Mengapa? Perhatikan Gambar 0.9. Kita tahu $2 < 5$. Bila kedua bilangan dikali -1, kita mendapat -2 dan -5. Pada garis bilangan, mengalikan dengan -1 mencerminkan setiap bilangan terhadap titik nol: bilangan yang tadinya lebih ke kanan menjadi lebih ke kiri. Akibatnya urutannya terbalik: $-2 > -5$. Jadi tanda $<$ berubah menjadi $>$.



Gambar 0.9 Mengalikan dengan -1 mencerminkan posisi terhadap nol, sehingga urutan dua bilangan terbalik.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Selesaikan $4 - 3x < 13$.

1. Kurangi kedua ruas dengan 4: $-3x < 9$. Tanda tetap, karena kita hanya mengurangi.
2. Bagi kedua ruas dengan -3. Karena pembaginya negatif, tanda $<$ dibalik menjadi $>$: $x > \dfrac{9}{-3}$, sehingga $x > -3$.
3. Cek ulang dengan satu bilangan yang memenuhi, misalnya $x = 0$: $4 - 0 = 4 < 13$. Benar.
4. Cek juga satu bilangan yang tidak memenuhi, misalnya $x = -4$: $4 - 3(-4) = 4 + 12 = 16$, dan $16 < 13$ salah. Benar bahwa -4 tidak termasuk.

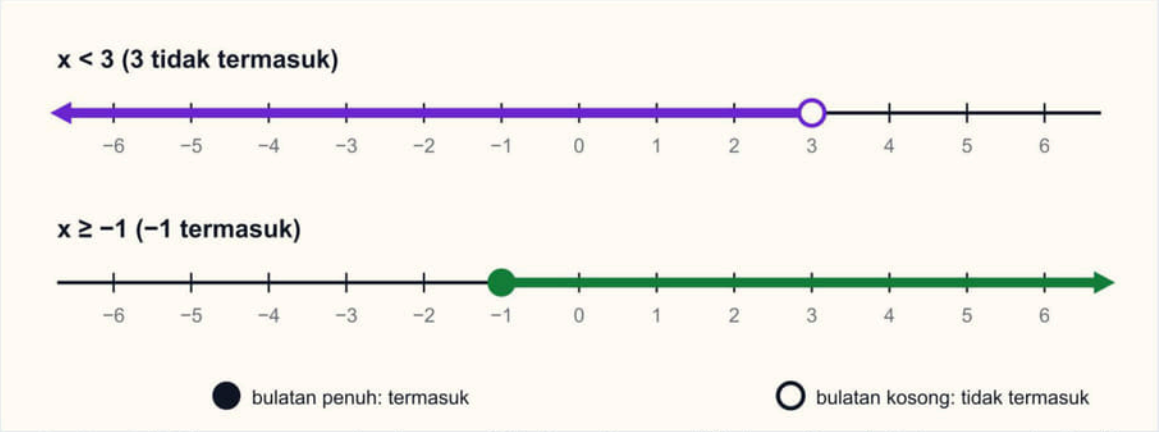
Jadi penyelesaiannya $x > -3$. Siswa yang lupa membalik tanda akan menulis $x < -3$; uji bilangan pada langkah 3 dan 4 langsung membongkar kesalahan itu.

5. Himpunan penyelesaian pada garis bilangan

Kumpulan semua bilangan yang memenuhi pertidaksamaan disebut **himpunan**

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

penyelesaian. Kumpulan ini mudah dibaca bila digambar pada garis bilangan (lihat Gambar 0.10). Bagian garis yang memenuhi ditebalkan. Ujungnya diberi **bulatan kosong** bila bilangan ujung tidak termasuk (tanda $<$ atau $>$), dan **bulatan penuh** bila bilangan ujung termasuk (tanda $\leq$ atau $\geq$).



Gambar 0.10 Himpunan penyelesaian $x < 3$ (bulatan kosong di 3) dan $x \geq -1$ (bulatan penuh di -1).

Bila soal menanyakan **banyaknya bilangan bulat** yang memenuhi, perhatikan ujung-ujungnya dengan teliti. Untuk $-1 \leq x < 3$, bilangan bulat yang memenuhi adalah $-1, 0, 1, 2$, yaitu 4 bilangan. Bilangan 3 tidak ikut karena tandanya $<$. Rumus cepatnya: banyak bilangan bulat dari a sampai b (keduanya termasuk) adalah $b - a + 1$. Di sini dari -1 sampai 2, jadi $2 - (-1) + 1 = 4$.

6. Dari soal cerita ke persamaan atau pertidaksamaan

Soal cerita diselesaikan dengan tiga langkah: (1) tentukan apa yang diwakili variabel, (2) terjemahkan kalimat menjadi persamaan atau pertidaksamaan, (3) selesaikan lalu jawab sesuai pertanyaan. Kata "paling banyak", "tidak lebih dari", atau "maksimal" berarti $\leq$; kata "paling sedikit", "minimal", atau "tidak kurang dari" berarti $\geq$.

Langkah pertama sering dianggap remeh, padahal di sinilah kebanyakan kesalahan terjadi. Pilih variabel untuk besaran yang **ditanyakan** atau besaran yang paling mudah dipakai untuk menyatakan besaran lain. Misalnya soal berbunyi: "Umur ayah sekarang tiga kali umur Sinta. Lima tahun lagi, jumlah umur mereka 58 tahun. Berapa umur Sinta sekarang?" Bila umur Sinta sekarang s tahun, umur ayah sekarang $3s$ tahun. Lima tahun lagi, umur Sinta $s + 5$ dan umur ayah $3s + 5$; keduanya bertambah lima, bukan hanya salah satunya. Persamaannya $(s + 5) + (3s + 5) = 58$, yaitu $4s + 10 = 58$. Kurangi kedua ruas dengan 10: $4s = 48$. Bagi dengan 4: $s = 12$. Cek ulang: sekarang Sinta 12 tahun dan ayah 36 tahun (tiga kali), lima tahun lagi $17 + 41 = 58$. Benar.

Perhatikan bahwa jawaban akhir harus menjawab pertanyaan soal. Bila soal menanyakan umur ayah lima tahun lagi, jawabannya 41, bukan 12. Pengecoh pilihan ganda sering berupa nilai variabel yang benar tetapi bukan besaran yang ditanyakan. Karena itu, sebelum memilih jawaban, bacalah ulang kalimat pertanyaannya.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Tiket masuk sebuah taman bermain Rp15.000, dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

setiap wahana dikenai biaya Rp8.000. Dodi membawa uang Rp80.000. Paling banyak berapa wahana yang dapat dinaiki Dodi?

1. Misalkan banyak wahana yang dinaiki adalah w. Alasannya: itulah yang ditanyakan.
2. Total biaya $= 15.000 + 8.000w$. Uang Dodi paling banyak Rp80.000, jadi $15.000 + 8.000w \leq 80.000$.
3. Kurangi kedua ruas dengan 15.000: $8.000w \leq 65.000$.
4. Bagi kedua ruas dengan 8.000 (positif, tanda tetap): $w \leq 8{,}125$.
5. Banyak wahana harus bilangan bulat, jadi w terbesar yang memenuhi adalah 8.
6. Cek ulang: 8 wahana menghabiskan $15.000 + 64.000 = 79.000 \leq 80.000$, sedangkan 9 wahana menghabiskan $15.000 + 72.000 = 87.000$, lebih dari uang Dodi.

Jadi paling banyak 8 wahana. Jebakannya: membulatkan $8{,}125$ ke atas menjadi 9, atau lupa menambahkan tiket masuk sehingga mendapat $80.000 : 8.000 = 10$.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Berapa banyak bilangan bulat x yang memenuhi $-5 \leq 2x + 1 < 9$?

1. Pertidaksamaan ini berbentuk "rangkap": $2x + 1$ terletak di antara -5 dan 9. Kita kerjakan ketiga bagiannya sekaligus dengan operasi yang sama.
2. Kurangi ketiga bagian dengan 1: $-6 \leq 2x < 8$.
3. Bagi ketiga bagian dengan 2 (positif, tanda tetap): $-3 \leq x < 4$.
4. Bilangan bulat yang memenuhi: $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Bilangan 4 tidak termasuk karena tandanya $<$, sedangkan -3 termasuk karena tandanya $\leq$.
5. Hitung: dari -3 sampai 3 ada $3 - (-3) + 1 = 7$ bilangan.
6. Cek ujung kiri: $x = -3$ memberi $2(-3) + 1 = -5$, dan $-5 \leq -5$ benar. Cek ujung kanan: $x = 4$ memberi 9, dan $9 < 9$ salah, jadi 4 memang tidak termasuk.

Jadi banyaknya 7 bilangan bulat. Pengecoh yang sering muncul adalah 8 (ikut menghitung 4) dan 6 (lupa menghitung -3).

Ringkasan

- Persamaan = timbangan: lakukan operasi yang sama pada kedua ruas. "Pindah ruas" hanyalah singkatan dari aturan ini.
- Variabel di kedua ruas: kumpulkan suku variabel di satu ruas. Pecahan: kalikan kedua ruas dengan kelipatan persekutuan penyebut, beri tanda kurung pada pembilang.
- Pertidaksamaan: aturannya sama, KECUALI dikali atau dibagi bilangan negatif, tandanya dibalik.
- Garis bilangan: bulatan kosong untuk $<, >$; bulatan penuh untuk $\leq, \geq$. Banyak bilangan bulat dari a sampai b adalah $b - a + 1$.
- Selalu cek ulang dengan memasukkan penyelesaian ke kalimat awal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tulis operasinya.** Di samping setiap baris, tulis kecil operasi yang kamu lakukan, misalnya "-4 kedua ruas" atau "$: (-3)$, tanda dibalik". Kebiasaan ini mencegah lupa membalik tanda.
2. **Uji satu bilangan.** Setelah menyelesaikan pertidaksamaan, masukkan satu bilangan dari himpunan penyelesaianmu dan satu bilangan dari luar himpunan itu ke soal awal.
3. **Periksa ujung.** Pada soal "banyak bilangan bulat", tulis daftar bilangannya bila tidak terlalu banyak, lalu periksa kedua ujung satu per satu.
4. **Baca kata kuncinya.** "Paling banyak" berarti $\leq$ dan jawaban dibulatkan ke bawah; "paling sedikit" berarti $\geq$ dan jawaban dibulatkan ke atas.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Lupa membalik tanda saat membagi dengan negatif	$-3x < 9 \Rightarrow x < -3$	$x > -3$
Pembilang tidak ikut dikalikan seluruhnya	$6 \cdot \frac{x+1}{3} = x + 2$	$2(x+1) = 2x + 2$
Salah menghitung ujung	$-3 \leq x < 4$ ada 8 bilangan bulat	7 bilangan (4 tidak termasuk)
Pembulatan ke arah yang salah	$w \leq 8{,}125 \Rightarrow w = 9$	$w = 8$
Mengurangi hanya di satu ruas	$3x + 4 = 19 \Rightarrow 3x = 19$	$3x = 15$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 1 sudah dirujuk di sub bab 0.1 untuk urutan operasinya. Bagian akhirnya adalah persamaan linear satu variabel: setelah ruas kiri dihitung dan ruas kanan disederhanakan, yang tersisa adalah bentuk "bilangan sama dengan bilangan dikali m". Selesaikan dengan prinsip timbangan, yaitu membagi kedua ruas dengan bilangan yang sama, lalu cek ulang dengan memasukkan nilai m ke persamaan awal.

Rujukan: soal nomor 1 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

● BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut melatih penyelesaian persamaan atau pertidaksamaan linear dari sub bab ini. Coba kerjakan dulu, lalu bandingkan langkahmu dengan pembahasannya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Pada awal tahun ajaran 2027, Dimas membeli 4 buku tulis yang harganya sama dan sebuah penggaris seharga Rp6.000. Ia membayar dengan selembar uang Rp50.000 dan menerima uang kembalian Rp8.000.

Harga satu buku tulis adalah . . .

A. Rp9.000
B. Rp10.500
C. Rp11.000
D. Rp12.000
E. Rp12.500

Pembahasan **Kunci: A**

Yang diketahui: 4 buku tulis (harga sama), penggaris Rp6.000, uang dibayarkan Rp50.000, kembalian Rp8.000. **Yang ditanya:** harga satu buku tulis.

Prasyarat 1 – menyusun persamaan dari cerita. Misalkan yang ditanya dengan sebuah huruf, lalu tulis kalimat cerita sebagai kesamaan. Di sini: uang yang dibayarkan = harga belanjaan + kembalian. Contoh kecil: membeli 2 pulpen dengan uang Rp10.000 dan mendapat kembalian Rp4.000 berarti $2p + 4.000 = 10.000$.

Prasyarat 2 – prinsip timbangan. Persamaan seperti timbangan yang setimbang. Bila kedua ruas dikurangi (atau dibagi) dengan bilangan yang sama, timbangan tetap setimbang. Inilah yang disebut "pindah ruas".
Contoh kecil: $x + 3 = 10$; kurangi kedua ruas dengan 3, jadi $x = 7$.

Langkah penyelesaian:
1. Misalkan harga satu buku tulis b rupiah. Harga 4 buku $= 4b$.
2. Susun persamaan: $4b + 6.000 + 8.000 = 50.000$. Alasannya: uang Rp50.000 habis untuk membayar buku, penggaris, dan sisanya kembali sebagai kembalian.
3. Sederhanakan ruas kiri: $4b + 14.000 = 50.000$.
4. Kurangi kedua ruas dengan 14.000: $4b = 36.000$.
5. Bagi kedua ruas dengan 4: $b = 9.000$.



Cek ulang: $4 \times 9.000 = 36.000$; ditambah penggaris 6.000 menjadi 42.000; kembalian $50.000 - 42.000 = 8.000$. Cocok dengan soal.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ Rp9.000.
• B ✗ Rp10.500: **Jebakan:** lupa harga penggaris: $(50.000 - 8.000) : 4 = 10.500$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C ✗ Rp11.000: **Jebakan:** lupa uang kembalian: $(50.000 - 6.000) : 4 = 11.000$.
• D ✗ Rp12.000: **Jebakan:** salah tanda saat memindahkan harga penggaris (ditambah, bukan dikurangi): $(50.000 - 8.000 + 6.000) : 4 = 12.000$.
• E ✗ Rp12.500: **Jebakan:** membagi seluruh uang dengan 4 tanpa memperhitungkan penggaris dan kembalian.

Jawaban: A.

✎ LATIHAN

Kerjakan tanpa kalkulator. Setelah selesai, cek setiap jawaban dengan memasukkannya ke soal.

1. Nilai x yang memenuhi persamaan
$4(x - 2) = x + 13$
adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

2. Penyelesaian pertidaksamaan $3(2 - x) > x + 18$ adalah . . .

A. $x < -6$
B. $x < -3$
C. $x > -3$
D. $x < 3$
E. $x > 3$

3. Pada awal tahun 2027, tabungan Nadia berjumlah Rp120.000. Mulai minggu berikutnya, setiap minggu ia menabung lagi Rp35.000 dan tidak pernah mengambil tabungannya. Nadia ingin tabungannya paling sedikit Rp500.000 untuk membeli sepatu sekolah.

Paling sedikit berapa minggu Nadia harus menabung?

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

4. Banyaknya bilangan bulat x yang memenuhi
$-7 < 3x - 1 \leq 11$
adalah . . .

A. 4
B. 5
C. 6
D. 7
E. 18

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kunci singkat: 1. 7 2. B 3. 11 4. C

✔ PERIKSA DIRI

1. Jelaskan dengan garis bilangan mengapa tanda $<$ berubah menjadi $>$ ketika kedua ruas dikali -1.
2. Mengapa pada soal "paling banyak" hasil $8{,}125$ dibulatkan menjadi 8, bukan 9?
3. Berapa banyak bilangan bulat yang memenuhi $-2 < x \leq 5$? Tuliskan semuanya.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 0.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-0.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 0.4 · Bidang Koordinat dan Membaca Gambar

SNBTPK-0.4

◎ APA YANG DIUJI

Geometri analitik, yaitu geometri pada bidang koordinat, adalah topik yang paling sering muncul pada soal asli PK 2024–2026: sembilan dari enam puluh soal. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 5 dan 6 (Simulasi 1 nomor 5 dan 6), misalnya, mendefinisikan "jarak vertikal" dan "jarak horizontal" sebuah titik ke garis. Sebelum mempelajari garis dan gradien di sub bab 3.6, kamu perlu lancar membaca letak titik, menghitung jarak mendatar dan tegak, serta membaca angka dari diagram.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menentukan letak titik dan kuadrannya pada bidang Kartesius;
- menghitung jarak mendatar dan jarak tegak antara dua titik, serta luas bangun sederhana pada bidang koordinat;
- membaca tabel dan diagram batang dengan memperhatikan skala sumbu.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai garis bilangan dari sub bab 0.1. Ingat bahwa jarak antara dua bilangan pada garis bilangan adalah **bilangan besar dikurangi bilangan kecil**. Jarak dari -2 ke 4 adalah $4-(-2)=6$; kamu juga bisa menghitung langkahnya satu per satu: dari -2 ke 0 ada 2 langkah, dari 0 ke 4 ada 4 langkah, jumlahnya 6.

Kamu juga memerlukan rumus luas persegi panjang ($\text{panjang} \times \text{lebar}$) dan luas segitiga ($\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$) dari sekolah dasar dan SMP.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

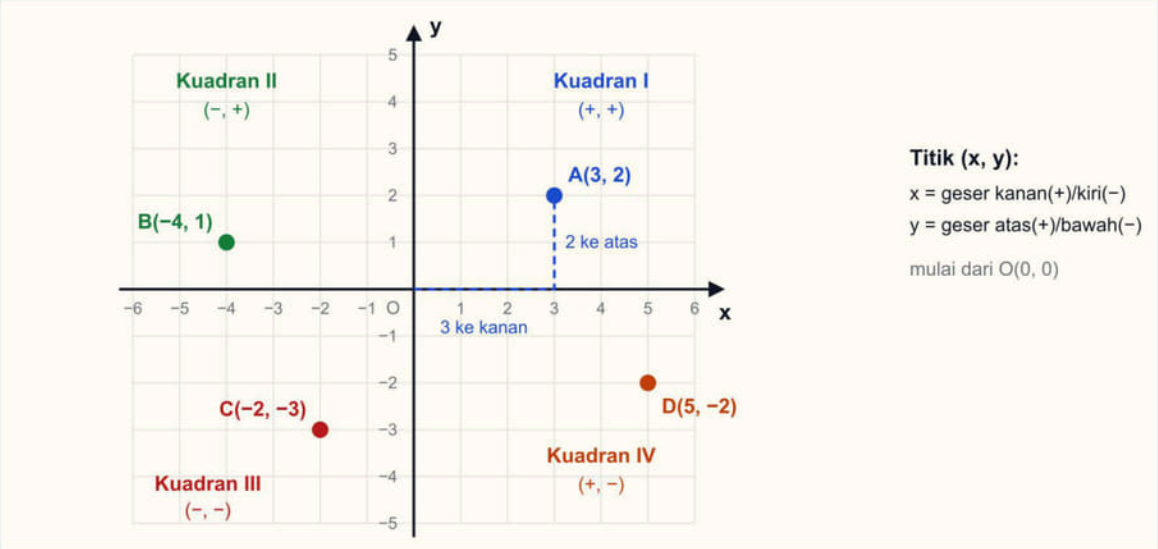
1. Bidang Kartesius dan letak titik

Bidang Kartesius dibentuk oleh dua garis bilangan yang saling tegak lurus (lihat Gambar 0.11). Garis mendatar disebut **sumbu-x**, garis tegak disebut **sumbu-y**, dan titik potong keduanya disebut **titik asal** $O(0,0)$. Nama "Kartesius" berasal dari René Descartes, matematikawan Prancis yang memperkenalkan cara menyatakan titik dengan pasangan bilangan.

Setiap titik ditulis sebagai pasangan berurutan (x, y). Bilangan pertama, x, disebut **absis**: berapa langkah ke kanan (bila positif) atau ke kiri (bila negatif) dari O. Bilangan kedua, y, disebut **ordinat**: berapa langkah ke atas (bila positif) atau ke bawah (bila negatif). Titik

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$A(3, 2)$ dicapai dengan berjalan 3 langkah ke kanan, lalu 2 langkah ke atas. Urutan ini penting: $(3, 2)$ dan $(2, 3)$ adalah dua titik yang berbeda.



Gambar 0.11 Bidang Kartesius. Kedua sumbu membagi bidang menjadi empat kuadran dengan pola tanda yang berbeda.

Kedua sumbu membagi bidang menjadi empat daerah yang disebut **kuadran**, dinomori berlawanan arah jarum jam mulai dari kanan atas. Pola tandanya dapat diingat dari arah geraknya:

Kuadran	Tanda x	Tanda y	Contoh
I (kanan atas)	$+$	$+$	$A(3, 2)$
II (kiri atas)	$-$	$+$	$B(-4, 1)$
III (kiri bawah)	$-$	$-$	$C(-2, -3)$
IV (kanan bawah)	$+$	$-$	$D(5, -2)$

Titik yang salah satu koordinatnya nol tidak termasuk kuadran mana pun, karena letaknya **pada sumbu**. Titik $(0, 4)$ terletak pada sumbu-y, dan titik $(-3, 0)$ terletak pada sumbu-x.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Tentukan letak titik $K(-3, 5)$, $L(4, -1)$, dan $M(0, 2)$.

1. $K(-3, 5)$: absis negatif (ke kiri), ordinat positif (ke atas). Pola $(-, +)$ adalah kuadran II.
2. $L(4, -1)$: absis positif, ordinat negatif. Pola $(+, -)$ adalah kuadran IV.
3. $M(0, 2)$: absisnya nol, jadi titik ini tidak bergeser ke kiri atau ke kanan. Titik M terletak pada sumbu-y, bukan di kuadran mana pun.
4. Cek ulang dengan Gambar 0.11: kuadran II di kiri atas, kuadran IV di kanan bawah. Sesuai.

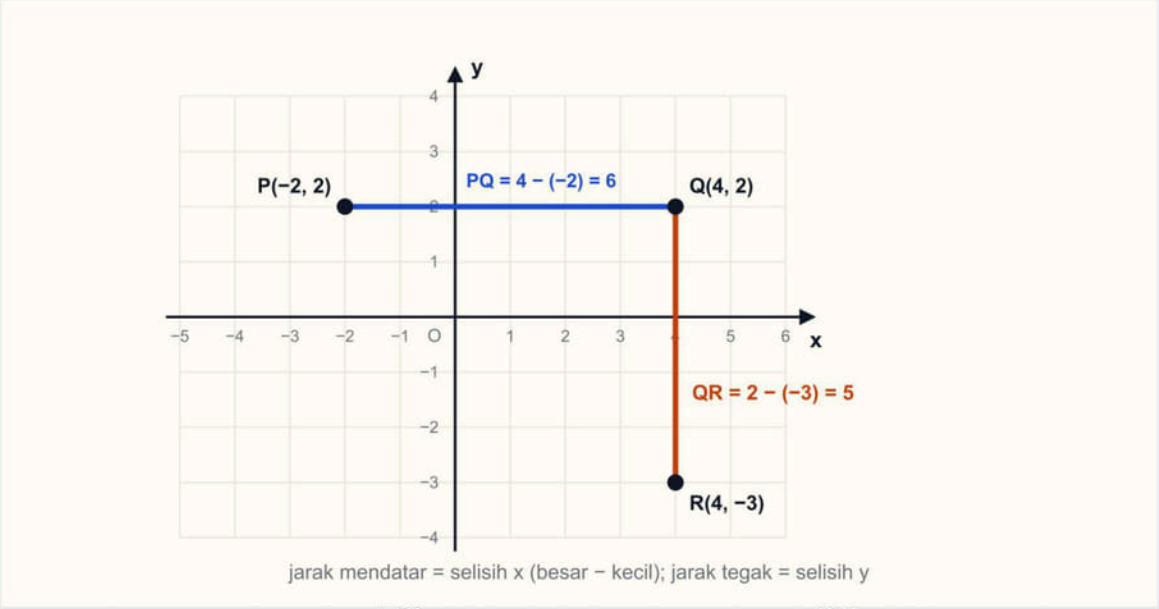
Jadi K di kuadran II, L di kuadran IV, dan M pada sumbu-y.

2. Jarak mendatar dan jarak tegak

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dua titik yang ordinatnya sama terletak pada satu garis mendatar. Jarak keduanya adalah **selisih absisnya**, yaitu absis yang besar dikurangi absis yang kecil. Dua titik yang absisnya sama terletak pada satu garis tegak, dan jaraknya adalah **selisih ordinatnya**. Alasannya sederhana: garis mendatar itu sendiri adalah sebuah garis bilangan, sehingga jaraknya dihitung seperti jarak dua bilangan pada sub bab 0.1.

Pada Gambar 0.12, titik $P(-2, 2)$ dan $Q(4, 2)$ ordinatnya sama, yaitu 2. Jaraknya $PQ = 4 - (-2) = 6$. Titik $Q(4, 2)$ dan $R(4, -3)$ absisnya sama, yaitu 4. Jaraknya $QR = 2 - (-3) = 5$.



Gambar 0.12 Jarak mendatar PQ adalah selisih absis, dan jarak tegak QR adalah selisih ordinat.

Jarak selalu bernilai positif atau nol. Bila kamu menghitung $-2 - 4 = -6$, artinya kamu mengurangkan dengan urutan terbalik; jaraknya tetap 6. Untuk dua titik yang tidak segaris mendatar maupun tegak, misalnya P dan R, jaraknya dihitung dengan teorema Pythagoras yang akan dipelajari di sub bab 3.2 dan 3.6.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Hitunglah luas segitiga PQR dengan $P(-2, 2)$, $Q(4, 2)$, dan $R(4, -3)$.

1. Gambar ketiga titik (lihat Gambar 0.12). Sisi PQ mendatar dan sisi QR tegak, sehingga sudut di Q adalah sudut siku-siku. Alasannya: garis mendatar dan garis tegak selalu saling tegak lurus.
2. Pada segitiga siku-siku, dua sisi siku-sikunya bisa dipakai sebagai alas dan tinggi. Alas $PQ = 4 - (-2) = 6$ dan tinggi $QR = 2 - (-3) = 5$.
3. Luas $= \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15$ satuan luas.
4. Cek ulang: segitiga ini adalah separuh persegi panjang berukuran $6 \times 5 = 30$. Separuhnya 15. Sesuai.

Jadi luasnya 15 satuan luas.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Persegi panjang $ABCD$ mempunyai titik sudut

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$A(-1,-2)$, $B(5,-2)$, dan $C(5,3)$. Tentukan titik D dan luas persegi panjang itu.

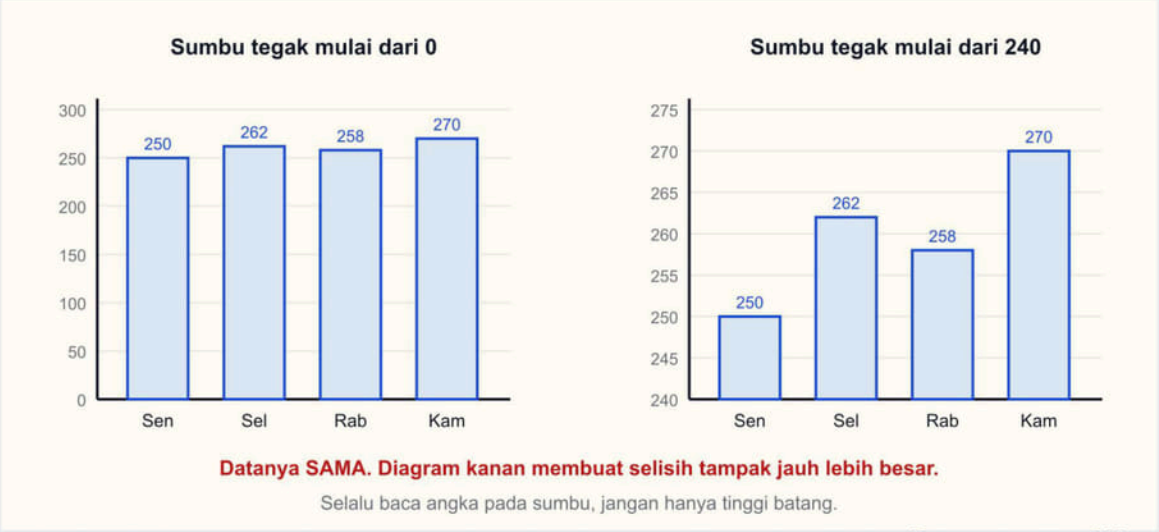
1. A dan B ordinatnya sama (-2), jadi AB mendatar dengan panjang $5-(-1)=6$.
2. B dan C absisnya sama (5), jadi BC tegak dengan panjang $3-(-2)=5$.
3. Pada persegi panjang, D harus sejajar mendatar dengan C dan sejajar tegak dengan A. Jadi D mengambil ordinat C dan absis A: $D(-1,3)$.
4. Luas $= AB \times BC = 6 \times 5 = 30$ satuan luas.
5. Cek ulang: AD tegak dari $(-1,-2)$ ke $(-1,3)$, panjangnya 5, sama dengan BC. Sisi yang berhadapan sama panjang, sesuai sifat persegi panjang.

Jadi $D(-1,3)$ dan luasnya 30 satuan luas.

3. Membaca tabel dan diagram

Banyak soal menyajikan informasi dalam **tabel** atau **diagram batang**. Membaca keduanya terlihat sederhana, tetapi ada tiga kebiasaan yang membedakan pembaca teliti dan pembaca terburu-buru.

1. **Baca judul, satuan, dan keterangan lebih dulu.** Angka 250 bisa berarti 250 orang, 250 ribu rupiah, atau 250 kilogram. Tanpa satuan, perhitunganmu bisa benar tetapi jawabannya salah.
2. **Baca angka pada sumbu, bukan tinggi batang.** Perhatikan Gambar 0.13. Kedua diagram menyajikan data yang sama: penjualan 250, 262, 258, dan 270 porsi. Diagram kiri memulai sumbu tegak dari 0, sehingga keempat batang tampak hampir sama tinggi. Diagram kanan memulai sumbu dari 240, sehingga batang Kamis tampak berkali-kali lebih tinggi daripada batang Senin. Padahal 270 hanya sedikit lebih besar daripada 250.
3. **Hitung dari angka, bukan dari kesan.** Pertanyaan "berapa persen kenaikannya" atau "berapa kali lipat" harus dijawab dengan menghitung dari angka yang terbaca, bukan dengan membandingkan panjang batang dengan mata.



Gambar 0.13 Data penjualan yang sama digambar dengan sumbu tegak mulai dari 0 (kiri) dan dari 240 (kanan).

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Berdasarkan data pada Gambar 0.13, manakah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

pernyataan yang benar: (a) penjualan Kamis lebih dari dua kali penjualan Senin; (b) rata-rata penjualan keempat hari itu 260 porsi; (c) penjualan Kamis naik 8% dibandingkan Senin?

1. Baca data dari angka: Senin 250, Selasa 262, Rabu 258, Kamis 270. Alasannya: angka pada batang lebih dapat dipercaya daripada tinggi batang di diagram kanan.
2. Pernyataan (a): dua kali penjualan Senin adalah $2 \times 250 = 500$, sedangkan Kamis hanya 270. Pernyataan (a) **salah**. Kesan "lebih dari dua kali" muncul dari diagram kanan yang sumbunya tidak mulai dari nol.
3. Pernyataan (b): jumlah $250 + 262 + 258 + 270 = 1.040$, dibagi 4 sama dengan 260. Pernyataan (b) **benar**.
4. Pernyataan (c): kenaikannya $270 - 250 = 20$ porsi. Dibandingkan nilai awal 250, persentasenya $\frac{20}{250} \times 100\% = 8\%$. Pernyataan (c) **benar**.
5. Cek ulang (c): 8% dari 250 adalah $0{,}08 \times 250 = 20$, dan $250 + 20 = 270$. Sesuai.

Jadi pernyataan (b) dan (c) benar, sedangkan (a) salah. Persentase kenaikan selalu dihitung terhadap nilai **awal**; siswa yang membagi dengan 270 akan mendapat sekitar $7{,}4\%$.

Tabel dibaca dengan cara serupa. Setiap baris dan setiap kolom punya judul; satu angka di dalam tabel adalah pertemuan antara satu baris dan satu kolom. Sebelum menghitung, tunjuk dulu baris dan kolom yang dimaksud soal dengan jarimu atau pensil. Kesalahan yang sering terjadi bukanlah salah hitung, melainkan mengambil angka dari baris tetangga. Bila tabel memuat baris "Jumlah", gunakan baris itu untuk mengecek: jumlah angka-angka di atasnya harus sama dengan angka pada baris "Jumlah".

4. Berjalan di petak: jarak sepanjang jalan

Di sebuah kota yang jalannya membentuk petak-petak seperti kertas berpetak, orang tidak bisa berjalan miring menembus bangunan. Untuk berpindah dari satu titik ke titik lain, ia harus berjalan sepanjang garis mendatar dan garis tegak. Jarak yang ditempuh dengan cara ini adalah **jumlah jarak mendatar dan jarak tegak**.

Misalnya, dari $P(-2, 2)$ ke $R(4, -3)$ pada Gambar 0.12, orang yang berjalan di petak harus menempuh 6 satuan mendatar dan 5 satuan tegak, jadi $6 + 5 = 11$ satuan. Jalur yang ditempuh bisa bermacam-macam: lurus ke kanan dulu lalu ke bawah, ke bawah dulu lalu ke kanan, atau berbelok-belok. Selama ia tidak pernah berjalan mundur menjauhi tujuan, panjang jalurnya selalu 11 satuan. Jarak lurus (miring) antara P dan R lebih pendek, yaitu sekitar $7{,}8$ satuan, dan dihitung dengan teorema Pythagoras di Bab 3.

Gagasan ini muncul pada soal yang mendefinisikan "jarak" dengan cara baru. Bila soal menulis definisi jarak sendiri, ikuti definisi itu persis, walaupun berbeda dengan jarak yang biasa kamu kenal. Kemampuan membaca definisi baru dengan teliti dilatih lagi di sub bab 1.6.

Ringkasan

- Titik (x, y): x = geser kanan/kiri dari O, y = geser atas/bawah. Urutannya tidak boleh

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tertukar.

- Kuadran I $(+,+)$, II $(-,+)$, III $(-,-)$, IV $(+,-)$. Titik dengan koordinat nol terletak pada sumbu.
- Jarak mendatar = selisih absis; jarak tegak = selisih ordinat (besar dikurangi kecil, hasilnya tidak negatif).
- Garis mendatar dan garis tegak saling tegak lurus, sehingga bangun pada petak koordinat mudah dihitung luasnya.
- Pada tabel dan diagram, baca judul, satuan, dan angka sumbu. Jangan menilai dari tinggi batang bila sumbu tidak mulai dari nol.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Selalu buat sketsa.** Pada soal koordinat, gambar sumbu dan titik-titiknya secara kasar di kertas buram. Sketsa memperlihatkan sisi mendatar, sisi tegak, dan sudut siku-siku yang tidak tertulis di soal.
2. **Cari sisi mendatar dan tegak.** Bandingkan koordinat titik-titik: ordinat sama berarti mendatar, absis sama berarti tegak.
3. **Hitung dari angka diagram.** Tulis data dari diagram ke dalam daftar angka sebelum menghitung apa pun.
4. **Persentase terhadap nilai awal.** Kenaikan atau penurunan persen selalu dibagi dengan nilai sebelum berubah.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Absis dan ordinat tertukar	$(3,2)$: 3 ke atas, 2 ke kanan	3 ke kanan, 2 ke atas
Salah tanda saat menghitung jarak	jarak -2 ke 4 adalah 2	$4-(-2)=6$
Titik pada sumbu dianggap di kuadran	$(0,2)$ di kuadran I	pada sumbu-y
Menilai dari tinggi batang	Kamis "lebih dari dua kali" Senin	270 vs 250: naik 8%
Persen dibagi nilai akhir	$\frac{20}{270}\approx 7{,}4\%$	$\frac{20}{250}=8\%$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 5 dan 6 memperkenalkan dua jarak baru: jarak vertikal sebuah titik ke garis dan jarak horizontal sebuah titik ke garis. Definisinya ditulis lengkap di soal, jadi kamu tidak perlu mengenalnya sebelumnya. Yang kamu perlukan adalah keterampilan sub bab ini: membaca koordinat titik, memasukkan absis atau ordinat ke dalam persamaan garis, dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

menghitung selisih dua bilangan tanpa salah tanda. Soal nomor 9 dan 10 (daerah penyelesaian pada bidang Kartesius) juga memerlukan kemampuan membaca letak titik dan kuadran. Kerjakan keempat soal ini di Simulasi 1 setelah kamu mempelajari sub bab 3.6.

Rujukan: soal nomor 5 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

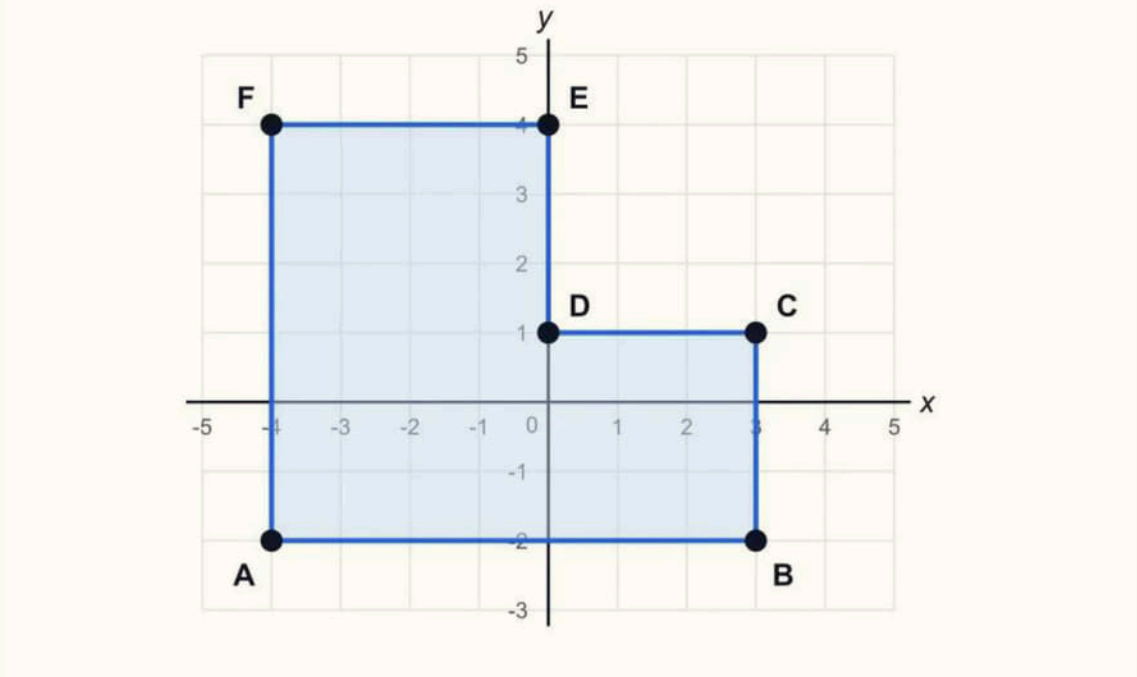
Rujukan: soal nomor 9 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut melatih membaca bidang koordinat atau diagram dari sub bab ini. Buat sketsa dulu sebelum membaca pembahasannya.

►. Bangun $ABCDEF$ pada bidang koordinat berikut dibentuk oleh ruas-ruas garis mendatar dan tegak.

Keliling bangun $ABCDEF$ adalah . . . satuan panjang.



A. 13
B. 20
C. 22
D. 26
E. 33

Pembahasan **Kunci: D**

Yang diketahui: gambar bangun $ABCDEF$ pada bidang koordinat; semua sisinya mendatar atau tegak. **Yang ditanya:** keliling.

Prasyarat 1 – membaca koordinat. Titik ditulis (x, y): x = langkah mendatar dari titik asal $O(0, 0)$ (ke kanan positif, ke kiri negatif), y = langkah tegak (ke atas positif, ke bawah negatif). Urutannya selalu **x dulu, baru y.**

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

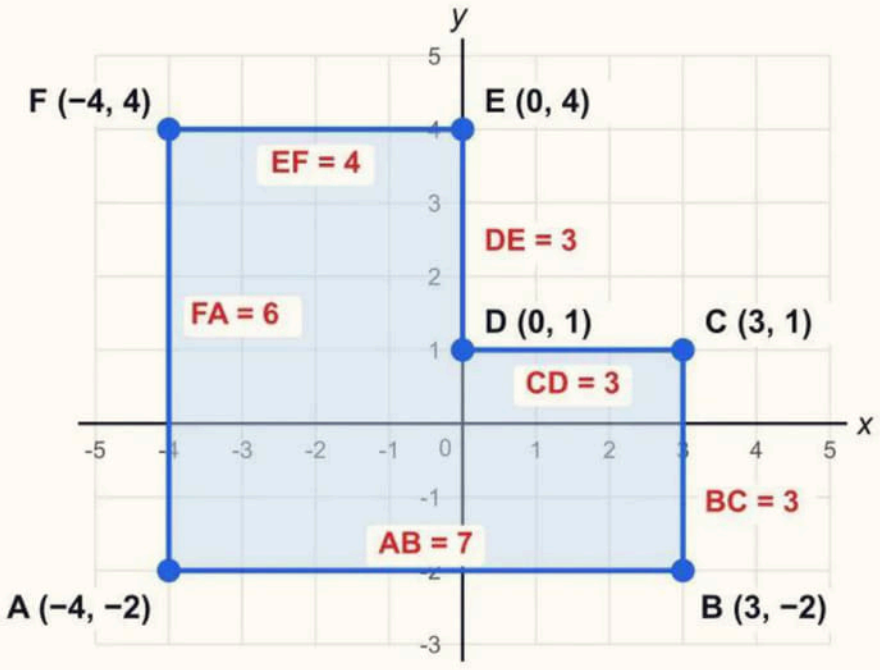
Contoh kecil: titik $(-2, 5)$ dicapai dengan 2 langkah ke kiri lalu 5 langkah ke atas.

Prasyarat 2 – jarak mendatar dan tegak. Dua titik dengan y sama terletak pada satu garis mendatar; jaraknya $=$ x besar $-$ x kecil. Dua titik dengan x sama terletak pada satu garis tegak; jaraknya $=$ y besar $-$ y kecil.
Contoh kecil: jarak $(-1, 2)$ ke $(5, 2)$ adalah $5 - (-1) = 6$. Cek dengan menghitung petak: dari -1 ke 5 ada 6 langkah.

Prasyarat 3 – keliling. Keliling adalah jumlah panjang **semua** sisi bangun. Bangun ini mempunyai enam sisi, jadi keenamnya harus dijumlahkan.

Langkah penyelesaian:
1. Baca koordinat dari gambar: $A(-4, -2)$, $B(3, -2)$, $C(3, 1)$, $D(0, 1)$, $E(0, 4)$, $F(-4, 4)$. Contoh untuk A: 4 langkah ke kiri ($x = -4$) dan 2 langkah ke bawah ($y = -2$).
2. Hitung setiap sisi:
- AB mendatar ($y = -2$): $3 - (-4) = 7$.
- BC tegak ($x = 3$): $1 - (-2) = 3$.
- CD mendatar ($y = 1$): $3 - 0 = 3$.
- DE tegak ($x = 0$): $4 - 1 = 3$.
- EF mendatar ($y = 4$): $0 - (-4) = 4$.
- FA tegak ($x = -4$): $4 - (-2) = 6$.

3. Jumlahkan: $7 + 3 + 3 + 3 + 4 + 6 = 26$ satuan panjang.



Cek ulang dengan cara lain: sisi mendatar di bagian atas (CD dan EF) jika disambung sama panjang dengan AB: $3 + 4 = 7$. Sisi tegak di kanan (BC dan DE) jika disambung sama panjang dengan FA: $3 + 3 = 6$. Jadi keliling bangun ini sama dengan keliling persegi panjang 7×6, yaitu $2 \times (7 + 6) = 26$. Cocok.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ 13: **Jebakan:** hanya menjumlahkan lebar dan tinggi bangun ($7 + 6$), lupa bahwa setiap arah dilalui dua kali.
- B ✗ 20: **Jebakan:** menghitung $AB = 3 - 4 = -1$, lalu ditulis 1 (tanda negatif pada -4 diabaikan),

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sehingga $1 + 3 + 3 + 3 + 4 + 6 = 20$.
• C ✗ 22: **Jebakan:** menghitung $FA = 4 - 2 = 2$ (tanda negatif pada -2 diabaikan), sehingga $7 + 3 + 3 + 3 + 4 + 2 = 22$.
• D ✓ 26.
• E ✗ 33: **Jebakan:** menghitung luas ($7 \times 3 + 4 \times 3 = 21 + 12 = 33$), bukan keliling.

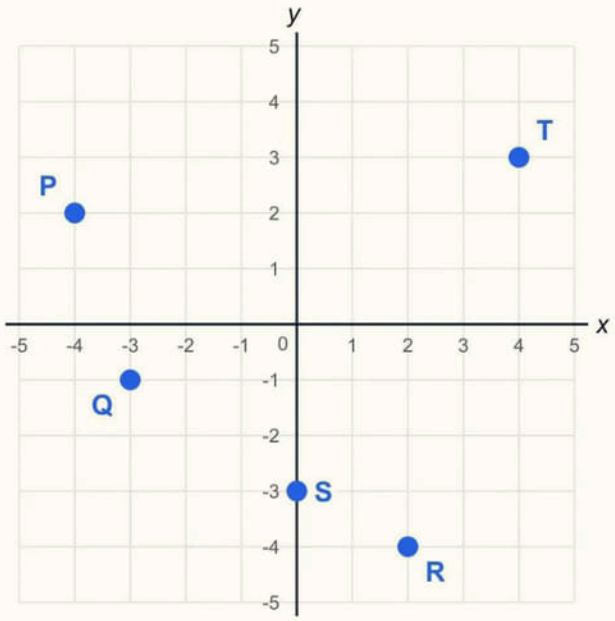
Jawaban: D.

✎ LATIHAN

Untuk setiap soal koordinat, buat sketsa sumbu dan titik di kertas buram.

1. Perhatikan titik-titik pada bidang koordinat berikut.

Titik yang terletak di kuadran IV adalah . . .



A. titik P
B. titik Q
C. titik R
D. titik S
E. titik T

2. Tabel berikut menunjukkan banyak pengunjung perpustakaan sebuah sekolah selama satu minggu pada tahun 2027 (data rekaan).

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
Banyak pengunjung	35	20	45	30	40

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Selisih banyak pengunjung pada hari paling ramai dan hari paling sepi adalah . . . orang.

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

3. Diagram batang berikut menunjukkan perubahan tinggi muka air sebuah waduk setiap minggu selama empat minggu pada tahun 2027 (data rekaan). Batang bertanda positif berarti muka air naik, batang bertanda negatif berarti muka air turun.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.



Pernyataan	Benar	Salah
Penurunan muka air terbesar terjadi pada minggu ke-3.	○	○
Pada akhir minggu ke-4, muka air 5 cm lebih tinggi daripada sebelum minggu ke-1.	○	○
Selisih antara perubahan pada minggu ke-1 dan perubahan pada minggu ke-3 adalah 27 cm.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Gambar berikut adalah denah sebuah sekolah pada bidang koordinat. Skala denah: 1 satuan mewakili 10 meter.

Rina berjalan dari perpustakaan ke kantin, lalu dari kantin ke lapangan. Ia selalu berjalan lurus mengikuti garis petak (sejajar sumbu x atau sumbu y) tanpa berbelok di tengah jalan. Jarak total yang ditempuh Rina adalah . . .



A. 60 meter
B. 90 meter
C. 100 meter
D. 140 meter
E. 160 meter

Kunci singkat: 1. C 2. 25 3. 1B 2S 3B 4. D

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa titik $(0, -3)$ tidak terletak di kuadran mana pun? Di mana letaknya?
2. Bagaimana cara menghitung jarak antara $(-5, 1)$ dan $(2, 1)$ tanpa menggambar?
3. Mengapa diagram batang yang sumbunya tidak mulai dari nol bisa menyesatkan? Berikan contoh dari Gambar 0.13.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 0.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-0.4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 1 · Bilangan

SNBTPK-B1

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- memakai sifat genap-ganjil, tanda, dan bilangan prima untuk menilai pernyataan
- menghitung dengan pecahan, persen, eksponen, akar, dan logaritma dasar
- memakai FPB, KPK, dan sisa pembagian dalam soal cerita
- membaca dan memakai operasi atau definisi buatan

Peta bab

Sub bab	Judul
1.1	Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima
1.2	Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak
1.3	Eksponen dan Bentuk Akar
1.4	Logaritma Dasar
1.5	Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian
1.6	Operasi dan Definisi Buatan

Bab 1 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-B1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima

SNBTPK-1.1

◎ APA YANG DIUJI

Sifat bilangan bulat adalah topik yang paling sering muncul di soal asli Pengetahuan Kuantitatif. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 13, 14, dan 19 (Simulasi 3 nomor 13, 14, dan 19) meminta kamu menemukan bilangan prima dari sebuah hasil kali atau sebuah persamaan. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 3 (Simulasi 3 nomor 3) berupa kotak teka-teki hitung dengan bilangan negatif. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 19 (Simulasi 1 nomor 19) menguji tanda hasil kali, dan soal UTBK-SNBT 2025 nomor 16 (Simulasi 2 nomor 16) memakai syarat "bilangan prima" di dalam sebuah definisi buatan. Soal-soal ini jarang menuntut hitungan panjang. Yang dituntut adalah **memahami sifat** bilangan, lalu memakainya untuk menyaring kemungkinan.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menentukan genap atau ganjilnya jumlah, selisih, hasil kali, dan pangkat tanpa menghitung hasil akhirnya;
- menentukan tanda (positif, negatif, atau nol) sebuah bentuk dari tanda bilangan-bilangan penyusunnya;
- mengenali bilangan prima, menguji apakah sebuah bilangan prima, dan menuliskan faktorisasi prima;
- membedakan pernyataan yang "selalu benar" dari pernyataan yang hanya benar untuk beberapa contoh.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai aturan tanda dari sub bab 0.1. Ingat lagi: tanda sama menghasilkan positif, tanda berbeda menghasilkan negatif. Contoh kecil: $(-3) \times (-4) = 12$, sedangkan $(-3) \times 4 = -12$. Untuk perkalian banyak bilangan, hitung banyaknya faktor negatif: genap berarti positif, ganjil berarti negatif.

Kita juga memakai huruf untuk mewakili bilangan, seperti di sub bab 0.2. Tulisan $2k$ berarti "2 dikali k". Bila $k = 7$, maka $2k = 14$; bila $k = -3$, maka $2k = -6$. Tulisan $2k + 1$ berarti "2 dikali k, lalu ditambah 1". Bila $k = 7$, nilainya 15.

Terakhir, istilah **faktor**. Bilangan a disebut faktor dari b bila b habis dibagi a (tanpa sisa). Faktor dari 12 adalah $1, 2, 3, 4, 6$, dan 12, karena 12 habis dibagi oleh masing-masing bilangan itu. Bilangan 5 bukan faktor dari 12, karena $12 : 5 = 2$ sisa 2.

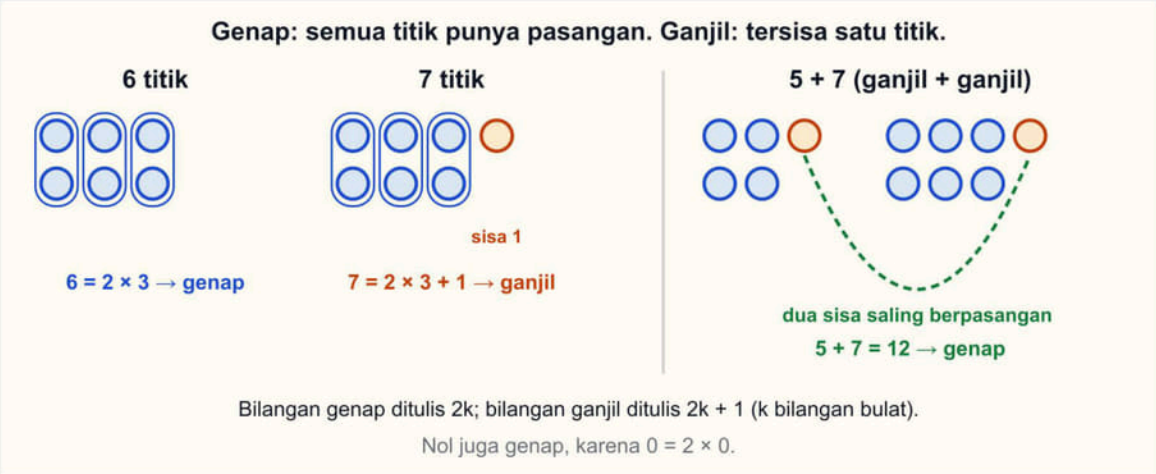
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Bilangan genap dan bilangan ganjil

Bilangan bulat dapat dibagi menjadi dua kelompok besar. **Bilangan genap** adalah bilangan bulat yang habis dibagi 2: $\ldots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \ldots$. **Bilangan ganjil** adalah bilangan bulat yang bila dibagi 2 bersisa 1: $\ldots, -3, -1, 1, 3, 5, \ldots$. Sifat genap atau ganjil sebuah bilangan disebut **paritas** bilangan itu.

Cara paling mudah membayangkan paritas adalah **model pasangan** (lihat Gambar 1.1). Ambil titik sebanyak bilangan itu, lalu pasangkan titik-titik itu dua-dua. Bila semua titik mendapat pasangan, bilangannya genap. Bila tersisa satu titik tanpa pasangan, bilangannya ganjil. Enam titik membentuk tiga pasangan, jadi 6 genap. Tujuh titik membentuk tiga pasangan dan sisa satu, jadi 7 ganjil.



Gambar 1.1 Model pasangan: bilangan genap tidak menyisakan titik, bilangan ganjil menyisakan satu titik. Dua bilangan ganjil yang dijumlahkan menghasilkan bilangan genap karena kedua sisanya saling berpasangan.

Dalam bahasa aljabar, model pasangan ditulis begini:

$$\text{bilangan genap} = 2k, \qquad \text{bilangan ganjil} = 2k + 1,$$

dengan k sebuah bilangan bulat. Huruf k adalah banyaknya pasangan, dan "$+1$" adalah titik yang tersisa. Misalnya $14 = 2 \times 7$ (jadi $k = 7$) dan $15 = 2 \times 7 + 1$.

Paritas juga muncul dalam kehidupan sehari-hari. Bila 30 siswa berbaris dua-dua, semua siswa mendapat teman sebaris, karena 30 genap. Bila siswanya 31, pasti ada satu siswa yang berjalan sendirian. Rumah di banyak jalan diberi nomor genap di satu sisi dan nomor ganjil di sisi seberangnya, sehingga dari nomor rumah saja kita sudah tahu sisi jalannya.

Tiga hal sering dilupakan siswa:

1. **Nol adalah bilangan genap**, karena $0 = 2 \times 0$. Nol titik tidak menyisakan titik apa pun.
2. **Bilangan negatif juga genap atau ganjil.** Bilangan $-6 = 2 \times (-3)$ genap. Bilangan $-5 = 2 \times (-3) + 1$ ganjil. Perhatikan bahwa k boleh negatif.
3. **Paritas hanya berlaku untuk bilangan bulat.** Bilangan seperti $2{,}5$ atau $\dfrac{1}{3}$ tidak genap

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dan tidak ganjil.

2. Paritas jumlah, selisih, hasil kali, dan pangkat

Sekarang kita buktikan aturan paritas satu per satu. Bukti ini penting, karena soal SNBT sering bertanya "apakah *pasti* genap?". Kata "pasti" hanya dapat dijawab dengan alasan umum, bukan dengan mencoba satu dua angka.

Genap + genap. Tulis kedua bilangan sebagai $2k$ dan $2m$. Jumlahnya $2k + 2m = 2(k + m)$. Bentuk ini adalah 2 dikali sebuah bilangan bulat, jadi **genap**. Contoh: $8 + 14 = 22$.

Genap + ganjil. Jumlahnya $2k + (2m + 1) = 2(k + m) + 1$. Bentuk ini adalah "genap ditambah 1", jadi **ganjil**. Contoh: $8 + 15 = 23$.

Ganjil + ganjil. Jumlahnya $(2k + 1) + (2m + 1) = 2k + 2m + 2 = 2(k + m + 1)$. Ini **genap**. Pada Gambar 1.1, kedua titik sisa saling berpasangan. Contoh: $5 + 7 = 12$.

Selisih mengikuti aturan yang sama dengan jumlah. Alasannya: $a - b$ dan $a + b$ hanya berbeda $2b$, dan menambah atau mengurangi bilangan genap $2b$ tidak mengubah paritas. Jadi ganjil dikurangi ganjil hasilnya genap ($9 - 3 = 6$), sedangkan genap dikurangi ganjil hasilnya ganjil ($10 - 3 = 7$).

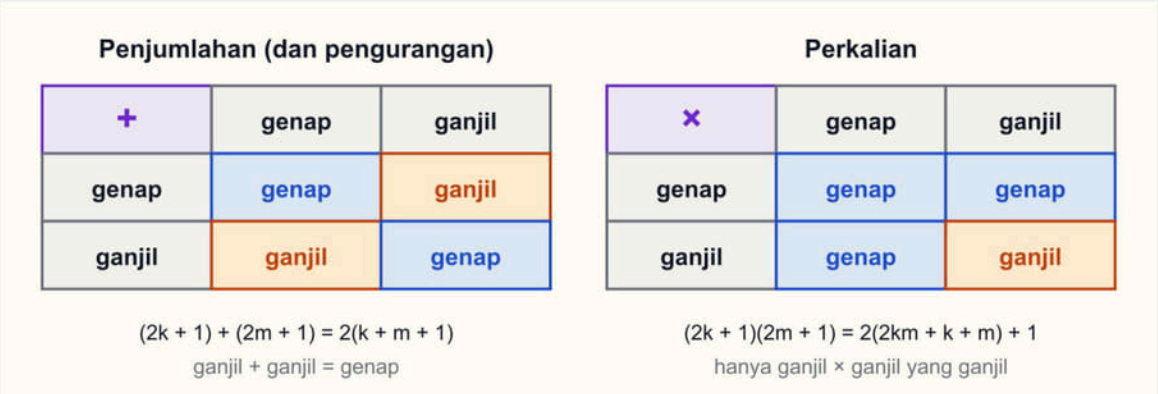
Hasil kali dengan bilangan genap. Bila salah satu faktor genap, misalnya $2k$, maka $2k \times b = 2(kb)$, yang **genap**. Satu faktor genap saja sudah cukup membuat seluruh hasil kali genap. Contoh: $2 \times 37 \times 51$ pasti genap.

Ganjil × ganjil. Hitung $(2k + 1)(2m + 1)$ dengan sifat distributif:

$$(2k + 1)(2m + 1) = 4km + 2k + 2m + 1 = 2(2km + k + m) + 1.$$

Hasilnya "genap ditambah 1", jadi **ganjil**. Inilah satu-satunya hasil kali yang ganjil: **hasil kali ganjil hanya bila semua faktornya ganjil**.

Semua aturan ini terkumpul dalam Gambar 1.2.



Gambar 1.2 Tabel paritas. Biru berarti genap, jingga berarti ganjil. Pada perkalian, hanya ganjil × ganjil yang menghasilkan ganjil.

Pangkat. Pangkat adalah perkalian berulang (dibahas lengkap di sub bab 1.3): $n^2 = n \times n$ dan $n^3 = n \times n \times n$. Bila n genap, ada faktor genap, sehingga n^2 dan n^3 genap. Bila n ganjil, semua faktornya ganjil, sehingga n^2 dan n^3 ganjil. Kesimpulannya, **pangkat bulat**

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

positif tidak mengubah paritas: n^2 selalu sama paritasnya dengan n.

Jumlah banyak bilangan. Aturan untuk dua bilangan dapat diperluas. Bilangan genap tidak pernah mengubah paritas sebuah jumlah, jadi yang menentukan hanyalah **banyaknya suku ganjil**. Setiap dua suku ganjil membentuk satu pasangan sisa (seperti Gambar 1.1), sehingga jumlahnya genap bila banyak suku ganjilnya genap, dan ganjil bila banyak suku ganjilnya ganjil. Contoh: $3 + 5 + 7$ memuat tiga suku ganjil, jadi jumlahnya ganjil (15). Bilangan $1 + 2 + 3 + \ldots + 10$ memuat lima suku ganjil $(1, 3, 5, 7, 9)$, jadi jumlahnya ganjil; hitungan langsungnya memang 55. Aturan ini berguna ketika soal memuat deretan bilangan yang terlalu panjang untuk dijumlahkan satu per satu.

Dua bilangan berurutan. Bilangan n dan $n + 1$ selalu terdiri atas satu genap dan satu ganjil. Akibatnya, hasil kali $n(n + 1)$ **selalu genap**, apa pun bilangan bulat n. Contoh: $7 \times 8 = 56$ dan $12 \times 13 = 156$.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Tanpa menghitung hasil akhirnya, tentukan apakah $37 \times 52 + 15$ genap atau ganjil.

1. Lihat perkalian dulu, karena perkalian dikerjakan sebelum penjumlahan. Bilangan 52 genap, jadi 37×52 genap. Alasannya: satu faktor genap sudah cukup membuat hasil kali genap.
2. Bilangan 15 ganjil.
3. Genap ditambah ganjil hasilnya ganjil (Gambar 1.2).
4. Cek ulang dengan menghitung: $37 \times 52 = 1.924$, lalu $1.924 + 15 = 1.939$. Angka satuannya 9, jadi ganjil. Cocok.

Jadi $37 \times 52 + 15$ adalah bilangan ganjil.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Diketahui m bilangan ganjil dan n bilangan genap. Tentukan genap atau ganjilnya (a) $m^2 + n$, (b) $3m + 5n$, dan (c) $(m + 1)(n + 1)$.

1. Bagian (a). Bilangan m^2 ganjil, karena pangkat tidak mengubah paritas. Ganjil ditambah genap n hasilnya **ganjil**.
2. Bagian (b). Bilangan $3m$ adalah ganjil × ganjil, jadi ganjil. Bilangan $5n$ memuat faktor genap n, jadi genap. Ganjil ditambah genap hasilnya **ganjil**.
3. Bagian (c). Bilangan $m + 1$ adalah ganjil ditambah ganjil (1 ganjil), jadi genap. Karena satu faktornya genap, hasil kali $(m + 1)(n + 1)$ **genap**. Kita tidak perlu tahu paritas $n + 1$.
4. Cek ulang dengan contoh $m = 3$ dan $n = 4$: (a) $9 + 4 = 13$, ganjil; (b) $9 + 20 = 29$, ganjil; (c) $4 \times 5 = 20$, genap. Semua cocok.

Jadi (a) ganjil, (b) ganjil, dan (c) genap. Perhatikan bahwa cek ulang dengan satu contoh hanya memeriksa kesalahan hitung. Yang membuktikan jawaban berlaku untuk *semua* m dan n adalah alasan di langkah 1–3.

3. Tanda sebuah bentuk: positif, negatif, atau nol

Banyak soal SNBT memberi informasi seperti "$a < 0$ dan $b > 0$", lalu bertanya apakah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sebuah bentuk pasti positif. Untuk menjawabnya, tentukan tanda setiap bagian, lalu gabungkan dengan aturan tanda.

Aturan yang dipakai:

1. **Perkalian dan pembagian**: tanda sama → positif, tanda berbeda → negatif. Bila salah satu faktornya nol, hasil kalinya nol.
2. **Kuadrat bilangan bukan nol selalu positif.** Alasannya: $x^2 = x \times x$, dan kedua faktornya bertanda sama. Jadi $x^2 > 0$ untuk $x \neq 0$, dan $x^2 = 0$ hanya bila $x = 0$. Bilangan pangkat tiga mempertahankan tanda: $(-2)^3 = -8$.
3. **Penjumlahan**: positif + positif pasti positif; negatif + negatif pasti negatif; tetapi positif + negatif **belum tentu**, tergantung angka mana yang lebih besar. Contoh: $5 + (-2) = 3$, sedangkan $2 + (-5) = -3$.
4. **Pengurangan** diubah dulu menjadi penjumlahan lawan: bila $p < 0 < q$, maka $p - q = p + (-q)$ adalah negatif + negatif, jadi pasti negatif.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Diketahui $p < 0 < q$. Tentukan tanda dari (a) $p^2 q$, (b) $\dfrac{p}{q}$, (c) $p - q$, dan (d) $q - p$.

1. Bagian (a). Karena $p \neq 0$, p^2 positif. Positif dikali q (positif) hasilnya **positif**.
2. Bagian (b). Negatif dibagi positif. Tandanya berbeda, jadi hasilnya **negatif**.
3. Bagian (c). Ubah menjadi $p + (-q)$. Bilangan p negatif dan $-q$ juga negatif. Negatif + negatif hasilnya **negatif**.
4. Bagian (d). Ubah menjadi $q + (-p)$. Bilangan q positif dan $-p$ positif (lawan dari bilangan negatif). Positif + positif hasilnya **positif**.
5. Cek ulang dengan $p = -2$ dan $q = 3$: (a) $4 \times 3 = 12$; (b) $-\dfrac{2}{3}$; (c) $-2 - 3 = -5$; (d) $3 - (-2) = 5$. Tandanya cocok semua.

Jadi tandanya berturut-turut positif, negatif, negatif, dan positif. Tidak ada satu pun yang "tidak dapat ditentukan", karena setiap bagian hanya memuat penjumlahan bilangan yang tandanya sama atau perkalian.

Tanda yang tidak dapat ditentukan. Bagaimana bila informasinya belum cukup? Dengan syarat yang sama, $p < 0 < q$, perhatikan bentuk $p + q$. Untuk $p = -2$ dan $q = 3$, hasilnya 1 (positif). Untuk $p = -5$ dan $q = 3$, hasilnya -2 (negatif). Untuk $p = -3$ dan $q = 3$, hasilnya 0. Tiga pasangan yang sama-sama memenuhi syarat memberi tiga tanda berbeda. Dalam keadaan seperti ini, tanda $p + q$ **tidak dapat ditentukan** dari informasi yang ada. Cara membuktikannya adalah dengan menunjukkan **dua contoh yang memenuhi syarat tetapi memberi jawaban berbeda**. Pola berpikir ini dipakai lagi di Bab 5 untuk soal perbandingan kuantitas dan kecukupan data.

Hal yang sama berlaku untuk tanda yang "tersembunyi" di dalam pangkat. Bentuk $p^3 q$ negatif, karena p^3 mempertahankan tanda negatif p. Tetapi bentuk $p^2 - q$ belum tentu tandanya: untuk $p = -3, q = 1$ hasilnya 8, sedangkan untuk $p = -1, q = 4$ hasilnya -3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi sebelum menyimpulkan, periksa apakah setiap bagian benar-benar sudah pasti tandanya.

4. Bilangan prima dan faktorisasi prima

Bilangan prima adalah bilangan asli yang tepat memiliki **dua** faktor, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri. Bilangan 7 prima, karena faktornya hanya 1 dan 7. Bilangan 9 bukan prima, karena faktornya $1, 3,$ dan 9 (ada tiga). Bilangan asli lebih dari 1 yang bukan prima disebut **bilangan komposit**; bilangan komposit selalu dapat ditulis sebagai perkalian dua bilangan yang lebih kecil, misalnya $9 = 3 \times 3$.

Tiga fakta penting tentang prima:

1. **Bilangan 1 bukan prima**, karena faktornya hanya satu, yaitu 1 sendiri. Definisi prima menuntut tepat dua faktor.
2. **Bilangan 2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap.** Setiap bilangan genap lain habis dibagi 2, sehingga punya faktor 1, 2, dan dirinya sendiri (paling sedikit tiga faktor).
3. Akibat fakta kedua, **semua bilangan prima selain 2 adalah ganjil**. Fakta ini sangat sering dipakai bersama aturan paritas.

Untuk mendaftar bilangan prima, kita memakai **saringan Eratosthenes** (lihat Gambar 1.3). Tulis bilangan 1 sampai 100. Coret 1. Lingkari 2, lalu coret semua kelipatan 2 selain 2 sendiri. Bilangan berikutnya yang belum dicoret adalah 3: lingkari, lalu coret kelipatannya. Ulangi untuk 5 dan 7. Semua bilangan yang tersisa adalah prima.



Gambar 1.3 Saringan Eratosthenes. Ada 25 bilangan prima dari 1 sampai 100 (kotak ungu). Warna lain menunjukkan prima terkecil yang membagi bilangan itu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

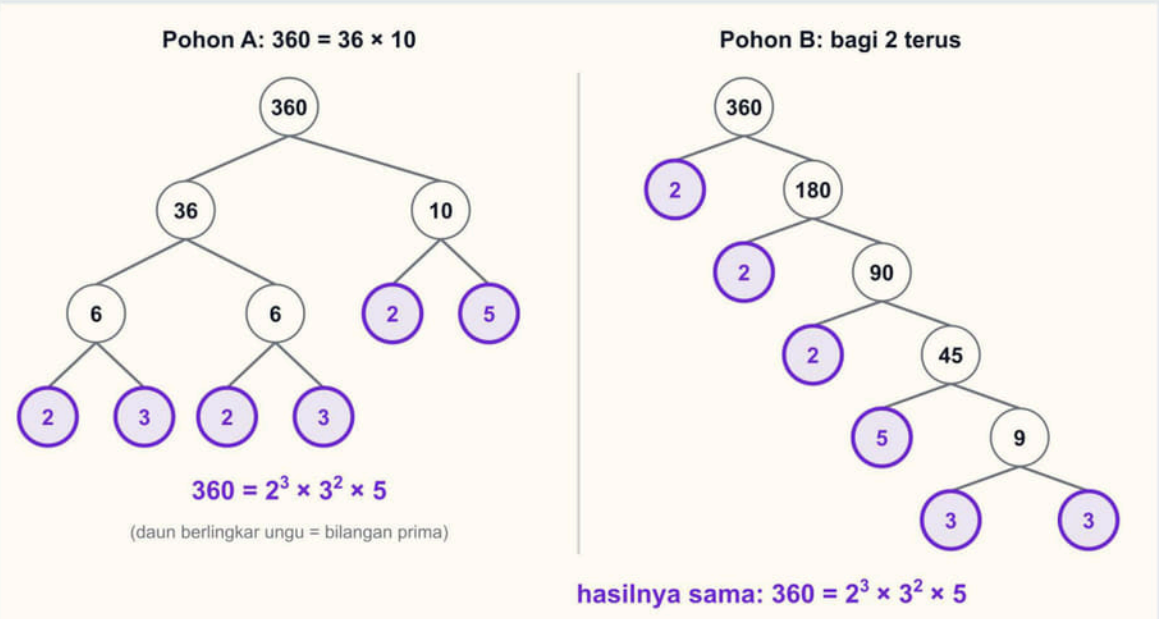
Mengapa kita boleh berhenti di 7? Misalkan sebuah bilangan $n \leq 100$ adalah komposit, yaitu $n = a \times b$ dengan $a \leq b$. Bila a dan b keduanya lebih dari 10, hasil kalinya lebih dari 100. Jadi faktor yang lebih kecil, a, paling besar 10. Setiap bilangan komposit sampai 100 pasti punya faktor prima $2, 3, 5$, atau 7, sehingga sudah tercoret. Alasan yang sama memberi **cara menguji prima**: untuk menguji apakah n prima, cukup coba bagi n dengan bilangan prima yang kuadratnya tidak melebihi n. Bila tidak ada yang membagi habis, n prima.

Contoh terselesaikan 4 (dasar). Apakah 91 dan 97 bilangan prima?

1. Tentukan batas uji. Karena $9^2 = 81$ dan $10^2 = 100$, prima yang perlu dicoba adalah prima yang kuadratnya paling besar 91 atau 97, yaitu $2, 3, 5$, dan 7 (sebab $11^2 = 121$ terlalu besar).
2. Uji 91. Bilangan 91 ganjil, jadi tidak habis dibagi 2. Jumlah angkanya $9 + 1 = 10$, tidak habis dibagi 3. Angka satuannya bukan 0 atau 5, jadi tidak habis dibagi 5. Coba 7: $7 \times 13 = 91$. Habis! Jadi 91 **bukan prima**.
3. Uji 97. Ganjil (tidak habis dibagi 2). Jumlah angka 16 (tidak habis dibagi 3). Satuan 7 (tidak habis dibagi 5). Dibagi 7: $7 \times 13 = 91$ dan $7 \times 14 = 98$, jadi $97 : 7$ bersisa 6. Tidak ada yang membagi habis, jadi 97 **prima**.
4. Cek ulang dengan Gambar 1.3: 91 berwarna merah muda (kelipatan 7), sedangkan 97 berwarna ungu. Cocok.

Jadi $91 = 7 \times 13$ bukan prima, sedangkan 97 prima. Bilangan 91 sering menjebak karena tampak seperti prima.

Faktorisasi prima adalah cara menulis sebuah bilangan sebagai hasil kali bilangan-bilangan prima. Alat bantunya adalah **pohon faktor** (lihat Gambar 1.4): tulis bilangan di puncak, pecah menjadi dua faktor, lalu pecah lagi setiap faktor yang belum prima. Berhenti bila semua "daun" sudah prima.



Gambar 1.4 Dua pohon faktor untuk 360. Cara memecahnya berbeda, tetapi daun primanya sama: $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar 1.4 menunjukkan hal yang sangat penting. Pohon A memecah 360 menjadi 36×10, sedangkan pohon B membagi 2 terus-menerus. Hasil akhirnya sama: tiga buah 2, dua buah 3, dan satu buah 5. Fakta bahwa **setiap bilangan asli lebih dari 1 hanya punya satu faktorisasi prima** (bila urutan faktor diabaikan) disebut teorema dasar aritmetika. Akibatnya, bila soal mengatakan "hasil kali tiga bilangan prima adalah N", ketiga bilangan prima itu dapat ditemukan dengan memfaktorkan N, dan jawabannya tunggal.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Tentukan faktorisasi prima 1.540, lalu hitung jumlah semua faktor prima yang berbeda dari 1.540.

1. Bagi dengan prima terkecil, 2: $1.540 = 2 \times 770$. Alasan mulai dari 2: bilangan genap pasti habis dibagi 2, dan mulai dari prima terkecil membuat kita tidak melewatkan faktor.
2. 770 masih genap: $770 = 2 \times 385$. Jadi $1.540 = 2 \times 2 \times 385$.
3. 385 ganjil, jadi tidak habis dibagi 2. Jumlah angkanya 16, tidak habis dibagi 3. Angka satuannya 5, jadi habis dibagi 5: $385 = 5 \times 77$.
4. $77 = 7 \times 11$, dan keduanya prima.
5. Jadi $1.540 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 11$. Faktor prima yang **berbeda** adalah $2, 5, 7$, dan 11. Angka 2 hanya dihitung sekali walaupun muncul dua kali.
6. Jumlahnya $2 + 5 + 7 + 11 = 25$.
7. Cek ulang dengan mengalikan kembali: $4 \times 5 = 20$, $20 \times 7 = 140$, $140 \times 11 = 1.540$. Cocok.

Jadi jumlah faktor prima yang berbeda dari 1.540 adalah 25.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Bilangan prima p dan q memenuhi $p^2 + q = 51$. Tentukan semua nilai $p + q$ yang mungkin.

1. Pakai paritas. Ruas kanan 51 ganjil. Jumlah dua bilangan menghasilkan bilangan ganjil hanya bila satu bilangan genap dan yang lain ganjil (Gambar 1.2). Jadi tepat satu dari p^2 dan q genap.
2. Bilangan prima yang genap hanya 2. Bila p^2 genap, maka p genap (pangkat tidak mengubah paritas), sehingga $p = 2$. Bila q genap, maka $q = 2$. Jadi ada dua kasus.
3. Kasus pertama, $p = 2$: $4 + q = 51$, sehingga $q = 47$. Periksa: 47 prima (tidak habis dibagi $2, 3, 5$, atau 7; $7^2 = 49 > 47$ sehingga cukup sampai 5). Kasus ini sah, dan $p + q = 49$.
4. Kasus kedua, $q = 2$: $p^2 = 49$, sehingga $p = 7$ (kita ambil yang positif, karena bilangan prima positif). Bilangan 7 prima. Kasus ini juga sah, dan $p + q = 9$.
5. Cek ulang kedua kasus: $2^2 + 47 = 4 + 47 = 51$ dan $7^2 + 2 = 49 + 2 = 51$. Keduanya cocok.

Jadi nilai $p + q$ yang mungkin adalah 49 atau 9. Pelajaran dari contoh ini: paritas mengubah soal yang tampak harus "dicoba satu per satu" menjadi dua kasus saja. Jangan berhenti setelah menemukan satu jawaban; periksa semua kasus.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Pernyataan "selalu benar" dan contoh penyangkal

Soal SNBT sering memuat kata **selalu**, **pasti**, atau **untuk setiap**. Pernyataan "untuk setiap bilangan bulat n, $n^2 + n$ genap" adalah pernyataan tentang *semua* bilangan bulat, yang jumlahnya tak berhingga. Mencoba $n = 1, 2, 3$ dan mendapat hasil genap belum membuktikannya, karena masih ada tak berhingga bilangan lain yang belum dicoba.

Ada dua cara yang sah:

1. **Untuk menunjukkan pernyataan selalu benar**, berikan alasan umum. Alat yang paling sering dipakai adalah bentuk $2k$ dan $2k + 1$, atau pembagian kasus "n genap" dan "n ganjil". Contoh: $n^2 + n = n(n + 1)$ adalah hasil kali dua bilangan berurutan, jadi selalu genap.
2. **Untuk menunjukkan pernyataan tidak selalu benar**, cukup berikan **satu contoh penyangkal**, yaitu satu nilai yang membuat pernyataan itu salah. Contoh: pernyataan "$n^2 + 1$ selalu ganjil" salah, karena untuk $n = 1$ hasilnya 2, yang genap.

Perhatikan ketidakseimbangannya: satu contoh tidak pernah cukup untuk membuktikan "selalu", tetapi satu contoh penyangkal sudah cukup untuk membantahnya. Saat mencari contoh penyangkal, coba bilangan yang "istimewa": 0, 1, 2, bilangan negatif, atau (bila soal membolehkan bilangan real) pecahan seperti $\frac{1}{2}$.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Untuk setiap bilangan bulat n, manakah yang selalu genap: (1) $n^2 - n$, (2) $2n + 3$, (3) $n^2 + 3n$, (4) $n^3 - 1$?

1. Pernyataan (1). Faktorkan: $n^2 - n = n(n - 1)$. Bilangan $n - 1$ dan n berurutan, jadi salah satunya genap. Hasil kalinya **selalu genap**.
2. Pernyataan (2). Bilangan $2n$ genap, ditambah 3 yang ganjil, hasilnya **selalu ganjil**. Jadi pernyataan (2) tidak pernah genap. Contoh penyangkal: $n = 0$ memberi 3.
3. Pernyataan (3). Bagi menjadi dua kasus. Bila n genap, n^2 dan $3n$ keduanya genap, jumlahnya genap. Bila n ganjil, n^2 ganjil dan $3n$ ganjil, jumlahnya genap. Kedua kasus genap, jadi **selalu genap**. (Cara lain: $n^2 + 3n = n(n + 3)$; bila n ganjil, $n + 3$ genap.)
4. Pernyataan (4). Coba $n = 2$: $8 - 1 = 7$, ganjil. Satu contoh penyangkal ini sudah cukup: pernyataan (4) **tidak selalu genap**. (Untuk n ganjil memang genap, tetapi "selalu" berarti tanpa kecuali.)
5. Cek ulang (1) dan (3) dengan bilangan negatif, misalnya $n = -3$: (1) $9 + 3 = 12$, genap; (3) $9 - 9 = 0$, genap (nol genap). Cocok.

Jadi yang selalu genap adalah (1) dan (3).

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Apakah ada bilangan bulat a dan b yang memenuhi $a + b = 10$ dan $a - b = 5$?

1. Bandingkan paritas $a + b$ dan $a - b$. Keduanya hanya berbeda $2b$, karena $(a + b) - (a - b) = 2b$. Bilangan $2b$ genap, jadi $a + b$ dan $a - b$ **selalu sama paritasnya**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Pada soal ini, $a + b = 10$ genap, sedangkan $a - b = 5$ ganjil. Paritasnya berbeda. Ini bertentangan dengan langkah 1.
3. Jadi **tidak ada** bilangan bulat a dan b yang memenuhi kedua syarat itu.
4. Cek ulang dengan menyelesaikan sistemnya: jumlahkan kedua persamaan, $2a = 15$, sehingga $a = 7{,}5$. Bilangan ini bukan bulat. Cocok dengan kesimpulan langkah 3.

Jadi jawabannya tidak ada. Sifat "$a + b$ dan $a - b$ selalu sama paritasnya" adalah alat kecil yang sering mempercepat soal kecukupan data tentang genap-ganjil.

Ringkasan

- Genap $= 2k$, ganjil $= 2k + 1$. Nol genap; bilangan negatif juga genap atau ganjil.
- Jumlah/selisih: sama paritas → genap, beda paritas → ganjil. Hasil kali ganjil hanya bila semua faktornya ganjil. Pangkat tidak mengubah paritas; $n(n + 1)$ selalu genap.
- Kuadrat bilangan bukan nol selalu positif; jumlah positif dan negatif belum tentu tandanya.
- Prima: tepat dua faktor. 1 bukan prima; 2 satu-satunya prima genap. Uji prima dengan pembagi prima yang kuadratnya $\leq n$.
- Faktorisasi prima setiap bilangan tunggal (pohon faktor apa pun hasilnya sama).
- "Selalu benar" perlu alasan umum; "tidak selalu" cukup satu contoh penyangkal.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Ubah ke bentuk $2k$ dan $2k + 1$.** Bila soal bertanya "pasti genap/ganjil", tulis bilangan yang diketahui dalam bentuk ini atau bagi menjadi kasus genap dan ganjil.
2. **Cari contoh penyangkal lebih dulu.** Untuk setiap pernyataan "selalu", coba 0, 1, 2, dan bilangan negatif. Bila satu saja gagal, pernyataan itu salah dan kamu hemat waktu.
3. **Pakai paritas untuk soal prima.** Pada persamaan dengan bilangan prima, cek genap-ganjil dulu. Sering kali salah satu bilangan prima terpaksa bernilai 2.
4. **Faktorkan dengan prima terkecil dulu.** Bagi dengan $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$ berurutan dan tulis setiap langkah, agar tidak ada faktor yang terlewat.
5. **Tentukan tanda per bagian.** Tandai setiap bagian bentuk dengan $+$ atau $-$ sebelum menggabungkan.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Menganggap 1 prima	"Faktor prima 15 adalah $1, 3, 5$"	1 bukan prima; faktor prima 15 adalah 3 dan 5
Lupa 0 genap	"0 bukan genap dan bukan ganjil"	$0 = 2 \times 0$, jadi genap

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Satu contoh dianggap bukti	"$n^2 + 1$ ganjil untuk $n = 2$, jadi selalu ganjil"	$n = 1$ memberi 2 (genap): tidak selalu
Lupa 2 prima genap	"Semua prima ganjil, jadi $p + q$ genap"	Bila salah satunya 2, jumlahnya ganjil
Mengira positif + negatif pasti positif	"$a > 0, b < 0$, jadi $a + b > 0$"	Tergantung besarnya: $2 + (-5) = -3$
Menghitung faktor prima ganda	"$2^2 \times 5$: jumlah faktor prima $2 + 2 + 5$"	Faktor prima berbeda: $2 + 5 = 7$

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 19 berbentuk kecukupan data tentang tanda hasil kali $f(1) \times g(1)$. Langkah pertama adalah menulis $f(1)$ dan $g(1)$ dalam huruf a dan b dengan substitusi $x = 1$. Setelah itu, setiap pernyataan diuji terpisah: apakah tanda kedua faktor sudah pasti? Bila tanda salah satu faktor masih bisa positif atau negatif, pernyataan itu belum cukup. Ingat juga bahwa jawaban "tidak" yang pasti tetap berarti informasinya cukup; kecukupan data tidak menuntut jawabannya "ya".

Rujukan: soal nomor 19 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 3 berupa kotak berisi persamaan mendatar dan menurun. Mulailah dari baris atau kolom yang hanya memuat **satu** huruf, karena persamaan itu dapat langsung diselesaikan dengan pindah ruas. Hati-hati dengan bilangan negatif: urutan pengurangan dari atas ke bawah tidak boleh dibalik. Setelah menemukan kedua huruf, periksa dengan baris lain yang juga memuat huruf itu.

Rujukan: soal nomor 3 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 13 memberikan hasil kali tiga bilangan prima. Kuncinya adalah memfaktorkan bilangan itu dengan mencoba prima berurutan; prima kecil $2, 3, 5, 7$ tidak membagi habis, jadi teruskan ke prima berikutnya. Setelah ketiga prima ditemukan, urutkan sesuai syarat $p < q < r$ sebelum mensubstitusi, karena posisi huruf menentukan hasil akhirnya.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 14 serupa tetapi lebih ringan: hasil kali tiga prima **berbeda**. Buat pohon faktor seperti Gambar 1.4. Karena bilangannya genap, salah satu primanya pasti 2.

Rujukan: soal nomor 14 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 19 berupa persamaan $v^3 + i^2 = 196$ dengan v dan i prima. Mulai dengan paritas seperti Contoh terselesaikan 6: ruas kanan genap, jadi kedua suku harus sama paritasnya. Lalu batasi kemungkinan v: karena v^3 tumbuh sangat cepat, hanya sedikit prima yang memenuhi $v^3 < 196$. Coba prima-prima itu, dan periksa apakah sisanya kuadrat sebuah bilangan prima.

Rujukan: soal nomor 19 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 16 memuat definisi buatan yang dibahas di sub bab 1.6. Dari sisi sub bab ini, yang penting adalah syarat "a bilangan prima": artinya a bilangan bulat yang paling kecil 2. Batas bawah inilah yang nantinya dipakai untuk membandingkan dua kuantitas.

Rujukan: soal nomor 16 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji empat pernyataan "selalu" sekaligus. Terapkan cara di bagian 5: cari contoh penyangkal dulu, dan beri alasan umum untuk pernyataan yang lolos.

►. Diketahui n adalah sembarang bilangan asli. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar untuk **setiap** bilangan asli n?

(1) $n^2 + n$ selalu genap.
(2) $n^2 + 1$ selalu ganjil.
(3) $3n + 1$ selalu genap.
(4) $n^3 + 5n$ selalu genap.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Pembahasan **Kunci: C**

Yang diketahui: n bilangan asli $(1, 2, 3, \ldots)$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar untuk **setiap** n.

Konsep 1 – Sifat genap dan ganjil.
• genap + genap = genap; ganjil + ganjil = genap; genap + ganjil = ganjil.
• genap × apa pun = genap; ganjil × ganjil = ganjil.
• n, n^2, dan n^3 selalu sama jenisnya (semuanya genap atau semuanya ganjil).
Konsep 2 – Membuktikan "selalu". Pernyataan "selalu" benar bila benar untuk n genap **dan** n ganjil. Satu contoh yang gagal (contoh penyangkal) sudah cukup untuk menyatakannya salah. Contoh kecil: "$2n + 1$ selalu ganjil" benar, karena $2n$ selalu genap dan genap $+1$ = ganjil.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** $n^2 + n = n(n + 1)$, hasil kali dua bilangan berurutan. Salah satunya pasti genap, jadi hasil kalinya genap. Contoh: $n = 3$: $9 + 3 = 12$ ✓; $n = 4$: $16 + 4 = 20$ ✓.
• **(2) Salah.** Contoh penyangkal $n = 1$: $1 + 1 = 2$, genap. (Untuk n ganjil, n^2 ganjil, dan ganjil $+1$ = genap.)
Jebakan: hanya mencoba $n = 2$ ($4 + 1 = 5$, ganjil), lalu menyimpulkan selalu ganjil.
• **(3) Salah.** Contoh penyangkal $n = 2$: $6 + 1 = 7$, ganjil.
Jebakan: hanya mencoba $n = 1$ (4) dan $n = 3$ (10), keduanya ganjil sehingga hasilnya kebetulan genap.
• **(4) Benar.** n^3 dan $5n$ selalu sejenis: bila n genap, keduanya genap; bila n ganjil, n^3 ganjil dan $5n$ ganjil. Genap + genap dan ganjil + ganjil sama-sama genap. Contoh: $n = 1$: $1 + 5 = 6$ ✓; $n = 2$: $8 + 10 = 18$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan benar: (1) dan (4) → banyaknya 2.

Cek ulang: uji tabel kecil $n = 1, 2, 3$: (1) $2, 6, 12$ (semua genap) ✓; (2) $2, 5, 10$ (ada yang genap) ✓ salah; (3) $4, 7, 10$ (ada yang ganjil) ✓ salah; (4) $6, 18, 42$ (semua genap) ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; (1) dan (4) terbukti benar untuk n genap maupun ganjil.
- C ✓ 2.
- D ✗ 3: **Jebakan:** menganggap (2) atau (3) benar karena hanya menguji satu jenis bilangan.
- E ✗ 4: **Jebakan:** menguji setiap pernyataan dengan satu nilai n saja yang kebetulan cocok.

Jawaban: C.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Untuk soal prima, tulis pohon faktornya. Untuk soal genap-ganjil, tulis alasannya, bukan hanya contoh.

1. Hasil penjumlahan semua faktor prima yang berbeda dari 1.386 adalah ....

Jawaban: _____

2. Dua bilangan prima memiliki jumlah 25. Hasil kali kedua bilangan prima tersebut adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

3. Banyak bilangan prima p yang memenuhi $50 < p < 90$ adalah ....

Jawaban: _____

4. Diketahui a, b, dan c bilangan real dengan $a < b < 0 < c$.

Bentuk berikut yang nilainya PASTI positif untuk setiap a, b, dan c yang memenuhi syarat tersebut adalah ....

A. $a \cdot b - c$

B. $\dfrac{a + c}{b}$

C. $a \cdot c \cdot (b - a)$

D. $\dfrac{c - b}{a \cdot c}$

E. $(a - b)(b - c)$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Bilangan m dan n adalah bilangan bulat.

Apakah $m + n$ bilangan genap?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $m - n$ bilangan genap.
(2) $m^2 + 3n$ bilangan ganjil.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

6. Sebuah lift barang di gudang sebuah koperasi pada tahun 2027 mempunyai batas beban 1.000 kg. Seorang operator bermassa 72 kg harus selalu ikut naik bersama barang. Barang yang diangkut berupa kotak-kotak yang masing-masing bermassa 35 kg.

Banyak kotak paling banyak yang dapat diangkut dalam satu kali naik tanpa melebihi batas beban adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

Kunci singkat: 1. 23 2. 46 3. 9 4. E 5. D 6. 26

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa hasil kali dua bilangan ganjil selalu ganjil? Tuliskan buktinya dengan bentuk $2k + 1$ dan $2m + 1$.
2. Mengapa 1 bukan bilangan prima, dan mengapa 2 satu-satunya prima yang genap?
3. Untuk membantah pernyataan "untuk setiap bilangan bulat n, $n^2 > n$", berapa contoh yang kamu perlukan? Berikan contohnya.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-1.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak

SNBTPK-1.2

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 4 (Simulasi 1 nomor 4) meminta kamu mengurutkan tiga bilangan yang ditulis dalam tiga bentuk berbeda: pecahan, desimal, dan persen. Soal seperti ini tampak sederhana, tetapi pilihan jawabannya dibuat sangat berdekatan, sehingga kesalahan kecil saat mengubah bentuk langsung mengarah ke pengecoh. Selain itu, pecahan dan persen muncul di hampir semua soal cerita: diskon, kenaikan harga, kadar campuran, dan bagian dari keseluruhan. Nilai mutlak dipakai ketika soal berbicara tentang selisih atau jarak.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjumlahkan, mengurangkan, mengalikan, dan membagi pecahan beserta alasan setiap aturannya;
- mengubah bentuk pecahan, desimal, dan persen, lalu membandingkan bilangan dalam bentuk berbeda;
- menghitung persen naik, persen turun, dan perubahan persen yang berturut-turut;
- memakai nilai mutlak sebagai jarak pada garis bilangan.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai perkalian dan pembagian bilangan bulat dari sub bab 0.1, serta faktor dan kelipatan. **Kelipatan** sebuah bilangan adalah hasil kali bilangan itu dengan $1, 2, 3, \ldots$. Kelipatan 4 adalah $4, 8, 12, 16, \ldots$ dan kelipatan 6 adalah $6, 12, 18, \ldots$. Bilangan 12 muncul di kedua daftar, jadi 12 disebut kelipatan persekutuan 4 dan 6; yang terkecil disebut KPK (dibahas lengkap di sub bab 1.5).

Ingat juga nilai tempat desimal. Pada $0{,}375$, angka 3 bernilai tiga persepuluh, angka 7 bernilai tujuh perseratus, dan angka 5 bernilai lima perseribu. Jadi $0{,}375 = \dfrac{375}{1.000}$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Arti pecahan dan pecahan senilai

Pecahan $\dfrac{a}{b}$ berarti: satu utuh dipotong menjadi b bagian yang sama besar, lalu diambil a bagian. Bilangan b (di bawah) disebut **penyebut**, karena menyebut jenis potongannya. Bilangan a (di atas) disebut **pembilang**, karena membilang (menghitung) banyak potongan yang diambil. Pada Gambar 1.5, batang biru paling atas dipotong menjadi 2 dan diambil 1,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

jadi $\frac{1}{2}$.

Pecahan juga dapat dibaca sebagai pembagian: $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$. Inilah jembatan antara pecahan dan desimal.

Pecahan senilai adalah pecahan yang berbeda tulisan tetapi sama besar. Pada Gambar 1.5, batang $\frac{1}{2}$ dan batang $\frac{3}{6}$ diarsir sama panjang. Potongan $\frac{1}{2}$ dipotong lagi menjadi tiga, sehingga banyak potongan dan ukuran potongan sama-sama dikali 3:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}.$$

Aturannya: **pembilang dan penyebut boleh dikali atau dibagi bilangan yang sama (bukan nol)** tanpa mengubah nilai pecahan. Membagi keduanya dengan faktor persekutuan disebut **menyederhanakan**: $\frac{18}{24} = \frac{18 : 6}{24 : 6} = \frac{3}{4}$.

Pecahan senilai juga memberi cara cepat untuk **membandingkan dua pecahan**. Untuk membandingkan $\frac{5}{8}$ dan $\frac{3}{5}$, samakan penyebutnya menjadi 40: $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$ dan $\frac{3}{5} = \frac{24}{40}$. Potongannya kini sama ukuran, jadi yang lebih banyak potongannya lebih besar: $\frac{5}{8} > \frac{3}{5}$. Perhatikan bahwa pembilang baru $25 = 5 \times 5$ dan $24 = 3 \times 8$. Inilah asal **perkalian silang**: untuk pecahan positif, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ tepat ketika $a \times d > c \times b$. Cara ini aman hanya bila semua penyebut positif.

Dalam kehidupan sehari-hari, pecahan dipakai untuk menyatakan bagian dari keseluruhan. Bila 18 dari 24 siswa sebuah kelas sudah mengumpulkan tugas, bagian yang sudah mengumpulkan adalah $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$. Artinya, dari setiap 4 siswa, 3 sudah mengumpulkan. Pecahan yang sudah disederhanakan lebih mudah dibayangkan dan dibandingkan.

2. Menjumlahkan dan mengurangkan pecahan

Kita hanya dapat menjumlahkan potongan yang **sama ukurannya**. Satu potongan setengah ditambah satu potongan sepertiga tidak menjadi "dua potongan apa pun", karena ukurannya berbeda. Karena itu kita **menyamakan penyebut**: memotong ulang kedua batang menjadi potongan berukuran sama (lihat Gambar 1.5).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.5 Menyamakan penyebut: $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$ dipotong ulang menjadi potongan $\frac{1}{6}$, lalu potongan sejenis dijumlahkan.

Penyebut bersama yang paling hemat adalah KPK kedua penyebut. Untuk $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, KPK dari 2 dan 3 adalah 6, sehingga $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Perhatikan bahwa yang dijumlahkan hanya pembilangnya; penyebut tetap 6, karena penyebut menyatakan ukuran potongan dan ukurannya tidak berubah.

Pecahan campuran seperti $2\frac{1}{3}$ berarti $2 + \frac{1}{3}$. Untuk menghitung, ubah ke pecahan biasa: $2\frac{1}{3} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$, karena dua utuh sama dengan enam potongan sepertiga.

Pengurangan pecahan campuran kadang perlu "meminjam" satu utuh. Pada $5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$, bagian pecahan $\frac{1}{4}$ lebih kecil daripada $\frac{3}{4}$, sehingga tidak dapat dikurangkan langsung. Pinjam satu utuh dari 5: $5\frac{1}{4} = 4 + 1 + \frac{1}{4} = 4\frac{5}{4}$. Sekarang $4\frac{5}{4} - 2\frac{3}{4} = 2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$. Cara yang lebih aman untuk pemula adalah mengubah keduanya ke pecahan biasa lebih dulu: $\frac{21}{4} - \frac{11}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$. Hasilnya sama, dan kesempatan salah lebih kecil.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Hitunglah $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}$.

1. Cari penyebut bersama. Kelipatan 3, 4, dan 6 yang terkecil adalah 12.
2. Ubah setiap pecahan ke penyebut 12: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ (dikali 4), $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ (dikali 3), dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ (dikali 2).

3. Hitung pembilangnya dari kiri ke kanan: $8 + 9 - 2 = 15$. Jadi hasilnya $\frac{15}{12}$.
4. Sederhanakan dengan membagi 3: $\frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$.
5. Cek ulang dengan desimal: $0{,}667 + 0{,}75 - 0{,}167 = 1{,}25$, dan $\frac{5}{4} = 1{,}25$. Cocok.

Jadi hasilnya $\frac{5}{4}$ atau $1\frac{1}{4}$.

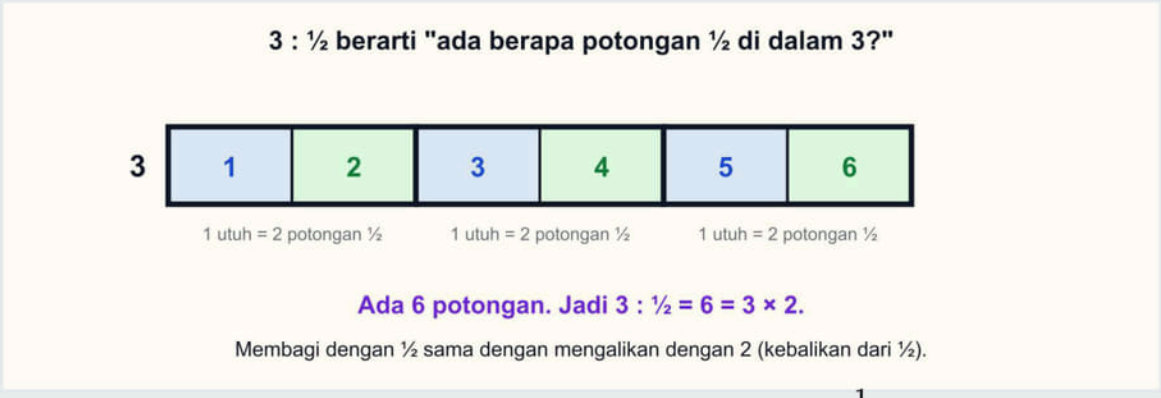
3. Mengalikan dan membagi pecahan

Perkalian pecahan berarti "bagian dari bagian". Misalnya $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ berarti dua pertiga dari tiga perlima. Bila satu utuh dipotong 5 ke arah mendatar dan 3 ke arah tegak, terbentuk 15 potongan kecil; bagian yang diambil adalah $2 \times 3 = 6$ potongan. Jadi

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}, \qquad \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

Pada perkalian, penyebut **tidak** perlu disamakan.

Pembagian menjawab pertanyaan "ada berapa kali pembagi di dalam yang dibagi?". Pada Gambar 1.6, $3 : \frac{1}{2}$ menanyakan ada berapa potongan setengah di dalam 3 utuh. Setiap utuh memuat 2 potongan setengah, jadi 3 utuh memuat $3 \times 2 = 6$ potongan. Jadi membagi dengan $\frac{1}{2}$ sama dengan mengalikan dengan 2.



Gambar 1.6 Ada 6 potongan setengah di dalam 3 utuh, sehingga $3 : \frac{1}{2} = 6 = 3 \times 2$.

Secara umum, **membagi dengan $\frac{c}{d}$ sama dengan mengalikan dengan kebalikannya, $\frac{d}{c}$**:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Mengapa aturan "dibalik lalu dikali" ini benar? Pembagian adalah kebalikan perkalian. Hasil $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ bila dikalikan kembali dengan pembagi $\frac{c}{d}$ memberi $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

yaitu bilangan yang dibagi. Jadi hasil itu memang jawaban pembagiannya.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Hitunglah $2\frac{1}{4} : \frac{3}{8}$.

1. Ubah pecahan campuran: $2\frac{1}{4} = \frac{2 \times 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$.
2. Balik pembagi dan ubah menjadi perkalian: $\frac{9}{4} : \frac{3}{8} = \frac{9}{4} \times \frac{8}{3}$.
3. Kalikan: $\frac{9 \times 8}{4 \times 3} = \frac{72}{12} = 6$.
4. Cek ulang dengan perkalian balik: $6 \times \frac{3}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$. Cocok dengan bilangan yang dibagi.

Jadi hasilnya 6. Artinya, ada tepat enam potongan $\frac{3}{8}$ di dalam $2\frac{1}{4}$.

Membagi dengan pecahan dapat memperbesar. Contoh ini memperlihatkan hal yang sering mengejutkan: **membagi dengan pecahan yang kurang dari 1 menghasilkan bilangan yang lebih besar**. Alasannya sederhana bila kita kembali ke arti pembagian. Potongan yang kecil muat berkali-kali di dalam sebuah bilangan, sehingga jawabannya besar. Sebaliknya, mengalikan dengan pecahan yang kurang dari 1 menghasilkan bilangan yang lebih kecil, karena kita hanya mengambil sebagian. Gunakan pengetahuan ini untuk menaksir: $12 \times \frac{3}{4}$ pasti kurang dari 12 (hasilnya 9), sedangkan $12 : \frac{3}{4}$ pasti lebih dari 12 (hasilnya 16). Bila taksiranmu berlawanan arah dengan hasil hitungan, pasti ada langkah yang terbalik.

4. Desimal dan persen, serta membandingkan bilangan

Persen berarti "per seratus": $p\% = \frac{p}{100}$. Jadi $35\% = \frac{35}{100} = 0{,}35$ dan $9{,}1\% = \frac{9{,}1}{100} = 0{,}091$. Cara mengubah bentuk:

Dari	Ke	Caranya	Contoh
pecahan	desimal	bagi pembilang dengan penyebut	$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$
desimal	persen	kali 100 (geser koma dua langkah ke kanan)	$0{,}375 = 37{,}5\%$
persen	desimal	bagi 100 (geser koma dua langkah ke kiri)	$4\% = 0{,}04$
desimal	pecahan	tulis sebagai per 10, 100, 1.000, lalu sederhanakan	$0{,}35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

Beberapa pecahan menghasilkan **desimal berulang**. Misalnya $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ dan $\frac{10}{11} = 0{,}9090\ldots$ (angka 90 berulang terus). Mengapa desimalnya berulang? Pada

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

pembagian bersusun $10 : 11$, sisa yang mungkin hanya 0 sampai 10. Begitu sebuah sisa muncul untuk kedua kalinya, langkah-langkah berikutnya akan sama persis dengan sebelumnya, sehingga angkanya berulang. Pecahan yang penyebutnya (setelah disederhanakan) hanya memuat faktor prima 2 dan 5, seperti $\frac{3}{8}$ atau $\frac{7}{20}$, menghasilkan desimal yang berhenti, karena penyebutnya dapat diubah menjadi 10, 100, atau 1.000. Penyebut lain, seperti 3, 7, atau 11, selalu menghasilkan desimal berulang. Saat membandingkan, tulis cukup banyak angka di belakang koma sampai terlihat perbedaannya. Membandingkan desimal dilakukan angka demi angka dari kiri: $0{,}4286$ dan $0{,}43$ sama sampai angka $0{,}4$; angka berikutnya 2 lawan 3 (karena $0{,}43 = 0{,}4300$), sehingga $0{,}43$ lebih besar.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Urutkan $\frac{3}{7}$, $0{,}43$, 42%, dan $\frac{4}{9}$ dari yang terkecil.

1. Ubah semua ke desimal agar bentuknya sama. Alasannya: dua bilangan hanya dapat dibandingkan angka demi angka bila ditulis dalam bentuk yang sama.
2. $\frac{3}{7} = 3 : 7 = 0{,}42857\ldots$ (pembagian bersusun: $30 : 7 = 4$ sisa 2, $20 : 7 = 2$ sisa 6, $60 : 7 = 8$ sisa 4, $40 : 7 = 5$ sisa 5).
3. $42\% = 0{,}42$ dan $0{,}43$ tetap.
4. $\frac{4}{9} = 0{,}444\ldots$, karena $40 : 9 = 4$ sisa 4 terus berulang.
5. Tulis empat angka di belakang koma: $0{,}4286$; $0{,}4300$; $0{,}4200$; $0{,}4444$. Urutkan: $0{,}4200 < 0{,}4286 < 0{,}4300 < 0{,}4444$.
6. Cek ulang pasangan yang paling dekat, $\frac{3}{7}$ dan $0{,}43$: $0{,}43 \times 7 = 3{,}01$, lebih dari 3, jadi $0{,}43 > \frac{3}{7}$. Cocok.

Jadi urutannya 42%, $\frac{3}{7}$, $0{,}43$, $\frac{4}{9}$.

Persen sebagai perbandingan. Persen juga dipakai untuk menyatakan **perbandingan dua bilangan**. Pertanyaan "berapa persen a dari b?" dijawab dengan $\frac{a}{b} \times 100\%$. Misalnya, 18 siswa dari 24 siswa sama dengan $\frac{18}{24} \times 100\% = 75\%$. Yang perlu diperhatikan adalah **bilangan pembanding** (bilangan setelah kata "dari"). Pertanyaan "berapa persen 24 dari 18?" memberi $\frac{24}{18} \times 100\% \approx 133\%$, jawaban yang sangat berbeda. Persen boleh lebih dari 100%: artinya bagian itu lebih besar daripada pembandingnya.

5. Persen naik, persen turun, dan berturut-turut

Menghitung $p\%$ dari x berarti $\frac{p}{100} \times x$. Bila sebuah nilai **naik** $p\%$, nilai barunya adalah nilai lama ditambah $p\%$ dari nilai lama:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$$x + \frac{p}{100}x = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x.$$

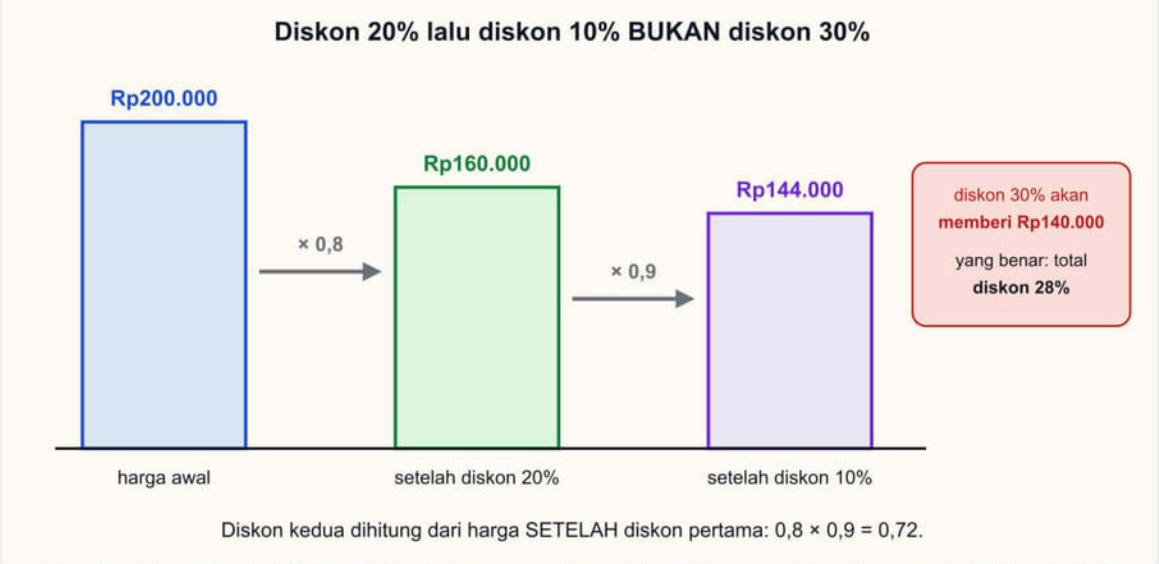
Bila **turun** $p\%$, nilai barunya $\left(1 - \frac{p}{100}\right)x$. Bilangan di dalam kurung disebut **faktor pengali**. Naik 20% berarti dikali $1{,}2$; turun 25% berarti dikali $0{,}75$.

Kadang yang ditanyakan justru besarnya perubahan dalam persen. **Persen perubahan** dihitung dari nilai lama:

$$\text{persen perubahan} = \frac{\text{nilai baru} - \text{nilai lama}}{\text{nilai lama}} \times 100\%.$$

Hasil positif berarti naik, hasil negatif berarti turun. Misalnya, harga cabai naik dari Rp40.000 menjadi Rp50.000 per kilogram. Persen kenaikannya $\frac{50.000 - 40.000}{40.000} \times 100\% = 25\%$. Bila kemudian harga turun dari Rp50.000 kembali ke Rp40.000, persen penurunannya $\frac{40.000 - 50.000}{50.000} \times 100\% = -20\%$, yaitu turun 20%. Selisih harganya sama, Rp10.000, tetapi persennya berbeda karena nilai lamanya berbeda.

Bila terjadi dua perubahan **berturut-turut**, perubahan kedua dihitung dari nilai **setelah** perubahan pertama, bukan dari nilai awal. Karena itu faktor pengalinya **dikalikan**, bukan persennya dijumlahkan. Pada Gambar 1.7, harga Rp200.000 didiskon 20% menjadi Rp160.000, lalu didiskon lagi 10% menjadi Rp144.000. Faktor gabungannya $0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$, artinya pembeli membayar 72% dan total diskonnya 28%, bukan 30%.



Gambar 1.7 Diskon 20% lalu 10%: faktor pengalinya $0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$, sehingga total diskon 28%.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Harga sebuah tas Rp200.000. Harga itu dinaikkan 10%, lalu harga baru diturunkan 10%. Berapa harga akhirnya?

1. Naik 10% berarti dikali $1{,}1$: $1{,}1 \times 200.000 = 220.000$.
2. Turun 10% dihitung dari harga baru, Rp220.000, jadi dikali $0{,}9$: $0{,}9 \times 220.000 = 198.000$.
3. Cek ulang dengan faktor gabungan: $1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$, dan $0{,}99 \times 200.000 = 198.000$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cocok.

Jadi harga akhirnya Rp198.000, bukan kembali ke Rp200.000. Penurunan 10% dihitung dari bilangan yang lebih besar, sehingga besarnya Rp22.000, lebih banyak daripada kenaikan Rp20.000.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Banyak siswa sebuah sekolah pada tahun 2026 naik 20% dibandingkan tahun 2025. Pada tahun 2027, banyak siswa turun 25% dibandingkan tahun 2026, menjadi 540 siswa. Berapa banyak siswa pada tahun 2025?

1. Misalkan banyak siswa tahun 2025 adalah x. Alasannya: yang ditanyakan nilai awal, jadi nilai awal dijadikan huruf.
2. Tahun 2026: naik 20%, menjadi $1{,}2x$.
3. Tahun 2027: turun 25% dari nilai tahun 2026, menjadi $0{,}75 \times 1{,}2x = 0{,}9x$.
4. Diketahui $0{,}9x = 540$. Bagi kedua ruas dengan $0{,}9$: $x = 540 : 0{,}9 = 600$.
5. Cek ulang maju: $600 \times 1{,}2 = 720$, lalu $720 \times 0{,}75 = 540$. Cocok.

Jadi banyak siswa tahun 2025 adalah 600. Jebakannya: menganggap "naik 20% lalu turun 25%" sama dengan "turun 5%", lalu menghitung $540 : 0{,}95 \approx 568$. Faktor gabungannya $0{,}9$, yaitu turun 10%.

6. Nilai mutlak sebagai jarak

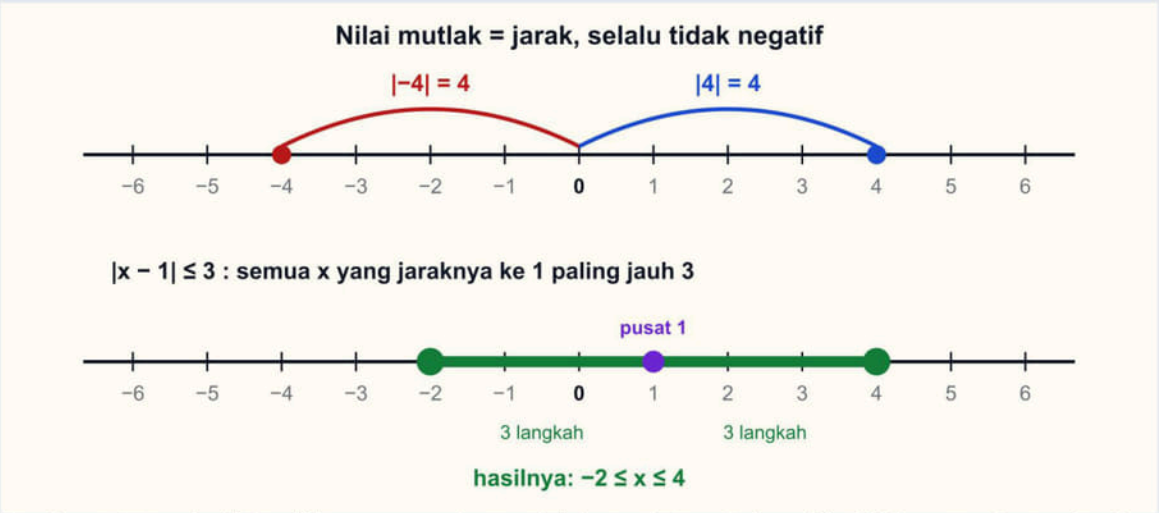
Nilai mutlak sebuah bilangan x, ditulis $|x|$, adalah **jarak** bilangan itu ke nol pada garis bilangan. Jarak tidak pernah negatif, sehingga $|4| = 4$ dan $|-4| = 4$ (lihat Gambar 1.8). Secara rumus:

$$|x| = x \text{ bila } x \geq 0, \qquad |x| = -x \text{ bila } x < 0.$$

Bagian kedua sering membingungkan: bila $x = -4$, maka $-x = -(-4) = 4$, yang positif. Tanda minus di depan x justru membuat hasilnya positif.

Lebih umum, $|a - b|$ adalah **jarak antara a dan b**. Jarak dari -2 ke 5 adalah $|5 - (-2)| = |7| = 7$; urutan pengurangan tidak penting karena $|-2 - 5| = |-7| = 7$ juga. Akibatnya, pertidaksamaan $|x - 1| \leq 3$ dibaca "jarak x ke 1 paling jauh 3". Bilangan yang memenuhi berada dari $1 - 3 = -2$ sampai $1 + 3 = 4$, yaitu $-2 \leq x \leq 4$ (Gambar 1.8 bawah).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.8 Atas: $|-4|$ dan $|4|$ sama-sama berjarak 4 dari nol. Bawah: $|x-1| \le 3$ berarti x berjarak paling jauh 3 dari 1.

Cara pandang "jarak" juga menjelaskan mengapa persamaan nilai mutlak biasanya punya **dua** penyelesaian. Persamaan $|x-1| = 3$ menanyakan bilangan yang jaraknya tepat 3 dari 1. Pada garis bilangan ada dua bilangan seperti itu: satu di kanan, $1+3=4$, dan satu di kiri, $1-3=-2$. Persamaan $|x| = -2$ tidak punya penyelesaian sama sekali, karena jarak tidak mungkin negatif.

Dua sifat lain yang sering berguna: $|a \times b| = |a| \times |b|$, misalnya $|(-3)\times 4| = 12 = 3\times 4$; dan $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$ untuk $b \neq 0$. Tetapi untuk penjumlahan **tidak** ada aturan serupa: $|-3+4| = 1$, sedangkan $|-3| + |4| = 7$. Nilai mutlak sebuah jumlah paling besar sama dengan jumlah nilai mutlaknya, dan sama hanya bila kedua bilangan bertanda sama.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Berat standar sebuah kemasan gula adalah 250 gram. Kemasan diterima bila beratnya x memenuhi $|x-250| \le 4$. Empat kemasan ditimbang: 247, 255, 252, dan 244 gram. Kemasan mana yang diterima, dan berapa batas berat yang diterima?

1. Arti syaratnya: selisih berat dengan 250 gram paling besar 4 gram, baik lebih berat maupun lebih ringan.
2. Hitung selisih mutlak tiap kemasan: $|247-250| = |-3| = 3$; $|255-250| = 5$; $|252-250| = 2$; $|244-250| = |-6| = 6$.
3. Bandingkan dengan 4: selisih 3 dan 2 memenuhi, sedangkan 5 dan 6 melebihi. Jadi kemasan 247 gram dan 252 gram diterima.
4. Batas beratnya: $250-4 = 246$ sampai $250+4 = 254$, yaitu $246 \le x \le 254$.
5. Cek ulang dengan batas: 247 dan 252 berada di antara 246 dan 254, sedangkan 255 dan 244 di luar. Cocok.

Jadi dua kemasan diterima, dan batas yang diterima adalah 246 sampai 254 gram. Perhatikan langkah 2: selisih $247-250 = -3$ ditulis sebagai jarak 3, bukan -3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Ringkasan

- Penyebut = ukuran potongan, pembilang = banyak potongan. Jumlah/kurang: samakan penyebut dulu.
- Kali pecahan: pembilang × pembilang, penyebut × penyebut. Bagi pecahan: kalikan dengan kebalikan pembagi.
- $p\% = \dfrac{p}{100}$. Bandingkan bilangan setelah semuanya ditulis dalam bentuk desimal dengan cukup banyak angka.
- Naik $p\%$ = kali $\left(1 + \dfrac{p}{100}\right)$; turun $p\%$ = kali $\left(1 - \dfrac{p}{100}\right)$. Berturut-turut: faktor pengali dikalikan.
- $|x|$ = jarak x ke 0; $|a - b|$ = jarak a ke b; $|x - a| \le r$ berarti $a - r \le x \le a + r$.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Satukan bentuk sebelum membandingkan.** Ubah semua ke desimal (atau semua ke pecahan berpenyebut sama). Tulis paling sedikit empat angka di belakang koma.
2. **Pakai faktor pengali untuk persen.** Tulis setiap perubahan sebagai "kali $1, \ldots$" atau "kali $0, \ldots$", lalu kalikan semua faktornya.
3. **Bila nilai awal yang ditanyakan, jadikan huruf.** Susun perubahan maju dari huruf itu, lalu selesaikan persamaannya.
4. **Baca nilai mutlak sebagai jarak.** Kalimat "selisih", "menyimpang", atau "berbeda paling banyak" biasanya berarti nilai mutlak.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Menjumlahkan penyebut	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$	$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$
Membagi pecahan tanpa membalik	$6 : \frac{1}{2} = 3$	$6 \times 2 = 12$
Persen berturut-turut dijumlah	diskon 20% lalu 10% = diskon 30%	faktor $0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$: diskon 28%
Mengubah persen desimal	$9{,}1\% = 0{,}91$	$9{,}1\% = 0{,}091$
Berhenti terlalu cepat saat membandingkan	$\frac{10}{11} \approx 0{,}9 = 0{,}9$	$\frac{10}{11} = 0{,}9090\ldots > 0{,}9$
Nilai mutlak dianggap menghapus tanda di dalam	$\lvert 3 - 7\rvert = 3 + 7 = 10$	$\lvert 3 - 7\rvert = \lvert -4\rvert = 4$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 4 meminta urutan $\frac{10}{11}$, 0,9, dan $1-(9{,}1\%)$. Ubah ketiganya ke desimal. Untuk $\frac{10}{11}$, lakukan pembagian bersusun sampai pola berulangnya terlihat. Untuk bentuk persen, ubah $9{,}1\%$ ke desimal dengan teliti (geser koma dua langkah), lalu kurangkan dari 1. Setelah itu tulis ketiga bilangan dengan banyak angka di belakang koma yang sama, misalnya lima angka, dan bandingkan angka demi angka. Jebakannya: dua bilangan tampak sama bila kamu hanya melihat dua atau tiga angka pertama.

Rujukan: soal nomor 4 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji diskon berturut-turut. Pakai faktor pengali seperti Contoh terselesaikan 4.

►. Pada Januari 2027, sebuah toko pakaian memberi diskon 25% untuk semua jaket. Pembeli yang memiliki kartu anggota mendapat diskon tambahan 10% yang dihitung dari harga setelah diskon pertama. Nadia, pemegang kartu anggota, membeli satu jaket yang harga awalnya Rp320.000. Besar uang yang harus dibayar Nadia adalah ....

A. Rp312.000
B. Rp288.000
C. Rp240.000
D. Rp216.000
E. Rp208.000

Pembahasan **Kunci: D**

Yang diketahui: harga awal jaket Rp320.000; diskon pertama 25%; diskon kedua 10% dari harga setelah diskon pertama. **Yang ditanya:** uang yang dibayar Nadia.

Konsep 1 – Persen. $a\%$ artinya $\frac{a}{100}$. Jadi $a\%$ dari suatu harga $=\frac{a}{100}\times$ harga.

Contoh kecil: diskon 10% dari Rp50.000 adalah $\frac{10}{100}\times 50.000 = 5.000$, sehingga harganya menjadi Rp45.000.

Konsep 2 – Diskon bertingkat. Diskon kedua dihitung dari harga yang **sudah turun**, bukan dari harga awal. Karena itu diskon 25% lalu 10% **tidak sama** dengan satu kali diskon 35%.
Cara cepat: setelah diskon 25%, yang dibayar tinggal 75% (dikali $0{,}75$); setelah diskon 10%, yang dibayar tinggal 90% (dikali $0{,}9$).

Langkah penyelesaian:

1. Diskon pertama: $\frac{25}{100}\times 320.000 = 80.000$. Harga turun menjadi $320.000 - 80.000 = 240.000$.
2. Diskon kedua dihitung dari Rp240.000 (harga setelah diskon pertama, sesuai soal): $\frac{10}{100}\times 240.000 = 24.000$.
3. Harga akhir: $240.000 - 24.000 = 216.000$. Jadi Nadia membayar Rp216.000.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang (cara cepat): $320.000 \times 0{,}75 \times 0{,}9 = 240.000 \times 0{,}9 = 216.000$ ✓. Total potongan $80.000 + 24.000 = 104.000$, dan $320.000 - 104.000 = 216.000$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ Rp312.000: **Jebakan:** mengalikan kedua persen ($25\% \times 10\% = 2{,}5\%$) lalu hanya memotong $2{,}5\%$: $320.000 - 8.000 = 312.000$.

• B ✗ Rp288.000: **Jebakan:** hanya memakai diskon 10% dari harga awal dan lupa diskon 25%.

• C ✗ Rp240.000: **Jebakan:** berhenti setelah diskon pertama, lupa diskon kartu anggota.

• D ✓ Rp216.000.

• E ✗ Rp208.000: **Jebakan:** menjumlahkan diskon menjadi 35% dari harga awal: $320.000 \times 0{,}65 = 208.000$. Padahal diskon kedua dihitung dari Rp240.000.

Jawaban: D.

✎ LATIHAN

Kerjakan tanpa kalkulator. Tulis setiap perubahan bentuk dan setiap faktor pengali.

1. Pada awal tahun ajaran 2027, empat kelas mencatat bagian siswa yang sudah mengumpulkan tugas proyek:

Kelas	X-1	X-2	X-3	X-4
Bagian siswa	$\frac{7}{11}$	63%	$0{,}62$	$\frac{5}{8}$

Urutan kelas dari bagian siswa yang terkecil ke yang terbesar adalah ....

A. X-3, X-4, X-2, X-1
B. X-3, X-2, X-4, X-1
C. X-2, X-3, X-4, X-1
D. X-1, X-3, X-4, X-2
E. X-1, X-2, X-4, X-3

2. Hasil dari $\left(2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4}\right) \times 12 - 3\frac{1}{2} : \frac{7}{10}$ adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan bulat.)

Jawaban: _____

3. Pada tahun 2027, sebuah koperasi sekolah mengemas gula pasir dalam kantong yang seharusnya berisi $\frac{3}{4}$ kg. Lima kantong ditimbang ulang dengan hasil berikut.

Kantong	1	2	3	4	5
Berat (kg)	0,72	0,78	0,755	0,74	0,77

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jumlah selisih mutlak antara berat setiap kantong dan berat seharusnya adalah .... kg.

A. $0{,}015$
B. $0{,}019$
C. $0{,}04$
D. $0{,}055$
E. $0{,}095$

4. Dalam praktikum tahun 2027, Laras mencampur sirup A dan sirup B. Kadar gula sirup A adalah 15% dari massanya, sedangkan kadar gula sirup B adalah 40% dari massanya. Kedua sirup dicampur dengan perbandingan massa A : B $= 2:3$ sehingga diperoleh 1.000 gram campuran.

Kadar gula dalam campuran tersebut adalah ....

A. 6%
B. 24%
C. 25%
D. $27{,}5\%$
E. 30%

5. Diketahui $a = -2{,}5$ dan $b = 4$. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

$(1)\ |a - b| = 6{,}5$
$(2)\ |a + b| = 6{,}5$
$(3)\ |2a + b| = 1$
$(4)\ \left|\dfrac{b}{a}\right| = 1{,}6$

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Kunci singkat: 1. A 2. 44 3. E 4. E 5. D

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa penyebut harus disamakan saat menjumlahkan pecahan, tetapi tidak saat mengalikan?
2. Harga sebuah barang turun 50%, lalu naik 50%. Apakah harganya kembali seperti semula? Jelaskan dengan faktor pengali.
3. Apa arti $|x + 2| < 5$ pada garis bilangan? (Petunjuk: $x + 2 = x - (-2)$.)

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-1.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar

SNBTPK-1.3

◎ APA YANG DIUJI

Eksponen (pangkat) dan akar muncul di enam soal asli 2024–2026, sama banyaknya dengan sifat bilangan bulat. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 1 (Simulasi 1 nomor 1) dan UTBK-SNBT 2025 nomor 1 (Simulasi 2 nomor 1) meminta nilai sebuah huruf dari persamaan yang memuat pangkat pecahan atau akar. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 12 (Simulasi 3 nomor 12) meminta kamu menemukan langkah hitung yang keliru. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 13 (Simulasi 2 nomor 13) membandingkan nilai pangkat dengan batas atas dan bawah. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 16 dan 17 (Simulasi 3 nomor 16 dan 17) membandingkan sebuah bilangan negatif dengan pangkat dan akarnya. Hitungan dalam soal-soal ini pendek. Yang diuji adalah pemahaman tentang **arti** pangkat dan akar serta **sifat-sifatnya**.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menurunkan dan memakai sifat-sifat pangkat, termasuk pangkat nol, pangkat negatif, dan pangkat pecahan;
- menyederhanakan bentuk akar dan merasionalkan penyebut pecahan berbentuk akar;
- membandingkan bilangan berpangkat, termasuk bilangan antara 0 dan 1 serta bilangan negatif;
- menyelesaikan persamaan sederhana yang memuat pangkat dan akar.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai aturan tanda dan urutan operasi dari sub bab 0.1. Ingat perbedaan penting ini: $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$, sedangkan $-3^2 = -(3 \times 3) = -9$, karena pangkat hanya menempel pada bilangan yang tepat berada di bawahnya. Pangkat dikerjakan sebelum perkalian dan penjumlahan: $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, bukan $6^2 = 36$.

Kita juga memakai perkalian dan pembagian pecahan dari sub bab 1.2. Contoh kecil: $\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$, dan $1 : \frac{1}{4} = 4$.

Terakhir, bentuk aljabar dari sub bab 0.2. Tulisan $a \times a \times a$ dapat diringkas menjadi a^3, dan $3a^2$ berarti $3 \times a \times a$, bukan $(3a)^2$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Pangkat sebagai perkalian berulang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bila sebuah bilangan dikalikan dengan dirinya sendiri berulang kali, kita menuliskannya secara ringkas dengan **pangkat**:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ faktor}}.$$

Bilangan a disebut **basis** (bilangan pokok), dan bilangan n disebut **eksponen** (pangkat). Contoh: $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$, dengan basis 2 dan eksponen 5. Tulisan a^2 dibaca "a kuadrat" dan a^3 dibaca "a pangkat tiga".

Pangkat muncul secara alami dalam kehidupan. Bila satu bakteri membelah menjadi dua setiap jam, setelah 1 jam ada 2 bakteri, setelah 2 jam ada $2 \times 2 = 4$, dan setelah 10 jam ada $2^{10} = 1.024$ bakteri. Luas persegi bersisi 5 cm adalah $5^2 = 25$ cm², dan volume kubus bersisi 5 cm adalah $5^3 = 125$ cm³. Pangkat juga dipakai untuk menulis bilangan yang sangat besar: satu juta adalah 10^6, yaitu angka 1 diikuti enam angka nol.

Dua hal kecil tentang penulisan. Pertama, setiap bilangan boleh dianggap berpangkat 1: $a^1 = a$, karena hanya ada satu faktor. Ini sering dipakai diam-diam, misalnya ketika x dikalikan dengan x^4 dan hasilnya x^5. Kedua, pertumbuhan bilangan berpangkat sangat cepat. Bila selembar kertas setebal $0{,}1$ mm dilipat dua berulang-ulang, tebalnya menjadi 2 kali lipat setiap lipatan. Setelah 10 lipatan tebalnya $0{,}1 \times 2^{10} = 102{,}4$ mm, lebih dari sepuluh sentimeter, padahal awalnya hanya setipis kertas. Karena pertumbuhan secepat ini, membandingkan bilangan berpangkat dengan menaksir "kira-kira" sering menipu. Kita perlu sifat-sifat pangkat yang tepat.

Notasi ilmiah. Bilangan yang sangat besar atau sangat kecil biasa ditulis dalam bentuk $a \times 10^n$, dengan $1 \le a < 10$. Bentuk ini disebut notasi ilmiah atau bentuk baku. Jarak Bumi ke Matahari sekitar $150.000.000$ km, yang ditulis $1{,}5 \times 10^8$ km. Cara membacanya: pangkat 8 berarti koma digeser delapan langkah ke kanan. Notasi ilmiah memudahkan perkalian bilangan besar, karena bagian 10^n cukup dijumlahkan eksponennya (sifat 1 di bawah). Misalnya $(2 \times 10^5) \times (3 \times 10^4) = 6 \times 10^9$. Kita hanya mengalikan $2 \times 3 = 6$ dan menjumlahkan $5 + 4 = 9$, tanpa menulis belasan angka nol.

Pangkat dari bilangan negatif mengikuti aturan tanda perkalian. Pada $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$ ada tiga faktor negatif (ganjil), jadi hasilnya -8. Pada $(-2)^4$ ada empat faktor negatif (genap), jadi hasilnya 16. Kesimpulan: **bilangan negatif berpangkat genap hasilnya positif, berpangkat ganjil hasilnya negatif**.

2. Sifat-sifat pangkat

Semua sifat pangkat dapat diturunkan dari arti "perkalian berulang". Kamu tidak perlu menghafalnya bila memahami asalnya.

Sifat 1: perkalian dengan basis sama, eksponen dijumlahkan.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}.$$

Alasannya: $a^3 \times a^2 = (a \times a \times a) \times (a \times a)$. Ada $3 + 2 = 5$ faktor a, jadi hasilnya a^5. Kita hanya **menghitung banyak faktor**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sifat 2: pembagian dengan basis sama, eksponen dikurangkan.

$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0).$

Alasannya: $\dfrac{a^5}{a^2} = \dfrac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a}$. Dua faktor a di atas dicoret dengan dua faktor a di bawah, tersisa $5 - 2 = 3$ faktor. Jadi hasilnya a^3.

Sifat 3: pangkat dari pangkat, eksponen dikalikan.

$(a^m)^n = a^{m \times n}.$

Alasannya: $(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2$. Menurut sifat 1, hasilnya $a^{2+2+2} = a^6$, dan $2 + 2 + 2 = 2 \times 3$.

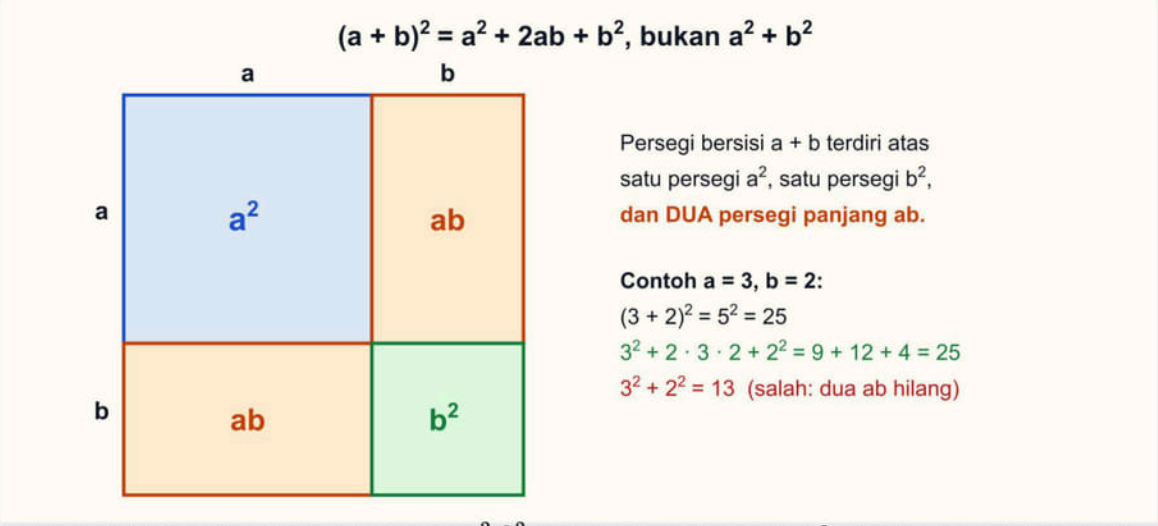
Sifat 4: pangkat dari hasil kali dan hasil bagi, pangkat dibagikan ke setiap faktor.

$(ab)^n = a^n b^n, \qquad \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0).$

Alasannya: $(ab)^3 = (ab)(ab)(ab)$. Urutan perkalian boleh ditukar, sehingga menjadi $(a \times a \times a)(b \times b \times b) = a^3 b^3$.

Peringatan penting: tidak ada sifat untuk penjumlahan. Bentuk $a^m + a^n$ tidak dapat diringkas menjadi a^{m+n}. Contoh: $2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$, sedangkan $2^5 = 32$. Pangkat juga **tidak** dapat dibagikan ke penjumlahan: $(a + b)^2$ bukan $a^2 + b^2$. Gambar 1.9 memperlihatkan alasannya. Persegi bersisi $a + b$ terdiri atas persegi a^2, persegi b^2, dan dua persegi panjang ab. Jadi

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$



Gambar 1.9 Persegi bersisi $a + b$ memuat a^2, b^2, dan dua persegi panjang ab. Bila dua persegi panjang itu dilupakan, hasilnya kurang.

Sifat 4 hanya berlaku untuk perkalian dan pembagian di dalam kurung, sedangkan penjumlahan dan pengurangan di dalam kurung harus dihitung dulu atau dijabarkan dengan sifat distributif.

Sifat 4 juga sangat berguna bila dibaca **dari kanan ke kiri**: dua bilangan berbeda basis tetapi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sama eksponen boleh digabung menjadi satu. Contoh: $2^5 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 = 10^5 = 100.000$. Tanpa sifat ini, kita harus menghitung 32×3.125 lebih dulu. Contoh lain: $\dfrac{12^3}{4^3} = \left(\dfrac{12}{4}\right)^3 = 3^3 = 27$. Ingat, penggabungan seperti ini hanya boleh bila **eksponennya sama**. Bentuk $2^3 \times 5^2$ tidak dapat digabung menjadi $10^{\cdots}$, karena eksponennya berbeda; yang dapat dilakukan adalah memisahkan $2^3 = 2 \times 2^2$, lalu $2 \times (2 \times 5)^2 = 2 \times 100 = 200$.

Perhatikan juga bahwa semua sifat ini membutuhkan **basis yang sama** (sifat 1, 2, 3) atau **eksponen yang sama** (sifat 4). Bila keduanya berbeda, seperti $2^3 \times 3^2$, tidak ada jalan pintas: hitung $8 \times 9 = 72$. Karena itu langkah pertama yang paling sering dipakai di soal adalah mengubah bilangan-bilangan ke basis prima yang sama, misalnya $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, dan $16 = 2^4$.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Hitunglah $\dfrac{2^3 \times 2^5}{2^4}$ dan $(3^2)^3$.

1. Pembilang: basis sama, eksponen dijumlahkan (sifat 1). $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$.
2. Pembagian: eksponen dikurangkan (sifat 2). $\dfrac{2^8}{2^4} = 2^{8-4} = 2^4 = 16$.
3. Bentuk kedua: pangkat dari pangkat, eksponen dikalikan (sifat 3). $(3^2)^3 = 3^6 = 729$.
4. Cek ulang dengan hitungan langsung: $\dfrac{8 \times 32}{16} = \dfrac{256}{16} = 16$, dan $(3^2)^3 = 9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$. Cocok.

Jadi hasilnya 16 dan 729.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Sederhanakan $\dfrac{(x^2y^3)^2 \times x}{x^3y^4}$ untuk x dan y bukan nol.

1. Kerjakan pangkat di pembilang dengan sifat 4 dan sifat 3: $(x^2y^3)^2 = x^4y^6$.
2. Kalikan dengan x (yaitu x^1): $x^4y^6 \times x = x^5y^6$. Alasannya: sifat 1 untuk basis x, $4 + 1 = 5$.
3. Bagi dengan x^3y^4. Kerjakan setiap basis terpisah (sifat 2): $x^{5-3} = x^2$ dan $y^{6-4} = y^2$.
4. Hasilnya x^2y^2.
5. Cek ulang dengan $x = 2$ dan $y = 3$: bentuk awal $\dfrac{(4 \times 27)^2 \times 2}{8 \times 81} = \dfrac{11.664 \times 2}{648} = 36$; bentuk akhir $4 \times 9 = 36$. Cocok.

Jadi bentuk sederhananya x^2y^2, yang juga dapat ditulis $(xy)^2$.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Sederhanakan $\dfrac{4^5 \times 9^2}{6^6}$ tanpa menghitung bilangan besarnya.

1. Ubah setiap basis ke basis prima. Alasannya: sifat pangkat hanya dapat dipakai bila basisnya sama, dan basis prima adalah "bahan dasar" semua bilangan. $4 = 2^2$, $9 = 3^2$,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

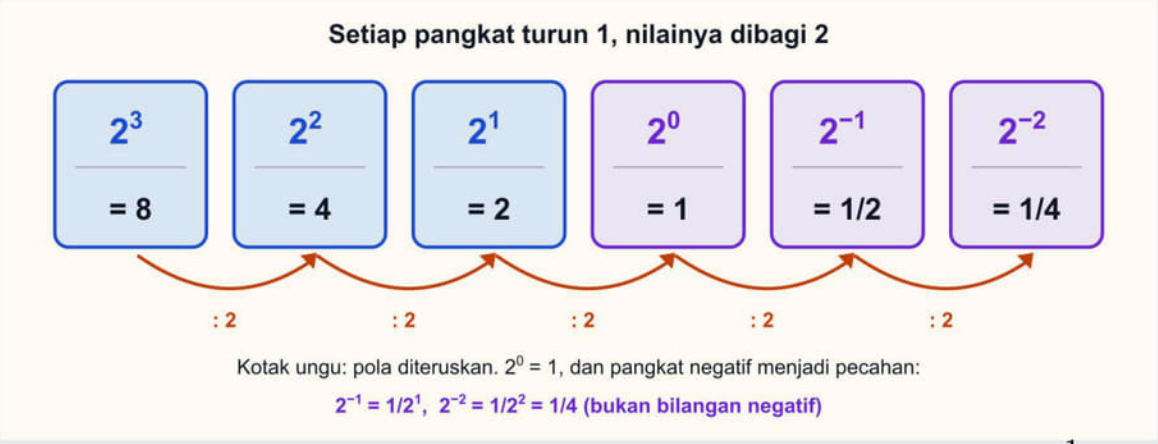
dan $6 = 2 \times 3$.

2. Pembilang: $4^5 = (2^2)^5 = 2^{10}$ dan $9^2 = (3^2)^2 = 3^4$. Jadi pembilangnya $2^{10} \times 3^4$.
3. Penyebut: $6^6 = (2 \times 3)^6 = 2^6 \times 3^6$ (sifat 4).
4. Bagi basis demi basis (sifat 2): $2^{10-6} = 2^4$ dan $3^{4-6} = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2}$.
5. Hasilnya $\dfrac{2^4}{3^2} = \dfrac{16}{9}$.
6. Cek ulang dengan bilangan sebenarnya: pembilang $1.024 \times 81 = 82.944$, penyebut $6^6 = 46.656$, dan $82.944 : 46.656 = 1{,}777\ldots = \dfrac{16}{9}$. Cocok.

Jadi hasilnya $\dfrac{16}{9}$. Dengan basis prima, hitungan yang tampak berat menjadi beberapa penjumlahan dan pengurangan eksponen saja.

3. Pangkat nol dan pangkat negatif

Arti "perkalian berulang" hanya masuk akal untuk eksponen $1, 2, 3, \ldots$. Apa arti 2^0 atau 2^{-1}? Kita menentukannya dengan menjaga **pola** tetap berlaku (lihat Gambar 1.10).



Gambar 1.10 Setiap kali eksponen turun 1, nilainya dibagi 2. Bila pola diteruskan, $2^0 = 1$, $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$, dan $2^{-2} = \dfrac{1}{4}$.

Perhatikan barisan $2^3 = 8, 2^2 = 4, 2^1 = 2$. Setiap kali eksponen turun satu, nilainya dibagi 2. Bila pola itu kita teruskan, langkah berikutnya adalah $2 : 2 = 1$, jadi $2^0 = 1$. Langkah berikutnya lagi $1 : 2 = \dfrac{1}{2}$, jadi $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$, lalu $2^{-2} = \dfrac{1}{4}$.

Hasil yang sama diperoleh dari sifat 2. Bentuk $\dfrac{a^3}{a^3}$ bernilai 1 (bilangan dibagi dirinya sendiri), tetapi menurut sifat 2 bentuk itu sama dengan $a^{3-3} = a^0$. Agar sifat 2 tetap benar, haruslah

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0).$$

Dengan cara serupa, $\dfrac{a^2}{a^5} = \dfrac{1}{a^3}$ (tiga faktor tersisa di bawah), sedangkan sifat 2 memberi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$a^{2-5} = a^{-3}$. Jadi

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0).$$

Pangkat negatif sering kamu temui pada satuan. Satu milimeter adalah seperseribu meter, yaitu $\frac{1}{1.000}$ meter $= \frac{1}{10^3}$ meter $= 10^{-3}$ meter. Ukuran sebuah sel darah merah sekitar 7×10^{-6} meter, artinya 7 per sejuta meter. Dalam notasi ilmiah, pangkat negatif berarti koma digeser ke **kiri**: $7 \times 10^{-6} = 0{,}000007$. Semakin negatif pangkatnya, semakin kecil bilangannya, tetapi bilangannya tetap positif.

Mengapa syaratnya $a \neq 0$? Bila $a = 0$, bentuk $\frac{0^3}{0^3}$ berarti $\frac{0}{0}$, yang tidak didefinisikan (sub bab 0.1). Begitu pula $0^{-1} = \frac{1}{0}$, pembagian dengan nol. Karena itu 0^0 dan pangkat negatif dari nol tidak diberi nilai di buku ini. Bila sebuah soal memuat x^0 atau x^{-1}, periksa bahwa x tidak mungkin nol.

Pangkat negatif tidak membuat bilangan menjadi negatif. Pangkat negatif berarti "kebalikan": $5^{-2} = \frac{1}{25}$, yang positif. Untuk pecahan, kebalikannya dibalik: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Hitunglah $2^{-3} + 4^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

1. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$, karena pangkat negatif berarti kebalikan.
2. $4^0 = 1$, karena setiap bilangan bukan nol berpangkat nol bernilai 1.
3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$. Alasannya: kebalikan dari $\frac{1}{3}$ adalah 3, lalu dikuadratkan.
4. Jumlahkan dari kiri: $\frac{1}{8} + 1 - 9 = \frac{1}{8} - 8 = -\frac{63}{8}$, karena $8 = \frac{64}{8}$.
5. Cek ulang dengan desimal: $0{,}125 + 1 - 9 = -7{,}875$, dan $-\frac{63}{8} = -7{,}875$. Cocok.

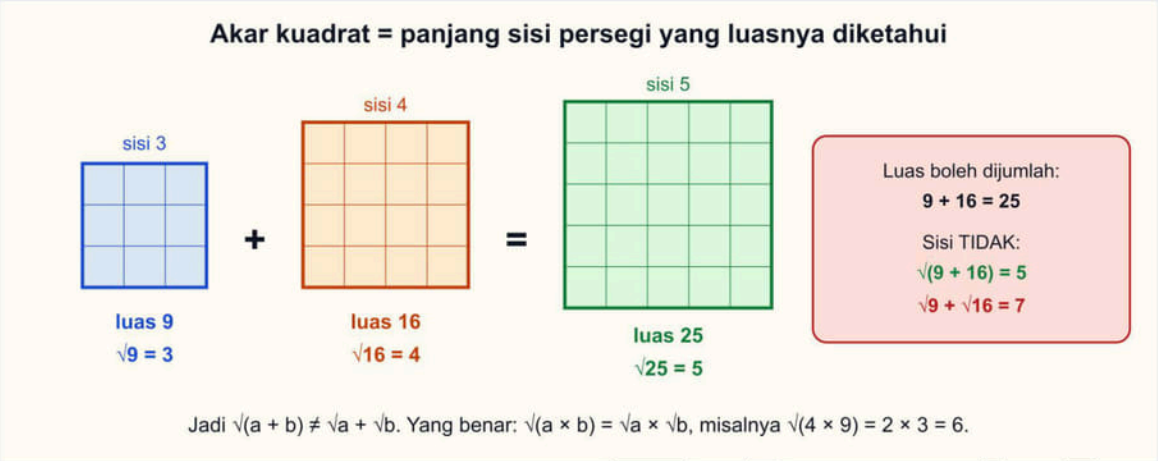
Jadi hasilnya $-\frac{63}{8} = -7\frac{7}{8}$. Perhatikan: hasil akhirnya negatif karena pengurangan 9, bukan karena pangkat negatif.

4. Akar dan pangkat pecahan

Akar kuadrat dari a, ditulis $\sqrt{a}$, adalah bilangan **tidak negatif** yang kuadratnya sama dengan a. Jadi $\sqrt{25} = 5$, karena $5^2 = 25$ dan $5 \geq 0$. Memang $(-5)^2 = 25$ juga, tetapi lambang $\sqrt{\ }$ disepakati hanya menunjuk jawaban yang tidak negatif. Gambar 1.11 memberi arti geometrinya: $\sqrt{a}$ adalah panjang sisi persegi yang luasnya a. Persegi berluas 16 bersisi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4, jadi $\sqrt{16} = 4$.



Gambar 1.11 Luas boleh dijumlahkan, tetapi sisi tidak: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$, sedangkan $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$.

Gambar 1.11 juga menunjukkan jebakan terbesar tentang akar. Persegi berluas 9 dan 16 bila digabung luasnya 25, sehingga persegi gabungannya bersisi 5, bukan $3 + 4 = 7$. Jadi

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

Bilangan seperti $1, 4, 9, 16, 25, \ldots$ disebut **bilangan kuadrat sempurna**, karena akarnya bilangan bulat. Akar dari bilangan lain dapat **ditaksir** dengan mengapitnya di antara dua bilangan kuadrat sempurna. Misalnya $\sqrt{50}$: karena $49 < 50 < 64$, maka $7 < \sqrt{50} < 8$, dan karena 50 sangat dekat ke 49, nilainya sedikit di atas 7 (tepatnya sekitar $7{,}07$). Taksiran seperti ini membantu memeriksa apakah sebuah hasil masuk akal, dan sering cukup untuk membandingkan dua bilangan tanpa menghitung desimalnya.

Akibat dari kesepakatan "tidak negatif": $\sqrt{x^2} = |x|$, bukan selalu x. Untuk $x = -3$, $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3 = |-3|$.

Akar pangkat tiga dari a, ditulis $\sqrt[3]{a}$, adalah bilangan yang pangkat tiganya a. Berbeda dengan akar kuadrat, akar pangkat tiga dari bilangan negatif ada: $\sqrt[3]{-8} = -2$, karena $(-2)^3 = -8$. Akar kuadrat dari bilangan negatif tidak ada di bilangan real, karena tidak ada bilangan real yang kuadratnya negatif.

Gagasan yang sama berlaku untuk akar pangkat berapa pun. **Akar pangkat** n dari a, ditulis $\sqrt[n]{a}$, adalah bilangan yang bila dipangkatkan n menghasilkan a. Contoh: $\sqrt[4]{16} = 2$ karena $2^4 = 16$, dan $\sqrt[5]{32} = 2$ karena $2^5 = 32$. Bila n genap, seperti akar kuadrat, a harus tidak negatif dan hasilnya diambil yang tidak negatif. Bila n ganjil, seperti akar pangkat tiga, a boleh negatif dan tandanya ikut. Akar dari pecahan dihitung pada pembilang dan penyebutnya masing-masing: $\sqrt{\dfrac{9}{25}} = \dfrac{3}{5}$, karena $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$.

Akar dapat ditulis sebagai **pangkat pecahan**. Kita ingin sifat 3 tetap berlaku. Bila $a^{\frac{1}{2}}$ dikuadratkan, sifat 3 memberi $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2}\times 2} = a^1 = a$. Bilangan yang kuadratnya a

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

adalah $\sqrt{a}$. Jadi $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$. Dengan alasan yang sama, $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$, dan secara umum

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \qquad a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}.$$

Dengan menuliskan akar sebagai pangkat pecahan, semua sifat pangkat di bagian 2 langsung berlaku untuk akar. Misalnya $\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}}$, sesuatu yang sulit dilihat bila tetap ditulis dengan lambang akar. Penjumlahan eksponen pecahan memakai cara menjumlahkan pecahan dari sub bab 1.2: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$.

Pada $a^{\frac{m}{n}}$, penyebut n menunjukkan jenis akar dan pembilang m menunjukkan pangkat. Biasanya lebih mudah menarik akarnya dulu, karena bilangannya menjadi kecil: $8^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = 2^2 = 4$.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Hitunglah $27^{\frac{2}{3}} + 16^{-\frac{1}{2}}$.

1. Bagian pertama: penyebut 3 berarti akar pangkat tiga. $\sqrt[3]{27} = 3$, karena $3^3 = 27$. Lalu pangkat 2: $3^2 = 9$.
2. Bagian kedua: tanda negatif pada eksponen berarti kebalikan, dan $\frac{1}{2}$ berarti akar kuadrat. $16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{16^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$.
3. Jumlahkan: $9 + \frac{1}{4} = 9\frac{1}{4}$.
4. Cek ulang bagian pertama dengan urutan lain: $27^2 = 729$, dan $\sqrt[3]{729} = 9$ karena $9^3 = 729$. Hasilnya sama, tetapi jalan pertama jauh lebih ringan.

Jadi hasilnya $9\frac{1}{4}$.

5. Menyederhanakan dan merasionalkan bentuk akar

Karena $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$, sifat 4 berlaku untuk akar dari hasil kali:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}, \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a, b \geq 0,\ b \neq 0).$$

Sifat ini dipakai untuk **menyederhanakan** akar: pecah bilangan di dalam akar menjadi bilangan kuadrat dikali sisanya. Contoh: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$. Pilih bilangan kuadrat terbesar yang membagi habis; bilangan kuadrat yang sering dipakai adalah $4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100$.

Bentuk akar dapat dijumlahkan hanya bila **bilangan di dalam akarnya sama**, seperti menjumlahkan suku sejenis di aljabar: $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$, karena tiga buah $\sqrt{2}$ ditambah lima buah $\sqrt{2}$ menjadi delapan buah $\sqrt{2}$. Sebaliknya, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ tidak dapat diringkas, dan pasti bukan $\sqrt{5}$.

Merasionalkan penyebut berarti mengubah pecahan agar penyebutnya tidak memuat akar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bilangan seperti $\sqrt{2}$ disebut bilangan **irasional**, karena tidak dapat ditulis sebagai pecahan bilangan bulat; desimalnya tidak berhenti dan tidak berulang ($1{,}41421\ldots$). Pecahan dengan penyebut bulat lebih mudah dibandingkan dan dihitung. Caranya memakai pecahan senilai (mengalikan dengan bentuk yang bernilai 1):

1. Penyebut $\sqrt{b}$: kalikan dengan $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$. Contoh: $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$, karena $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$.
2. Penyebut $p - \sqrt{q}$: kalikan dengan $\dfrac{p + \sqrt{q}}{p + \sqrt{q}}$. Bentuk $p + \sqrt{q}$ disebut **sekawan** dari $p - \sqrt{q}$. Alasannya memakai selisih dua kuadrat, $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$: $(p - \sqrt{q})(p + \sqrt{q}) = p^2 - q$, yang tidak lagi memuat akar.

Contoh terselesaikan 6 (menengah). Sederhanakan $\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{27}$.

1. Sederhanakan setiap akar dengan bilangan kuadrat terbesar: $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$; $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$; $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$.
2. Sekarang ketiganya memuat $\sqrt{3}$, sehingga dapat digabung seperti suku sejenis: $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = (4 - 2 + 3)\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.
3. Cek ulang dengan taksiran desimal ($\sqrt{3} \approx 1{,}732$): $6{,}928 - 3{,}464 + 5{,}196 = 8{,}660$, dan $5 \times 1{,}732 = 8{,}660$. Cocok.

Jadi hasilnya $5\sqrt{3}$. Tanpa langkah 1, ketiga akar tampak "tidak sejenis" dan tidak dapat digabung.

Contoh terselesaikan 7 (menengah). Rasionalkan penyebut $\dfrac{4}{3 - \sqrt{5}}$.

1. Sekawan dari $3 - \sqrt{5}$ adalah $3 + \sqrt{5}$. Kalikan pembilang dan penyebut dengannya. Alasannya: mengalikan dengan $\dfrac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = 1$ tidak mengubah nilai.
2. Penyebut: $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 9 - 5 = 4$.
3. Pembilang: $4(3 + \sqrt{5}) = 12 + 4\sqrt{5}$.
4. Hasilnya $\dfrac{12 + 4\sqrt{5}}{4} = 3 + \sqrt{5}$, karena kedua suku pembilang dibagi 4.
5. Cek ulang dengan perkalian balik: $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$, jadi $\dfrac{4}{3 - \sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$. Cocok.

Jadi bentuk rasionalnya $3 + \sqrt{5}$.

Sekawan untuk dua bentuk akar. Cara yang sama berlaku bila kedua suku penyebut berbentuk akar. Sekawan dari $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ adalah $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, dan hasil kalinya

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$. Misalnya $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$. Kunci semua perasionalan adalah satu bentuk aljabar yang sama, $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$: mengkuadratkan setiap suku menghilangkan akarnya, dan suku tengahnya saling menghapus. Bila kamu lupa sekawan mana yang dipakai, ingat saja bahwa tanda di tengahnya **dibalik**, sedangkan kedua suku tetap.

Satu kebiasaan baik: setelah merasionalkan, periksa apakah hasilnya masih dapat disederhanakan. Pada Contoh terselesaikan 7, pembilang $12 + 4\sqrt{5}$ ternyata habis dibagi penyebut 4, sehingga hasil akhirnya jauh lebih ringkas. Pilihan jawaban di soal biasanya ditulis dalam bentuk yang paling sederhana.

6. Membandingkan bilangan berpangkat

Ada tiga keadaan yang perlu dipahami.

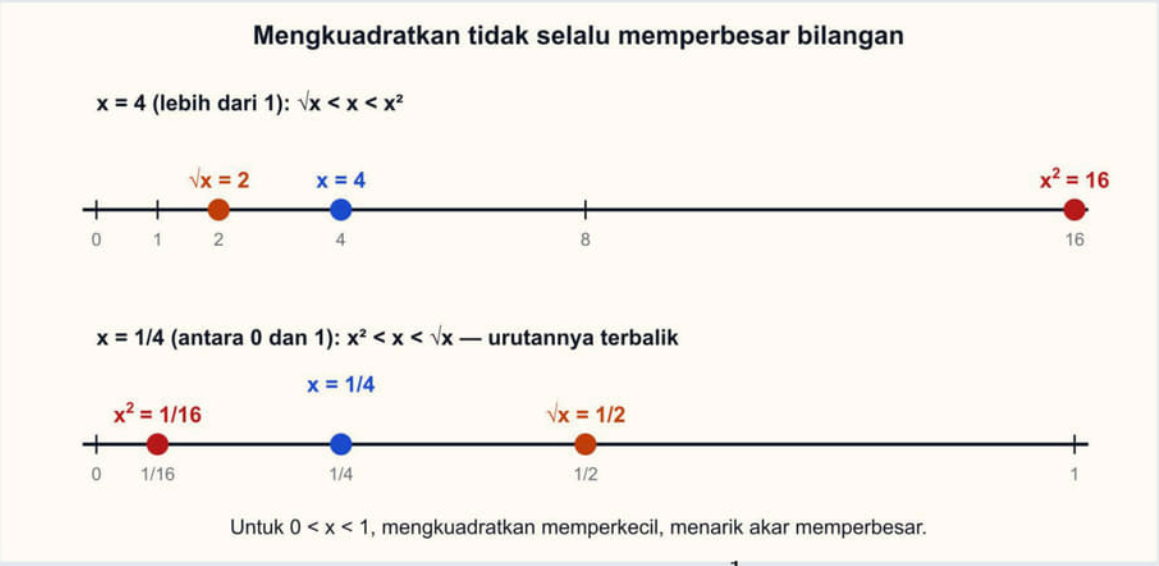
1. **Basis sama dan lebih dari 1.** Eksponen yang lebih besar memberi nilai yang lebih besar: $2^{10} > 2^9$, karena setiap tambahan eksponen berarti dikali 2 lagi.
2. **Basis sama, antara 0 dan 1.** Urutannya terbalik: $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$ lebih kecil daripada $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$, karena setiap tambahan eksponen berarti dikali $\dfrac{1}{2}$, yang memperkecil.
3. **Eksponen sama, basis positif.** Basis yang lebih besar memberi nilai yang lebih besar: $9^{10} > 8^{10}$.

Cara lain yang sering dipakai untuk membandingkan bilangan **positif** adalah **mengkuadratkan keduanya**. Untuk bilangan positif, yang kuadratnya lebih besar adalah bilangan yang lebih besar, karena kuadrat tidak mengubah urutan bilangan positif. Contoh: bandingkan $2\sqrt{3}$ dan $3\sqrt{2}$. Kuadratnya $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$ dan $(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$. Karena $12 < 18$, maka $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$. Cara ini **tidak** boleh dipakai bila salah satu bilangannya negatif: $-3 < 2$, tetapi $(-3)^2 = 9 > 4 = 2^2$.

Bila basis dan eksponennya sama-sama berbeda, ubah dulu supaya salah satunya sama. Misalnya, untuk membandingkan 2^{30} dan 3^{20}, tulis keduanya dengan eksponen 10: $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$ dan $3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$.

Keadaan kedua sangat penting. Untuk bilangan x antara 0 dan 1, mengkuadratkan **memperkecil** dan menarik akar **memperbesar** (lihat Gambar 1.12). Untuk $x = \dfrac{1}{4}$: $x^2 = \dfrac{1}{16}$, sedangkan $\sqrt{x} = \dfrac{1}{2}$. Urutannya $x^2 < x < \sqrt{x}$, terbalik dari bilangan yang lebih dari 1.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.12 Untuk $x = 4$, urutannya $\sqrt{x} < x < x^2$. Untuk $x = \frac{1}{4}$, urutannya terbalik: $x^2 < x < \sqrt{x}$.

Untuk **bilangan negatif**, pikirkan dua hal secara terpisah: tanda dan jarak ke nol. Pangkat genap membuat hasilnya positif, sehingga a^2 selalu lebih besar daripada bilangan negatif mana pun. Pangkat tiga dan akar pangkat tiga mempertahankan tanda negatif; yang berubah hanya jaraknya ke nol, mengikuti Gambar 1.12. Misalnya untuk $a = -\frac{1}{8}$: $a^3 = -\frac{1}{512}$ sangat dekat ke nol, sedangkan $\sqrt[3]{a} = -\frac{1}{2}$ lebih jauh dari nol. Bilangan negatif yang lebih jauh dari nol justru lebih kecil (ingat garis bilangan di sub bab 0.1), sehingga untuk $a = -\frac{1}{8}$ urutannya $\sqrt[3]{a} < a < a^3 < a^2$. Untuk $a = -8$, jarak ke nol berubah ke arah sebaliknya: $a^3 = -512$ paling jauh dari nol, sehingga paling kecil.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Urutkan 2^{30}, 3^{20}, dan 5^{10} dari yang terkecil.

1. Eksponennya 30, 20, dan 10, semuanya kelipatan 10. Ubah semua ke eksponen 10 dengan sifat 3. Alasannya: dengan eksponen sama, cukup membandingkan basisnya.
2. $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$.
3. $3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$.
4. 5^{10} sudah berpangkat 10.
5. Bandingkan basis: $5 < 8 < 9$. Karena eksponennya sama dan basisnya positif, urutannya $5^{10} < 8^{10} < 9^{10}$.
6. Cek ulang dengan besar bilangan: $5^{10} = 9.765.625$, $2^{30} = 1.073.741.824$, dan $3^{20} = 3.486.784.401$. Urutannya cocok.

Jadi urutannya $5^{10}, 2^{30}, 3^{20}$. Jebakannya: mengira 2^{30} terbesar karena eksponennya paling besar, padahal basisnya paling kecil.

Contoh terselesaikan 9 (setara SNBT). Jika $3 \times 9^{\frac{1}{2}} - 5 = \sqrt[3]{k} + 2$, berapakah nilai k?

1. Hitung ruas kiri dengan urutan operasi. Pangkat dulu: $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Kali: $3 \times 3 = 9$. Kurang: $9 - 5 = 4$. Jadi ruas kiri 4.
3. Persamaannya menjadi $4 = \sqrt[3]{k} + 2$. Kurangi kedua ruas dengan 2: $\sqrt[3]{k} = 2$.
4. Bilangan yang akar pangkat tiganya 2 adalah $2^3 = 8$. Alasannya: akar pangkat tiga dan pangkat tiga saling membalik, jadi kedua ruas dipangkatkan tiga.
5. Cek ulang: $\sqrt[3]{8} + 2 = 2 + 2 = 4$, sama dengan ruas kiri.

Jadi $k = 8$. Pengecoh yang mungkin: $k = 2$ (lupa memangkatkan tiga) atau $k = 4$ (mengira $\sqrt[3]{k} = 2$ berarti $k = 2^2$).

Pola umum persamaan akar. Pola langkah 3–4 berlaku umum untuk persamaan berbentuk akar. Sendirikan dulu bentuk akarnya di satu ruas, baru pangkatkan kedua ruas sesuai jenis akarnya: akar kuadrat dikuadratkan, akar pangkat tiga dipangkatkan tiga. Memangkatkan sebelum bentuk akar sendirian akan membuat hitungan jauh lebih panjang, karena $(\sqrt[3]{k} + 2)^3$ harus dijabarkan. Setelah mendapat jawaban, selalu substitusikan kembali ke persamaan awal, karena mengkuadratkan kedua ruas kadang memunculkan jawaban palsu. Contohnya, $\sqrt{x} = -3$ tidak punya penyelesaian (akar kuadrat tidak pernah negatif), tetapi bila dikuadratkan diperoleh $x = 9$, dan $\sqrt{9} = 3$, bukan -3.

Ringkasan

- $a^m a^n = a^{m+n}$, $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$. Tidak ada sifat untuk $a^m + a^n$; $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$. Pangkat negatif berarti kebalikan, bukan bilangan negatif.
- $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$; tarik akarnya dulu. $\sqrt{x^2} = |x|$; $\sqrt[3]{-8} = -2$.
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, tetapi $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Rasionalkan $\dfrac{1}{p - \sqrt{q}}$ dengan sekawan $p + \sqrt{q}$.
- Bandingkan pangkat dengan menyamakan basis atau eksponen. Untuk $0 < x < 1$: $x^2 < x < \sqrt{x}$.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Ubah ke basis prima.** Tulis $4 = 2^2, 8 = 2^3, 9 = 3^2, 27 = 3^3$, lalu pakai sifat pangkat. Bentuk yang tampak rumit sering menjadi satu basis saja.
2. **Tarik akar sebelum memangkatkan.** Pada $a^{\frac{m}{n}}$, hitung $\sqrt[n]{a}$ dulu agar bilangannya kecil.
3. **Uji dengan bilangan.** Bila ragu apakah sebuah langkah benar, coba ganti huruf dengan bilangan kecil, misalnya 2 dan 3. Langkah yang salah biasanya langsung memberi hasil

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

berbeda.

4. **Bandingkan dengan menyamakan.** Samakan basis atau eksponen sebelum membandingkan. Untuk bilangan antara 0 dan 1 atau bilangan negatif, coba satu bilangan contoh, seperti $\frac{1}{2}$ atau $-\frac{1}{2}$, dan satu bilangan di luar rentang itu.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Membagikan kuadrat ke penjumlahan	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Membagikan akar ke penjumlahan	$\sqrt{9+16} = 3+4 = 7$	$\sqrt{25} = 5$
Pangkat negatif dianggap negatif	$2^{-3} = -8$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$
Mengalikan basis	$2^3 \times 2^4 = 4^7$	$2^{3+4} = 2^7$
Menganggap kuadrat selalu memperbesar	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$
Pangkat nol bernilai nol	$5^0 = 0$	$5^0 = 1$

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 1 meminta nilai m. Hitung ruas kiri dengan urutan operasi (pembagian sebelum penjumlahan), lalu hitung $(16)^{\frac{1}{2}}$ di ruas kanan sebagai akar kuadrat. Setelah itu persamaannya tinggal berbentuk "bilangan $=$ bilangan $\times m$". Jebakannya ada di urutan operasi ruas kiri dan di arti pangkat $\frac{1}{2}$.

Rujukan: soal nomor 1 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 1 memuat pembagian dengan pecahan di ruas kiri dan akar di ruas kanan. Ingat bahwa membagi dengan $\frac{1}{2}$ berarti mengalikan dengan kebalikannya. Setelah ruas kiri diketahui, ubah $\sqrt{t} = \text{bilangan}$ menjadi $t = (\text{bilangan})^2$ dengan mengkuadratkan kedua ruas, seperti langkah 4 Contoh terselesaikan 9.

Rujukan: soal nomor 1 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 13 memberi batas $3^{x-1} < f(x) < 3x^2 + 1$. Substitusikan $x = 3$ ke kedua batas. Perhatikan perbedaan 3^{x-1} (pangkatnya mengandung x) dan $3x^2$ (yang dipangkatkan hanya x, lalu dikali 3). Setelah kedua batas diketahui, uji setiap bilangan pada pernyataan. Hati-hati dengan tanda $<$ yang **tidak** memuat "sama dengan": bilangan yang tepat sama dengan batas tidak mungkin menjadi nilai $f(3)$.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 12 berbentuk "cari langkah yang keliru". Hitung nilai setiap langkah secara terpisah, jangan membandingkan tulisannya saja. Sebuah langkah benar hanya bila nilainya tetap 25. Periksa dua hal yang paling sering berubah diam-diam saat bentuk ditulis ulang: pecahan yang posisinya terbalik (pembilang dan penyebut bertukar) dan pangkat yang hilang atau berubah.

Rujukan: soal nomor 12 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 16 dan 17 berbentuk kecukupan data tentang bilangan negatif a beserta $\sqrt[3]{a}$, a^2, dan a^3. Pakai cara di bagian 6: pikirkan tanda dan jarak ke nol secara terpisah. Rentang a pada pernyataan menentukan apakah $|a|$ lebih dari 1 atau kurang dari 1, dan itu menentukan urutannya. Bila sebuah rentang memuat bilangan di kedua sisi -1, uji satu bilangan dari setiap sisi. Pada nomor 17, perhatikan dulu tanda a^2 dibandingkan tanda tiga bilangan lainnya.

Rujukan: soal nomor 16 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Rujukan: soal nomor 17 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut membandingkan dua bilangan berpangkat dengan basis berbeda. Ubah ke eksponen yang sama seperti Contoh terselesaikan 8, dan cari contoh penyangkal untuk pernyataan yang belum cukup.

►. Diketahui p dan q bilangan bulat positif.

Apakah $2^p > 3^q$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $p = 2q$
(2) $p > q$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Pembahasan **Kunci: A**

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat jawaban "apakah $2^p > 3^q$" **pasti** sama (selalu ya atau selalu tidak).

Konsep 1 – Sifat pangkat: $a^{mn} = (a^m)^n$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: $2^6 = (2^2)^3 = 4^3 = 64$.

Konsep 2 – Membandingkan pangkat berpangkat sama. Untuk bilangan positif dengan pangkat bulat positif yang sama, bilangan pokok yang lebih besar memberi hasil yang lebih besar: bila $a > b > 0$, maka $a^n > b^n$.

Contoh kecil: $5^3 = 125 > 4^3 = 64$.

Konsep 3 – Kecukupan data. Pernyataan cukup bila jawabannya sama untuk semua nilai yang memenuhi; dua contoh dengan jawaban berbeda membuktikan tidak cukup.

Langkah penyelesaian:

1. **Uji pernyataan (1):** $p = 2q$. Maka $2^p = 2^{2q} = (2^2)^q = 4^q$. Karena $4 > 3$ dan q bulat positif, $4^q > 3^q$. Jadi $2^p > 3^q$ **selalu → cukup**.

Contoh: $q = 3, p = 6$: $2^6 = 64 > 3^3 = 27$ ✓.

2. **Uji pernyataan (2):** $p > q$.

• $p = 4, q = 1$: $2^4 = 16 > 3^1 = 3$ → ya.

• $p = 3, q = 2$: $2^3 = 8 < 3^2 = 9$ → tidak.

Jawaban bisa ya atau tidak → **tidak cukup**.

3. Pernyataan (1) saja cukup, pernyataan (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: dengan (1), coba $q = 1$: $2^2 = 4 > 3$ ✓; $q = 5$: $2^{10} = 1.024 > 3^5 = 243$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.

• B ✗ **Jebakan:** mengira pangkat yang lebih besar pasti menang ($p > q$ dianggap cukup), padahal bilangan pokok 3 lebih besar dari 2.

• C ✗ **Jebakan:** mengira (1) belum cukup karena nilai q tidak diketahui, lalu berharap (2) membantu. Bentuk $4^q > 3^q$ berlaku untuk setiap q.

• D ✗ **Jebakan:** menguji (2) hanya dengan satu contoh yang kebetulan "ya", misalnya $p = 4$, $q = 1$.

• E ✗ (1) sudah cukup sendirian.

Jawaban: A.

✎ LATIHAN

Kerjakan tanpa kalkulator. Ubah setiap bilangan ke basis prima bila memungkinkan.

1. Jika $8^{\frac{2}{3}} \times 6 - 18 : 3 = 2 \times \sqrt{k}$, maka nilai k adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

2. Jika $4^{\frac{3}{2}} - 1 = \sqrt{2n + 9}$, maka nilai n adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Bentuk sederhana dari $\dfrac{6}{3-\sqrt{3}} - \sqrt{12}$ adalah ....

A. $2 - 4\sqrt{3}$
B. $3 - 3\sqrt{3}$
C. $3 - 2\sqrt{3}$
D. $3 - \sqrt{3}$
E. $3 + 4\sqrt{3}$

Kunci singkat: 1. 81 2. 20 3. D

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa $a^0 = 1$? Jelaskan dengan pola pembagian atau dengan sifat $\dfrac{a^m}{a^n}$.
2. Berapakah $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$? Tulis setiap langkahnya.
3. Untuk $x = \dfrac{1}{9}$, urutkan x, x^2, dan $\sqrt{x}$. Apakah urutannya sama dengan untuk $x = 9$?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-1.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.4 · Logaritma Dasar

SNBTPK-1.4

◎ APA YANG DIUJI

Soal asli UTBK-SNBT 2024–2026 yang terkumpul belum menguji logaritma secara langsung. Walaupun begitu, logaritma termasuk dalam Peta Topik bilangan, dan cara berpikirnya sangat dekat dengan soal pangkat di sub bab 1.3: soal pangkat bertanya "berapa hasil 2^5?", sedangkan soal logaritma bertanya kebalikannya, "2 dipangkatkan berapa agar hasilnya 32?". Karena itu sub bab ini dibuat ringkas, berfokus pada arti logaritma dan sifat dasarnya. Kamu juga akan memakai logaritma untuk menyelesaikan persamaan pangkat yang basisnya tidak dapat disamakan.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- mengubah bentuk pangkat menjadi bentuk logaritma dan sebaliknya;
- menurunkan sifat-sifat logaritma dari sifat-sifat pangkat dan memakainya untuk menyederhanakan bentuk;
- menyelesaikan persamaan pangkat sederhana, dengan menyamakan basis atau dengan logaritma.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai seluruh sifat pangkat dari sub bab 1.3. Ingat lagi tiga sifat utama dengan contoh kecil: $2^3 \times 2^4 = 2^7$ (kali → eksponen dijumlah), $\dfrac{2^7}{2^3} = 2^4$ (bagi → eksponen dikurang), dan $(2^3)^2 = 2^6$ (pangkat dari pangkat → eksponen dikali). Ingat juga $2^0 = 1$, $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$, dan $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$.

Kita juga memakai cara menyelesaikan persamaan linear dari sub bab 0.3. Contoh kecil: dari $2x + 2 = 3x - 3$, kurangi kedua ruas dengan $2x$ lalu tambah 3, sehingga $x = 5$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Logaritma sebagai kebalikan pangkat

Pada sub bab 1.3 kita menghitung hasil pangkat: dari basis 2 dan eksponen 3 diperoleh $2^3 = 8$. Sekarang kita membalik pertanyaannya: bila basisnya 2 dan hasilnya 8, berapa eksponennya? Jawabannya 3. Pertanyaan "berapa eksponennya" inilah yang dijawab oleh **logaritma**, dan ditulis

$$^2\log 8 = 3.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tulisan $^{2}\log 8$ dibaca "logaritma 8 dengan basis 2". Angka kecil di kiri atas adalah **basis**, dan bilangan di kanan disebut **numerus** (bilangan yang dicari logaritmanya). Secara umum:

$$a^{c} = b \quad \Longleftrightarrow \quad {}^{a}\log b = c.$$

Di buku lain kamu mungkin menjumpai tulisan $\log_{a} b$, dengan basis ditulis kecil di kanan bawah. Artinya sama persis dengan $^{a}\log b$; hanya letak basisnya yang berbeda. Buku ini memakai tulisan basis di kiri atas, sesuai kebiasaan buku sekolah di Indonesia dan soal-soal Bank Soal.

Tanda $\Leftrightarrow$ berarti kedua kalimat menyatakan fakta yang sama. Gambar 1.13 memperlihatkan beberapa pasangan bentuk pangkat dan bentuk logaritma dengan basis 2. Setiap baris adalah satu fakta yang ditulis dengan dua cara. Pada baris terakhir, $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$, sehingga $^{2}\log \dfrac{1}{2} = -1$: logaritma boleh bernilai negatif, karena eksponen boleh negatif.

Satu fakta, dua cara menulis

bentuk pangkat		bentuk logaritma
$2^{1} = 2$	$\Leftrightarrow$	$^{2}\log 2 = 1$
$2^{2} = 4$	$\Leftrightarrow$	$^{2}\log 4 = 2$
$2^{3} = 8$	$\Leftrightarrow$	$^{2}\log 8 = 3$
$2^{4} = 16$	$\Leftrightarrow$	$^{2}\log 16 = 4$
$2^{5} = 32$	$\Leftrightarrow$	$^{2}\log 32 = 5$
$2^{0} = 1$	$\Leftrightarrow$	$^{2}\log 1 = 0$
$2^{-1} = 1/2$	$\Leftrightarrow$	$^{2}\log (1/2) = -1$

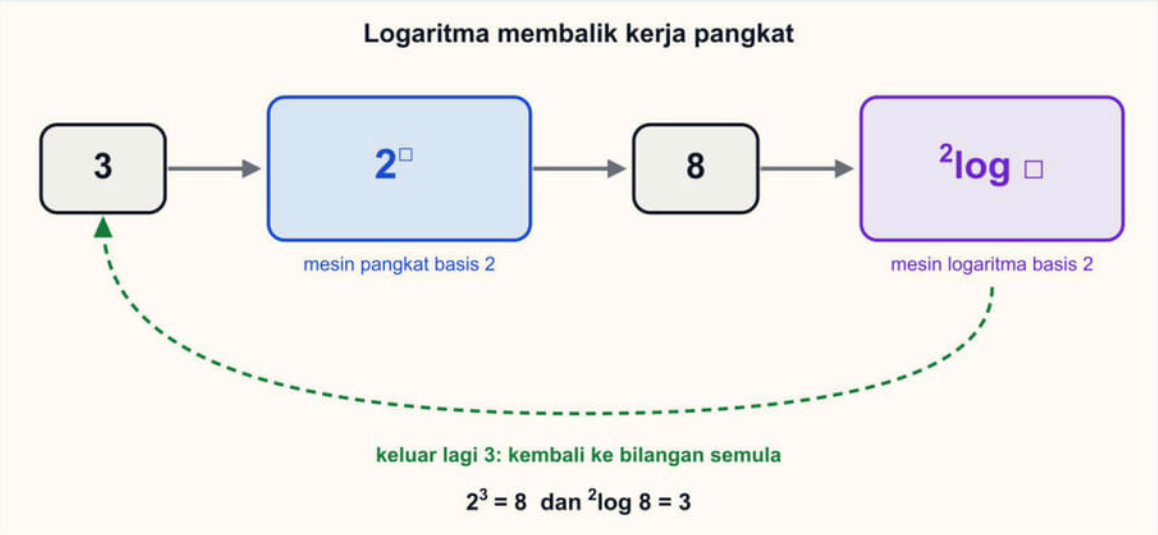
$a^{c} = b \Leftrightarrow {}^{a}\log b = c$: logaritma menjawab "a dipangkatkan berapa agar hasilnya b?"

Gambar 1.13 Setiap baris menyatakan satu fakta dengan dua cara. Logaritma menjawab pertanyaan "basis dipangkatkan berapa agar hasilnya numerus?".

Cara lain memahami hubungan ini adalah dengan **mesin** (lihat Gambar 1.14). Mesin pangkat basis 2 menerima 3 dan mengeluarkan $2^{3} = 8$. Mesin logaritma basis 2 menerima 8 dan mengeluarkan $^{2}\log 8 = 3$. Bila kedua mesin dipasang berurutan, bilangan yang keluar sama dengan bilangan yang masuk. Dua kerja yang saling membatalkan seperti ini disebut saling **invers** (kebalikan), sama seperti tambah dan kurang, atau kali dan bagi. Akibatnya ada dua rumus yang sangat berguna:

$$^{a}\log a^{c} = c, \qquad a^{\,{}^{a}\log b} = b.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.14 Bilangan 3 masuk ke mesin pangkat menjadi 8, lalu masuk ke mesin logaritma kembali menjadi 3.

Syarat logaritma. Bentuk ${}^{a}\log b$ hanya bermakna bila:

1. **basis $a > 0$ dan $a \neq 1$.** Basis negatif menghasilkan pangkat yang tandanya berganti-ganti dan tidak terdefinisi untuk eksponen pecahan seperti $\frac{1}{2}$. Basis 1 tidak berguna, karena 1 dipangkatkan berapa pun tetap 1, sehingga ${}^{1}\log 5$ tidak punya jawaban.
2. **numerus $b > 0$.** Bilangan positif yang dipangkatkan berapa pun hasilnya selalu positif, jadi tidak ada eksponen yang membuat $2^{c} = -4$ atau $2^{c} = 0$. Karena itu ${}^{2}\log(-4)$ dan ${}^{2}\log 0$ tidak didefinisikan.

Bila basis tidak ditulis, seperti $\log 1.000$, basisnya dianggap 10. Jadi $\log 1.000 = 3$, karena $10^{3} = 1.000$. Logaritma basis 10 dipakai luas dalam ilmu pengetahuan, misalnya pada skala keasaman (pH) dan skala bunyi (desibel), karena mampu meringkas bilangan yang sangat besar menjadi bilangan kecil: bilangan $1.000.000$ hanya bernilai $\log 1.000.000 = 6$.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Tentukan nilai (a) ${}^{3}\log 81$, (b) ${}^{2}\log \frac{1}{8}$, (c) ${}^{5}\log 1$, dan (d) ${}^{4}\log 2$.

1. Bagian (a). Tanyakan: 3 dipangkatkan berapa agar hasilnya 81? Karena $3^{4} = 81$, maka ${}^{3}\log 81 = 4$.
2. Bagian (b). $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^{3}} = 2^{-3}$ (pangkat negatif berarti kebalikan). Jadi ${}^{2}\log \frac{1}{8} = -3$.
3. Bagian (c). Setiap basis berpangkat nol bernilai 1, jadi $5^{0} = 1$ dan ${}^{5}\log 1 = 0$.
4. Bagian (d). $2 = \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}}$. Jadi ${}^{4}\log 2 = \frac{1}{2}$.
5. Cek ulang setiap jawaban dengan mengubahnya kembali ke bentuk pangkat: $3^{4} = 81$, $2^{-3} = \frac{1}{8}$, $5^{0} = 1$, $4^{\frac{1}{2}} = 2$. Semua cocok.

Jadi nilainya berturut-turut 4, -3, 0, dan $\frac{1}{2}$. Perhatikan bahwa jawaban logaritma selalu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

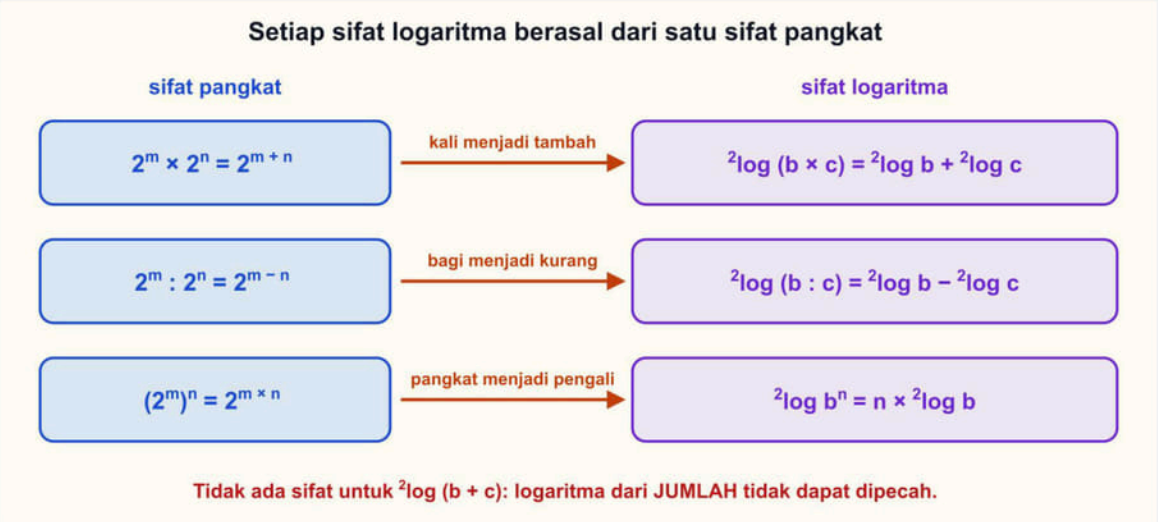
berupa **eksponen**.

Menaksir logaritma. Tidak semua logaritma bernilai bulat atau pecahan sederhana. Bilangan $^{2}\log 10$, misalnya, adalah eksponen yang membuat $2^{c} = 10$. Kita tahu $2^{3} = 8$ dan $2^{4} = 16$. Karena 10 berada di antara 8 dan 16, eksponennya berada di antara 3 dan 4. Cara mengapit seperti ini sama dengan cara menaksir akar di sub bab 1.3: cari dua pangkat bulat dari basis yang mengapit numerus. Taksiran semacam ini sering cukup untuk soal pilihan ganda, misalnya untuk memutuskan apakah sebuah logaritma lebih dari atau kurang dari 3.

Taksiran juga memperlihatkan satu sifat penting: untuk basis lebih dari 1, **numerus yang lebih besar memberi logaritma yang lebih besar**. Alasannya, untuk mendapat hasil pangkat yang lebih besar, eksponennya juga harus lebih besar. Jadi $^{2}\log 20 > {}^{2}\log 10$, tanpa perlu menghitung keduanya. Logaritma tumbuh sangat lambat: $^{2}\log 1.024 = 10$, sedangkan $^{2}\log 1.048.576 = 20$. Numerusnya membesar seribu kali lipat lebih, tetapi logaritmanya hanya bertambah 10.

2. Sifat logaritma diturunkan dari sifat pangkat

Karena logaritma adalah eksponen, setiap sifat pangkat menghasilkan satu sifat logaritma (lihat Gambar 1.15). Kita turunkan satu per satu dengan basis a yang memenuhi syarat dan numerus positif.



Gambar 1.15 Perkalian numerus menjadi penjumlahan logaritma, pembagian menjadi pengurangan, dan pangkat menjadi pengali.

Sifat perkalian. Misalkan $^{a}\log b = m$ dan $^{a}\log c = n$. Artinya $b = a^{m}$ dan $c = a^{n}$. Maka $b \times c = a^{m} \times a^{n} = a^{m+n}$ (sifat pangkat 1). Dalam bentuk logaritma, $^{a}\log(bc) = m + n$. Jadi

$$^{a}\log(b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c.$$

Sifat pembagian. Dengan cara yang sama, $\dfrac{b}{c} = \dfrac{a^{m}}{a^{n}} = a^{m-n}$, sehingga

$$^{a}\log \frac{b}{c} = {}^{a}\log b - {}^{a}\log c.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sifat pangkat. Bila $b = a^m$, maka $b^k = (a^m)^k = a^{mk}$, sehingga ${}^a\log b^k = km$, yaitu ${}^a\log b^k = k \times {}^a\log b$.

Dua nilai khusus juga mengikuti: ${}^a\log a = 1$ (karena $a^1 = a$) dan ${}^a\log 1 = 0$ (karena $a^0 = 1$).

Sama seperti pangkat, **tidak ada sifat untuk penjumlahan numerus**. Bentuk ${}^2\log(4+4)$ adalah ${}^2\log 8 = 3$, sedangkan ${}^2\log 4 + {}^2\log 4 = 2 + 2 = 4$. Keduanya berbeda. Begitu pula pembagian dua logaritma $\dfrac{{}^a\log b}{{}^a\log c}$ **bukan** ${}^a\log \dfrac{b}{c}$; sifat pembagian berlaku untuk numerus yang dibagi di **dalam** satu logaritma.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Hitunglah ${}^2\log 12 + {}^2\log 6 - {}^2\log 9$.

1. Gabungkan penjumlahan dengan sifat perkalian: ${}^2\log 12 + {}^2\log 6 = {}^2\log(12 \times 6) = {}^2\log 72$.
2. Gabungkan pengurangan dengan sifat pembagian: ${}^2\log 72 - {}^2\log 9 = {}^2\log \dfrac{72}{9} = {}^2\log 8$.
3. Hitung: ${}^2\log 8 = 3$, karena $2^3 = 8$.
4. Cek ulang: tanpa digabung, ketiga logaritma itu bukan bilangan bulat dan sulit dihitung. Penggabungan menghasilkan numerus 8 yang merupakan pangkat dari 2; inilah tanda bahwa langkahnya tepat.

Jadi hasilnya 3. Pada soal seperti ini, tujuan penggabungan adalah membuat numerusnya menjadi pangkat dari basis.

Pengayaan: mengganti basis. Kadang dua logaritma berbeda basis perlu dibandingkan. Misalkan ${}^a\log b = c$, artinya $a^c = b$. Ambil logaritma basis 10 di kedua ruas dan pakai sifat pangkat: $c \times \log a = \log b$, sehingga $c = \dfrac{\log b}{\log a}$. Jadi ${}^a\log b = \dfrac{\log b}{\log a}$, dan rumus ini berlaku untuk basis pengganti apa pun yang memenuhi syarat. Akibat kecilnya: bila dua logaritma **berbasis sama** dibagi, hasilnya adalah logaritma baru, misalnya $\dfrac{{}^2\log 32}{{}^2\log 4} = {}^4\log 32 = \dfrac{5}{2}$. Ini berbeda dari sifat pembagian di dalam satu logaritma, dan perbedaan inilah yang sering dipakai pengecoh.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Diketahui ${}^2\log 3 = p$. Nyatakan ${}^2\log 72$ dalam p.

1. Faktorkan numerus ke prima: $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$. Alasannya: yang diketahui hanya logaritma dari 3, sedangkan logaritma dari 2 dengan basis 2 dapat dihitung langsung.
2. Pakai sifat perkalian: ${}^2\log 72 = {}^2\log 2^3 + {}^2\log 3^2$.
3. Pakai sifat pangkat: ${}^2\log 2^3 = 3 \times {}^2\log 2 = 3 \times 1 = 3$, dan ${}^2\log 3^2 = 2 \times {}^2\log 3 = 2p$.
4. Hasilnya ${}^2\log 72 = 3 + 2p$.
5. Cek ulang dengan taksiran: ${}^2\log 3$ sedikit lebih dari $1{,}5$ (karena $2^{1{,}5} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}83$),

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

jadi $3 + 2p \approx 6{,}2$. Sementara $2^6 = 64$ dan $2^7 = 128$, sehingga ${}^2\log 72$ memang sedikit di atas 6. Cocok.

Jadi ${}^2\log 72 = 3 + 2p$.

3. Persamaan pangkat sederhana

Persamaan yang hurufnya berada di eksponen, seperti $2^x = 32$, disebut **persamaan eksponen**. Ada dua cara menyelesaikannya.

Cara 1: samakan basis. Bila kedua ruas dapat ditulis dengan basis yang sama, eksponennya harus sama. Alasannya: untuk basis positif selain 1, setiap eksponen berbeda menghasilkan nilai berbeda (lihat lagi Gambar 1.13; tidak ada dua baris dengan hasil yang sama). Jadi dari $2^x = 2^5$ kita simpulkan $x = 5$.

Cara 2: pakai logaritma. Bila basisnya tidak dapat disamakan, misalnya $2^x = 12$, tulis jawabannya dengan logaritma: $x = {}^2\log 12$. Nilainya dapat ditaksir:
$2^3 = 8 < 12 < 16 = 2^4$, sehingga $3 < x < 4$.

Cara 1 selalu dicoba lebih dulu, karena hasilnya bilangan yang tepat dan hitungannya ringan. Caranya: ubah setiap bilangan menjadi pangkat dari bilangan prima yang sama, lalu sederhanakan setiap ruas dengan sifat pangkat sampai masing-masing ruas tinggal berbentuk "basis pangkat sesuatu". Bila di satu ruas ada perkalian atau pembagian, gabungkan dulu dengan sifat pangkat 1 dan 2. Baru setelah itu eksponen kedua ruas disamakan, dan persamaannya berubah menjadi persamaan linear biasa yang dapat diselesaikan seperti di sub bab 0.3. Bila setelah semua bilangan difaktorkan ternyata ada dua basis prima yang berbeda (misalnya 2 dan 3) dan tidak dapat dihilangkan, barulah logaritma diperlukan.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Tentukan x yang memenuhi (a) $9^x = 27^{x-1}$ dan (b) $2^x = 12$ (taksir di antara dua bilangan bulat).

1. Bagian (a). Ubah kedua basis ke basis prima 3: $9 = 3^2$ dan $27 = 3^3$.
2. Ruas kiri $9^x = (3^2)^x = 3^{2x}$, dan ruas kanan $27^{x-1} = (3^3)^{x-1} = 3^{3x-3}$ (sifat pangkat dari pangkat; perhatikan bahwa 3 dikalikan ke **seluruh** $x - 1$).
3. Basis sudah sama, jadi eksponennya sama: $2x = 3x - 3$. Kurangi kedua ruas dengan $2x$, lalu tambah 3: $x = 3$.
4. Cek ulang (a): $9^3 = 729$ dan $27^{3-1} = 27^2 = 729$. Cocok.
5. Bagian (b). Bilangan 12 bukan pangkat bulat dari 2, jadi pakai logaritma: $x = {}^2\log 12$.
6. Taksir: $2^3 = 8$ dan $2^4 = 16$. Karena $8 < 12 < 16$, maka $3 < x < 4$. Dengan sifat perkalian, ${}^2\log 12 = {}^2\log 4 + {}^2\log 3 = 2 + {}^2\log 3$, yaitu sekitar $3{,}58$.

Jadi (a) $x = 3$ dan (b) $x = {}^2\log 12$, yang terletak di antara 3 dan 4. Pada bagian (a), pengecoh yang sering muncul adalah $x = 1$, hasil dari menulis $(3^3)^{x-1} = 3^{3x-1}$ (hanya x yang dikali 3).

Ringkasan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- $a^c = b \Leftrightarrow {}^a\log b = c$: logaritma adalah eksponen. Syarat: $a > 0, a \neq 1, b > 0$.
- ${}^a\log a = 1, {}^a\log 1 = 0, {}^a\log a^c = c$; tanpa basis tertulis berarti basis 10.
- ${}^a\log(bc) = {}^a\log b + {}^a\log c; {}^a\log \dfrac{b}{c} = {}^a\log b - {}^a\log c; {}^a\log b^k = k \cdot {}^a\log b$.
- Tidak ada sifat untuk ${}^a\log(b+c)$, dan $\dfrac{{}^a\log b}{{}^a\log c} \neq {}^a\log \dfrac{b}{c}$.
- Persamaan eksponen: samakan basis lalu samakan eksponen; bila tidak bisa, tulis jawabannya sebagai logaritma.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Ubah ke bentuk pangkat bila ragu.** Setiap soal logaritma dapat dicek dengan bertanya "basis dipangkatkan berapa?".
2. **Gabungkan logaritma berbasis sama** dengan sifat kali dan bagi, sampai numerusnya menjadi pangkat dari basis.
3. **Faktorkan numerus ke prima** bila soal memberi nilai logaritma tertentu, seperti ${}^2\log 3 = p$.
4. **Pada persamaan eksponen, ubah semua basis ke basis prima**, lalu tulis eksponen dalam kurung sebelum dikalikan.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Logaritma jumlah dipecah	${}^2\log(4+4) = 2+2$	${}^2\log 8 = 3$
Pembagian dua logaritma	$\dfrac{{}^2\log 32}{{}^2\log 4} = {}^2\log 8$	$\dfrac{5}{2}$
Basis dan numerus tertukar	${}^4\log 2 = 2$	${}^4\log 2 = \dfrac{1}{2}$
Logaritma bilangan negatif atau nol	${}^2\log 0 = 0$	tidak didefinisikan
Pangkat tidak dikalikan ke seluruh eksponen	$(3^3)^{x-1} = 3^{3x-1}$	3^{3x-3}

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memadukan sifat pembagian di dalam logaritma dan pembagian dua logaritma. Perhatikan perbedaan keduanya sebelum menghitung.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Nilai dari $\dfrac{{}^{2}\log 192 - {}^{2}\log 3}{{}^{2}\log 8}$ adalah ....

A. $\dfrac{1}{2}$
B. $\dfrac{3}{2}$
C. 2
D. 3
E. 6

Pembahasan **Kunci: C**

Yang diketahui: bentuk $\dfrac{{}^{2}\log 192 - {}^{2}\log 3}{{}^{2}\log 8}$. **Yang ditanya:** nilainya.

Konsep 1 – Arti logaritma. ${}^{a}\log b = c$ artinya $a^c = b$. Jadi ${}^{2}\log 8$ menanyakan "2 dipangkatkan berapa supaya hasilnya 8?"
Contoh kecil: ${}^{3}\log 9 = 2$ karena $3^2 = 9$ (bukan $9 : 3$).

Konsep 2 – Sifat pengurangan. ${}^{a}\log b - {}^{a}\log c = {}^{a}\log \dfrac{b}{c}$ (basis harus sama).

Contoh kecil: ${}^{2}\log 20 - {}^{2}\log 5 = {}^{2}\log 4 = 2$.

Konsep 3 – Hati-hati dengan pembagian. $\dfrac{{}^{a}\log b}{{}^{a}\log c}$ **tidak sama** dengan ${}^{a}\log \dfrac{b}{c}$. Pembilang dan penyebut dihitung dulu menjadi bilangan, baru dibagi.

Langkah penyelesaian:

1. Pembilang memakai sifat pengurangan: ${}^{2}\log 192 - {}^{2}\log 3 = {}^{2}\log \dfrac{192}{3} = {}^{2}\log 64$.
2. ${}^{2}\log 64 = 6$, karena $2^6 = 64$ ($2 \to 4 \to 8 \to 16 \to 32 \to 64$, enam kali dikali 2).
3. Penyebut: ${}^{2}\log 8 = 3$, karena $2^3 = 8$.
4. Nilai bentuk itu $= \dfrac{6}{3} = 2$.

Cek ulang: dengan cara lain, $192 = 64 \times 3 = 2^6 \times 3$, sehingga ${}^{2}\log 192 = 6 + {}^{2}\log 3$.
Pembilang $= 6 + {}^{2}\log 3 - {}^{2}\log 3 = 6$ ✓. Hasil $\dfrac{6}{3} = 2$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\dfrac{1}{2}$: **Jebakan:** membalik pembagian, menghitung $\dfrac{3}{6}$ (penyebut dibagi pembilang).
- B ✗ $\dfrac{3}{2}$: **Jebakan:** mengira ${}^{2}\log 8 = 8 : 2 = 4$, sehingga hasilnya $\dfrac{6}{4}$.
- C ✓ 2.
- D ✗ 3: **Jebakan:** mengira pembagian dua logaritma sama dengan logaritma hasil bagi: ${}^{2}\log \dfrac{64}{8} = {}^{2}\log 8 = 3$.
- E ✗ 6: **Jebakan:** hanya menghitung pembilang dan lupa membagi dengan ${}^{2}\log 8$.

Jawaban: C.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✎ LATIHAN

Soal berikut adalah persamaan eksponen. Ubah semua basis ke basis prima, lalu samakan eksponennya.

1. Jika $\dfrac{8^x}{2^{x-2}} = 4^9$, maka nilai x adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

Kunci singkat: 1. 8

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa ${}^2\log 1 = 0$ dan ${}^2\log 2 = 1$? Jelaskan dengan bentuk pangkat.
2. Turunkan sifat ${}^a\log(bc) = {}^a\log b + {}^a\log c$ dari sifat $a^m \times a^n = a^{m+n}$ dengan kata-katamu sendiri.
3. Mengapa ${}^3\log(-9)$ tidak didefinisikan?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-1.4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian

SNBTPK-1.5

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 12 (Simulasi 2 nomor 12) menanyakan faktor persekutuan dua bilangan yang ditulis dalam bentuk pangkat. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 8 (Simulasi 3 nomor 8) meminta kamu menghitung banyak bilangan yang memiliki sisa tertentu bila dibagi 5, lalu membandingkannya dengan sebuah bilangan. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 18 (Simulasi 3 nomor 18) memakai empat bilangan prima pertama dan faktorisasi prima. Di luar soal asli, FPB dan KPK sering muncul dalam soal cerita: membagi barang ke dalam paket, jadwal yang berulang, dan lampu yang berkedip bersamaan. Sisa pembagian juga dipakai untuk menentukan hari, jam, atau angka satuan bilangan berpangkat besar.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- memakai ciri habis dibagi $2, 3, 4, 5, 9$, dan 11 beserta alasannya, dan menghitung banyak faktor sebuah bilangan;
- menentukan FPB dan KPK dengan faktorisasi prima, serta memilih FPB atau KPK dalam soal cerita;
- menghitung sisa pembagian dan memakai pola berulang untuk hari, jam, dan angka satuan.

≡ PRASYARAT

Sub bab ini memakai faktorisasi prima dari sub bab 1.1. Ingat lagi: $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, dan pohon faktor apa pun menghasilkan faktorisasi yang sama.

Kita juga memakai **pembagian bersisa** dari sekolah dasar. Pada $47 : 5$, hasil baginya 9 dan sisanya 2, karena $5 \times 9 = 45$ dan $47 - 45 = 2$. Hubungan ini dapat ditulis sebagai satu kalimat perkalian:

$$47 = 5 \times 9 + 2.$$

Secara umum, bila a dibagi b dengan hasil bagi q dan sisa r, maka $a = b \times q + r$, dengan sisa $0 \le r < b$. Sisa tidak pernah sama dengan atau lebih dari pembagi; bila begitu, hasil baginya masih dapat ditambah.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Faktor, kelipatan, dan banyak faktor

Bilangan a **habis dibagi** b bila sisa pembagiannya 0, yaitu $a = b \times q$ untuk suatu bilangan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

bulat q. Dalam keadaan ini, b disebut **faktor** (pembagi) dari a, dan a disebut **kelipatan** dari b. Contoh: $36 = 4 \times 9$, jadi 4 faktor dari 36, dan 36 kelipatan dari 4. Kedua kalimat itu menyatakan satu fakta yang sama dari dua arah.

Untuk mendaftar semua faktor sebuah bilangan, cari faktor secara **berpasangan**. Faktor 36: $1 \times 36, 2 \times 18, 3 \times 12, 4 \times 9, 6 \times 6$. Kita boleh berhenti di 6, karena pasangan berikutnya akan berulang (9×4 sudah ditulis sebagai 4×9). Jadi faktor 36 adalah $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$, sebanyak sembilan.

Untuk bilangan besar, mendaftar satu per satu melelahkan. Faktorisasi prima memberi cara menghitung **banyak faktor** tanpa mendaftar. Ambil $36 = 2^2 \times 3^2$. Setiap faktor dari 36 hanya boleh tersusun dari prima 2 dan 3, dengan pangkat 2 paling banyak 2 dan pangkat 3 paling banyak 2. Jadi setiap faktor berbentuk $2^i \times 3^j$ dengan i dipilih dari $0, 1, 2$ (tiga pilihan) dan j dipilih dari $0, 1, 2$ (tiga pilihan). Banyak cara memilih adalah $3 \times 3 = 9$, sama dengan daftar di atas. Secara umum, bila $N = p^a \times q^b \times r^c$, maka

$$\text{banyak faktor } N = (a+1)(b+1)(c+1).$$

Angka "$+1$" muncul karena pangkat 0 juga boleh dipilih; misalnya faktor $9 = 2^0 \times 3^2$ tidak memuat 2 sama sekali. Cara mengalikan banyak pilihan ini akan dibahas lagi di sub bab 4.4 sebagai aturan perkalian.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Berapa banyak faktor dari 72? Daftarkan semuanya.

1. Faktorkan: $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$.
2. Pangkat 2 boleh $0, 1, 2, 3$ (empat pilihan) dan pangkat 3 boleh $0, 1, 2$ (tiga pilihan). Banyak faktor $= (3+1)(2+1) = 4 \times 3 = 12$.
3. Daftar berpasangan untuk memeriksa: $1 \times 72, 2 \times 36, 3 \times 24, 4 \times 18, 6 \times 12, 8 \times 9$. Ada enam pasangan, jadi 12 faktor: $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72$.
4. Cek ulang: hasil rumus (12) sama dengan hasil daftar (12).

Jadi 72 memiliki 12 faktor. Perhatikan bahwa 72 bukan bilangan kuadrat, sehingga semua faktornya berpasangan dan banyaknya genap. Bilangan kuadrat seperti 36 punya satu faktor tanpa pasangan (6×6), sehingga banyak faktornya ganjil.

2. Ciri habis dibagi

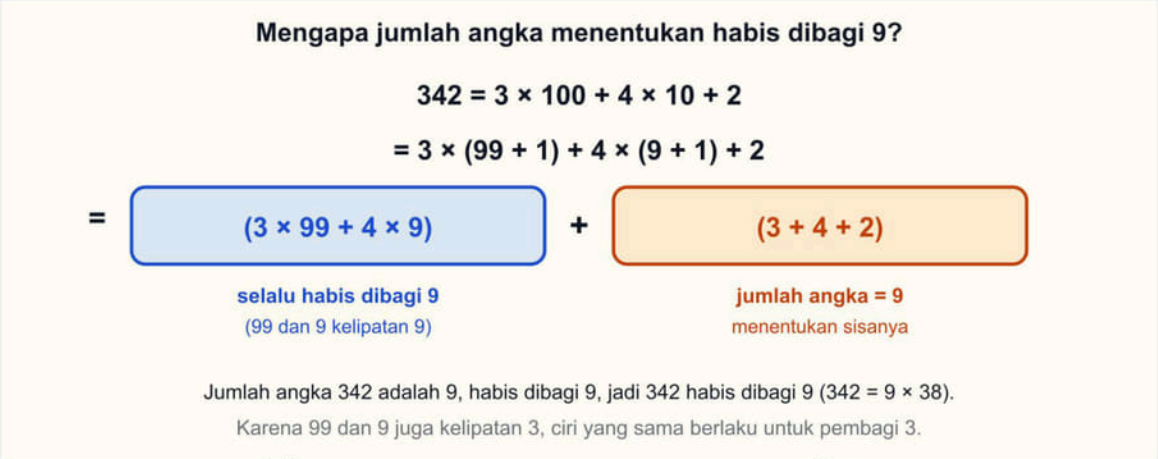
Ciri habis dibagi membuat kita dapat memeriksa keterbagian tanpa pembagian bersusun. Setiap ciri punya alasan, dan alasannya selalu sama: **pecah bilangan menurut nilai tempatnya**.

1. **Habis dibagi 2 dan 5: lihat angka satuan.** Bilangan $3.476 = 3.470 + 6$. Bagian 3.470 adalah kelipatan 10, dan 10 habis dibagi 2 maupun 5. Jadi keterbagian oleh 2 atau 5 hanya ditentukan oleh angka satuan. Habis dibagi 2 bila satuannya $0, 2, 4, 6, 8$; habis dibagi 5 bila satuannya 0 atau 5.
2. **Habis dibagi 4: lihat dua angka terakhir.** Bilangan $3.476 = 3.400 + 76$. Bagian 3.400 kelipatan 100, dan $100 = 4 \times 25$ habis dibagi 4. Jadi cukup periksa $76 = 4 \times 19$: habis.
3. **Habis dibagi 3 dan 9: lihat jumlah angka.** Lihat Gambar 1.16. Setiap nilai tempat dapat

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

ditulis sebagai kelipatan 9 ditambah 1: $10 = 9 + 1$, $100 = 99 + 1$, $1.000 = 999 + 1$. Akibatnya, bilangan apa pun sama dengan "kelipatan 9" ditambah "jumlah angka-angkanya". Karena 9 juga kelipatan 3, aturan yang sama berlaku untuk 3.

4. **Habis dibagi 11: lihat selisih jumlah angka berselang.** Nilai tempat bergantian sedikit di atas dan sedikit di bawah kelipatan 11: $10 = 11 - 1$, $100 = 99 + 1$, $1.000 = 1.001 - 1$. Akibatnya, beri tanda $+$ dan $-$ bergantian pada angka-angka mulai dari satuan, lalu jumlahkan. Bilangan itu habis dibagi 11 bila hasilnya habis dibagi 11 (termasuk 0).



Gambar 1.16 Bilangan 342 dipecah menjadi bagian yang pasti habis dibagi 9 dan jumlah angka-angkanya, $3 + 4 + 2 = 9$.

Ciri untuk pembagi gabungan diperoleh dengan menggabungkan ciri. Bilangan habis dibagi 6 bila habis dibagi 2 **dan** 3, karena $6 = 2 \times 3$ dan kedua prima itu berbeda. Bilangan habis dibagi 12 bila habis dibagi 4 dan 3. Hati-hati: habis dibagi 2 dan 4 **tidak** menjamin habis dibagi 8 (contoh: 12), karena 2 dan 4 punya faktor bersama.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Periksa apakah 7.524 habis dibagi $2, 3, 4, 5, 9$, dan 11.

1. Angka satuan 4: habis dibagi 2, tidak habis dibagi 5.
2. Dua angka terakhir $24 = 4 \times 6$: habis dibagi 4.
3. Jumlah angka $7 + 5 + 2 + 4 = 18$. Bilangan 18 habis dibagi 3 dan 9, jadi 7.524 habis dibagi 3 dan 9.
4. Angka berselang mulai dari satuan: $4 - 2 + 5 - 7 = 0$. Nol habis dibagi 11, jadi 7.524 habis dibagi 11.
5. Cek ulang dengan pembagian: $7.524 : 9 = 836$ dan $7.524 : 11 = 684$ (karena $11 \times 684 = 7.524$). Cocok.

Jadi 7.524 habis dibagi $2, 3, 4, 9$, dan 11, tetapi tidak habis dibagi 5.

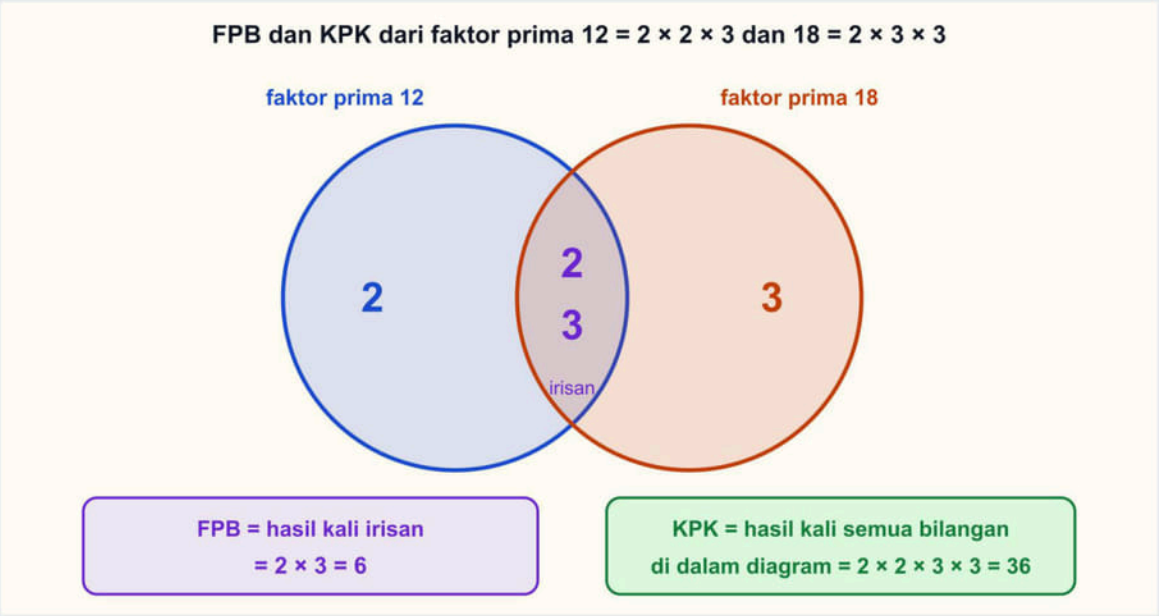
3. FPB dan KPK lewat faktorisasi prima

FPB (faktor persekutuan terbesar) dua bilangan adalah bilangan terbesar yang membagi habis keduanya. **KPK** (kelipatan persekutuan terkecil) adalah bilangan positif terkecil yang habis dibagi keduanya. Untuk bilangan kecil, keduanya dapat dicari dengan mendaftar. Faktor 12: $1, 2, 3, 4, 6, 12$; faktor 18: $1, 2, 3, 6, 9, 18$; faktor bersama terbesar adalah 6.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kelipatan 12: $12, 24, 36, \ldots$; kelipatan 18: $18, 36, \ldots$; kelipatan bersama terkecil adalah 36.

Untuk bilangan besar, kita memakai faktorisasi prima dan **diagram Venn** (lihat Gambar 1.17). Tulis faktor prima $12 = 2 \times 2 \times 3$ dan $18 = 2 \times 3 \times 3$. Faktor prima yang dimiliki **keduanya**, yaitu satu 2 dan satu 3, diletakkan di irisan. Sisanya diletakkan di bagian masing-masing.



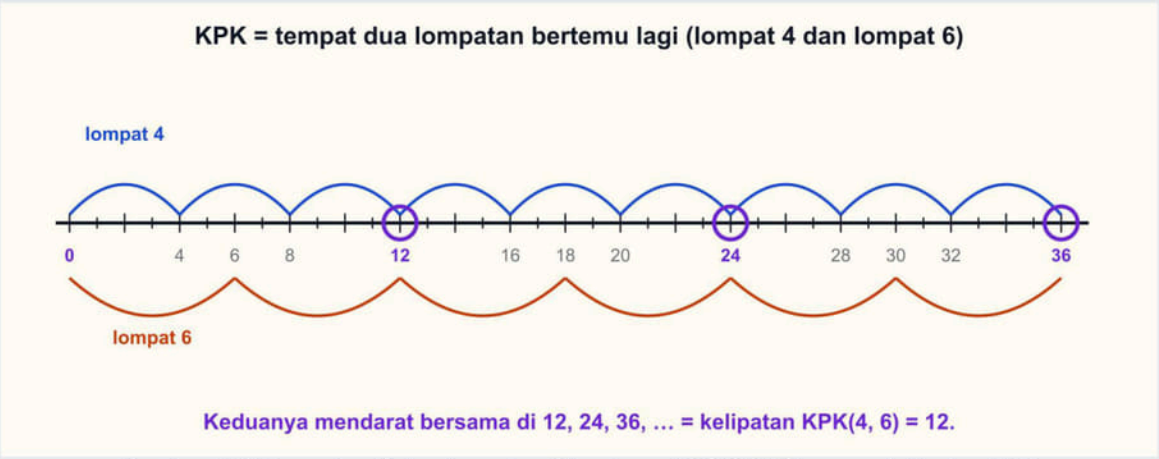
Gambar 1.17 FPB adalah hasil kali bilangan di irisan; KPK adalah hasil kali semua bilangan di dalam diagram.

- **FPB = hasil kali irisan** $= 2 \times 3 = 6$. Alasannya: faktor bersama hanya boleh memuat prima yang dimiliki kedua bilangan, dan yang terbesar memuat semuanya.
- **KPK = hasil kali semua bilangan di diagram** $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$. Alasannya: kelipatan bersama harus memuat seluruh faktor prima 12 dan seluruh faktor prima 18, dan yang terkecil tidak memuat lebih dari itu.

Dalam bentuk pangkat, aturannya: **FPB mengambil prima yang sama dengan pangkat terkecil; KPK mengambil semua prima dengan pangkat terbesar**. Untuk $12 = 2^2 \times 3$ dan $18 = 2 \times 3^2$: FPB $= 2^1 \times 3^1 = 6$ dan KPK $= 2^2 \times 3^2 = 36$. Untuk dua bilangan, berlaku juga $\text{FPB} \times \text{KPK} = a \times b$, karena setiap faktor prima terhitung tepat satu kali di irisan dan satu kali di gabungan: $6 \times 36 = 216 = 12 \times 18$.

KPK juga dapat dibayangkan sebagai **lompatan yang bertemu** (lihat Gambar 1.18). Seekor katak melompat 4 langkah setiap kali, dan katak lain 6 langkah. Keduanya mulai dari 0. Mereka pertama kali mendarat di tempat yang sama pada 12, lalu 24, 36, dan seterusnya. Tempat bertemu adalah kelipatan persekutuan, dan yang pertama adalah KPK.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.18 Lompatan 4 dan lompatan 6 bertemu di 12, 24, 36: semua kelipatan KPK.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Tentukan FPB dan KPK dari 84 dan 120.

1. Faktorkan: $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ dan $120 = 2^3 \times 3 \times 5$.
2. FPB: prima yang dimiliki keduanya adalah 2 dan 3. Pangkat terkecil 2 adalah 2, pangkat terkecil 3 adalah 1. FPB $= 2^2 \times 3 = 12$.
3. KPK: semua prima yang muncul adalah $2, 3, 5, 7$, masing-masing dengan pangkat terbesar. KPK $= 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 = 840$.
4. Cek ulang dengan $\text{FPB} \times \text{KPK} = a \times b$: $12 \times 840 = 10.080$ dan $84 \times 120 = 10.080$. Cocok.

Jadi FPB $= 12$ dan KPK $= 840$.

4. Kapan memakai FPB, kapan memakai KPK

Dalam soal cerita, kata "FPB" dan "KPK" hampir tidak pernah ditulis. Kamu harus mengenali jenis pertanyaannya.

Ciri soal	Yang dipakai	Alasan
Membagi beberapa jenis barang ke dalam kelompok **sebanyak mungkin**, isi tiap kelompok sama, tanpa sisa	FPB	banyak kelompok harus membagi habis setiap jenis barang
Memotong beberapa batang menjadi potongan **sepanjang mungkin** yang sama panjang	FPB	panjang potongan harus membagi habis setiap batang
Kejadian yang **berulang** dengan selang berbeda, ditanya kapan **bersamaan lagi**	KPK	waktu bersamaan harus kelipatan setiap selang
Ukuran terkecil yang dapat diisi penuh oleh beberapa ukuran berbeda	KPK	ukuran itu harus kelipatan setiap ukuran

Kata kunci yang membantu: FPB biasanya bersama kata **membagi**, **sebanyak-banyaknya**, atau **terbesar**; KPK biasanya bersama kata **bersamaan**, **lagi**, atau **paling cepat**. Tetapi jangan hanya bergantung pada kata kunci. Tanyakan: apakah jawabanku harus **membagi** bilangan-bilangan yang diketahui (FPB), atau harus **dibagi oleh** bilangan-bilangan itu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(KPK)?

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Kapal feri A berangkat setiap 40 menit dan kapal feri B setiap 60 menit dari pelabuhan yang sama. Pukul 06.00 keduanya berangkat bersamaan. Berapa kali keduanya berangkat bersamaan dari pukul 06.00 sampai pukul 12.00, termasuk kedua waktu itu?

1. Kejadian berulang dengan selang berbeda dan ditanya waktu bersamaan, jadi pakai KPK.
2. $40 = 2^3 \times 5$ dan $60 = 2^2 \times 3 \times 5$. KPK $= 2^3 \times 3 \times 5 = 120$ menit, yaitu 2 jam.
3. Keduanya bersamaan setiap 2 jam: pukul 06.00, 08.00, 10.00, dan 12.00.
4. Hitung banyaknya dengan rumus: lama waktu 6 jam dibagi selang 2 jam memberi 3 selang. Banyak kejadian $= 3 + 1 = 4$, karena kejadian pertama (pukul 06.00) juga dihitung. Ini seperti menanam pohon di pagar: 3 jarak membutuhkan 4 tiang.
5. Cek ulang dengan daftar pada langkah 3: ada empat waktu. Cocok.

Jadi keduanya berangkat bersamaan 4 kali.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Ada 48 kue lapis dan 72 kue bolu. Semua kue akan dimasukkan ke kotak sebanyak mungkin, dengan isi setiap kotak sama (banyak kue lapis sama dan banyak kue bolu sama) dan tidak ada kue tersisa. Berapa banyak kotak, dan apa isi tiap kotak?

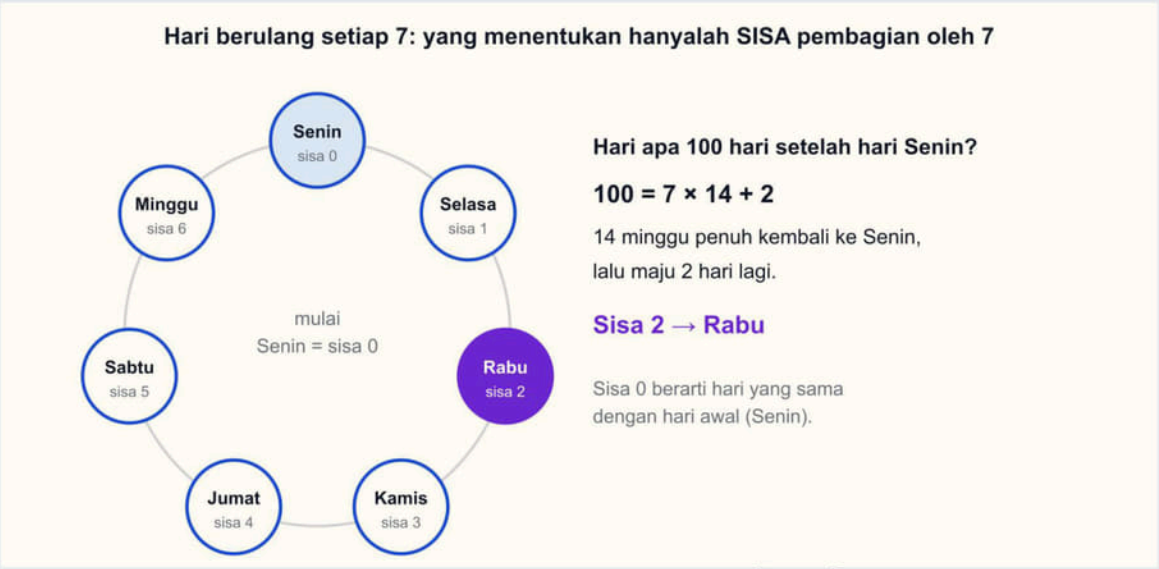
1. Banyak kotak harus membagi habis 48 dan 72, dan diminta sebanyak mungkin. Jadi pakai FPB.
2. $48 = 2^4 \times 3$ dan $72 = 2^3 \times 3^2$. FPB $= 2^3 \times 3 = 24$.
3. Banyak kotak 24. Isi tiap kotak: $48 : 24 = 2$ kue lapis dan $72 : 24 = 3$ kue bolu.
4. Cek ulang: $24 \times 2 = 48$ dan $24 \times 3 = 72$. Semua kue terpakai. Bila kotaknya 25, 48 tidak habis dibagi 25, jadi 24 memang yang terbanyak.

Jadi ada 24 kotak, masing-masing berisi 2 kue lapis dan 3 kue bolu. Bila soal menanyakan **banyak kue dalam satu kotak**, jawabannya $2 + 3 = 5$, bukan 24. Baca dengan teliti apa yang ditanyakan.

5. Sisa pembagian dan pola berulang

Banyak kejadian berulang dalam siklus: hari berulang setiap 7, jam berulang setiap 12 atau 24, bulan berulang setiap 12. Dalam siklus seperti ini, yang menentukan posisi hanyalah **sisa pembagian** oleh panjang siklus (lihat Gambar 1.19). Seratus hari setelah hari Senin: $100 = 7 \times 14 + 2$. Empat belas minggu penuh membawa kita kembali ke Senin, lalu 2 hari lagi menjadi Rabu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.19 Hari ke-n setelah Senin ditentukan oleh sisa n dibagi 7. Sisa 0 berarti kembali ke Senin.

Perhatikan cara menghitungnya: hari awal diberi nomor sisa 0, bukan 1. "Satu hari setelah Senin" adalah sisa 1, yaitu Selasa. Banyak kesalahan terjadi karena hari awal ikut dihitung sebagai hari pertama. Selalu periksa dengan contoh kecil, misalnya "7 hari setelah Senin adalah Senin lagi".

Sisa dari jumlah dan hasil kali. Untuk menghitung sisa sebuah jumlah atau hasil kali, kita cukup memakai sisa setiap bagian. Misalnya sisa 2026×2027 dibagi 5. Bilangan $2026 = 5 \times 405 + 1$ bersisa 1, dan 2027 bersisa 2. Bila dikalikan, semua bagian yang memuat kelipatan 5 tetap kelipatan 5, sehingga sisanya ditentukan oleh $1 \times 2 = 2$. Jadi sisanya 2. Aturan yang sama berlaku untuk penjumlahan: sisa $(a + b)$ sama dengan sisa dari (sisa a + sisa b).

Angka satuan bilangan berpangkat. Angka satuan sebuah bilangan sama dengan sisa pembagiannya oleh 10, dan hanya ditentukan oleh angka satuan bilangan yang dikalikan. Lihat pangkat 7: $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2.401, 7^5 = 16.807$. Angka satuannya $7, 9, 3, 1, 7, \ldots$, berulang setiap 4 pangkat. Untuk mencari angka satuan 7^n, cukup cari sisa n dibagi 4.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Tentukan angka satuan dari 7^{2027}.

1. Cari pola angka satuan pangkat 7: $7, 9, 3, 1$, lalu berulang. Panjang siklusnya 4. Alasan pola berulang: angka satuan berikutnya hanya ditentukan oleh angka satuan sebelumnya dikali 7, jadi begitu angka satuan 7 muncul lagi, seluruh urutan terulang.
2. Hitung sisa 2027 dibagi 4: $2027 = 4 \times 506 + 3$, jadi sisanya 3.
3. Sisa 3 berarti posisi ketiga dalam siklus, yaitu angka 3. Perhatikan penomoran: sisa 1 untuk pangkat 1 (angka 7), sisa 2 untuk pangkat 2 (angka 9), sisa 3 untuk pangkat 3 (angka 3), dan sisa 0 untuk pangkat 4 (angka 1).
4. Cek ulang dengan pangkat kecil yang sisanya sama: $7^3 = 343$ (pangkat 3, sisa 3) dan $7^7 = 823.543$ (pangkat 7, sisa 3). Keduanya berangka satuan 3. Cocok.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi angka satuan 7^{2027} adalah 3. Jebakannya: menganggap sisa 0 sebagai posisi pertama, sehingga memilih 7 untuk pangkat kelipatan 4.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Tanggal 1 Januari 2027 jatuh pada hari Jumat. Hari apakah tanggal 1 Maret 2027?

1. Hitung selisih hari. Bulan Januari punya 31 hari. Tahun 2027 bukan tahun kabisat (2027 tidak habis dibagi 4), jadi Februari punya 28 hari.
2. Dari 1 Januari ke 1 Februari ada 31 hari, dan dari 1 Februari ke 1 Maret ada 28 hari. Jadi 1 Maret adalah $31 + 28 = 59$ hari setelah 1 Januari.
3. Hitung sisa 59 dibagi 7: $59 = 7 \times 8 + 3$. Sisanya 3.
4. Maju 3 hari dari Jumat: Sabtu (1), Minggu (2), Senin (3).
5. Cek ulang langkah 2 dengan contoh kecil: 2 Januari adalah 1 hari setelah 1 Januari, jadi 1 Februari memang 31 hari setelahnya (bukan 30).

Jadi 1 Maret 2027 jatuh pada hari Senin.

Ringkasan

- $a = bq + r$ dengan $0 \le r < b$. Banyak faktor $p^a q^b$ adalah $(a+1)(b+1)$.
- Ciri habis dibagi: 2 dan 5 (satuan), 4 (dua angka terakhir), 3 dan 9 (jumlah angka), 11 (selisih angka berselang). Semua berasal dari nilai tempat.
- FPB: prima yang sama, pangkat terkecil. KPK: semua prima, pangkat terbesar. $\text{FPB} \times \text{KPK} = a \times b$.
- FPB untuk "membagi sebanyak mungkin"; KPK untuk "bersamaan lagi". Banyak kejadian = banyak selang + 1 bila kedua ujung dihitung.
- Siklus (hari, jam, angka satuan) ditentukan oleh sisa pembagian; hari awal = sisa 0.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Faktorkan dulu.** Hampir semua soal keterbagian, FPB, dan KPK menjadi ringan setelah bilangannya ditulis sebagai faktorisasi prima.
2. **Tanyakan arah pembagian.** Jawaban yang harus membagi bilangan-bilangan yang diketahui → FPB. Jawaban yang harus dibagi oleh bilangan-bilangan itu → KPK.
3. **Tulis daftar kecil untuk pola.** Untuk siklus, tulis 4–6 suku pertama, temukan panjang siklus, lalu pakai sisa pembagian.
4. **Hitung kejadian dengan pagar dan tiang.** Bila awal dan akhir sama-sama dihitung, banyak kejadian = banyak selang + 1. Periksa apakah waktu akhir tepat jatuh pada sebuah kejadian.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

FPB dan KPK tertukar	"bersamaan lagi setiap FPB$(40, 60) = 20$ menit"	KPK $= 120$ menit
Siklus dihitung mulai dari 1	"7 hari setelah Senin adalah Minggu"	7 hari setelah Senin adalah Senin
Lupa kejadian pertama	"06.00–12.00 tiap 2 jam: 3 kali"	4 kali (06.00 ikut)
Menggabung ciri yang tidak boleh	"habis dibagi 2 dan 4, jadi habis dibagi 8"	12 habis dibagi 2 dan 4, tetapi tidak 8
Lupa pangkat 0 saat menghitung faktor	"faktor $2^3 \times 3^2$ ada $3 \times 2 = 6$"	$(3+1)(2+1) = 12$

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 12 menanyakan faktor persekutuan dari dua bentuk berpangkat. Jangan menghitung kedua bilangan itu langsung. Faktorkan bentuk pertama dengan mengeluarkan faktor bersama ($49^2 + 49 = 49 \times (\ldots)$), dan bentuk kedua dengan selisih dua kuadrat ($x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$). Setelah keduanya tertulis sebagai faktorisasi prima, tentukan FPB-nya. Sebuah bilangan adalah faktor persekutuan bila dan hanya bila ia membagi FPB itu, jadi setiap pilihan cukup diuji terhadap FPB.

Rujukan: soal nomor 12 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 8 berbentuk perbandingan kuantitas. Daftarkan bilangan yang memenuhi syarat secara tertib: bilangan genap, positif, kurang dari 30, lalu pilih yang bersisa 2 atau 3 bila dibagi 5. Bilangan bersisa 2 bila dibagi 5 berbentuk $5q + 2$, sehingga daftarnya dapat dibuat dengan melompat 5. Periksa batasnya dengan teliti: "kurang dari 30" tidak memuat 30, dan "positif" tidak memuat 0.

Rujukan: soal nomor 8 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 18 memakai "empat bilangan prima pertama". Ingat bahwa 1 bukan prima, jadi prima pertama adalah 2. Setelah N dikalikan dengan biaya per eksemplar, faktorkan hasilnya. Yang ditanyakan adalah jumlah faktor prima yang **berbeda**, jadi setiap prima dihitung sekali walaupun pangkatnya lebih dari 1.

Rujukan: soal nomor 18 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut meminta sisa pembagian bilangan berpangkat sangat besar. Pakai cara angka satuan pada Contoh terselesaikan 6, tetapi dengan pembagi 7: tulis sisa beberapa pangkat pertama, cari panjang siklusnya, lalu pakai sisa eksponen.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Sisa pembagian 5^{2028} oleh 7 adalah ....

A. 1
B. 2
C. 3
D. 5
E. 6

Pembahasan **Kunci: A**

Yang diketahui: bilangan 5^{2028} dibagi 7. **Yang ditanya:** sisanya.

Konsep 1 – Sisa pembagian. a dibagi 7 ditulis $a = 7 \times \text{hasil bagi} + \text{sisa}$, dengan sisa $0, 1, \ldots, 6$. Contoh kecil: $25 = 7 \times 3 + 4$, jadi sisanya 4.
Konsep 2 – Sisa hasil kali. Sisa $a \times b$ sama dengan sisa dari (sisa a) $\times$ (sisa b). Jadi untuk mencari sisa 5^{n+1}, cukup kalikan sisa 5^n dengan 5, lalu ambil sisanya lagi. Angka besar tidak perlu ditulis.
Konsep 3 – Pola berulang (siklus). Sisa pangkat-pangkat suatu bilangan akan berulang. Panjang siklus harus dicari dengan menghitung, tidak boleh ditebak.

Langkah penyelesaian:
1. Hitung sisa pangkat 5 oleh 7 satu per satu:

Pangkat	5^1	5^2	5^3	5^4	5^5	5^6	5^7
Sisa oleh 7	5	4	6	2	3	1	5

Cara menghitung: $5 \times 5 = 25$, sisa 4; $4 \times 5 = 20$, sisa 6; $6 \times 5 = 30$, sisa 2; $2 \times 5 = 10$, sisa 3; $3 \times 5 = 15$, sisa 1; $1 \times 5 = 5$, sisa 5 (kembali ke awal).
2. Sisa berulang setiap 6 pangkat, dan pada pangkat kelipatan 6 sisanya 1.
3. Bagi pangkatnya dengan 6: $2028 = 6 \times 338 + 0$. Pangkat 2028 adalah kelipatan 6.
4. Jadi sisa 5^{2028} sama dengan sisa 5^6, yaitu 1.

Cek ulang: $5^6 = 15.625 = 7 \times 2.232 + 1$ ✓ (sisanya memang 1). Karena $5^{2028} = (5^6)^{338}$, sisanya $1 \times 1 \times \cdots \times 1 = 1$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 1.
• B ✗ 2: **Jebakan:** mengira siklusnya 4 (seperti pola angka satuan), lalu $2028 = 4 \times 507$ diarahkan ke 5^4 yang bersisa 2.
• C ✗ 3: **Jebakan:** membagi pangkat dengan 7 (angka pembaginya), bukan dengan panjang siklus 6: $2028 = 7 \times 289 + 5$, lalu memakai 5^5 yang bersisa 3.
• D ✗ 5: **Jebakan:** sisa pembagian pangkat 0 dianggap kembali ke suku pertama siklus (5^1). Sisa 0 berarti suku **terakhir** siklus (5^6).
• E ✗ 6: **Jebakan:** mengira siklusnya 3, lalu $2028 = 3 \times 676$ diarahkan ke 5^3 yang bersisa 6.

Jawaban: A.

✎ LATIHAN

Untuk setiap soal cerita, tulis dulu apakah kamu memakai FPB atau KPK beserta alasannya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Di sebuah terminal, bus jurusan Merah berangkat setiap 12 menit, bus jurusan Hijau setiap 18 menit, dan bus jurusan Biru setiap 30 menit. Pada suatu hari di tahun 2027, bus ketiga jurusan berangkat bersamaan untuk pertama kalinya pukul 05.30. Terminal melayani keberangkatan sampai pukul 20.00 (keberangkatan tepat pukul 20.00 masih dilayani).

Banyak kejadian bus ketiga jurusan berangkat bersamaan pada hari itu, termasuk pukul 05.30, adalah ....

A. 5
B. 6
C. 10
D. 15
E. 25

2. Untuk kegiatan bakti sosial tahun 2026, panitia menyiapkan 84 buku tulis, 126 pensil, dan 210 penghapus. Semua barang akan dimasukkan ke dalam paket yang banyaknya sebanyak mungkin, sehingga setiap paket berisi banyak buku tulis yang sama, banyak pensil yang sama, dan banyak penghapus yang sama, serta tidak ada barang yang tersisa. Banyak seluruh barang dalam satu paket adalah ....

A. 5
B. 10
C. 20
D. 30
E. 42

3. Tiga lampu sinyal di sebuah menara pemancar berkedip secara teratur: lampu merah setiap 6 detik, lampu kuning setiap 8 detik, dan lampu hijau setiap 15 detik. Pada malam pergantian tahun 2027, ketiga lampu berkedip bersamaan tepat pukul 23.50.00.

Banyak kejadian ketiga lampu berkedip bersamaan dari pukul 23.50.00 sampai pukul 00.00.00, termasuk kedua waktu tersebut, adalah ....

Jawaban: _____

4. Untuk pentas seni sekolah tahun 2026, sebanyak 360 kursi akan ditata menjadi beberapa baris. Setiap baris berisi kursi yang sama banyak dan semua kursi terpakai. Banyak baris boleh berapa saja, termasuk 1 baris (berisi 360 kursi) dan 360 baris (masing-masing 1 kursi).

Banyak pilihan banyak baris yang mungkin adalah ....

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Diketahui n adalah bilangan bulat ganjil dengan $10 < n < 20$.

P	Q
Sisa pembagian n^2 oleh 8	Sisa pembagian n oleh 2

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Kunci singkat: 1. A 2. B 3. 6 4. 24 5. C

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa jumlah angka sebuah bilangan menentukan apakah bilangan itu habis dibagi 9?
2. Dalam soal "membagi 36 pensil dan 48 buku ke kelompok sebanyak mungkin", mengapa yang dipakai FPB, bukan KPK?
3. Bila hari ini Kamis, hari apakah 30 hari lagi? Tuliskan pembagian bersisanya.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.5: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-1.5

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 1.6 · Operasi dan Definisi Buatan

SNBTPK-1.6

◎ APA YANG DIUJI

Salah satu ciri khas soal Pengetahuan Kuantitatif adalah **definisi buatan**: soal memperkenalkan lambang atau aturan baru yang belum pernah kamu pelajari, lalu memintamu memakainya. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 16 (Simulasi 2 nomor 16) mendefinisikan sebuah operasi dengan kurung berbentuk aneh yang memuat enam bilangan. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 5 (Simulasi 2 nomor 5) mendefinisikan lambang $[x)$ dengan tiga cabang aturan menurut jenis bilangan x. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 5 dan 6 (Simulasi 1 nomor 5 dan 6) mendefinisikan "jarak vertikal" dan "jarak horizontal" titik ke garis. Definisi buatan muncul setiap tahun, dan bentuknya selalu baru. Karena itu yang perlu dilatih bukan hafalan bentuk, melainkan **cara membaca** sebuah definisi.

Kabar baiknya, soal definisi buatan hampir tidak pernah membutuhkan rumus yang belum kamu ketahui. Semua yang dibutuhkan tertulis di soal. Kesulitannya terletak pada ketelitian: mengganti huruf dengan bilangan di tempat yang tepat, memilih cabang aturan yang benar, dan mengerjakan urutan langkah dengan tertib.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- membaca sebuah definisi buatan kata demi kata dan menentukan masukan, aturan, serta syaratnya;
- menghitung operasi buatan, termasuk operasi bertingkat, dengan substitusi yang tertib;
- memilih cabang yang benar pada definisi bercabang;
- menguji sifat operasi baru, seperti komutatif dan asosiatif.

≡ PRASYARAT

Sub bab ini memakai **substitusi** dari sub bab 0.2: mengganti huruf dengan nilainya, **beserta tanda kurung**. Bila $x = -3$, maka $2x^2 - x = 2(-3)^2 - (-3) = 18 + 3 = 21$. Tanpa kurung, -3^2 akan terbaca -9 dan hasilnya salah.

Kita juga memakai urutan operasi dari sub bab 0.1 (kurung, pangkat, kali-bagi, tambah-kurang), genap-ganjil dari sub bab 1.1 (ingat bahwa 0 genap), dan bilangan negatif. Tiga sifat operasi dari sub bab 0.1 akan diuji ulang untuk operasi baru: **komutatif** ($a + b = b + a$), **asosiatif** ($(a + b) + c = a + (b + c)$), dan keberadaan bilangan yang "tidak mengubah apa-apa", seperti 0 pada penjumlahan dan 1 pada perkalian.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

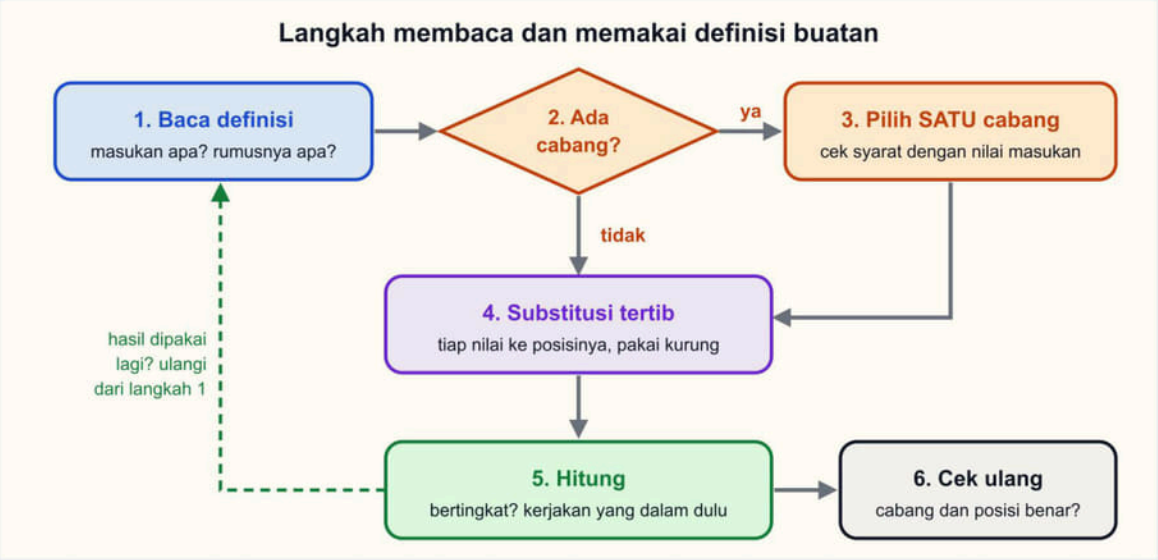
◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Membaca definisi kata demi kata

Sebuah definisi buatan biasanya terdiri atas empat bagian:

1. **Daerah berlaku**: untuk bilangan apa definisi itu dibuat, misalnya "untuk setiap bilangan bulat x" atau "untuk bilangan real a dan b". Bagian ini memberi tahu bilangan apa yang boleh dimasukkan.
2. **Lambang**: tanda baru, misalnya $a \oplus b$, $a \triangle b$, $\{x\}$, atau $[x)$. Lambang ini tidak punya arti apa pun selain yang diberikan definisi. Jangan menebak artinya dari bentuknya; $\oplus$ di sebuah soal tidak berarti "tambah" kecuali definisinya berkata begitu.
3. **Aturan**: rumus yang menjelaskan cara menghitung, misalnya $a \oplus b = 2a - b$.
4. **Syarat atau cabang** (bila ada): bagian seperti "jika x ganjil" atau "jika $x \geq 0$" yang memilih aturan mana yang dipakai.

Gambar 1.20 merangkum langkah mengerjakan definisi buatan. Langkah paling penting adalah langkah 1: membaca dengan lambat. Banyak siswa langsung menghitung setelah melihat rumus, lalu baru sadar ada syarat yang terlewat.



Gambar 1.20 Langkah mengerjakan definisi buatan: baca, periksa cabang, substitusi tertib, hitung, dan cek ulang. Bila hasilnya dipakai lagi oleh definisi, ulangi dari langkah 1.

Huruf di dalam definisi adalah **tempat kosong** (posisi). Pada $a \oplus b = 2a - b$, huruf a berarti "bilangan yang ditulis di sebelah **kiri** lambang", dan b berarti "bilangan di sebelah **kanan**". Jadi untuk menghitung $3 \oplus 5$, bilangan 3 menempati semua tempat a, dan bilangan 5 menempati semua tempat b: $3 \oplus 5 = 2 \times 3 - 5 = 1$ (lihat Gambar 1.21). Bila urutannya ditukar, $5 \oplus 3 = 2 \times 5 - 3 = 7$. Hasilnya berbeda, karena aturan memperlakukan posisi kiri dan kanan secara berbeda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 1.21 Bilangan pertama mengisi semua tempat a, bilangan kedua mengisi semua tempat b. Menukar urutan dapat mengubah hasil.

Cara membaca posisi ini juga berlaku untuk definisi yang berbentuk susunan atau gambar, seperti soal UTBK-SNBT 2025 nomor 16. Di sana, setiap huruf menempati tempat tertentu di dalam kurung. Langkah pertama adalah mencocokkan tempat: bilangan apa yang berada di posisi x, di posisi t, dan seterusnya. Sebaiknya tulis pasangan itu satu per satu, misalnya "$x = \ldots, t = \ldots$", sebelum menghitung apa pun.

Definisi buatan tidak selalu berupa lambang operasi. Soal dapat juga mendefinisikan sebuah **ukuran** baru. Contohnya "jarak taksi" antara titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) pada peta jalan berpetak, yang didefinisikan sebagai $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$, yaitu panjang jalan mendatar ditambah panjang jalan tegak yang harus ditempuh sebuah taksi karena tidak dapat menembus gedung. Untuk titik $(1, 2)$ dan $(4, -2)$, jarak taksinya $|1 - 4| + |2 - (-2)| = 3 + 4 = 7$. Ukuran ini berbeda dari jarak lurus yang kamu kenal, tetapi cara mengerjakannya sama: baca definisinya, tempatkan setiap koordinat di posisinya, lalu hitung. Soal jarak vertikal dan jarak horizontal di UTBK-SNBT 2024 memakai pola yang sama.

Ada pula definisi yang hanya punya **satu masukan**, seperti $T(n)$ di bagian 3, dan definisi yang punya **dua masukan atau lebih**, seperti $a \oplus b$. Definisi satu masukan bekerja seperti fungsi $f(x)$: satu bilangan masuk, satu bilangan keluar. Definisi dua masukan bekerja seperti tanda $+$ atau $\times$: dua bilangan masuk, satu bilangan keluar. Kenali dulu berapa masukan yang diminta definisi, supaya kamu tidak salah menempatkan bilangan.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Untuk setiap bilangan bulat a dan b didefinisikan $a * b = a^2 - 3b$. Hitunglah $4 * 2$ dan $2 * 4$.

1. Baca definisinya: posisi kiri dikuadratkan, posisi kanan dikali 3, lalu dikurangkan.
2. Untuk $4 * 2$: $a = 4$ dan $b = 2$. Substitusi: $4^2 - 3 \times 2 = 16 - 6 = 10$.
3. Untuk $2 * 4$: $a = 2$ dan $b = 4$. Substitusi: $2^2 - 3 \times 4 = 4 - 12 = -8$.
4. Cek ulang posisi: pada langkah 2, bilangan yang dikuadratkan adalah bilangan di kiri lambang (4). Pada langkah 3, bilangan kiri adalah 2. Posisinya benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi $4 * 2 = 10$ dan $2 * 4 = -8$.

2. Substitusi tertib dan operasi bertingkat

Soal sering memuat operasi buatan yang **bertingkat**, yaitu hasil sebuah operasi dipakai lagi sebagai masukan. Aturannya sama dengan urutan operasi biasa: **kerjakan kurung yang paling dalam lebih dulu**. Tulis hasil setiap tingkat di baris sendiri, lalu pakai hasil itu sebagai bilangan baru. Jangan mencoba mengerjakan dua tingkat sekaligus di kepala.

Saat menyubstitusi bilangan negatif atau bentuk yang memuat operasi, selalu tulis di dalam kurung. Misalnya, bila $a * b = a^2 - 3b$ dan kita menghitung $(-2) * (-1)$, tulis $(-2)^2 - 3(-1) = 4 + 3 = 7$. Tanpa kurung, tulisan $-2^2 - 3 - 1$ akan memberi hasil yang sama sekali berbeda.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Untuk setiap bilangan bulat a dan b didefinisikan $a \triangle b = ab + a - b$. Hitunglah $(2 \triangle 3) \triangle 1$ dan $2 \triangle (3 \triangle 1)$.

1. Bentuk pertama, kurung dulu: $2 \triangle 3 = 2 \times 3 + 2 - 3 = 6 + 2 - 3 = 5$.
2. Pakai hasilnya sebagai posisi kiri: $5 \triangle 1 = 5 \times 1 + 5 - 1 = 5 + 5 - 1 = 9$.
3. Bentuk kedua, kurung dulu: $3 \triangle 1 = 3 \times 1 + 3 - 1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
4. Pakai hasilnya sebagai posisi kanan: $2 \triangle 5 = 2 \times 5 + 2 - 5 = 10 + 2 - 5 = 7$.
5. Cek ulang setiap tingkat dengan menulis ulang posisi a dan b: pada langkah 2, $a = 5$ dan $b = 1$; pada langkah 4, $a = 2$ dan $b = 5$. Benar.

Jadi $(2 \triangle 3) \triangle 1 = 9$, sedangkan $2 \triangle (3 \triangle 1) = 7$. Letak kurung mengubah hasil. Artinya operasi $\triangle$ **tidak asosiatif**, berbeda dengan penjumlahan biasa. Pada operasi buatan, kamu tidak boleh memindahkan kurung sesuka hati.

3. Definisi bercabang

Definisi bercabang memberi beberapa aturan sekaligus, masing-masing dengan syarat. Contoh berikut memakai huruf T sebagai lambang (dibaca "T dari n"):

$$T(n) = \begin{cases} \dfrac{n}{2}, & \text{jika } n \text{ genap} \\ 3n + 1, & \text{jika } n \text{ ganjil} \end{cases}$$

Untuk setiap masukan, **hanya satu cabang yang berlaku**. Cara memilihnya: periksa syarat setiap cabang dengan **nilai masukan yang sebenarnya**, bukan dengan bentuk tulisannya. Pada $T(1 + 3)$, misalnya, masukannya adalah 4 (genap), bukan "1 dan 3 yang ganjil". Jadi hitung dulu masukannya, baru tentukan cabangnya.

Syarat yang sering dipakai: **genap/ganjil**, **positif/negatif/nol**, dan **lebih dari/kurang dari** sebuah bilangan. Perhatikan bilangan di perbatasan. Bilangan 0 termasuk genap dan termasuk "tidak negatif", tetapi bukan "positif". Bila syaratnya "$x \geq 0$", bilangan 0 masuk; bila "$x > 0$", bilangan 0 tidak masuk. Bilangan negatif juga punya paritas: -2 genap dan -3 ganjil.

Pada definisi bercabang yang bertingkat, cabang harus dipilih ulang **di setiap tingkat**. Hasil

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tingkat pertama bisa saja masuk ke cabang yang berbeda.

Definisi bercabang yang baik mencakup **semua** bilangan di daerah berlakunya, dan setiap bilangan hanya masuk ke **satu** cabang. Kamu dapat memeriksanya sendiri. Misalnya, definisi dengan cabang "ganjil", "genap tidak negatif", dan "genap negatif" mencakup semua bilangan bulat: setiap bilangan bulat ganjil masuk cabang pertama, dan setiap bilangan genap masuk tepat salah satu dari dua cabang lainnya, tergantung tandanya. Pemeriksaan ini berguna untuk menghindari kebingungan pada bilangan di perbatasan, seperti 0: bilangan 0 genap dan tidak negatif, jadi masuk cabang kedua. Bila sebuah cabang berbentuk pecahan, periksa juga apakah penyebutnya bisa bernilai nol untuk masukan di cabang itu. Biasanya pembuat soal sudah memastikan hal itu tidak terjadi, tetapi kebiasaan memeriksa membuat kamu lebih teliti.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Dengan definisi $T(n)$ di atas, hitunglah $T(T(T(7)))$.

1. Tingkat paling dalam: $T(7)$. Bilangan 7 ganjil, jadi pakai cabang kedua: $3 \times 7 + 1 = 22$.
2. Tingkat kedua: $T(22)$. Bilangan 22 genap, jadi pakai cabang pertama: $\dfrac{22}{2} = 11$.
3. Tingkat ketiga: $T(11)$. Bilangan 11 ganjil, jadi cabang kedua: $3 \times 11 + 1 = 34$.
4. Cek ulang cabang di setiap tingkat: 7 ganjil, 22 genap, 11 ganjil. Cabang yang dipakai berganti-ganti, sesuai paritas masukan masing-masing.

Jadi $T(T(T(7))) = 34$. Kesalahan yang sering terjadi adalah memakai cabang yang sama untuk semua tingkat karena masukan awalnya ganjil.

Syarat berupa tanda bilangan. Definisi bercabang juga dapat memakai tanda bilangan sebagai syarat. Untuk setiap bilangan bulat x, misalkan didefinisikan

$$\{x\} = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{jika } x \geq 0 \\ 2x + 3, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Lambang kurung kurawal di sini bukan kurung biasa; artinya hanya yang diberikan definisi.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Dengan definisi $\{x\}$ di atas, hitunglah $\{1 - \{2\}\}$ dan $\{\{-1\}\}$.

1. Bentuk pertama, bagian dalam: $\{2\}$. Karena $2 \geq 0$, pakai cabang pertama: $2^2 - 1 = 3$.
2. Hitung masukan tingkat luar: $1 - \{2\} = 1 - 3 = -2$. Alasannya: masukan luar adalah seluruh bentuk $1 - \{2\}$, bukan hanya 1.
3. Tingkat luar: $\{-2\}$. Karena $-2 < 0$, pakai cabang kedua: $2(-2) + 3 = -4 + 3 = -1$.
4. Bentuk kedua, bagian dalam: $\{-1\}$. Karena $-1 < 0$, cabang kedua: $2(-1) + 3 = 1$.
5. Tingkat luar: $\{1\}$. Karena $1 \geq 0$, cabang pertama: $1^2 - 1 = 0$.
6. Cek ulang cabang: 2 (tidak negatif), -2 (negatif), -1 (negatif), 1 (tidak negatif). Setiap cabang dipilih dari nilai masukan sebenarnya.

Jadi $\{1 - \{2\}\} = -1$ dan $\{\{-1\}\} = 0$. Pengecoh yang mungkin: menghitung $\{1\} - \{2\}$ (memecah masukan luar), yang memberi $0 - 3 = -3$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

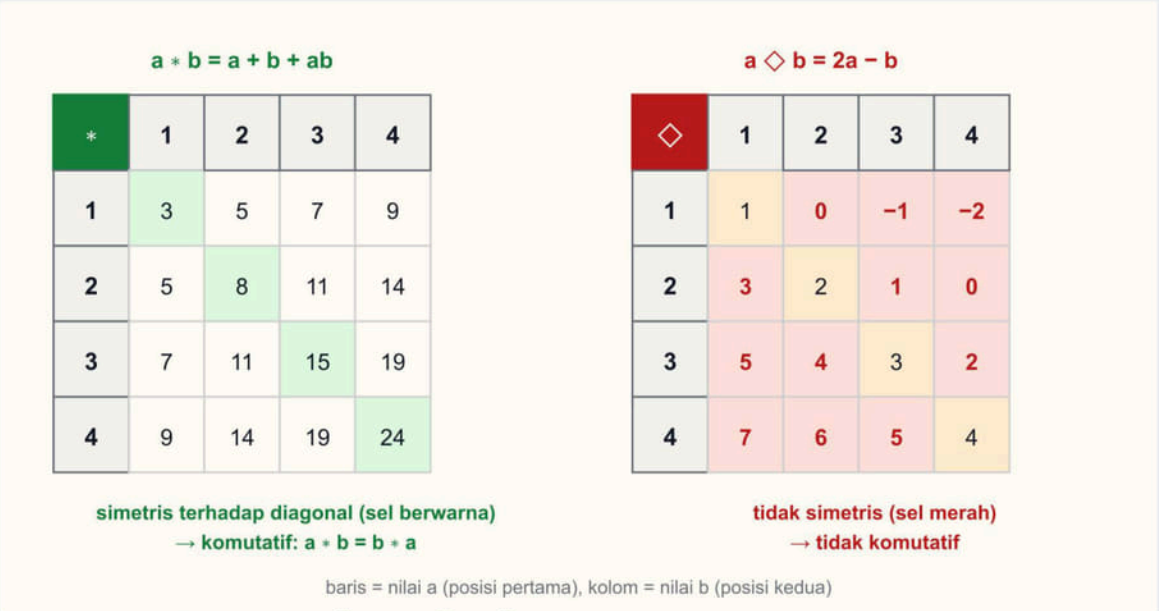
4. Menguji sifat operasi baru

Kadang soal tidak meminta hasil hitungan, tetapi menanyakan **sifat** operasi baru, misalnya "apakah $a * b = b * a$ untuk setiap a dan b?". Ini adalah pernyataan "selalu" seperti di sub bab 1.1, jadi berlaku cara yang sama: **satu contoh penyangkal sudah cukup untuk membantah, tetapi untuk membuktikan perlu alasan umum**.

Tiga sifat yang paling sering diuji:

1. **Komutatif**: $a * b = b * a$ untuk semua a, b. Ujinya: tulis $a * b$ dan $b * a$ dengan aturan, lalu bandingkan bentuk aljabarnya.
2. **Asosiatif**: $(a * b) * c = a * (b * c)$ untuk semua a, b, c. Contoh terselesaikan 2 menunjukkan operasi yang tidak asosiatif.
3. **Unsur identitas**: bilangan e yang memenuhi $a * e = a$ untuk semua a, seperti 0 untuk penjumlahan dan 1 untuk perkalian.

Tabel operasi membantu melihat sifat komutatif (lihat Gambar 1.22). Tulis nilai a di baris dan nilai b di kolom, lalu isi setiap sel dengan $a * b$. Bila operasinya komutatif, tabelnya **simetris** terhadap diagonal: sel di baris 2 kolom 3 sama dengan sel di baris 3 kolom 2. Pada Gambar 1.22, operasi $a * b = a + b + ab$ simetris, sedangkan $a \diamond b = 2a - b$ tidak.



Gambar 1.22 Kiri: tabel $a * b = a + b + ab$ simetris terhadap diagonal, jadi komutatif. Kanan: tabel $a \diamond b = 2a - b$ tidak simetris (sel merah), jadi tidak komutatif.

Tabel hanya memuat beberapa bilangan, jadi tabel yang simetris **belum membuktikan** sifat komutatif untuk semua bilangan; tabel hanya memberi dugaan. Sebaliknya, satu pasang sel yang tidak simetris sudah cukup menjadi contoh penyangkal.

Untuk sifat asosiatif, urutan kerja yang hemat adalah **mencoba bilangan dulu**. Pilih tiga bilangan kecil yang berbeda, misalnya 1, 2, dan 3, lalu hitung $(1 * 2) * 3$ dan $1 * (2 * 3)$. Bila hasilnya berbeda, selesai: operasi itu tidak asosiatif. Bila hasilnya sama, barulah buktikan dengan bentuk aljabar umum seperti Contoh terselesaikan 5. Hindari memilih 0 atau

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

bilangan yang sama untuk ketiga posisi saat mencari contoh penyangkal, karena bilangan seperti itu sering membuat kedua ruas kebetulan sama.

Unsur identitas juga diuji dengan hati-hati. Bilangan e disebut identitas bila $a * e = a$ **dan** $e * a = a$ untuk **setiap** a. Bila operasinya tidak komutatif, kedua syarat harus diperiksa terpisah. Pada $a \diamond b = 2a - b$, misalnya, $a \diamond e = a$ memberi $2a - e = a$, sehingga $e = a$. Nilai e ini berubah-ubah mengikuti a, jadi tidak ada satu bilangan identitas yang berlaku untuk semua a.

Fungsi yang disusun juga dapat dipandang sebagai "operasi" pada fungsi. Bila $f(x) = x + 1$ dan $g(x) = 2x$, maka $f(g(x)) = 2x + 1$, sedangkan $g(f(x)) = 2(x + 1) = 2x + 2$. Urutan penyusunan mengubah hasil, sama seperti operasi yang tidak komutatif. Topik ini dibahas lengkap di sub bab 2.5.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Untuk setiap bilangan real a dan b didefinisikan $a * b = a + b + ab$. Periksa apakah operasi ini komutatif dan asosiatif, lalu tentukan unsur identitasnya.

1. Komutatif. $b * a = b + a + ba$. Karena $a + b = b + a$ dan $ab = ba$, bentuk ini sama dengan $a * b$. Jadi operasinya **komutatif** untuk semua a, b, bukan hanya untuk bilangan di tabel.
2. Asosiatif, ruas kiri.
   $(a * b) * c = (a + b + ab) + c + (a + b + ab)c = a + b + c + ab + ac + bc + abc$.
3. Asosiatif, ruas kanan.
   $a * (b * c) = a + (b + c + bc) + a(b + c + bc) = a + b + c + ab + ac + bc + abc$.
   Kedua ruas sama, jadi operasinya **asosiatif**.
4. Unsur identitas. Cari e dengan $a * e = a$: $a + e + ae = a$, sehingga $e + ae = 0$, yaitu $e(1 + a) = 0$. Agar berlaku untuk semua a, haruslah $e = 0$. Periksa:
   $a * 0 = a + 0 + 0 = a$.
5. Cek ulang asosiatif dengan bilangan: $(1 * 2) * 3 = 5 * 3 = 5 + 3 + 15 = 23$ dan $1 * (2 * 3) = 1 * 11 = 1 + 11 + 11 = 23$. Cocok.

Jadi $*$ komutatif, asosiatif, dan unsur identitasnya 0. Ada cara melihat yang lebih ringkas: $a + b + ab = (a + 1)(b + 1) - 1$. Operasi ini sebenarnya perkalian biasa yang "digeser satu", sehingga mewarisi sifat-sifat perkalian.

Ringkasan

- Definisi buatan = daerah berlaku + lambang + aturan + syarat. Lambang hanya berarti apa yang didefinisikan.
- Huruf dalam definisi adalah posisi: bilangan pertama mengisi semua tempat huruf pertama. Substitusi selalu dengan kurung.
- Operasi bertingkat: kerjakan yang paling dalam dulu, tulis hasil setiap tingkat.
- Definisi bercabang: hitung nilai masukan dulu, lalu pilih tepat satu cabang; pilih ulang di setiap tingkat. Perhatikan 0 dan bilangan negatif.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- Sifat operasi baru: satu contoh penyangkal membantah, bukti perlu bentuk aljabar umum. Tabel simetris = dugaan komutatif.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Garis bawahi syarat.** Sebelum menghitung, tandai kata "jika", "untuk", "ganjil", "genap", "negatif", dan tanda $\geq$ atau $>$.
2. **Tulis pasangan posisi.** Untuk setiap perhitungan, tulis "$a = \ldots, b = \ldots$" lebih dulu. Untuk definisi berbentuk susunan, tulis setiap huruf dan bilangan di posisinya.
3. **Satu tingkat satu baris.** Pada operasi bertingkat, tulis hasil setiap tingkat di baris sendiri, lalu periksa cabang untuk hasil itu.
4. **Pakai contoh yang diberikan soal.** Bila soal memberi contoh perhitungan (seperti "jarak vertikal titik A adalah 2"), hitung ulang contoh itu dengan pemahamanmu. Bila hasilnya cocok, pemahamanmu tentang definisi sudah benar.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Urutan posisi tertukar	$3 \oplus 5 = 2 \times 5 - 3$	$2 \times 3 - 5 = 1$
Salah memilih cabang	$T(22) = 3 \times 22 + 1$ karena awalnya 7 ganjil	22 genap: $T(22) = 11$
Memecah masukan luar	$\{1 - \{2\}\} = \{1\} - \{2\}$	hitung $1 - \{2\} = -2$ dulu, lalu $\{-2\}$
Menganggap lambang berarti operasi biasa	$a \oplus b$ dianggap $a + b$	pakai aturan dari definisi
Memindahkan kurung	$(2 \triangle 3) \triangle 1 = 2 \triangle (3 \triangle 1)$	tidak sama: $9 \neq 7$
Lupa 0 dan negatif pada syarat	"0 tidak genap, jadi pakai cabang ganjil"	0 genap; -4 genap negatif

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 16 memuat operasi dengan susunan enam bilangan di dalam kurung yang tidak biasa. Abaikan bentuk kurungnya yang aneh dan fokus pada posisi: cocokkan setiap bilangan di susunan kuantitas P dengan huruf di posisi yang sama pada definisi. Setelah substitusi, sebagian besar bilangan hilang dan tersisa bentuk sederhana yang masih memuat a. Syarat "a bilangan prima" kemudian dipakai untuk menentukan nilai terkecil yang mungkin, lalu dibandingkan dengan Q. Pastikan juga tanda setiap faktor, karena salah satu faktornya berupa selisih.

Rujukan: soal nomor 16 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 5 memuat definisi bercabang $[x)$ dengan tiga cabang: ganjil, genap tidak negatif, dan genap negatif. Kerjakan seperti Contoh terselesaikan 4: hitung kurung dalam dulu, tentukan cabangnya dari nilai masukan, lalu hitung masukan tingkat luar sebagai satu bilangan utuh. Periksa cabang ulang untuk masukan luar, karena hasil dalam bisa membuat masukan luar menjadi negatif. Perhatikan juga cabang ganjil berbentuk pecahan; pastikan penyebutnya tidak nol untuk masukan yang kamu pakai.

Rujukan: soal nomor 5 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 5 dan 6 mendefinisikan jarak vertikal dan jarak horizontal sebuah titik ke garis. Langkah pertama adalah menghitung ulang contoh yang diberikan di soal (titik A dan B, atau P dan Q) agar kamu yakin bagaimana definisi dipakai. Setelah itu, hitung jarak setiap titik dengan menyubstitusi koordinatnya ke posisi x_0 dan y_0 dengan teliti, ingat bahwa nilai mutlak tidak pernah negatif, lalu hitung rata-ratanya. Pada nomor 6, perhatikan bahwa persamaan garisnya berbentuk $x = ay + b$, sehingga peran x dan y bertukar dibandingkan nomor 5.

Rujukan: soal nomor 5 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Rujukan: soal nomor 6 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji apakah urutan penyusunan dua fungsi dapat ditukar, sama seperti menguji sifat komutatif pada operasi buatan. Kerjakan setiap pernyataan terpisah dan tulis posisi setiap fungsi dengan teliti.

►. Fungsi f dan g pada bilangan real didefinisikan dengan $f(x) = x - 3$ dan $g(x) = x^2 + 2x$.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
$(f \circ g)(2) = 5$	○	○
$(g \circ f)(2) = 5$	○	○
$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ hanya dipenuhi oleh $x = 1$	○	○

Pembahasan **Kunci: 1B 2S 3B**

Yang diketahui: $f(x) = x - 3, g(x) = x^2 + 2x$. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep – Fungsi komposisi. $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$: kerjakan g **lebih dulu**, hasilnya dimasukkan ke f. Sebaliknya $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$: kerjakan f lebih dulu.
Contoh kecil: $h(x) = x + 1, k(x) = x^2$. $(h \circ k)(2) = h(4) = 5$, sedangkan $(k \circ h)(2) = k(3) = 9$. Urutan mengubah hasil.

Langkah penyelesaian (susun rumusnya):
1. $(f \circ g)(x) = f(x^2 + 2x) = x^2 + 2x - 3$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. $(g \circ f)(x) = g(x-3) = (x-3)^2 + 2(x-3) = x^2 - 6x + 9 + 2x - 6 = x^2 - 4x + 3$.

Pernyataan 1 – Benar. $(f \circ g)(2) = 2^2 + 2(2) - 3 = 4 + 4 - 3 = 5$. Cek bertahap: $g(2) = 4 + 4 = 8$, lalu $f(8) = 8 - 3 = 5$ ✓.

Pernyataan 2 – Salah. $(g \circ f)(2)$: $f(2) = 2 - 3 = -1$, lalu $g(-1) = (-1)^2 + 2(-1) = 1 - 2 = -1$. Jadi $(g \circ f)(2) = -1$, bukan 5.
Cek dengan rumus: $4 - 8 + 3 = -1$ ✓.
Jebakan: mengira $f \circ g$ dan $g \circ f$ selalu sama, sehingga memakai hasil pernyataan 1.

Pernyataan 3 – Benar. $x^2 + 2x - 3 = x^2 - 4x + 3$. Kurangi kedua ruas dengan x^2: $2x - 3 = -4x + 3 \to 6x = 6 \to x = 1$. Suku x^2 hilang, sehingga persamaannya linear dan hanya punya satu penyelesaian.
Cek: $(f \circ g)(1) = 1 + 2 - 3 = 0$ dan $(g \circ f)(1) = 1 - 4 + 3 = 0$ ✓.
Jebakan: mengira persamaan yang memuat x^2 pasti mempunyai dua penyelesaian.

Cek ulang: ketiga hasil diperiksa dengan rumus dan dengan menghitung bertahap ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

✎ LATIHAN

Soal berikut memuat definisi fungsi dengan satu bilangan yang belum diketahui. Tentukan bilangan itu dari informasi yang diberikan, lalu substitusi dari dalam ke luar.

1. Fungsi f dan g didefinisikan dengan $f(x) = 2x + a$ dan $g(x) = x^2 - 1$, dengan a bilangan real. Diketahui $f(1) = -5$.

P	Q
$f(g(2))$	$g(f(2))$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Kunci singkat: 1. B

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Pada definisi $a \oplus b = 2a - b$, mengapa $3 \oplus 5$ tidak sama dengan $5 \oplus 3$?
2. Pada definisi bercabang, mengapa cabang harus dipilih ulang di setiap tingkat?
3. Untuk membuktikan sebuah operasi **tidak** komutatif, berapa contoh yang kamu perlukan? Bagaimana bila ingin membuktikan bahwa operasi itu komutatif?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 1.6: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-1.6

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 1

SNBTPK-KB1

Jumlah soal: 20 **Waktu anjuran:** 20 menit

Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 1 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-KB1

1. Diketahui m dan n bilangan bulat sehingga $m^2 + 3n$ merupakan bilangan ganjil.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang PASTI benar?

(1) $m - n$ genap
(2) mn genap
(3) m ganjil
(4) $m^2 + n^2$ ganjil

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

2. Diketahui a, b, dan c bilangan real yang tidak nol dengan $\frac{a}{b} < 0$ dan $bc > 0$.

Bentuk berikut yang nilainya PASTI negatif adalah . . .

A. $a + c$
B. $a^2 b$
C. $b^2 c$
D. abc
E. ac

3. Diketahui bilangan 588.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Faktorisasi prima dari 588 adalah $2^2 \times 3 \times 7^2$.
(2) Banyak faktor prima yang berbeda dari 588 adalah 3.
(3) Faktor prima terbesar dari 588 adalah 49.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(4) Bilangan asli terkecil k sehingga $588k$ merupakan bilangan kuadrat (seperti $4 = 2^2$, $9 = 3^2, 16 = 4^2$) adalah 3.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

4. Pada sebuah permainan kartu di kelas pada tahun 2027 (cerita fiktif), lima kartu bertuliskan bilangan berikut.

$-5, \quad -3, \quad -1, \quad 2, \quad 4$

Raka mengambil tepat tiga kartu, lalu mengalikan ketiga bilangan pada kartu itu. Hasil kalinya menjadi skor Raka.

Skor terbesar yang mungkin diperoleh Raka adalah . . .

A. 60
B. 40
C. 20
D. 12
E. -8

5. Diketahui x dan y bilangan bulat.

Apakah $x + y$ bilangan genap?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $x^2 + y^2$ genap
(2) xy ganjil

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Pada Januari 2027, harga tiket masuk sebuah museum naik 20% sehingga menjadi Rp54.000,00.

Harga tiket masuk museum itu sebelum naik adalah . . .

A. Rp34.000,00
B. Rp43.200,00
C. Rp45.000,00
D. Rp64.800,00
E. Rp67.500,00

7. Pada garis bilangan, jarak antara bilangan p dan q sama dengan $|p-q|$. Contohnya, jarak antara -2 dan 3 adalah $|-2-3| = |-5| = 5$.

Titik A terletak pada bilangan -7 dan titik B terletak pada bilangan 11. Bilangan x memenuhi syarat: jarak x ke A sama dengan **dua kali** jarak x ke B, yaitu $|x+7| = 2\,|x-11|$.

Jumlah semua bilangan x yang memenuhi syarat tersebut adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

8. Pada tahun 2027, sebuah tangki air sekolah berkapasitas 1.200 liter mula-mula terisi $\frac{3}{4}$ bagian. Pada pagi hari, air dipakai sebanyak $\frac{2}{5}$ dari isi tangki saat itu. Pada siang hari, tangki ditambah 180 liter air.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Air yang dipakai pada pagi hari adalah 480 liter.	○	○
Setelah ditambah pada siang hari, isi tangki adalah 60% dari kapasitasnya.	○	○
Dibandingkan isi tangki mula-mula, isi tangki setelah ditambah pada siang hari berkurang 20%.	○	○

9. Nilai x yang memenuhi $2^{x+1} \cdot 4^{x} = 32$ adalah . . .

A. 1
B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{3}{2}$
D. $\frac{5}{3}$
E. 2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

10. Diketahui $a = 2^{120}, b = 3^{80}$, dan $c = 7^{40}$.

Urutan ketiga bilangan tersebut dari yang terkecil sampai yang terbesar adalah . . .

A. $a < b < c$
B. $c < b < a$
C. $b < c < a$
D. $a < c < b$
E. $c < a < b$

11. Diketahui $p = 3 + \sqrt{8}$ dan $q = 3 - \sqrt{8}$.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $pq = 1$
(2) $p - q = 2\sqrt{2}$
(3) $\dfrac{1}{q} = p$
(4) $p^2 + q^2 = 36$

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

12. Perhatikan dua kuantitas berikut.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
$\sqrt{11} - \sqrt{10}$	$\sqrt{10} - 3$

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

13. Diketahui m dan n bilangan bulat positif.

Berapakah nilai $m + n$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $2^m \cdot 4^n = 1.024$
(2) $9^m \cdot 81^n = 3^{20}$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

14. Jika ${}^{2}\log x = 5$ dan ${}^{3}\log y = 2$, maka nilai $x + y$ adalah . . .

A. 41
B. 38
C. 34
D. 33
E. 16

15. Tiga lampu hias di sebuah taman berkedip secara teratur. Lampu merah berkedip setiap 6 detik, lampu kuning setiap 8 detik, dan lampu hijau setiap 10 detik. Ketiganya berkedip bersamaan tepat pukul 19.00.00.

Dari pukul 19.00.00 sampai pukul 19.10.00, berapa kali ketiga lampu berkedip bersamaan lagi? (Kedipan pukul 19.00.00 tidak dihitung; kedipan tepat pukul 19.10.00 dihitung.)

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

16. Banyak bilangan asli n dengan $1 \le n \le 100$ sehingga $n^2 + n + 1$ habis dibagi 7 adalah . . .

A. 14
B. 15
C. 28
D. 29
E. 30

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Dua bilangan asli a dan b mempunyai FPB (faktor persekutuan terbesar) 6 dan KPK (kelipatan persekutuan terkecil) 180.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) $a \times b = 1.080$
(2) Salah satu dari kedua bilangan itu mungkin 24.
(3) Nilai terkecil yang mungkin dari $a + b$ adalah 66.
(4) Bilangan a dan b mungkin sama-sama kelipatan 12.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

18. Untuk setiap bilangan bulat a dan b didefinisikan operasi
$a \oplus b = a^2 - ab + b$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
$(2 \oplus 3) \oplus 1$	$2 \oplus (3 \oplus 1)$

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

19. Untuk setiap bilangan bulat a dan b didefinisikan operasi $\triangle$ sebagai berikut.
• $a \triangle b = 2a - b$, jika $a \geq b$;
• $a \triangle b = a + 2b$, jika $a < b$.
Contoh: $4 \triangle 1 = 2 \times 4 - 1 = 7$ (karena $4 \geq 1$), sedangkan $1 \triangle 4 = 1 + 2 \times 4 = 9$ (karena $1 < 4$).

Nilai $(3 \triangle 5) \triangle 7$ adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Untuk setiap bilangan real a dan b didefinisikan operasi
$a \diamond b = a^2 - b$.
Contoh: $3 \diamond 2 = 3^2 - 2 = 7$.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $a \diamond b = b \diamond a$ untuk setiap bilangan real a dan b.
(2) $(-3) \diamond 4 = 5$
(3) Jika $x \diamond 5 = 11$, maka $x = 4$.
(4) Terdapat tepat dua bilangan real x yang memenuhi $x \diamond x = 0$.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	1, 2, 3, 4, 5, 18, 19, 20	___ / 8	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	6, 7, 8	___ / 3	Ulangi hlm. 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	9, 10, 11, 12, 13, 14	___ / 6	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	15, 16, 17	___ / 3	Ulangi hlm. 110

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai UTBK-SNBT.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 2 · Aljabar dan Fungsi

SNBTPK-B2

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- memfaktorkan dan menyelesaikan persamaan serta pertidaksamaan kuadrat
- membuat dan menyelesaikan sistem persamaan linear dari soal cerita
- memakai fungsi, komposisi, invers, dan matriks 2 × 2
- menemukan rumus suku dan jumlah barisan aritmetika dan geometri

Peta bab

Sub bab	Judul
2.1	Faktorisasi dan Manipulasi Aljabar
2.2	Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar
2.3	Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan
2.4	Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel
2.5	Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers
2.6	Matriks Ordo 2 × 2
2.7	Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri

Bab 2 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-B2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.1 · Faktorisasi dan Manipulasi Aljabar

SNBTPK-2.1

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT jarang meminta "faktorkan bentuk ini" secara terang-terangan. Namun, hampir setiap soal aljabar di bab ini diam-diam memakai keterampilan memfaktorkan dan mengubah bentuk aljabar. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 6 (Simulasi 2 nomor 6), misalnya, baru dapat diselesaikan setelah sebuah persamaan kuadrat difaktorkan. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 5 dan nomor 7 (Simulasi 3 nomor 5 dan 7) menjadi jauh lebih ringan bila kamu mengenali bentuk kuadrat sempurna seperti $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$. Paket prediksi juga sering memberi $x + y$ dan xy, lalu menanyakan $x^2 + y^2$ tanpa memberi nilai x dan y masing-masing.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- mengalikan dua bentuk suku dua dan memakai bentuk istimewa $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, dan $a^2 - b^2$;
- memfaktorkan bentuk $x^2 + bx + c$ dan $ax^2 + bx + c$ beserta alasan setiap langkahnya;
- menyederhanakan pecahan aljabar dengan memfaktorkan, termasuk menulis syarat penyebut tidak nol;
- menghitung bentuk seperti $x^2 + y^2$ dari nilai $x + y$ dan xy.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai bentuk aljabar dari sub bab 0.2. Ingat kembali tiga hal berikut.

1. **Suku sejenis** adalah suku yang variabel dan pangkatnya sama. Hanya suku sejenis yang boleh dijumlahkan: $5x + 3x = 8x$, tetapi $5x + 3$ tidak dapat digabung.
2. **Sifat distributif**: setiap suku di dalam kurung dikalikan dengan bilangan di luar kurung. Contoh: $3(2x + 5) = 6x + 15$ dan $-2(3x - 4) = -6x + 8$. Perhatikan tanda suku kedua pada contoh kedua: negatif dikali negatif menjadi positif.
3. **Kotak perkalian**: $(x + 2)(x + 3)$ dihitung dengan mengalikan setiap suku kurung pertama dengan setiap suku kurung kedua, yaitu $x \cdot x + x \cdot 3 + 2 \cdot x + 2 \cdot 3 = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$.

Satu fakta dari sub bab 0.1 juga sering dipakai: **hasil kali dua bilangan positif bila tandanya sama, dan negatif bila tandanya berbeda.** Fakta ini menjadi kunci saat mencari pasangan bilangan untuk memfaktorkan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Mengalikan dua bentuk suku dua

Bentuk seperti $x + 4$ atau $2x - 3$ disebut **suku dua**, karena terdiri atas dua suku. Mengalikan dua suku dua adalah perluasan sifat distributif. Pada $(2x - 3)(x + 4)$, kita boleh menganggap $(2x - 3)$ sebagai satu bilangan yang dikalikan ke setiap suku $(x + 4)$:

$$(2x - 3)(x + 4) = (2x - 3) \cdot x + (2x - 3) \cdot 4.$$

Setiap bagian lalu dijabarkan lagi dengan sifat distributif. Hasil akhirnya sama dengan mengalikan **setiap suku kurung pertama dengan setiap suku kurung kedua**. Dua suku kali dua suku memberi empat hasil kali, persis empat kotak pada kotak perkalian di sub bab 0.2. Karena itu, tidak ada suku yang boleh terlewat: bila kamu hanya mendapat tiga hasil kali, pasti ada satu kotak yang lupa diisi.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Jabarkan $(2x - 3)(x + 4)$.

1. Kalikan suku pertama kurung kiri dengan kedua suku kurung kanan: $2x \cdot x = 2x^2$ dan $2x \cdot 4 = 8x$. Alasannya: setiap suku kiri harus bertemu setiap suku kanan.
2. Kalikan suku kedua kurung kiri, yaitu -3 beserta tandanya, dengan kedua suku kurung kanan: $(-3) \cdot x = -3x$ dan $(-3) \cdot 4 = -12$.
3. Kumpulkan empat hasil kali: $2x^2 + 8x - 3x - 12$.
4. Gabungkan suku sejenis $8x - 3x = 5x$. Hasilnya $2x^2 + 5x - 12$.
5. Cek ulang dengan memilih $x = 1$. Bentuk awal: $(2 - 3)(1 + 4) = (-1)(5) = -5$. Bentuk akhir: $2 + 5 - 12 = -5$. Sama.

Jadi $(2x - 3)(x + 4) = 2x^2 + 5x - 12$.

2. Bentuk istimewa: kuadrat jumlah, kuadrat selisih, dan selisih dua kuadrat

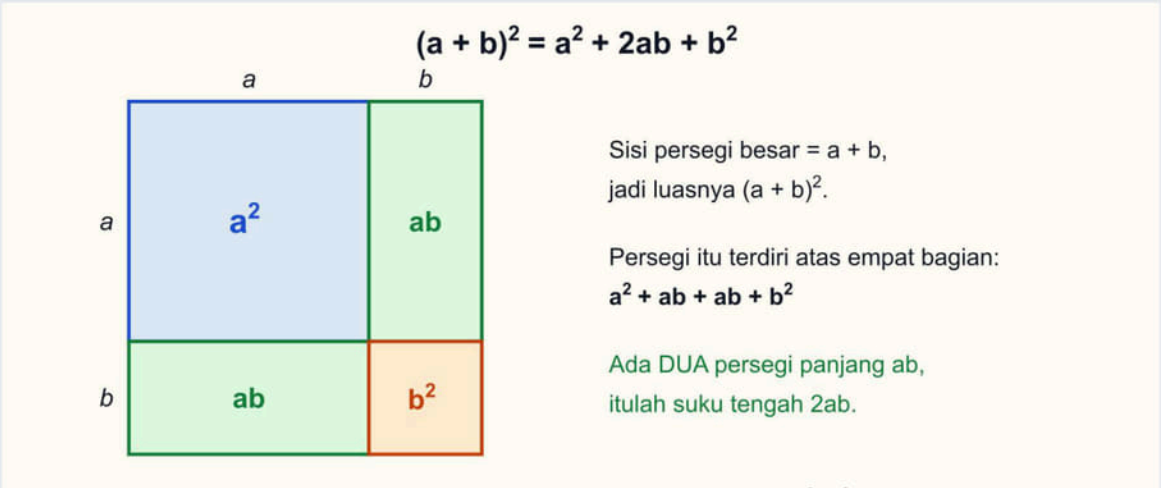
Tiga perkalian muncul begitu sering sehingga layak dikenali sebagai "bentuk istimewa".

Kuadrat jumlah. $(a + b)^2$ berarti $(a + b)(a + b)$. Dengan mengalikan setiap suku dengan setiap suku, kita mendapat $a^2 + ab + ba + b^2$. Karena ab dan ba sama, hasilnya

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Gambar 2.1 menunjukkan alasan yang sama dengan luas. Persegi bersisi $a + b$ dipotong menjadi empat bagian: satu persegi a^2, satu persegi b^2, dan **dua** persegi panjang berukuran $a \times b$. Dua persegi panjang inilah suku tengah $2ab$. Kesalahan paling terkenal dalam aljabar adalah menulis $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, yaitu melupakan kedua persegi panjang itu. Dengan bilangan, kesalahan ini terlihat: $(2 + 3)^2 = 25$, sedangkan $2^2 + 3^2 = 13$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.1 Kuadrat jumlah sebagai luas. Persegi bersisi $a + b$ terdiri atas a^2, b^2, dan dua persegi panjang ab.

Kuadrat selisih. Dengan cara yang sama,
$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2$, sehingga

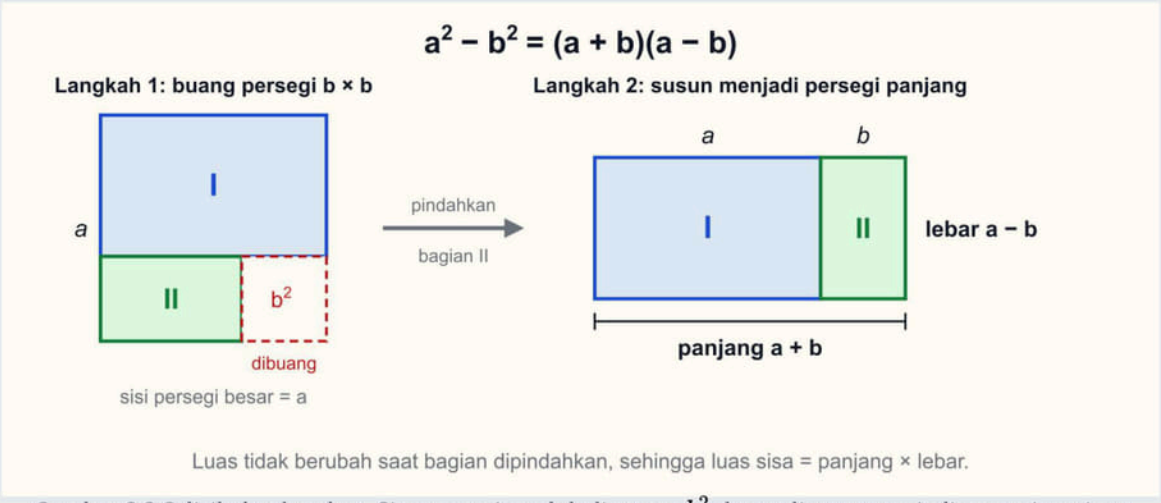
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Perhatikan bahwa suku terakhir tetap $+b^2$, karena $(-b) \times (-b)$ bernilai positif. Hanya suku tengah yang bertanda negatif.

Selisih dua kuadrat. Perkalian $(a + b)(a - b)$ menghasilkan $a^2 - ab + ba - b^2$. Suku $-ab$ dan $+ba$ saling menghapus, sehingga

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Gambar 2.2 memperlihatkan alasannya. Dari persegi bersisi a kita buang persegi kecil bersisi b. Sisanya, yang luasnya $a^2 - b^2$, dipotong menjadi dua bagian lalu disusun ulang menjadi persegi panjang dengan panjang $a + b$ dan lebar $a - b$. Luas tidak berubah ketika potongan dipindahkan, jadi $a^2 - b^2$ sama dengan $(a + b)(a - b)$.



Gambar 2.2 Selisih dua kuadrat. Sisa persegi setelah dipotong b^2 dapat disusun menjadi persegi panjang $(a + b) \times (a - b)$.

Bentuk istimewa ini bukan hanya untuk huruf. Bentuk ini juga membuat hitungan bilangan besar menjadi ringan, seperti pada contoh berikut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Hitunglah 98^2 dan 47×53 tanpa perkalian bersusun.

1. Tulis 98 sebagai $100 - 2$. Alasannya: kuadrat dari 100 dan dari 2 mudah dihitung.
2. Pakai kuadrat selisih dengan $a = 100$ dan $b = 2$:
   $98^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 10.000 - 400 + 4 = 9.604$.
3. Untuk 47×53, perhatikan bahwa kedua bilangan berjarak 3 dari 50: $47 = 50 - 3$ dan $53 = 50 + 3$.
4. Pakai selisih dua kuadrat: $(50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2.500 - 9 = 2.491$.
5. Cek ulang dengan taksiran: 98^2 sedikit kurang dari $100^2 = 10.000$, dan 47×53 sedikit kurang dari $50 \times 50 = 2.500$. Kedua hasil masuk akal.

Jadi $98^2 = 9.604$ dan $47 \times 53 = 2.491$.

3. Arti memfaktorkan dan faktor persekutuan

Memfaktorkan berarti menulis sebuah bentuk penjumlahan sebagai **hasil kali**. Memfaktorkan adalah kebalikan dari menjabarkan. Bila menjabarkan mengubah $3x(2x - 3)$ menjadi $6x^2 - 9x$, maka memfaktorkan mengubah $6x^2 - 9x$ kembali menjadi $3x(2x - 3)$. Bilangan 12 dapat ditulis 3×4; dengan cara yang sama, bentuk aljabar dapat ditulis sebagai perkalian bentuk-bentuk yang lebih sederhana.

Mengapa bentuk perkalian berguna? Karena perkalian memiliki sifat yang tidak dimiliki penjumlahan: **bila hasil kali dua bilangan sama dengan nol, salah satu bilangan itu pasti nol.** Sifat ini menjadi dasar menyelesaikan persamaan kuadrat di sub bab 2.2. Bentuk perkalian juga memudahkan kita mencoret faktor yang sama pada pecahan dan menentukan tanda sebuah bentuk pada pertidaksamaan di sub bab 2.3.

Cara memfaktorkan yang paling sederhana adalah mengeluarkan **faktor persekutuan**, yaitu faktor yang dimiliki semua suku. Pada $6x^2 - 9x$, kedua suku habis dibagi 3 dan keduanya memuat x. Jadi faktor persekutuannya $3x$, dan $6x^2 - 9x = 3x(2x - 3)$. Langkah ini adalah sifat distributif yang dibaca dari kanan ke kiri. Selalu periksa faktor persekutuan lebih dulu sebelum memakai cara lain, karena bentuknya menjadi lebih kecil dan lebih mudah diolah.

4. Memfaktorkan $x^2 + bx + c$

Mari kita lihat apa yang terjadi ketika dua bentuk $(x + p)$ dan $(x + q)$ dikalikan:

$$(x + p)(x + q) = x^2 + qx + px + pq = x^2 + (p + q)x + pq.$$

Hasil ini memberi kita resep memfaktorkan. Untuk memfaktorkan $x^2 + bx + c$, kita mencari dua bilangan p dan q yang memenuhi dua syarat sekaligus:

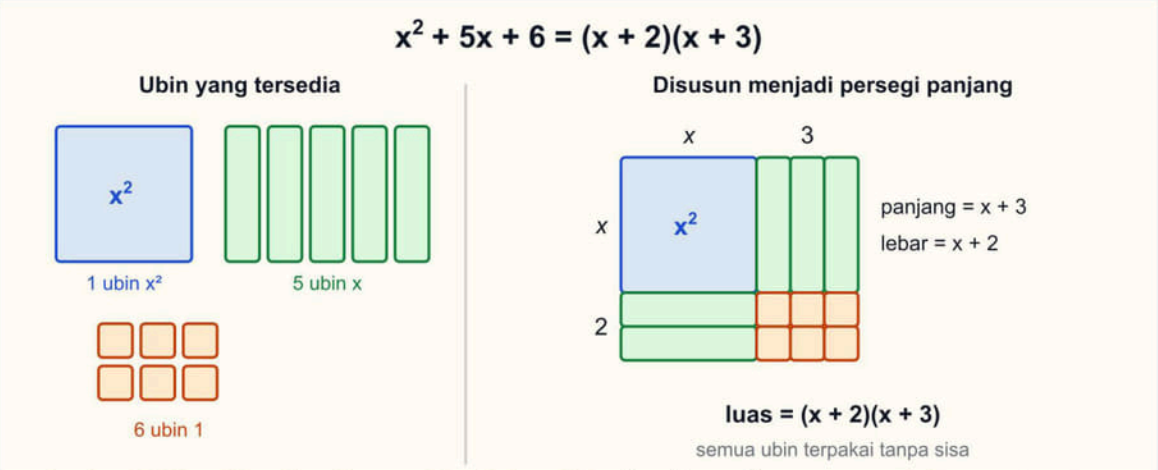
- **hasil kalinya** sama dengan konstanta c, karena $pq = c$;
- **jumlahnya** sama dengan koefisien x, yaitu b, karena $p + q = b$.

Setelah pasangan itu ditemukan, bentuknya menjadi $(x + p)(x + q)$.

Gambar 2.3 menunjukkan resep ini dengan ubin aljabar. Satu ubin x^2, lima ubin x, dan enam ubin satuan dapat disusun menjadi persegi panjang tanpa sisa. Sisi-sisi persegi panjang itu adalah $x + 2$ dan $x + 3$. Bilangan 2 dan 3 memang memenuhi resep di atas: $2 \times 3 = 6$ dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$2 + 3 = 5$.



Gambar 2.3 Memfaktorkan dengan ubin aljabar. Ubin $x^2 + 5x + 6$ tersusun menjadi persegi panjang berukuran $(x + 2) \times (x + 3)$.

Bila konstanta c negatif, kedua bilangan harus **berbeda tanda**, sebab hanya hasil kali bilangan berbeda tanda yang negatif. Bila c positif, kedua bilangan **bertanda sama**, dan tanda keduanya mengikuti tanda b. Cara paling aman untuk mencarinya adalah membuat tabel pasangan faktor c secara tertib, seperti pada Gambar 2.4 untuk $x^2 - x - 12$. Kita mendaftar semua pasangan bilangan bulat yang hasil kalinya -12, lalu menghitung jumlah setiap pasangan sampai menemukan jumlah -1. Pasangan yang cocok adalah 3 dan -4, sehingga $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$.

Memfaktorkan x² − x − 12: cari p × q = −12 dan p + q = −1

p	q	p × q	p + q	
1	−12	−12	−11	
−1	12	−12	11	
2	−6	−12	−4	
−2	6	−12	4	
3	**−4**	**−12**	**−1**	**← cocok**
−3	4	−12	1	

Pasangan yang cocok: 3 dan −4, jadi x² − x − 12 = (x + 3)(x − 4).

Hasil kali negatif berarti kedua bilangan berbeda tanda.

Gambar 2.4 Tabel pasangan faktor. Dari semua pasangan dengan hasil kali -12, hanya 3 dan -4 yang jumlahnya -1.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Faktorkan $x^2 - 7x + 12$.

1. Tentukan syarat pasangan: hasil kali 12 dan jumlah -7. Alasannya: bentuk $x^2 + bx + c$ difaktorkan dengan $pq = c$ dan $p + q = b$.
2. Hasil kali positif berarti kedua bilangan bertanda sama. Jumlahnya negatif, jadi keduanya negatif.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Daftar pasangan negatif dengan hasil kali 12: $(-1, -12)$ berjumlah -13; $(-2, -6)$ berjumlah -8; $(-3, -4)$ berjumlah -7. Pasangan ketiga cocok.
4. Tulis faktornya: $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$.
5. Cek ulang dengan menjabarkan:
   $(x - 3)(x - 4) = x^2 - 4x - 3x + 12 = x^2 - 7x + 12$. Sama.

Jadi $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$.

5. Memfaktorkan $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$

Bila koefisien x^2 bukan 1, resep di atas perlu sedikit diubah. Perhatikan perkalian berikut:

$$(2x - 1)(x + 3) = 2x^2 + 6x - x - 3 = 2x^2 + 5x - 3.$$

Suku tengah $5x$ berasal dari dua suku, yaitu $6x$ dan $-x$. Hasil kali koefisien kedua suku itu adalah $6 \times (-1) = -6$, sama dengan hasil kali koefisien pertama dan konstanta, $a \times c = 2 \times (-3) = -6$. Hal ini selalu terjadi, karena kedua hasil kali itu sama-sama berasal dari mengalikan keempat bilangan di dalam kedua kurung. Dari pengamatan ini lahir **cara memecah suku tengah**:

1. Hitung $a \times c$.
2. Cari dua bilangan yang hasil kalinya $a \times c$ dan jumlahnya b.
3. Pecah suku tengah bx menjadi dua suku memakai kedua bilangan itu.
4. Kelompokkan dua suku pertama dan dua suku terakhir, lalu keluarkan faktor persekutuan setiap kelompok. Bila langkah sebelumnya benar, kedua kelompok memiliki kurung yang sama.

Cara ini bekerja juga untuk $a = 1$, jadi kamu cukup menguasai satu cara untuk semua bentuk kuadrat.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Faktorkan $2x^2 + 5x - 3$.

1. Hitung $a \times c = 2 \times (-3) = -6$. Alasannya: kedua bilangan pemecah suku tengah harus memiliki hasil kali ini.
2. Cari dua bilangan dengan hasil kali -6 dan jumlah 5. Hasil kali negatif berarti tandanya berbeda. Pasangan 6 dan -1 cocok, karena $6 \times (-1) = -6$ dan $6 + (-1) = 5$.
3. Pecah suku tengah: $2x^2 + 6x - x - 3$.
4. Kelompokkan: $(2x^2 + 6x) + (-x - 3)$. Keluarkan $2x$ dari kelompok pertama dan -1 dari kelompok kedua: $2x(x + 3) - 1(x + 3)$.
5. Kedua kelompok memuat $(x + 3)$, jadi keluarkan faktor itu: $(x + 3)(2x - 1)$.
6. Cek ulang: $(2x - 1)(x + 3) = 2x^2 + 6x - x - 3 = 2x^2 + 5x - 3$. Sama.

Jadi $2x^2 + 5x - 3 = (2x - 1)(x + 3)$.

Perhatikan langkah 4. Pada kelompok kedua, kita mengeluarkan -1, bukan 1, supaya isi kurungnya menjadi $(x + 3)$ yang sama dengan kelompok pertama. Bila kamu mengeluarkan 1, isi kurungnya menjadi $(-x - 3)$ dan pengelompokan tampak gagal, padahal sebenarnya

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

hanya tandanya yang belum diatur.

6. Pecahan aljabar

Pecahan aljabar adalah pecahan yang pembilang atau penyebutnya memuat variabel, misalnya $\dfrac{x^2-9}{x^2+x-6}$. Menyederhanakan pecahan aljabar memakai prinsip yang sama dengan pecahan biasa. Pecahan $\dfrac{12}{18}$ disederhanakan dengan menulis $\dfrac{2\cdot 6}{3\cdot 6}$, lalu mencoret faktor 6 yang sama di atas dan di bawah, sehingga hasilnya $\dfrac{2}{3}$.

Kata kuncinya adalah **faktor**. Yang boleh dicoret hanyalah faktor, yaitu bagian yang dikalikan dengan seluruh sisa pembilang atau penyebut. Suku yang dijumlahkan tidak boleh dicoret. Pada $\dfrac{x+6}{x+3}$, misalnya, kita tidak boleh mencoret x menjadi $\dfrac{6}{3}=2$. Cobalah $x=1$: bentuk awal bernilai $\dfrac{7}{4}$, bukan 2. Karena itu, langkah pertama menyederhanakan pecahan aljabar **selalu** memfaktorkan pembilang dan penyebut.

Ada satu hal lagi. Pecahan tidak bermakna bila penyebutnya nol (sub bab 0.1). Nilai x yang membuat penyebut **awal** bernilai nol tetap dilarang, walaupun faktornya sudah dicoret. Syarat ini perlu ditulis, karena soal sering menanyakan nilai yang "tidak boleh" dipakai.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Sederhanakan $\dfrac{x^2-9}{x^2+x-6}$ dan tuliskan syaratnya.

1. Faktorkan pembilang dengan selisih dua kuadrat: $x^2-9=x^2-3^2=(x-3)(x+3)$.
2. Faktorkan penyebut: cari dua bilangan dengan hasil kali -6 dan jumlah 1, yaitu 3 dan -2. Jadi $x^2+x-6=(x+3)(x-2)$.
3. Tulis ulang pecahannya: $\dfrac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-2)}$.
4. Coret faktor $(x+3)$ yang muncul di atas dan di bawah. Alasannya: faktor itu dikalikan dengan seluruh sisa pembilang dan penyebut. Hasilnya $\dfrac{x-3}{x-2}$.
5. Tulis syarat dari penyebut awal: $(x+3)(x-2)\neq 0$, jadi $x\neq -3$ dan $x\neq 2$.
6. Cek ulang dengan $x=0$. Bentuk awal: $\dfrac{-9}{-6}=\dfrac{3}{2}$. Bentuk akhir: $\dfrac{-3}{-2}=\dfrac{3}{2}$. Sama.

Jadi bentuk sederhananya $\dfrac{x-3}{x-2}$ dengan syarat $x\neq -3$ dan $x\neq 2$.

7. Bentuk simetri: menghitung tanpa mencari nilai variabel

Kadang soal memberi nilai $x+y$ dan xy, lalu menanyakan x^2+y^2. Mencari x dan y satu per satu sering melelahkan, bahkan hasilnya bisa berupa bentuk akar. Ada jalan yang lebih ringan. Dari kuadrat jumlah, $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$. Bila kedua ruas dikurangi $2xy$,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

kita mendapat

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy.$$

Dengan cara yang sama, kuadrat selisih dapat dihitung dari jumlah dan hasil kali:

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - 4xy = (x+y)^2 - 4xy.$$

Bentuk seperti $x^2 + y^2$ disebut **bentuk simetri**, karena nilainya tidak berubah bila x dan y ditukar. Bentuk simetri selalu dapat ditulis ulang dengan $x + y$ dan xy. Bentuk ini akan muncul lagi di sub bab 2.2 untuk akar-akar persamaan kuadrat.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Bilangan real a dan b memenuhi $a + b = 7$ dan $ab = 10$. Tentukan nilai $a^2 + b^2$ dan nilai $|a - b|$.

1. Pakai $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$. Alasannya: kita tahu jumlah dan hasil kali, bukan a dan b masing-masing.
2. Hitung: $(a+b)^2 = 7^2 = 49$ dan $2ab = 2 \times 10 = 20$. Jadi $a^2 + b^2 = 49 - 20 = 29$.
3. Pakai $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 49 - 40 = 9$.
4. Bilangan yang kuadratnya 9 adalah 3 atau -3. Nilai mutlak menghapus tanda, jadi $|a - b| = 3$.
5. Cek ulang dengan mencari bilangannya: dua bilangan berjumlah 7 dan berhasil kali 10 adalah 2 dan 5. Memang $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$ dan $|2 - 5| = 3$.

Jadi $a^2 + b^2 = 29$ dan $|a - b| = 3$. Jebakan yang sering dipasang adalah $49 + 20 = 69$ (salah tanda) atau $7^2 = 49$ (menganggap $a^2 + b^2 = (a+b)^2$).

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Jika $x - \dfrac{1}{x} = 3$ untuk suatu bilangan real $x \neq 0$, tentukan nilai $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

1. Kuadratkan kedua ruas persamaan yang diketahui. Alasannya: kuadrat dari $x - \dfrac{1}{x}$ memuat x^2 dan $\dfrac{1}{x^2}$, persis bentuk yang ditanyakan.
2. Jabarkan ruas kiri dengan kuadrat selisih, memakai $a = x$ dan $b = \dfrac{1}{x}$:
   $$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}.$$
3. Sederhanakan suku tengah: $x \cdot \dfrac{1}{x} = 1$, jadi suku tengahnya -2. Ruas kiri menjadi $x^2 - 2 + \dfrac{1}{x^2}$.
4. Ruas kanan: $3^2 = 9$. Persamaannya $x^2 - 2 + \dfrac{1}{x^2} = 9$.
5. Tambahkan 2 ke kedua ruas: $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 11$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Cek ulang tanda: bila suku tengah salah ditulis $+2$, hasilnya menjadi 7. Karena $x \cdot \dfrac{1}{x} = 1$ dan tanda kuadrat selisih di tengah negatif, nilai -2 yang benar.

Jadi $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 11$.

Ringkasan

- Dua suku dua dikalikan dengan mengalikan setiap suku kiri dengan setiap suku kanan: empat hasil kali.
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, dan $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$. Jangan lupa suku tengah $2ab$.
- Memfaktorkan $x^2 + bx + c$: cari p, q dengan $pq = c$ dan $p + q = b$, lalu tulis $(x+p)(x+q)$.
- Memfaktorkan $ax^2 + bx + c$: cari dua bilangan dengan hasil kali ac dan jumlah b, pecah suku tengah, lalu kelompokkan.
- Pada pecahan aljabar, faktorkan dulu, coret hanya faktor, dan tulis syarat penyebut awal $\neq 0$.
- $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ dan $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Cari faktor persekutuan dulu.** Sebelum mencari pasangan bilangan, keluarkan faktor yang dimiliki semua suku. Bentuk $3x^2 - 12$ menjadi $3(x^2 - 4) = 3(x-2)(x+2)$.
2. **Tentukan tanda pasangan sebelum mencari angkanya.** Lihat tanda c (atau ac): positif berarti tanda sama, negatif berarti tanda berbeda. Langkah ini memangkas separuh kemungkinan.
3. **Selalu jabarkan kembali.** Hasil faktorisasi dapat diperiksa dalam beberapa detik dengan menjabarkannya. Kebiasaan ini menangkap hampir semua kesalahan tanda.
4. **Kenali bentuk istimewa.** Bila melihat $x^2 - 9$, $4x^2 - 25$, atau $x^2 - 10x + 25$, pikirkan selisih dua kuadrat atau kuadrat sempurna sebelum mencoba cara lain.
5. **Untuk bentuk simetri, jangan cari variabelnya.** Bila diketahui jumlah dan hasil kali, ubah yang ditanya ke dalam $x + y$ dan xy.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Melupakan suku tengah	$(x+3)^2 = x^2 + 9$	$x^2 + 6x + 9$
Salah tanda pasangan faktor	$x^2 - x - 12 = (x-3)(x+4)$	$(x+3)(x-4)$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mencoret suku, bukan faktor	$\dfrac{x+6}{x+3}=2$	tidak dapat disederhanakan
Lupa syarat penyebut	$\dfrac{x^2-9}{x+3}=x-3$ untuk semua x	berlaku untuk $x \neq -3$
Salah tanda pada bentuk simetri	$x^2+y^2=(x+y)^2+2xy$	$(x+y)^2-2xy$

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji empat kesamaan aljabar sekaligus: selisih dua kuadrat, kuadrat jumlah dan selisih, faktorisasi ax^2+bx+c, dan satu perkalian suku dua dengan suku tiga. Ujilah setiap pernyataan dengan menjabarkan, lalu periksa dengan satu bilangan.

►. Untuk setiap bilangan real x, perhatikan empat pernyataan berikut. Berapakah banyaknya pernyataan yang bernilai benar?

(1) $101^2-99^2=400$
(2) $(x+3)^2-(x-3)^2=12x$
(3) $2x^2-7x+3=(2x-1)(x-3)$
(4) $(x-2)(x^2+2x+4)=x^3-8$

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Pembahasan **Kunci: E**

Yang diketahui: empat kesamaan aljabar. **Yang ditanya:** berapa yang benar.

Konsep 1 – Selisih dua kuadrat: $p^2-q^2=(p-q)(p+q)$.
Contoh kecil: $7^2-3^2=(7-3)(7+3)=4\times10=40$, sama dengan $49-9$.
Konsep 2 – Kuadrat jumlah/selisih: $(x+k)^2=x^2+2kx+k^2$ dan $(x-k)^2=x^2-2kx+k^2$. Ingat suku tengah $2kx$.
Konsep 3 – Memeriksa faktorisasi: kalikan kembali bentuk faktornya (setiap suku kiri dikali setiap suku kanan), lalu bandingkan.

Uji tiap pernyataan:
1. **(1) Benar.** $101^2-99^2=(101-99)(101+99)=2\times200=400$.
Cek: $10.201-9.801=400$ ✓. **Jebakan:** menulis $(101-99)^2=4$.
2. **(2) Benar.** $(x^2+6x+9)-(x^2-6x+9)=6x+6x=12x$. Bisa juga dengan Konsep 1: $\big((x+3)-(x-3)\big)\big((x+3)+(x-3)\big)=6\times2x=12x$.
Jebakan: lupa suku tengah, $(x+3)^2=x^2+9$, sehingga selisihnya 0.
3. **(3) Benar.** $(2x-1)(x-3)=2x^2-6x-x+3=2x^2-7x+3$.
Jebakan: salah tanda pada $(-1)\times(-3)$, sehingga mendapat -3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. **(4) Benar.** $(x-2)(x^2+2x+4) = x^3+2x^2+4x-2x^2-4x-8 = x^3-8$ (suku $2x^2$ dan $4x$ saling menghapus).
Jebakan: mengira $x^3-8=(x-2)^3$, padahal $(x-2)^3 = x^3-6x^2+12x-8$.
5. Keempat pernyataan benar → banyaknya 4.

Cek ulang dengan $x=1$: (2): $16-4=12=12\times1$ ✓; (3): $2-7+3=-2$ dan $(1)(-2)=-2$ ✓; (4): $(-1)(7)=-7=1-8$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0, B ✗ 1, C ✗ 2: terlalu sedikit; setiap pernyataan sudah dibuktikan dengan mengalikan kembali.
• D ✗ 3: **Jebakan:** salah satu jebakan di atas, paling sering pada (4) (mengira bentuk kubik itu salah karena bukan $(x-2)^3$).
• E ✓ 4.

Jawaban: E.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut dengan bentuk simetri dari bagian 7. Jangan mencari nilai x dan y satu per satu.

1. Bilangan real x dan y memenuhi $x+y=6$ dan $xy=-4$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
x^2+y^2	40

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Kunci singkat: 1. A

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa $(a+b)^2$ tidak sama dengan a^2+b^2? Tunjukkan dengan Gambar 2.1 atau dengan bilangan.
2. Untuk memfaktorkan $x^2+2x-24$, pasangan bilangan apa yang kamu cari, dan bagaimana kamu tahu tanda keduanya berbeda?
3. Pada $\dfrac{x^2-4}{x-2}$, bagian mana yang boleh dicoret dan nilai x berapa yang tetap dilarang?



Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-2.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar

SNBTPK-2.2

◎ APA YANG DIUJI

Persamaan dan fungsi kuadrat adalah topik aljabar yang paling sering keluar di Pengetahuan Kuantitatif. Dalam tiga tahun terakhir, enam soal asli mengujinya. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 2 (Simulasi 2 nomor 2) meminta sebuah koefisien dari titik yang terletak pada grafik. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 6 (Simulasi 2 nomor 6) menanyakan titik potong dua parabola. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 5, 6, dan 7 (Simulasi 3 nomor 5–7) memberi tiga titik pada parabola dan menuntut kamu memakai sifat simetri parabola. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 20 (Simulasi 2 nomor 20) berbentuk kecukupan data tentang ada atau tidaknya penyelesaian real, yang dijawab dengan diskriminan.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyelesaikan persamaan kuadrat dengan memfaktorkan, melengkapkan kuadrat, dan rumus abc, serta menjelaskan asal rumus abc;
- menentukan jenis akar dari diskriminan dan menghubungkannya dengan grafik parabola;
- memakai rumus jumlah dan hasil kali akar beserta asal-usulnya;
- membaca grafik parabola: titik potong sumbu, sumbu simetri, titik puncak, nilai terbesar atau terkecil, dan titik potong dengan grafik lain.

≡ PRASYARAT

Sub bab ini memakai tiga bekal.

1. **Memfaktorkan** (sub bab 2.1). Untuk $x^2 + bx + c$, cari dua bilangan dengan hasil kali c dan jumlah b. Contoh: $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$, karena $(-3)(-4) = 12$ dan $(-3) + (-4) = -7$.
2. **Menyelesaikan persamaan linear** (sub bab 0.3). Lakukan operasi yang sama di kedua ruas. Contoh: dari $37 - 2r = 17$, kurangi kedua ruas dengan 37 menjadi $-2r = -20$, lalu bagi dengan -2 sehingga $r = 10$.
3. **Titik pada bidang koordinat** (sub bab 0.4). Titik $(3, 5)$ berarti $x = 3$ dan $y = 5$. Titik (p, q) **terletak pada grafik** $y = f(x)$ artinya bila $x = p$ dimasukkan ke rumus, hasilnya q; ditulis $f(p) = q$. Contoh: titik $(2, 7)$ terletak pada grafik $f(x) = x^2 + 3$, karena $f(2) = 4 + 3 = 7$.

Satu lagi dari sub bab 1.3: **akar kuadrat**. Bilangan yang kuadratnya 16 ada dua, yaitu 4 dan -4. Karena itu, persamaan $t^2 = 16$ memberi $t = 4$ atau $t = -4$, yang sering ditulis

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$t = \pm 4$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Persamaan kuadrat dan akarnya

Persamaan kuadrat adalah persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0.$$

Huruf a adalah koefisien x^2, b koefisien x, dan c konstanta. Syarat $a \neq 0$ penting: bila $a = 0$, suku x^2 hilang dan persamaannya menjadi persamaan linear biasa, yang paling banyak hanya punya satu penyelesaian. Karena itu, setiap kali sebuah soal menyebut "persamaan kuadrat" dengan koefisien huruf, misalnya $(m-2)x^2 + 4x + 1 = 0$, diam-diam ada syarat $m \neq 2$.

Nilai x yang membuat persamaan itu benar disebut **akar** atau **penyelesaian**. Bilangan 3 adalah akar dari $x^2 - 5x + 6 = 0$, karena $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$. Cara memeriksa akar selalu sama: masukkan nilainya, lalu lihat apakah hasilnya nol. Persamaan kuadrat paling banyak memiliki dua akar. Akar-akar itu biasa diberi nama x_1 dan x_2.

Sebelum menyelesaikan, persamaan harus disusun ke **bentuk baku** $ax^2 + bx + c = 0$: semua suku dipindahkan ke satu ruas sehingga ruas lainnya nol. Persamaan $x^2 = 3x + 10$, misalnya, ditulis ulang menjadi $x^2 - 3x - 10 = 0$. Ada tiga cara menyelesaikannya, dan ketiganya saling berhubungan.

2. Cara pertama: memfaktorkan

Cara ini memakai **sifat hasil kali nol**: bila $P \times Q = 0$, maka $P = 0$ atau $Q = 0$. Alasannya: bila P dan Q sama-sama bukan nol, hasil kalinya juga bukan nol. Jadi, setelah ruas kiri ditulis sebagai hasil kali dua faktor, setiap faktor disamakan dengan nol.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Selesaikan $x^2 - 5x - 14 = 0$.

1. Bentuknya sudah baku dengan $a = 1, b = -5, c = -14$.
2. Cari dua bilangan dengan hasil kali -14 dan jumlah -5. Hasil kali negatif berarti tandanya berbeda. Pasangan -7 dan 2 cocok: $(-7) \times 2 = -14$ dan $-7 + 2 = -5$.
3. Faktorkan: $(x - 7)(x + 2) = 0$.
4. Pakai sifat hasil kali nol: $x - 7 = 0$ atau $x + 2 = 0$. Jadi $x = 7$ atau $x = -2$.
5. Cek ulang kedua akar. Untuk $x = 7$: $49 - 35 - 14 = 0$. Untuk $x = -2$: $4 + 10 - 14 = 0$. Keduanya benar.

Jadi akar-akarnya $x = 7$ dan $x = -2$.

Hati-hati dengan persamaan seperti $x^2 = 3x$. Banyak siswa membagi kedua ruas dengan x dan mendapat $x = 3$ saja. Pembagian itu berbahaya, sebab x bisa bernilai nol, dan membagi dengan nol tidak diperbolehkan. Cara yang aman adalah memindahkan semua suku ke kiri,

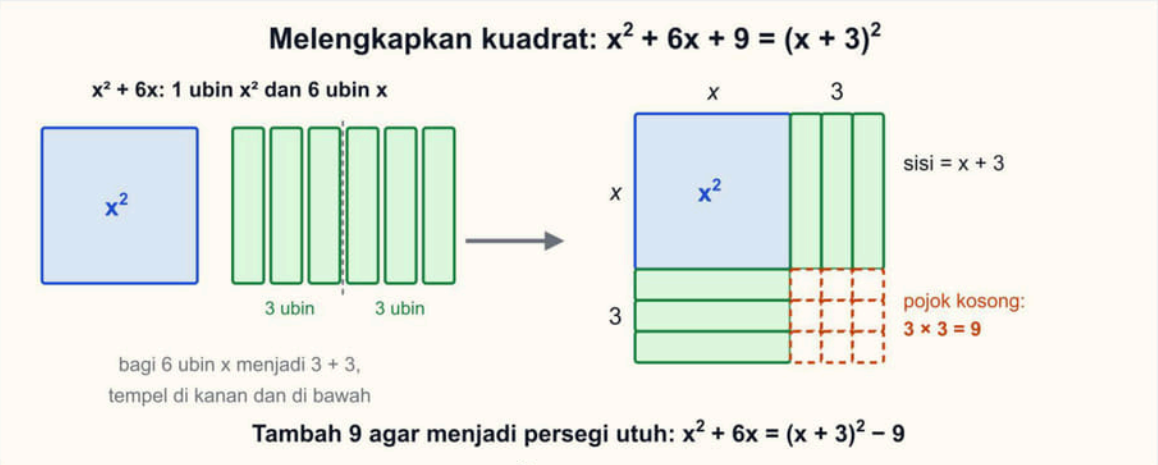
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$x^2 - 3x = 0$, lalu memfaktorkan $x(x - 3) = 0$. Akarnya ada dua: $x = 0$ dan $x = 3$.

3. Cara kedua: melengkapkan kuadrat

Tidak semua bentuk kuadrat dapat difaktorkan dengan bilangan bulat. Persamaan $x^2 + 4x - 1 = 0$, misalnya, tidak punya pasangan bilangan bulat dengan hasil kali -1 dan jumlah 4. Untuk keadaan seperti ini, kita memakai ide dari bentuk istimewa $(x + k)^2 = x^2 + 2kx + k^2$.

Gambar 2.5 menunjukkan idenya dengan ubin aljabar. Bentuk $x^2 + 6x$ berupa satu ubin x^2 dan enam ubin x. Enam ubin x dibagi dua sama banyak, tiga ditempel di kanan dan tiga di bawah ubin x^2. Susunan itu hampir menjadi persegi bersisi $x + 3$; yang kurang hanya pojok kanan bawah berukuran 3×3, yaitu 9 ubin satuan. Jadi $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$, atau $x^2 + 6x = (x + 3)^2 - 9$.



Gambar 2.5 Melengkapkan kuadrat. Bentuk $x^2 + 6x$ kekurangan 9 ubin satuan untuk menjadi persegi $(x + 3)^2$.

Aturan umumnya: **untuk melengkapkan $x^2 + bx$, tambahkan kuadrat dari setengah koefisien x, yaitu $\left(\frac{b}{2}\right)^2$.** Pada contoh di atas, setengah dari 6 adalah 3, dan $3^2 = 9$.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Selesaikan $x^2 + 6x - 7 = 0$ dengan melengkapkan kuadrat.

1. Pindahkan konstanta ke ruas kanan: $x^2 + 6x = 7$. Alasannya: kita ingin ruas kiri menjadi kuadrat sempurna tanpa gangguan konstanta.
2. Setengah dari koefisien x adalah 3, dan $3^2 = 9$. Tambahkan 9 ke **kedua** ruas: $x^2 + 6x + 9 = 16$. Alasannya: operasi yang sama di kedua ruas menjaga kesamaan.
3. Tulis ruas kiri sebagai kuadrat: $(x + 3)^2 = 16$.
4. Bilangan yang kuadratnya 16 adalah 4 dan -4. Jadi $x + 3 = 4$ atau $x + 3 = -4$.
5. Selesaikan masing-masing: $x = 1$ atau $x = -7$.
6. Cek ulang: $1 + 6 - 7 = 0$ dan $49 - 42 - 7 = 0$. Keduanya benar.

Jadi akar-akarnya $x = 1$ dan $x = -7$. Perhatikan langkah 4: bila kamu hanya menulis

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$x + 3 = 4$, satu akar hilang.

4. Cara ketiga: rumus abc dan asal-usulnya

Melengkapkan kuadrat selalu berhasil, tetapi langkahnya panjang. Para matematikawan menjalankan langkah yang sama satu kali untuk bentuk umum $ax^2 + bx + c = 0$, lalu menyimpan hasilnya sebagai rumus. Mari kita turunkan rumus itu bersama-sama. Setiap langkah di bawah sama dengan langkah pada Contoh terselesaikan 2.

Langkah 1. Bagi kedua ruas dengan a (boleh, karena $a \neq 0$), supaya koefisien x^2 menjadi 1:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Langkah 2. Pindahkan konstanta ke kanan:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}.$$

Langkah 3. Setengah dari koefisien x adalah $\frac{b}{2a}$. Tambahkan kuadratnya, $\frac{b^2}{4a^2}$, ke kedua ruas:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}.$$

Langkah 4. Ruas kiri sekarang kuadrat sempurna. Ruas kanan disamakan penyebutnya menjadi $4a^2$, dengan $\frac{c}{a} = \frac{4ac}{4a^2}$:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

Langkah 5. Ambil akar kuadrat kedua ruas, dengan tanda $\pm$ karena ada dua bilangan yang kuadratnya sama. Akar dari $4a^2$ adalah $2a$ (tanda $\pm$ sudah menampung kemungkinan negatif):

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Langkah 6. Kurangi kedua ruas dengan $\frac{b}{2a}$. Hasilnya adalah **rumus abc**:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Jadi rumus abc bukan hafalan yang datang entah dari mana. Rumus ini hanyalah hasil melengkapkan kuadrat yang sudah dikerjakan sekali untuk semua persamaan kuadrat. Bila suatu saat kamu lupa rumusnya, kamu selalu dapat kembali ke melengkapkan kuadrat.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Selesaikan $2x^2 - 4x - 3 = 0$.

1. Tentukan koefisien beserta tandanya: $a = 2, b = -4, c = -3$. Alasannya: rumus abc memakai tanda setiap koefisien, dan tanda yang tertinggal adalah sumber kesalahan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

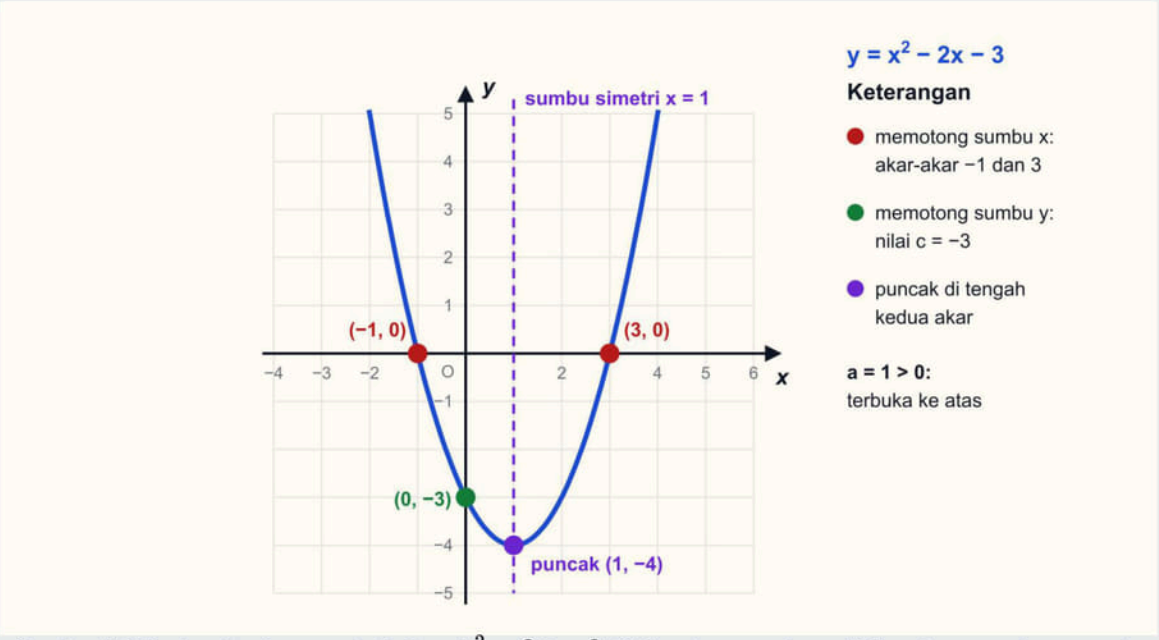
paling sering.

2. Hitung bagian di bawah akar: $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 16 + 24 = 40$.
3. Masukkan ke rumus: $x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{40}}{2 \cdot 2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{40}}{4}$.
4. Sederhanakan akar: $\sqrt{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = 2\sqrt{10}$. Jadi $x = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4}$.
5. Bagi pembilang dan penyebut dengan 2: $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$.
6. Cek ulang dengan taksiran: $\sqrt{10} \approx 3{,}16$, jadi akarnya kira-kira $2{,}58$ dan $-0{,}58$. Untuk $x \approx 2{,}58$: $2(6{,}66) - 10{,}32 - 3 \approx 0$. Cocok.

Jadi akar-akarnya $x = \dfrac{2 + \sqrt{10}}{2}$ dan $x = \dfrac{2 - \sqrt{10}}{2}$.

5. Grafik fungsi kuadrat: parabola

Bentuk $f(x) = ax^2 + bx + c$ disebut **fungsi kuadrat**. Bila kita menghitung $f(x)$ untuk banyak nilai x dan menandai titik $(x, f(x))$ pada bidang koordinat, titik-titik itu membentuk kurva melengkung yang disebut **parabola** (lihat Gambar 2.6 untuk $y = x^2 - 2x - 3$). Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ menanyakan kapan $y = 0$, yaitu kapan grafik menyentuh **sumbu** x. Jadi **akar persamaan kuadrat adalah absis titik potong parabola dengan sumbu** x.



Gambar 2.6 Bagian-bagian parabola $y = x^2 - 2x - 3$: titik potong sumbu x, titik potong sumbu y, sumbu simetri, dan titik puncak.

Bagian-bagian parabola yang perlu kamu kenal:

1. **Arah terbuka.** Bila $a > 0$, parabola terbuka ke atas dan memiliki titik terendah. Bila $a < 0$, parabola terbuka ke bawah dan memiliki titik tertinggi. Alasannya: untuk x yang sangat besar, suku ax^2 mengalahkan suku lain, sehingga tanda a menentukan apakah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$f(x)$ menjadi sangat besar positif atau sangat besar negatif.

2. **Titik potong sumbu y.** Di sumbu y, $x = 0$, sehingga $f(0) = c$. Titik potongnya $(0, c)$. Pada Gambar 2.6, titik itu $(0, -3)$.
3. **Titik potong sumbu x.** Titik ini adalah akar-akar persamaan $f(x) = 0$. Pada Gambar 2.6, $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$, jadi titiknya $(-1, 0)$ dan $(3, 0)$.
4. **Sumbu simetri.** Parabola simetris terhadap sebuah garis tegak. Bila kertasnya dilipat sepanjang garis itu, kedua belah parabola berimpit. Dari rumus abc, kedua akar adalah $-\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$ dan $-\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}$, dengan $D = b^2 - 4ac$. Keduanya berjarak sama dari $-\frac{b}{2a}$, jadi sumbu simetrinya
$x = -\frac{b}{2a}$.
5. **Titik puncak.** Titik puncak terletak pada sumbu simetri. Absisnya $x_p = -\frac{b}{2a}$, dan ordinatnya $y_p = f(x_p)$. Ordinat puncak adalah **nilai terkecil** fungsi bila $a > 0$, atau **nilai terbesar** bila $a < 0$. Pada Gambar 2.6, $x_p = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1$ dan $f(1) = 1 - 2 - 3 = -4$, sehingga puncaknya $(1, -4)$.

Sifat simetri memberi akibat yang sangat berguna: **dua titik berbeda pada parabola yang ordinatnya sama selalu berpasangan simetris terhadap sumbu simetri.** Akibatnya, rata-rata absis kedua titik itu sama dengan absis sumbu simetri. Pada Gambar 2.6, titik $(-1, 0)$ dan $(3, 0)$ sama tinggi, dan $\frac{-1 + 3}{2} = 1$, persis sumbu simetrinya. Sifat inilah yang dipakai soal asli 2026 nomor 5 dan 6.

Bentuk melengkapkan kuadrat juga memperlihatkan puncak. Fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ dapat ditulis $(x^2 - 2x + 1) - 4 = (x - 1)^2 - 4$. Karena $(x - 1)^2$ tidak pernah negatif, nilai terkecil f tercapai ketika $(x - 1)^2 = 0$, yaitu di $x = 1$, dengan nilai -4.

Jadi satu fungsi kuadrat dapat ditulis dalam tiga bentuk, dan setiap bentuk memperlihatkan informasi yang berbeda. **Bentuk umum** $f(x) = x^2 - 2x - 3$ memperlihatkan titik potong sumbu y, yaitu $(0, -3)$. **Bentuk faktor** $f(x) = (x + 1)(x - 3)$ memperlihatkan titik potong sumbu x, yaitu $x = -1$ dan $x = 3$. **Bentuk puncak** $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ memperlihatkan puncak $(1, -4)$. Secara umum, bentuk puncak ditulis $f(x) = a(x - h)^2 + k$ dengan puncak (h, k). Saat mengerjakan soal, pilih bentuk yang paling cepat memperlihatkan informasi yang ditanyakan, lalu ubah fungsi ke bentuk itu.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Grafik $f(x) = x^2 + bx + 5$ melalui titik $(1, 2)$. Tentukan b, sumbu simetri, titik puncak, dan satu titik lain pada grafik yang ordinatnya 2.

1. Titik $(1, 2)$ pada grafik berarti $f(1) = 2$. Ganti x dengan 1: $1 + b + 5 = 2$.
2. Selesaikan: $b + 6 = 2$, jadi $b = -4$. Fungsinya $f(x) = x^2 - 4x + 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Sumbu simetri: $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-4}{2 \cdot 1} = 2$.
4. Ordinat puncak: $f(2) = 4 - 8 + 5 = 1$. Jadi puncaknya $(2, 1)$.
5. Titik $(1, 2)$ berjarak 1 satuan di kiri sumbu $x = 2$. Pasangan simetrisnya berjarak 1 satuan di kanan, yaitu $x = 3$. Jadi titik lainnya $(3, 2)$.
6. Cek ulang: $f(3) = 9 - 12 + 5 = 2$. Benar, dan $\dfrac{1 + 3}{2} = 2$ sama dengan sumbu simetri.

Jadi $b = -4$, sumbu simetri $x = 2$, puncak $(2, 1)$, dan titik lain $(3, 2)$.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Tinggi sebuah bola yang dilempar ke atas dinyatakan dengan $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$ meter, dengan t waktu dalam detik. Berapa tinggi maksimum bola dan kapan tercapai?

1. Koefisien t^2 adalah $-5 < 0$, jadi parabola terbuka ke bawah dan puncaknya adalah titik tertinggi. Alasannya: tinggi maksimum sama dengan ordinat puncak.
2. Absis puncak: $t = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{20}{2 \cdot (-5)} = -\dfrac{20}{-10} = 2$ detik.
3. Ordinat puncak: $h(2) = -5 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 1 = -20 + 40 + 1 = 21$ meter.
4. Cek ulang dengan waktu di sekitar 2 detik: $h(1{,}9) = 20{,}95$ dan $h(2{,}1) = 20{,}95$. Keduanya lebih rendah dan sama besar, sesuai sifat simetri.

Jadi tinggi maksimum bola 21 meter, tercapai pada detik ke-2.

6. Diskriminan dan jenis akar

Pada rumus abc, bagian di bawah tanda akar, $b^2 - 4ac$, menentukan banyak akar. Bagian ini diberi nama **diskriminan** dan ditulis D:

$$D = b^2 - 4ac.$$

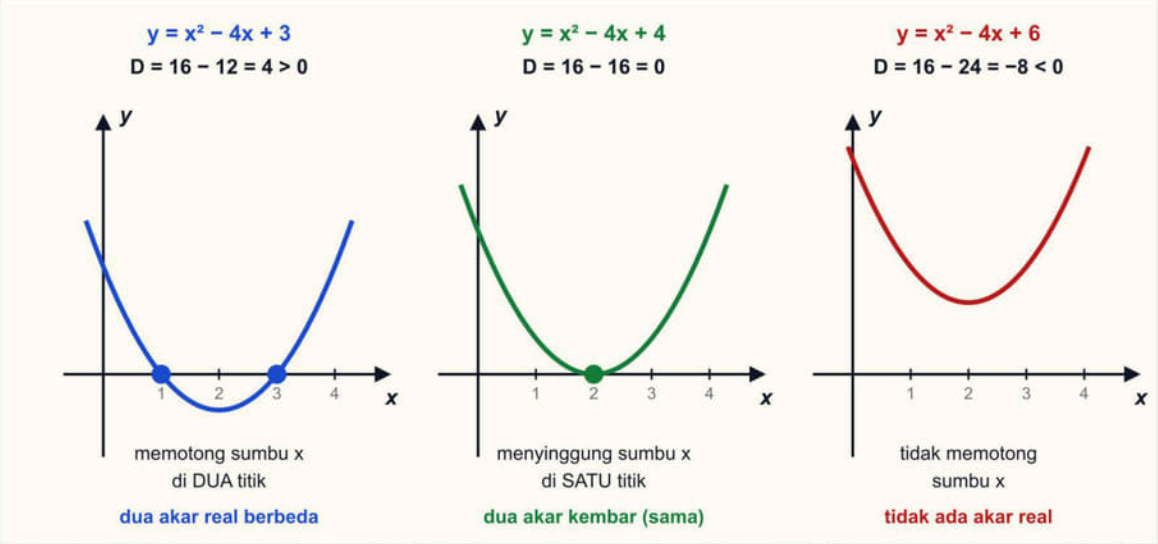
Alasan peran diskriminan dapat dibaca dari rumus abc $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$:

- Bila $D > 0$, $\sqrt{D}$ adalah bilangan positif. Tanda $+$ dan $-$ memberi dua hasil berbeda, jadi ada **dua akar real berbeda**.
- Bila $D = 0$, $\sqrt{D} = 0$. Tanda $\pm$ tidak membuat perbedaan, jadi kedua akar sama, $x = -\dfrac{b}{2a}$. Akar ini disebut **akar kembar**. Persamaannya tetap punya penyelesaian; jangan menganggap $D = 0$ berarti "tidak ada akar".
- Bila $D < 0$, tidak ada bilangan real yang kuadratnya negatif, jadi $\sqrt{D}$ tidak real. Persamaannya **tidak memiliki akar real**.

Gambar 2.7 menghubungkan ketiga keadaan itu dengan grafik. Parabola $y = x^2 - 4x + 3$ ($D = 4$) memotong sumbu x di dua titik. Parabola $y = x^2 - 4x + 4$ ($D = 0$) hanya menyinggung sumbu x di satu titik, yaitu puncaknya. Parabola $y = x^2 - 4x + 6$ ($D = -8$) melayang di atas sumbu x tanpa menyentuhnya. Ketiganya memiliki a dan b yang sama;

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

yang berbeda hanya c, yang menggeser parabola naik atau turun.



Gambar 2.7 Diskriminan dan grafik: $D > 0$ memotong sumbu x di dua titik, $D = 0$ menyinggung, $D < 0$ tidak memotong.

Istilah yang sering dipakai soal: "mempunyai akar real" berarti $D \geq 0$ (dua akar berbeda **atau** kembar), sedangkan "mempunyai dua akar real berbeda" berarti $D > 0$. Perbedaan satu kata ini sering menjadi pengecoh.

Contoh terselesaikan 6 (menengah). Persamaan $x^2 - 6x + m = 0$ memuat bilangan real m. Untuk nilai m berapa persamaan itu mempunyai akar kembar, mempunyai akar real, dan tidak mempunyai akar real?

1. Tentukan koefisien: $a = 1, b = -6, c = m$.
2. Hitung diskriminan: $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = 36 - 4m$.
3. Akar kembar: $D = 0$, jadi $36 - 4m = 0$ dan $m = 9$.
4. Akar real: $D \geq 0$, jadi $36 - 4m \geq 0$. Kurangi 36: $-4m \geq -36$. Bagi dengan -4 dan **balik tanda** (sub bab 0.3): $m \leq 9$.
5. Tidak ada akar real: $D < 0$, jadi $m > 9$.
6. Cek ulang dengan $m = 9$: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 = 0$ memberi satu nilai $x = 3$ saja. Cocok dengan akar kembar.

Jadi akar kembar bila $m = 9$, akar real bila $m \leq 9$, dan tidak ada akar real bila $m > 9$.

7. Jumlah dan hasil kali akar

Sering kali soal tidak menanyakan akar satu per satu, tetapi jumlah atau hasil kalinya. Untuk itu ada dua rumus yang dapat diturunkan dari bentuk faktor (lihat Gambar 2.8).

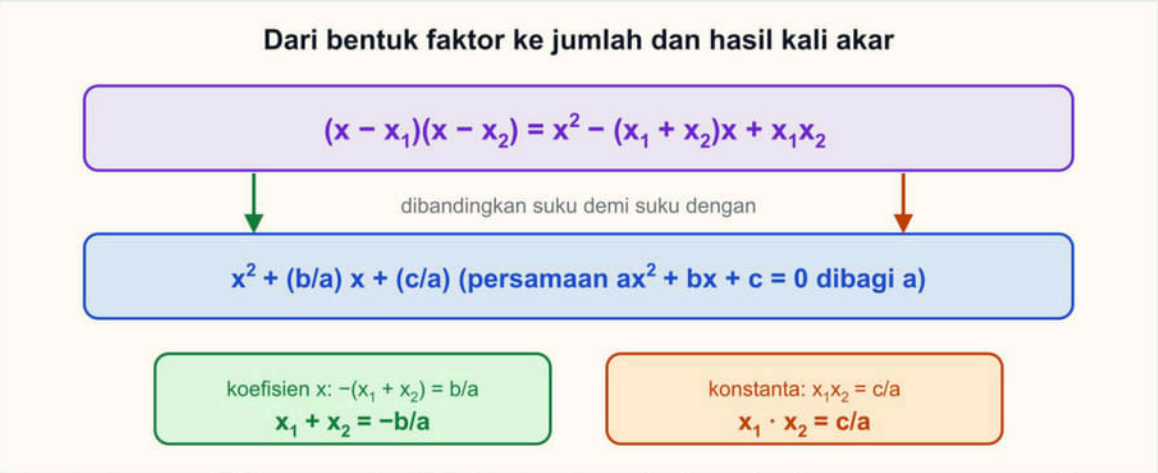
Bila x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat, maka persamaan itu dapat difaktorkan sebagai $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$, karena memasukkan $x = x_1$ atau $x = x_2$ membuat salah satu faktor nol. Jabarkan bentuk faktor itu:

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Di sisi lain, persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ yang dibagi a menjadi $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$. Kedua bentuk memiliki akar yang sama dan sama-sama diawali x^2, jadi koefisiennya harus sama suku demi suku. Koefisien x memberi $-(x_1 + x_2) = \frac{b}{a}$, dan konstanta memberi $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. Jadi

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{dan} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$



Gambar 2.8 Bentuk faktor dijabarkan lalu dibandingkan suku demi suku dengan persamaan yang dibagi a.

Rumus yang sama dapat diperiksa dengan rumus abc. Jumlah kedua akar adalah $\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$, karena $+\sqrt{D}$ dan $-\sqrt{D}$ saling menghapus. Perhatikan tanda negatif pada jumlah akar: untuk $x^2 - 5x + 6 = 0$, jumlah akarnya 5, bukan -5. Memang akarnya 2 dan 3, dan $2 + 3 = 5$.

Kedua rumus ini paling berguna bersama **bentuk simetri** dari sub bab 2.1:

- $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$;
- $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$ (samakan penyebut);
- $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$.

Arah sebaliknya juga berguna. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya m dan n adalah $(x - m)(x - n) = 0$, yaitu

$$x^2 - (m + n)x + mn = 0.$$

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Akar-akar persamaan $2x^2 - 6x + 1 = 0$ adalah p dan q. Tentukan $p^2 + q^2$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$, dan persamaan kuadrat yang akar-akarnya $2p$ dan $2q$.

1. Tentukan koefisien: $a = 2, b = -6, c = 1$.
2. Jumlah akar: $p + q = -\frac{-6}{2} = 3$. Hasil kali akar: $pq = \frac{1}{2}$. Alasannya: rumus jumlah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dan hasil kali akar berlaku tanpa mencari p dan q.

3. $p^2 + q^2 = (p+q)^2 - 2pq = 9 - 2 \cdot \dfrac{1}{2} = 9 - 1 = 8.$
4. $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = \dfrac{p+q}{pq} = 3 : \dfrac{1}{2} = 3 \times 2 = 6.$
5. Akar baru $2p$ dan $2q$. Jumlahnya $2p + 2q = 2(p+q) = 6$. Hasil kalinya $2p \cdot 2q = 4pq = 4 \cdot \dfrac{1}{2} = 2.$
6. Susun persamaan baru dengan $x^2 - (\text{jumlah})x + (\text{hasil kali}) = 0$: $x^2 - 6x + 2 = 0$.
7. Cek ulang dengan nilai hampiran. Rumus abc memberi $p \approx 2{,}823$ dan $q \approx 0{,}177$. Maka $p^2 + q^2 \approx 7{,}97 + 0{,}03 = 8$, dan $2p \approx 5{,}646$ memenuhi $x^2 - 6x + 2 \approx 31{,}88 - 33{,}88 + 2 = 0$. Cocok.

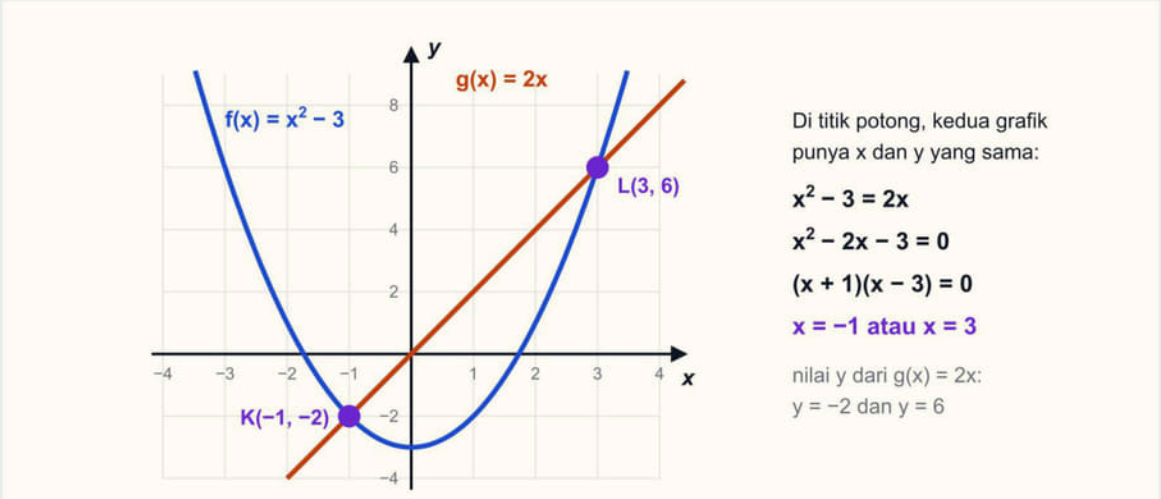
Jadi $p^2 + q^2 = 8$, $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = 6$, dan persamaan barunya $x^2 - 6x + 2 = 0$.

8. Titik potong dua grafik

Dua grafik **berpotongan** di titik yang terletak pada keduanya sekaligus. Di titik itu, kedua grafik memiliki nilai x yang sama **dan** nilai y yang sama. Jadi absis titik potong grafik $y = f(x)$ dan $y = g(x)$ diperoleh dari persamaan

$$f(x) = g(x).$$

Setelah absis ditemukan, ordinatnya dihitung dengan memasukkan absis itu ke salah satu fungsi. Bila f kuadrat dan g linear atau kuadrat, persamaan $f(x) = g(x)$ biasanya menjadi persamaan kuadrat. Diskriminannya memberi tahu banyak titik potong: $D > 0$ berarti dua titik potong, $D = 0$ berarti grafik bersinggungan di satu titik, dan $D < 0$ berarti kedua grafik tidak bertemu. Gambar 2.9 menunjukkan parabola $f(x) = x^2 - 3$ dan garis $g(x) = 2x$ yang berpotongan di dua titik.



Gambar 2.9 Parabola $f(x) = x^2 - 3$ dan garis $g(x) = 2x$ berpotongan di $K(-1, -2)$ dan $L(3, 6)$.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Grafik $f(x) = x^2 - 3$ dan $g(x) = 2x$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

berpotongan di titik $P(p, q)$ dan $R(r, s)$ dengan $p < r$. Tentukan nilai $q + s$.

1. Samakan kedua fungsi: $x^2 - 3 = 2x$. Alasannya: di titik potong, nilai y kedua grafik sama.
2. Susun ke bentuk baku dengan mengurangi kedua ruas dengan $2x$: $x^2 - 2x - 3 = 0$.
3. Faktorkan: dua bilangan dengan hasil kali -3 dan jumlah -2 adalah -3 dan 1. Jadi $(x - 3)(x + 1) = 0$, sehingga $x = 3$ atau $x = -1$.
4. Syarat $p < r$ berarti $p = -1$ dan $r = 3$.
5. Hitung ordinat dengan g, karena rumusnya paling sederhana: $q = g(-1) = -2$ dan $s = g(3) = 6$.
6. Cek ulang dengan f: $f(-1) = 1 - 3 = -2$ dan $f(3) = 9 - 3 = 6$. Sama dengan hasil dari g, jadi kedua titik memang ada pada kedua grafik.

Jadi $q + s = -2 + 6 = 4$. Pengecoh yang mungkin muncul: jumlah absis $p + r = 2$, atau ordinat yang dihitung dari fungsi yang salah dimasukkan.

9. Pemisalan: persamaan kuadrat yang menyamar

Beberapa persamaan tidak tampak seperti persamaan kuadrat, padahal sebenarnya kuadrat dalam sebuah **bentuk**, bukan dalam x. Contohnya $(x - 1)^2 - 5(x - 1) + 6 = 0$. Bentuk $(x - 1)$ muncul dua kali: sekali dikuadratkan, sekali dikalikan -5. Bila seluruh bentuk itu kita beri nama baru, misalnya $t = x - 1$, persamaannya berubah menjadi $t^2 - 5t + 6 = 0$, yaitu persamaan kuadrat biasa dalam t. Teknik ini disebut **pemisalan**.

Mengapa pemisalan diperbolehkan? Karena t hanyalah nama lain untuk bilangan $x - 1$. Apa pun nilai $x - 1$, nilai itu harus memenuhi $t^2 - 5t + 6 = 0$. Jadi kita mencari dulu nilai t yang mungkin, lalu **kembali** ke x lewat hubungan $t = x - 1$. Langkah kembali ini sering terlupa: siswa berhenti pada nilai t dan memilih pengecoh yang berisi nilai t, padahal yang ditanya nilai x.

Pemisalan juga membantu ketika sebuah huruf muncul dalam bentuk yang rumit, misalnya titik $(b - 1, 4)$ pada sebuah grafik. Daripada menjabarkan $(b - 1)^2$ berkali-kali, beri nama $t = b - 1$, selesaikan persamaan dalam t, lalu hitung $b = t + 1$. Satu hal lagi yang perlu diingat: bila sebuah persamaan ternyata berbentuk kuadrat sempurna, misalnya $(t - 1)^2 = 0$, penyelesaiannya hanya satu, yaitu $t = 1$, karena kuadrat sebuah bilangan bernilai nol hanya bila bilangan itu sendiri nol.

Contoh terselesaikan 9 (menengah). Selesaikan $(x - 1)^2 - 5(x - 1) + 6 = 0$.

1. Misalkan $t = x - 1$. Alasannya: bentuk $x - 1$ muncul berulang, dan pemisalan mengubah soal menjadi persamaan kuadrat sederhana.
2. Persamaannya menjadi $t^2 - 5t + 6 = 0$.
3. Faktorkan: hasil kali 6 dan jumlah -5 dipenuhi -2 dan -3. Jadi $(t - 2)(t - 3) = 0$, sehingga $t = 2$ atau $t = 3$.
4. Kembali ke x: dari $x - 1 = 2$ diperoleh $x = 3$; dari $x - 1 = 3$ diperoleh $x = 4$.
5. Cek ulang pada persamaan awal. Untuk $x = 3$: $2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Untuk $x = 4$: $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$. Keduanya benar.

Jadi penyelesaiannya $x = 3$ dan $x = 4$, bukan 2 dan 3 (itu nilai t).

Ringkasan

- Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$; susun dulu ke bentuk baku.
- Tiga cara: memfaktorkan (sifat hasil kali nol), melengkapkan kuadrat (tambah $\left(\frac{b}{2}\right)^2$), dan rumus abc $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, yang merupakan hasil melengkapkan kuadrat.
- Diskriminan $D = b^2 - 4ac$: $D > 0$ dua akar berbeda, $D = 0$ akar kembar, $D < 0$ tidak ada akar real.
- $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ dan $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$; persamaan dengan akar m, n: $x^2 - (m+n)x + mn = 0$.
- Parabola: titik potong sumbu y $(0, c)$, sumbu simetri $x = -\frac{b}{2a}$, puncak $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$; dua titik sama tinggi simetris terhadap sumbu.
- Titik potong dua grafik: selesaikan $f(x) = g(x)$, lalu hitung ordinatnya.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Pilih cara yang paling ringan.** Coba faktorkan dulu (cari pasangan bilangan dalam beberapa detik). Bila tidak ketemu, pakai rumus abc. Bila soal hanya menanyakan jumlah, hasil kali, atau bentuk simetri akar, jangan cari akarnya.
2. **Tulis a, b, c beserta tandanya sebelum menghitung.** Pada $3 - 2x - x^2 = 0$, urutkan dulu menjadi $-x^2 - 2x + 3 = 0$, sehingga $a = -1, b = -2, c = 3$.
3. **Titik pada grafik = substitusi.** Mulailah dari titik yang koordinatnya berupa angka lengkap. Titik yang memuat huruf dipakai setelah koefisien fungsi diketahui.
4. **Dua titik sama tinggi → pakai sumbu simetri.** Rata-rata absisnya sama dengan $-\frac{b}{2a}$. Cara ini jauh lebih cepat daripada menyelesaikan persamaan.
5. **Pertanyaan "ada penyelesaian real?" → diskriminan.** Ubah ke bentuk $ax^2 + bx + c = 0$, lalu periksa tanda D.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tanda jumlah akar	$x^2 - 5x + 6 = 0$: $x_1 + x_2 = -5$	$x_1 + x_2 = -\dfrac{-5}{1} = 5$
Lupa membagi dengan a	$2x^2 - 6x + 1 = 0$: $x_1 x_2 = 1$	$x_1 x_2 = \dfrac{1}{2}$
$D = 0$ dianggap tidak ada akar	"$x^2 - 6x + 9 = 0$ tidak punya akar"	punya satu akar kembar, $x = 3$
Membagi dengan x	$x^2 = 3x$ maka $x = 3$	$x(x - 3) = 0$: $x = 0$ atau $x = 3$
Lupa akar negatif	$(x + 3)^2 = 16$ maka $x = 1$	$x + 3 = \pm 4$: $x = 1$ atau $x = -7$

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 2 memberi satu titik pada grafik fungsi kuadrat yang memuat satu huruf. Kata kuncinya "terletak pada grafik": absis titik dimasukkan ke rumus, dan hasilnya harus sama dengan ordinat. Setelah substitusi, yang tersisa adalah persamaan linear dalam huruf itu. Jebakannya ada pada tanda: suku $-rx$ dengan x positif tetap bertanda negatif, dan nilai ordinat titik bukan nilai huruf yang dicari.

Rujukan: soal nomor 2 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 6 menanyakan salah satu koordinat titik potong dua parabola. Samakan kedua fungsi seperti pada bagian 8, susun ke bentuk baku, lalu faktorkan. Kamu akan mendapat dua absis. Untuk memilih titik yang dimaksud, hitung ordinat kedua titik, karena syarat di soal membandingkan **ordinat**, bukan absis. Pengecoh yang disiapkan antara lain jumlah kedua akar dan akar dari titik yang lain.

Rujukan: soal nomor 6 pada Simulasi 2 ("Grafik fungsi ..."); pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 5 memberi tiga titik pada parabola. Satu titik koordinatnya angka lengkap; pakai titik itu lebih dulu untuk mencari koefisien yang belum diketahui. Titik itu dan satu titik lain berordinat sama, jadi keduanya simetris terhadap sumbu simetri (bagian 5). Setelah sumbu simetri diketahui dari koefisien fungsi, rata-rata absis kedua titik itu memberi persamaan untuk huruf yang tersisa.

Rujukan: soal nomor 5 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 6 sangat mirip dengan nomor 5, sehingga cara berpikirnya sama: titik dengan koordinat lengkap dipakai lebih dulu, lalu dua titik yang sama tinggi dipakai lewat sumbu simetri. Setelah koefisien ditemukan, tuliskan fungsinya dalam bentuk melengkapkan kuadrat; kamu akan melihat hubungan istimewa antara titik pertama dan puncak parabola.

Rujukan: soal nomor 6 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 7 juga memberi tiga titik, tetapi dua titik yang memuat huruf tidak sama tinggi. Mulailah dari titik yang koordinatnya angka lengkap untuk mendapatkan koefisien x^2. Untuk titik yang memuat huruf, bentuk seperti $b - 1$ muncul berulang; beri nama sementara (pemisalan), lalu susun persamaan kuadratnya. Perhatikan apakah persamaan itu ternyata kuadrat sempurna, dan periksa hasilmu dengan titik ketiga.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Rujukan: soal nomor 7 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 20 berbentuk kecukupan data: apakah ada bilangan real r yang membuat dua fungsi bernilai sama. Tuliskan $f(r) = g(r)$, susun ke bentuk baku, lalu ubah pertanyaannya menjadi pertanyaan tentang tanda diskriminan (bagian 6). Setiap pernyataan diuji terpisah: apakah dengan pernyataan itu tanda D sudah pasti? Ingat bahwa b dan d bilangan asli, jadi keduanya positif; fakta kecil ini sering menentukan tanda. Cara menjawab bentuk kecukupan data dibahas lengkap di sub bab 5.2.

Rujukan: soal nomor 20 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji jumlah dan hasil kali akar bersama bentuk simetri. Kerjakan tanpa mencari akar-akarnya, seperti Contoh terselesaikan 7.

►. Persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 2 = 0$ mempunyai akar-akar p dan q.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $p^2 + q^2 = 40$
(2) $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = \dfrac{1}{3}$
(3) $|p - q| = 4\sqrt{2}$
(4) Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $p + 1$ dan $q + 1$ adalah $x^2 - 8x + 9 = 0$.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Pembahasan **Kunci: D**

Yang diketahui: $x^2 - 6x + 2 = 0$ berakar p dan q. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Jumlah dan hasil kali akar. Untuk $ax^2 + bx + c = 0$: $p + q = -\dfrac{b}{a}$ dan $pq = \dfrac{c}{a}$.

Contoh kecil: $x^2 - 5x + 6 = 0$ berakar 2 dan 3; memang $2 + 3 = 5 = -\dfrac{-5}{1}$ dan $2 \times 3 = 6$.

Konsep 2 – Bentuk simetri. Ungkapan dalam p dan q ditulis ulang dengan $p + q$ dan pq:
• $p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq$, karena $(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$.
• $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = \dfrac{q + p}{pq}$ (samakan penyebut).
• $(p - q)^2 = (p + q)^2 - 4pq$.

Konsep 3 – Menyusun persamaan kuadrat. Persamaan yang akarnya m dan n:
$x^2 - (m + n)x + mn = 0$.

Langkah penyelesaian: $a = 1, b = -6, c = 2$, sehingga $p + q = 6$ dan $pq = 2$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** $p^2 + q^2 = 6^2 - 2(2) = 36 - 4 = 32$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan: menulis $(p+q)^2 + 2pq = 36 + 4 = 40$ (tanda tertukar).

- **(2) Salah.** $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = \dfrac{p+q}{pq} = \dfrac{6}{2} = 3.$

Jebakan: membalik pecahan menjadi $\dfrac{pq}{p+q} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

- **(3) Salah.** $(p-q)^2 = 36 - 4(2) = 28$, jadi $|p-q| = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.

Jebakan: memakai $2pq$ (rumus nomor 1), sehingga $(p-q)^2 = 32$ dan $|p-q| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

- **(4) Benar.** Jumlah akar baru: $(p+1) + (q+1) = 6 + 2 = 8$. Hasil kali: $(p+1)(q+1) = pq + p + q + 1 = 2 + 6 + 1 = 9$. Persamaannya $x^2 - 8x + 9 = 0$.

Pernyataan yang benar: (4) saja.

Cek ulang: akar sebenarnya $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-8}}{2} = 3 \pm \sqrt{7}$. Selisihnya $2\sqrt{7}$ ✓. Akar baru $4 \pm \sqrt{7}$: jumlah 8 ✓, hasil kali $16 - 7 = 9$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ (1), (2), dan (3): ketiganya salah.
- B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** salah memakai $2pq$ pada kedua pernyataan (tanda tertukar di (1), koefisien 4 diganti 2 di (3)).
- C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** membalik pecahan pada (2).
- D ✓ (4) saja.
- E ✗ semua: hanya (4) yang benar.

Jawaban: D.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Untuk soal grafik, buat sketsa parabola kecil dan tandai sumbu simetrinya.

1. Untuk bilangan real b dan c tertentu, grafik fungsi $f(x) = x^2 + bx + c$ melalui titik $(-1, 8)$ dan mempunyai sumbu simetri $x = 2$. Nilai $b + c$ adalah ....

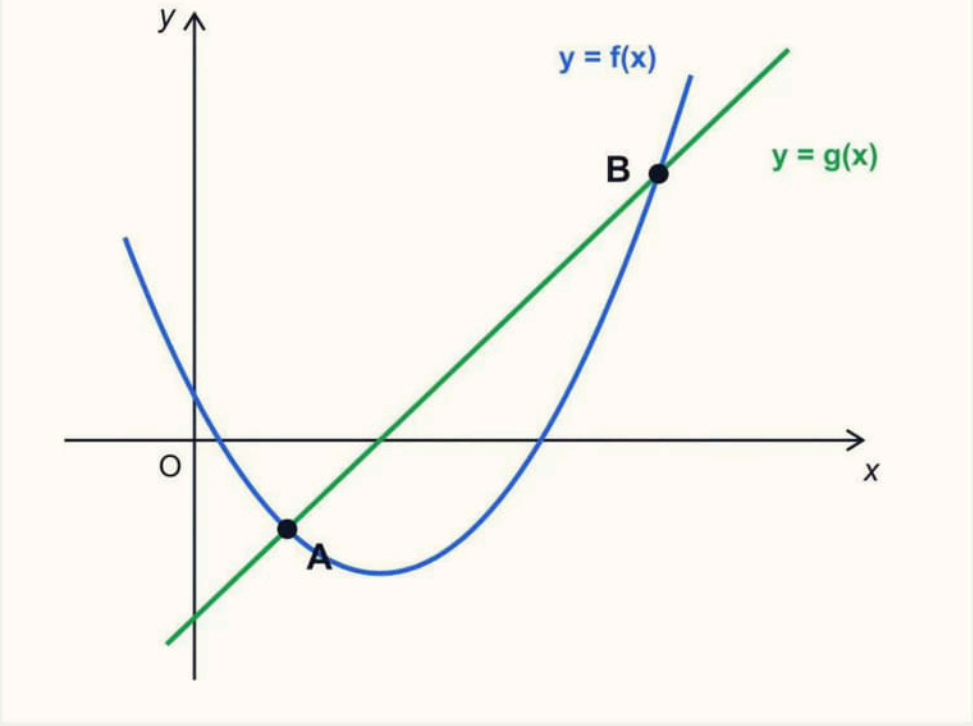
A. 15
B. 11
C. 7
D. 3
E. -1

Bacaan untuk soal nomor 2

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Grafik fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 4x + 1$ dan grafik fungsi linear $g(x) = 2x - 4$ berpotongan di dua titik, yaitu titik A dan titik B. Absis titik A lebih kecil daripada absis titik B. Sketsa kedua grafik (tidak berskala) disajikan pada gambar berikut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



2. Koordinat titik B adalah ....

A. $(6, 8)$
B. $(5, 6)$
C. $(3, 2)$
D. $(1, -2)$
E. $(-1, -6)$

3. Pada tahun 2026, Pak Wayan akan membuat kandang ayam berbentuk persegi panjang dengan kawat sepanjang 60 m. Salah satu sisi panjang kandang menempel pada tembok sehingga sisi itu tidak perlu dipagari. Kandang juga dibagi menjadi dua ruang oleh satu pagar sekat yang sejajar dengan sisi lebar kandang. Seluruh kawat dipakai untuk pagar sisi kandang dan sekat.

Luas maksimum kandang tersebut adalah .... m^2.

A. 900
B. 600
C. 450
D. 400
E. 300

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = 0$ dengan b dan c bilangan real.

Apakah persamaan tersebut mempunyai akar real?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

$(1)\ c < 0$
$(2)\ b = c + 1$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. E 2. B 3. E 4. D

✔ PERIKSA DIRI

1. Rumus abc berasal dari cara apa? Tuliskan dua langkah pertama penurunannya.
2. Apa arti $D = 0$ pada persamaan kuadrat dan pada grafik parabola?
3. Titik $(-1, 5)$ dan $(7, 5)$ terletak pada sebuah parabola. Di mana sumbu simetrinya, dan mengapa?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-2.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.3 · Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan

SNBTPK-2.3

◎ APA YANG DIUJI

Pertidaksamaan jarang muncul sendirian di soal asli, tetapi sering menjadi bagian dari soal lain. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 13 (Simulasi 2 nomor 13), misalnya, memberi batas bawah dan batas atas sebuah fungsi dalam bentuk pertidaksamaan bersusun, lalu menanyakan nilai mana yang tidak mungkin. Soal tentang diskriminan juga berujung pada pertidaksamaan, misalnya "untuk nilai m berapa persamaan ini mempunyai akar real". Paket prediksi menguji pertidaksamaan kuadrat, nilai mutlak, dan pecahan, termasuk menghitung banyak bilangan bulat yang memenuhinya.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyelesaikan pertidaksamaan linear bersusun dan menulis himpunan penyelesaiannya;
- menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat dengan garis bilangan tanda dan dengan sketsa parabola;
- menyelesaikan pertidaksamaan nilai mutlak dengan memahaminya sebagai jarak;
- menyelesaikan pertidaksamaan pecahan tanpa mengalikan silang, dengan memperhatikan syarat penyebut.

▤ PRASYARAT

1. **Pertidaksamaan linear** (sub bab 0.3). Kedua ruas boleh ditambah, dikurangi, dikali, atau dibagi bilangan yang sama. Bila dikali atau dibagi bilangan **negatif**, tanda pertidaksamaan **berbalik**. Contoh: $-2x < 6$ dibagi -2 menjadi $x > -3$.
2. **Himpunan penyelesaian pada garis bilangan** (sub bab 0.3). Bulatan penuh berarti bilangan itu termasuk ($\leq$ atau $\geq$); bulatan kosong berarti tidak termasuk ($<$ atau $>$).
3. **Nilai mutlak** (sub bab 1.2). $|a|$ adalah jarak a ke nol, jadi tidak pernah negatif: $|5| = 5$ dan $|-5| = 5$. Lebih umum, $|x - a|$ adalah jarak antara x dan a pada garis bilangan. Contoh: $|7 - 3| = 4$, dan memang 7 berjarak 4 dari 3.
4. **Memfaktorkan** (sub bab 2.1) dan **parabola** (sub bab 2.2). Contoh: $x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4)$, dan grafik $y = x^2 - 5x + 4$ memotong sumbu x di $x = 1$ dan $x = 4$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Pertidaksamaan linear bersusun

Pertidaksamaan adalah kalimat yang memakai tanda $<$, $>$, $\leq$, atau $\geq$. Berbeda dengan persamaan yang biasanya punya satu atau dua penyelesaian, pertidaksamaan biasanya punya **banyak sekali** penyelesaian, yang membentuk satu atau beberapa potongan garis bilangan. Kumpulan semua penyelesaian itu disebut **himpunan penyelesaian**.

Bentuk **bersusun** seperti $-3 < 2x + 1 \leq 7$ berarti dua pertidaksamaan sekaligus: $-3 < 2x + 1$ **dan** $2x + 1 \leq 7$. Bentuk ini diselesaikan dengan melakukan operasi yang sama pada **ketiga** bagian. Alasannya: setiap operasi yang menjaga kebenaran satu pertidaksamaan juga menjaga kebenaran yang lain, asalkan dilakukan pada semua bagian.

Kata "dan" serta "atau" juga perlu dibedakan. Penyelesaian "$x > 1$ **dan** $x < 5$" adalah bilangan yang memenuhi keduanya sekaligus, yaitu irisan $1 < x < 5$. Penyelesaian "$x < 1$ **atau** $x > 5$" adalah bilangan yang memenuhi salah satunya; potongannya dua, terpisah oleh celah dari 1 sampai 5. Bentuk "atau" tidak boleh ditulis bersusun seperti $5 < x < 1$, karena tidak ada bilangan yang lebih dari 5 sekaligus kurang dari 1.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Tentukan semua bilangan bulat x yang memenuhi $-3 < 2x + 1 \leq 7$.

1. Kurangi ketiga bagian dengan 1: $-4 < 2x \leq 6$. Alasannya: kita ingin menyendirikan $2x$, dan mengurangi bilangan yang sama tidak mengubah arah tanda.
2. Bagi ketiga bagian dengan 2: $-2 < x \leq 3$. Pembaginya positif, jadi tanda tidak berbalik.
3. Baca batasnya: -2 tidak termasuk (tanda $<$), sedangkan 3 termasuk (tanda $\leq$).
4. Daftar bilangan bulatnya: $-1, 0, 1, 2, 3$.
5. Cek ulang kedua ujung. Untuk $x = 3$: $2 \cdot 3 + 1 = 7 \leq 7$, benar. Untuk $x = -2$: $2 \cdot (-2) + 1 = -3$, dan $-3 < -3$ salah, jadi -2 memang tidak termasuk.

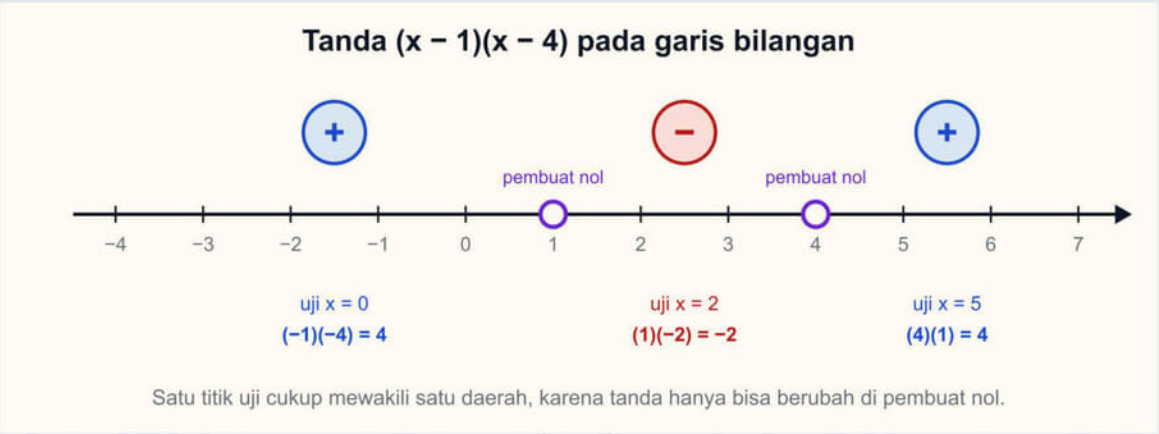
Jadi ada 5 bilangan bulat, yaitu $-1, 0, 1, 2, 3$.

2. Pertidaksamaan kuadrat dengan garis bilangan tanda

Pertidaksamaan kuadrat seperti $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ tidak dapat diselesaikan dengan memindahkan suku saja, karena ada suku x^2. Kita memakai fakta lain: setelah difaktorkan menjadi $(x - 1)(x - 4)$, **tanda** hasil kali itu ditentukan oleh tanda kedua faktornya. Kita hanya perlu tahu kapan hasil kali itu positif, negatif, atau nol.

Nilai yang membuat bentuk itu nol disebut **pembuat nol**, yaitu $x = 1$ dan $x = 4$. Kedua pembuat nol ini membagi garis bilangan menjadi tiga daerah: kiri 1, antara 1 dan 4, dan kanan 4. Di dalam satu daerah, tanda bentuk itu tidak berubah. Alasannya: tanda sebuah faktor seperti $(x - 1)$ hanya berganti ketika faktor itu melewati nol, dan hal itu hanya terjadi di pembuat nolnya. Karena itu, **satu titik uji cukup mewakili satu daerah** (lihat Gambar 2.10).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.10 Garis bilangan tanda. Pembuat nol 1 dan 4 membagi garis menjadi tiga daerah; satu titik uji menentukan tanda setiap daerah.

Langkah lengkapnya:

1. Susun pertidaksamaan sehingga **ruas kanan nol**.
2. Faktorkan ruas kiri dan tentukan pembuat nolnya.
3. Gambar pembuat nol pada garis bilangan.
4. Uji satu titik di setiap daerah dan tulis tandanya.
5. Pilih daerah yang sesuai dengan tanda pertidaksamaan. Pembuat nol ikut bila tandanya $\leq$ atau $\geq$.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Selesaikan $x^2 - 5x + 4 \leq 0$.

1. Ruas kanan sudah nol. Faktorkan: $(x - 1)(x - 4) \leq 0$.
2. Pembuat nol: $x = 1$ dan $x = 4$.
3. Uji $x = 0$ (kiri 1): $(-1)(-4) = 4$, positif.
4. Uji $x = 2$ (antara 1 dan 4): $(1)(-2) = -2$, negatif.
5. Uji $x = 5$ (kanan 4): $(4)(1) = 4$, positif.
6. Tanda ≤ 0 meminta daerah negatif beserta pembuat nolnya. Jadi $1 \leq x \leq 4$.
7. Cek ulang dengan $x = 3$: $9 - 15 + 4 = -2 \leq 0$. Benar.

Jadi himpunan penyelesaiannya $1 \leq x \leq 4$.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Selesaikan $x^2 + 2x > 15$.

1. Susun agar ruas kanan nol: kurangi kedua ruas dengan 15 sehingga $x^2 + 2x - 15 > 0$. Alasannya: garis bilangan tanda hanya bekerja bila salah satu ruas nol.
2. Faktorkan: hasil kali -15 dan jumlah 2 dipenuhi 5 dan -3. Jadi $(x + 5)(x - 3) > 0$.
3. Pembuat nol: $x = -5$ dan $x = 3$.
4. Uji $x = -6$: $(-1)(-9) = 9$, positif. Uji $x = 0$: $(5)(-3) = -15$, negatif. Uji $x = 4$: $(9)(1) = 9$, positif.
5. Tanda > 0 meminta daerah positif tanpa pembuat nol: $x < -5$ atau $x > 3$.
6. Cek ulang dengan $x = 4$: $16 + 8 = 24 > 15$. Benar. Dengan $x = 0$: $0 > 15$ salah, sesuai daerah yang tidak dipilih.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

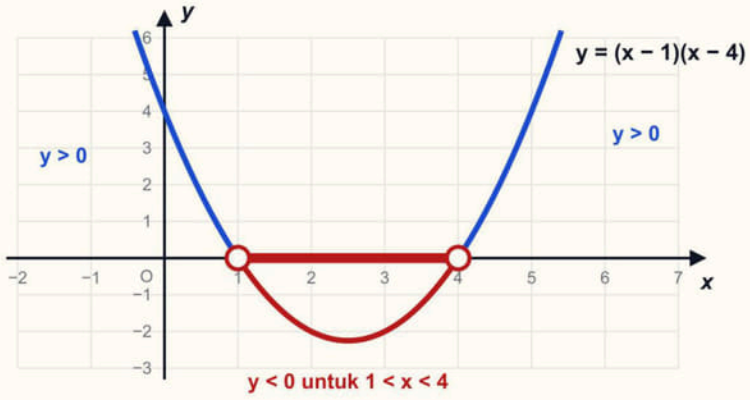
Jadi penyelesaiannya $x < -5$ atau $x > 3$.

Ada satu keadaan khusus, yaitu ketika kedua pembuat nol sama. Bentuk $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ hanya punya satu pembuat nol, $x = 2$. Kuadrat sebuah bilangan tidak pernah negatif, jadi $(x-2)^2$ bernilai positif untuk setiap x kecuali $x = 2$, tempat nilainya nol. Akibatnya, $(x-2)^2 > 0$ dipenuhi semua bilangan real kecuali 2; $(x-2)^2 \geq 0$ dipenuhi semua bilangan real; $(x-2)^2 \leq 0$ hanya dipenuhi $x = 2$; dan $(x-2)^2 < 0$ tidak punya penyelesaian. Pada keadaan ini, tanda tidak berganti ketika melewati pembuat nol, karena faktornya muncul dua kali.

Perhatikan langkah 1. Menulis $x(x+2) > 15$ lalu menyimpulkan "$x > 15$ atau $x + 2 > 15$" adalah kesalahan besar. Sifat "salah satu faktor bernilai nol" hanya berlaku bila hasil kalinya **nol**, bukan bilangan lain.

3. Membaca pertidaksamaan kuadrat dari sketsa parabola

Cara kedua yang sama kuatnya adalah membayangkan parabola. Pertidaksamaan $(x-1)(x-4) < 0$ menanyakan: untuk x berapa grafik $y = (x-1)(x-4)$ berada **di bawah** sumbu x? Pada Gambar 2.11, parabola terbuka ke atas karena koefisien x^2 positif, dan memotong sumbu x di 1 dan 4. Bagian di bawah sumbu x (merah) adalah bagian di antara kedua akar. Jadi penyelesaiannya $1 < x < 4$, sama dengan hasil garis bilangan tanda.



Biru: di atas sumbu x (y > 0). Merah: di bawah sumbu x, penyelesaian (x − 1)(x − 4) < 0.

Gambar 2.11 Parabola $y = (x-1)(x-4)$. Bagian biru di atas sumbu x, bagian merah di bawah sumbu x.

Dari gambar ini kita mendapat pola untuk parabola yang terbuka ke atas ($a > 0$) dengan dua akar $x_1 < x_2$:

- bentuk kuadrat **negatif di antara** kedua akar: $x_1 < x < x_2$;
- bentuk kuadrat **positif di luar** kedua akar: $x < x_1$ atau $x > x_2$.

Bila $a < 0$, parabola terbuka ke bawah dan polanya terbalik. Cara paling aman untuk $a < 0$ adalah mengalikan kedua ruas dengan -1 lebih dulu (tanda berbalik), sehingga koefisien x^2 menjadi positif. Contohnya, $-x^2 + 5x - 4 \geq 0$ dikali -1 menjadi $x^2 - 5x + 4 \leq 0$, yang penyelesaiannya sudah kita temukan pada Contoh terselesaikan 2, yaitu $1 \leq x \leq 4$.

Sketsa parabola juga menjelaskan keadaan khusus. Bila $D < 0$ dan $a > 0$, parabola

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

seluruhnya di atas sumbu x (lihat kembali Gambar 2.7). Akibatnya bentuk kuadrat itu **positif untuk setiap** x; bentuk seperti ini disebut **definit positif**. Contohnya $x^2 + 2x + 5$ dengan $D = 4 - 20 = -16 < 0$: berapa pun x, nilainya selalu positif. Sebaliknya, $x^2 + 2x + 5 < 0$ tidak punya penyelesaian sama sekali.

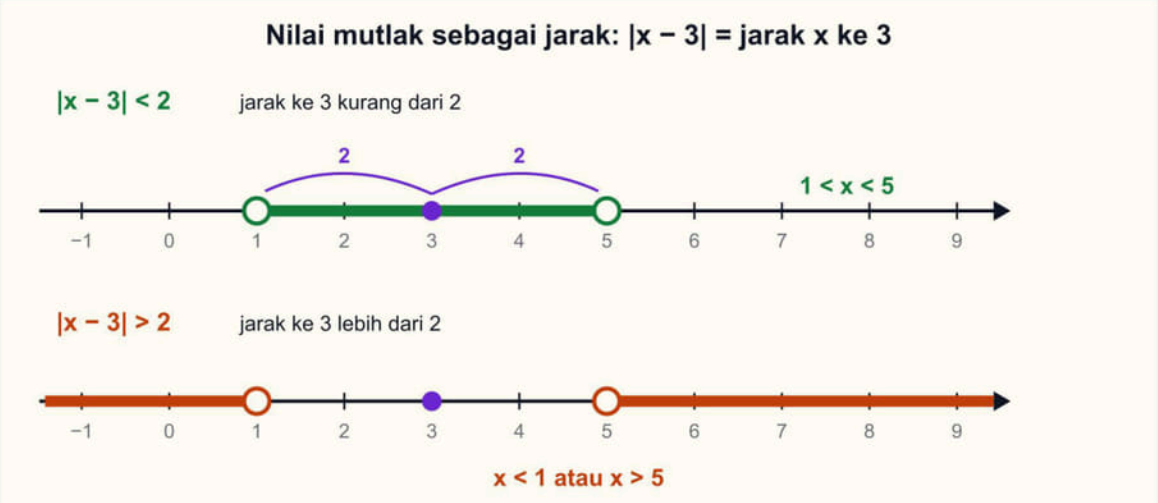
Contoh terselesaikan 4 (menengah). Tentukan semua nilai k sehingga $x^2 - 2kx + 9 > 0$ untuk setiap bilangan real x.

1. Koefisien x^2 adalah $1 > 0$, jadi parabola terbuka ke atas. Bentuknya positif untuk setiap x bila parabola tidak menyentuh sumbu x, yaitu bila $D < 0$. Alasannya: bila $D \geq 0$, ada titik dengan nilai nol atau negatif.
2. Hitung diskriminan dengan $a = 1, b = -2k, c = 9$: $D = (-2k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 4k^2 - 36$.
3. Syarat $D < 0$: $4k^2 - 36 < 0$. Bagi dengan 4: $k^2 - 9 < 0$.
4. Faktorkan: $(k - 3)(k + 3) < 0$. Pembuat nolnya -3 dan 3. Bentuk ini negatif di antara kedua akar.
5. Jadi $-3 < k < 3$.
6. Cek ulang dengan $k = 3$: bentuknya $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, yang bernilai 0 di $x = 3$, jadi tidak selalu positif. Benar bahwa $k = 3$ tidak termasuk.

Jadi nilai k yang memenuhi adalah $-3 < k < 3$.

4. Pertidaksamaan nilai mutlak sebagai jarak

Cara paling mudah memahami nilai mutlak adalah sebagai **jarak**. Bentuk $|x - 3|$ adalah jarak antara x dan 3. Maka pertidaksamaan $|x - 3| < 2$ menanyakan: bilangan mana yang jaraknya ke 3 kurang dari 2? Pada garis bilangan (Gambar 2.12), bilangan itu berada di antara $3 - 2 = 1$ dan $3 + 2 = 5$, jadi $1 < x < 5$. Sebaliknya, $|x - 3| > 2$ menanyakan bilangan yang jaraknya ke 3 **lebih dari** 2, yaitu bilangan di luar potongan itu: $x < 1$ atau $x > 5$.



Gambar 2.12 $|x - 3| < 2$ berarti jarak x ke 3 kurang dari 2; $|x - 3| > 2$ berarti jaraknya lebih dari 2.

Dari gambaran jarak ini kita mendapat dua aturan, untuk $r > 0$:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$$|A| < r \iff -r < A < r, \qquad |A| > r \iff A < -r \text{ atau } A > r.$$

Huruf A boleh berupa bentuk apa pun, misalnya $2x - 3$. Aturan pertama menghasilkan satu potongan (bentuk "dan"), aturan kedua menghasilkan dua potongan (bentuk "atau"). Untuk $\leq$ dan $\geq$, ujung-ujungnya ikut.

Ada dua keadaan khusus. Bila r negatif, misalnya $|x - 3| < -1$, tidak ada penyelesaian, karena jarak tidak pernah negatif. Bila ruas kanan memuat x, misalnya $|2x - 5| < x + 1$, kita perlu syarat tambahan bahwa ruas kanan positif, sebab nilai mutlak di ruas kiri tidak pernah negatif.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Berapa banyak bilangan bulat x yang memenuhi $|2x - 3| \leq 5$?

1. Pakai aturan $|A| \leq r \iff -r \leq A \leq r$ dengan $A = 2x - 3$ dan $r = 5$: $-5 \leq 2x - 3 \leq 5$. Alasannya: jarak $2x - 3$ ke nol paling besar 5.
2. Tambahkan 3 pada ketiga bagian: $-2 \leq 2x \leq 8$.
3. Bagi ketiga bagian dengan 2: $-1 \leq x \leq 4$.
4. Daftar bilangan bulatnya: $-1, 0, 1, 2, 3, 4$.
5. Cek ulang kedua ujung. Untuk $x = -1$: $|-2 - 3| = |-5| = 5 \leq 5$, benar. Untuk $x = 4$: $|8 - 3| = 5 \leq 5$, benar. Untuk $x = 5$: $|7| = 7 > 5$, jadi 5 memang tidak termasuk.

Jadi ada 6 bilangan bulat yang memenuhi.

Bagaimana bila ruas kanan memuat variabel, misalnya $|x - 2| < 2x - 1$? Aturan jarak tetap dipakai, tetapi dengan satu langkah tambahan di depan. Nilai mutlak di ruas kiri tidak pernah negatif. Supaya ia dapat lebih kecil daripada ruas kanan, ruas kanan **harus positif**. Jadi kita menulis syarat $2x - 1 > 0$ lebih dulu, lalu memakai aturan $-r < A < r$ dengan $r = 2x - 1$, dan terakhir mengiris semua syarat. Tanpa syarat itu, kita bisa mendapat nilai x yang membuat ruas kanan negatif, padahal pada nilai itu pertidaksamaan awal pasti salah.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Selesaikan $|x - 2| < 2x - 1$.

1. Tulis syarat ruas kanan: $2x - 1 > 0$, jadi $x > \dfrac{1}{2}$. Alasannya: nilai mutlak tidak negatif, sehingga hanya dapat kurang dari bilangan positif.
2. Pakai aturan jarak dengan $A = x - 2$ dan $r = 2x - 1$: $-(2x - 1) < x - 2 < 2x - 1$.
3. Selesaikan bagian kanan: $x - 2 < 2x - 1$. Kurangi kedua ruas dengan x dan tambah 1: $-1 < x$, yaitu $x > -1$.
4. Selesaikan bagian kiri: $-2x + 1 < x - 2$. Kurangi kedua ruas dengan x dan dengan 1: $-3x < -3$. Bagi dengan -3 dan balik tanda: $x > 1$.
5. Iris ketiga syarat: $x > \dfrac{1}{2}$, $x > -1$, dan $x > 1$. Bilangan yang memenuhi ketiganya adalah $x > 1$.
6. Cek ulang. Untuk $x = 2$: $|0| = 0 < 3$, benar. Untuk $x = 1$: $|-1| = 1 < 1$, salah, jadi 1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

memang tidak ikut. Untuk $x = 0{,}8$: $1{,}2 < 0{,}6$, salah, sesuai.

Jadi penyelesaiannya $x > 1$.

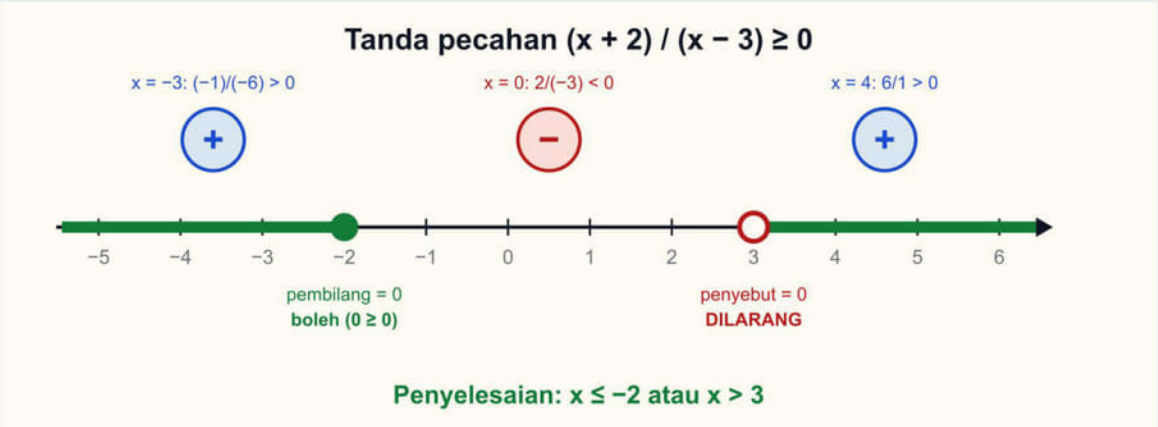
5. Pertidaksamaan pecahan

Pertidaksamaan pecahan memuat variabel di penyebut, misalnya $\dfrac{x+2}{x-3} \geq 0$. Godaan terbesar adalah **mengalikan silang**, yaitu mengalikan kedua ruas dengan penyebut. Cara ini berbahaya, sebab tanda penyebut belum diketahui. Bila penyebut negatif, tanda pertidaksamaan seharusnya berbalik, tetapi kita tidak tahu kapan hal itu terjadi.

Cara yang aman memakai garis bilangan tanda seperti pada pertidaksamaan kuadrat. Tanda sebuah pecahan ditentukan oleh tanda pembilang dan penyebutnya, dengan aturan yang sama seperti perkalian: tanda sama memberi positif, tanda berbeda memberi negatif. Jadi:

1. Pindahkan semua suku ke ruas kiri sehingga ruas kanan nol.
2. Jadikan ruas kiri **satu pecahan** dengan menyamakan penyebut.
3. Cari pembuat nol pembilang **dan** pembuat nol penyebut, lalu letakkan di garis bilangan.
4. Uji tanda setiap daerah.
5. Pilih daerah yang sesuai. Pembuat nol pembilang boleh ikut bila tandanya $\leq$ atau $\geq$, tetapi pembuat nol penyebut **tidak pernah** ikut, karena pecahan dengan penyebut nol tidak bermakna.

Gambar 2.13 menunjukkan langkah ini untuk $\dfrac{x+2}{x-3} \geq 0$. Pembuat nol pembilang adalah -2 (bulatan penuh, karena $\dfrac{0}{-5} = 0 \geq 0$), dan pembuat nol penyebut adalah 3 (bulatan kosong). Tiga titik uji memberi tanda $+, -, +$. Jadi penyelesaiannya $x \leq -2$ atau $x > 3$.



Gambar 2.13 Pertidaksamaan $\dfrac{x+2}{x-3} \geq 0$. Pembuat nol pembilang boleh ikut, pembuat nol penyebut selalu bulatan kosong.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Tentukan himpunan penyelesaian $\dfrac{x+7}{x-1} \leq 2$.

1. Jangan kalikan silang. Kurangi kedua ruas dengan 2: $\dfrac{x+7}{x-1} - 2 \leq 0$. Alasannya: kita

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

belum tahu tanda $x-1$.

2. Samakan penyebut, dengan $2 = \dfrac{2(x-1)}{x-1}$: $\dfrac{x+7-2(x-1)}{x-1} \le 0$.
3. Sederhanakan pembilang dengan teliti: $x+7-2x+2 = -x+9$. Jadi $\dfrac{-x+9}{x-1} \le 0$.
4. Supaya koefisien x di pembilang positif, kalikan kedua ruas dengan -1 dan balik tanda: $\dfrac{x-9}{x-1} \ge 0$.
5. Pembuat nol pembilang $x=9$ (boleh ikut); pembuat nol penyebut $x=1$ (tidak boleh ikut).
6. Uji $x=0$: $\dfrac{-9}{-1} = 9$, positif. Uji $x=5$: $\dfrac{-4}{4} = -1$, negatif. Uji $x=10$: $\dfrac{1}{9}$, positif.
7. Tanda ≥ 0 meminta daerah positif dan pembuat nol pembilang: $x<1$ atau $x \ge 9$.
8. Cek ulang pada pertidaksamaan awal. Untuk $x=0$: $\dfrac{7}{-1} = -7 \le 2$, benar. Untuk $x=9$: $\dfrac{16}{8} = 2 \le 2$, benar. Untuk $x=5$: $\dfrac{12}{4} = 3 \le 2$, salah, sesuai daerah yang tidak dipilih.

Jadi himpunan penyelesaiannya $x<1$ atau $x \ge 9$. Bila kamu mengalikan silang di langkah 1, kamu akan mendapat $x+7 \le 2x-2$, yaitu $x \ge 9$ saja, dan kehilangan seluruh daerah $x<1$.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Berapa banyak bilangan bulat x yang memenuhi $x^2-6x<0$ dan $|x-4| \le 2$ sekaligus?

1. Selesaikan pertidaksamaan pertama. Faktorkan: $x(x-6)<0$. Pembuat nolnya 0 dan 6. Parabola terbuka ke atas, jadi bentuknya negatif di antara akar: $0<x<6$.
2. Selesaikan pertidaksamaan kedua sebagai jarak: jarak x ke 4 paling besar 2, jadi $2 \le x \le 6$.
3. Kata "sekaligus" berarti irisan. Gabungkan kedua syarat: x harus lebih dari 0 dan kurang dari 6, serta paling kecil 2 dan paling besar 6. Irisannya $2 \le x < 6$.
4. Daftar bilangan bulatnya: $2, 3, 4, 5$. Bilangan 6 tidak ikut karena $6^2 - 6 \cdot 6 = 0$, dan $0<0$ salah.
5. Cek ulang satu nilai, misalnya $x=5$: $25-30 = -5 < 0$ dan $|5-4| = 1 \le 2$. Keduanya benar.

Jadi ada 4 bilangan bulat.

Ringkasan

- Pertidaksamaan bersusun: lakukan operasi yang sama pada ketiga bagian; dikali atau dibagi bilangan negatif membalik tanda.
- Pertidaksamaan kuadrat: ruas kanan nol → faktorkan → pembuat nol → uji satu titik per daerah → pilih daerah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- Parabola terbuka ke atas: negatif di antara akar, positif di luar akar; $a > 0$ dan $D < 0$ berarti selalu positif.
- $|A| < r \iff -r < A < r$ dan $|A| > r \iff A < -r$ atau $A > r$ (nilai mutlak = jarak).
- Pertidaksamaan pecahan: jangan kalikan silang; jadikan satu pecahan; pembuat nol penyebut selalu bulatan kosong.
- "Dan" berarti irisan (satu potongan bersama); "atau" berarti gabungan.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Jadikan ruas kanan nol lebih dulu.** Semua cara di sub bab ini (garis tanda, sketsa parabola, pecahan) baru bekerja setelah satu ruas nol.
2. **Uji satu bilangan dari setiap pilihan jawaban.** Pada soal pilihan ganda, masukkan satu nilai yang membedakan pilihan-pilihan itu. Pilihan yang memuat nilai yang ternyata tidak memenuhi dapat dicoret.
3. **Periksa ujung-ujungnya.** Setelah mendapat himpunan penyelesaian, masukkan setiap batas ke pertidaksamaan awal untuk memastikan tanda $\leq$ atau $<$ sudah tepat.
4. **Untuk menghitung bilangan bulat, tulis daftarnya.** Jangan hanya mengurangkan batas atas dengan batas bawah; selisih $4 - (-1) = 5$ tidak sama dengan banyak bilangan bulat dari -1 sampai 4, yaitu 6.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Lupa membalik tanda	$-3x < -4$ maka $x < \frac{4}{3}$	$x > \frac{4}{3}$
Memakai sifat nol untuk bilangan lain	$x(x+2) > 15$ maka $x > 15$	pindahkan 15, lalu faktorkan
Mengalikan silang pecahan	$\frac{x+7}{x-1} \leq 2$ maka $x \geq 9$	$x < 1$ atau $x \geq 9$
Penyebut nol ikut	$\frac{x+2}{x-3} \geq 0$: $x \geq 3$	$x > 3$ (bulatan kosong)
"Atau" ditulis bersusun	$5 < x < 1$	$x < 1$ atau $x > 5$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 13 memberi pertidaksamaan bersusun: nilai sebuah fungsi terjepit di antara dua bentuk. Untuk nilai x yang ditanyakan, hitung kedua batasnya lebih dulu (batas bawahnya berupa bilangan berpangkat, dibahas di sub bab 1.3). Setelah itu, setiap pilihan diuji: apakah nilainya berada **di dalam** jepitan itu? Jebakan utamanya adalah tanda $<$: nilai yang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sama dengan batas tidak termasuk. Perhatikan juga kata "TIDAK MUNGKIN" di soal, yang membalik arah pilihanmu.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut adalah pertidaksamaan pecahan. Ikuti lima langkah di bagian 5 dan jangan mengalikan silang.

►. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $\frac{2x-1}{x+3} \geq 1$ untuk x bilangan real adalah semua x yang memenuhi ....

A. $x \leq -3$ atau $x \geq 4$
B. $x < -3$ atau $x \geq 4$
C. $x < -4$ atau $x \geq 3$
D. $x > -3$ dan $x \leq 4$
E. $x < -3$ atau $x > 4$

Pembahasan **Kunci: B**

Yang diketahui: $\frac{2x-1}{x+3} \geq 1$. **Yang ditanya:** semua x yang memenuhi.

Konsep 1 – Jangan kali silang. Penyebut $x+3$ bisa positif atau negatif. Bila kedua ruas dikalikan bilangan negatif, tanda pertidaksamaan berbalik. Karena tanda penyebut belum diketahui, pindahkan semua suku ke ruas kiri lalu jadikan satu pecahan.
Konsep 2 – Uji tanda pada garis bilangan. Cari pembuat nol pembilang dan penyebut, letakkan di garis bilangan, lalu uji tanda pecahan di setiap daerah.
Konsep 3 – Penyebut tidak boleh nol. Pembuat nol penyebut selalu bulat kosong (tidak ikut), walaupun tandanya "$\geq$".
Contoh kecil: $\frac{x}{x-1} \geq 0$ dipenuhi oleh $x \leq 0$ atau $x > 1$; $x = 1$ tidak ikut karena membuat penyebut nol.

Langkah penyelesaian:

1. Kurangkan 1 dari kedua ruas: $\frac{2x-1}{x+3} - 1 \geq 0$.
2. Samakan penyebut: $\frac{2x-1-(x+3)}{x+3} \geq 0$, sehingga $\frac{x-4}{x+3} \geq 0$.
3. Pembuat nol: pembilang $x = 4$ (boleh, karena pecahan bernilai 0 dan $0 \geq 0$); penyebut $x = -3$ (tidak boleh).
4. Uji satu titik di tiap daerah:
   - $x = -5$: $\frac{-9}{-2} > 0 \rightarrow$ positif.
   - $x = 0$: $\frac{-4}{3} < 0 \rightarrow$ negatif.
   - $x = 5$: $\frac{1}{8} > 0 \rightarrow$ positif.
5. Yang diminta ≥ 0: daerah positif ditambah titik $x = 4$. Jadi $x < -3$ atau $x \geq 4$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: $x = 4$: $\frac{7}{7} = 1 \geq 1$ ✓. $x = -4$: $\frac{-9}{-1} = 9 \geq 1$ ✓. $x = 0$: $\frac{-1}{3} < 1$, jadi tidak memenuhi ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** ikut memasukkan $x = -3$ karena tandanya "$\geq$", padahal $x = -3$ membuat penyebut nol.

• B ✓ $x < -3$ atau $x \geq 4$.

• C ✗ **Jebakan:** salah mencari pembuat nol (tandanya tertukar), menjadi $x = -4$ dan $x = 3$.

• D ✗ **Jebakan:** mengambil daerah negatif, yaitu penyelesaian untuk "≤ 0", karena salah menguji tanda.

• E ✗ **Jebakan:** lupa bahwa $x = 4$ memberi nilai tepat 1 dan tetap memenuhi "≥ 1".

Jawaban: B.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Soal pertama memadukan nilai mutlak dengan ruas kanan yang memuat x; soal kedua memakai ide definit positif dari bagian 3.

1. Diketahui pertidaksamaan $|2x - 5| < x + 1$ dengan x bilangan real. Manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Setiap bilangan real x dengan $2 \leq x \leq 5$ memenuhi pertidaksamaan tersebut.

(2) Banyak bilangan bulat yang memenuhi pertidaksamaan tersebut adalah 5.

(3) Jumlah semua bilangan bulat yang memenuhi pertidaksamaan tersebut adalah 14.

(4) $x = 1$ memenuhi pertidaksamaan tersebut.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 - 2px + q$ dengan p dan q bilangan real.

Apakah $f(x) > 0$ untuk setiap bilangan real x?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $q - p^2 = 3$
(2) $f(1) > 0$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. B 2. A

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa satu titik uji cukup untuk menentukan tanda seluruh daerah pada garis bilangan tanda?
2. Mengapa pembuat nol penyebut tidak pernah ikut dalam himpunan penyelesaian, walaupun tandanya $\geq$?
3. Tuliskan arti $|x + 1| < 4$ sebagai jarak, lalu tentukan penyelesaiannya.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-2.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel

SNBTPK-2.4

◎ APA YANG DIUJI

Sistem persamaan linear muncul di soal asli dalam dua wajah. Wajah pertama adalah sistem tiga variabel yang memuat sebuah huruf lain, misalnya k atau a, lalu kamu diminta menilai beberapa pernyataan tentang penyelesaiannya. Bentuk ini dipakai soal UTBK-SNBT 2024 nomor 7 dan 8 (Simulasi 1 nomor 7 dan 8). Wajah kedua adalah sistem yang penyelesaiannya **tidak tunggal**, tetapi beberapa nilainya tetap dapat dipastikan, seperti pada soal UTBK-SNBT 2025 nomor 17 (Simulasi 2 nomor 17) yang berbentuk perbandingan kuantitas. Paket prediksi menambah soal cerita (harga tiket, belanja) dan soal kedudukan dua garis.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menerjemahkan soal cerita menjadi sistem persamaan linear;
- menyelesaikan sistem dua variabel dengan substitusi dan eliminasi, beserta alasan kedua cara itu;
- menentukan banyak penyelesaian dari kedudukan dua garis;
- menyelesaikan sistem tiga variabel bertahap, memakai jalan pintas bila polanya memungkinkan, dan mengenali nilai yang tetap pasti walaupun sistemnya tidak tunggal.

≡ PRASYARAT

1. **Persamaan linear satu variabel** (sub bab 0.3). Contoh: $7x - 2 = 19$ diselesaikan dengan menambah 2 di kedua ruas ($7x = 21$), lalu membagi dengan 7 ($x = 3$).
2. **Substitusi** (sub bab 0.2). Mengganti huruf dengan nilainya, **beserta tanda kurung**. Contoh: bila $y = 2x - 1$ dan $x = 3$, maka $y = 2(3) - 1 = 5$.
3. **Bidang koordinat** (sub bab 0.4). Pasangan $(2, 3)$ adalah titik yang bergeser 2 ke kanan dan 3 ke atas dari titik asal O.
4. **Menjabarkan tanda kurung** (sub bab 0.2). Tanda minus di depan kurung membalik tanda setiap suku di dalamnya: $-(3 - a) = -3 + a$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Persamaan linear dua variabel adalah sebuah garis

Persamaan seperti $x + y = 5$ disebut **persamaan linear dua variabel**: ada dua huruf, dan setiap huruf berpangkat satu. Penyelesaiannya bukan satu bilangan, melainkan **pasangan** bilangan (x, y). Pasangan $(0, 5)$, $(1, 4)$, $(2, 3)$, dan $(5, 0)$ semuanya memenuhi, begitu pula

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

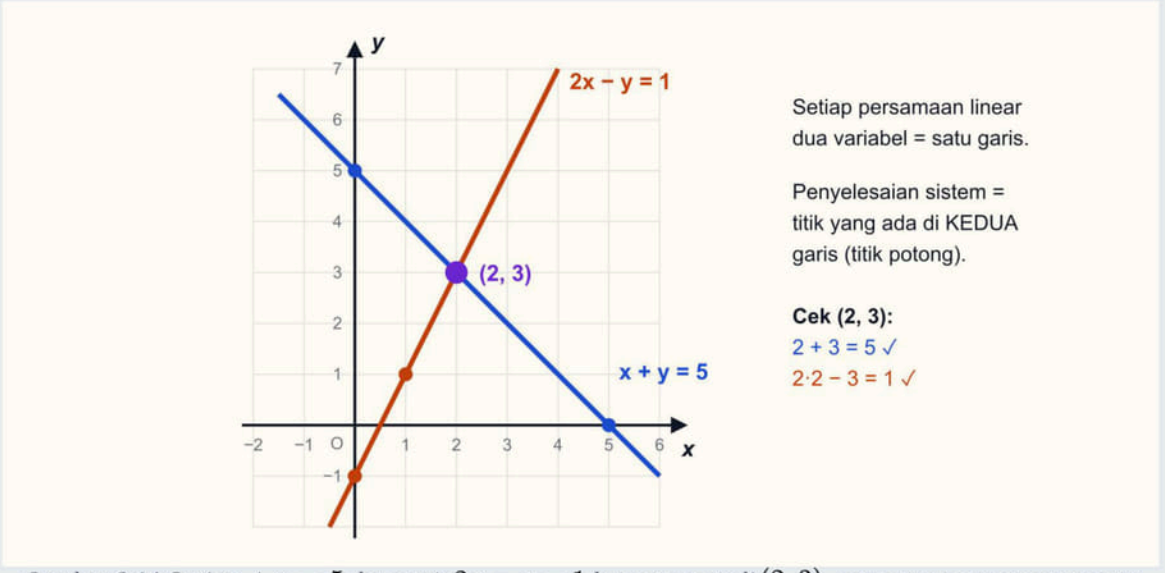
$(2{,}5;\ 2{,}5)$ atau $(-1, 6)$. Penyelesaiannya ada tak hingga banyak.

Bila semua pasangan penyelesaian itu digambar sebagai titik pada bidang koordinat, titik-titik itu tersusun pada sebuah **garis lurus**. Itulah asal nama "linear" (dari kata *line*, garis). Untuk menggambar garisnya, kita cukup mencari dua titik, misalnya titik potong dengan sumbu-sumbu: untuk $x = 0$ diperoleh $y = 5$, dan untuk $y = 0$ diperoleh $x = 5$. Garis yang melalui $(0, 5)$ dan $(5, 0)$ adalah grafik $x + y = 5$.

Tidak semua persamaan dua variabel bersifat linear. Persamaan $xy = 6$ memuat perkalian dua huruf, dan persamaan $x^2 + y = 3$ memuat huruf berpangkat dua. Grafik keduanya melengkung, bukan garis lurus, sehingga cara di sub bab ini tidak dapat dipakai begitu saja. Ciri persamaan linear: setiap suku hanya memuat satu huruf berpangkat satu, atau berupa konstanta.

2. Sistem persamaan dan arti penyelesaiannya

Sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) terdiri atas dua persamaan linear yang harus dipenuhi **bersamaan**. Penyelesaiannya adalah pasangan (x, y) yang memenuhi kedua persamaan sekaligus. Secara gambar, setiap persamaan adalah sebuah garis, sehingga penyelesaian sistem adalah titik yang terletak pada **kedua** garis, yaitu **titik potongnya** (lihat Gambar 2.14).



Gambar 2.14 Garis $x + y = 5$ dan garis $2x - y = 1$ berpotongan di $(2, 3)$, satu-satunya pasangan yang memenuhi kedua persamaan.

Menggambar grafik memberi pemahaman, tetapi tidak selalu teliti, terutama bila titik potongnya berupa pecahan. Karena itu, kita memakai dua cara hitung: **substitusi** dan **eliminasi**.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Selesaikan sistem $x + y = 5$ dan $2x - y = 1$.

1. Perhatikan suku y: pada persamaan pertama $+y$, pada persamaan kedua $-y$. Bila kedua persamaan dijumlahkan, suku y hilang.
2. Jumlahkan ruas kiri dengan ruas kiri dan ruas kanan dengan ruas kanan:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$(x + y) + (2x - y) = 5 + 1$, yaitu $3x = 6$. Alasannya: dua besaran yang sama ditambah dua besaran yang sama tetap menghasilkan besaran yang sama.

3. Bagi dengan 3: $x = 2$.
4. Masukkan $x = 2$ ke persamaan pertama: $2 + y = 5$, jadi $y = 3$.
5. Cek ulang pada **kedua** persamaan: $2 + 3 = 5$ dan $2 \cdot 2 - 3 = 1$. Keduanya benar.

Jadi penyelesaiannya $x = 2$ dan $y = 3$, sesuai titik potong pada Gambar 2.14.

3. Cara substitusi

Ide substitusi sederhana: bila salah satu persamaan memberi tahu bahwa y **sama dengan** suatu bentuk, misalnya $y = 2x - 1$, maka di persamaan lain kita boleh mengganti y dengan bentuk itu. Keduanya bernilai sama, jadi penggantian tidak mengubah kebenaran persamaan. Setelah diganti, persamaan kedua hanya memuat satu huruf dan dapat diselesaikan seperti di sub bab 0.3.

Substitusi paling nyaman bila salah satu huruf sudah sendirian atau berkoefisien 1. Bila koefisiennya bukan 1, substitusi tetap dapat dipakai, tetapi akan memunculkan pecahan; dalam keadaan itu eliminasi biasanya lebih ringan.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Selesaikan sistem $y = 2x - 1$ dan $3x + 2y = 19$.

1. Persamaan pertama sudah menyendirikan y. Ganti y di persamaan kedua dengan $(2x - 1)$, beserta kurungnya: $3x + 2(2x - 1) = 19$.
2. Jabarkan: $3x + 4x - 2 = 19$, yaitu $7x - 2 = 19$.
3. Tambahkan 2 ke kedua ruas: $7x = 21$, jadi $x = 3$.
4. Hitung y dari persamaan pertama: $y = 2 \cdot 3 - 1 = 5$.
5. Cek ulang: $3 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 9 + 10 = 19$. Benar.

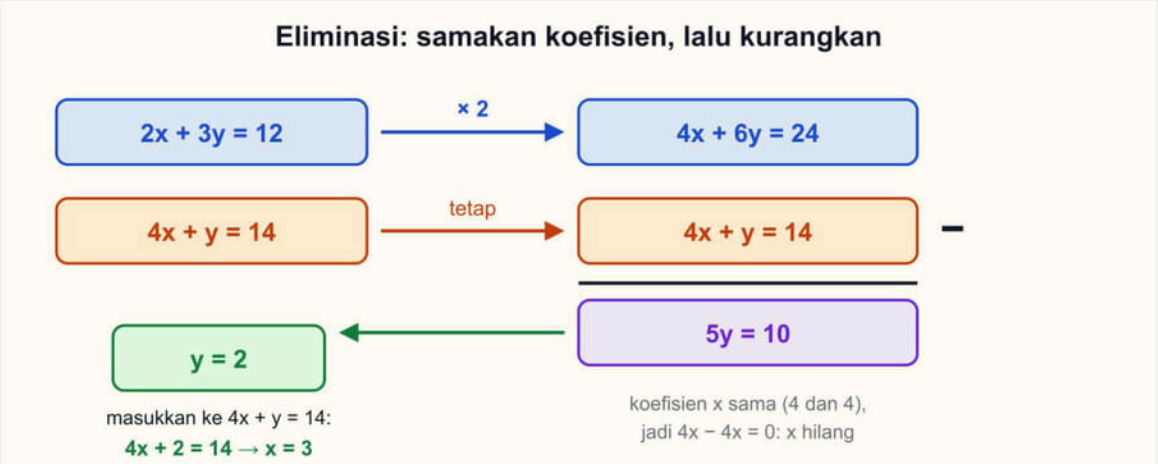
Jadi penyelesaiannya $x = 3$ dan $y = 5$. Perhatikan langkah 1: tanpa kurung, kamu mungkin menulis $3x + 2 \cdot 2x - 1$, dan angka 2 tidak dikalikan dengan -1.

4. Cara eliminasi

Eliminasi berarti menghilangkan satu huruf dengan menjumlahkan atau mengurangkan dua persamaan. Alasannya sama dengan Contoh terselesaikan 1: bila $A = B$ dan $C = D$, maka $A - C = B - D$. Supaya sebuah huruf hilang, koefisiennya di kedua persamaan harus **sama** (lalu dikurangkan) atau **berlawanan** (lalu dijumlahkan). Bila koefisiennya belum sama, kalikan satu atau kedua persamaan dengan bilangan yang tepat. Mengalikan seluruh persamaan dengan bilangan yang sama tidak mengubah penyelesaiannya, karena kedua ruas tetap seimbang.

Gambar 2.15 menunjukkan langkahnya untuk sistem $2x + 3y = 12$ dan $4x + y = 14$. Koefisien x adalah 2 dan 4. Persamaan pertama dikali 2 sehingga koefisien x menjadi 4, sama dengan persamaan kedua. Setelah dikurangkan, suku x hilang dan tersisa persamaan dalam y saja.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.15 Eliminasi: persamaan pertama dikali 2 agar koefisien x sama, lalu kedua persamaan dikurangkan sehingga x hilang.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Selesaikan sistem $2x + 3y = 12$ dan $4x + y = 14$.

1. Pilih huruf yang akan dihilangkan: x, karena koefisiennya 2 dan 4, dan 4 adalah kelipatan 2.
2. Kalikan persamaan pertama dengan 2: $4x + 6y = 24$. Alasannya: koefisien x menjadi 4, sama dengan persamaan kedua.
3. Kurangkan persamaan kedua dari hasil langkah 2: $(4x + 6y) - (4x + y) = 24 - 14$. Suku $4x$ hilang, dan $6y - y = 5y$. Jadi $5y = 10$ dan $y = 2$.
4. Masukkan $y = 2$ ke persamaan kedua: $4x + 2 = 14$, jadi $4x = 12$ dan $x = 3$.
5. Cek ulang pada persamaan pertama: $2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 6 + 6 = 12$. Benar.

Jadi penyelesaiannya $x = 3$ dan $y = 2$.

Bagaimana bila koefisiennya bukan kelipatan satu sama lain, misalnya $3x + 4y = 26$ dan $2x + 5y = 22$? Koefisien x adalah 3 dan 2. Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) keduanya adalah 6 (sub bab 1.5). Jadi persamaan pertama dikali 2 dan persamaan kedua dikali 3, sehingga keduanya memuat $6x$: $6x + 8y = 52$ dan $6x + 15y = 66$. Setelah dikurangkan, $7y = 14$ dan $y = 2$, lalu $3x + 8 = 26$ memberi $x = 6$. Memilih KPK, bukan sembarang kelipatan, membuat angkanya tetap kecil. Pilih juga huruf yang koefisiennya paling ringan untuk disamakan; di sini menyamakan x (KPK 6) lebih ringan daripada menyamakan y (KPK 20).

Saat mengurangkan, hati-hati dengan tanda. Mengurangkan seluruh persamaan berarti mengurangkan **setiap** suku: $(4x + 6y) - (4x + y)$ sama dengan $4x + 6y - 4x - y$. Kesalahan yang sering terjadi adalah hanya mengurangkan suku pertama dan menjumlahkan suku lainnya.

5. Dari soal cerita ke sistem persamaan

Banyak soal sistem persamaan berupa cerita. Langkah terpenting justru terjadi sebelum menghitung, yaitu **membuat model**:

1. Tentukan besaran yang belum diketahui, lalu beri huruf beserta satuannya. Misalnya

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

"harga satu buku b ribu rupiah".

2. Ubah setiap kalimat informasi menjadi satu persamaan.
3. Selesaikan sistemnya.
4. Jawab **pertanyaan yang sebenarnya**. Soal cerita sering tidak menanyakan b atau p, tetapi gabungan keduanya, misalnya harga sejumlah barang lain.

Menulis harga dalam ribuan rupiah membuat angka lebih kecil dan mengurangi kesalahan hitung. Jangan lupa mengubahnya kembali di jawaban akhir.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Pada tahun 2026, Rina membeli 2 buku dan 3 pensil seharga Rp21.000. Di toko yang sama, Dodi membeli 3 buku dan 1 pensil seharga Rp21.000. Berapa harga 5 buku dan 4 pensil?

1. Misalkan harga satu buku b ribu rupiah dan harga satu pensil p ribu rupiah.
2. Ubah kalimat menjadi persamaan: $2b + 3p = 21$ dan $3b + p = 21$.
3. Persamaan kedua mudah menyendirikan p: $p = 21 - 3b$. Alasannya: koefisien p di persamaan itu 1, jadi substitusi tidak menimbulkan pecahan.
4. Substitusi ke persamaan pertama: $2b + 3(21 - 3b) = 21$, yaitu $2b + 63 - 9b = 21$.
5. Sederhanakan: $-7b + 63 = 21$, jadi $-7b = -42$ dan $b = 6$.
6. Hitung $p = 21 - 3 \cdot 6 = 3$.
7. Cek ulang: $2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 = 12 + 9 = 21$ dan $3 \cdot 6 + 3 = 21$. Keduanya benar.
8. Jawab pertanyaannya: $5b + 4p = 5 \cdot 6 + 4 \cdot 3 = 30 + 12 = 42$ ribu rupiah.

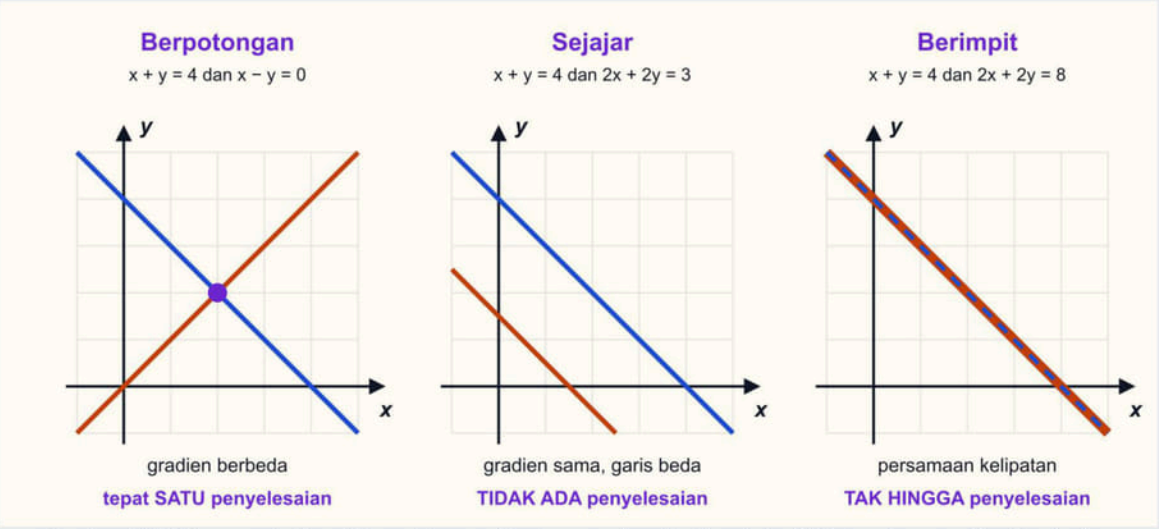
Jadi harga 5 buku dan 4 pensil adalah Rp42.000. Pengecoh yang mungkin dipasang adalah harga satu buku (Rp6.000) atau harga satu buku dan satu pensil (Rp9.000).

6. Kedudukan dua garis dan banyaknya penyelesaian

Dua garis pada bidang dapat berada dalam tiga kedudukan (lihat Gambar 2.16):

1. **Berpotongan** di satu titik. Sistemnya mempunyai **tepat satu** penyelesaian.
2. **Sejajar** dan tidak berimpit. Kedua garis tidak pernah bertemu, jadi sistemnya **tidak mempunyai** penyelesaian.
3. **Berimpit**, yaitu sebenarnya garis yang sama. Setiap titik pada garis itu memenuhi keduanya, jadi penyelesaiannya **tak hingga** banyak.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.16 Dua garis dapat berpotongan (satu penyelesaian), sejajar (tidak ada penyelesaian), atau berimpit (tak hingga penyelesaian).

Bagaimana mengetahui kedudukannya tanpa menggambar? Perhatikan sistem $a_1x + b_1y = c_1$ dan $a_2x + b_2y = c_2$. Kemiringan sebuah garis ditentukan oleh perbandingan koefisien x dan y-nya. Jadi:

- bila $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, kemiringannya berbeda dan garisnya **berpotongan**;
- bila $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, kemiringannya sama tetapi letaknya berbeda, jadi garisnya **sejajar**;
- bila $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, persamaan yang satu adalah kelipatan persamaan yang lain, jadi garisnya **berimpit**.

Eliminasi memberi alasan yang sama. Pada sistem $x + y = 4$ dan $2x + 2y = 3$, persamaan pertama dikali 2 menjadi $2x + 2y = 8$. Setelah dikurangkan dengan persamaan kedua, **kedua** huruf hilang dan tersisa $0 = 5$, sebuah kalimat yang salah. Artinya tidak ada pasangan (x, y) yang memenuhi; garisnya sejajar. Pada sistem $x + y = 4$ dan $2x + 2y = 8$, pengurangan yang sama memberi $0 = 0$, kalimat yang selalu benar. Artinya persamaan kedua tidak memberi informasi baru; garisnya berimpit. Jadi ketika eliminasi menghapus kedua huruf sekaligus, jangan mengira hitunganmu salah. Bacalah kalimat bilangan yang tersisa: bila kalimat itu salah, sistem tidak punya penyelesaian; bila kalimat itu benar, penyelesaiannya tak hingga banyak.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Diketahui sistem $x + 2y = 3$ dan $3x + ky = m$. Tentukan syarat k dan m agar sistem mempunyai tepat satu penyelesaian, tidak mempunyai penyelesaian, dan mempunyai tak hingga banyak penyelesaian.

1. Bandingkan koefisien x dan y: $\frac{1}{3}$ dan $\frac{2}{k}$. Keduanya sama bila $k = 6$. Alasannya: dari $\frac{1}{3} = \frac{2}{k}$, kalikan silang (di sini boleh, karena ini persamaan, bukan pertidaksamaan)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

menjadi $k = 6$.

2. Tepat satu penyelesaian: kemiringan berbeda, jadi $k \neq 6$, dengan m berapa pun.
3. Untuk $k = 6$, kalikan persamaan pertama dengan 3: $3x + 6y = 9$. Bandingkan dengan $3x + 6y = m$.
4. Bila $m = 9$, kedua persamaan sama persis: berimpit, tak hingga banyak penyelesaian.
5. Bila $m \neq 9$, ruas kiri sama tetapi ruas kanan berbeda: sejajar, tidak ada penyelesaian.
6. Cek ulang dengan eliminasi untuk $k = 6$ dan $m = 10$: $(3x + 6y) - (3x + 6y) = 10 - 9$ memberi $0 = 1$, salah. Benar bahwa tidak ada penyelesaian.

Jadi tepat satu penyelesaian bila $k \neq 6$; tidak ada penyelesaian bila $k = 6$ dan $m \neq 9$; tak hingga penyelesaian bila $k = 6$ dan $m = 9$.

7. Sistem persamaan linear tiga variabel

Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) memuat tiga huruf, misalnya x, y, dan z, dan biasanya tiga persamaan. Idenya sama dengan SPLDV: kurangi banyak huruf satu demi satu (lihat Gambar 2.17).



Gambar 2.17 Alur SPLTV: tiga persamaan tiga huruf → dua persamaan dua huruf → satu persamaan satu huruf → substitusi balik.

1. Pilih satu huruf yang akan dihilangkan, lalu hilangkan huruf itu dari **dua pasang** persamaan yang berbeda. Hasilnya dua persamaan dengan dua huruf.
2. Selesaikan kedua persamaan itu seperti SPLDV.
3. Masukkan kedua nilai yang ditemukan ke salah satu persamaan awal untuk mendapat huruf ketiga.

Langkah 1 harus memakai dua pasang yang berbeda, misalnya persamaan (1) dengan (2), lalu (2) dengan (3). Bila kamu memakai pasangan yang sama dua kali, kamu tidak mendapat informasi baru.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Selesaikan sistem $x + y + z = 6$, $x - y + 2z = 5$, dan $2x + y - z = 1$.

1. Beri nomor: (1) $x + y + z = 6$, (2) $x - y + 2z = 5$, (3) $2x + y - z = 1$. Pilih y untuk dihilangkan, karena koefisiennya $+1$ dan -1: cukup dijumlahkan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Jumlahkan (1) dan (2): $2x + 3z = 11$. Beri nama (4).
3. Jumlahkan (2) dan (3): $3x + z = 6$. Beri nama (5). Alasannya: pasangan kedua harus berbeda dari pasangan pertama.
4. Dari (5), $z = 6 - 3x$. Substitusi ke (4): $2x + 3(6 - 3x) = 11$, yaitu $2x + 18 - 9x = 11$, sehingga $-7x = -7$ dan $x = 1$.
5. Hitung $z = 6 - 3 \cdot 1 = 3$. Lalu dari (1): $1 + y + 3 = 6$, jadi $y = 2$.
6. Cek ulang pada ketiga persamaan: $1 + 2 + 3 = 6$; $1 - 2 + 6 = 5$; $2 + 2 - 3 = 1$. Semuanya benar.

Jadi penyelesaiannya $x = 1$, $y = 2$, dan $z = 3$.

Ada **jalan pintas** untuk sistem yang polanya teratur. Bila setiap huruf muncul dengan pola yang sama di semua persamaan, misalnya setiap huruf muncul tepat dua kali dengan koefisien 1, jumlahkan **semua** persamaan lebih dulu. Hasilnya adalah kelipatan dari $x + y + z$. Setelah jumlah ketiga huruf diketahui, setiap huruf diperoleh dengan mengurangkan satu persamaan dari jumlah itu.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Bilangan a, b, dan c memenuhi $a + b = 8$, $b + c = 10$, dan $a + c = 12$. Tentukan a, b, dan c.

1. Setiap huruf muncul tepat dua kali. Jumlahkan ketiga persamaan: $(a + b) + (b + c) + (a + c) = 8 + 10 + 12$, yaitu $2a + 2b + 2c = 30$.
2. Bagi dengan 2: $a + b + c = 15$.
3. Kurangkan $b + c = 10$ dari jumlah itu: $a = 15 - 10 = 5$. Alasannya: $(a + b + c) - (b + c)$ hanya menyisakan a.
4. Dengan cara yang sama: $b = 15 - (a + c) = 15 - 12 = 3$ dan $c = 15 - (a + b) = 15 - 8 = 7$.
5. Cek ulang: $5 + 3 = 8$, $3 + 7 = 10$, dan $5 + 7 = 12$. Semuanya benar.

Jadi $a = 5$, $b = 3$, dan $c = 7$.

8. Sistem yang penyelesaiannya tidak tunggal

Tidak semua SPLTV mempunyai tepat satu penyelesaian. Kadang satu persamaan ternyata merupakan gabungan persamaan lain, atau persamaannya memang hanya dua. Dalam keadaan ini sistem mempunyai tak hingga banyak penyelesaian. Namun, **sebagian nilai bisa tetap pasti**. Kemampuan membedakan nilai yang pasti dan nilai yang tidak pasti inilah yang diuji soal perbandingan kuantitas dan kecukupan data.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Bilangan real x, y, dan z memenuhi $x + y + z = 10$ dan $x + y + 2z = 13$. Manakah yang nilainya dapat dipastikan: z, $x + y$, x, atau xy?

1. Kurangkan persamaan pertama dari persamaan kedua: $(x + y + 2z) - (x + y + z) = 13 - 10$, sehingga $z = 3$. Jadi z pasti.
2. Masukkan $z = 3$ ke persamaan pertama: $x + y = 7$. Jadi $x + y$ juga pasti.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Untuk x dan y sendiri hanya tersisa satu persamaan, $x + y = 7$. Satu persamaan dengan dua huruf mempunyai banyak penyelesaian, misalnya $(x, y) = (3, 4)$ atau $(0, 7)$. Jadi x tidak pasti.
4. Uji xy dengan kedua contoh itu: $3 \cdot 4 = 12$, sedangkan $0 \cdot 7 = 0$. Nilainya berbeda, jadi xy tidak pasti.
5. Cek ulang kedua contoh pada sistem awal: $3 + 4 + 3 = 10$ dan $3 + 4 + 6 = 13$; $0 + 7 + 3 = 10$ dan $0 + 7 + 6 = 13$. Keduanya memenuhi.

Jadi z dan $x + y$ dapat dipastikan, sedangkan x dan xy tidak. Cara menunjukkan bahwa sebuah nilai tidak pasti adalah mencari **dua penyelesaian** yang memberi nilai berbeda.

Ringkasan

- Persamaan linear dua variabel adalah sebuah garis; penyelesaian SPLDV adalah titik potong kedua garis.
- Substitusi: ganti satu huruf dengan bentuk yang sama nilainya (beserta kurung). Eliminasi: samakan koefisien, lalu jumlahkan atau kurangkan seluruh persamaan.
- Kedudukan garis: kemiringan berbeda → satu penyelesaian; sejajar → tidak ada; berimpit → tak hingga. Eliminasi yang menghasilkan $0 =$ bilangan bukan nol berarti tidak ada penyelesaian; $0 = 0$ berarti tak hingga.
- SPLTV: hilangkan satu huruf dari dua pasang berbeda, selesaikan SPLDV, lalu substitusi balik.
- Bila setiap huruf muncul dengan pola sama, jumlahkan semua persamaan lebih dulu.
- Sistem tidak tunggal: sebagian nilai bisa tetap pasti; tunjukkan nilai yang tidak pasti dengan dua contoh penyelesaian.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Lihat pola sebelum menghitung.** Cari pasangan suku yang berlawanan tanda, persamaan yang merupakan kelipatan persamaan lain, atau pola "setiap huruf muncul dua kali". Pola ini sering memangkas separuh pekerjaan.
2. **Perlakukan huruf lain sebagai angka.** Bila sistem memuat k atau a, kerjakan seperti biasa dan biarkan k di dalam hasil. Hasil akhirnya, misalnya $x = 4 - k$, dipakai untuk menguji setiap pernyataan.
3. **Uji pernyataan bersyarat dengan memasukkan syaratnya.** Pernyataan "$c = -1$ jika $k = -3$" diuji dengan memasukkan $k = -3$ ke rumus c yang sudah ditemukan.
4. **Selalu cek di semua persamaan.** Nilai yang hanya diuji di satu persamaan bisa saja salah di persamaan lain.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Salah tanda saat mengurangkan	$(4x+6y)-(4x+y)=7y$	$6y-y=5y$
Substitusi tanpa kurung	$3x+2\cdot 2x-1$	$3x+2(2x-1)=7x-2$
Menjawab variabel, bukan yang ditanya	menjawab $b=6$	ditanya $5b+4p=42$
Sistem tidak tunggal dianggap tidak dapat dipakai	"tidak ada yang pasti"	z dan $x+y$ tetap pasti
Memakai pasangan persamaan yang sama dua kali	(1)+(2) lalu (2)+(1)	(1)+(2) lalu (2)+(3)

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 7 memuat sistem tiga variabel dengan huruf k, dan setiap variabel muncul tepat dua kali. Ini tanda untuk memakai jalan pintas seperti Contoh terselesaikan 7: jumlahkan ketiga persamaan, bagi dua, lalu kurangkan setiap persamaan untuk mendapat setiap variabel dalam k. Setelah ketiga rumus diketahui, uji keempat pernyataan satu per satu; pernyataan terakhir bersyarat, jadi masukkan nilai k yang diberikan.

Rujukan: soal nomor 7 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 8 mirip, tetapi polanya berbeda. Perhatikan bahwa $-y-z$ pada persamaan pertama adalah lawan dari $y+z$ pada persamaan ketiga. Menjumlahkan kedua persamaan itu menghilangkan dua huruf sekaligus. Setelah satu nilai pasti diketahui, nyatakan huruf lain dalam a, lalu uji setiap pernyataan, termasuk pernyataan yang berbentuk "jika ...".

Rujukan: soal nomor 8 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 17 berbentuk perbandingan kuantitas. Mulailah dengan eliminasi dua persamaan yang mirip; satu huruf akan pasti. Setelah nilai itu dimasukkan, kamu akan menemukan bahwa dua persamaan tersisa sebenarnya sama, sehingga sistemnya tidak tunggal (bagian 8). Jangan berhenti di situ lalu memilih "tidak dapat ditentukan". Pikirkan apakah kuantitas yang ditanyakan tetap dapat dibandingkan dengan memakai fakta bahwa bilangan kuadrat tidak pernah negatif. Cara menjawab bentuk P dan Q dibahas lengkap di sub bab 5.1.

Rujukan: soal nomor 17 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut adalah soal cerita dua variabel. Ikuti empat langkah membuat model di bagian 5, dan perhatikan kata "paling banyak" di akhir soal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Pada sebuah pertunjukan musik tahun 2026, rombongan pertama membeli 3 tiket dewasa dan 4 tiket anak seharga Rp270.000,00. Rombongan kedua membeli 2 tiket dewasa dan 5 tiket anak seharga Rp250.000,00. Keluarga Pak Darto membawa uang Rp480.000,00 untuk membeli 4 tiket dewasa dan beberapa tiket anak.

Banyak tiket anak paling banyak yang dapat dibeli keluarga Pak Darto adalah ....

A. 7
B. 9
C. 10
D. 11
E. 16

Pembahasan **Kunci: B**

Yang diketahui: 3 dewasa + 4 anak = Rp270.000; 2 dewasa + 5 anak = Rp250.000; uang Rp480.000 untuk 4 dewasa + beberapa anak. **Yang ditanya:** banyak tiket anak paling banyak.

Konsep 1 – Sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Misalkan harga tiket dewasa d dan tiket anak a (dalam ribu rupiah). Dua kalimat menjadi dua persamaan.
Konsep 2 – Eliminasi. Kalikan persamaan agar koefisien satu variabel sama, lalu kurangkan. Contoh kecil: $x + y = 5$ dan $x + 3y = 9$. Kurangkan: $2y = 4$, jadi $y = 2$ dan $x = 3$.
Konsep 3 – "Paling banyak". Banyak tiket harus bilangan bulat dan biayanya tidak boleh melebihi uang yang ada, jadi hasil bagi dibulatkan **ke bawah**.

Langkah penyelesaian:
1. Persamaan: $3d + 4a = 270$ dan $2d + 5a = 250$.
2. Samakan koefisien d: kalikan persamaan pertama dengan 2 dan persamaan kedua dengan 3: $6d + 8a = 540$ dan $6d + 15a = 750$.
3. Kurangkan persamaan kedua dengan yang pertama: $7a = 210$, sehingga $a = 30$.
4. Masukkan ke $3d + 4a = 270$: $3d + 120 = 270$, $3d = 150$, $d = 50$.
Jadi tiket dewasa Rp50.000 dan tiket anak Rp30.000.
5. Biaya 4 tiket dewasa: $4 \times 50 = 200$ ribu. Sisa uang: $480 - 200 = 280$ ribu.
6. Banyak tiket anak: $280 : 30 = 9{,}33\ldots$ Tiket harus utuh dan uang tidak boleh kurang, jadi paling banyak 9 tiket.

Cek ulang: $2(50) + 5(30) = 100 + 150 = 250$ ✓. Biaya 4 dewasa + 9 anak $= 200 + 270 = 470 \leq 480$ ✓; dengan 10 anak $= 200 + 300 = 500 > 480$ ✗.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 7: **Jebakan:** harga tertukar (dewasa Rp30.000, anak Rp50.000): $480 - 120 = 360$, dan $360 : 50 = 7{,}2$.
• B ✓ 9.
• C ✗ 10: **Jebakan:** membulatkan $9{,}33$ ke atas; tiket ke-10 tidak terbayar.
• D ✗ 11: **Jebakan:** salah membaca banyak tiket dewasa menjadi 3 (seperti rombongan pertama): $480 - 150 = 330$, dan $330 : 30 = 11$.
• E ✗ 16: **Jebakan:** lupa membayar tiket dewasa: $480 : 30 = 16$.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Soal pertama memuat huruf k di dalam sistem tiga variabel; soal kedua menguji kedudukan dua garis.

1. Sistem persamaan linear dalam variabel x, y, dan z berikut memuat bilangan real k.

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = k \\ x + y + z = 2k + 8 \end{cases}$$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $z = 2$ untuk setiap nilai k.
(2) $x - z = k + 2$.
(3) Jika $x = 2y$, maka $k = 0$.
(4) $x + y - 2z = 2k + 2$.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

2. Diketahui sistem persamaan linear dalam variabel x dan y berikut, dengan k dan m bilangan real.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + ky = m \end{cases}$$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Jika $k = 6$ dan $m = 10$, sistem mempunyai tepat satu penyelesaian.
(2) Jika $k = 6$ dan $m = 12$, sistem mempunyai tak hingga banyak penyelesaian.
(3) Jika $k = 3$, grafik kedua persamaan berupa dua garis yang sejajar.
(4) Jika $k = -6$, sistem mempunyai tepat satu penyelesaian untuk setiap nilai m.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Kunci singkat: 1. E 2. C

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa penyelesaian SPLDV sama dengan titik potong kedua garisnya?
2. Apa arti hasil eliminasi $0 = 5$? Apa arti $0 = 0$?
3. Pada sistem yang penyelesaiannya tidak tunggal, bagaimana kamu menunjukkan bahwa sebuah nilai tidak dapat dipastikan?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-2.4

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers

SNBTPK-2.5

◎ APA YANG DIUJI

Fungsi adalah bahasa yang dipakai hampir semua soal aljabar. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 5 (Simulasi 2 nomor 5) mendefinisikan sebuah aturan buatan yang rumusnya berbeda menurut jenis bilangannya (ganjil, genap taknegatif, atau genap negatif), lalu meminta nilai aturan itu yang dipakai dua kali secara bertingkat. Soal seperti ini adalah **fungsi bercabang** yang dikerjakan seperti fungsi komposisi. Paket prediksi menguji komposisi dua fungsi, urutan $f \circ g$ dan $g \circ f$, serta invers fungsi linear dan fungsi pecahan.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menghitung nilai fungsi, termasuk untuk masukan berupa bentuk aljabar, dan menentukan daerah asal fungsi;
- menghitung nilai fungsi bercabang dengan memilih cabang yang tepat;
- menyusun dan menghitung fungsi komposisi dengan urutan yang benar;
- menentukan invers fungsi dan memakai arti invers tanpa harus mencari rumusnya.

≡ PRASYARAT

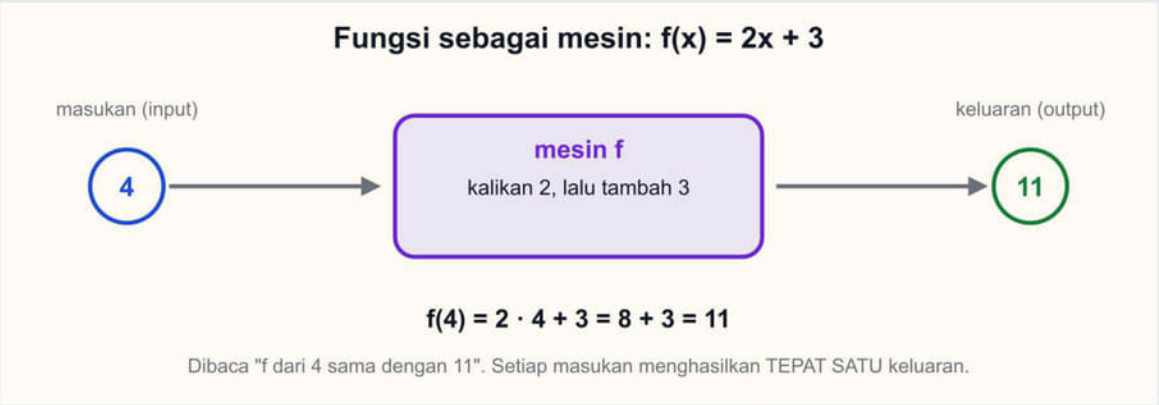
1. **Substitusi beserta kurung** (sub bab 0.2). Contoh: untuk $x = -3$, bentuk $2x^2 - x + 1$ menjadi $2(-3)^2 - (-3) + 1 = 18 + 3 + 1 = 22$.
2. **Menjabarkan kuadrat** (sub bab 2.1): $(a + 1)^2 = a^2 + 2a + 1$, bukan $a^2 + 1$.
3. **Pecahan aljabar** (sub bab 2.1). Penyebut tidak boleh nol. Contoh: $\dfrac{x + 3}{x - 2}$ tidak bermakna untuk $x = 2$.
4. **Menyelesaikan persamaan linear** (sub bab 0.3). Contoh: $4x + 1 = 9$ memberi $4x = 8$, jadi $x = 2$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Fungsi sebagai mesin

Bayangkan sebuah mesin. Kamu memasukkan satu bilangan, mesin mengolahnya dengan aturan tertentu, lalu mengeluarkan satu bilangan baru. Mesin seperti itu adalah **fungsi**. Gambar 2.18 menunjukkan fungsi $f(x) = 2x + 3$: aturannya "kalikan 2, lalu tambah 3". Bila bilangan 4 dimasukkan, keluarannya $2 \cdot 4 + 3 = 11$. Kita menulis $f(4) = 11$ dan membacanya "f dari 4 sama dengan 11".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.18 Fungsi sebagai mesin. Masukan 4 diolah oleh aturan $f(x) = 2x + 3$ menjadi keluaran 11.

Huruf x dalam $f(x) = 2x + 3$ hanyalah **tempat masukan**. Rumus itu sebenarnya berkata: "apa pun yang dimasukkan, kalikan 2, lalu tambah 3". Karena itu, masukannya boleh berupa bentuk aljabar. Untuk menghitung $f(a + 1)$, ganti **setiap** x dengan $(a + 1)$ beserta kurungnya: $f(a + 1) = 2(a + 1) + 3 = 2a + 5$. Kesalahan yang sering terjadi adalah menulis $f(a + 1) = 2a + 1 + 3$, yaitu lupa bahwa seluruh $(a + 1)$ yang dikalikan 2. Ingat juga bahwa $f(a + 1)$ berbeda dengan $f(a) + 1$: yang pertama mengubah masukan, yang kedua mengubah keluaran.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Diketahui $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Hitunglah $f(-2)$ dan sederhanakan $f(a + 1)$.

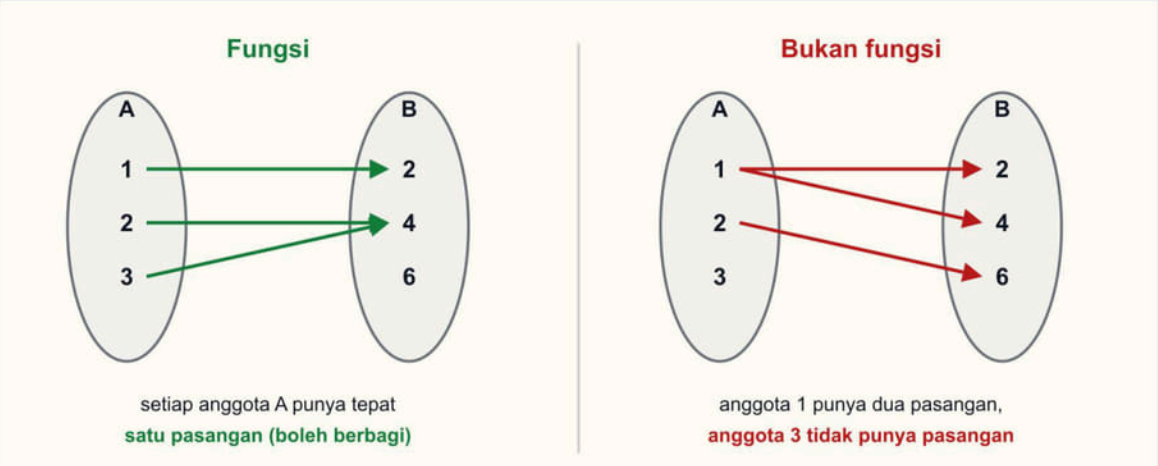
1. Ganti x dengan (-2) beserta kurungnya: $f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 2$.
2. Hitung setiap suku: $(-2)^2 = 4$ dan $-3(-2) = 6$. Jadi $f(-2) = 4 + 6 + 2 = 12$.
3. Ganti x dengan $(a + 1)$: $f(a + 1) = (a + 1)^2 - 3(a + 1) + 2$. Alasannya: setiap tempat x diisi bentuk masukan yang sama.
4. Jabarkan: $(a + 1)^2 = a^2 + 2a + 1$ dan $-3(a + 1) = -3a - 3$. Jadi $f(a + 1) = a^2 + 2a + 1 - 3a - 3 + 2$.
5. Gabungkan suku sejenis: $a^2 + (2a - 3a) + (1 - 3 + 2) = a^2 - a$.
6. Cek ulang dengan $a = 1$: $f(2) = 4 - 6 + 2 = 0$, dan $a^2 - a = 1 - 1 = 0$. Sama.

Jadi $f(-2) = 12$ dan $f(a + 1) = a^2 - a$.

2. Arti fungsi dan daerah asal

Secara tepat, **fungsi** dari himpunan A ke himpunan B adalah aturan yang memasangkan **setiap** anggota A dengan **tepat satu** anggota B. Gambar 2.19 membandingkan dua aturan dengan diagram panah. Pada diagram kiri, setiap anggota A punya tepat satu panah, walaupun dua anggota (2 dan 3) menunjuk ke anggota B yang sama. Itu tetap fungsi: dua masukan berbeda boleh menghasilkan keluaran yang sama. Pada diagram kanan, anggota 1 punya dua panah dan anggota 3 tidak punya panah. Itu bukan fungsi, karena sebuah mesin tidak boleh mengeluarkan dua hasil untuk satu masukan, dan setiap masukan yang sah harus menghasilkan sesuatu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.19 Diagram panah. Kiri: fungsi (setiap anggota A punya tepat satu pasangan). Kanan: bukan fungsi.

Himpunan semua masukan yang diperbolehkan disebut **daerah asal** atau **domain**. Himpunan semua keluaran yang benar-benar dihasilkan disebut **daerah hasil**. Bila soal tidak menyebut daerah asal, kita memakai semua bilangan real yang membuat rumus bermakna. Dua larangan yang paling sering muncul adalah:

- **penyebut tidak boleh nol**: $g(x) = \dfrac{1}{x+3}$ mempunyai daerah asal $x \neq -3$;
- **bilangan di bawah akar kuadrat tidak boleh negatif**: $h(x) = \sqrt{x-2}$ mempunyai daerah asal $x \geq 2$, karena akar kuadrat bilangan negatif bukan bilangan real.

Bila sebuah rumus memuat kedua bentuk sekaligus, semua syarat harus dipenuhi bersamaan. Misalnya $k(x) = \dfrac{\sqrt{6-2x}}{x+1}$. Syarat akar: $6 - 2x \geq 0$, yaitu $-2x \geq -6$; dibagi -2 dengan tanda berbalik menjadi $x \leq 3$. Syarat penyebut: $x + 1 \neq 0$, yaitu $x \neq -1$. Jadi daerah asalnya semua $x \leq 3$ kecuali $x = -1$. Daerah hasil juga dapat dibaca dari sifat rumusnya. Pada $p(x) = x^2 + 1$, bilangan kuadrat tidak pernah negatif, jadi $x^2 \geq 0$ dan $p(x) \geq 1$. Keluaran terkecilnya 1 (saat $x = 0$), dan bilangan seperti 0 atau -5 tidak pernah dihasilkan. Pengetahuan ini berguna untuk menolak pilihan jawaban yang mustahil.

Fungsi tidak selalu diberikan sebagai rumus. Fungsi juga dapat diberikan sebagai **tabel** (misalnya tabel tarif ongkos kirim menurut berat paket) atau sebagai **grafik**. Cara membacanya tetap sama: cari masukan, lalu baca keluarannya. Pada grafik, titik (a, b) yang terletak pada grafik $y = f(x)$ berarti $f(a) = b$, persis seperti yang kamu pakai di sub bab 2.2 untuk parabola. Bila soal menyebut "grafik fungsi f melalui titik $(2, 7)$", kalimat itu sama artinya dengan "$f(2) = 7$". Mengubah kalimat soal menjadi bentuk $f(\text{masukan}) = \text{keluaran}$ adalah langkah pertama hampir semua soal fungsi, karena setelah itu soalnya berubah menjadi persamaan biasa yang dapat diselesaikan seperti di sub bab 0.3.

3. Fungsi bercabang

Sebagian fungsi memakai **rumus yang berbeda untuk bagian daerah asal yang berbeda**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Fungsi seperti ini disebut **fungsi bercabang** atau fungsi sepotong-sepotong. Contoh sehari-hari: tarif parkir Rp3.000 untuk dua jam pertama, lalu Rp2.000 untuk setiap jam berikutnya. Aturan tarifnya bergantung pada lama parkir. Untuk parkir 1 jam atau 2 jam, biayanya Rp3.000. Untuk parkir 5 jam, dua jam pertama berbiaya Rp3.000 dan tiga jam berikutnya berbiaya $3\times$ Rp2.000, sehingga totalnya Rp9.000. Rumusnya berganti ketika lama parkir melewati dua jam.

Menghitung nilai fungsi bercabang selalu dua langkah: **(1) tentukan cabang** dengan memeriksa syarat setiap cabang terhadap masukan, **(2) baru hitung** dengan rumus cabang itu. Kesalahan paling sering terjadi di langkah 1, terutama pada batas cabang (misalnya apakah $x = 3$ masuk "$x \le 3$" atau "$x > 3$") dan pada kata seperti "taknegatif" (artinya nol atau positif). Bila fungsi dipakai bertingkat, misalnya $f(f(2))$, kerjakan dari dalam: hitung $f(2)$, lalu tentukan **lagi** cabang untuk hasil itu.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Fungsi f didefinisikan dengan $f(x) = 2x + 1$ untuk $x < 0$, $f(x) = x^2$ untuk $0 \le x \le 3$, dan $f(x) = 10 - x$ untuk $x > 3$. Hitunglah $f(-2) + f(3) + f(5)$ dan $f(f(2))$.

1. Untuk $x = -2$: $-2 < 0$, jadi pakai cabang pertama. $f(-2) = 2(-2) + 1 = -3$.
2. Untuk $x = 3$: syarat $0 \le 3 \le 3$ terpenuhi (tanda $\le$ memasukkan 3), jadi pakai cabang kedua. $f(3) = 3^2 = 9$. Alasannya: 3 tidak memenuhi "$x > 3$", jadi cabang ketiga tidak berlaku.
3. Untuk $x = 5$: $5 > 3$, jadi pakai cabang ketiga. $f(5) = 10 - 5 = 5$.
4. Jumlahkan: $-3 + 9 + 5 = 11$.
5. Untuk $f(f(2))$, kerjakan dari dalam. 2 memenuhi $0 \le 2 \le 3$, jadi $f(2) = 2^2 = 4$.
6. Tentukan cabang untuk 4: $4 > 3$, jadi $f(4) = 10 - 4 = 6$.
7. Cek ulang langkah 6: bila cabang tidak diperiksa ulang dan rumus x^2 dipakai lagi, hasilnya 16, sebuah pengecoh. Masukan 4 memang termasuk cabang ketiga.

Jadi $f(-2) + f(3) + f(5) = 11$ dan $f(f(2)) = 6$.

4. Fungsi komposisi

Fungsi komposisi adalah dua mesin yang dipasang berurutan: keluaran mesin pertama menjadi masukan mesin kedua. Lambangnya $f \circ g$, dibaca "f bundaran g", dengan arti

$$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big).$$

Perhatikan urutannya. Pada $f\big(g(x)\big)$, bagian yang paling dalam adalah $g(x)$, jadi **mesin g bekerja lebih dulu**, lalu hasilnya dimasukkan ke f. Lambang $f \circ g$ dibaca dari kiri, tetapi dikerjakan **dari kanan**: yang ditulis paling dekat dengan x dikerjakan pertama.

Gambar 2.20 menunjukkan bahwa urutan itu penting. Dengan $g(x) = x + 2$ dan $f(x) = 3x$, masukan 1 yang melewati g dulu menjadi 3, lalu f mengubahnya menjadi 9. Bila urutannya dibalik, 1 melewati f dulu menjadi 3, lalu g mengubahnya menjadi 5. Jadi $(f \circ g)(1) = 9$, sedangkan $(g \circ f)(1) = 5$. Pada umumnya $f \circ g \neq g \circ f$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.20 Komposisi. Urutan mesin menentukan hasil: $(f \circ g)(1) = 9$*, tetapi* $(g \circ f)(1) = 5$.

Untuk mendapat **rumus** komposisi, pakai substitusi seperti pada bagian 1: tulis rumus fungsi luar, lalu ganti setiap x-nya dengan seluruh rumus fungsi dalam.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Diketahui $f(x) = 2x - 1$ dan $g(x) = x^2 + 3$. Tentukan rumus $(f \circ g)(x)$ dan $(g \circ f)(x)$, lalu hitung keduanya untuk $x = 1$.

1. $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$. Fungsi luarnya f, jadi tulis rumus f dan ganti x dengan $(x^2 + 3)$: $2(x^2 + 3) - 1 = 2x^2 + 6 - 1 = 2x^2 + 5$.
2. $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$. Fungsi luarnya g, jadi ganti x di rumus g dengan $(2x - 1)$: $(2x - 1)^2 + 3$.
3. Jabarkan kuadrat selisih: $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$. Jadi $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 4$.
4. Untuk $x = 1$: $(f \circ g)(1) = 2 + 5 = 7$ dan $(g \circ f)(1) = 4 - 4 + 4 = 4$.
5. Cek ulang dengan cara mesin. $g(1) = 4$, lalu $f(4) = 7$. $f(1) = 1$, lalu $g(1) = 4$. Kedua hasil cocok dengan rumus.

Jadi $(f \circ g)(x) = 2x^2 + 5$ dan $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 4$; nilainya di $x = 1$ adalah 7 dan 4.

Soal kadang dibalik: komposisi dan salah satu fungsi diketahui, lalu fungsi yang lain ditanyakan. Kuncinya tetap arti komposisi. Bila fungsi **luar** yang diketahui, tulis fungsi luar dengan masukan $g(x)$ yang belum diketahui, lalu selesaikan sebagai persamaan. Bila fungsi **dalam** yang diketahui, misalkan masukan fungsi luar sebagai huruf baru.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). (a) Diketahui $f(x) = 3x + 2$ dan $(f \circ g)(x) = 6x - 7$. Tentukan $g(x)$. (b) Diketahui $h(x) = x + 1$ dan $(k \circ h)(x) = x^2 + 2x$. Tentukan $k(x)$.

1. Bagian (a). Tulis arti komposisi: $f\big(g(x)\big) = 6x - 7$. Fungsi luarnya f, jadi $3g(x) + 2 = 6x - 7$. Alasannya: f mengalikan masukannya dengan 3 lalu menambah 2, dan masukannya sekarang $g(x)$.
2. Selesaikan sebagai persamaan linear dalam $g(x)$: $3g(x) = 6x - 9$, jadi $g(x) = 2x - 3$.
3. Cek ulang (a): $f(2x - 3) = 3(2x - 3) + 2 = 6x - 9 + 2 = 6x - 7$. Benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Bagian (b). Arti komposisi: $k(x+1) = x^2 + 2x$. Fungsi dalamnya yang diketahui, jadi misalkan $t = x + 1$, sehingga $x = t - 1$.
5. Ganti x di ruas kanan: $k(t) = (t-1)^2 + 2(t-1) = t^2 - 2t + 1 + 2t - 2 = t^2 - 1$.
6. Huruf t hanyalah nama tempat masukan, jadi $k(x) = x^2 - 1$.
7. Cek ulang (b): $k\big(h(x)\big) = (x+1)^2 - 1 = x^2 + 2x + 1 - 1 = x^2 + 2x$. Benar.

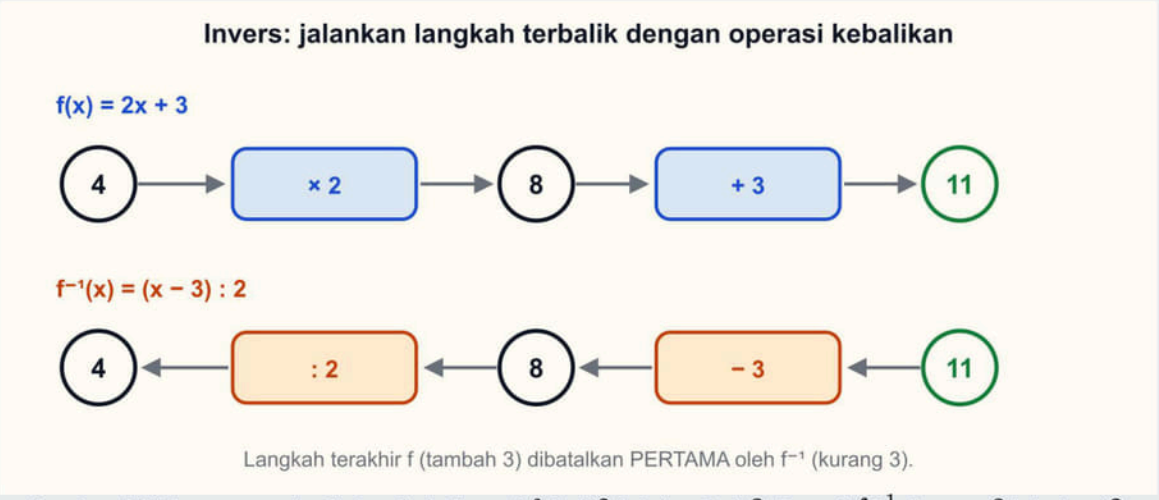
Jadi $g(x) = 2x - 3$ dan $k(x) = x^2 - 1$.

5. Fungsi invers

Fungsi invers f^{-1} adalah mesin yang **membatalkan** kerja f. Bila f mengubah 4 menjadi 11, maka f^{-1} mengubah 11 kembali menjadi 4. Secara umum,

$$f^{-1}(b) = a \iff f(a) = b.$$

Gambar 2.21 menunjukkan cara berpikirnya. Fungsi $f(x) = 2x + 3$ bekerja dalam dua langkah: kalikan 2, lalu tambah 3. Untuk membatalkannya, kita berjalan mundur: langkah terakhir dibatalkan lebih dulu. Jadi kurangi 3, lalu bagi 2. Rumusnya $f^{-1}(x) = \dfrac{x-3}{2}$. Ini seperti melepas sepatu dan kaus kaki: yang terakhir dipakai, yang pertama dilepas.



Gambar 2.21 Invers membalik langkah. Fungsi f: kali 2 lalu tambah 3. Fungsi f^{-1}: kurang 3 lalu bagi 2.

Cara baku mencari rumus invers memakai aljabar:

1. Tulis $y = f(x)$.
2. Nyatakan x dalam y (selesaikan persamaan untuk x).
3. Tukar nama huruf: hasilnya $f^{-1}(x)$.

Langkah 2 adalah inti pembatalan: kita mencari masukan x bila keluarannya y diketahui. Langkah 3 hanya mengganti nama, karena kebiasaan menulis masukan fungsi dengan huruf x.

Hati-hati: lambang f^{-1} **bukan** berarti $\dfrac{1}{f(x)}$. Pangkat -1 di sini adalah nama "invers", bukan pangkat. Untuk $f(x) = 2x + 3$, inversnya $\dfrac{x-3}{2}$, sedangkan $\dfrac{1}{2x+3}$ adalah fungsi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

yang sama sekali lain.

Satu syarat penting: tidak semua fungsi punya invers. Bila dua masukan berbeda menghasilkan keluaran yang sama, misalnya $g(x) = x^2$ dengan $g(2) = g(-2) = 4$, mesin pembalik tidak tahu harus mengembalikan 4 ke 2 atau ke -2. Fungsi linear $f(x) = ax + b$ dengan $a \neq 0$ dan fungsi pecahan seperti di contoh berikut selalu punya invers pada daerah asalnya.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Tentukan invers $f(x) = \dfrac{x+4}{x-2}$ untuk $x \neq 2$, lalu periksa dengan satu nilai.

1. Tulis $y = \dfrac{x+4}{x-2}$.
2. Kalikan kedua ruas dengan $(x-2)$ supaya pecahan hilang: $y(x-2) = x + 4$, yaitu $xy - 2y = x + 4$. Di sini perkalian dengan penyebut boleh, karena ini persamaan, bukan pertidaksamaan.
3. Kumpulkan suku yang memuat x di ruas kiri dan sisanya di kanan: $xy - x = 2y + 4$.
4. Keluarkan x sebagai faktor: $x(y-1) = 2y + 4$, jadi $x = \dfrac{2y+4}{y-1}$.
5. Tukar nama huruf: $f^{-1}(x) = \dfrac{2x+4}{x-1}$, dengan syarat $x \neq 1$ (penyebut tidak nol).
6. Cek ulang: $f(3) = \dfrac{7}{1} = 7$. Maka $f^{-1}(7)$ harus 3: $\dfrac{14+4}{7-1} = \dfrac{18}{6} = 3$. Benar.

Jadi $f^{-1}(x) = \dfrac{2x+4}{x-1}$ untuk $x \neq 1$.

Perhatikan polanya. Untuk $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, inversnya selalu $f^{-1}(x) = \dfrac{-dx+b}{cx-a}$: koefisien a dan d bertukar tempat dan berganti tanda. Pada contoh di atas $a = 1, b = 4$, $c = 1, d = -2$, sehingga $f^{-1}(x) = \dfrac{2x+4}{x-1}$, sama dengan hasil langkah demi langkah. Pola ini boleh dipakai sebagai jalan pintas, tetapi pahami dulu langkah lengkapnya.

Sering kali soal hanya menanyakan **satu nilai** invers, misalnya $f^{-1}(9)$. Rumus invers tidak perlu dicari. Pakai artinya: $f^{-1}(9) = a$ berarti $f(a) = 9$, jadi selesaikan saja persamaan $f(a) = 9$. Cara yang sama berlaku untuk invers komposisi.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Diketahui $f(x) = x + 5$ dan $g(x) = 3x$. Tentukan nilai $(g \circ f)^{-1}(24)$.

1. Pakai arti invers: $(g \circ f)^{-1}(24) = a$ berarti $(g \circ f)(a) = 24$. Alasannya: invers membatalkan komposisi, jadi kita mencari masukan yang menghasilkan 24.
2. Susun rumus komposisi: $(g \circ f)(x) = g(x+5) = 3(x+5) = 3x + 15$.
3. Selesaikan $3a + 15 = 24$: $3a = 9$, jadi $a = 3$.
4. Cek ulang dengan cara mesin: $f(3) = 8$, lalu $g(8) = 24$. Benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi $(g \circ f)^{-1}(24) = 3$. Pengecoh yang mungkin muncul adalah hasil dari urutan yang tertukar: $(f \circ g)(a) = 3a + 5 = 24$ memberi $a = \dfrac{19}{3}$.

Dua sifat invers berikut membantu memeriksa jawaban. Pertama, menjalankan sebuah fungsi lalu inversnya mengembalikan masukan semula: $f^{-1}\big(f(x)\big) = x$ dan $f\big(f^{-1}(x)\big) = x$. Alasannya: mesin kedua membatalkan semua yang dikerjakan mesin pertama. Untuk $f(x) = 2x + 3$ dan $f^{-1}(x) = \dfrac{x - 3}{2}$, misalnya, $f^{-1}\big(f(x)\big) = \dfrac{(2x + 3) - 3}{2} = x$. Kedua, invers dari komposisi dibalik urutannya: $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Alasannya sama dengan sepatu dan kaus kaki: bila f dikerjakan dulu lalu g, pembatalannya harus membatalkan g lebih dulu, baru f. Pada Contoh terselesaikan 6, $g^{-1}(x) = \dfrac{x}{3}$ dan $f^{-1}(x) = x - 5$. Maka $(g \circ f)^{-1}(24) = f^{-1}\big(g^{-1}(24)\big) = f^{-1}(8) = 3$, sama dengan hasil sebelumnya.

Ringkasan

- Fungsi = mesin: setiap masukan menghasilkan tepat satu keluaran. Masukan berupa bentuk aljabar diganti utuh beserta kurung.
- Daerah asal alami: penyebut $\neq 0$ dan bilangan di bawah akar kuadrat ≥ 0.
- Fungsi bercabang: tentukan cabang dulu, baru hitung; untuk nilai bertingkat, tentukan cabang lagi untuk setiap hasil.
- $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$: g dikerjakan lebih dulu; pada umumnya $f \circ g \neq g \circ f$.
- $f^{-1}(b) = a \iff f(a) = b$; cari rumus invers dengan $y = f(x) \to$ nyatakan x dalam $y \to$ tukar huruf. f^{-1} bukan $\dfrac{1}{f}$.
- Untuk satu nilai invers, selesaikan $f(a) = b$ tanpa mencari rumus invers.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Ucapkan urutan mesin.** Sebelum menghitung $(f \circ g)(2)$, katakan dalam hati "g dulu, lalu f". Tulis hasil antara, misalnya $g(2) = 5$, sebelum melanjutkan.
2. **Nilai lebih cepat daripada rumus.** Bila soal hanya meminta nilai komposisi di satu titik, hitung bertahap dengan angka. Rumus lengkap hanya diperlukan bila soal menanyakan rumus atau kesamaan untuk setiap x.
3. **Invers satu nilai: balik pertanyaannya.** Ubah "$f^{-1}(b) =$?" menjadi "$f(?) = b$".
4. **Periksa dengan satu bilangan.** Rumus komposisi dan invers dapat dicek dengan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

memasukkan satu bilangan dan membandingkan dengan hitungan bertahap.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Urutan komposisi tertukar	$(f \circ g)(1)$: hitung $f(1)$ dulu	hitung $g(1)$ dulu, lalu masukkan ke f
Substitusi tanpa kurung	$f(a+1) = 2a + 1 + 3$ untuk $f(x) = 2x + 3$	$2(a+1) + 3 = 2a + 5$
Invers dikira kebalikan	$f^{-1}(x) = \dfrac{1}{2x+3}$	$f^{-1}(x) = \dfrac{x-3}{2}$
Tidak memeriksa ulang cabang	$f(f(2))$ memakai cabang yang sama	tentukan cabang untuk hasil $f(2)$
Berhenti di fungsi dalam	$(f \circ g)(2) = g(2)$	masukkan $g(2)$ ke f

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 5 memakai lambang buatan yang bekerja seperti fungsi bercabang dengan tiga cabang: untuk bilangan ganjil, untuk bilangan genap taknegatif, dan untuk bilangan genap negatif. Nilai yang ditanyakan berbentuk bertingkat, jadi kerjakan dari bagian paling dalam seperti $f(f(2))$ pada Contoh terselesaikan 2. Untuk setiap masukan, tentukan dulu jenis bilangannya (ganjil atau genap, negatif atau tidak), baru pilih rumusnya. Jebakannya ada pada hasil antara: setelah bagian dalam dihitung dan dikurangkan, jenis bilangannya bisa berubah, sehingga cabang yang dipakai juga berubah. Cara membaca definisi buatan dibahas lebih lanjut di sub bab 1.6.

Rujukan: soal nomor 5 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji komposisi dalam dua urutan dan nilai invers. Pakai strategi 2 dan 3: hitung dengan angka dan balik pertanyaan invers.

►. Fungsi f dan g didefinisikan dengan $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = x^2 + 1$. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) $(f \circ g)(2) = 5$
(2) $(g \circ f)(2) = 7$
(3) $f^{-1}(5) = 7$
(4) $(g \circ f)(x) = 4x^2 + 10$

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: A**

Yang diketahui: $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = x^2 + 1$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Komposisi fungsi. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$: kerjakan g lebih dulu, lalu hasilnya dimasukkan ke f. Urutan penting: umumnya $f \circ g \neq g \circ f$.
Contoh kecil: $f(x) = x + 1$ dan $g(x) = 2x$. $(f \circ g)(3) = f(6) = 7$, sedangkan $(g \circ f)(3) = g(4) = 8$.

Konsep 2 – Invers. $f^{-1}(a) = b$ artinya $f(b) = a$. Jadi untuk mencari $f^{-1}(5)$, cari x yang membuat $f(x) = 5$.

Konsep 3 – Kuadrat bentuk aljabar: $(p - q)^2 = p^2 - 2pq + q^2$ (ada suku tengah $-2pq$).

Langkah penyelesaian:
1. **Pernyataan (1):** $g(2) = 2^2 + 1 = 5$, lalu $f(5) = 2 \times 5 - 3 = 7$. Jadi $(f \circ g)(2) = 7$, bukan 5 → **salah**. **Jebakan:** berhenti di $g(2) = 5$ dan lupa memasukkannya ke f.
2. **Pernyataan (2):** $f(2) = 4 - 3 = 1$, lalu $g(1) = 1 + 1 = 2$. Jadi $(g \circ f)(2) = 2$, bukan 7 → **salah**. **Jebakan:** urutan komposisi tertukar; 7 adalah nilai $(f \circ g)(2)$.
3. **Pernyataan (3):** $f(x) = 5 \to 2x - 3 = 5 \to 2x = 8 \to x = 4$. Jadi $f^{-1}(5) = 4$, bukan 7 → **salah**. **Jebakan:** menghitung $f(5) = 7$, padahal invers bekerja ke arah sebaliknya.
4. **Pernyataan (4):**
$(g \circ f)(x) = g(2x - 3) = (2x - 3)^2 + 1 = 4x^2 - 12x + 9 + 1 = 4x^2 - 12x + 10$. Rumus ini tidak sama dengan $4x^2 + 10$ (misalnya di $x = 2$: 2 dan 26) → **salah**. **Jebakan:** mengira $(2x - 3)^2 = 4x^2 + 9$ (lupa suku tengah $-12x$).
5. Banyak pernyataan benar: 0.

Cek ulang: dari rumus pada langkah 4, $(g \circ f)(2) = 16 - 24 + 10 = 2$, sama dengan hasil langkah 2 ✓. Selain itu $f(4) = 8 - 3 = 5$, jadi $f^{-1}(5) = 4$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 0.
• B ✗ 1, C ✗ 2, D ✗ 3, E ✗ 4: setiap pernyataan yang dianggap benar berasal dari salah satu jebakan di atas (lupa langkah kedua komposisi, urutan tertukar, invers dikira nilai fungsi, atau lupa suku tengah).

Jawaban: A.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Tulis hasil antara setiap mesin sebelum menghitung hasil akhir.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Fungsi f dan g pada bilangan real didefinisikan dengan $f(x) = 3x - 1$ dan $g(x) = 2x + 4$.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
$(f \circ g)(1) = 8$	○	○
$(g \circ f)(x) - (f \circ g)(x) = -9$ untuk setiap bilangan real x	○	○
$(f \circ g)^{-1}(23) = 2$	○	○

2. Fungsi f didefinisikan dengan $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-1}$ untuk setiap bilangan real $x \neq 1$, dan f^{-1} adalah fungsi invers dari f.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $f^{-1}(x) = \dfrac{x-1}{2x+3}$
(2) $f^{-1}(7) = 2$
(3) $f^{-1}(x)$ terdefinisi untuk semua bilangan real x kecuali $x = 1$.
(4) Grafik $y = f^{-1}(x)$ memotong sumbu y di titik $\left(0, -\dfrac{3}{2}\right)$.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Kunci singkat: 1. 1S 2B 3B 2. C

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa $(f \circ g)(x)$ dikerjakan dengan g lebih dulu, padahal f ditulis lebih dulu?
2. Apa perbedaan $f^{-1}(x)$ dan $\dfrac{1}{f(x)}$? Berikan contoh dengan $f(x) = x + 1$.
3. Bagaimana cara menghitung $f^{-1}(10)$ untuk $f(x) = 3x - 2$ tanpa mencari rumus inversnya?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.5: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-2.5

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.6 · Matriks Ordo 2 × 2

SNBTPK-2.6

◎ APA YANG DIUJI

Matriks belum muncul di soal asli UTBK-SNBT 2024–2026 yang dikumpulkan untuk buku ini, tetapi termasuk dalam Peta Topik Pengetahuan Kuantitatif dan sesekali dipakai paket prediksi. Soal yang muncul biasanya berbentuk pernyataan atau perbandingan kuantitas: menghitung hasil kali dua matriks, determinan, dan invers, lalu menilai sifat-sifatnya. Jebakan utamanya adalah menganggap matriks berperilaku persis seperti bilangan biasa, misalnya menganggap $AB = BA$ atau $\det(A + B) = \det A + \det B$.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjumlahkan, mengurangkan, dan mengalikan matriks ordo 2×2 beserta alasan aturan perkaliannya;
- menghitung determinan dan memakai sifat $\det(AB) = \det A \cdot \det B$ serta $\det(kA) = k^2 \det A$;
- menentukan invers matriks 2×2 dan memeriksanya;
- menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan matriks.

▤ PRASYARAT

1. **Operasi bilangan bulat** (sub bab 0.1), terutama tanda: $3 \cdot (-2) = -6$ dan $(-1) \cdot (-4) = 4$. Hitungan matriks memuat banyak perkalian kecil, dan satu kesalahan tanda merusak seluruh hasil.
2. **Sistem persamaan linear dua variabel** (sub bab 2.4). Contoh: $x + y = 5$ dan $2x - y = 1$ mempunyai penyelesaian $x = 2, y = 3$. Sistem yang garis-garisnya sejajar atau berimpit tidak mempunyai penyelesaian tunggal.
3. **Pecahan** (sub bab 1.2). Contoh: $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ dan $\frac{1}{2} \times (-1) = -\frac{1}{2}$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Apa itu matriks

Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang ditulis di dalam kurung. Bilangan-bilangan di dalamnya disebut **elemen** atau **entri**. Deretan mendatar disebut **baris**, dan deretan tegak disebut **kolom**. Matriks yang memiliki 2 baris dan 2 kolom disebut matriks **ordo** 2×2:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Pada matriks ini, a dan b berada di baris pertama, c dan d di baris kedua; a dan c di kolom pertama, b dan d di kolom kedua. Diagonal dari kiri atas ke kanan bawah (a dan d) disebut **diagonal utama**, dan diagonal yang lain (b dan c) disebut **diagonal samping**.

Matriks sebenarnya adalah cara ringkas menulis tabel. Misalkan pada tahun 2026 sebuah kantin mencatat penjualan: hari Senin terjual 12 nasi dan 8 es teh, hari Selasa terjual 15 nasi dan 10 es teh. Catatan itu dapat ditulis sebagai matriks $\begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$, dengan baris menyatakan hari dan kolom menyatakan jenis barang. Letak setiap bilangan bermakna, jadi dua matriks dikatakan **sama** bila ordonya sama dan setiap elemen yang **seletak** sama.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Tentukan x dan y bila $\begin{pmatrix} x+2 & 3 \\ 4 & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$.

1. Dua matriks sama berarti elemen seletak sama. Alasannya: setiap posisi menyimpan informasi yang berbeda.
2. Bandingkan baris 1 kolom 1: $x + 2 = 5$, jadi $x = 3$.
3. Bandingkan baris 2 kolom 2: $2y = -6$, jadi $y = -3$.
4. Cek ulang elemen lain: baris 1 kolom 2 sama-sama 3, dan baris 2 kolom 1 sama-sama 4. Cocok.

Jadi $x = 3$ dan $y = -3$.

2. Penjumlahan, pengurangan, dan perkalian dengan bilangan

Dua matriks berordo sama dijumlahkan atau dikurangkan dengan **menjumlahkan atau mengurangkan elemen yang seletak**. Alasannya mengikuti contoh kantin: bila matriks kedua mencatat penjualan minggu berikutnya, total penjualan nasi hari Senin adalah jumlah dua elemen di posisi yang sama. Menjumlahkan elemen yang berbeda posisi, misalnya nasi dengan es teh, tidak bermakna.

Perkalian matriks dengan sebuah bilangan k (disebut **skalar**) berarti **setiap elemen dikalikan k**. Bila harga semua barang naik dua kali lipat, setiap entri tabel harga dikali 2.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Hitunglah $A + B$ dan $2A - B$.

1. Jumlahkan elemen seletak: $A + B = \begin{pmatrix} 2+1 & -1+5 \\ 3+(-2) & 4+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.
2. Kalikan setiap elemen A dengan 2: $2A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$.
3. Kurangkan elemen seletak: $2A - B = \begin{pmatrix} 4-1 & -2-5 \\ 6-(-2) & 8-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Cek ulang tanda di baris 2 kolom 1: $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$, karena mengurangi bilangan negatif sama dengan menambah.

Jadi $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ dan $2A - B = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$.

3. Perkalian dua matriks: baris kali kolom

Perkalian dua matriks **tidak** dilakukan dengan mengalikan elemen seletak. Aturannya adalah **baris kali kolom** (lihat Gambar 2.22): elemen baris ke-i kolom ke-j dari hasil kali AB diperoleh dari baris ke-i matriks A dan kolom ke-j matriks B. Pasangan elemennya dikalikan, lalu semua hasil kali itu dijumlahkan.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + br & aq + bs \\ cp + dr & cq + ds \end{pmatrix}.$$



Gambar 2.22 Baris kali kolom. Baris 1 matriks kiri $(1, 2)$ *dan kolom 1 matriks kanan* $(5, 7)$ *menghasilkan* $1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 19$.

Mengapa aturannya seperti ini? Kembali ke kantin. Misalkan baris matriks pertama adalah banyak barang yang dibeli (12 nasi dan 8 es teh), dan kolom matriks kedua adalah harga per barang (nasi Rp10 ribu, es teh Rp4 ribu). Total belanja dihitung dengan mengalikan banyak setiap barang dengan harganya, lalu menjumlahkan: $12 \cdot 10 + 8 \cdot 4 = 152$ ribu rupiah. Itulah "baris kali kolom". Perkalian matriks dirancang untuk menghitung jumlah hasil kali seperti ini sekaligus untuk banyak baris dan kolom.

Aturan baris kali kolom juga menjelaskan mengapa dua matriks hanya dapat dikalikan bila banyak kolom matriks kiri sama dengan banyak baris matriks kanan: setiap elemen baris harus mendapat pasangan dari kolom. Untuk dua matriks 2×2, syarat ini selalu terpenuhi, dan hasilnya juga matriks 2×2. Matriks 2×2 juga dapat dikalikan dengan matriks kolom 2×1, seperti yang akan kita pakai di bagian 6.

Akibat penting aturan ini: **urutan perkalian matriks tidak boleh ditukar**. Pada AB, baris diambil dari A dan kolom dari B; pada BA, peran keduanya bertukar, sehingga hasilnya pada umumnya berbeda.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Hitunglah AB dan BA.

1. Elemen baris 1 kolom 1 dari AB: baris 1 $A\,(1, 2)$ kali kolom 1 $B\,(0, 1)$, yaitu $1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$.
2. Baris 1 kolom 2: $(1, 2)$ kali kolom 2 $B\,(1, 0)$, yaitu $1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 1$.
3. Baris 2 kolom 1: $(3, 4)$ kali $(0, 1)$, yaitu $0 + 4 = 4$. Baris 2 kolom 2: $(3, 4)$ kali $(1, 0)$, yaitu $3 + 0 = 3$. Jadi $AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.
4. Untuk BA, baris diambil dari B. Baris 1 $B\,(0, 1)$ kali kolom 1 $A\,(1, 3)$: $0 + 3 = 3$; kali kolom 2 $A\,(2, 4)$: $0 + 4 = 4$.
5. Baris 2 $B\,(1, 0)$ kali kolom 1 A: $1 + 0 = 1$; kali kolom 2 A: $2 + 0 = 2$. Jadi $BA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
6. Cek ulang makna: AB menukar kedua **kolom** A, sedangkan BA menukar kedua **baris** A. Masuk akal bahwa hasilnya berbeda.

Jadi $AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ dan $BA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, sehingga $AB \neq BA$.

Ada satu matriks istimewa, yaitu **matriks identitas** $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Matriks ini berperan seperti bilangan 1: $AI = IA = A$ untuk setiap matriks A berordo 2×2. Cobalah sendiri dengan baris kali kolom.

4. Determinan

Setiap matriks 2×2 memiliki satu bilangan penting yang disebut **determinan** (lihat Gambar 2.23):

$$\det A = \det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc.$$

Cara mengingatnya: kalikan elemen diagonal utama, lalu kurangi dengan hasil kali elemen diagonal samping. Urutannya penting; $bc - ad$ menghasilkan tanda yang terbalik.



Gambar 2.23 Determinan: hasil kali diagonal utama (ad) dikurangi hasil kali diagonal samping (bc).

Determinan memberi tahu apakah matriks dapat "dibalik". Bila $\det A = 0$, matriks itu tidak

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

memiliki invers dan disebut **matriks singular**. Hubungannya dengan sub bab 2.4: matriks koefisien sistem $ax + by = e$ dan $cx + dy = f$ memiliki determinan $ad - bc$. Determinan nol berarti $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, yaitu kedua garis sejajar atau berimpit, sehingga sistem tidak punya penyelesaian tunggal.

Dua sifat determinan sering diuji:

1. $\det(AB) = \det A \cdot \det B$. Determinan hasil kali sama dengan hasil kali determinan.
2. $\det(kA) = k^2 \det A$ untuk matriks 2×2. Alasannya: $kA = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$, sehingga $\det(kA) = (ka)(kd) - (kb)(kc) = k^2(ad - bc)$. Faktor k muncul dua kali di setiap hasil kali, jadi pangkatnya dua, bukan satu.

Sebaliknya, **tidak ada** aturan umum untuk penjumlahan: $\det(A + B)$ pada umumnya tidak sama dengan $\det A + \det B$.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Diketahui $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Hitunglah $\det A$, $\det(3A)$, dan $\det(AB)$.

1. $\det A = 4 \cdot 2 - 1 \cdot 6 = 8 - 6 = 2$.
2. Pakai sifat skalar: $\det(3A) = 3^2 \cdot \det A = 9 \cdot 2 = 18$. Alasannya: setiap hasil kali diagonal memuat faktor 3 dua kali.
3. Cek ulang langkah 2 dengan menghitung matriksnya: $3A = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 18 & 6 \end{pmatrix}$, jadi $\det(3A) = 72 - 54 = 18$. Sama.
4. $\det B = 1 \cdot 3 - 2 \cdot 0 = 3$. Pakai sifat hasil kali: $\det(AB) = 2 \cdot 3 = 6$.
5. Cek ulang langkah 4: $AB = \begin{pmatrix} 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \\ 6 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 6 & 18 \end{pmatrix}$, dan $\det(AB) = 72 - 66 = 6$. Sama.

Jadi $\det A = 2$, $\det(3A) = 18$, dan $\det(AB) = 6$. Pengecoh yang sering muncul adalah $\det(3A) = 3 \cdot 2 = 6$.

5. Invers matriks

Invers matriks A, ditulis A^{-1}, adalah matriks yang memenuhi $AA^{-1} = A^{-1}A = I$.

Perannya sama dengan kebalikan bilangan: $5 \times \frac{1}{5} = 1$. Untuk matriks 2×2 dengan $\det A \neq 0$, rumusnya

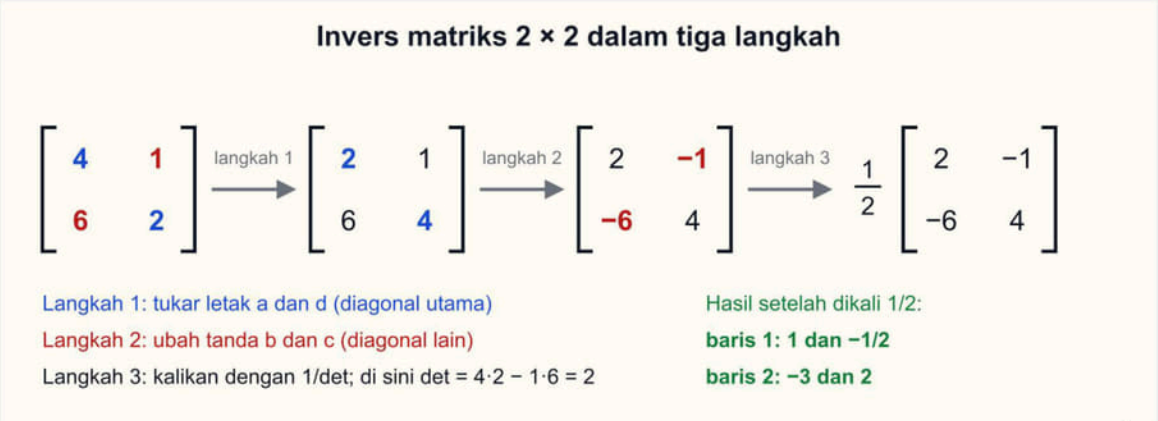
$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

Rumus ini dapat diperiksa sendiri. Kalikan A dengan matriks $\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ memakai baris kali kolom: baris 1 kolom 1 memberi $ad - bc$; baris 1 kolom 2 memberi $-ab + ba = 0$;

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

baris 2 kolom 1 memberi $cd - dc = 0$; baris 2 kolom 2 memberi $-cb + da = ad - bc$. Hasilnya $(ad - bc)I$. Supaya menjadi I, hasil itu dibagi $ad - bc$. Itulah asal pecahan $\dfrac{1}{ad - bc}$, dan itulah alasan invers tidak ada bila determinannya nol: kita tidak dapat membagi dengan nol.

Gambar 2.24 merangkum tiga langkahnya: tukar letak a dan d, ubah tanda b dan c, lalu kalikan dengan $\dfrac{1}{\det A}$.



Gambar 2.24 Tiga langkah invers: tukar diagonal utama, ubah tanda diagonal samping, kalikan dengan $\dfrac{1}{\det}$.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Tentukan invers $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ dan periksa hasilnya.

1. Hitung determinan: $\det A = 8 - 6 = 2$. Karena $2 \neq 0$, invers ada.
2. Tukar letak 4 dan 2, lalu ubah tanda 1 dan 6: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$.
3. Kalikan dengan $\dfrac{1}{2}$: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\dfrac{1}{2} \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Cek ulang dengan AA^{-1}. Baris 1 kali kolom 1: $4 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) = 1$. Baris 1 kali kolom 2: $4 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) + 1 \cdot 2 = -2 + 2 = 0$.
5. Baris 2 kali kolom 1: $6 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) = 0$. Baris 2 kali kolom 2: $6 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) + 2 \cdot 2 = -3 + 4 = 1$. Hasilnya I.

Jadi $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\dfrac{1}{2} \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Matriks untuk menyelesaikan SPLDV

Sistem $4x + y = 9$ dan $6x + 2y = 14$ dapat ditulis sebagai satu persamaan matriks:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 14 \end{pmatrix}$.

Periksalah dengan baris kali kolom: baris 1 memberi $4x + y$, dan baris 2 memberi $6x + 2y$. Bentuk ini ditulis singkat $AX = B$. Seperti persamaan $5x = 15$ diselesaikan dengan mengalikan kedua ruas dengan $\frac{1}{5}$, persamaan $AX = B$ diselesaikan dengan mengalikan kedua ruas **dari kiri** dengan A^{-1}: $A^{-1}AX = A^{-1}B$, sehingga $X = A^{-1}B$. Kata "dari kiri" penting, karena perkalian matriks tidak boleh ditukar urutannya. Bila persamaannya berbentuk $XA = B$, kedua ruas dikalikan A^{-1} **dari kanan**, sehingga $X = BA^{-1}$.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Selesaikan sistem $4x + y = 9$ dan $6x + 2y = 14$ dengan matriks.

1. Tulis sebagai $AX = B$ dengan $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 9 \\ 14 \end{pmatrix}$.
2. Dari Contoh terselesaikan 5, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$. Alasannya: determinan A bukan nol, jadi penyelesaiannya tunggal.
3. Hitung $X = A^{-1}B$ dengan baris kali kolom. Baris 1: $1 \cdot 9 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 14 = 9 - 7 = 2$.
4. Baris 2: $(-3) \cdot 9 + 2 \cdot 14 = -27 + 28 = 1$. Jadi $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, artinya $x = 2$ dan $y = 1$.
5. Cek ulang pada sistem awal: $4 \cdot 2 + 1 = 9$ dan $6 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 14$. Keduanya benar.

Jadi penyelesaiannya $x = 2$ dan $y = 1$. Untuk sistem dua variabel, eliminasi biasanya sama cepatnya; cara matriks berguna bila soal memang menanyakan invers atau determinan.

Soal matriks juga sering memuat huruf di dalam elemennya, lalu menanyakan kapan matriks itu tidak punya invers. Pertanyaan ini sama dengan "kapan determinannya nol", dan karena determinan memuat perkalian dua elemen, persamaan yang muncul sering berupa persamaan kuadrat. Di sinilah keterampilan dari sub bab 2.2 dipakai lagi. Ingat bahwa jawabannya bisa lebih dari satu nilai, karena persamaan kuadrat dapat mempunyai dua akar.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Untuk nilai k berapa matriks $M = \begin{pmatrix} k & 2 \\ 3 & k-1 \end{pmatrix}$ tidak mempunyai invers?

1. Matriks tidak mempunyai invers tepat ketika determinannya nol. Alasannya: rumus invers memuat pembagian dengan determinan.
2. Hitung determinan: $\det M = k(k-1) - 2 \cdot 3 = k^2 - k - 6$.
3. Samakan dengan nol: $k^2 - k - 6 = 0$.
4. Faktorkan: hasil kali -6 dan jumlah -1 dipenuhi -3 dan 2. Jadi $(k-3)(k+2) = 0$, sehingga $k = 3$ atau $k = -2$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Cek ulang dengan $k = 3$: $M = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, dan $\det M = 6 - 6 = 0$. Kedua barisnya sama, jadi memang singular. Dengan $k = -2$: $M = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$, dan $\det M = 6 - 6 = 0$.

Jadi M tidak mempunyai invers bila $k = 3$ atau $k = -2$. Pengecoh yang mungkin muncul hanya memuat salah satu nilai, atau memakai $k(k-1) + 6$ karena salah tanda.

Ringkasan

- Matriks 2×2: dua baris, dua kolom; dua matriks sama bila semua elemen seletak sama.
- Penjumlahan, pengurangan, dan perkalian skalar dikerjakan per elemen seletak.
- Perkalian matriks: baris kali kolom; pada umumnya $AB \neq BA$; $AI = IA = A$.
- $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$; $\det(AB) = \det A \cdot \det B$; $\det(kA) = k^2 \det A$; $\det(A + B)$ umumnya $\neq \det A + \det B$.
- $A^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, hanya ada bila $\det A \neq 0$.
- $AX = B$ memberi $X = A^{-1}B$; $XA = B$ memberi $X = BA^{-1}$.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Hitung determinan dengan sifat, bukan selalu dengan matriks penuh.** Untuk $\det(AB)$ atau $\det(2A)$, hitung determinan setiap matriks dulu, lalu pakai sifatnya. Cara ini jauh lebih cepat dan lebih sedikit peluang salah.
2. **Periksa invers dengan satu elemen.** Kalikan baris pertama A dengan kolom pertama A^{-1}; hasilnya harus 1. Bila tidak, ada kesalahan tanda atau determinan.
3. **Tulis setiap hasil kali kecil.** Pada perkalian matriks, tulis $1 \cdot 5 + 2 \cdot 7$ sebelum menghitung 19. Kebiasaan ini mencegah tertukarnya baris dan kolom.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Mengalikan elemen seletak	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 32 \end{pmatrix}$	baris kali kolom: $\begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$
Menganggap perkalian dapat ditukar	$AB = BA$	pada umumnya $AB \neq BA$
Determinan perkalian skalar	$\det(3A) = 3 \det A$	$\det(3A) = 9 \det A$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Determinan penjumlahan	$\det(A+B) = \det A + \det B$	hitung $A+B$ dulu, baru determinannya
Tanda pada invers	menukar b dan c, bukan a dan d	tukar a dan d; ubah tanda b dan c

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji empat hal sekaligus: determinan hasil kali, invers, perkalian BA, dan determinan perkalian skalar. Pakai strategi 1 untuk determinan dan strategi 2 untuk invers.

►. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $\det(AB) = 4$

(2) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

(3) $BA = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$

(4) $\det(2A) = 4$

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Pembahasan **Kunci: C**

Yang diketahui: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Determinan ordo 2. Untuk $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\det M = ad - bc$. Sifat penting: $\det(MN) = \det M \times \det N$ (dikalikan, bukan dijumlahkan), dan $\det(kM) = k^2 \det M$ untuk matriks ordo 2, karena kedua baris dikalikan k.

Contoh kecil: $\det \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = 12 - 2 = 10$.

Konsep 2 – Invers ordo 2. $M^{-1} = \dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$: tukar letak a dan d, ubah tanda b dan c, lalu bagi dengan determinan.

Konsep 3 – Perkalian matriks. Entri baris ke-i kolom ke-j dari MN = baris i matriks M dikali kolom j matriks N (kalikan pasangan, lalu jumlahkan). Umumnya $MN \neq NM$.

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Salah.** $\det A = 3 \times 2 - 1 \times 5 = 1$ dan $\det B = 2 \times 1 - (-1) \times 1 = 3$. Maka

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\det(AB) = 1 \times 3 = 3$, bukan 4.

Jebakan: menjumlahkan determinan, $1 + 3 = 4$.

• **(2) Benar.** $\det A = 1$, jadi $A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$.

Cek: $AA^{-1} = \begin{pmatrix} 3(2)+1(-5) & 3(-1)+1(3) \\ 5(2)+2(-5) & 5(-1)+2(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ✓.

• **(3) Salah.** $BA = \begin{pmatrix} 2(3)+(-1)(5) & 2(1)+(-1)(2) \\ 1(3)+1(5) & 1(1)+1(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

Jebakan: matriks pada pernyataan adalah $AB = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$; urutan perkalian tertukar.

• **(4) Benar.** $2A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$, sehingga $\det(2A) = 24 - 20 = 4$. Sesuai sifat $2^2 \times \det A = 4 \times 1 = 4$.

Jebakan: mengira $\det(2A) = 2 \times \det A = 2$.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $\det(AB)$ dihitung langsung: $AB = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$, $\det = 7(-3) - (-2)(12) = -21 + 24 = 3$ ✓, sama dengan $\det A \times \det B$.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah, dan melewatkan (4).

• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** gabungan dua kesalahan, menjumlahkan determinan dan menukar urutan perkalian.

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** lupa membagi dengan determinan atau salah tanda saat mencari invers, sehingga (2) dianggap salah.

• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Hitung kedua kuantitas secara terpisah sebelum membandingkannya.

1. Diketahui matriks $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $N = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

P	Q
$\det(M) + \det(N)$	$\det(M + N)$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.

B. Kuantitas P kurang dari Q.

C. Kuantitas P sama dengan Q.

D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kunci singkat: 1. B

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa perkalian matriks memakai aturan baris kali kolom? Gunakan contoh belanja untuk menjawabnya.
2. Mengapa $\det(2A)$ sama dengan $4\det A$ untuk matriks 2×2, bukan $2\det A$?
3. Apa yang terjadi pada invers bila determinan sebuah matriks nol, dan apa artinya bagi sistem persamaannya?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.6: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-2.6

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri

SNBTPK-2.7

◎ APA YANG DIUJI

Barisan adalah topik aljabar kedua yang paling sering keluar setelah persamaan kuadrat. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 11 dan 12 (Simulasi 1 nomor 11 dan 12) memberi barisan dengan **aturan rekursif**, yaitu aturan yang menghitung suku berikutnya dari suku sekarang, lalu menanyakan berapa banyak pernyataan yang benar. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 19 (Simulasi 2 nomor 19) menggabungkan barisan aritmetika dengan sifat genap-ganjil dalam bentuk kecukupan data. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 10 (Simulasi 3 nomor 10) menguji barisan geometri dengan rasio negatif, termasuk tanda suku-sukunya. Paket prediksi menambah soal cerita tabungan dan pantulan bola.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menurunkan dan memakai rumus suku ke-n barisan aritmetika dan geometri;
- menurunkan dan memakai rumus jumlah n suku pertama, termasuk cara Gauss dan deret geometri tak hingga;
- menghitung suku barisan rekursif maju dan mundur serta menalar sifat genap-ganjil dan tanda suku-sukunya;
- membedakan beda dan rasio serta mengenali barisan bertingkat dari pola gambar.

▤ PRASYARAT

1. **Genap dan ganjil** (sub bab 1.1). Genap $+$ genap $=$ genap; ganjil $+$ ganjil $=$ genap; genap $+$ ganjil $=$ ganjil; $2\times$ bilangan bulat selalu genap. Contoh: $2 \cdot 7 + 3 = 17$ ganjil, karena genap ditambah ganjil.
2. **Pangkat** (sub bab 1.3). $2^5 = 32$; $3^0 = 1$; pangkat genap dari bilangan negatif positif, misalnya $(-3)^4 = 81$; pangkat ganjil dari bilangan negatif negatif, misalnya $(-2)^3 = -8$; dan $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.
3. **Persamaan linear dan sistem dua variabel** (sub bab 0.3 dan 2.4). Contoh: dari $a + 2b = 11$ dan $a + 7b = 31$, pengurangan memberi $5b = 20$, jadi $b = 4$ dan $a = 3$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

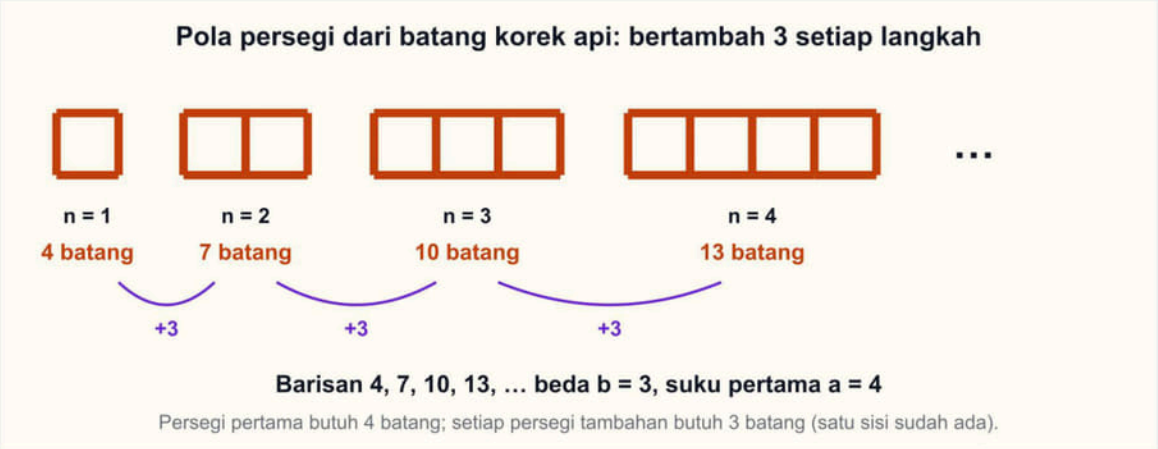
1. Barisan, suku, dan pola

Barisan adalah daftar bilangan yang disusun menurut aturan tertentu, misalnya $4, 7, 10, 13, \ldots$. Setiap bilangan dalam barisan disebut **suku**. Suku pertama ditulis U_1 (atau

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

a_1), suku kedua U_2, dan seterusnya; suku ke-n ditulis U_n. Huruf n menyatakan **nomor urut**, jadi n selalu bilangan asli $1, 2, 3, \ldots$. Pada barisan di atas, $U_1 = 4$ dan $U_3 = 10$.

Barisan sering lahir dari pola gambar. Gambar 2.25 menyusun persegi dari batang korek api. Satu persegi membutuhkan 4 batang. Setiap persegi tambahan cukup ditempel di samping, sehingga hanya membutuhkan 3 batang baru, karena satu sisinya memakai batang persegi sebelumnya. Banyak batangnya membentuk barisan $4, 7, 10, 13, \ldots$ yang selalu bertambah 3.



Gambar 2.25 Pola persegi dari batang korek api. Banyak batang $4, 7, 10, 13, \ldots$ bertambah 3 setiap langkah.

Aturan sebuah barisan dapat ditulis dengan dua cara. **Rumus eksplisit** menghitung suku ke-n dari nilai n saja, misalnya $U_n = 3n + 1$. **Rumus rekursif** menghitung suku berikutnya dari suku sebelumnya, misalnya $U_{n+1} = U_n + 3$ dengan $U_1 = 4$. Rumus eksplisit cocok untuk suku yang jauh, seperti U_{100}; rumus rekursif cocok untuk menghitung beberapa suku berurutan.

2. Barisan aritmetika dan rumus suku ke-n

Barisan yang selisih dua suku berurutannya selalu sama disebut **barisan aritmetika**. Selisih tetap itu disebut **beda** dan ditulis b:

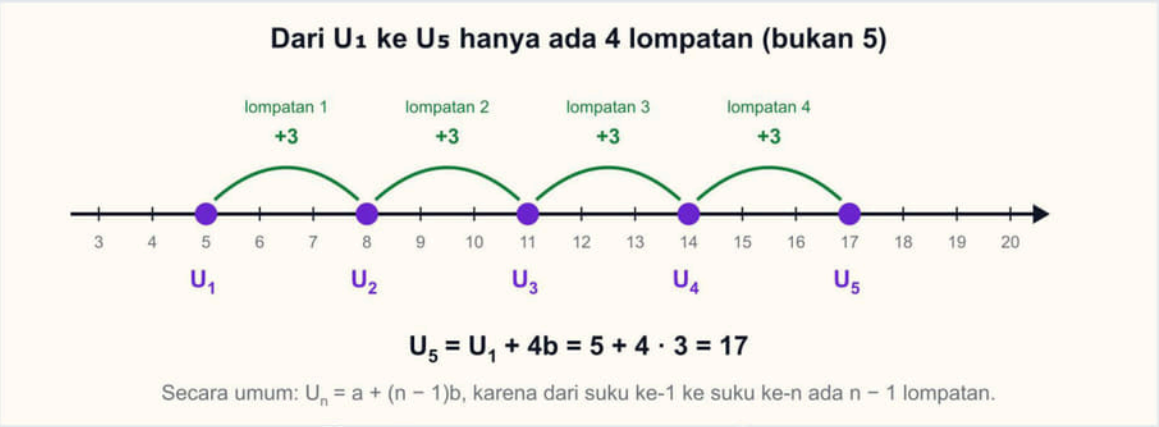
$$b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \ldots = U_{n+1} - U_n.$$

Beda boleh positif (barisan naik), negatif (barisan turun), atau nol. Barisan $20, 17, 14, 11, \ldots$ mempunyai beda -3.

Dari mana rumus suku ke-n? Perhatikan Gambar 2.26 dengan suku pertama $a = 5$ dan beda $b = 3$. Untuk berpindah dari U_1 ke U_2, kita melompat satu kali sebesar b. Dari U_1 ke U_3 ada dua lompatan, dan dari U_1 ke U_5 ada empat lompatan. Secara umum, dari suku ke-1 ke suku ke-n ada $n - 1$ lompatan, bukan n, karena suku pertama sudah menjadi titik awal. Setiap lompatan menambah b, jadi

$$U_n = a + (n - 1)b.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 2.26 Dari U_1 ke U_5 ada empat lompatan sebesar b, sehingga $U_5 = U_1 + 4b$.

Pemikiran lompatan yang sama berlaku antara dua suku mana pun: dari U_m ke U_n ada $n - m$ lompatan, sehingga $U_n - U_m = (n - m)b$. Hubungan ini sangat berguna bila soal memberi dua suku yang bukan suku pertama.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Pada pola Gambar 2.25, berapa batang yang dibutuhkan untuk 20 persegi? Berapa persegi paling banyak yang dapat dibuat dengan 100 batang?

1. Barisannya aritmetika dengan $a = 4$ dan $b = 3$. Alasannya: setiap persegi tambahan membutuhkan 3 batang baru.
2. Untuk 20 persegi: $U_{20} = 4 + (20 - 1) \cdot 3 = 4 + 57 = 61$ batang.
3. Rumus umumnya $U_n = 4 + (n - 1) \cdot 3 = 3n + 1$.
4. Dengan 100 batang, banyak batang yang dipakai tidak boleh melebihi 100: $3n + 1 \le 100$, jadi $3n \le 99$ dan $n \le 33$.
5. Cek ulang: 33 persegi membutuhkan $3 \cdot 33 + 1 = 100$ batang, pas. Untuk 34 persegi dibutuhkan 103 batang, terlalu banyak.

Jadi 20 persegi membutuhkan 61 batang, dan 100 batang cukup untuk paling banyak 33 persegi.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Suku ke-3 sebuah barisan aritmetika adalah 11 dan suku ke-8 adalah 31. Tentukan suku pertama, beda, suku ke-20, dan apakah 100 termasuk suku barisan itu.

1. Dari U_3 ke U_8 ada $8 - 3 = 5$ lompatan. Jadi $5b = 31 - 11 = 20$ dan $b = 4$.
2. Dari U_1 ke U_3 ada 2 lompatan: $U_3 = a + 2b$, jadi $11 = a + 8$ dan $a = 3$.
3. $U_{20} = 3 + 19 \cdot 4 = 3 + 76 = 79$.
4. Untuk menguji 100, cari n dari $3 + (n - 1) \cdot 4 = 100$. Maka $(n - 1) \cdot 4 = 97$ dan $n - 1 = \dfrac{97}{4}$, yang bukan bilangan bulat.
5. Nomor urut harus bilangan asli, jadi 100 bukan suku barisan itu.
6. Cek ulang langkah 1 dan 2: barisannya $3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, \ldots$, dan memang $U_3 = 11$ serta $U_8 = 31$.

Jadi $a = 3, b = 4, U_{20} = 79$, dan 100 bukan suku barisan itu. Jebakan yang sering muncul

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

adalah menulis $U_3 = a + 3b$, sehingga a menjadi -1.

3. Deret aritmetika: cara Gauss

Deret adalah jumlah suku-suku sebuah barisan. Jumlah n suku pertama ditulis $S_n = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$.

Ada cerita terkenal tentang matematikawan Jerman, Carl Friedrich Gauss, yang ketika masih kecil diminta menjumlahkan $1 + 2 + 3 + \ldots + 100$. Ia tidak menjumlahkan satu per satu. Ia memasangkan suku pertama dengan suku terakhir ($1 + 100 = 101$), suku kedua dengan suku kedua dari belakang ($2 + 99 = 101$), dan seterusnya. Setiap pasangan berjumlah 101, dan ada 50 pasangan, sehingga jumlahnya $50 \cdot 101 = 5.050$.

Gambar 2.27 menunjukkan ide yang sama dengan kotak. Tangga biru $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ dan tangga jingga yang sama tetapi dibalik ($5 + 4 + 3 + 2 + 1$) membentuk persegi panjang berukuran 5×6. Dua tangga berisi 30 kotak, jadi satu tangga berisi 15.



Gambar 2.27 Cara Gauss. Dua tangga $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ membentuk persegi panjang 5×6, sehingga $2S = 30$ dan $S = 15$.

Mari kita turunkan rumus umumnya. Tulis deret aritmetika dua kali, sekali maju dan sekali mundur:

$$S_n = U_1 + U_2 + \ldots + U_{n-1} + U_n,$$
$$S_n = U_n + U_{n-1} + \ldots + U_2 + U_1.$$

Jumlahkan kedua baris suku demi suku. Setiap pasangan yang bertumpuk berjumlah sama. Alasannya: bila kita maju satu suku di baris atas, nilainya bertambah b, sedangkan di baris bawah nilainya berkurang b, sehingga jumlahnya tetap $U_1 + U_n$. Ada n pasangan, jadi $2S_n = n(U_1 + U_n)$, dan

$$S_n = \frac{n}{2}\left(a + U_n\right) = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)b\right).$$

Bentuk kedua diperoleh dengan mengganti U_n dengan $a + (n-1)b$. Bentuk pertama mudah diingat: **banyak suku dibagi dua, dikali (suku pertama ditambah suku terakhir)**.

Dari cara Gauss juga terlihat sifat **suku tengah**. Bila banyak suku ganjil, ada satu suku yang tepat di tengah, dan nilainya sama dengan rata-rata suku pertama dan suku terakhir:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$U_t = \dfrac{a + U_n}{2}$. Akibatnya, jumlah deretnya sama dengan banyak suku dikali suku tengah, $S_n = n \cdot U_t$. Contohnya, $3 + 7 + 11 + 15 + 19$ mempunyai suku tengah 11, dan jumlahnya $5 \cdot 11 = 55$. Sifat ini berguna bila soal hanya memberi tahu suku tengah dan banyak suku.

Hubungan sebaliknya juga berguna. Karena S_n adalah S_{n-1} ditambah satu suku lagi, maka

$$U_n = S_n - S_{n-1}, \quad \text{dan} \quad U_1 = S_1.$$

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Hitunglah jumlah semua bilangan kelipatan 3 yang terletak di antara 10 dan 100.

1. Tentukan suku pertama dan terakhir. Kelipatan 3 pertama yang lebih dari 10 adalah 12. Kelipatan 3 terakhir yang kurang dari 100 adalah 99. Barisannya $12, 15, 18, \ldots, 99$ dengan beda 3.
2. Hitung banyak suku. Dari 12 ke 99 ada $\dfrac{99 - 12}{3} = 29$ lompatan. Banyak suku $= 29 + 1 = 30$. Alasannya: banyak suku selalu satu lebih banyak daripada banyak lompatan.
3. Pakai $S_n = \dfrac{n}{2}(a + U_n)$: $S_{30} = \dfrac{30}{2}(12 + 99) = 15 \cdot 111 = 1.665$.
4. Cek ulang banyak suku dengan cara lain: kelipatan 3 dari 3 sampai 99 ada 33; yang kurang dari 10 ada 3 $(3, 6, 9)$. Jadi $33 - 3 = 30$. Cocok.

Jadi jumlahnya 1.665.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Jumlah n suku pertama sebuah barisan adalah $S_n = n^2 + 2n$. Tentukan suku pertama, rumus suku ke-n, beda, dan U_{10}.

1. Suku pertama sama dengan jumlah satu suku pertama: $U_1 = S_1 = 1 + 2 = 3$.
2. Pakai $U_n = S_n - S_{n-1}$. Hitung $S_{n-1} = (n-1)^2 + 2(n-1) = n^2 - 2n + 1 + 2n - 2 = n^2 - 1$.
3. Maka $U_n = (n^2 + 2n) - (n^2 - 1) = 2n + 1$.
4. Beda: $U_{n+1} - U_n = (2n + 3) - (2n + 1) = 2$. Jadi barisannya aritmetika dengan beda 2.
5. $U_{10} = 2 \cdot 10 + 1 = 21$.
6. Cek ulang: barisannya $3, 5, 7, \ldots$; jumlah tiga suku pertama $3 + 5 + 7 = 15$, dan $S_3 = 9 + 6 = 15$. Cocok.

Jadi $U_1 = 3$, $U_n = 2n + 1$, beda 2, dan $U_{10} = 21$. Pengecoh yang sering muncul adalah $U_{10} = S_{10} = 120$, yaitu tertukarnya suku dengan jumlah.

4. Barisan geometri dan rasio

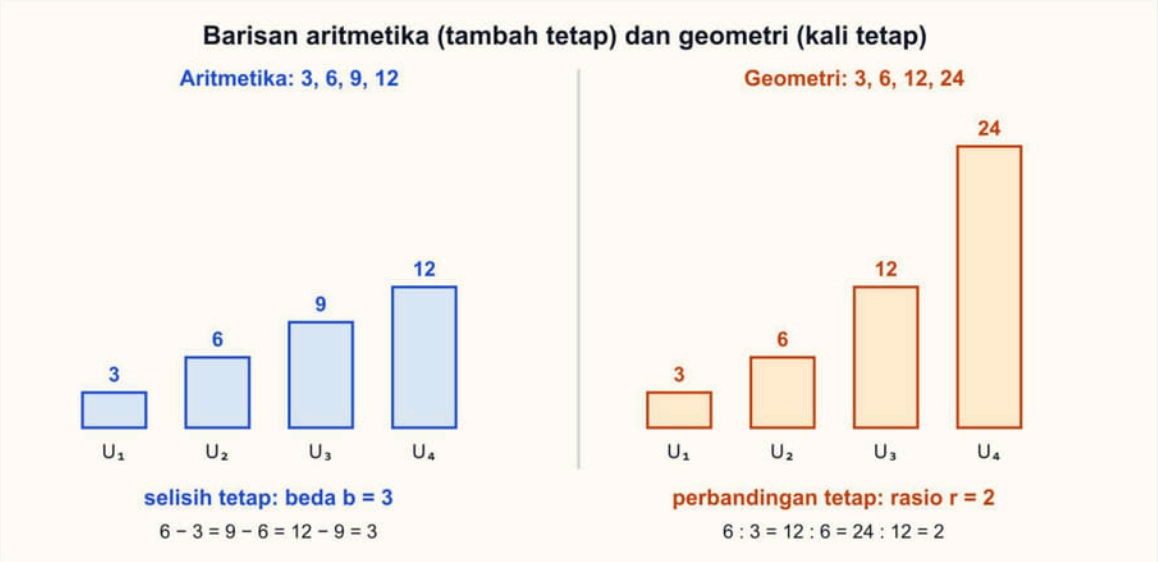
Barisan $3, 6, 12, 24, \ldots$ tidak bertambah dengan selisih tetap; setiap sukunya **dikali** 2. Barisan yang perbandingan dua suku berurutannya selalu sama disebut **barisan geometri**, dan perbandingan tetap itu disebut **rasio** r:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \ldots = \frac{U_{n+1}}{U_n}.$$

Gambar 2.28 membandingkan kedua jenis barisan. Barisan aritmetika $3, 6, 9, 12$ tumbuh dengan **menambah** 3, sehingga batangnya naik teratur. Barisan geometri $3, 6, 12, 24$ tumbuh dengan **mengali** 2, sehingga batangnya naik makin cepat. Keduanya diawali $3, 6$, jadi dua suku pertama saja tidak cukup untuk mengetahui jenis barisan.

Kedua jenis barisan ini sering muncul dalam kehidupan sehari-hari. Tabungan yang setiap minggu bertambah Rp5.000 lebih banyak, atau anak tangga yang setiap undakan naik 15 cm, adalah contoh aritmetika, karena yang tetap adalah **tambahannya**. Bakteri yang membelah menjadi dua setiap jam, atau harga barang yang naik 10 persen setiap tahun, adalah contoh geometri, karena yang tetap adalah **pengalinya**. Naik 10 persen berarti dikali $1{,}1$, jadi rasionya $1{,}1$, bukan 10.



Gambar 2.28 Aritmetika menambah bilangan tetap (beda); geometri mengalikan bilangan tetap (rasio).

Rumus suku ke-n diturunkan dengan pemikiran lompatan seperti pada aritmetika, tetapi setiap lompatan berupa **perkalian** dengan r. Dari U_1 ke U_n ada $n - 1$ lompatan, jadi U_1 dikali r sebanyak $n - 1$ kali:

$$U_n = a \cdot r^{n-1}.$$

Sama seperti pada aritmetika, antara dua suku mana pun berlaku $U_n = U_m \cdot r^{n-m}$. Misalnya $U_5 = U_2 \cdot r^3$.

Rasio negatif membuat tanda suku-suku berganti-ganti. Dengan $a = 1$ dan $r = -2$, barisannya $1, -2, 4, -8, 16, \ldots$. Alasannya: setiap perkalian dengan bilangan negatif membalik tanda. Akibatnya, tanda $U_n = a \cdot r^{n-1}$ bergantung pada apakah pangkat $n - 1$ genap atau ganjil. Bila $a > 0$ dan $r < 0$, suku-suku bernomor ganjil ($n - 1$ genap) positif, dan suku-suku bernomor genap negatif.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). (a) Tentukan suku ke-8 barisan $3, 6, 12, \ldots$. (b) Sebuah barisan geometri mempunyai $U_2 = 6$ dan $U_5 = 162$. Tentukan a dan r.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Bagian (a): $a = 3$ dan $r = \dfrac{6}{3} = 2$. Maka $U_8 = 3 \cdot 2^7 = 3 \cdot 128 = 384$.
2. Bagian (b): dari U_2 ke U_5 ada 3 lompatan, jadi $U_5 = U_2 \cdot r^3$. Alasannya: setiap lompatan mengalikan dengan r.
3. Masukkan nilainya: $162 = 6 \cdot r^3$, jadi $r^3 = 27$ dan $r = 3$, karena $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.
4. Cari a: $U_2 = a \cdot r$, jadi $6 = 3a$ dan $a = 2$.
5. Cek ulang (b): barisannya $2, 6, 18, 54, 162$, dan memang $U_5 = 162$.

Jadi $U_8 = 384$; pada bagian (b), $a = 2$ dan $r = 3$.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Sebuah barisan geometri mempunyai rasio -2 dan suku ke-3 sama dengan 12. Tentukan suku pertama, suku ke-6, dan tanda suku ke-2027.

1. Dari U_1 ke U_3 ada 2 lompatan: $U_3 = a \cdot (-2)^2 = 4a$. Jadi $4a = 12$ dan $a = 3$.
2. $U_6 = 3 \cdot (-2)^5$. Pangkat ganjil dari bilangan negatif bernilai negatif: $(-2)^5 = -32$. Jadi $U_6 = -96$.
3. Untuk $U_{2027} = 3 \cdot (-2)^{2026}$, perhatikan pangkatnya: 2026 genap. Pangkat genap dari bilangan negatif bernilai positif.
4. Maka U_{2027} adalah 3 dikali bilangan positif, sehingga positif. Kita tidak perlu menghitung nilainya.
5. Cek ulang pola tanda: barisannya $3, -6, 12, -24, 48, -96, \ldots$. Suku bernomor ganjil positif, dan 2027 ganjil. Cocok.

Jadi $a = 3$, $U_6 = -96$, dan U_{2027} positif.

5. Deret geometri dan deret geometri tak hingga

Untuk menjumlahkan n suku pertama barisan geometri, kita memakai trik **kalikan lalu kurangkan**. Tulis

$$S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}.$$

Kalikan kedua ruas dengan r:

$$rS_n = ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} + ar^n.$$

Hampir semua suku di kedua baris sama, hanya bergeser satu tempat. Bila baris kedua dikurangi baris pertama, semua suku yang sama saling menghapus dan yang tersisa hanyalah $ar^n - a$. Jadi $rS_n - S_n = ar^n - a$, atau $(r-1)S_n = a(r^n - 1)$, sehingga

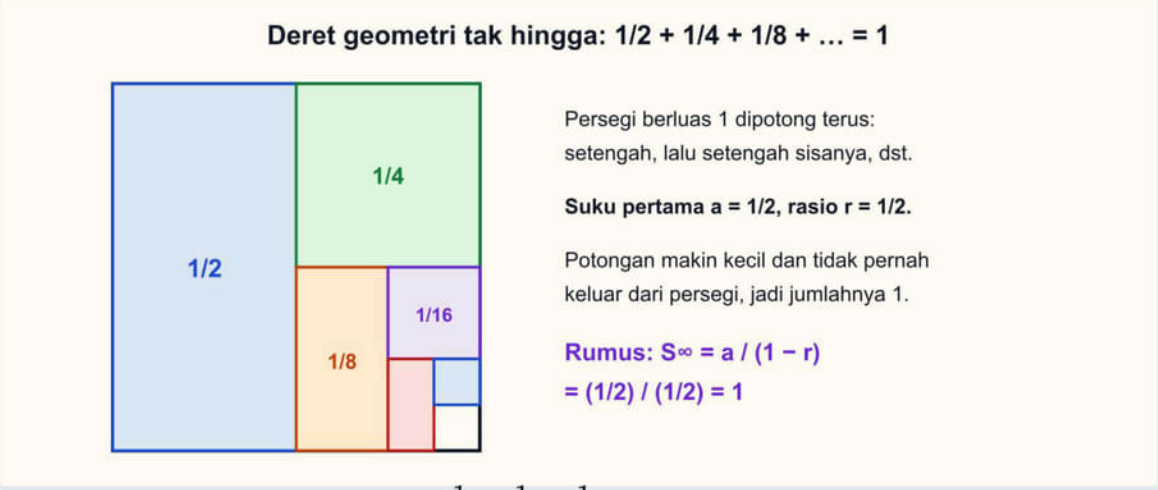
$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \quad r \neq 1.$$

Bila $0 < r < 1$, bentuk yang sama ditulis $S_n = \dfrac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ supaya pembilang dan penyebutnya positif.

Bagaimana bila barisan geometri itu tidak pernah berhenti? Bila rasionya di antara -1 dan 1, suku-sukunya makin lama makin kecil mendekati nol, dan jumlahnya mendekati sebuah bilangan tertentu. Gambar 2.29 memperlihatkannya: persegi berluas 1 dipotong setengah,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

lalu setengah dari sisanya, dan seterusnya. Potongan $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$ tidak pernah keluar dari persegi dan makin memenuhinya, jadi jumlah semuanya 1.



Gambar 2.29 Deret geometri tak hingga $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots=1$, digambar sebagai potongan-potongan sebuah persegi berluas 1.

Rumusnya diperoleh dari $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$. Bila $-1 < r < 1$, nilai r^n makin dekat ke nol ketika n makin besar; misalnya $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1.024}$. Akibatnya $1 - r^n$ mendekati 1, dan

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}, \quad -1 < r < 1.$$

Untuk Gambar 2.29, $a = \frac{1}{2}$ dan $r = \frac{1}{2}$, sehingga $S_\infty = \dfrac{1/2}{1/2} = 1$, sesuai gambar. Rumus ini tidak berlaku bila $r \geq 1$ atau $r \leq -1$, karena suku-sukunya tidak mengecil dan jumlahnya tidak mendekati bilangan tertentu.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). (a) Hitunglah $2 + 6 + 18 + \ldots + 486$. (b) Hitunglah jumlah tak hingga $18 - 6 + 2 - \ldots$.

1. Bagian (a): $a = 2$ dan $r = 3$. Cari banyak suku dari suku terakhir: $2 \cdot 3^{n-1} = 486$, jadi $3^{n-1} = 243 = 3^5$. Maka $n - 1 = 5$ dan $n = 6$.
2. Pakai $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$: $S_6 = \dfrac{2(3^6 - 1)}{3 - 1} = \dfrac{2 \cdot 728}{2} = 728$.
3. Cek ulang (a) dengan menjumlahkan: $2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = 728$. Cocok.
4. Bagian (b): $a = 18$ dan $r = \dfrac{-6}{18} = -\dfrac{1}{3}$. Rasio berada di antara -1 dan 1, jadi rumus tak hingga boleh dipakai.
5. $S_\infty = \dfrac{18}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \dfrac{18}{\frac{4}{3}} = 18 \cdot \dfrac{3}{4} = \dfrac{27}{2} = 13{,}5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Cek ulang (b) dengan jumlah sebagian: $18 - 6 + 2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} \approx 13{,}56$, dan hasil itu makin dekat ke $13{,}5$ bila suku ditambah.

Jadi jumlah pada bagian (a) adalah 728, dan jumlah tak hingga pada bagian (b) adalah $13{,}5$. Jebakan pada bagian (b) adalah lupa tanda negatif rasio, sehingga menghitung $\frac{18}{1 - \frac{1}{3}} = 27$.

6. Barisan rekursif dan sifat genap-ganjil

Soal asli sering memakai aturan seperti $a_{n+1} = 3 + 2a_n$. Aturan ini bukan aritmetika (selisihnya tidak tetap) dan bukan geometri (perbandingannya tidak tetap), tetapi tetap mudah dihitung suku demi suku.

- **Maju**: masukkan suku sekarang ke aturan untuk mendapat suku berikutnya.
- **Mundur**: balik aturannya. Dari $a_{n+1} = 3 + 2a_n$ diperoleh $a_n = \frac{a_{n+1} - 3}{2}$, dengan menyelesaikan persamaan untuk a_n seperti di sub bab 0.3.

Untuk suku yang sangat jauh, misalnya a_{2024}, menghitung satu per satu tidak mungkin. Yang ditanyakan biasanya **sifat** suku itu (genap atau ganjil, positif atau negatif, kelipatan berapa), dan sifat itu dapat dinalar dari aturannya. Pada $a_{n+1} = 3 + 2a_n$, misalnya, bagian $2a_n$ selalu genap, dan genap ditambah 3 selalu ganjil. Jadi semua suku mulai suku kedua pasti ganjil, asal suku pertamanya bulat.

Penalaran genap-ganjil juga berlaku untuk barisan aritmetika. Bila bedanya **genap**, menambah beda tidak mengubah sifat genap-ganjil, sehingga semua suku sejenis dengan U_1. Bila bedanya **ganjil**, setiap penambahan membalik sifatnya, sehingga suku-suku berganti genap, ganjil, genap, ganjil. Dalam keadaan itu, suku bernomor ganjil sejenis dengan U_1, dan suku bernomor genap berlawanan dengan U_1.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Barisan $a_1, a_2, \ldots$ memenuhi $a_{n+1} = 2a_n - 1$ untuk setiap bilangan asli n, dan $a_3 = 9$. Tentukan a_1 dan a_5, lalu tentukan apakah semua suku barisan itu ganjil.

1. Balik aturannya untuk mundur: $a_n = \frac{a_{n+1} + 1}{2}$. Alasannya: dari $a_{n+1} = 2a_n - 1$, tambah 1 di kedua ruas lalu bagi 2.
2. Mundur: $a_2 = \frac{9 + 1}{2} = 5$, lalu $a_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3$.
3. Maju: $a_4 = 2 \cdot 9 - 1 = 17$, lalu $a_5 = 2 \cdot 17 - 1 = 33$.
4. Nalar genap-ganjil: $2a_n$ selalu genap, dan genap dikurangi 1 selalu ganjil. Jadi setiap suku mulai a_2 ganjil. Suku pertama $a_1 = 3$ juga ganjil. Maka semua suku ganjil.
5. Cek ulang: barisannya $3, 5, 9, 17, 33, \ldots$. Setiap suku memang ganjil, dan setiap suku sama dengan dua kali suku sebelumnya dikurangi 1.

Jadi $a_1 = 3$, $a_5 = 33$, dan semua suku barisan itu ganjil. Perhatikan juga polanya: $3, 5, 9, 17, 33$ adalah $2^n + 1$, sehingga $a_n = 2^n + 1$. Menemukan pola seperti ini

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

memudahkan menjawab pertanyaan tentang suku yang jauh.

7. Barisan bertingkat

Tidak semua barisan mempunyai selisih tetap. Barisan $2, 5, 10, 17, 26, \ldots$ mempunyai selisih $3, 5, 7, 9, \ldots$, yang tidak tetap. Namun, selisih-selisih itu sendiri membentuk barisan aritmetika dengan beda 2. Barisan seperti ini disebut **barisan bertingkat dua**, karena selisihnya baru tetap pada tingkat kedua. Rumus suku ke-n barisan bertingkat dua selalu berbentuk kuadrat, $U_n = pn^2 + qn + r$.

Sering kali rumusnya dapat ditebak dari pola. Bandingkan $2, 5, 10, 17, 26$ dengan bilangan kuadrat $1, 4, 9, 16, 25$: setiap suku lebih 1 daripada n^2. Jadi $U_n = n^2 + 1$. Periksa dengan satu suku: $U_4 = 16 + 1 = 17$, benar. Barisan bertingkat muncul di pola gambar yang tumbuh ke dua arah, misalnya banyak kotak pada persegi yang sisinya bertambah satu setiap langkah.

Contoh lain yang terkenal adalah **bilangan segitiga**. Titik-titik disusun membentuk segitiga: baris pertama 1 titik, baris kedua 2 titik, dan seterusnya. Banyak titik seluruhnya membentuk barisan $1, 3, 6, 10, 15, \ldots$ dengan selisih $2, 3, 4, 5, \ldots$. Suku ke-n barisan ini adalah jumlah $1 + 2 + \ldots + n$, yang sudah kita hitung dengan cara Gauss di bagian 3. Jadi rumus barisan bertingkat kadang dapat diperoleh dengan menjumlahkan sebuah barisan aritmetika.

Contoh terselesaikan 9 (menengah). Pola titik segitiga mempunyai $1, 3, 6, 10, \ldots$ titik. Berapa banyak titik pada pola ke-20?

1. Periksa selisihnya: $2, 3, 4, \ldots$. Selisih tidak tetap, tetapi bertambah 1 setiap langkah, jadi barisannya bertingkat dua.
2. Pola ke-n berisi baris $1, 2, \ldots, n$ titik, sehingga banyak titiknya $1 + 2 + \ldots + n$. Alasannya: setiap pola baru menambah satu baris berisi n titik.
3. Pakai cara Gauss dengan $a = 1$ dan suku terakhir n: $U_n = \dfrac{n}{2}(1 + n) = \dfrac{n(n+1)}{2}$.
4. Untuk $n = 20$: $U_{20} = \dfrac{20 \cdot 21}{2} = 210$.
5. Cek ulang rumus dengan pola yang diketahui: $U_4 = \dfrac{4 \cdot 5}{2} = 10$. Cocok.

Jadi pola ke-20 mempunyai 210 titik.

Ringkasan

- Aritmetika: beda tetap b; $U_n = a + (n-1)b$; antara dua suku, $U_n - U_m = (n-m)b$.
- Deret aritmetika: $S_n = \dfrac{n}{2}(a + U_n) = \dfrac{n}{2}\big(2a + (n-1)b\big)$; $U_n = S_n - S_{n-1}$.
- Geometri: rasio tetap r; $U_n = ar^{n-1}$; rasio negatif membuat tanda berganti-ganti.
- Deret geometri: $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; untuk $-1 < r < 1$, $S_\infty = \dfrac{a}{1 - r}$.
- Rekursif: hitung maju dengan aturannya, mundur dengan aturan yang dibalik; nalar sifat

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

suku jauh (genap-ganjil, tanda) dari aturannya.

- Banyak lompatan selalu satu kurang daripada banyak suku.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tentukan jenis barisan dulu.** Hitung selisih dan perbandingan dua atau tiga pasang suku berurutan. Selisih tetap berarti aritmetika, perbandingan tetap berarti geometri, selisih yang berpola berarti bertingkat.
2. **Pakai lompatan antarsuku.** Bila diberi dua suku sembarang, hitung banyak lompatan di antara keduanya. Cara ini lebih cepat daripada menyusun dua persamaan dengan a dan b.
3. **Untuk suku yang jauh, cari sifat, bukan nilai.** Pertanyaan tentang a_{2024} hampir selalu dapat dijawab dengan genap-ganjil, tanda, atau sisa pembagian.
4. **Tulis beberapa suku pertama.** Pada barisan rekursif atau soal pernyataan, menulis lima suku pertama sering memperlihatkan pola dan menguji pernyataan.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Lompatan dihitung n, bukan $n-1$	$U_{10} = a + 10b$	$U_{10} = a + 9b$
Suku tertukar dengan jumlah	$U_{10} = S_{10}$	$U_{10} = S_{10} - S_9$
Beda dan rasio tertukar	$3, 6, 12$: beda 3	rasio 2 (perbandingan tetap)
Tanda rasio negatif hilang	U_6 untuk $a = 3, r = -2$: 96	$3 \cdot (-2)^5 = -96$
Rumus tak hingga untuk $\lvert r \rvert \geq 1$	$1 + 2 + 4 + \ldots = \dfrac{1}{1-2} = -1$	tidak mempunyai jumlah tak hingga

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 11 memberi aturan rekursif dan satu suku di tengah barisan. Untuk pernyataan tentang suku sesudahnya, hitung maju; untuk suku sebelumnya, balik aturannya dan hitung mundur seperti Contoh terselesaikan 8. Pernyataan tentang suku yang sangat jauh tidak dihitung, tetapi dinalar dengan genap-ganjil dari bentuk aturannya. Pernyataan tentang kelipatan dapat diuji dengan menuliskan dua suku yang bersebelahan dalam bentuk aturannya. Hitung dengan teliti, karena soal menanyakan **banyaknya** pernyataan yang benar.

Rujukan: soal nomor 11 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 12 memakai aturan rekursif dengan pengali negatif. Hitung mundur dan maju seperti biasa, lalu perhatikan tanda: mengalikan dengan bilangan negatif membalik tanda, sehingga tanda suku-suku dapat berganti-ganti. Untuk pernyataan tentang selisih dua suku yang jauh, coba lihat sisa pembagian suku-sukunya oleh bilangan yang disebut di pernyataan; bila sisanya selalu sama, selisihnya pasti kelipatan bilangan itu.

Rujukan: soal nomor 12 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 19 berbentuk kecukupan data tentang genap atau ganjilnya sebuah suku jauh pada barisan aritmetika dengan beda ganjil. Pakai penalaran di bagian 6: dengan beda ganjil, sifat genap-ganjil berganti di setiap suku, jadi pertanyaannya dapat diubah menjadi pertanyaan tentang suku pertama. Setelah itu, uji setiap pernyataan: apakah jumlah dua suku yang disebutkan memberi informasi tentang genap-ganjilnya suku pertama? Ingat sifat jumlah dua suku berurutan bila sifat keduanya selalu berlawanan.

Rujukan: soal nomor 19 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 10 memberi barisan geometri dengan rasio negatif dan satu suku di tengah. Cari suku pertama dengan pemikiran lompatan, lalu nilai setiap pernyataan tentang tanda. Pakai fakta di bagian 4: pangkat genap dari bilangan negatif positif, pangkat ganjil negatif. Untuk pernyataan tentang **dua suku berurutan**, nyatakan suku kedua sebagai suku pertama dikali rasio, lalu pikirkan tanda jumlah dan hasil kalinya; pernyataan "selalu" harus berlaku untuk setiap pasangan.

Rujukan: soal nomor 10 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji barisan aritmetika dari dua suku yang diketahui, termasuk jumlah suku dan menguji apakah sebuah bilangan termasuk suku barisan. Pakai strategi 2 (lompatan antarsuku).

►. Suku ke-4 suatu barisan aritmetika adalah 17 dan suku ke-9 adalah 37. Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Suku pertama barisan tersebut adalah 1.
(2) Suku ke-15 barisan tersebut adalah 61.
(3) Jumlah 10 suku pertama barisan tersebut adalah 250.
(4) Bilangan 101 merupakan salah satu suku barisan tersebut.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Pembahasan **Kunci: C**

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Yang diketahui: barisan aritmetika dengan $U_4 = 17$ dan $U_9 = 37$. **Yang ditanya:** pernyataan mana yang benar.

Konsep 1 – Barisan aritmetika. Selisih dua suku berurutan selalu sama, disebut beda b. Rumus suku ke-n: $U_n = a + (n-1)b$, dengan $a = U_1$.
Contoh kecil: $3, 7, 11, 15, \ldots$ memiliki $a = 3$ dan $b = 4$, sehingga $U_4 = 3 + 3 \times 4 = 15$ ✓.

Konsep 2 – Jumlah n suku pertama: $S_n = \frac{n}{2}\big(2a + (n-1)b\big)$.

Langkah penyelesaian:
1. Dari U_4 ke U_9 ada $9 - 4 = 5$ langkah, dan tiap langkah bertambah b. Jadi $5b = 37 - 17 = 20$, sehingga $b = 4$.
2. $U_4 = a + 3b \rightarrow 17 = a + 12 \rightarrow a = 5$.
3. **Pernyataan (1):** $a = 5$, bukan $1 \rightarrow$ **salah**. **Jebakan:** menulis $U_4 = a + 4b$ sehingga $a = 17 - 16 = 1$.
4. **Pernyataan (2):** $U_{15} = 5 + 14 \times 4 = 5 + 56 = 61 \rightarrow$ **benar**.
5. **Pernyataan (3):** $S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 5 + 9 \times 4) = 5 \times (10 + 36) = 5 \times 46 = 230 \rightarrow$ **salah**.
Jebakan: memakai $10b$ (bukan $9b$): $5 \times (10 + 40) = 250$.
6. **Pernyataan (4):** cari n dengan $5 + (n-1) \times 4 = 101$. Kurangi 5: $(n-1) \times 4 = 96$. Bagi 4: $n - 1 = 24$, jadi $n = 25$. Karena n bilangan asli, $101 = U_{25} \rightarrow$ **benar**.
7. Yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: barisannya $5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, \ldots$: $U_4 = 17$ ✓ dan $U_9 = 37$ ✓.
Jumlah sepuluh suku pertama $= \frac{(5 + 41) \times 10}{2} = 230$ ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah, dan melewatkan (4).
- B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** salah indeks pada U_4 dan S_{10} (lihat langkah 3 dan 5).
- C ✓ (2) dan (4).
- D ✗ (4) saja: melewatkan (2) yang juga benar.
- E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

Educational Institutions

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Untuk setiap soal, tentukan dulu jenis barisannya (aritmetika, geometri, atau rekursif).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Mulai minggu pertama Januari 2027, Nadia menabung setiap minggu. Pada minggu ke-1 ia menabung Rp20.000, dan setiap minggu berikutnya ia menabung Rp5.000 lebih banyak daripada minggu sebelumnya.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Pada minggu ke-10, Nadia menabung Rp70.000.
(2) Jumlah tabungan Nadia selama 10 minggu pertama adalah Rp450.000.
(3) Uang yang ditabung pada minggu ke-12 sama dengan dua kali uang yang ditabung pada minggu ke-4.
(4) Jumlah tabungan Nadia pertama kali melebihi Rp1.000.000 pada minggu ke-17.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

2. Barisan bilangan $a_1, a_2, a_3, \ldots$ memenuhi $a_{n+1} = 3a_n - 2$ untuk setiap bilangan asli n, dan $a_4 = 55$. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) $a_1 = 3$
(2) $a_6 = 489$
(3) Semua suku barisan tersebut merupakan bilangan ganjil.
(4) $a_{2027} - a_{2026}$ habis dibagi 4.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Barisan geometri $u_1, u_2, u_3, \ldots$ mempunyai suku-suku bernilai positif.

Apakah $u_6 > 100$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $u_2 = 6$ dan $u_4 = 24$
(2) $u_3 + u_5 = 60$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

4. Pada uji bola karet tahun 2027, sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 9 m ke lantai yang datar. Setiap kali memantul, bola mencapai tinggi $\frac{2}{3}$ dari tinggi sebelumnya. Anggap bola terus memantul tanpa henti.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Tinggi pantulan ketiga adalah $\frac{8}{3}$ m.
(2) Panjang seluruh lintasan bola adalah 27 m.
(3) Panjang seluruh lintasan bola adalah 45 m.
(4) Tinggi pantulan kelima kurang dari 1 m.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Kunci singkat: 1. D 2. D 3. A 4. B

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa rumus suku ke-n barisan aritmetika memakai $n - 1$, bukan n?
2. Tuliskan dua baris yang dipakai untuk menurunkan rumus jumlah deret aritmetika (cara Gauss), lalu jumlahkan keduanya.
3. Kapan sebuah deret geometri tak hingga mempunyai jumlah, dan mengapa?



Latihan interaktif di LMS

Sub bab 2.7: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-2.7

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 2

SNBTPK-KB2

Jumlah soal: 20 **Waktu anjuran:** 20 menit

Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 2 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-KB2

1. Pada tahun 2027, sebuah sekolah membuat petak kebun berbentuk persegi panjang dengan luas $(x^2 + 7x + 12)$ m^2. Panjang dan lebar petak itu berturut-turut $(x + p)$ m dan $(x + q)$ m, dengan p dan q bilangan bulat positif dan $x > 0$.

Keliling petak kebun tersebut adalah . . . m.

A. $2x + 7$
B. $4x - 14$
C. $4x + 14$
D. $4x + 16$
E. $4x + 26$

2. Bilangan real x memenuhi $x + \dfrac{1}{x} = 4$.

P	Q
$x^2 + \dfrac{1}{x^2}$	$\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Persamaan kuadrat $x^2 + 2x + (m - 4) = 0$, dengan m bilangan real, tidak mempunyai akar real.

Nilai m yang memenuhi adalah . . .

A. $m > -3$
B. $m > 4$
C. $m < 5$
D. $m \geq 5$
E. $m > 5$

4. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 9x + 5 = 0$ adalah p dan q.

Nilai $(p + 3)(q + 3)$ adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

5. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 + 2x - 15$ dan $g(x) = 2x + 1$ untuk setiap bilangan real x.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Grafik f memotong sumbu x di titik $(-5, 0)$ dan $(3, 0)$.
(2) Titik puncak grafik f adalah $(-1, -15)$.
(3) Grafik f dan grafik g berpotongan di dua titik, yaitu titik dengan absis $x = -4$ dan $x = 4$.
(4) $f(x) < 0$ untuk setiap x dengan $-5 < x < 5$.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

6. Diketahui persamaan kuadrat $x^2 - 4x - 7 = 0$.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Persamaan tersebut dapat ditulis menjadi $(x - 2)^2 = 11$.
(2) Akar-akar persamaan tersebut adalah $2 + \sqrt{11}$ dan $2 - \sqrt{11}$.
(3) Salah satu akarnya positif dan akar yang lain negatif.
(4) Akar yang lebih besar dikurangi akar yang lebih kecil sama dengan $2\sqrt{11}$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

7. Persamaan kuadrat $x^2 + 10x + q = 0$, dengan q bilangan real, mempunyai dua akar real, yaitu α dan β.

Berapakah nilai q?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Kedua akar persamaan tersebut merupakan bilangan bulat negatif.
(2) $\alpha^2 + \beta^2 = 58$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

8. Banyak bilangan bulat x yang memenuhi pertidaksamaan $x^2 < 2x + 15$, tetapi **tidak** memenuhi pertidaksamaan $|2x - 1| < 5$, adalah . . .

A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
E. 7

9. Diketahui pertidaksamaan

$$\frac{x+5}{x-1} < 3$$

dengan x bilangan real dan $x \neq 1$.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $x = 3$ memenuhi pertidaksamaan tersebut.
(2) Setiap bilangan real $x < 1$ memenuhi pertidaksamaan tersebut.
(3) Himpunan penyelesaian pertidaksamaan tersebut adalah semua $x > 4$.
(4) Bilangan bulat terkecil yang lebih dari 1 dan memenuhi pertidaksamaan tersebut adalah 5.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

10. Pada pameran karya siswa tahun 2027, harga setiap gantungan kunci sama dan harga setiap pembatas buku juga sama. Harga 4 gantungan kunci dan 3 pembatas buku adalah Rp27.000, sedangkan harga 3 gantungan kunci dan 4 pembatas buku adalah Rp29.000.

Harga 1 gantungan kunci dan 1 pembatas buku seluruhnya adalah . . .

A. Rp2.000
B. Rp3.000
C. Rp5.000
D. Rp8.000
E. Rp56.000

11. Pada tahun 2027, Bu Sari (tokoh fiktif) menyimpan manik-manik dalam tiga kotak, yaitu kotak merah, kotak kuning, dan kotak hijau. Banyak manik-manik di ketiga kotak seluruhnya 89 butir.

• Jika 6 butir dipindahkan dari kotak merah ke kotak kuning, isi kedua kotak itu menjadi sama banyak.

• Jika (dari keadaan awal) 4 butir dipindahkan dari kotak hijau ke kotak merah, isi kotak merah menjadi dua kali isi kotak hijau.

Berapa butir manik-manik di kotak kuning mula-mula?

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

12. Pada tahun 2027, sebuah kedai jus (fiktif) menjual jus apel, jus jeruk, dan jus mangga. Harga segelas setiap jenis jus tetap. Harga 1 gelas jus apel, 1 gelas jus jeruk, dan 1 gelas jus mangga seluruhnya Rp27.000.

Berapakah harga 1 gelas jus jeruk?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Harga 2 gelas jus apel, 3 gelas jus jeruk, dan 2 gelas jus mangga adalah Rp62.000.
(2) Harga 3 gelas jus apel, 1 gelas jus jeruk, dan 3 gelas jus mangga adalah Rp65.000.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

13. Fungsi f dan g pada bilangan real didefinisikan dengan $f(x) = 3x - 11$ dan $g(x) = x^2 + 1$.

Nilai $(g \circ f)(5)$ adalah . . .

A. 17
B. 26
C. 30
D. 67
E. 104

14. Fungsi f dan g pada bilangan real didefinisikan dengan $f(x) = 2x - 4$ dan $g(x) = x^2$. Fungsi f^{-1} adalah invers fungsi f.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
$(f \circ g)(-3) = (g \circ f)(-3)$	○	○
$f^{-1}(10) = 7$	○	○
Persamaan $(g \circ f)(x) = 16$ mempunyai tepat dua penyelesaian, yaitu $x = 0$ dan $x = 4$.	○	○

15. Fungsi f pada bilangan real didefinisikan sebagai berikut.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{jika } x < 2 \\ 2x + 1, & \text{jika } x \geq 2 \end{cases}$$

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) $f(2) = 3$
(2) $f\big(f(-2)\big) = 7$
(3) Persamaan $f(x) = 8$ mempunyai tepat dua penyelesaian.
(4) $f(x) \geq 0$ untuk setiap bilangan real x.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

16. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

P	Q
Jumlah semua elemen matriks BA	Jumlah semua elemen matriks AB

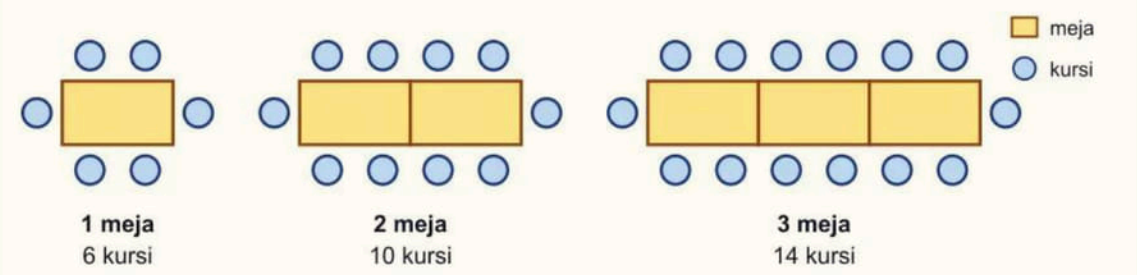
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

17. Pada acara buka puasa bersama tahun 2027 di sebuah sekolah, meja-meja berbentuk persegi panjang dirangkai memanjang (sisi pendek bertemu sisi pendek) seperti pada gambar berikut. Setiap sisi panjang meja ditempati 2 kursi, dan setiap sisi pendek yang tidak menempel pada meja lain ditempati 1 kursi.

Jika 25 meja dirangkai dengan cara yang sama, banyak kursi yang dapat ditempatkan adalah . . .



A. 98
B. 100
C. 102
D. 106
E. 150

18. Jumlah semua bilangan **ganjil** antara 100 dan 300 yang habis dibagi 7 adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Suatu barisan geometri dengan suku-suku bilangan real mempunyai suku ke-3 sama dengan 12 dan suku ke-6 sama dengan -96.

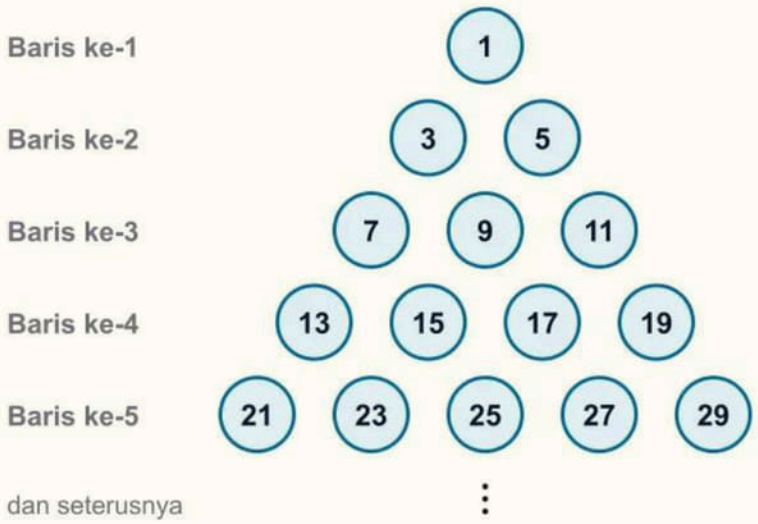
Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Rasio barisan tersebut adalah 2.
(2) Suku pertama barisan tersebut adalah -3.
(3) Suku ke-5 barisan tersebut adalah -48.
(4) Jumlah enam suku pertama barisan tersebut adalah -63.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

20. Bilangan-bilangan ganjil positif disusun berurutan dalam baris-baris seperti pada gambar berikut. Baris ke-1 berisi 1 bilangan, baris ke-2 berisi 2 bilangan, baris ke-3 berisi 3 bilangan, dan seterusnya.

Jumlah semua bilangan pada baris ke-12 adalah . . .



A. 144
B. 1.331
C. 1.704
D. 1.728
E. 2.197

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 2.1 · Faktorisasi dan Manipulasi Aljabar	1, 2	___ / 2	Ulangi hlm. 141
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	3, 4, 5, 6, 7	___ / 5	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.3 · Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan	8, 9	___ / 2	Ulangi hlm. 170
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	10, 11, 12	___ / 3	Ulangi hlm. 182
Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers	13, 14, 15	___ / 3	Ulangi hlm. 195
Sub bab 2.6 · Matriks Ordo 2 × 2	16	___ / 1	Ulangi hlm. 206
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	17, 18, 19, 20	___ / 4	Ulangi hlm. 217

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai UTBK-SNBT.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 3 · Geometri dan Pengukuran

SNBTPK-B3

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- menghitung sudut, keliling, luas, dan volume bangun datar dan ruang
- memakai teorema Pythagoras dan perbandingan trigonometri
- menghitung jarak, gradien, dan persamaan garis pada bidang koordinat
- menentukan bayangan titik oleh transformasi geometri

Peta bab

Sub bab	Judul
3.1	Garis dan Sudut
3.2	Segitiga dan Teorema Pythagoras
3.3	Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar
3.4	Lingkaran
3.5	Bangun Ruang
3.6	Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis
3.7	Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku
3.8	Transformasi Geometri

Bab 3 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-B3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.1 · Garis dan Sudut

SNBTPK-3.1

◎ APA YANG DIUJI

Bab 3 adalah bab dengan porsi terbesar pada soal asli PK 2024–2026: sembilan belas dari enam puluh soal berisi geometri. Tidak ada soal asli yang khusus menanyakan sudut antara garis sejajar, tetapi sifat sudut dipakai diam-diam di banyak soal lain. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 15 (Simulasi 2 nomor 15), misalnya, memakai segitiga sama sisi yang ketiga sudutnya 60°. Soal lingkaran (sub bab 3.4) memakai sudut pusat, dan soal trigonometri (sub bab 3.7) memakai sudut berpenyiku. Bila sifat sudut belum lancar, soal-soal itu terasa jauh lebih sulit.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyebut jenis sudut dan menghitung penyiku serta pelurus sebuah sudut;
- memakai sudut bertolak belakang dan sudut-sudut pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain, beserta alasannya;
- membuktikan dan memakai jumlah sudut segitiga 180° serta sifat sudut luar segitiga.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai dua bekal.

1. **Satuan derajat.** Satu putaran penuh dibagi menjadi 360 bagian yang sama; satu bagian disebut satu **derajat**, ditulis 1°. Setengah putaran $= 180^\circ$ dan seperempat putaran $= 90^\circ$. Bilangan 360 dipilih antara lain karena habis dibagi banyak bilangan: $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12$, dan seterusnya. Akibatnya, sepertiga putaran (120°) dan seperenam putaran (60°) tetap bilangan bulat.
2. **Persamaan linear satu variabel** (sub bab 0.3). Banyak soal sudut berakhir dengan persamaan seperti $3x + 10 = 5x - 30$. Kurangi kedua ruas dengan $3x$ menjadi $10 = 2x - 30$, tambahkan 30 ke kedua ruas menjadi $40 = 2x$, lalu bagi dengan 2: $x = 20$. Cek ulang: $3(20) + 10 = 70$ dan $5(20) - 30 = 70$. Sama.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Garis, sinar, dan sudut

Dalam geometri, **garis** adalah lintasan lurus yang tidak berujung ke dua arah. **Ruas garis** AB adalah bagian garis dari titik A sampai titik B; ruas garis punya panjang. **Sinar** adalah bagian garis yang berpangkal di satu titik dan terus memanjang ke satu arah, seperti sinar senter.

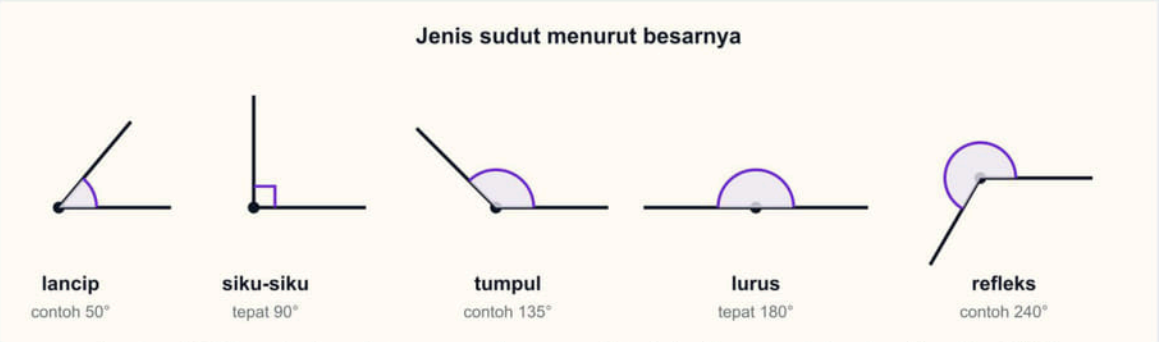
Sudut terbentuk ketika dua sinar berpangkal di titik yang sama. Titik pangkal itu disebut

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

titik sudut, dan kedua sinar disebut **kaki sudut**. Besar sudut menyatakan seberapa jauh satu kaki harus diputar agar berimpit dengan kaki yang lain. Panjang kaki tidak memengaruhi besar sudut: sudut tetap sama walaupun kakinya digambar lebih panjang. Sudut ditulis dengan tiga huruf, misalnya $\angle ABC$, dengan huruf tengah sebagai titik sudut. Jadi pada $\angle ABC$, titik sudutnya B, dan kakinya adalah sinar BA dan sinar BC.

Menurut besarnya, sudut dibagi menjadi lima jenis (lihat Gambar 3.1):

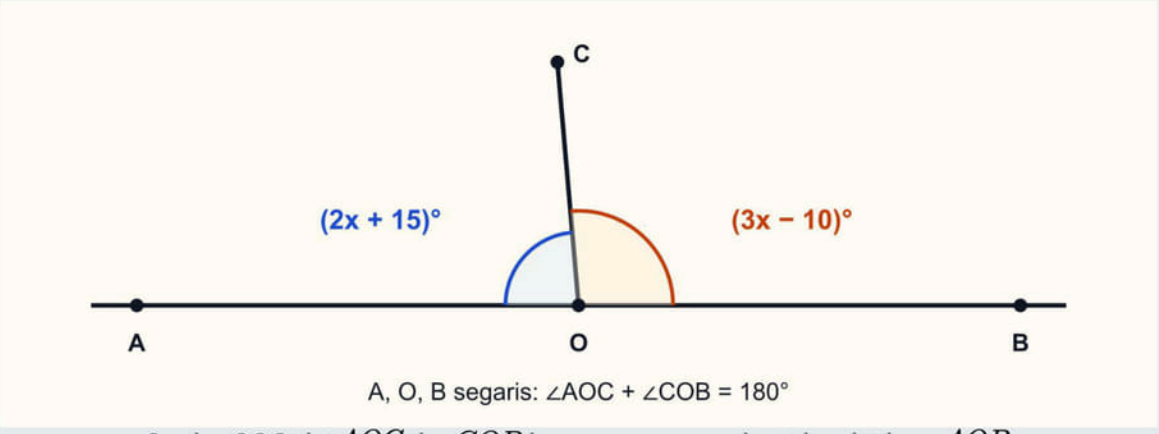
1. **sudut lancip**: lebih dari 0° dan kurang dari 90°;
2. **sudut siku-siku**: tepat 90°; ditandai dengan kotak kecil di titik sudutnya;
3. **sudut tumpul**: lebih dari 90° dan kurang dari 180°;
4. **sudut lurus**: tepat 180°; kedua kakinya membentuk satu garis lurus;
5. **sudut refleks**: lebih dari 180° dan kurang dari 360°.



Gambar 3.1 Lima jenis sudut menurut besarnya. Kotak kecil menandai sudut siku-siku (90°).

Contoh nyata mudah ditemukan di sekitarmu. Sudut di pojok buku atau pojok ubin lantai adalah sudut siku-siku. Jarum jam pada pukul 01.00 membentuk sudut lancip 30°, karena 12 angka jam membagi satu putaran menjadi 12 bagian dan $360^\circ : 12 = 30^\circ$. Pada pukul 06.00 kedua jarum membentuk sudut lurus.

Dua sudut yang jumlahnya 90° disebut **saling berpenyiku** (penyiku sudut 35° adalah 55°). Dua sudut yang jumlahnya 180° disebut **saling berpelurus** (pelurus sudut 35° adalah 145°). Nama "pelurus" mudah diingat: dua sudut yang bersebelahan dan saling berpelurus bersama-sama membentuk sudut lurus.



Gambar 3.2 Sudut AOC dan COB bersama-sama membentuk sudut lurus AOB.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Titik A, O, dan B terletak pada satu garis lurus, dan sinar OC berpangkal di O (lihat Gambar 3.2). Besar $\angle AOC = (2x + 15)^\circ$ dan $\angle COB = (3x - 10)^\circ$. Tentukan nilai x dan besar kedua sudut.

1. Karena A, O, B segaris, $\angle AOB$ adalah sudut lurus, yaitu 180°. Sinar OC membaginya menjadi dua bagian, jadi kedua bagian saling berpelurus: $(2x + 15) + (3x - 10) = 180$.
2. Kumpulkan suku sejenis: $2x + 3x = 5x$ dan $15 - 10 = 5$. Persamaannya menjadi $5x + 5 = 180$.
3. Kurangi kedua ruas dengan 5: $5x = 175$. Bagi kedua ruas dengan 5: $x = 35$.
4. Hitung kedua sudut: $\angle AOC = 2(35) + 15 = 85^\circ$ dan $\angle COB = 3(35) - 10 = 95^\circ$.
5. Cek ulang: $85^\circ + 95^\circ = 180^\circ$. Cocok. Pada gambar, $\angle COB$ sedikit lebih besar daripada siku-siku, sesuai dengan 95°.

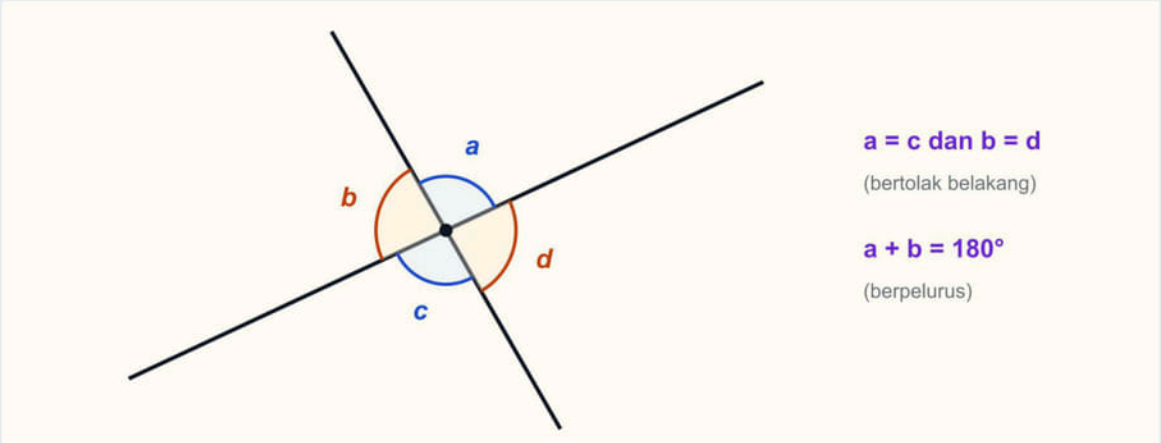
Jadi $x = 35$, $\angle AOC = 85^\circ$, dan $\angle COB = 95^\circ$.

2. Sudut bertolak belakang

Bila dua garis berpotongan, terbentuk empat sudut di sekitar titik potongnya (lihat Gambar 3.3). Dua sudut yang letaknya berhadapan, seperti a dan c, disebut **sudut bertolak belakang**. Sudut bertolak belakang selalu sama besar. Alasannya dapat ditulis dalam dua baris:

1. a dan b berpelurus (keduanya membentuk satu garis lurus), jadi $a + b = 180^\circ$;
2. b dan c juga berpelurus, jadi $b + c = 180^\circ$.

Kedua jumlah sama-sama 180° dan sama-sama memuat b. Jadi $a + b = b + c$, dan setelah b dikurangkan dari kedua ruas, $a = c$. Dengan alasan yang sama, $b = d$.



Gambar 3.3 Dua garis berpotongan: $a = c$ dan $b = d$ (bertolak belakang), sedangkan $a + b = 180^\circ$ (berpelurus).

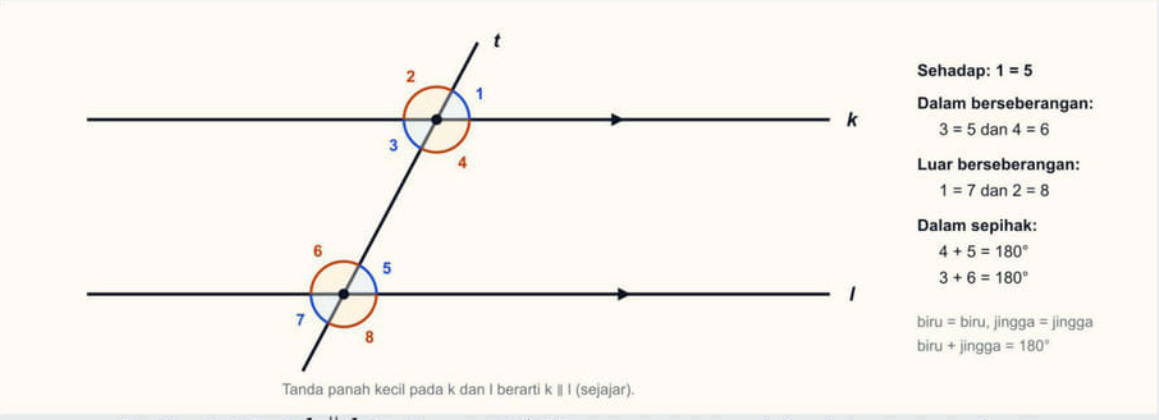
Jadi cukup satu sudut diketahui untuk menentukan keempatnya. Bila $a = 70^\circ$, maka $c = 70^\circ$, sedangkan $b = d = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. Jumlah keempatnya $70 + 110 + 70 + 110 = 360$, yaitu satu putaran penuh.

3. Dua garis sejajar dipotong garis lain

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dua garis disebut **sejajar** bila keduanya terletak pada satu bidang dan tidak pernah berpotongan walaupun diperpanjang terus. Garis k sejajar garis l ditulis $k \parallel l$. Rel kereta api dan garis-garis pada buku tulis bergaris adalah contoh garis sejajar.

Bila garis $k \parallel l$ dipotong oleh garis ketiga t (disebut **garis potong** atau **transversal**), terbentuk delapan sudut: empat di titik potong atas dan empat di titik potong bawah (lihat Gambar 3.4). Pasangan sudut di antara keduanya diberi nama menurut letaknya.



Gambar 3.4 Garis $k \parallel l$ dipotong garis t. Warna sama menandai sudut yang sama besar.

1. **Sudut sehadap**: dua sudut yang menempati posisi yang sama di masing-masing titik potong, misalnya $\angle 1$ (kanan atas di titik potong atas) dan $\angle 5$ (kanan atas di titik potong bawah). Sudut sehadap **sama besar**.
2. **Sudut dalam berseberangan**: dua sudut di **antara** k dan l yang terletak di sisi **berlawanan** dari t, misalnya $\angle 3$ dan $\angle 5$, atau $\angle 4$ dan $\angle 6$. Sudut dalam berseberangan **sama besar**.
3. **Sudut luar berseberangan**: dua sudut di **luar** daerah antara k dan l, di sisi berlawanan dari t, misalnya $\angle 1$ dan $\angle 7$. Sudut luar berseberangan juga **sama besar**.
4. **Sudut dalam sepihak**: dua sudut di antara k dan l yang terletak di sisi **sama** dari t, misalnya $\angle 4$ dan $\angle 5$, atau $\angle 3$ dan $\angle 6$. Sudut dalam sepihak **berjumlah** 180°, tidak sama besar.

Mengapa sudut sehadap sama besar? Bayangkan garis k digeser sepanjang garis t sampai menempel pada garis l. Karena k dan l sejajar, keduanya punya arah yang sama, sehingga setelah digeser k tepat berimpit dengan l. Selama digeser, garis k tidak berputar, jadi sudut yang dibentuknya dengan t tidak berubah. Itulah sebabnya $\angle 1 = \angle 5$.

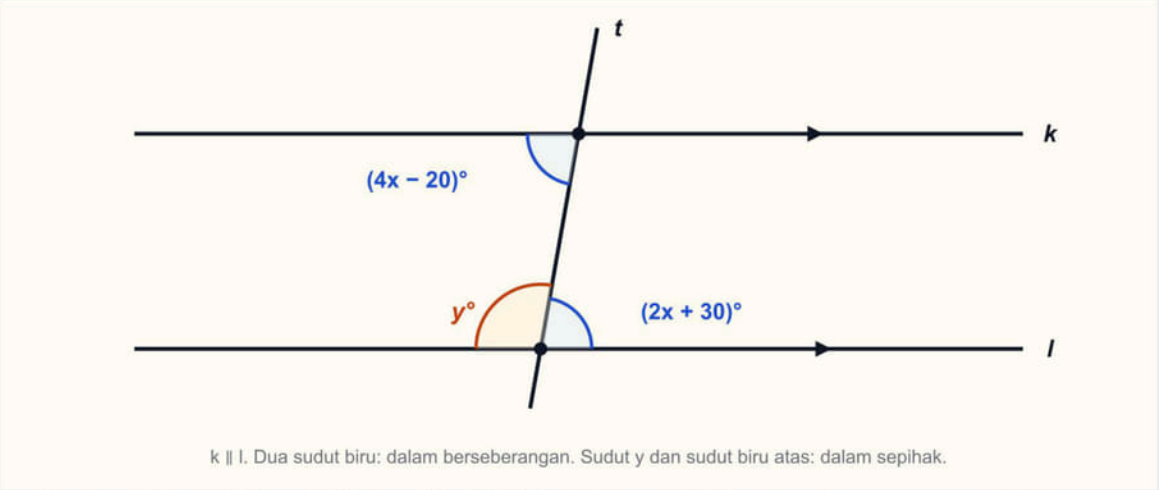
Sifat lain diturunkan dari sifat sehadap.

- **Dalam berseberangan.** $\angle 3 = \angle 1$ karena bertolak belakang, dan $\angle 1 = \angle 5$ karena sehadap. Jadi $\angle 3 = \angle 5$.
- **Dalam sepihak.** $\angle 4$ berpelurus dengan $\angle 3$, jadi $\angle 4 = 180^\circ - \angle 3$. Karena $\angle 3 = \angle 5$, maka $\angle 4 + \angle 5 = (180^\circ - \angle 5) + \angle 5 = 180^\circ$.

Akibatnya, pada Gambar 3.4 hanya ada **dua ukuran** sudut: empat sudut berwarna biru ($\angle 1, \angle 3, \angle 5, \angle 7$) sama besar, empat sudut berwarna jingga ($\angle 2, \angle 4, \angle 6, \angle 8$) sama besar, dan satu biru ditambah satu jingga selalu 180°. Sifat ini juga berlaku terbalik: bila dua garis

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dipotong garis lain dan sepasang sudut sehadapnya sama besar, kedua garis itu pasti sejajar.



Gambar 3.5 Sudut $(4x - 20)^\circ$ *dan* $(2x + 30)^\circ$ *adalah sudut dalam berseberangan;* y *sepihak dengan* $(4x - 20)^\circ$.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Pada Gambar 3.5, $k \parallel l$ dan keduanya dipotong garis t. Sudut di titik potong atas besarnya $(4x - 20)^\circ$, sedangkan sudut di titik potong bawah yang berseberangan dengannya besarnya $(2x + 30)^\circ$. Tentukan x dan besar sudut y.

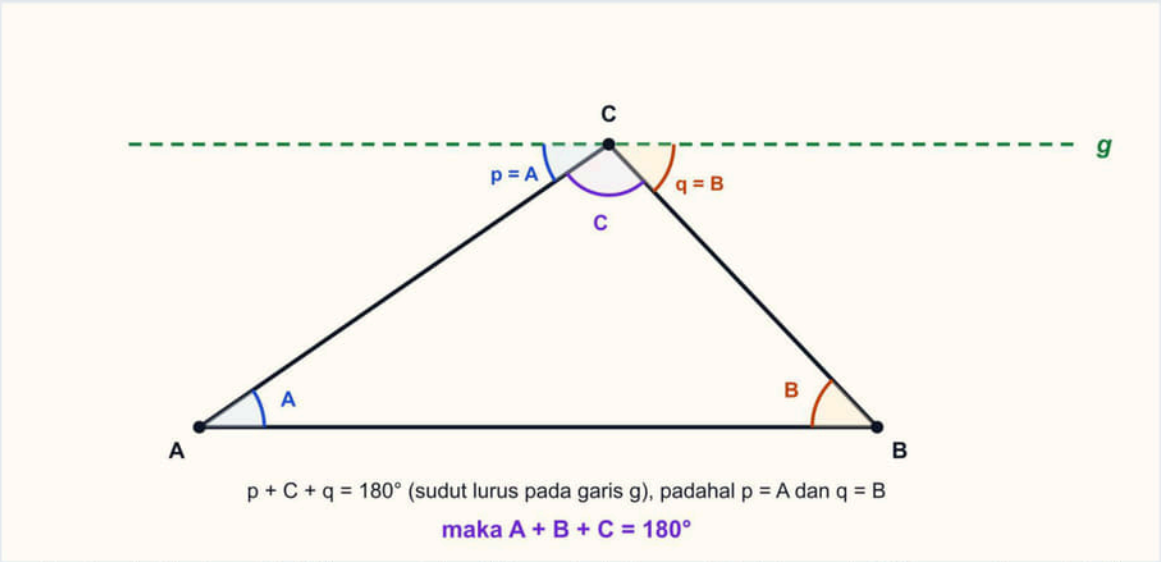
1. Tentukan dulu nama pasangan sudutnya. Kedua sudut terletak di antara k dan l, dan di sisi yang berlawanan dari t. Jadi keduanya sudut dalam berseberangan, sehingga sama besar.
2. Tulis persamaannya: $4x - 20 = 2x + 30$.
3. Kurangi kedua ruas dengan $2x$: $2x - 20 = 30$. Tambahkan 20: $2x = 50$. Bagi dengan 2: $x = 25$.
4. Besar sudutnya: $4(25) - 20 = 80^\circ$, dan $2(25) + 30 = 80^\circ$. Keduanya sama, sesuai sifat berseberangan.
5. Sudut y terletak di antara k dan l, di sisi yang **sama** dari t dengan sudut 80° di atas. Jadi y dan 80° adalah sudut dalam sepihak yang berjumlah 180°: $y = 180 - 80 = 100$.
6. Cek ulang: y juga berpelurus dengan sudut $(2x + 30)^\circ = 80^\circ$ di titik potong bawah, dan $80 + 100 = 180$. Hasilnya cocok dari dua jalan.

Jadi $x = 25$ dan $y = 100$. Perhatikan jebakannya: bila kedua sudut dikira sepihak lalu dijumlahkan menjadi 180, kamu mendapat $6x + 10 = 180$ dan $x = 28\frac{1}{3}$, yang salah.

4. Jumlah sudut segitiga

Sifat paling terkenal dalam geometri bidang adalah: **jumlah ketiga sudut dalam setiap segitiga adalah** 180°. Sifat ini tidak cukup diyakini dengan mengukur satu atau dua segitiga. Kita membuktikannya dengan sifat garis sejajar (lihat Gambar 3.6).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.6 Garis melalui C yang sejajar AB memindahkan sudut A dan sudut B ke samping sudut C.

1. Ambil sembarang segitiga ABC. Melalui titik C, tarik garis g yang sejajar dengan sisi AB.
2. Di titik C kini ada tiga sudut yang bersebelahan di sepanjang garis g: sudut kiri p, sudut segitiga $\angle C$, dan sudut kanan q. Ketiganya membentuk sudut lurus, jadi $p + \angle C + q = 180^\circ$.
3. Garis AC memotong dua garis sejajar g dan AB. Sudut p dan $\angle A$ adalah sudut dalam berseberangan, jadi $p = \angle A$.
4. Dengan cara yang sama pada garis BC, sudut q dan $\angle B$ dalam berseberangan, jadi $q = \angle B$.
5. Ganti p dan q pada langkah 2: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

Karena segitiga ABC diambil sembarang, sifat ini berlaku untuk semua segitiga. Dari sifat ini lahir beberapa akibat yang sering dipakai:

- Pada segitiga siku-siku, kedua sudut lancipnya berjumlah $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, jadi keduanya saling berpenyiku.
- Segitiga sama sisi punya tiga sudut sama besar, masing-masing $180^\circ : 3 = 60^\circ$.
- Pada segitiga sama kaki, dua sudut alasnya (sudut di depan dua sisi yang sama panjang) sama besar. Sebaliknya, bila dua sudut segitiga sama besar, sisi-sisi di depan kedua sudut itu sama panjang.
- Sebuah segitiga paling banyak punya satu sudut siku-siku atau satu sudut tumpul, sebab dua sudut seperti itu saja sudah berjumlah 180° atau lebih.

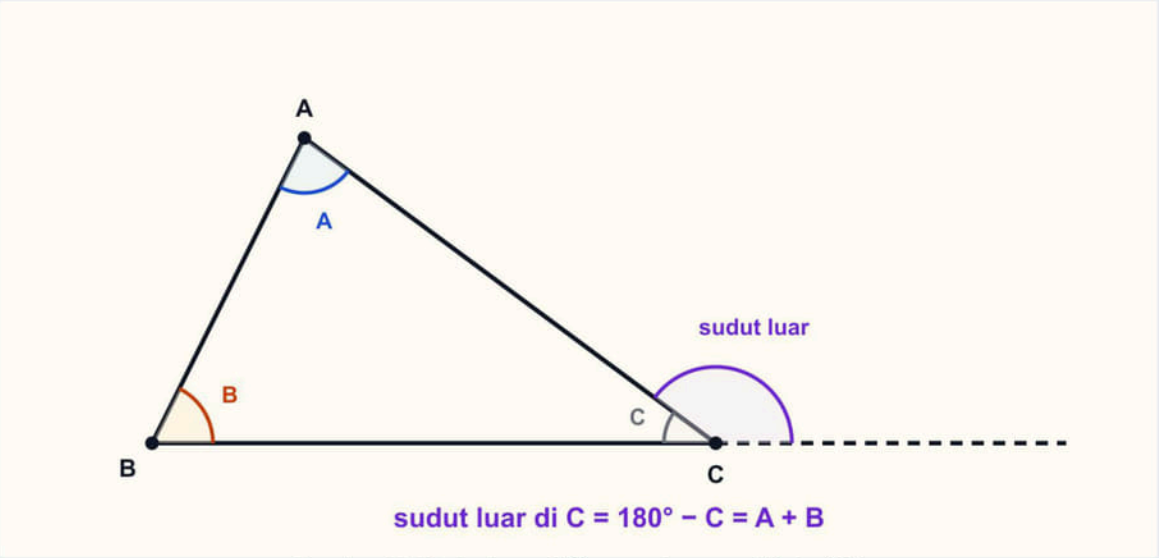
5. Sudut luar segitiga

Bila salah satu sisi segitiga diperpanjang, terbentuk **sudut luar** (lihat Gambar 3.7). Sudut luar di titik C berpelurus dengan sudut dalam $\angle C$, sehingga besarnya $180^\circ - \angle C$. Dari jumlah sudut segitiga, $180^\circ - \angle C = \angle A + \angle B$. Jadi:

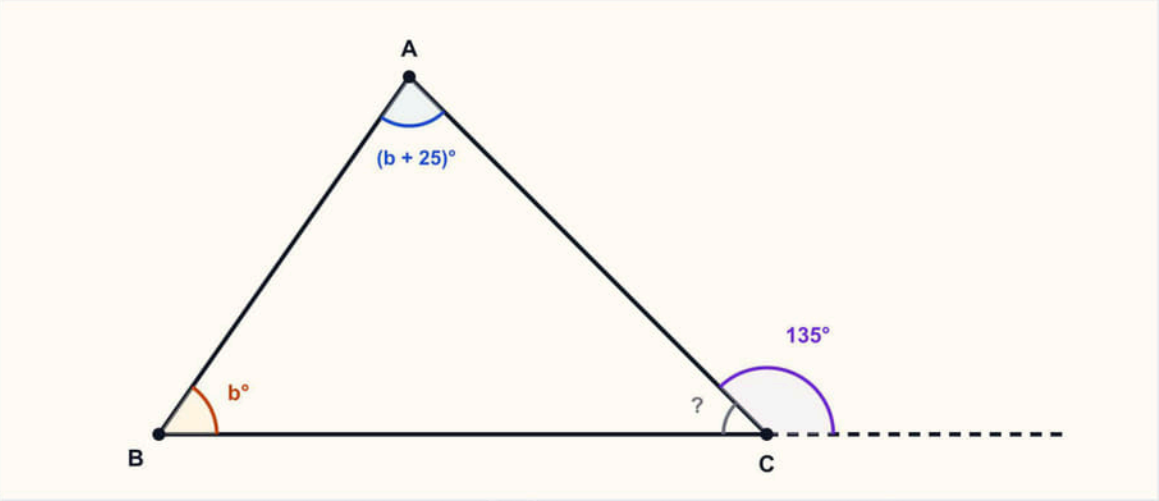
$$\text{sudut luar di } C = \angle A + \angle B.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dengan kata lain, **sudut luar sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersebelahan dengannya**. Rumus ini menghemat satu langkah hitung, dan sering dipakai sebagai cek ulang.



Gambar 3.7 Sudut luar di C sama dengan $\angle A + \angle B$.



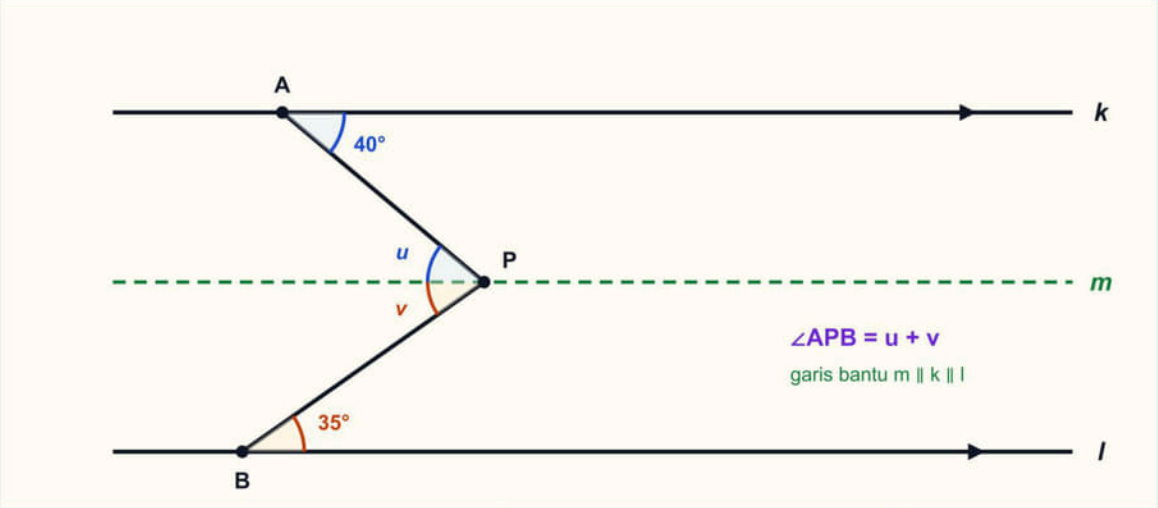
Gambar 3.8 Segitiga ABC dengan sudut luar 135° di titik C.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Pada segitiga ABC, sisi BC diperpanjang melewati C sehingga terbentuk sudut luar 135° di titik C (lihat Gambar 3.8). Besar $\angle A$ lebih 25° daripada besar $\angle B$. Tentukan besar ketiga sudut segitiga itu.

1. Misalkan $\angle B = b^\circ$. Karena $\angle A$ lebih 25°, maka $\angle A = (b + 25)^\circ$.
2. Pakai sifat sudut luar: sudut luar di C sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersebelahan, yaitu $\angle A + \angle B$. Jadi $(b + 25) + b = 135$.
3. Sederhanakan: $2b + 25 = 135$, jadi $2b = 110$ dan $b = 55$. Maka $\angle B = 55^\circ$ dan $\angle A = 80^\circ$.
4. Sudut dalam $\angle C$ berpelurus dengan sudut luarnya: $\angle C = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.
5. Cek ulang dengan jumlah sudut segitiga: $80^\circ + 55^\circ + 45^\circ = 180^\circ$. Cocok.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, dan $\angle C = 45^\circ$.



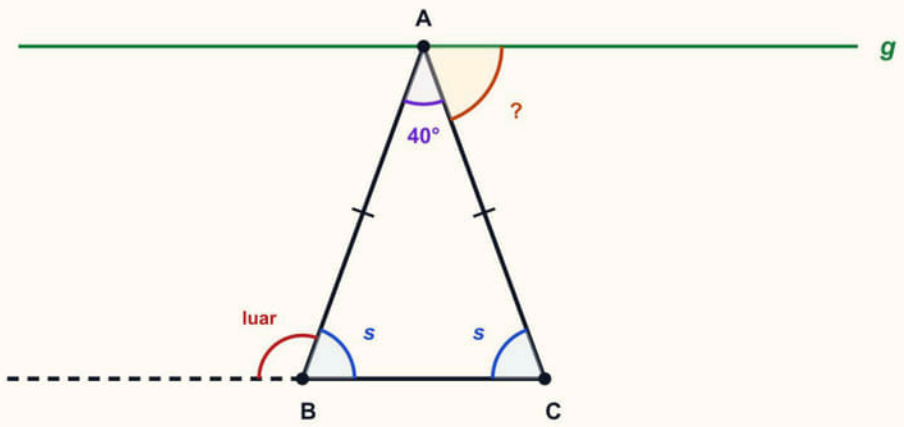
Gambar 3.9 Garis bantu putus-putus melalui P yang sejajar k dan l membagi $\angle APB$ menjadi dua bagian.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Garis $k \parallel l$. Titik A pada k, titik B pada l, dan titik P terletak di antara kedua garis sehingga ruas AP dan PB membentuk "patahan" seperti Gambar 3.9. Sudut antara k dan AP adalah 40°, sedangkan sudut antara l dan PB adalah 35° (keduanya di sisi kanan). Tentukan besar $\angle APB$.

1. Sudut $\angle APB$ tidak berpasangan langsung dengan sudut yang diketahui. Karena itu, tarik **garis bantu** m melalui P yang sejajar dengan k (dan otomatis sejajar l). Garis m membagi $\angle APB$ menjadi bagian atas u dan bagian bawah v.
2. Ruas AP memotong dua garis sejajar k dan m. Sudut 40° di A dan sudut u di P terletak di antara kedua garis itu, di sisi berlawanan dari AP. Jadi keduanya dalam berseberangan: $u = 40^\circ$.
3. Dengan alasan yang sama pada ruas PB dan garis sejajar m, l: $v = 35^\circ$.
4. Jumlahkan: $\angle APB = u + v = 40^\circ + 35^\circ = 75^\circ$.
5. Cek ulang dengan cara lain: perpanjang AP sampai memotong l di titik Q. Sudut di Q antara l dan PQ sama dengan 40° (dalam berseberangan dengan sudut di A). Pada segitiga PQB, $\angle APB$ adalah sudut luar di P, jadi besarnya $40^\circ + 35^\circ = 75^\circ$. Hasilnya sama.

Jadi $\angle APB = 75^\circ$. Pola ini berlaku umum: sudut pada patahan yang menghadap ke kiri sama dengan jumlah dua sudut di kanan yang dibentuk dengan garis sejajar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



AB = AC (tanda garis kecil), g ∥ BC

Gambar 3.10 Segitiga sama kaki ABC ($AB = AC$) dengan garis $g \parallel BC$ melalui A.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Pada segitiga ABC, $AB = AC$ dan $\angle BAC = 40^\circ$. Garis g melalui A dan sejajar dengan BC (lihat Gambar 3.10). Manakah pernyataan yang benar? (1) $\angle ABC = 70^\circ$; (2) sudut antara garis g dan sisi AC (di sisi kanan A) sama dengan 70°; (3) sudut luar di B, yang dibentuk dengan memperpanjang CB melewati B, sama dengan 140°.

1. Karena $AB = AC$, segitiga ABC sama kaki, sehingga sudut di depan kedua sisi itu sama besar: $\angle ABC = \angle ACB$. Misalkan besarnya s.
2. Jumlah sudut segitiga: $40 + s + s = 180$, jadi $2s = 140$ dan $s = 70$. Pernyataan (1) benar.
3. Garis AC memotong dua garis sejajar g dan BC. Sudut antara g dan AC di kanan A berada di antara kedua garis sejajar, berseberangan dengan $\angle ACB$ terhadap AC. Jadi sudut itu sama dengan $\angle ACB = 70^\circ$. Pernyataan (2) benar.
4. Sudut luar di B berpelurus dengan $\angle ABC$: $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. Pernyataan (3) salah.
5. Cek ulang langkah 4 dengan sifat sudut luar: sudut luar di B $= \angle A + \angle C = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ$. Sama. Angka 140° adalah pengecoh dari $2 \times 70^\circ$.

Jadi hanya pernyataan (1) dan (2) yang benar.

Ringkasan

- Penyiku: jumlah 90°. Pelurus: jumlah 180°. Sudut bertolak belakang sama besar.
- Dua garis sejajar dipotong garis lain: sehadap sama, berseberangan (dalam maupun luar) sama, dalam sepihak berjumlah 180°.
- Jumlah sudut segitiga 180°, dibuktikan dengan garis sejajar melalui satu titik sudut.
- Sudut luar segitiga = jumlah dua sudut dalam yang tidak bersebelahan.
- Segitiga sama kaki: sudut alas sama besar; segitiga sama sisi: tiap sudut 60°.
- Bila sudut yang dicari tidak berpasangan langsung, tarik garis bantu sejajar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Beri nama pasangan sudut sebelum menulis persamaan.** Tanyakan dua hal: apakah kedua sudut di antara garis sejajar atau di luar, dan apakah keduanya di sisi yang sama dari garis potong atau berlawanan. Jawabannya menentukan "sama besar" atau "berjumlah 180°".
2. **Tulis besar sudut langsung di gambar.** Setiap sudut yang sudah diketahui ditulis di gambar soal, lalu cari sudut yang bertetangga dengannya.
3. **Jangan percaya mata.** Gambar soal sering tidak berskala. Sudut yang tampak siku-siku belum tentu 90°; buktikan dari informasi soal.
4. **Cek dengan dua jalan.** Setelah mendapat jawaban, hitung ulang memakai jumlah sudut segitiga atau sudut luar.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Sudut dalam sepihak dianggap sama besar	$\angle 4 = \angle 5$	$\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$
Sudut berseberangan dijumlahkan menjadi 180°	$(4x - 20) + (2x + 30) = 180$	$4x - 20 = 2x + 30$
Sudut luar dipakai sebagai sudut dalam	$\angle C = 135^\circ$	$\angle C = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$
Sisi dan sudut salah pasang	"$\angle A = \angle C$, jadi $AB = AC$"	sisi di depan $\angle A$ adalah BC; jadi $BC = AB$
Mengukur sudut dengan mata	"tampak siku-siku, jadi 90°"	buktikan dari sejajar, sama kaki, atau jumlah sudut

● BEDAH SOAL PREDIKSI

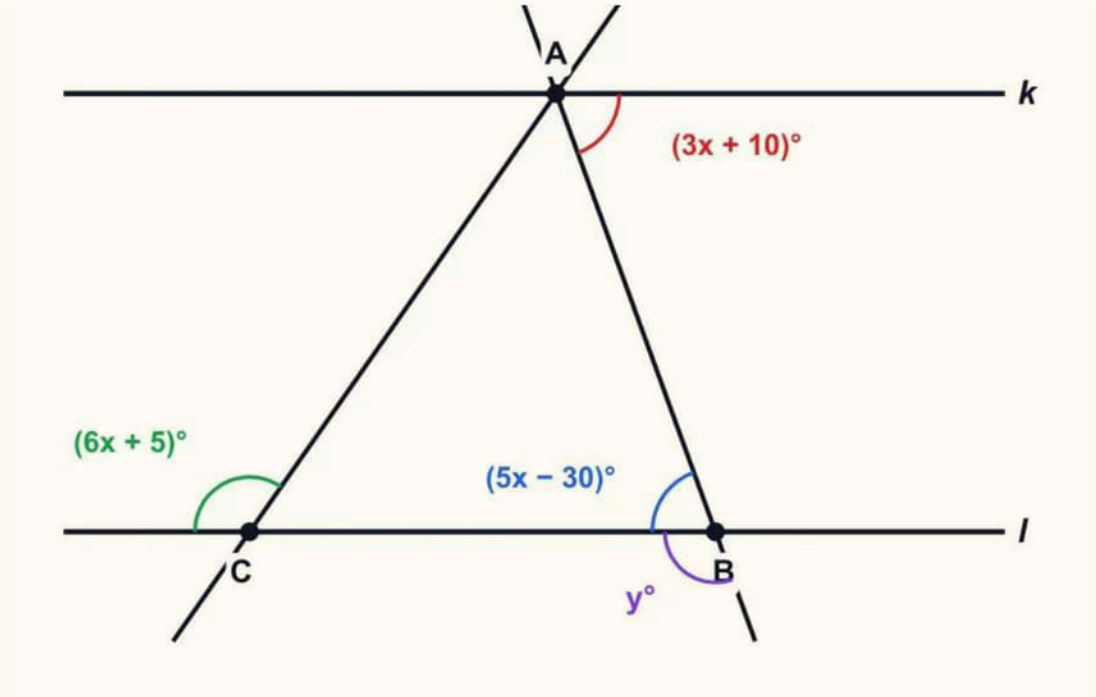
Soal berikut menggabungkan semua alat di sub bab ini: sudut dalam berseberangan, sudut berpelurus, jumlah sudut segitiga, dan pasangan sisi-sudut pada segitiga sama kaki. Beri nama setiap pasangan sudut sebelum menulis persamaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Pada gambar berikut, garis k sejajar dengan garis l. Titik A terletak pada garis k, sedangkan titik B dan C terletak pada garis l. Besar sudut-sudut yang ditandai dinyatakan dalam derajat.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $x = 20$
(2) $\angle BAC = 55^\circ$
(3) $y = 110$
(4) Panjang sisi AB sama dengan panjang sisi BC.



A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Pembahasan **Kunci: E**

Yang diketahui: $k \parallel l$; pada gambar, sudut di A (antara garis k ke kanan dan AB) $= (3x + 10)^\circ$, sudut $ABC = (5x - 30)^\circ$, sudut luar di $C = (6x + 5)^\circ$, dan sudut di B di bawah garis l sebelah kiri $= y^\circ$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

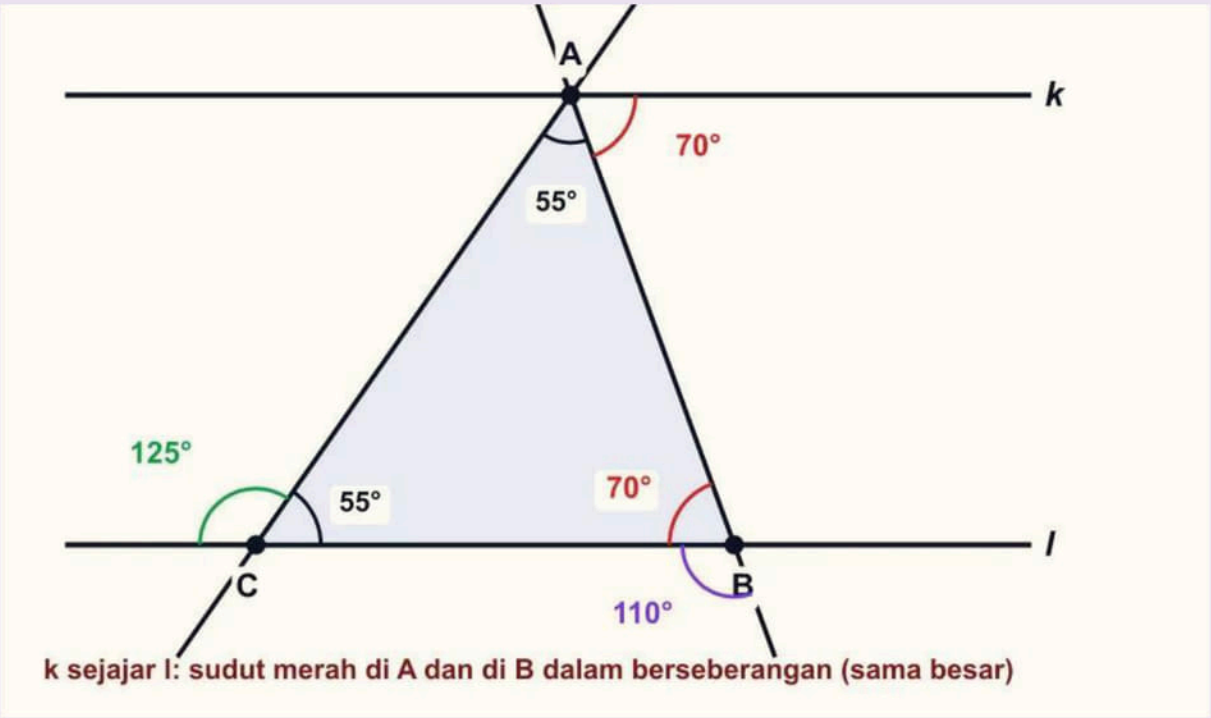
Konsep 1 – Dua garis sejajar dipotong garis lain. Sudut dalam berseberangan (di antara kedua garis sejajar, di sisi yang berlawanan dari garis pemotong) sama besar. Sudut sehadap juga sama besar. Contoh kecil: bila sudut dalam berseberangan bernilai $(2a)^\circ$ dan 40°, maka $2a = 40$ dan $a = 20$.

Konsep 2 – Sudut berpelurus. Dua sudut yang bersama-sama membentuk garis lurus berjumlah 180°.

Konsep 3 – Segitiga. Jumlah sudut segitiga 180°. Bila dua sudut sama besar, sisi-sisi **di depan** kedua sudut itu sama panjang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Sudut $(3x + 10)^\circ$ di A dan sudut $(5x - 30)^\circ$ di B terletak di antara k dan l, pada sisi yang berlawanan dari garis AB. Keduanya sudut dalam berseberangan, jadi sama besar:
$3x + 10 = 5x - 30 \rightarrow 10 + 30 = 5x - 3x \rightarrow 40 = 2x \rightarrow x = 20$.
Besar masing-masing sudut: $3(20) + 10 = 70^\circ$, sehingga $\angle ABC = 70^\circ$.
2. Sudut luar di C: $6(20) + 5 = 125^\circ$. Sudut ini berpelurus dengan $\angle ACB$ (keduanya membentuk garis l), jadi $\angle ACB = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.
3. Jumlah sudut segitiga ABC: $\angle BAC = 180^\circ - 70^\circ - 55^\circ = 55^\circ$.
4. Sudut y° dan $\angle ABC$ berpelurus (keduanya di sebelah kiri garis AB dan bersama-sama membentuk garis lurus AB), jadi $y = 180 - 70 = 110$.



5. $\angle BAC = \angle BCA = 55^\circ$. Sisi di depan $\angle BAC$ adalah BC, dan sisi di depan $\angle BCA$ adalah AB. Jadi $AB = BC$.

Uji tiap pernyataan: (1) benar (langkah 1); (2) benar (langkah 3); (3) benar (langkah 4); (4) benar (langkah 5).

Cek ulang: sudut luar C sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersebelahan: $\angle A + \angle B = 55^\circ + 70^\circ = 125^\circ$ ✓. Jumlah sudut segitiga $70^\circ + 55^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3) saja: **Jebakan:** memasangkan sudut dengan sisi yang salah, mengira dua sudut 55° membuat $AB = AC$, sehingga (4) dianggap salah.
• B ✗ (1) dan (3) saja: **Jebakan:** memakai 125° sebagai $\angle ACB$ (lupa sudut berpelurus), sehingga $\angle BAC$ tidak 55° dan (2), (4) dianggap salah.
• C ✗ (2) dan (4) saja: **Jebakan:** menganggap $(3x + 10)^\circ$ dan $(5x - 30)^\circ$ berjumlah 180° (sudut dalam sepihak), sehingga $x = 25$ dan (1), (3) dianggap salah. Kedua sudut itu berseberangan, bukan sepihak.
• D ✗ (4) saja: tiga pernyataan lain juga terbukti benar.
• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✎ LATIHAN

Soal latihan berikut bertanya apakah sebuah segitiga siku-siku. Pernyataan (2) diselesaikan dengan jumlah sudut segitiga dari sub bab ini. Pernyataan (1) memakai luas segitiga, yang dibahas ulang dengan rinci di sub bab 3.2; kerjakan lagi pernyataan itu setelah kamu mempelajari sub bab 3.2 bila masih ragu.

1. Pada segitiga ABC, panjang $AB = 8$ cm dan $BC = 15$ cm.

Apakah segitiga ABC siku-siku?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Luas segitiga ABC adalah 60 cm².
(2) Besar $\angle B$ sama dengan jumlah besar $\angle A$ dan $\angle C$.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. D

✔ PERIKSA DIRI

1. Jelaskan dengan dua kalimat mengapa sudut dalam berseberangan pada dua garis sejajar sama besar.
2. Gambarlah sebuah segitiga, lalu tunjukkan dengan garis sejajar mengapa jumlah sudutnya $180°$.
3. Mengapa sebuah segitiga tidak mungkin memiliki dua sudut tumpul?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras

SNBTPK-3.2

◎ APA YANG DIUJI

Segitiga adalah bangun yang paling sering dipakai dalam soal geometri PK, karena bangun lain (segiempat, limas, bahkan jarak dua titik) dapat dipotong menjadi segitiga. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 10 (Simulasi 2 nomor 10) meminta luas segitiga yang titik sudutnya diberikan dalam koordinat. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 15 (Simulasi 2 nomor 15) membandingkan luas dua segitiga di dalam segitiga sama sisi dalam bentuk perbandingan kuantitas P dan Q. Teorema Pythagoras juga muncul diam-diam di soal jarak dua titik (sub bab 3.6), diagonal ruang (sub bab 3.5), dan trigonometri (sub bab 3.7).

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menghitung luas segitiga dengan alas dan tinggi yang benar-benar tegak lurus, termasuk pada segitiga tumpul;
- menjelaskan bukti teorema Pythagoras dengan luas persegi, lalu memakainya untuk mencari sisi dan menentukan jenis segitiga;
- memakai kesebangunan dan perbandingan luas segitiga yang memiliki alas atau tinggi yang sama.

≡ PRASYARAT

Sub bab ini memakai empat bekal.

1. **Kuadrat dan akar** (sub bab 1.3). $\sqrt{a}$ adalah bilangan tidak negatif yang kuadratnya a. Contoh: $\sqrt{5{,}76} = 2{,}4$ karena $2{,}4^2 = 5{,}76$. Akar dapat disederhanakan dengan mengeluarkan faktor kuadrat: $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$.
2. **Kuadrat jumlah** (sub bab 2.1). $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Contoh: $(3+4)^2 = 49$ dan $9 + 24 + 16 = 49$.
3. **Luas persegi panjang** $=$ panjang $\times$ lebar, dan luas persegi $= s^2$.
4. **Sudut segitiga** (sub bab 3.1). Jumlah ketiga sudut segitiga 180°; pada segitiga sama kaki, sudut alasnya sama besar.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Jenis-jenis segitiga

Segitiga dapat dikelompokkan dengan dua cara (lihat Gambar 3.11).

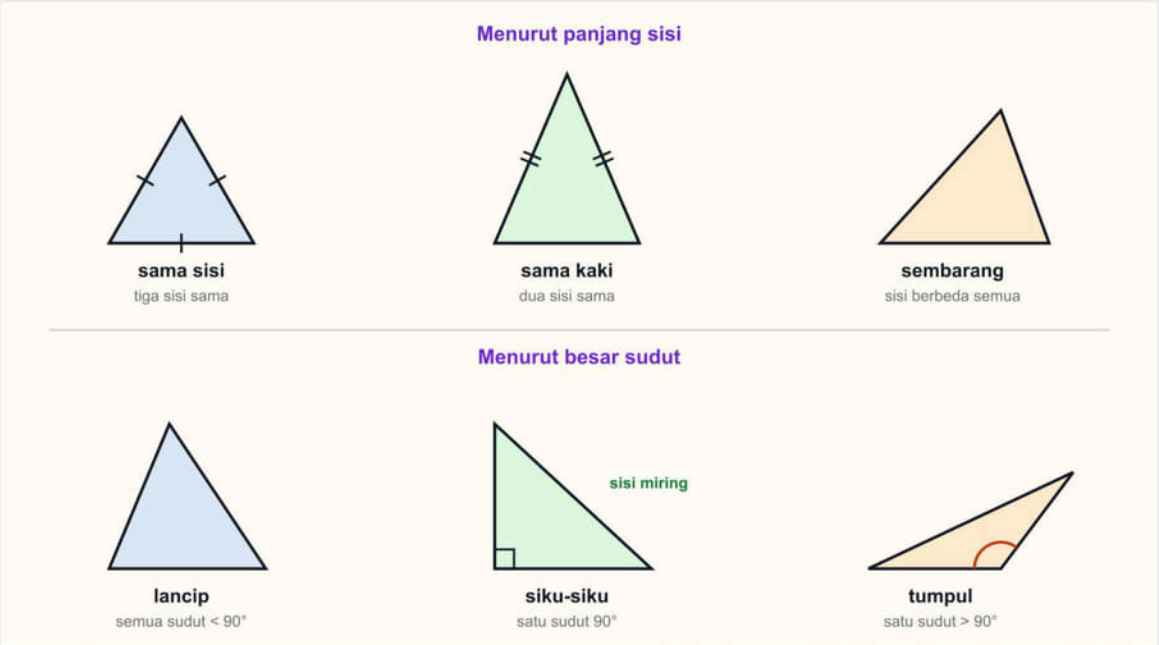
Menurut panjang sisinya:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. **segitiga sama sisi**: ketiga sisinya sama panjang; ketiga sudutnya masing-masing 60°;
2. **segitiga sama kaki**: dua sisinya sama panjang (disebut kaki); dua sudut alasnya sama besar;
3. **segitiga sembarang**: ketiga sisinya berbeda panjang.

Menurut besar sudutnya:

1. **segitiga lancip**: ketiga sudutnya lancip;
2. **segitiga siku-siku**: satu sudutnya 90°; sisi di depan sudut siku-siku disebut **sisi miring** (hipotenusa) dan selalu merupakan sisi terpanjang, sedangkan dua sisi lain disebut **sisi siku-siku**;
3. **segitiga tumpul**: satu sudutnya tumpul.



Gambar 3.11 Jenis segitiga menurut panjang sisi (baris atas) dan besar sudut (baris bawah). Garis kecil menandai sisi yang sama panjang.

Tidak sembarang tiga ruas garis dapat membentuk segitiga. Coba bayangkan tiga lidi dengan panjang 2 cm, 3 cm, dan 10 cm. Dua lidi pendek bila disambung hanya sepanjang 5 cm, sehingga ujung-ujungnya tidak mungkin bertemu dengan kedua ujung lidi 10 cm. Aturannya disebut **ketaksamaan segitiga**: **sisi terpanjang harus lebih pendek daripada jumlah dua sisi lainnya**. Sisi $4, 5, 8$ dapat membentuk segitiga karena $8 < 4 + 5 = 9$; sisi $3, 4, 7$ tidak dapat, karena $7 = 3 + 4$ hanya menghasilkan garis lurus.

2. Luas segitiga: dari persegi panjang

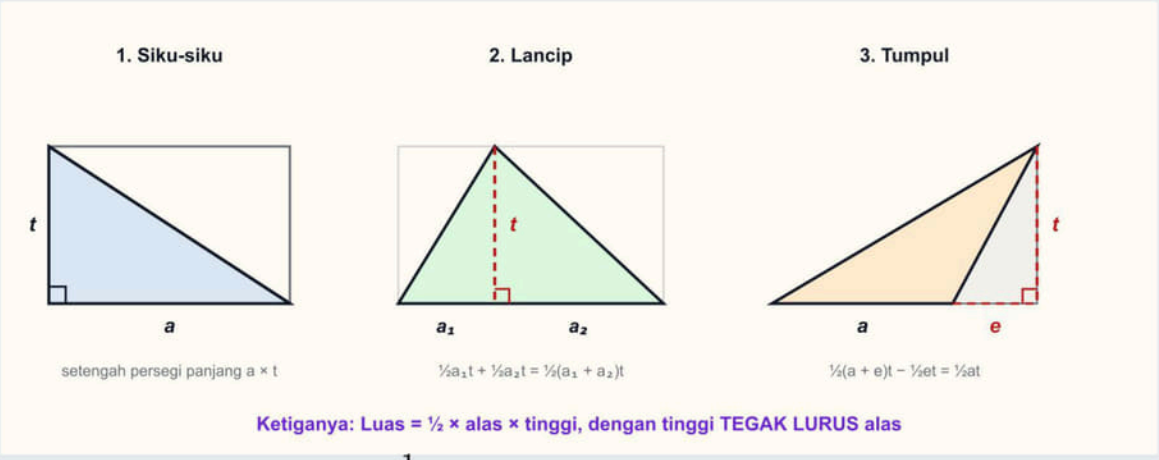
Rumus luas segitiga yang kamu kenal sejak SD adalah

$$L = \frac{1}{2} \times a \times t,$$

dengan a panjang **alas** dan t **tinggi**. Rumus ini tidak muncul begitu saja. Ia diturunkan dari luas persegi panjang dalam tiga langkah (lihat Gambar 3.12).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

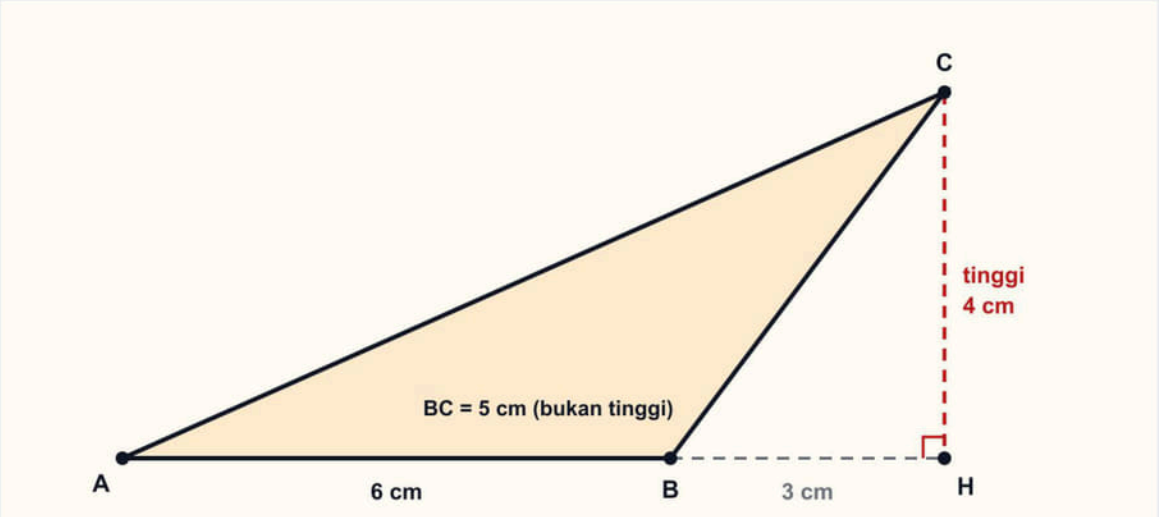
1. **Segitiga siku-siku.** Sebuah persegi panjang berukuran $a \times t$ dipotong menurut diagonalnya menjadi dua segitiga siku-siku yang sama persis. Jadi luas satu segitiga adalah setengah persegi panjang: $\frac{1}{2} \times a \times t$.
2. **Segitiga lancip.** Tarik garis tinggi dari puncak tegak lurus ke alas. Segitiga terbelah menjadi dua segitiga siku-siku dengan alas a_1 dan a_2, keduanya bertinggi t. Luas totalnya $\frac{1}{2}a_1 t + \frac{1}{2}a_2 t = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)t = \frac{1}{2}at$.
3. **Segitiga tumpul.** Kaki garis tinggi jatuh di luar alas, pada perpanjangannya. Segitiga yang dicari adalah segitiga siku-siku besar dikurangi segitiga siku-siku kecil. Bila bagian di luar alas panjangnya e, luasnya $\frac{1}{2}(a + e)t - \frac{1}{2}et = \frac{1}{2}at$. Hasilnya tetap sama.



Gambar 3.12 Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ *untuk segitiga siku-siku, lancip, dan tumpul.*

Dari penurunan ini, ada dua hal yang harus selalu diingat. Pertama, **tinggi harus tegak lurus alas**; tinggi adalah jarak terpendek dari puncak ke garis alas, bukan panjang sisi miring. Kedua, **setiap sisi boleh dipilih menjadi alas**, asalkan tingginya adalah jarak tegak lurus dari titik sudut di depannya ke sisi itu. Satu segitiga punya tiga pasangan alas-tinggi, dan ketiganya memberi luas yang sama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.13 Tinggi $CH = 4$ cm jatuh di luar alas AB; sisi $BC = 5$ cm bukan tinggi.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Segitiga tumpul ABC memiliki alas $AB = 6$ cm dan $BC = 5$ cm. Titik C berjarak 4 cm dari garis AB, dan kaki tegak lurusnya, titik H, terletak 3 cm di sebelah kanan B pada perpanjangan AB (lihat Gambar 3.13). Hitung luas segitiga ABC.

1. Pilih alas $AB = 6$ cm. Tingginya adalah jarak tegak lurus dari C ke garis AB, yaitu $CH = 4$ cm. Walaupun H berada di luar ruas AB, CH tetap tinggi untuk alas AB.
2. Hitung luas: $L = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ cm².
3. Cek ulang dengan selisih dua segitiga siku-siku. Segitiga AHC beralas $AH = 6 + 3 = 9$ dan bertinggi 4, luasnya $\frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 18$. Segitiga BHC beralas 3 dan bertinggi 4, luasnya $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$. Selisihnya $18 - 6 = 12$. Cocok.
4. Perhatikan pengecohnya: bila $BC = 5$ dipakai sebagai tinggi, hasilnya $\frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15$. Ini salah, karena BC tidak tegak lurus AB.

Jadi luas segitiga ABC adalah 12 cm².

3. Teorema Pythagoras dan buktinya

Pada segitiga siku-siku dengan sisi siku-siku a dan b serta sisi miring c, berlaku

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Dalam bahasa luas: **luas persegi pada sisi miring sama dengan jumlah luas persegi pada dua sisi siku-siku**. Teorema ini dinamai menurut Pythagoras, matematikawan Yunani kuno, walaupun hubungan ini sudah dipakai berbagai bangsa jauh sebelumnya.

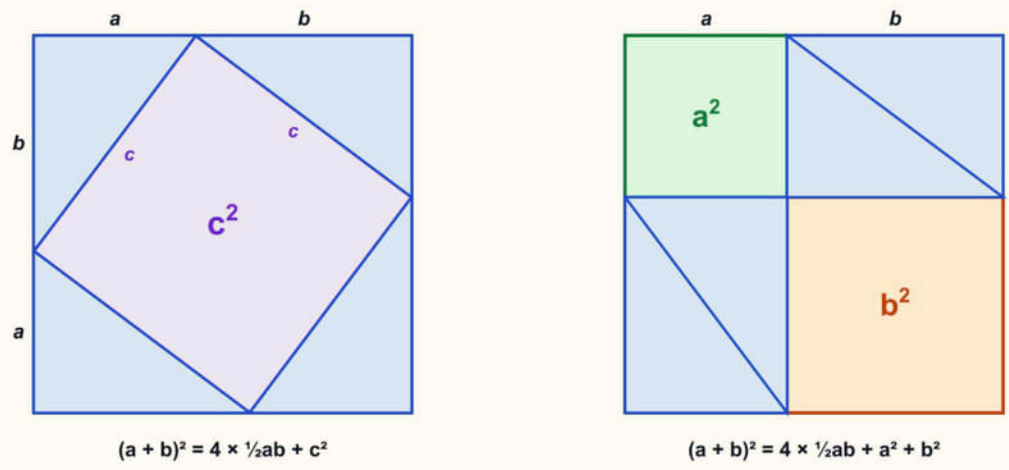
Bukti dengan luas persegi (lihat Gambar 3.14). Buat persegi besar dengan sisi $a + b$. Di setiap pojoknya, letakkan satu salinan segitiga siku-siku tadi, sehingga ada empat segitiga yang sama. Bagian tengah yang tersisa berbentuk segiempat dengan keempat sisi c.

1. Bagian tengah itu persegi. Di setiap titik pada sisi persegi besar, dua sudut lancip segitiga

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dan satu sudut bagian tengah membentuk sudut lurus. Kedua sudut lancip itu berjumlah 90° (sub bab 3.1), jadi sudut bagian tengah $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

2. Luas persegi besar dihitung dua cara. Cara pertama: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Cara kedua: empat segitiga ditambah persegi tengah, yaitu $4 \times \frac{1}{2}ab + c^2 = 2ab + c^2$.
3. Kedua cara menghitung luas yang sama, jadi $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$. Kurangi kedua ruas dengan $2ab$: $a^2 + b^2 = c^2$.



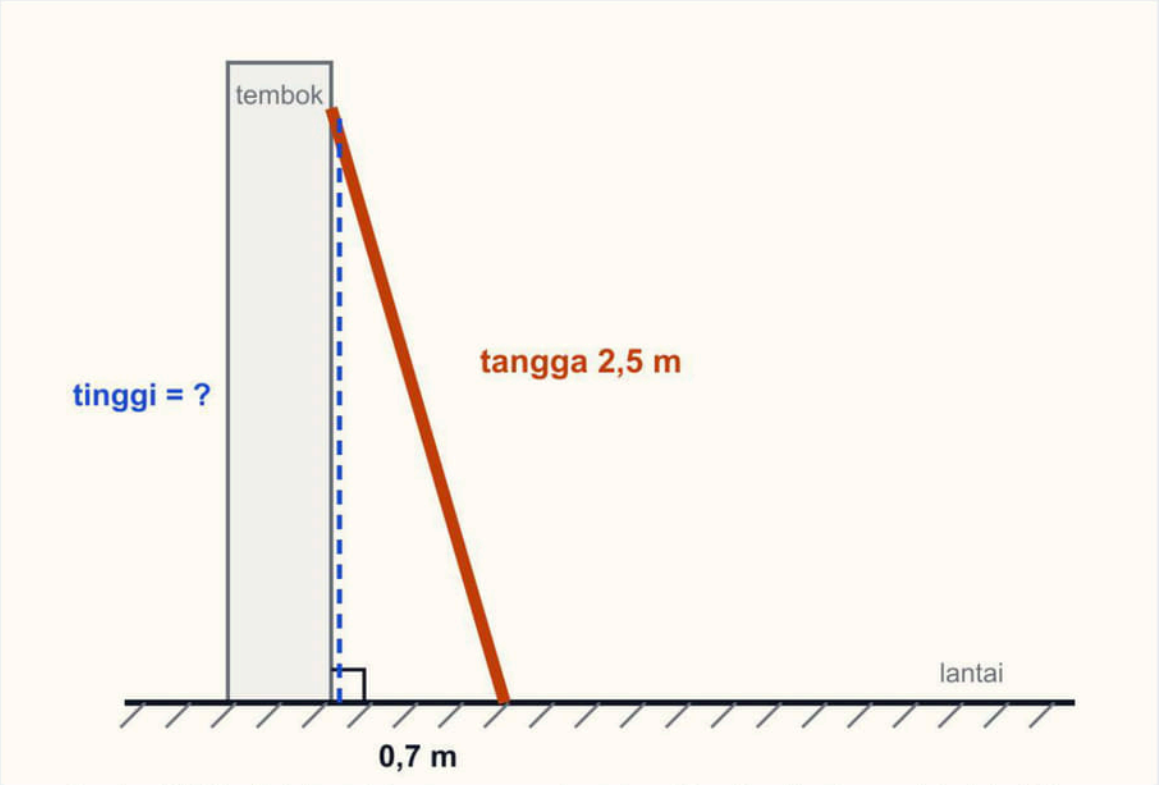
Gambar 3.14 Persegi bersisi $a+b$ berisi empat segitiga siku-siku dan persegi tengah bersisi c. Menyusun ulang keempat segitiga menyisakan persegi a^2 dan b^2.

Bagian kanan Gambar 3.14 memberi cara melihat yang lain: keempat segitiga yang sama disusun ulang di dalam persegi besar yang sama, dan kini sisa ruangnya berupa dua persegi, a^2 dan b^2. Karena sisa ruang pada kedua susunan sama luasnya, $c^2 = a^2 + b^2$.

Tiga bilangan bulat yang memenuhi $a^2 + b^2 = c^2$ disebut **tripel Pythagoras**. Tripel yang sering muncul di soal adalah $3, 4, 5$; $5, 12, 13$; $8, 15, 17$; dan $7, 24, 25$. Kelipatannya juga tripel: dari $3, 4, 5$ diperoleh $6, 8, 10$ dan $9, 12, 15$, karena bila setiap sisi dikali k, kedua ruas persamaan sama-sama dikali k^2. Mengenali tripel menghemat waktu menghitung akar.

Tripel dasar	Contoh kelipatan
$3, 4, 5$	$6, 8, 10$; $9, 12, 15$; $12, 16, 20$
$5, 12, 13$	$10, 24, 26$
$8, 15, 17$	$16, 30, 34$
$7, 24, 25$	$0{,}7$; $2{,}4$; $2{,}5$ (dibagi 10)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.15 Tembok, lantai, dan tangga membentuk segitiga siku-siku dengan sisi miring $2{,}5$ m.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Sebuah tangga sepanjang $2{,}5$ m disandarkan pada tembok tegak. Kaki tangga berjarak $0{,}7$ m dari tembok (lihat Gambar 3.15). Berapa tinggi ujung atas tangga dari lantai?

1. Tembok tegak lurus lantai, jadi tembok, lantai, dan tangga membentuk segitiga siku-siku. Sudut siku-sikunya di pojok tembok dan lantai.
2. Tangga berada di depan sudut siku-siku, jadi tangga adalah sisi miring: $c = 2{,}5$. Jarak kaki tangga $a = 0{,}7$, dan tinggi yang dicari b.
3. Pythagoras: $0{,}7^2 + b^2 = 2{,}5^2$, yaitu $0{,}49 + b^2 = 6{,}25$. Kurangi kedua ruas dengan $0{,}49$: $b^2 = 5{,}76$.
4. Ambil akar positif (panjang tidak negatif): $b = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4$, karena $2{,}4 \times 2{,}4 = 5{,}76$.
5. Cek ulang dengan tripel: $0{,}7;\ 2{,}4;\ 2{,}5$ adalah tripel $7, 24, 25$ yang dibagi 10. Cocok.

Jadi ujung atas tangga berada $2{,}4$ m di atas lantai.

4. Kebalikan Pythagoras: menentukan jenis segitiga dari sisinya

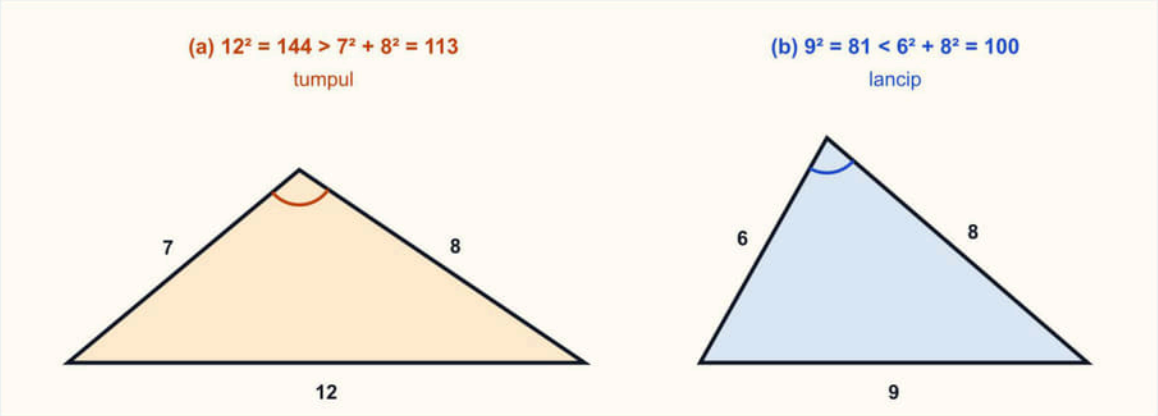
Teorema Pythagoras juga berlaku terbalik. Bila sisi-sisi sebuah segitiga memenuhi $a^2 + b^2 = c^2$, segitiga itu pasti siku-siku, dengan sudut siku-siku di depan sisi c. Lebih jauh lagi, bila c adalah sisi **terpanjang**:

- $c^2 = a^2 + b^2$: segitiga **siku-siku**;
- $c^2 < a^2 + b^2$: segitiga **lancip**;
- $c^2 > a^2 + b^2$: segitiga **tumpul**.

Alasannya dapat dibayangkan dengan engsel. Pegang dua sisi a dan b yang dihubungkan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

engsel di titik sudutnya. Bila engsel dibuka tepat 90°, jarak kedua ujungnya adalah c dengan $c^2 = a^2 + b^2$. Bila engsel dibuka lebih lebar (sudut tumpul), kedua ujung makin berjauhan, jadi c lebih panjang dan $c^2 > a^2 + b^2$. Bila engsel dibuka lebih sempit (sudut lancip), c lebih pendek dan $c^2 < a^2 + b^2$.



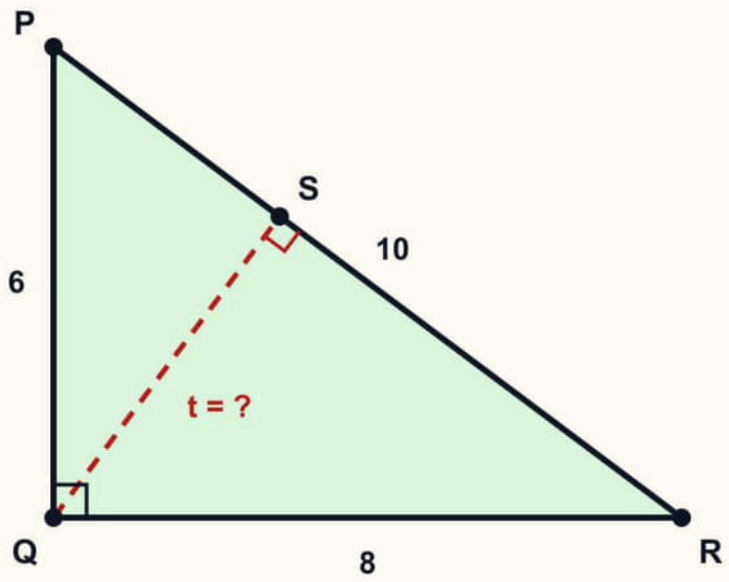
Gambar 3.16 Segitiga bersisi $7, 8, 12$ *(tumpul) dan* $6, 8, 9$ *(lancip), digambar dengan skala yang sama.*

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Tentukan jenis segitiga dengan sisi (a) $7, 8, 12$ dan (b) $6, 8, 9$ (lihat Gambar 3.16).

1. Periksa dulu apakah ketiga sisi dapat membentuk segitiga. (a) $12 < 7 + 8 = 15$; (b) $9 < 6 + 8 = 14$. Keduanya dapat.
2. Untuk (a), sisi terpanjang 12. Bandingkan $12^2 = 144$ dengan $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$. Karena $144 > 113$, segitiganya tumpul.
3. Untuk (b), sisi terpanjang 9. Bandingkan $9^2 = 81$ dengan $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. Karena $81 < 100$, segitiganya lancip.
4. Cek ulang dengan pembanding: sisi $6, 8$ dengan sudut siku-siku menghasilkan sisi miring 10. Sisi ketiga (b) hanya $9 < 10$, jadi sudutnya lebih sempit dari siku-siku. Cocok dengan kesimpulan lancip.

Jadi segitiga (a) tumpul dan segitiga (b) lancip. Jebakannya adalah membandingkan kuadrat sisi yang **bukan** terpanjang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.17 Segitiga $6, 8, 10$ *dengan tinggi* QS *ke sisi miring* PR.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Segitiga PQR siku-siku di Q dengan $PQ = 6$ dan $QR = 8$. Hitung panjang PR dan tinggi segitiga dari Q ke sisi PR (lihat Gambar 3.17).

1. Sisi miring PR berada di depan sudut siku-siku Q: $PR^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, jadi $PR = 10$.
2. Hitung luas dengan alas PQ dan tinggi QR (keduanya tegak lurus):
   $L = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$.
3. Hitung luas yang sama dengan alas $PR = 10$ dan tinggi $QS = t$ yang dicari:
   $L = \frac{1}{2} \times 10 \times t = 5t$.
4. Kedua cara menghitung luas segitiga yang sama, jadi $5t = 24$ dan $t = 4{,}8$.
5. Cek ulang: tinggi ke sisi miring harus lebih pendek daripada kedua sisi siku-siku (6 dan 8), karena tinggi adalah jarak terpendek. $4{,}8 < 6$. Masuk akal.

Jadi $PR = 10$ dan tinggi ke sisi miring $4{,}8$. Cara "luas dihitung dua kali" ini dipakai untuk mencari jarak titik ke garis tanpa rumus khusus.

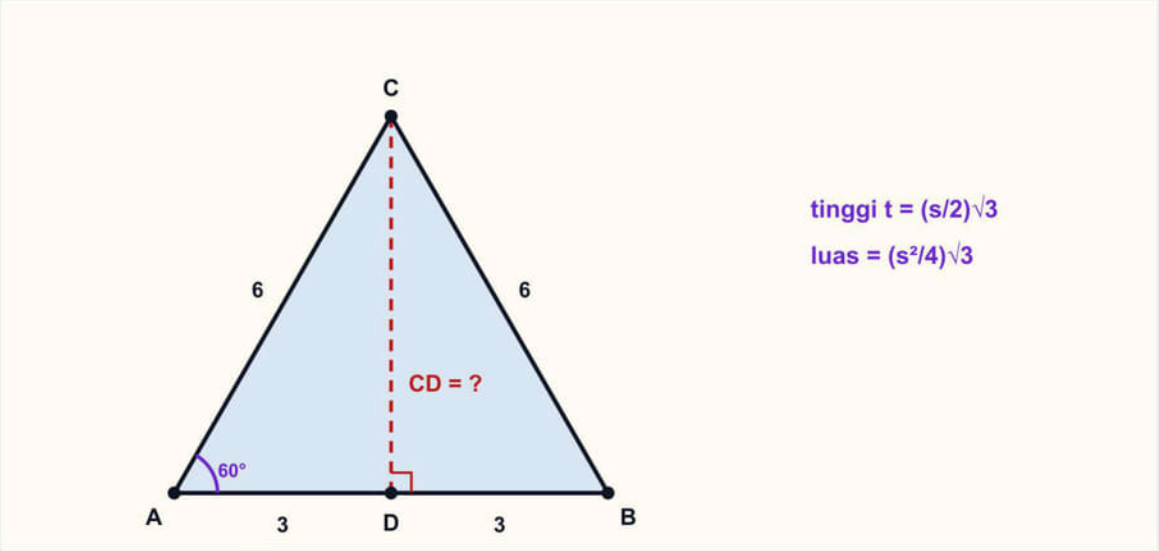
5. Segitiga sama sisi

Segitiga sama sisi bersisi s sering muncul di soal karena tinggi dan luasnya punya rumus tetap. Tarik garis tinggi dari puncak C ke alas AB. Karena kedua belahan segitiga sama persis (ketiga sisinya bersesuaian sama panjang), garis tinggi itu jatuh tepat di titik tengah D dari AB, sehingga $AD = \frac{s}{2}$. Pythagoras pada segitiga siku-siku ADC memberi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$$t^2 = s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2 = s^2 - \frac{s^2}{4} = \frac{3s^2}{4}, \quad \text{jadi} \quad t = \frac{s}{2}\sqrt{3}.$$

Luasnya $L = \frac{1}{2} \times s \times \frac{s}{2}\sqrt{3} = \frac{s^2}{4}\sqrt{3}$.



Gambar 3.18 Garis CD dari puncak ke titik tengah alas tegak lurus alas dan membagi segitiga sama sisi menjadi dua segitiga siku-siku.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Segitiga ABC sama sisi dengan sisi 6 cm, dan D titik tengah AB (lihat Gambar 3.18). Hitung panjang CD dan luas segitiga ABC.

1. D titik tengah AB, jadi $AD = 3$ cm. Garis CD tegak lurus AB (alasan di atas), sehingga segitiga ADC siku-siku di D dengan sisi miring $AC = 6$.
2. Pythagoras: $CD^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$.
3. Sederhanakan akar: $CD = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$ cm, kira-kira $5{,}2$ cm.
4. Luas: $L = \frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ cm².
5. Cek ulang dengan rumus jadi: $\frac{s^2}{4}\sqrt{3} = \frac{36}{4}\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$. Sama.

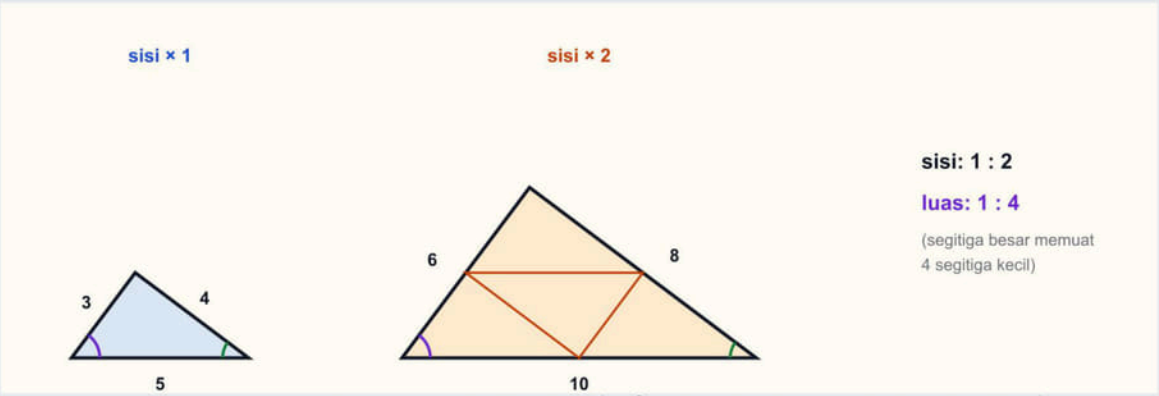
Jadi $CD = 3\sqrt{3}$ cm dan luas segitiga $9\sqrt{3}$ cm².

6. Kesebangunan

Dua bangun disebut **sebangun** bila yang satu merupakan perbesaran atau perkecilan dari yang lain, seperti foto yang dicetak dalam dua ukuran. Pada dua segitiga sebangun, **sudut-sudut yang bersesuaian sama besar** dan **sisi-sisi yang bersesuaian sebanding**: bila setiap sisi segitiga kecil dikali k, diperoleh sisi segitiga besar (lihat Gambar 3.19). Bilangan k disebut **faktor skala**.

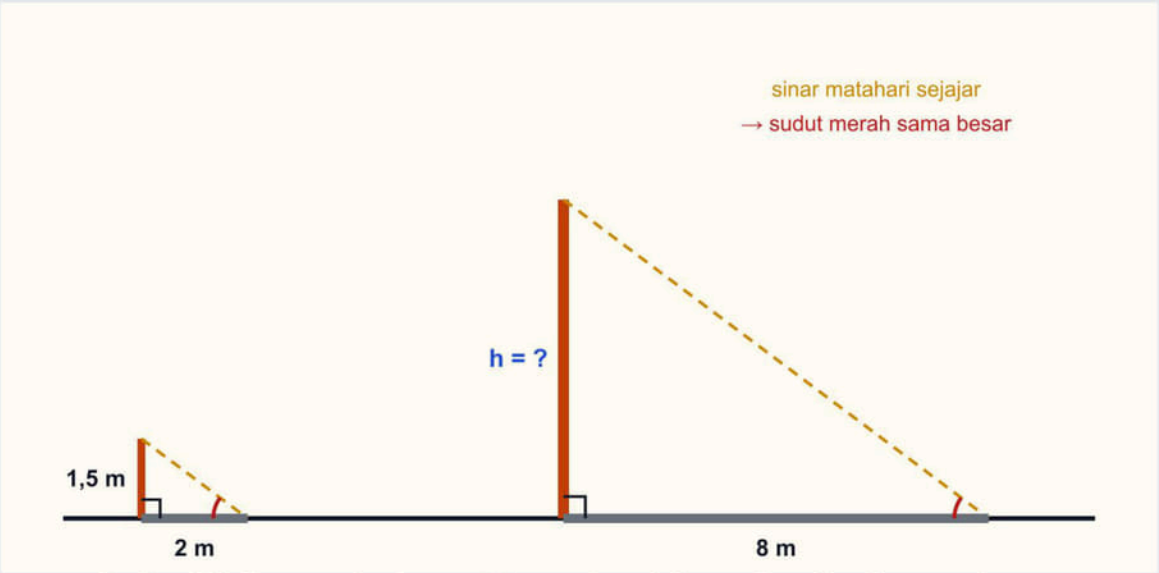
Untuk segitiga, ada jalan pintas yang sangat berguna: **bila dua pasang sudut sama besar, kedua segitiga pasti sebangun**. Sudut ketiga otomatis ikut sama, karena jumlah sudut segitiga selalu 180°. Dua sudut sama besar paling sering muncul dari garis sejajar (sudut sehadap) atau dari sudut yang dipakai bersama oleh dua segitiga.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.19 Sisi-sisi bersesuaian berbanding $1:2$, sedangkan luasnya berbanding $1:4$.

Bagaimana dengan luas? Bila semua sisi dikali k, alas dikali k dan tinggi juga dikali k. Luas $\frac{1}{2} \times (ka) \times (kt) = k^2 \times \frac{1}{2}at$. Jadi **perbandingan luas dua bangun sebangun adalah kuadrat perbandingan sisinya**. Pada Gambar 3.19, sisi berbanding $1:2$, tetapi luas berbanding $1:4$: segitiga besar dapat diisi empat segitiga kecil.



Gambar 3.20 Sinar matahari yang sejajar membentuk dua segitiga siku-siku yang sebangun.

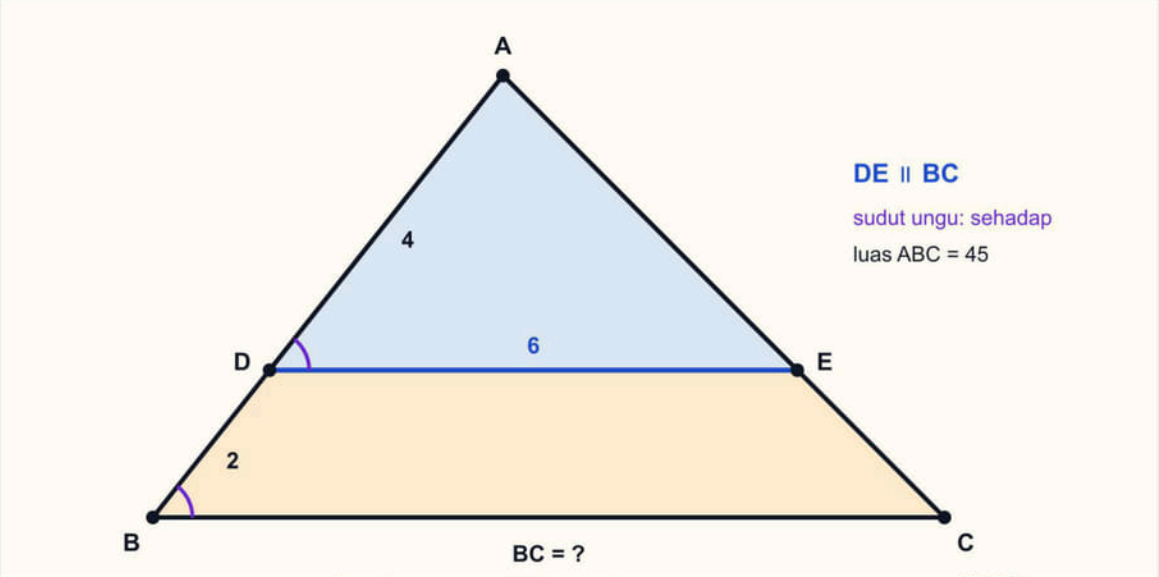
Contoh terselesaikan 6 (menengah). Pada sore hari, sebuah tongkat setinggi $1{,}5$ m yang berdiri tegak membentuk bayangan sepanjang 2 m. Pada saat yang sama, bayangan tiang bendera sepanjang 8 m (lihat Gambar 3.20). Berapa tinggi tiang bendera?

1. Tongkat dan tiang sama-sama tegak lurus tanah, jadi kedua segitiga punya sudut siku-siku.
2. Sinar matahari pada saat yang sama datang sejajar, sehingga sudut antara sinar dan tanah sama besar pada kedua segitiga (sudut sehadap). Dua pasang sudut sama besar, jadi kedua segitiga sebangun.
3. Sisi yang bersesuaian sebanding: $\dfrac{\text{tinggi tiang}}{\text{tinggi tongkat}} = \dfrac{\text{bayangan tiang}}{\text{bayangan tongkat}}$, yaitu $\dfrac{h}{1{,}5} = \dfrac{8}{2} = 4$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Kalikan kedua ruas dengan $1{,}5$: $h = 4 \times 1{,}5 = 6$.
5. Cek ulang: perbandingan tinggi terhadap bayangan pada tongkat $1{,}5 : 2 = 0{,}75$ dan pada tiang $6 : 8 = 0{,}75$. Sama.

Jadi tinggi tiang bendera 6 m.



Gambar 3.21 $DE \parallel BC$, sehingga segitiga ADE sebangun dengan segitiga ABC.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Pada segitiga ABC, titik D pada AB dan titik E pada AC sehingga $DE \parallel BC$. Diketahui $AD = 4$, $DB = 2$, $DE = 6$, dan luas segitiga ABC adalah 45 (lihat Gambar 3.21). Tentukan panjang BC, luas segitiga ADE, dan luas trapesium $DBCE$.

1. Cari dua pasang sudut sama. Sudut A dipakai bersama oleh kedua segitiga. Karena $DE \parallel BC$ dan AB memotong keduanya, $\angle ADE = \angle ABC$ (sehadap). Jadi segitiga ADE sebangun dengan segitiga ABC.
2. Pasangkan sisi bersesuaian: AD dengan AB, DE dengan BC. Panjang $AB = AD + DB = 4 + 2 = 6$ (bukan 2). Faktor skala dari kecil ke besar $k = \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$.
3. $BC = k \times DE = \dfrac{3}{2} \times 6 = 9$.
4. Luas berbanding k^2: $\dfrac{L_{ADE}}{L_{ABC}} = \left(\dfrac{4}{6}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$. Jadi $L_{ADE} = \dfrac{4}{9} \times 45 = 20$.
5. Trapesium $DBCE$ adalah segitiga besar dikurangi segitiga kecil: $45 - 20 = 25$.
6. Cek ulang: perbandingan $DE : BC = 6 : 9 = 2 : 3$, sama dengan $AD : AB = 4 : 6$. Luas berbanding $4 : 9$, dan $20 : 45 = 4 : 9$. Cocok.

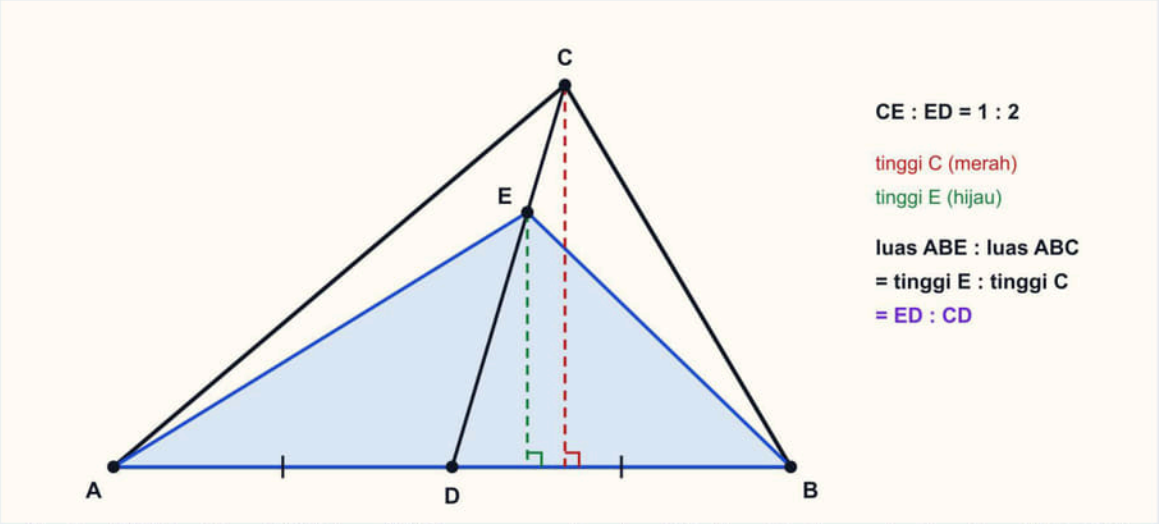
Jadi $BC = 9$, luas $ADE = 20$, dan luas $DBCE = 25$. Jebakan yang sering muncul: memakai DB sebagai pasangan AD (perbandingan $4 : 2$), atau mengira luas berbanding $2 : 3$ seperti sisinya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

7. Segitiga dengan alas yang sama atau tinggi yang sama

Rumus $L = \frac{1}{2}at$ memberi dua akibat yang sering menyelesaikan soal tanpa menghitung luas sama sekali.

- Dua segitiga dengan **alas sama**: perbandingan luasnya sama dengan perbandingan tingginya.
- Dua segitiga dengan **tinggi sama**: perbandingan luasnya sama dengan perbandingan alasnya. Misalnya, garis dari puncak ke titik tengah alas membagi segitiga menjadi dua bagian yang luasnya sama, karena alasnya sama dan tingginya sama.



Gambar 3.22 Segitiga ABE dan ABC sama-sama beralas AB; tinggi keduanya berbanding $ED : CD$.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Pada segitiga ABC, titik D adalah titik tengah AB dan titik E terletak pada ruas CD dengan $CE : ED = 1 : 2$ (lihat Gambar 3.22). Bila luas segitiga ABC adalah 18, berapa luas segitiga ABE?

1. Segitiga ABE dan ABC sama-sama beralas AB. Jadi perbandingan luasnya sama dengan perbandingan tingginya terhadap garis AB.
2. Titik E terletak pada ruas CD, dan D terletak pada AB. Bila kita berjalan dari D ke C, jarak ke garis AB naik sebanding dengan jarak yang ditempuh (kedua tinggi membentuk segitiga sebangun dengan sudut sepersekutuan di D). Jadi $\dfrac{\text{tinggi } E}{\text{tinggi } C} = \dfrac{ED}{CD}$.
3. Dari $CE : ED = 1 : 2$, ruas CD terdiri atas $1 + 2 = 3$ bagian, dan ED adalah 2 bagian. Jadi $\dfrac{ED}{CD} = \dfrac{2}{3}$.
4. Luas $ABE = \dfrac{2}{3} \times 18 = 12$.
5. Cek ulang dengan huruf: misalkan tinggi C ke AB adalah h, sehingga $\frac{1}{2} \times AB \times h = 18$. Tinggi E adalah $\frac{2}{3}h$, jadi luas $ABE = \frac{1}{2} \times AB \times \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \times 18 = 12$. Sama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi luas segitiga ABE adalah 12. Perhatikan bahwa hasil ini **bergantung pada letak E.** Bila letak E pada CD berubah, perbandingan luasnya ikut berubah.

Ringkasan

- Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$; tinggi tegak lurus alas dan bisa jatuh di luar alas (segitiga tumpul).
- Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$, c sisi miring; dibuktikan dengan luas persegi bersisi $a + b$. Tripel: $3, 4, 5$; $5, 12, 13$; $8, 15, 17$; $7, 24, 25$ dan kelipatannya.
- Sisi terpanjang c: $c^2 = a^2 + b^2$ siku-siku, $c^2 < a^2 + b^2$ lancip, $c^2 > a^2 + b^2$ tumpul.
- Segitiga sama sisi bersisi s: tinggi $\frac{s}{2}\sqrt{3}$, luas $\frac{s^2}{4}\sqrt{3}$.
- Dua pasang sudut sama besar berarti sebangun; sisi berbanding k, luas berbanding k^2.
- Alas sama: luas berbanding tinggi. Tinggi sama: luas berbanding alas.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Cari sudut siku-siku dulu.** Hampir setiap soal segitiga diselesaikan dengan Pythagoras atau luas, dan keduanya membutuhkan pasangan sisi yang tegak lurus. Tandai sudut siku-siku pada gambar.
2. **Hitung luas dua kali.** Bila yang ditanya adalah tinggi atau jarak titik ke garis, hitung luas dengan pasangan alas-tinggi yang diketahui, lalu samakan dengan pasangan yang memuat besaran yang dicari.
3. **Kenali tripel.** Sebelum menghitung akar, periksa apakah sisi-sisinya kelipatan $3, 4, 5$ atau tripel lain.
4. **Untuk sebangun, tulis pasangan sisi dalam satu baris.** Tuliskan "$AD \leftrightarrow AB$, $DE \leftrightarrow BC$" sebelum membuat perbandingan agar tidak tertukar.
5. **Untuk perbandingan luas, cari alas atau tinggi bersama.** Soal perbandingan luas sering selesai tanpa menghitung luas apa pun.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Sisi miring dipakai sebagai tinggi	Contoh 1: luas $\frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15$	tinggi $CH = 4$, luas 12
Sisi miring tertukar	$PR^2 = PQ^2 - QR^2$ padahal siku di Q	sisi miring di depan sudut siku: $PR^2 = PQ^2 + QR^2$
Tripel salah pasang	"sisi 5 dan 13, sisi ketiga $\sqrt{25 + 169}$"	13 sisi miring: $\sqrt{169 - 25} = 12$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Luas sebangun dianggap berbanding seperti sisi	sisi $2:3$, luas $2:3$	luas $4:9$
Bagian ruas dipakai sebagai sisi utuh	$AD:DB=4:2$ sebagai faktor skala	$AD:AB=4:6$

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 10 adalah bagian dari kelompok soal nomor 9–11 tentang limas beralas segitiga KLM yang titik-titiknya diberikan dalam koordinat. Untuk mencari luas segitiga, cari sisi yang mendatar atau tegak: sisi seperti itu enak dijadikan alas, karena panjangnya dapat dihitung dari selisih satu koordinat, dan tingginya adalah jarak tegak lurus titik ketiga ke garis alas. Pilihan jawaban berbentuk akar adalah pengecoh bagi siswa yang memakai sisi miring sebagai tinggi atau sebagai alas tanpa tinggi yang tepat.

Rujukan: soal nomor 10 pada Simulasi 2 ("Suatu limas dengan volume 30 memiliki alas berupa daerah ..."); pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 15 berbentuk perbandingan kuantitas P dan Q. Segitiga ABE dan ABC sama-sama beralas AB, sehingga perbandingan luasnya adalah perbandingan tinggi, seperti pada Contoh terselesaikan 8. Sebelum memilih jawaban, periksa apakah informasi soal sudah menetapkan letak titik E pada ruas CD secara tunggal. Bila belum, coba dua letak E yang berbeda dan bandingkan hasilnya dengan $\frac{1}{3}$.

Rujukan: soal nomor 15 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

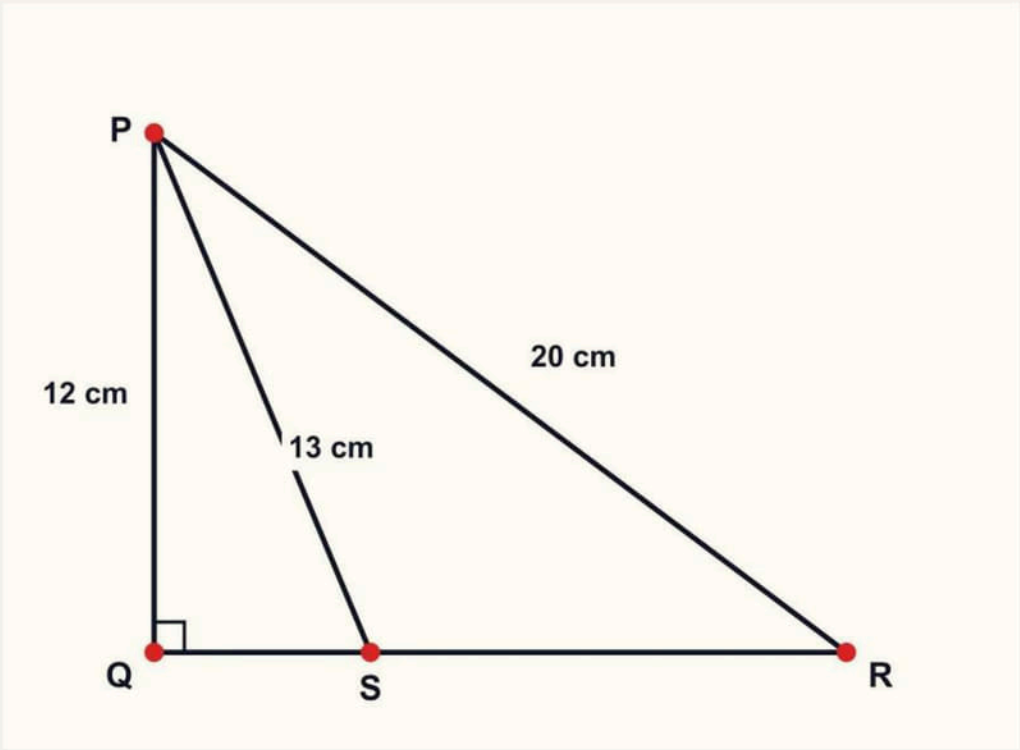
Soal berikut memakai dua segitiga siku-siku yang berbagi sisi tegak. Kerjakan Pythagoras dua kali: sekali untuk segitiga kecil dan sekali untuk segitiga besar, lalu kurangkan.

Bacaan

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Perhatikan gambar berikut. Segitiga PQR siku-siku di Q. Titik S terletak pada sisi QR sehingga $PQ = 12$ cm, $PS = 13$ cm, dan $PR = 20$ cm.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



►. Panjang SR adalah .... cm.

A. 21
B. 16
C. 15
D. 11
E. 5

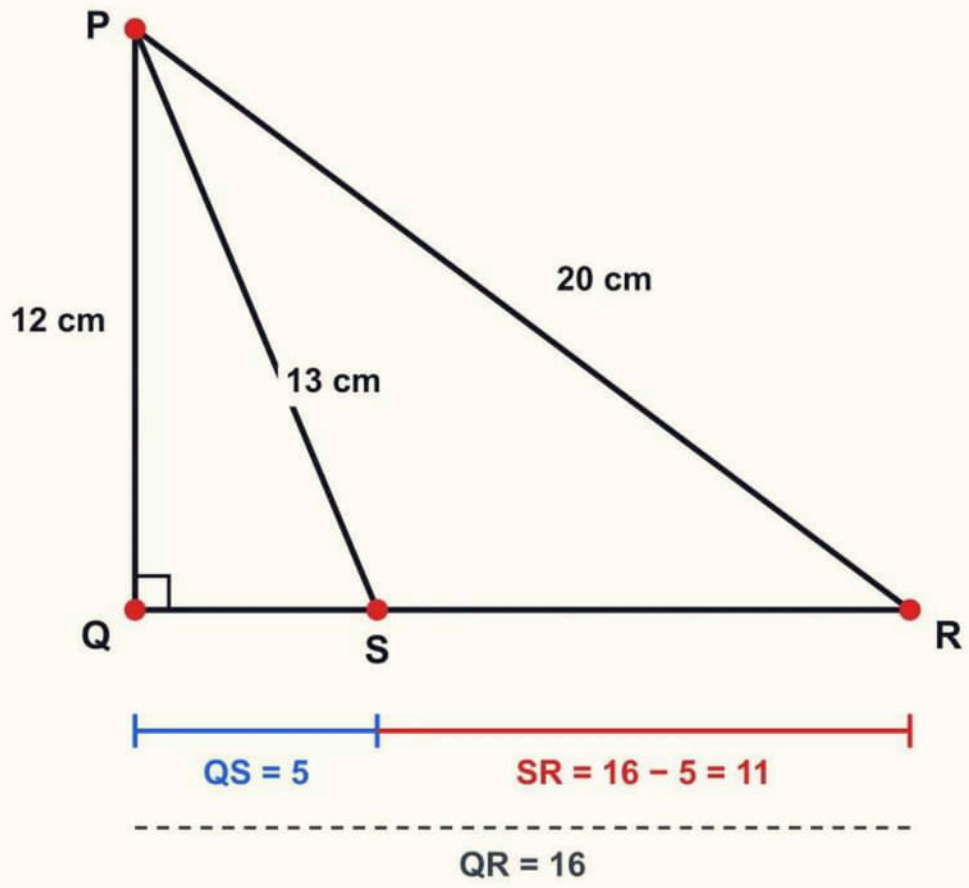
Pembahasan **Kunci: D**

Yang diketahui: segitiga PQR siku-siku di Q; S pada QR; $PQ = 12$, $PS = 13$, $PR = 20$ (cm).
Yang ditanya: panjang SR.

Konsep – Teorema Pythagoras. Pada segitiga siku-siku, (sisi miring)^2 = (sisi siku 1)^2 + (sisi siku 2)^2. Sisi miring adalah sisi di depan sudut siku-siku dan selalu yang terpanjang.
Contoh kecil: sisi siku 3 dan 4 memberi sisi miring $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.
Bila sisi miring dan satu sisi siku diketahui: sisi siku lain $= \sqrt{\text{miring}^2 - \text{sisi siku}^2}$.

Langkah penyelesaian:
1. Segitiga PQS siku-siku di Q, dengan sisi miring $PS = 13$ dan sisi siku $PQ = 12$.
$QS = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ cm.
2. Segitiga PQR siku-siku di Q, dengan sisi miring $PR = 20$ dan sisi siku $PQ = 12$.
$QR = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ cm.
3. Titik S terletak di antara Q dan R, sehingga $SR = QR - QS = 16 - 5 = 11$ cm.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: $QS + SR = 5 + 11 = 16 = QR$ ✓. Tripel 5-12-13 dan 12-16-20 (yaitu $4 \times (3\text{-}4\text{-}5)$) keduanya tripel Pythagoras ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 21: **Jebakan:** menjumlahkan $QS + QR = 5 + 16$, seolah-olah S terletak di luar ruas QR. Pada gambar, S berada di antara Q dan R, jadi QS harus dikurangkan.

• B ✗ 16: **Jebakan:** menjawab panjang QR (seluruh alas), lupa mengurangi QS.

• C ✗ 15: **Jebakan:** mengurangkan QS dari sisi miring PR: $20 - 5 = 15$. Ruas SR terletak pada alas QR, bukan pada PR.

• D ✓ 11.

• E ✗ 5: **Jebakan:** berhenti setelah menghitung QS; yang ditanya SR.

Jawaban: D.

✎ LATIHAN

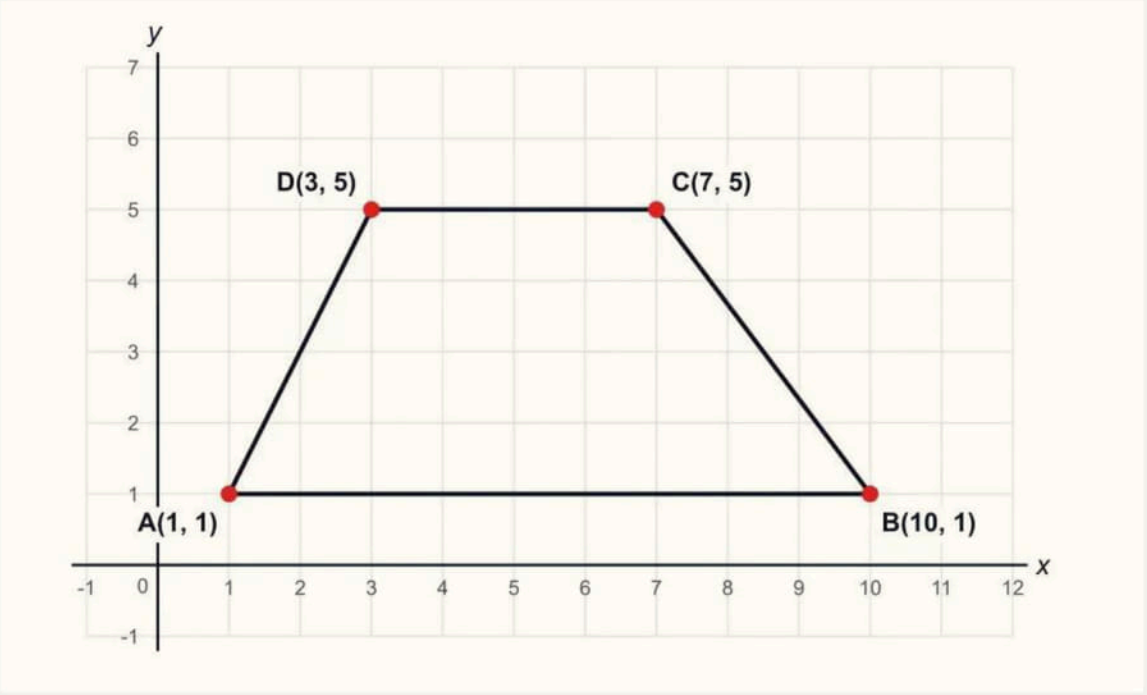
Untuk setiap soal, gambar ulang segitiganya, tandai sudut siku-siku, dan tulis panjang yang diketahui di gambar sebelum menghitung.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bacaan untuk soal nomor 1

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Pada bidang koordinat berikut, segiempat $ABCD$ mempunyai titik sudut $A(1,1)$, $B(10,1)$, $C(7,5)$, dan $D(3,5)$. Sisi AB sejajar dengan sisi DC.



1. Diketahui panjang sisi BC adalah 5 satuan. Jarak titik D ke garis yang memuat sisi BC adalah .... satuan.

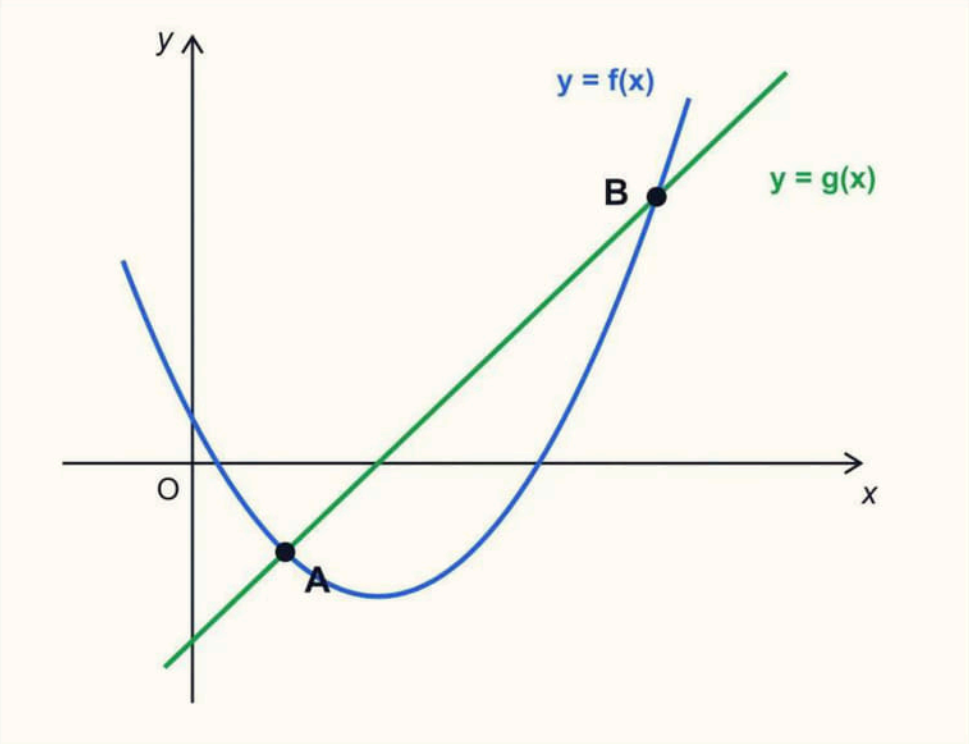
A. $10{,}4$
B. $5{,}2$
C. 4
D. $3{,}2$
E. $1{,}6$

Bacaan untuk soal nomor 2

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Grafik fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 4x + 1$ dan grafik fungsi linear $g(x) = 2x - 4$ berpotongan di dua titik, yaitu titik A dan titik B. Absis titik A lebih kecil daripada absis titik B. Sketsa kedua grafik (tidak berskala) disajikan pada gambar berikut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



2. Jika O adalah titik asal $(0, 0)$, luas segitiga OAB adalah ... satuan luas.

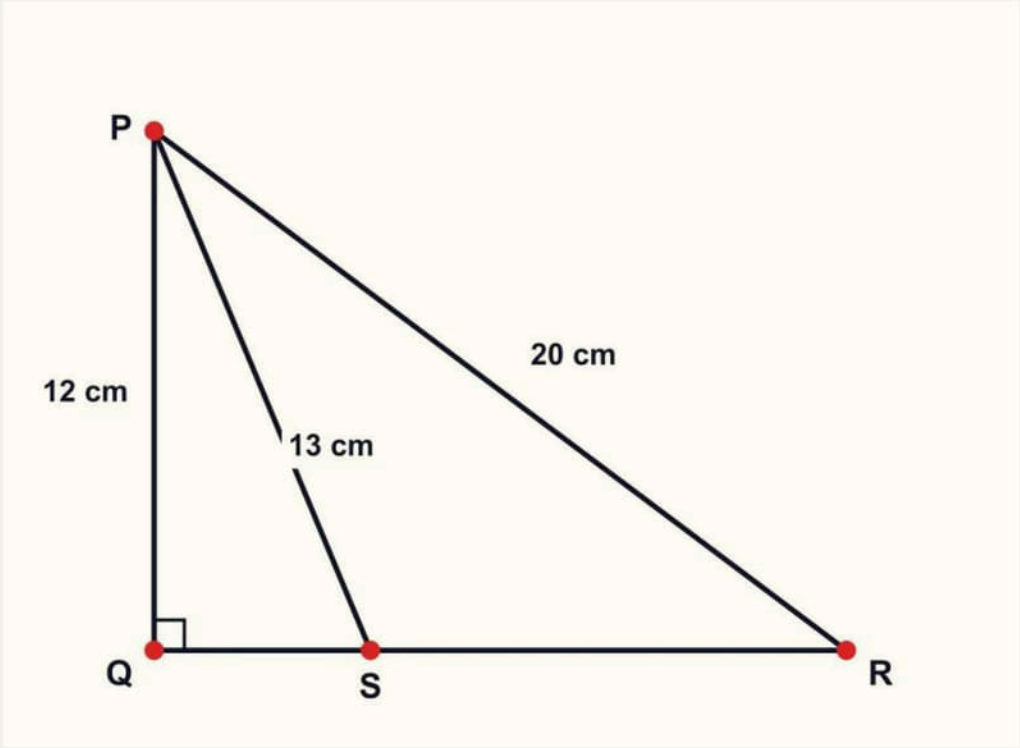
A. 20
B. 16
C. 12
D. 10
E. 8

Bacaan untuk soal nomor 3

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Perhatikan gambar berikut. Segitiga PQR siku-siku di Q. Titik S terletak pada sisi QR sehingga $PQ = 12$ cm, $PS = 13$ cm, dan $PR = 20$ cm.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. Titik T adalah titik tengah sisi PR. Luas daerah segitiga STR adalah .... cm^2.

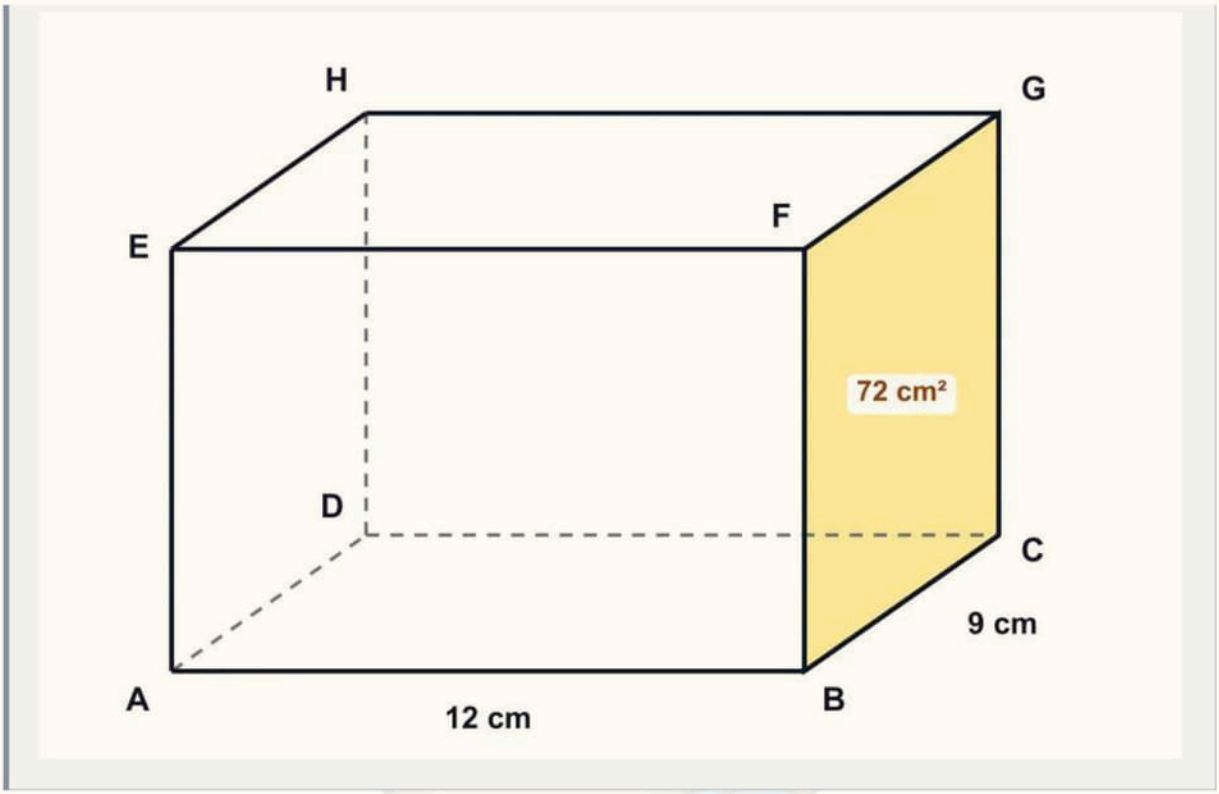
A. 33
B. 48
C. 66
D. 96
E. 132

Bacaan untuk soal nomor 4

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Sebuah kotak kayu berbentuk balok $ABCD.EFGH$ seperti pada gambar berikut mempunyai panjang $AB = 12$ cm dan lebar $BC = 9$ cm. Sisi $BCGF$ (diarsir) mempunyai luas 72 cm^2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



4. Luas segitiga ACG adalah .... cm².

A. 60
B. 68
C. 84
D. 120
E. $127{,}5$

Kunci singkat: 1. D 2. E 3. A 4. A

✔ PERIKSA DIRI

1. Jelaskan dengan gambar mengapa luas segitiga tumpul tetap $\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ walaupun tingginya jatuh di luar alas.
2. Tuliskan bukti teorema Pythagoras dengan persegi bersisi $a + b$ dalam tiga langkah.
3. Dua segitiga sebangun dengan sisi berbanding $1 : 3$. Berapa perbandingan luasnya, dan mengapa?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar

SNBTPK-3.3

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 4 (Simulasi 2 nomor 4) menyajikan sebuah bangun yang tersusun dari persegi-persegi pada petak, tetapi beberapa ruas garisnya sengaja tidak digambar. Kamu diminta menghitung banyaknya persegi. Soal seperti ini tidak menuntut rumus, melainkan **cara menghitung yang tertib** agar tidak ada persegi yang terlewat atau terhitung dua kali. Selain itu, luas segiempat (jajar genjang, trapesium, belah ketupat) sering muncul sebagai bagian dari soal koordinat, soal bangun ruang, dan soal perbandingan kuantitas.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyebut sifat sisi, sudut, dan diagonal setiap jenis segiempat;
- menurunkan rumus luas jajar genjang, trapesium, belah ketupat, dan layang-layang dari luas persegi panjang;
- menghitung jumlah sudut dalam poligon;
- menghitung banyaknya persegi atau bangun lain pada gambar secara sistematis.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai bekal dari sub bab 3.1 dan 3.2.

1. **Luas persegi panjang dan segitiga.** Luas persegi panjang $= p \times l$; luas segitiga $= \frac{1}{2} \times a \times t$ dengan t tegak lurus a. Contoh: segitiga beralas 8 dan bertinggi 5 luasnya $\frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$.
2. **Teorema Pythagoras.** Pada segitiga siku-siku bersisi siku-siku 3 dan 4, sisi miringnya $\sqrt{9+16} = 5$. Tripel $3, 4, 5$ dan $6, 8, 10$ sering muncul di soal segiempat.
3. **Jumlah sudut segitiga** 180° dan sudut dalam sepihak pada garis sejajar berjumlah 180°.

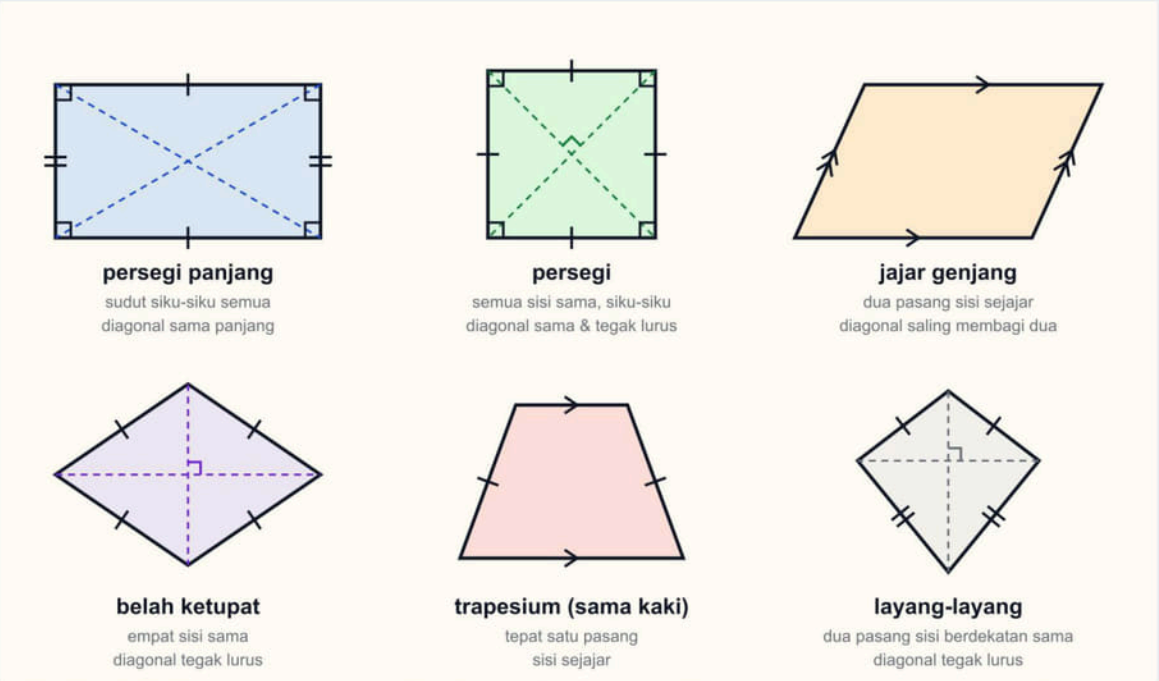
◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Keluarga segiempat

Segiempat adalah bangun datar yang dibatasi empat ruas garis. Ada enam jenis segiempat yang perlu kamu kenal (lihat Gambar 3.23). Masing-masing dibedakan oleh sifat sisi, sudut,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dan diagonalnya. **Diagonal** adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang tidak bersebelahan.



Gambar 3.23 Enam jenis segiempat. Tanda garis kecil menunjukkan sisi yang sama panjang, tanda panah menunjukkan sisi yang sejajar.

1. **Persegi panjang**: dua pasang sisi berhadapan sejajar dan sama panjang; keempat sudutnya siku-siku; kedua diagonalnya sama panjang dan saling membagi dua sama panjang.
2. **Persegi**: persegi panjang yang keempat sisinya sama panjang. Diagonalnya sama panjang, saling membagi dua, dan saling tegak lurus.
3. **Jajar genjang**: dua pasang sisi berhadapan sejajar dan sama panjang; sudut yang berhadapan sama besar; dua sudut yang bersebelahan berjumlah 180° (sudut dalam sepihak); kedua diagonalnya saling membagi dua sama panjang, tetapi umumnya tidak sama panjang.
4. **Belah ketupat**: jajar genjang yang keempat sisinya sama panjang. Kedua diagonalnya saling membagi dua dan **saling tegak lurus**.
5. **Trapesium**: tepat satu pasang sisi sejajar. Bila kedua kakinya (sisi yang tidak sejajar) sama panjang, namanya **trapesium sama kaki**; bila salah satu kakinya tegak lurus sisi sejajar, namanya **trapesium siku-siku**.
6. **Layang-layang**: dua pasang sisi yang bersebelahan sama panjang. Diagonalnya saling tegak lurus, dan diagonal yang menjadi sumbu simetri membagi dua diagonal yang lain.

Perhatikan bahwa jenis-jenis ini saling bertumpuk. Persegi adalah persegi panjang yang istimewa, sekaligus belah ketupat yang istimewa. Belah ketupat dan persegi panjang keduanya adalah jajar genjang yang istimewa. Jadi pernyataan "setiap persegi adalah jajar genjang" benar, tetapi "setiap jajar genjang adalah persegi" salah.

Mengapa sudut bersebelahan pada jajar genjang berjumlah 180°? Sisi atas dan sisi bawah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

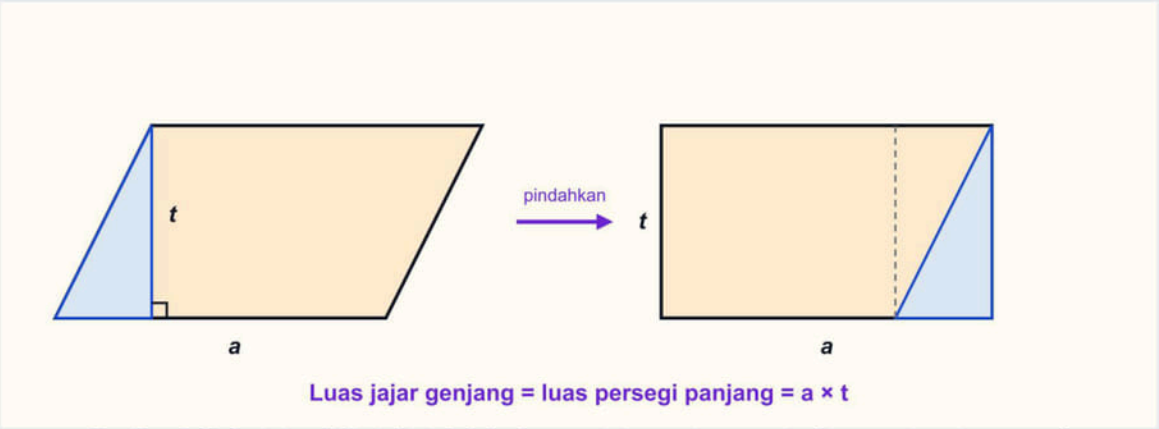
jajar genjang sejajar, dan sisi miringnya memotong keduanya. Dua sudut di ujung sisi miring itu adalah sudut dalam sepihak, sehingga jumlahnya 180° (sub bab 3.1).

2. Luas segiempat diturunkan dari persegi panjang

Semua rumus luas segiempat berasal dari satu rumus: luas persegi panjang $= p \times l$. Caranya adalah memotong dan menyusun ulang, atau menggandakan bangun, tanpa mengubah luasnya.

Jajar genjang (lihat Gambar 3.24). Potong segitiga siku-siku di sisi kiri jajar genjang menurut garis tingginya, lalu pindahkan ke sisi kanan. Hasilnya persegi panjang dengan panjang sama dengan alas a dan lebar sama dengan tinggi t. Karena tidak ada bagian yang hilang atau bertambah,

$$L_{\text{jajar genjang}} = a \times t.$$



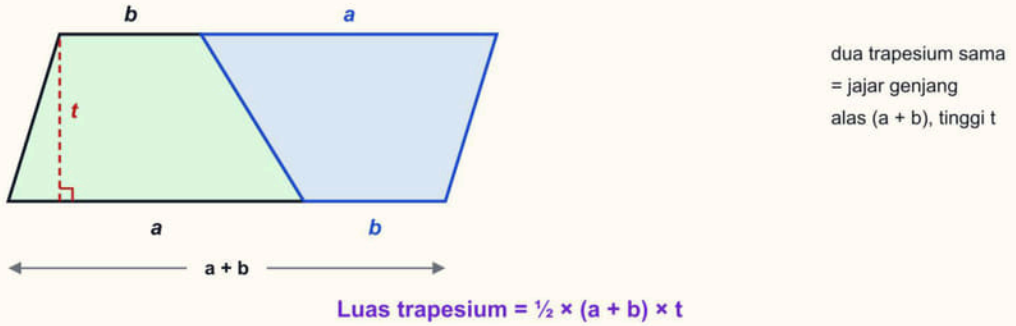
Gambar 3.24 Segitiga di kiri dipindah ke kanan: jajar genjang menjadi persegi panjang $a \times t$.

Trapesium (lihat Gambar 3.25). Ambil dua trapesium yang sama, putar salah satunya setengah putaran, lalu tempelkan. Hasilnya jajar genjang dengan alas $a + b$ (jumlah dua sisi sejajar) dan tinggi t. Luas jajar genjang itu $(a + b) \times t$, dan trapesium kita adalah setengahnya:

$$L_{\text{trapesium}} = \frac{(a + b)}{2} \times t.$$

Dalam kata-kata: **rata-rata dua sisi sejajar dikali tinggi**. Tinggi trapesium adalah jarak tegak lurus antara kedua sisi sejajar.

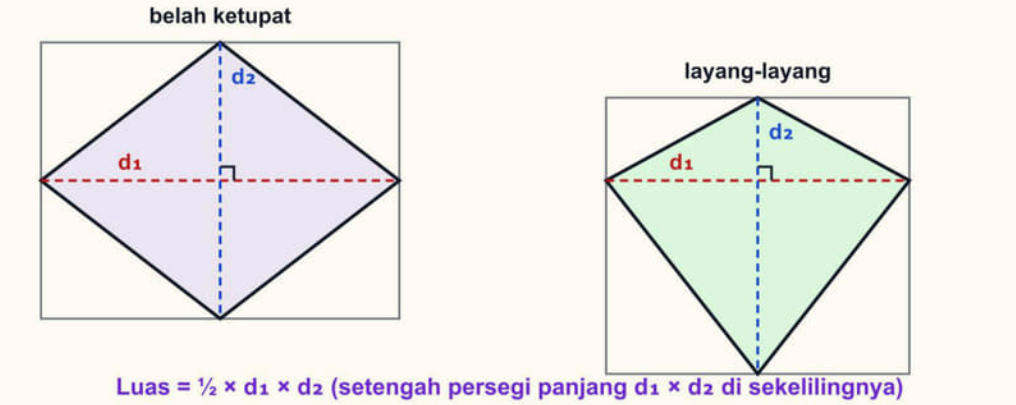
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.25 Dua trapesium yang sama membentuk jajar genjang beralas $a + b$.

Belah ketupat dan layang-layang (lihat Gambar 3.26). Kedua bangun ini diagonalnya saling tegak lurus. Gambar persegi panjang yang sisi-sisinya melalui keempat titik sudut dan sejajar diagonal. Ukuran persegi panjang itu $d_1 \times d_2$. Kedua diagonal membagi persegi panjang menjadi empat persegi panjang kecil, dan setiap persegi panjang kecil dibelah dua oleh sisi bangun: setengahnya di dalam bangun, setengahnya di luar. Jadi luas bangun tepat setengah persegi panjang:

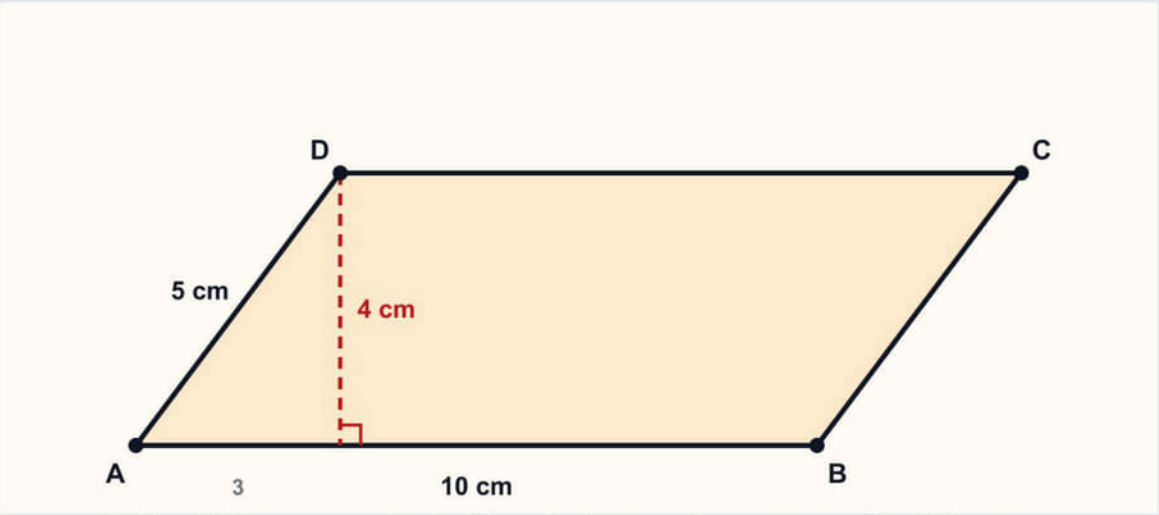
$$L_{\text{belah ketupat}} = L_{\text{layang-layang}} = \frac{d_1 \times d_2}{2}.$$



Gambar 3.26 Belah ketupat dan layang-layang menempati tepat setengah persegi panjang $d_1 \times d_2$.

Belah ketupat juga jajar genjang, jadi luasnya dapat pula dihitung dengan $a \times t$ (sisi dikali jarak antara dua sisi sejajar). Dua cara ini memberi luas yang sama, dan kesamaan itu sering dipakai untuk mencari tinggi belah ketupat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

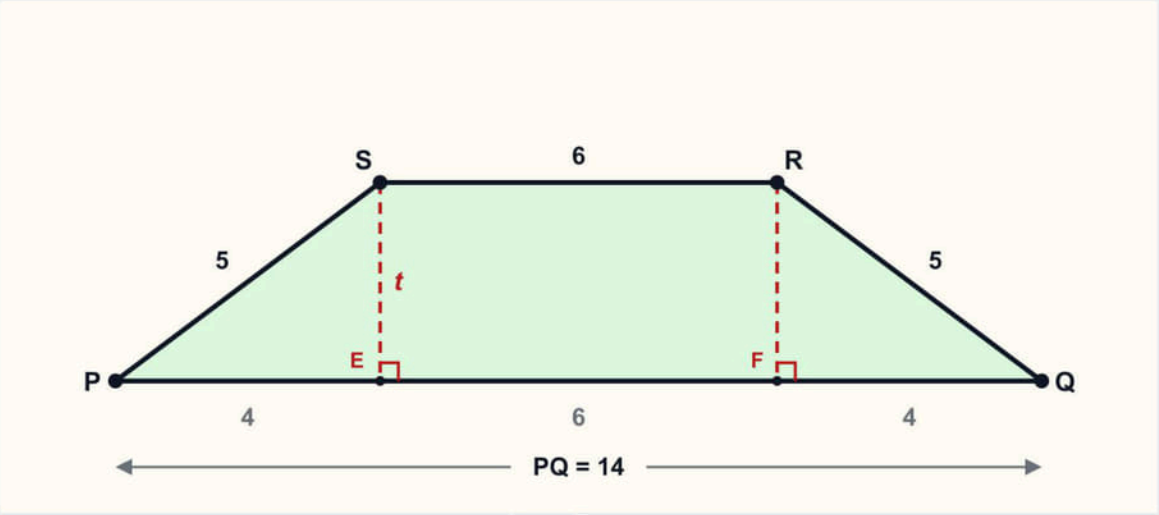


Gambar 3.27 Jajar genjang beralas 10 cm dan bertinggi 4 cm; sisi miring 5 cm bukan tinggi.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Sebuah jajar genjang $ABCD$ memiliki alas $AB = 10$ cm, sisi miring $AD = 5$ cm, dan tinggi 4 cm (lihat Gambar 3.27). Hitung luasnya.

1. Rumus luas jajar genjang $= a \times t$, dengan t tegak lurus alas.
2. Alas $a = AB = 10$ cm. Tingginya 4 cm, yaitu jarak tegak lurus antara AB dan DC. Sisi miring $AD = 5$ cm miring terhadap alas, jadi bukan tinggi.
3. Luas $= 10 \times 4 = 40$ cm².
4. Cek ulang: segitiga siku-siku di kiri bersisi miring 5 dan tinggi 4, sehingga alasnya $\sqrt{25 - 16} = 3$ (tripel $3, 4, 5$). Ukuran ini konsisten dengan gambar. Bila 5 dipakai sebagai tinggi, hasilnya 50, sebuah pengecoh.

Jadi luas jajar genjang 40 cm².



Gambar 3.28 Garis tinggi dari S dan R memotong alas menjadi $4 + 6 + 4$.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Trapesium sama kaki $PQRS$ memiliki sisi sejajar $PQ = 14$ cm dan $SR = 6$ cm, serta kaki $PS = QR = 5$ cm (lihat Gambar 3.28). Hitung luasnya.

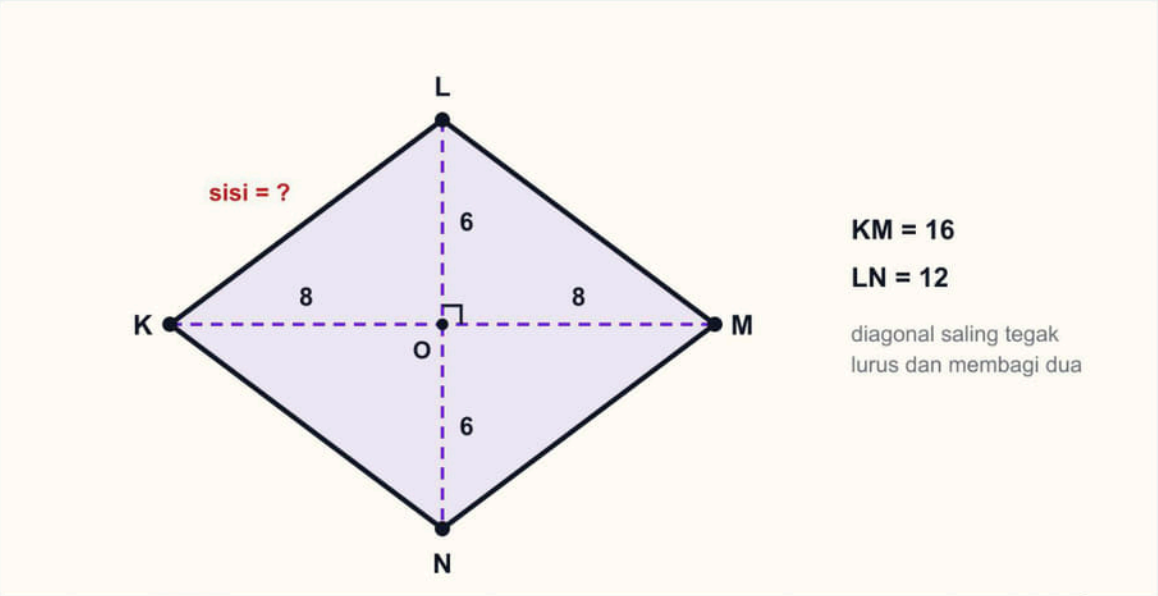
1. Tingginya belum diketahui. Tarik garis tinggi dari S dan R ke alas PQ; kaki-kakinya E

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dan F. Bagian tengah $EFRS$ adalah persegi panjang, jadi $EF = SR = 6$.

2. Sisa alas $14 - 6 = 8$ terbagi sama ke kiri dan kanan, karena trapesium sama kaki simetris: $PE = FQ = 4$.
3. Segitiga PES siku-siku di E dengan sisi miring $PS = 5$ dan $PE = 4$. Tinggi $SE = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ cm.
4. Luas $= \dfrac{14 + 6}{2} \times 3 = 10 \times 3 = 30$ cm².
5. Cek ulang dengan memotong: persegi panjang tengah $6 \times 3 = 18$, ditambah dua segitiga masing-masing $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$. Totalnya $18 + 6 + 6 = 30$. Cocok.

Jadi luas trapesium 30 cm².



Gambar 3.29 Diagonal belah ketupat saling tegak lurus dan membagi dua sama panjang di titik O.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Belah ketupat $KLMN$ memiliki diagonal $KM = 16$ cm dan $LN = 12$ cm (lihat Gambar 3.29). Hitung luas, panjang sisi, keliling, dan jarak antara dua sisi yang sejajar.

1. Luas $= \dfrac{d_1 \times d_2}{2} = \dfrac{16 \times 12}{2} = 96$ cm².
2. Diagonal saling membagi dua di O, jadi $KO = 8$ dan $LO = 6$, dan keduanya tegak lurus. Segitiga KOL siku-siku di O.
3. Sisi $KL = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$ cm (tripel $6, 8, 10$). Keempat sisi sama, jadi keliling $= 4 \times 10 = 40$ cm.
4. Jarak antara sisi KL dan NM adalah tinggi belah ketupat bila KL dijadikan alas. Luas jajar genjang $= a \times t$, jadi $10 \times t = 96$ dan $t = 9{,}6$ cm.
5. Cek ulang: tinggi adalah jarak terpendek antara dua sisi sejajar, jadi harus lebih pendek daripada sisi miring yang menghubungkan keduanya (10). Ternyata $9{,}6 < 10$. Masuk akal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

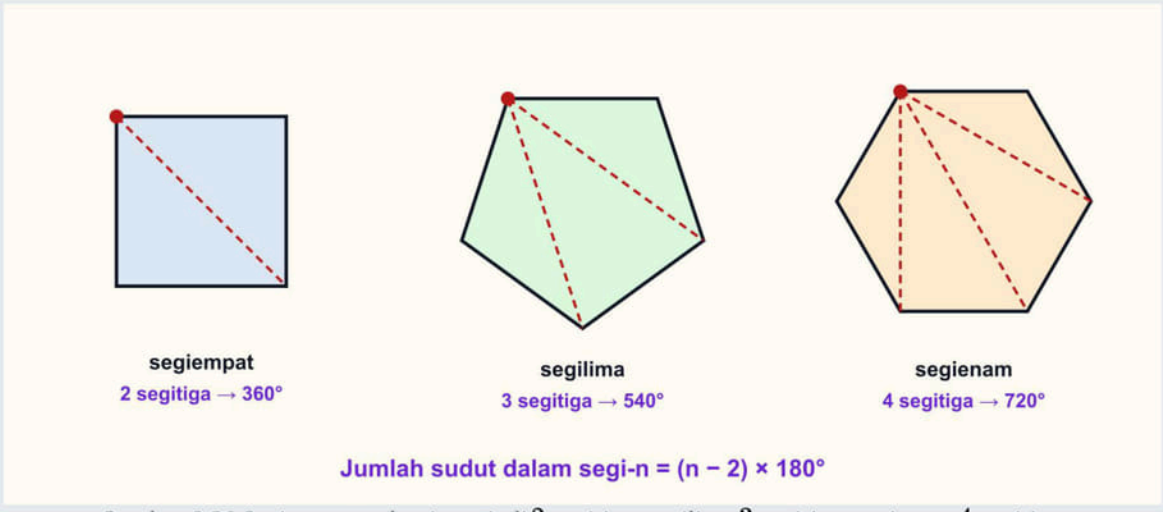
Jadi luas 96 cm^2, sisi 10 cm, keliling 40 cm, dan jarak dua sisi sejajar $9{,}6$ cm.

3. Poligon dan jumlah sudutnya

Poligon (segi banyak) adalah bangun datar yang dibatasi ruas-ruas garis: segitiga (3 sisi), segiempat (4), segilima (5), segienam (6), dan seterusnya. Poligon disebut **beraturan** bila semua sisinya sama panjang dan semua sudutnya sama besar.

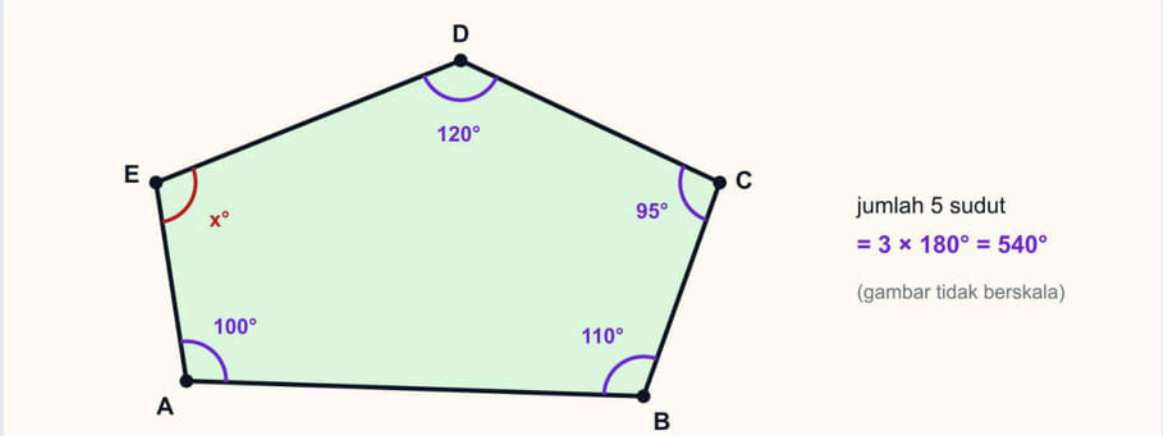
Jumlah sudut dalam poligon diturunkan dari jumlah sudut segitiga (lihat Gambar 3.30). Dari satu titik sudut, tarik diagonal ke semua titik sudut lain yang tidak bersebelahan. Segi-n terbagi menjadi $n-2$ segitiga, dan sudut-sudut semua segitiga itu tepat menyusun sudut-sudut poligon. Jadi

$$\text{jumlah sudut dalam segi-}n = (n-2)\times 180^\circ.$$



Gambar 3.30 Segiempat terbagi menjadi 2 segitiga, segilima 3 segitiga, segienam 4 segitiga.

Segiempat: $2\times 180^\circ = 360^\circ$. Segilima: 540°. Segienam: 720°. Pada segi-n beraturan, setiap sudut dalam besarnya $\dfrac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$. Misalnya, setiap sudut segienam beraturan $= \dfrac{720^\circ}{6} = 120^\circ$. Itulah sebabnya sel sarang lebah yang berbentuk segienam dapat menutup bidang tanpa celah: tiga sudut 120° bertemu tepat membentuk satu putaran 360°.



Gambar 3.31 Segilima dengan empat sudut diketahui; jumlah kelima sudutnya 540°.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Sebuah segilima $ABCDE$ memiliki sudut $\angle A = 100^\circ, \angle B = 110^\circ, \angle C = 95^\circ, \angle D = 120^\circ$, dan $\angle E = x^\circ$ (lihat Gambar 3.31). Tentukan x. Lalu tentukan besar setiap sudut segi delapan beraturan.

1. Segilima: $n = 5$, jadi jumlah sudutnya $(5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$. Alasannya: segilima dapat dibagi menjadi 3 segitiga dari satu titik sudut.
2. Jumlah empat sudut yang diketahui: $100 + 110 + 95 + 120 = 425$.
3. $x = 540 - 425 = 115$.
4. Segi delapan: jumlah sudutnya $(8 - 2) \times 180^\circ = 1.080^\circ$. Karena beraturan, kedelapan sudutnya sama: $1.080^\circ : 8 = 135^\circ$.
5. Cek ulang: $100 + 110 + 95 + 120 + 115 = 540$. Untuk segi delapan, setiap sudut tumpul tetapi kurang dari 180°, sesuai bentuknya yang hampir bulat.

Jadi $x = 115$, dan setiap sudut segi delapan beraturan 135°.

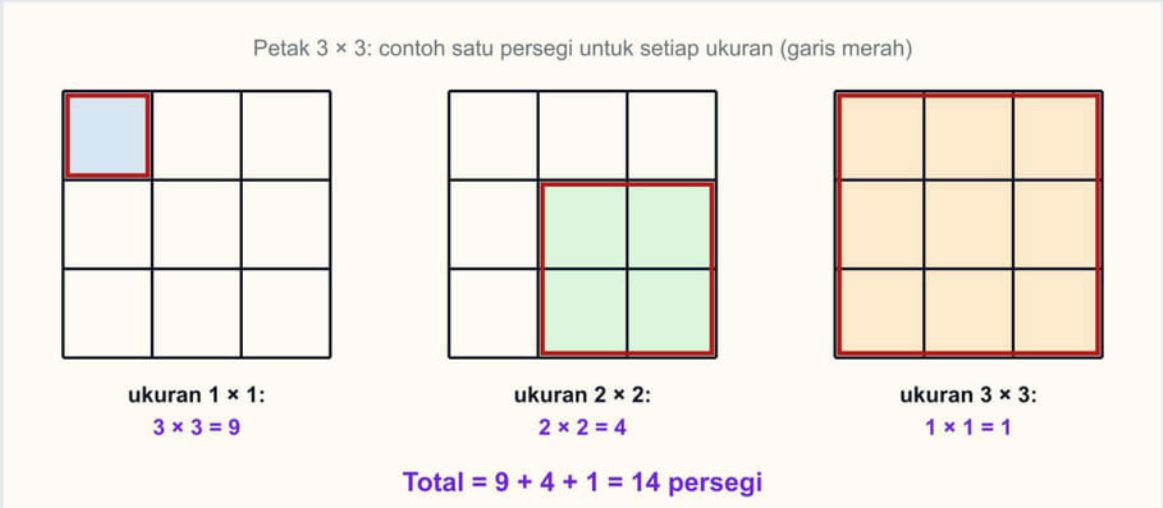
4. Menghitung banyak bangun pada gambar secara sistematis

Soal "berapa banyak persegi (atau segitiga) pada gambar" mudah salah karena mata cenderung hanya melihat bangun kecil. Cara yang aman adalah **mengelompokkan menurut ukuran**, lalu menghitung setiap kelompok dengan tertib.

Ambil petak persegi berukuran 3×3 (lihat Gambar 3.32).

1. Persegi 1×1: ada 3 di setiap baris dan 3 baris, jadi $3 \times 3 = 9$.
2. Persegi 2×2: pojok kiri atasnya dapat diletakkan di 2 posisi mendatar dan 2 posisi tegak, jadi $2 \times 2 = 4$.
3. Persegi 3×3: hanya 1, yaitu seluruh petak.

Totalnya $9 + 4 + 1 = 14$ persegi. Polanya terlihat: pada petak $n \times n$, banyak persegi berukuran $k \times k$ adalah $(n - k + 1)^2$, sehingga totalnya $n^2 + (n - 1)^2 + \ldots + 1^2$.



Gambar 3.32 Petak 3×3 memuat 9 persegi kecil, 4 persegi 2×2, dan 1 persegi 3×3.

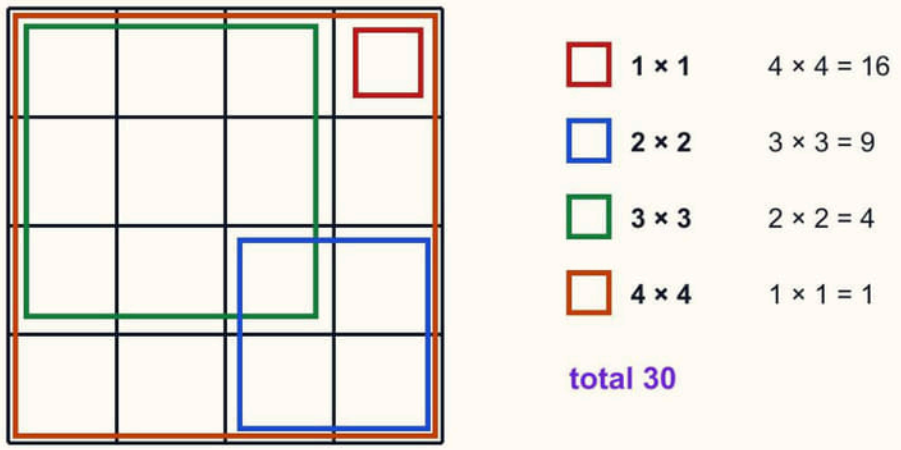
Ada dua aturan penting saat gambar tidak berupa petak lengkap.

- **Sebuah persegi baru terhitung bila keempat sisinya tergambar utuh.** Bila satu ruas

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

garis tidak digambar, persegi kecil di kedua sisinya hilang, tetapi persegi besar yang melingkupinya bisa tetap ada, karena garis yang hilang itu berada di dalamnya.

- **Catat setiap persegi dengan alamatnya**, misalnya "ukuran 2, pojok kiri bawah di $(0, 0)$". Alamat ini mencegah satu persegi dihitung dua kali.



Gambar 3.33 Petak 4×4 dengan contoh satu persegi untuk setiap ukuran.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Berapa banyak persegi pada petak 4×4 (lihat Gambar 3.33)?

1. Kelompokkan menurut ukuran sisi: 1, 2, 3, dan 4.
2. Ukuran 1×1: pojok kiri atas dapat berada di 4 posisi mendatar dan 4 posisi tegak, jadi $4 \times 4 = 16$.
3. Ukuran 2×2: posisi mendatar yang mungkin $4 - 2 + 1 = 3$, posisi tegak juga 3, jadi $3 \times 3 = 9$.
4. Ukuran 3×3: $2 \times 2 = 4$. Ukuran 4×4: 1.
5. Jumlahkan: $16 + 9 + 4 + 1 = 30$.
6. Cek ulang dengan pola: petak 3×3 memberi $14 = 9 + 4 + 1$. Petak 4×4 menambah satu suku di depan, 16, sehingga $16 + 14 = 30$. Cocok.

Jadi ada 30 persegi.



Gambar 3.34 Ruas putus-putus merah tidak digambar. Persegi yang memerlukan ruas itu sebagai sisinya tidak terhitung.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

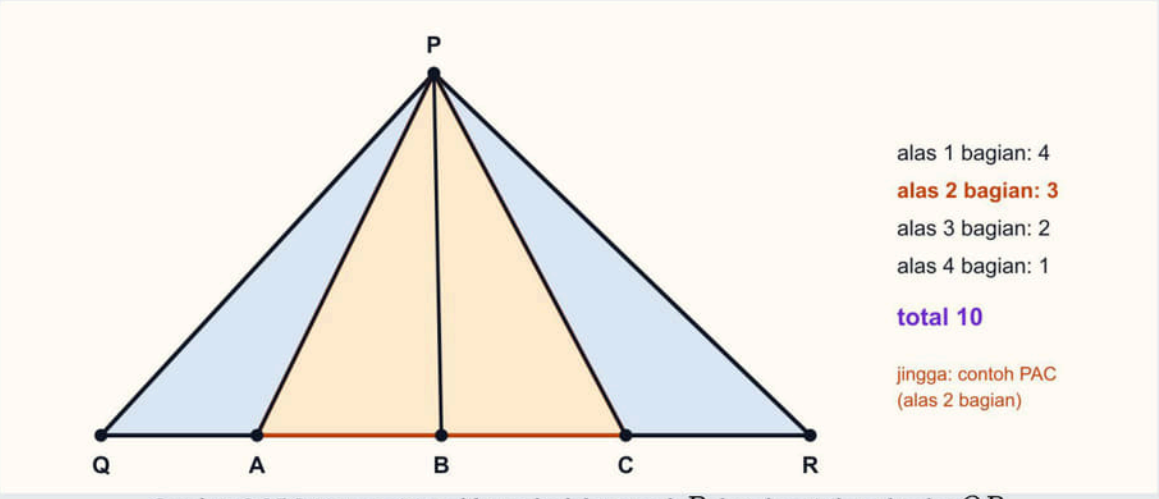
Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Sebuah persegi panjang 3×2 dibagi menjadi 6 persegi satuan, tetapi ruas tegak di antara kolom pertama dan kedua pada **baris atas** tidak digambar (lihat Gambar 3.34). Berapa banyak persegi pada gambar?

1. Kelompokkan menurut ukuran. Persegi panjang 3×2 hanya dapat memuat persegi berukuran 1×1 dan 2×2.
2. Ukuran 1×1: tanpa ruas yang hilang ada 6. Ruas yang hilang adalah sisi kanan persegi kiri atas dan sisi kiri persegi tengah atas. Kedua persegi itu tidak utuh, sehingga tersisa $6 - 2 = 4$.
3. Ukuran 2×2: pojok kiri bawahnya bisa di kolom pertama atau kolom kedua, jadi tanpa ruas hilang ada 2. Persegi 2×2 kiri (kolom 1–2) dibatasi garis tepi kiri, bawah, atas, dan garis tegak di antara kolom 2 dan 3. Keempatnya utuh, jadi persegi ini **ada**. Ruas yang hilang berada di dalamnya, sehingga tidak berpengaruh.
4. Persegi 2×2 kanan (kolom 2–3) memerlukan garis tegak di antara kolom 1 dan 2 sebagai sisi kirinya, yang setengah atasnya hilang. Persegi ini **tidak ada**.
5. Total: $4 + 1 = 5$.
6. Cek ulang dengan daftar alamat: persegi satuan di kanan atas, kiri bawah, tengah bawah, kanan bawah, ditambah persegi besar kiri. Ada 5 alamat berbeda.

Jadi ada 5 persegi. Jebakan yang sering muncul adalah ikut menghapus persegi besar yang memuat ruas yang hilang, atau lupa menghapus persegi kecil di **kedua** sisi ruas itu.

Cara yang sama dipakai untuk **menghitung segitiga**. Bayangkan sebuah segitiga yang alasnya dibagi beberapa titik, lalu setiap titik itu dihubungkan ke puncak. Setiap segitiga pada gambar dibentuk oleh puncak dan **dua** titik pada alas. Jadi tugas kita adalah menghitung banyaknya pasangan titik pada alas. Agar tertib, kelompokkan lagi menurut ukuran: segitiga yang alasnya terdiri atas 1 bagian, 2 bagian, 3 bagian, dan seterusnya. Bila alas terbagi menjadi n bagian, ada n segitiga satu bagian, $n - 1$ segitiga dua bagian, dan seterusnya sampai 1 segitiga besar. Totalnya $n + (n - 1) + \ldots + 1$, yaitu deret yang kamu pelajari di sub bab 2.7. Pola "menjumlahkan per ukuran" ini sama dengan pola menghitung persegi; yang berbeda hanyalah cara menghitung banyak posisi untuk setiap ukuran.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.35 Setiap segitiga dibentuk oleh puncak P dan dua titik pada alas QR.

Contoh terselesaikan 7 (menengah). Pada segitiga PQR, alas QR dibagi oleh tiga titik A, B, C menjadi empat bagian, lalu setiap titik dihubungkan ke puncak P (lihat Gambar 3.35). Berapa banyak segitiga pada gambar?

1. Titik-titik pada alas, berurutan dari kiri: Q, A, B, C, R. Ada 5 titik dan 4 bagian alas.
2. Segitiga beralas 1 bagian: PQA, PAB, PBC, PCR. Ada 4.
3. Segitiga beralas 2 bagian: PQB, PAC, PBR. Ada 3.
4. Segitiga beralas 3 bagian: PQC, PAR. Ada 2. Segitiga beralas 4 bagian: PQR. Ada 1.
5. Jumlahkan: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.
6. Cek ulang dengan menghitung pasangan titik alas: dari 5 titik, pasangan yang dapat dibentuk adalah QA, QB, QC, QR, AB, AC, AR, BC, BR, CR, yaitu 10 pasangan. Setiap pasangan memberi tepat satu segitiga. Cocok.

Jadi ada 10 segitiga. Siswa yang hanya melihat segitiga kecil akan menjawab 4, sebuah pengecoh yang sering dipasang.

Ringkasan

- Sifat diagonal: persegi panjang sama panjang; belah ketupat dan layang-layang tegak lurus; jajar genjang saling membagi dua.
- Jajar genjang $L = a \times t$; trapesium $L = \dfrac{(a+b)}{2} \times t$; belah ketupat dan layang-layang $L = \dfrac{d_1 d_2}{2}$. Semua diturunkan dari persegi panjang.
- Tinggi selalu tegak lurus alas; sisi miring bukan tinggi.
- Jumlah sudut dalam segi-$n = (n-2) \times 180^\circ$.
- Menghitung bangun: kelompokkan menurut ukuran, periksa setiap sisi utuh, catat alamatnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tarik garis tinggi sendiri.** Pada trapesium dan jajar genjang, garis tinggi membentuk segitiga siku-siku. Pythagoras pada segitiga itu memberi tinggi yang belum diketahui.
2. **Pakai dua rumus luas untuk belah ketupat.** $\frac{d_1 d_2}{2}$ dan $\text{sisi} \times \text{tinggi}$ memberi luas yang sama; samakan keduanya untuk mencari tinggi.
3. **Hitung bangun per ukuran.** Buat tabel: ukuran, banyak tanpa garis hilang, banyak yang rusak, sisa.
4. **Uji pernyataan "setiap ... adalah ...".** Pikirkan apakah sifatnya diwariskan. Sifat jajar genjang dimiliki persegi, tetapi tidak sebaliknya.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Sisi miring dipakai sebagai tinggi	Contoh 1: $10 \times 5 = 50$	$10 \times 4 = 40$
Trapesium dihitung tanpa dibagi dua	$(14 + 6) \times 3 = 60$	$\frac{14 + 6}{2} \times 3 = 30$
Belah ketupat dihitung $d_1 \times d_2$	$16 \times 12 = 192$	$\frac{16 \times 12}{2} = 96$
Hanya menghitung persegi kecil	petak 3×3: 9 persegi	$9 + 4 + 1 = 14$
Persegi besar ikut dihapus karena ruas dalam hilang	Contoh 6: 4 persegi	ruas di dalam tidak merusak persegi besar: 5

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 4 memperlihatkan bangun berbentuk huruf L pada petak berkoordinat, dengan beberapa ruas dalam yang tidak digambar. Kerjakan seperti Contoh terselesaikan 6. Mulailah dengan menentukan ukuran persegi terbesar yang muat di dalam bangun, lalu hitung per ukuran. Untuk setiap persegi kecil, periksa keempat sisinya pada gambar. Untuk setiap persegi besar, periksa hanya garis tepinya, karena ruas yang hilang di dalamnya tidak berpengaruh. Bangun berbentuk L juga membatasi letak persegi besar, karena sebagian petak tidak ada.

Rujukan: soal nomor 4 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

● BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji sifat diagonal belah ketupat dan dua cara menghitung luasnya, seperti Contoh terselesaikan 3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Sebuah ubin hias berbentuk belah ketupat $ABCD$ mempunyai panjang diagonal $AC = 24$ cm dan $BD = 10$ cm.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Panjang sisi ubin adalah 13 cm.

(2) Luas ubin adalah 240 cm^2.

(3) Jarak antara sisi AB dan sisi DC adalah $\dfrac{120}{13}$ cm.

(4) Keliling ubin adalah 68 cm.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Pembahasan **Kunci: B**

Yang diketahui: belah ketupat $ABCD$, $AC = 24$ cm, $BD = 10$ cm. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Sifat diagonal belah ketupat. Kedua diagonal saling membagi dua sama panjang dan berpotongan tegak lurus. Jadi belah ketupat terbagi menjadi 4 segitiga siku-siku yang sama, dengan sisi siku-siku setengah diagonal.

Konsep 2 – Luas belah ketupat $= \dfrac{d_1 \times d_2}{2}$. Belah ketupat juga jajargenjang, sehingga luasnya juga $=$ alas $\times$ tinggi (tinggi = jarak antara dua sisi sejajar).

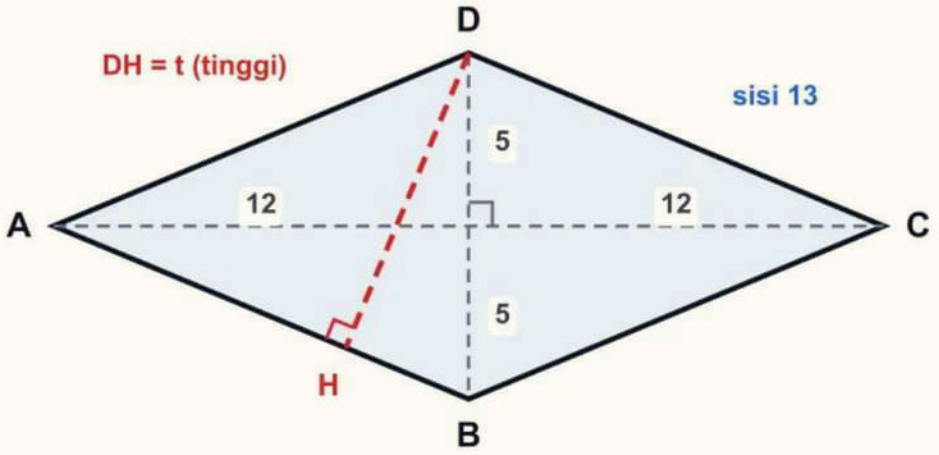
Contoh kecil: diagonal 6 dan 8: luas $\dfrac{6 \times 8}{2} = 24$, sisi $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, tinggi $\dfrac{24}{5} = 4{,}8$.

Konsep 3 – Keliling belah ketupat $= 4\times$ sisi (keempat sisinya sama panjang).

Langkah penyelesaian:

1. Setengah diagonal: $\dfrac{24}{2} = 12$ dan $\dfrac{10}{2} = 5$.
2. Sisi $= \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ cm.
3. Luas $= \dfrac{24 \times 10}{2} = 120$ cm^2.
4. Tinggi t (jarak AB ke DC): luas $=$ alas $\times$ tinggi $\rightarrow 120 = 13 \times t \rightarrow t = \dfrac{120}{13}$ cm.
5. Keliling $= 4 \times 13 = 52$ cm.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** Sisi 13 cm.

• **(2) Salah.** Luas 120 cm^2. **Jebakan:** lupa membagi 2: $24 \times 10 = 240$.

• **(3) Benar.** Jarak antara dua sisi sejajar adalah tinggi, $\dfrac{120}{13}$ cm.

• **(4) Salah.** Keliling 52 cm. **Jebakan:** menjumlahkan diagonal dan mengalikan 2: $2 \times (24 + 10) = 68$, seolah diagonal adalah sisi.

Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: luas lewat 4 segitiga siku-siku: $4 \times \dfrac{1}{2} \times 12 \times 5 = 120$ ✓; tinggi $\dfrac{120}{13} \approx 9{,}2$ lebih pendek dari sisi 13 dan dari diagonal pendek 10, masuk akal ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $(1), (2), (3)$: memuat (2) yang salah (lupa membagi 2).

• B ✓ (1) dan (3).

• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** dua kesalahan sekaligus, lupa membagi 2 dan menganggap diagonal sebagai sisi.

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** menganggap tinggi sama dengan diagonal pendek 10, sehingga (3) dianggap salah, lalu salah menghitung keliling.

• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

✎ LATIHAN

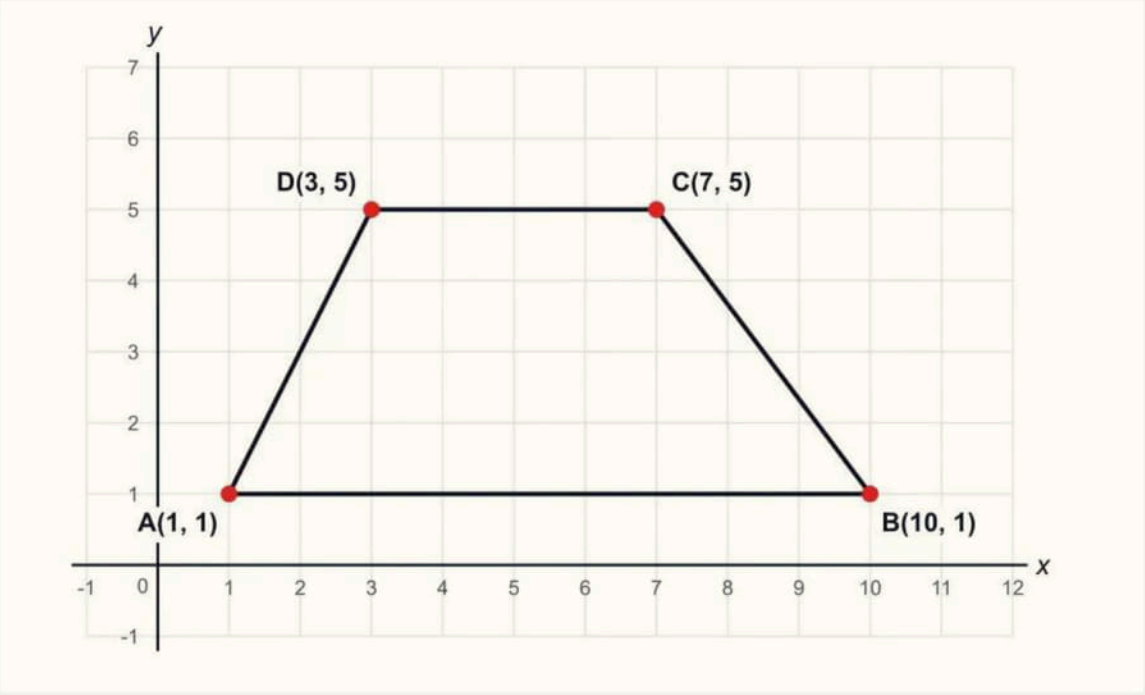
Pada soal pertama, titik-titik sudut diberikan dalam koordinat: alas dan tinggi trapesium dapat dibaca dari selisih koordinat (lihat sub bab 0.4). Pada soal kedua, cari tinggi trapesium dengan Pythagoras lebih dulu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bacaan untuk soal nomor 1

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Pada bidang koordinat berikut, segiempat $ABCD$ mempunyai titik sudut $A(1,1)$, $B(10,1)$, $C(7,5)$, dan $D(3,5)$. Sisi AB sejajar dengan sisi DC.



1. Luas daerah segiempat $ABCD$ adalah .... satuan luas.

A. 16
B. 26
C. $32{,}5$
D. 36
E. 52

2. Sebuah trapesium sama kaki memiliki panjang sisi sejajar 6 cm dan 18 cm, serta panjang setiap kakinya 10 cm. Sebuah persegi panjang memiliki keliling 40 cm dan panjang 12 cm.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Luas trapesium (cm^2)	Luas persegi panjang (cm^2)

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kunci singkat: 1. B 2. C

✔ PERIKSA DIRI

1. Jelaskan dengan gambar mengapa luas trapesium sama dengan $\frac{(a+b)}{2} \times t$.
2. Mengapa setiap persegi adalah belah ketupat, tetapi tidak setiap belah ketupat adalah persegi?
3. Berapa banyak persegi pada petak 5×5? Tuliskan hitunganmu per ukuran.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.4 · Lingkaran

SNBTPK-3.4

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 9 (Simulasi 3 nomor 9) memberikan luas sebuah lingkaran dan panjang sebuah busur, lalu meminta kamu menilai empat pernyataan tentang jari-jari, keliling, luas juring, dan sudut pusat. Semua pernyataan itu dijawab dengan satu gagasan: **busur dan juring adalah bagian dari lingkaran, dengan bagian yang sama dengan sudut pusatnya dibagi** 360°. Lingkaran juga muncul dalam soal koordinat, misalnya titik di dalam atau di luar lingkaran, dan dalam bangun ruang (tabung, kerucut, bola) di sub bab 3.5.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyebut unsur-unsur lingkaran dan membedakan busur dengan tali busur, juring dengan tembereng;
- menjelaskan asal rumus keliling dan luas lingkaran, lalu menghitung panjang busur dan luas juring;
- memakai hubungan sudut pusat dan sudut keliling;
- memakai sifat garis singgung yang tegak lurus jari-jari.

≡ PRASYARAT

Sub bab ini memakai tiga bekal.

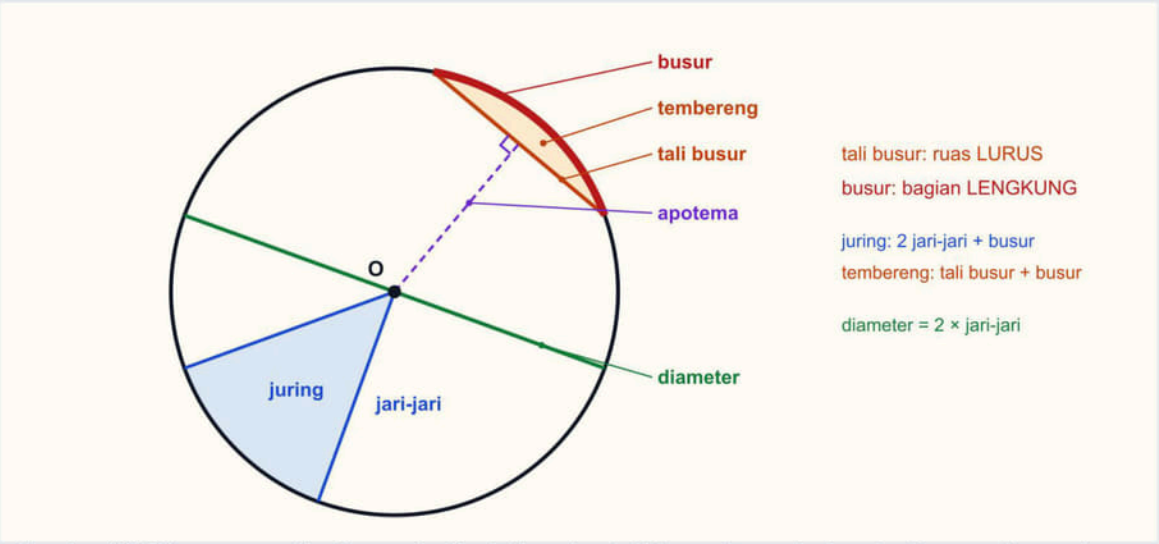
1. **Pecahan sebagai bagian** (sub bab 1.2). $\dfrac{60}{360} = \dfrac{1}{6}$, artinya sudut 60° adalah seperenam putaran penuh. Menyederhanakan pecahan seperti ini akan sering kamu lakukan.
2. **Segitiga sama kaki dan jumlah sudut segitiga** (sub bab 3.1). Bila dua sisi segitiga sama panjang, dua sudut di depannya sama besar. Contoh: segitiga dengan dua sisi 5 dan sudut puncak 40° memiliki sudut alas $\dfrac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$.
3. **Teorema Pythagoras** (sub bab 3.2). Pada segitiga siku-siku bersisi siku-siku 5 dan 12, sisi miringnya $\sqrt{25 + 144} = 13$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Unsur-unsur lingkaran

Lingkaran adalah kumpulan semua titik yang jaraknya sama terhadap satu titik tertentu. Titik tertentu itu disebut **pusat** (biasanya diberi nama O), dan jarak yang sama itu disebut **jari-jari** (r). Unsur-unsur lingkaran berikut sering dipakai dalam soal (lihat Gambar 3.36).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.36 Unsur-unsur lingkaran: jari-jari, diameter, tali busur, busur, juring, tembereng, dan apotema.

1. **Diameter** (d): tali busur yang melalui pusat; panjangnya dua kali jari-jari, $d = 2r$.
2. **Tali busur**: ruas garis **lurus** yang menghubungkan dua titik pada lingkaran.
3. **Busur**: bagian **lengkung** lingkaran di antara dua titik. Dua titik membagi lingkaran menjadi busur kecil dan busur besar.
4. **Juring**: daerah yang dibatasi dua jari-jari dan busur di antaranya, berbentuk seperti potongan kue tart.
5. **Tembereng**: daerah yang dibatasi tali busur dan busurnya.
6. **Apotema**: ruas garis dari pusat yang tegak lurus tali busur. Apotema membagi tali busur menjadi dua bagian yang sama panjang.
7. **Sudut pusat**: sudut yang titik sudutnya di pusat dan kedua kakinya jari-jari.

Busur dan tali busur sering tertukar, padahal keduanya berbeda: busur melengkung, tali busur lurus. Di antara dua titik yang sama, busur kecil selalu lebih panjang daripada tali busurnya, karena garis lurus adalah jalan terpendek antara dua titik.

2. Keliling, bilangan π, dan luas lingkaran

Ambil kaleng susu, piring, dan tutup ember. Lilitkan benang mengelilingi tepinya untuk mengukur keliling, lalu ukur diameternya. Bila keliling dibagi diameter, hasilnya selalu sekitar $3{,}14$, berapa pun ukuran bendanya. Hasil tetap ini terjadi karena semua lingkaran sebangun: lingkaran besar adalah perbesaran lingkaran kecil, sehingga keliling dan diameter membesar dengan faktor yang sama. Perbandingan tetap itu diberi lambang π (dibaca "pi"):

$$\pi = \frac{\text{keliling}}{\text{diameter}}, \quad \text{jadi} \quad K = \pi d = 2\pi r.$$

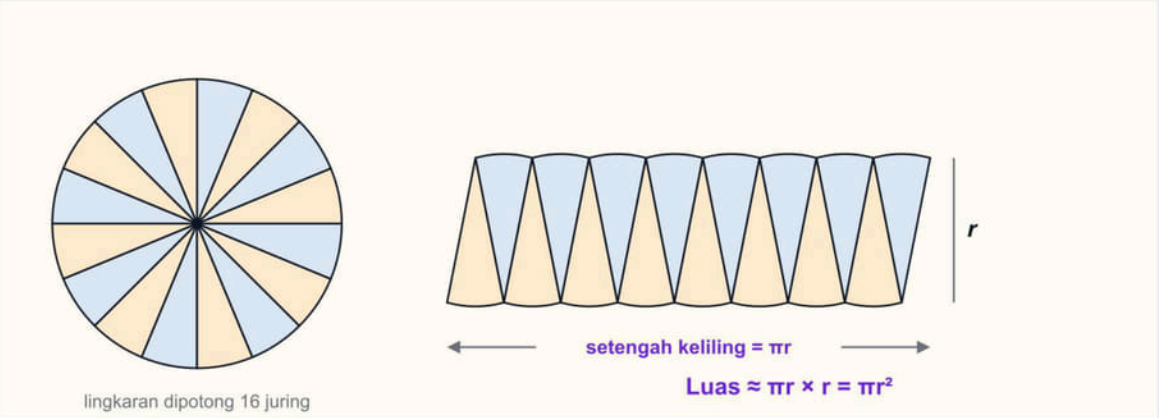
Nilai π tidak dapat ditulis sebagai pecahan biasa yang tepat; nilainya $3{,}14159\ldots$ dengan angka desimal yang tidak berulang. Dalam hitungan dipakai pendekatan $3{,}14$ atau $\frac{22}{7}$.

Pendekatan $\frac{22}{7}$ nyaman bila jari-jarinya kelipatan 7. Di banyak soal SNBT, jawaban

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dibiarkan memuat π, misalnya 6π, sehingga tidak perlu memilih pendekatan.

Luas lingkaran diturunkan dengan memotong (lihat Gambar 3.37). Potong lingkaran menjadi banyak juring kecil yang sama, lalu susun berselang-seling: satu menghadap ke atas, satu ke bawah. Hasilnya hampir berbentuk persegi panjang. Panjangnya sama dengan setengah keliling, yaitu πr, karena setengah busur ada di atas dan setengah lagi di bawah. Lebarnya sama dengan jari-jari r. Makin banyak potongan, makin mirip persegi panjang. Jadi $L = \pi r \times r = \pi r^2$.



Gambar 3.37 Enam belas juring disusun berselang-seling: panjangnya setengah keliling (πr), lebarnya jari-jari (r).



Gambar 3.38 Dalam satu putaran, titik pada tepi roda kembali menyentuh tanah setelah roda menggelinding sejauh satu keliling.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Sebuah roda sepeda berjari-jari 35 cm berputar 100 kali tanpa tergelincir (lihat Gambar 3.38). Berapa meter jarak yang ditempuh? Gunakan $\pi = \dfrac{22}{7}$.

1. Dalam satu putaran, seluruh tepi roda menyentuh tanah tepat satu kali. Jadi jarak satu putaran sama dengan keliling roda.
2. Keliling $= 2\pi r = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 35 = 2 \times 22 \times 5 = 220$ cm. Pendekatan $\dfrac{22}{7}$ dipilih karena 35 habis dibagi 7.
3. Jarak 100 putaran $= 100 \times 220 = 22.000$ cm.
4. Ubah ke meter: 1 m $= 100$ cm, jadi 22.000 cm $= 220$ m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Cek ulang dengan taksiran: diameter 70 cm, keliling sekitar $3 \times 70 = 210$ cm, jadi 100 putaran sekitar 210 m. Hasil 220 m dekat dengan taksiran.

Jadi roda menempuh 220 m.

3. Busur dan juring: bagian dari lingkaran

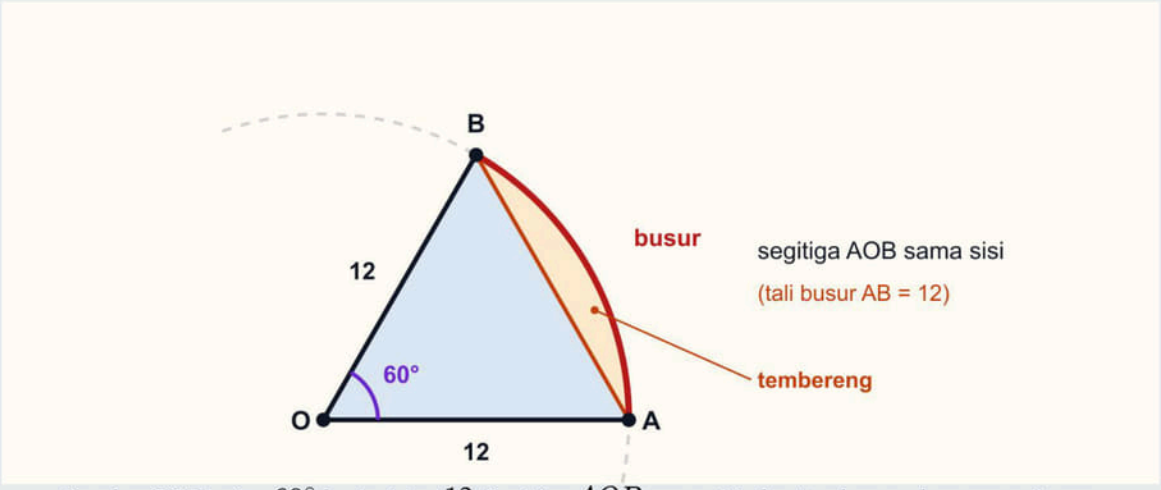
Sudut pusat satu putaran penuh adalah 360°. Juring bersudut pusat θ menempati bagian $\dfrac{\theta}{360^\circ}$ dari lingkaran. Panjang busurnya dan luas juringnya juga mengambil bagian yang sama:

$$\text{panjang busur} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r, \qquad \text{luas juring} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2.$$

Contoh sederhana: juring 90° adalah seperempat lingkaran, jadi busurnya seperempat keliling dan luasnya seperempat luas lingkaran. Ketiga perbandingan berikut selalu sama, dan inilah kunci soal busur dan juring:

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\text{panjang busur}}{\text{keliling}} = \frac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}.$$

Luas tembereng dihitung sebagai luas juring dikurangi luas segitiga yang dibentuk dua jari-jari dan tali busurnya.



Gambar 3.39 Juring 60° berjari-jari 12. Segitiga AOB sama sisi, dan tembereng berwarna jingga.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Sebuah juring AOB berjari-jari 12 cm memiliki sudut pusat 60° (lihat Gambar 3.39). Hitung panjang busur AB, luas juring, panjang tali busur AB, dan luas tembereng.

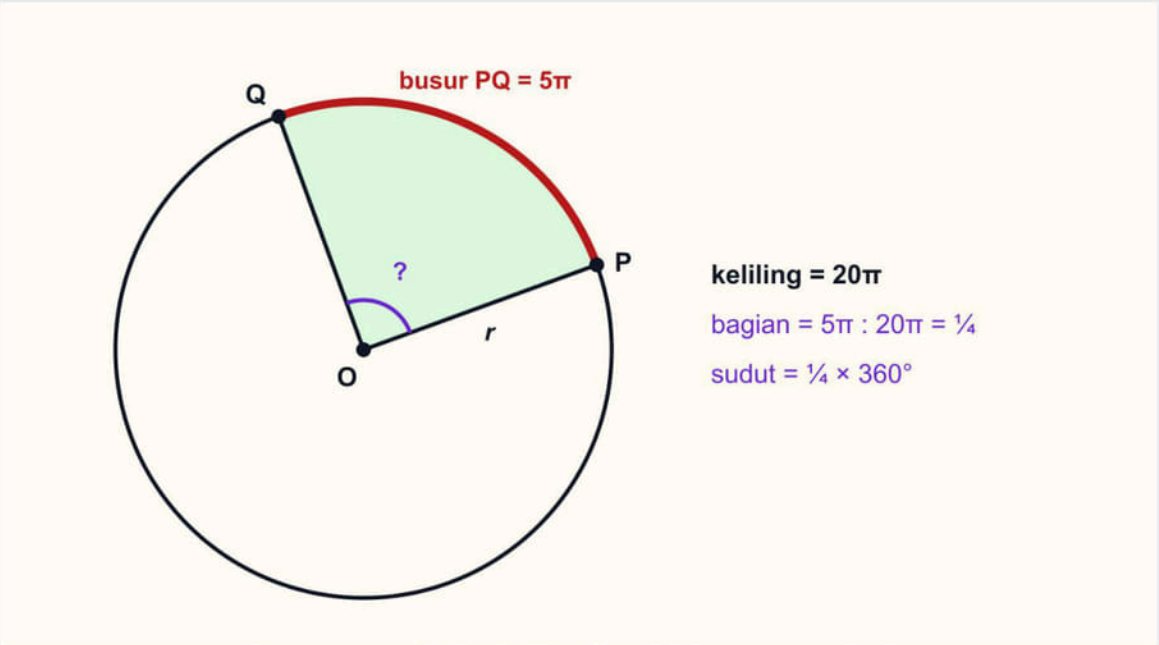
1. Bagian lingkaran: $\dfrac{60^\circ}{360^\circ} = \dfrac{1}{6}$.
2. Panjang busur $= \dfrac{1}{6} \times 2\pi \times 12 = \dfrac{24\pi}{6} = 4\pi$ cm.
3. Luas juring $= \dfrac{1}{6} \times \pi \times 12^2 = \dfrac{144\pi}{6} = 24\pi$ cm^2.
4. Tali busur: segitiga AOB memiliki $OA = OB = 12$ (jari-jari), jadi sama kaki. Sudut

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

puncaknya 60°, sehingga kedua sudut alasnya $\dfrac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$. Ketiga sudut 60°, jadi segitiga AOB sama sisi dan $AB = 12$ cm.

5. Luas segitiga sama sisi bersisi $12 = \dfrac{12^2}{4}\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ cm² (sub bab 3.2). Luas tembereng $= 24\pi - 36\sqrt{3}$ cm², kira-kira $75{,}4 - 62{,}4 = 13{,}0$ cm².
6. Cek ulang: busur $4\pi \approx 12{,}57$ sedikit lebih panjang daripada tali busur 12, sesuai sifat busur yang melengkung.

Jadi busur 4π cm, juring 24π cm², tali busur 12 cm, dan tembereng $24\pi - 36\sqrt{3}$ cm².



Gambar 3.40 Busur 5π dari keliling 20π adalah seperempat lingkaran.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Sebuah lingkaran berpusat O memiliki keliling 20π. Titik P dan Q pada lingkaran membentuk busur kecil PQ sepanjang 5π (lihat Gambar 3.40). Tentukan jari-jari, besar $\angle POQ$, dan luas juring POQ.

1. Dari keliling: $2\pi r = 20\pi$. Bagi kedua ruas dengan 2π: $r = 10$.
2. Bagian lingkaran yang ditempati busur: $\dfrac{5\pi}{20\pi} = \dfrac{1}{4}$. Huruf π saling mencoret, karena ada di pembilang dan penyebut.
3. Sudut pusat menempati bagian yang sama: $\angle POQ = \dfrac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$.
4. Luas juring juga seperempat luas lingkaran: $\dfrac{1}{4} \times \pi \times 10^2 = 25\pi$.
5. Cek ulang dengan rumus busur: $\dfrac{90^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 10 = \dfrac{1}{4} \times 20\pi = 5\pi$. Cocok dengan soal.

Jadi $r = 10$, $\angle POQ = 90^\circ$, dan luas juring 25π.

4. Sudut pusat dan sudut keliling

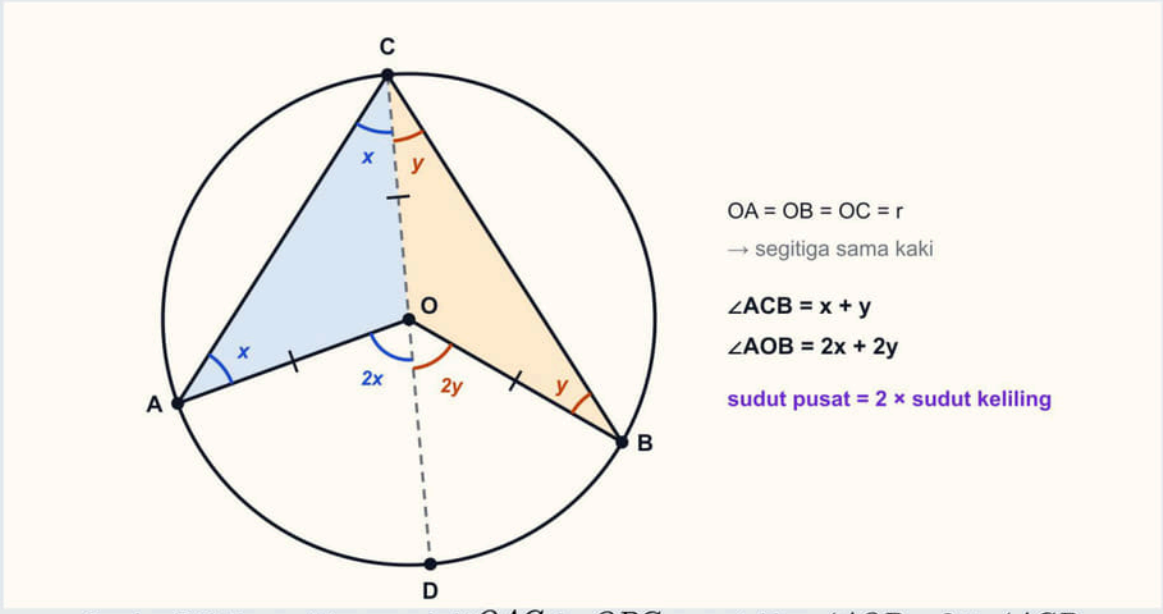
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sudut keliling adalah sudut yang titik sudutnya terletak **pada lingkaran** dan kedua kakinya tali busur. Sifat terpentingnya:

$$\text{sudut keliling} = \frac{1}{2} \times \text{sudut pusat yang menghadap busur yang sama.}$$

Bukti (lihat Gambar 3.41). Misalkan sudut keliling $\angle ACB$ dan sudut pusat $\angle AOB$ menghadap busur AB, dan pusat O berada di dalam sudut ACB. Tarik garis dari C melalui O sampai memotong lingkaran di D.

1. Segitiga OAC sama kaki karena $OA = OC = r$. Misalkan sudut alasnya $\angle OCA = \angle OAC = x$.
2. Sudut $\angle AOD$ adalah sudut luar segitiga OAC, jadi besarnya $x + x = 2x$ (sub bab 3.1).
3. Dengan cara yang sama pada segitiga OBC dengan sudut alas y: $\angle BOD = 2y$.
4. Jadi $\angle AOB = 2x + 2y = 2(x + y) = 2 \times \angle ACB$.

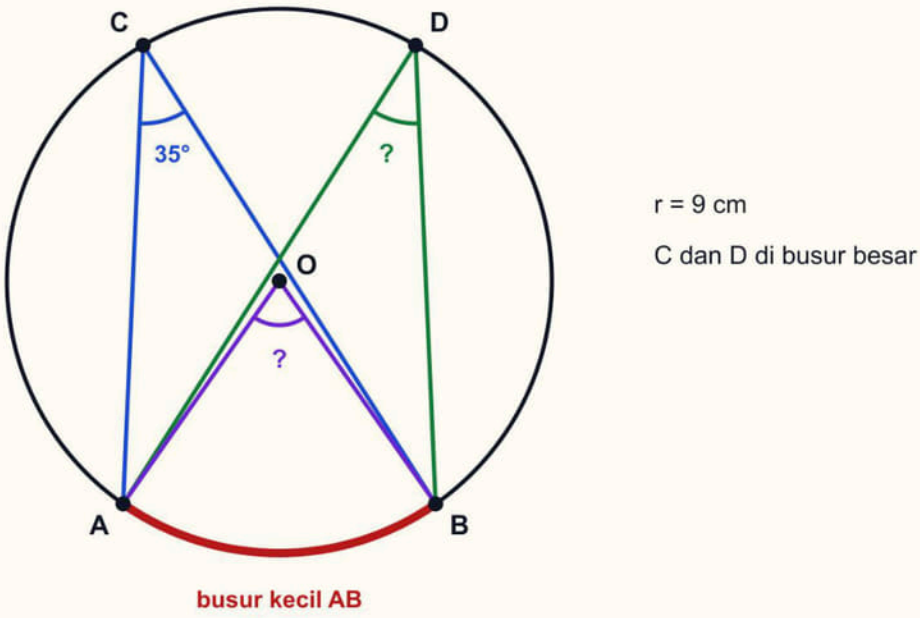


Gambar 3.41 Dua segitiga sama kaki OAC dan OBC menunjukkan $\angle AOB = 2 \times \angle ACB$.

Dua akibat penting:

- **Sudut keliling yang menghadap busur yang sama besarnya sama.** Semuanya setengah dari sudut pusat yang sama.
- **Sudut keliling yang menghadap diameter selalu $90°$**, karena sudut pusatnya sudut lurus $180°$. Inilah cara tukang membuat sudut siku-siku dengan bantuan lingkaran.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.42 Sudut keliling di C dan di D menghadap busur kecil AB yang sama.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Titik A, B, C, D terletak pada lingkaran berpusat O dengan jari-jari 9 cm. Titik C dan D berada pada busur besar AB, dan $\angle ACB = 35^\circ$ (lihat Gambar 3.42). Tentukan $\angle AOB$, $\angle ADB$, dan panjang busur kecil AB.

1. $\angle ACB$ adalah sudut keliling yang menghadap busur kecil AB. Sudut pusat yang menghadap busur yang sama adalah $\angle AOB$, jadi $\angle AOB = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$.
2. $\angle ADB$ juga sudut keliling yang menghadap busur kecil AB (D di busur besar). Jadi $\angle ADB = \angle ACB = 35^\circ$.
3. Panjang busur kecil $AB = \dfrac{70^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 9 = \dfrac{7}{36} \times 18\pi = \dfrac{126\pi}{36} = 3{,}5\pi$ cm.
4. Cek ulang: sudut pusat 70° kurang dari seperlima putaran (72°), jadi busurnya sedikit kurang dari seperlima keliling 18π, yaitu $3{,}6\pi$. Hasil $3{,}5\pi$ masuk akal.

Jadi $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle ADB = 35^\circ$, dan busur kecil $AB = 3{,}5\pi$ cm. Jebakannya adalah menulis $\angle AOB = 35^\circ$ (lupa dikali dua) atau $17{,}5^\circ$ (dibagi dua pada arah yang salah).

5. Garis singgung dan letak titik terhadap lingkaran

Garis singgung adalah garis yang menyentuh lingkaran tepat di satu titik, disebut **titik singgung**. Sifat utamanya: **garis singgung tegak lurus jari-jari yang menuju titik singgung**. Alasannya: semua titik lain pada garis singgung berada di luar lingkaran, sehingga jaraknya ke pusat lebih dari r. Jadi titik singgung adalah titik pada garis yang **paling dekat** ke pusat, dan jarak terpendek dari titik ke garis selalu diukur tegak lurus.

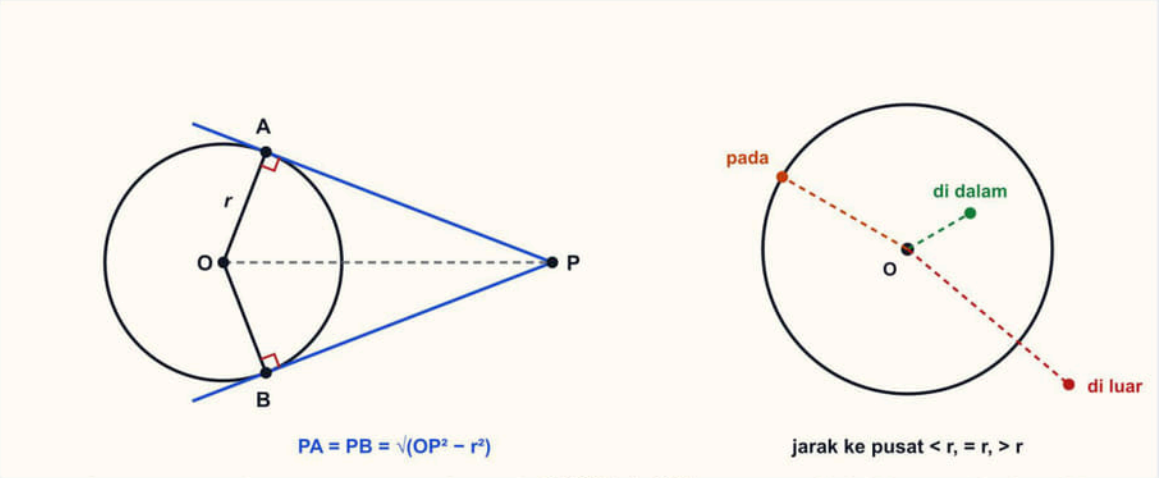
Dari sebuah titik P di luar lingkaran dapat ditarik dua garis singgung, PA dan PB (lihat Gambar 3.43). Segitiga OAP siku-siku di A, sehingga dengan Pythagoras

$$PA = \sqrt{OP^2 - r^2}.$$

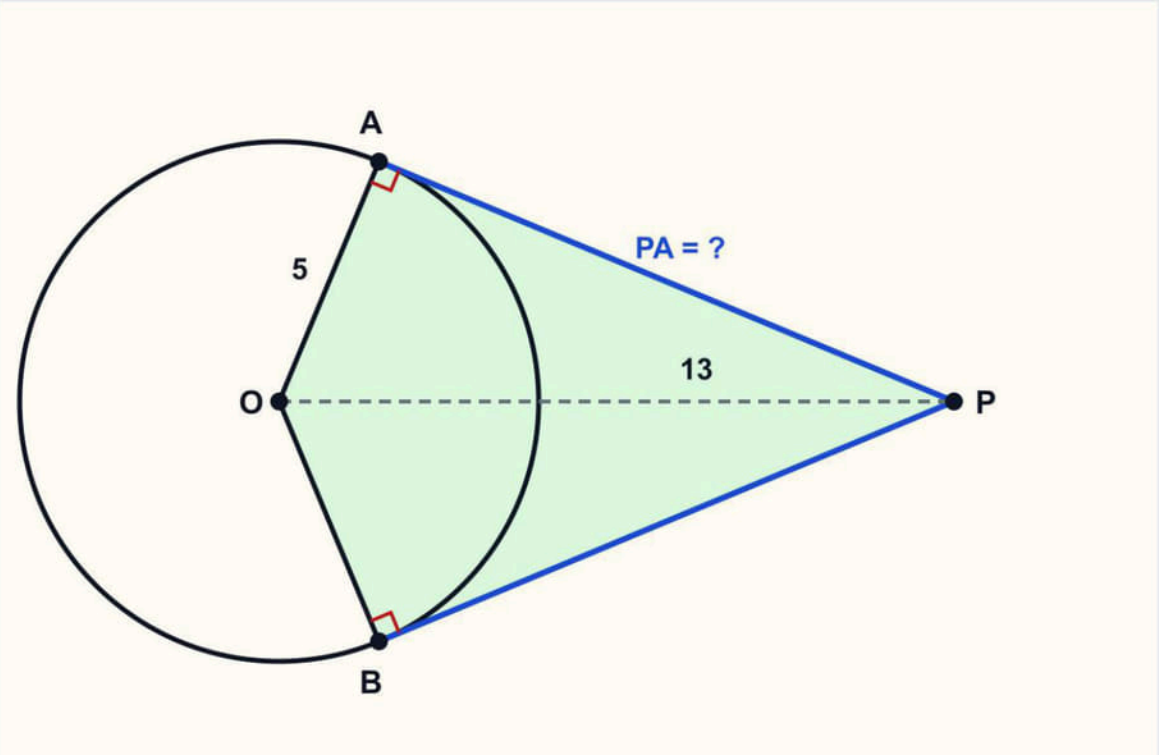
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kedua garis singgung sama panjang, $PA = PB$, karena segitiga OAP dan OBP punya sisi miring yang sama (OP) dan sisi tegak yang sama (r).

Gambar 3.43 juga memperlihatkan **letak titik terhadap lingkaran**. Bandingkan jarak titik ke pusat dengan jari-jari: jarak kurang dari r berarti titik di dalam lingkaran, sama dengan r berarti pada lingkaran, lebih dari r berarti di luar. Pada bidang koordinat, jarak titik (a, b) ke pusat $O(0, 0)$ adalah $\sqrt{a^2 + b^2}$ (Pythagoras, dibahas lengkap di sub bab 3.6). Jadi titik (a, b) berada di dalam lingkaran berpusat O berjari-jari r bila $a^2 + b^2 < r^2$.



Gambar 3.43 Kiri: dua garis singgung dari titik P; $OA \perp PA$. Kanan: titik di dalam, pada, dan di luar lingkaran.



Gambar 3.44 Segiempat $OAPB$ terdiri atas dua segitiga siku-siku $5, 12, 13$.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Titik P berjarak 13 cm dari pusat O lingkaran berjari-jari 5 cm. Dari P ditarik garis singgung PA dan PB dengan A, B titik singgung

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

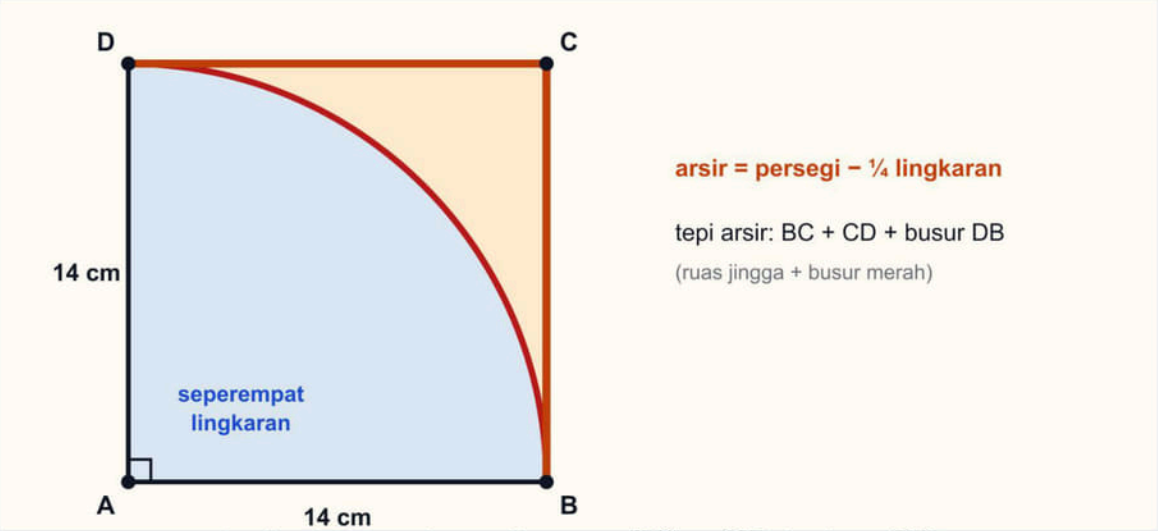
(lihat Gambar 3.44). Hitung panjang PA dan luas segiempat $OAPB$. Apakah titik $T(3, 4)$ terletak di dalam lingkaran berjari-jari 5 yang berpusat di $O(0, 0)$?

1. Jari-jari OA tegak lurus garis singgung PA, jadi segitiga OAP siku-siku di A dengan sisi miring $OP = 13$.
2. $PA = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ cm. Ini tripel $5, 12, 13$.
3. Segiempat $OAPB$ terbagi oleh OP menjadi dua segitiga siku-siku yang sama, masing-masing berluas $\frac{1}{2} \times OA \times PA = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$. Luas $OAPB = 2 \times 30 = 60$ cm².
4. Titik $T(3, 4)$: jaraknya ke pusat $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$, tepat sama dengan jari-jari. Jadi T terletak **pada** lingkaran, bukan di dalamnya.
5. Cek ulang langkah 3 dengan rumus layang-layang: $OAPB$ adalah layang-layang ($OA = OB, PA = PB$) dengan diagonal $OP = 13$ dan AB. Luas $= \frac{13 \times AB}{2} = 60$ memberi $AB = \frac{120}{13}$, yaitu bilangan positif yang lebih pendek dari diameter 10. Masuk akal.

Jadi $PA = 12$ cm, luas $OAPB = 60$ cm², dan T terletak pada lingkaran. Pada pertanyaan terakhir, jebakannya adalah menganggap "pada" sama dengan "di dalam".

6. Daerah gabungan: luas dan keliling bagian yang diarsir

Banyak soal lingkaran berupa **daerah gabungan**, misalnya persegi yang sebagian dipotong seperempat lingkaran. Untuk **luas**, pikirkan daerah yang dicari sebagai hasil menambah atau mengurangi bangun yang rumusnya kamu kenal: persegi, segitiga, juring. Untuk **keliling**, jangan memakai rumus; telusuri tepi daerah itu dengan jari, lalu jumlahkan setiap potongan tepi yang kamu lewati, baik ruas lurus maupun busur. Dua besaran ini sering tertukar: luas diukur dalam satuan persegi (cm²), sedangkan keliling dalam satuan panjang (cm).



Gambar 3.45 Daerah arsir dibatasi sisi BC, sisi CD, dan busur DB.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 6 (menengah). Persegi $ABCD$ bersisi 14 cm. Seperempat lingkaran berpusat di A dengan jari-jari 14 cm digambar dari B ke D. Daerah di dalam persegi tetapi di luar seperempat lingkaran diarsir (lihat Gambar 3.45). Hitung luas dan keliling daerah yang diarsir dengan $\pi = \dfrac{22}{7}$.

1. Luas daerah arsir $=$ luas persegi $-$ luas seperempat lingkaran. Alasannya: seperempat lingkaran menempati sudut A persegi, dan sisanya adalah daerah arsir.
2. Luas persegi $= 14 \times 14 = 196$. Luas seperempat lingkaran $= \dfrac{1}{4} \times \dfrac{22}{7} \times 14^2 = \dfrac{1}{4} \times 616 = 154$.
3. Luas arsir $= 196 - 154 = 42$ cm^2.
4. Keliling: telusuri tepi daerah arsir mulai dari B. Dari B ke C (14), dari C ke D (14), lalu kembali dari D ke B melalui busur. Panjang busur $= \dfrac{1}{4} \times 2 \times \dfrac{22}{7} \times 14 = \dfrac{1}{4} \times 88 = 22$.
5. Keliling arsir $= 14 + 14 + 22 = 50$ cm. Sisi AB dan AD tidak ikut, karena keduanya bukan tepi daerah arsir.
6. Cek ulang luas: daerah arsir harus kurang dari seperempat persegi (49), karena seperempat lingkaran menutupi sebagian besar persegi. $42 < 49$. Masuk akal.

Jadi luas daerah arsir 42 cm^2 dan kelilingnya 50 cm.

Ringkasan

- $K = 2\pi r$ dan $L = \pi r^2$; π adalah keliling dibagi diameter, sama untuk semua lingkaran.
- $\dfrac{\theta}{360^\circ} = \dfrac{\text{busur}}{\text{keliling}} = \dfrac{\text{juring}}{\text{luas lingkaran}}$. Tembereng $=$ juring $-$ segitiga.
- Busur melengkung, tali busur lurus; busur selalu lebih panjang dari tali busurnya.
- Sudut keliling $= \dfrac{1}{2}$ sudut pusat yang menghadap busur sama; sudut keliling menghadap diameter $= 90^\circ$.
- Garis singgung $\perp$ jari-jari; panjang garis singgung dari luar $= \sqrt{OP^2 - r^2}$.
- Titik (a, b) di dalam lingkaran pusat O berjari-jari r bila $a^2 + b^2 < r^2$.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Cari dulu "bagian lingkaran".** Ubah informasi apa pun (sudut, busur, luas juring) menjadi pecahan dari satu putaran, lalu pakai pecahan yang sama untuk besaran lain.
2. **Biarkan π tetap π.** Bila pilihan jawaban memuat π, jangan mengganti π dengan angka. Hitungan lebih pendek dan lebih kecil peluang salahnya.
3. **Gambar jari-jari ke titik-titik penting.** Jari-jari membentuk segitiga sama kaki (untuk

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sudut) atau segitiga siku-siku dengan garis singgung (untuk panjang).

4. **Periksa letak titik sudut.** Titik sudut di pusat berarti sudut pusat; titik sudut pada lingkaran berarti sudut keliling.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Busur dikira tali busur	busur juring 60° ($r = 12$) $= 12$	busur $= 4\pi$; tali busur $= 12$
Keliling juring hanya busur	pagar juring = panjang busur	pagar juring = busur $+ 2r$
Sudut pusat dan keliling tertukar	sudut keliling 35°, sudut pusat $17{,}5^\circ$	sudut pusat $= 2 \times 35^\circ = 70^\circ$
Memakai diameter sebagai jari-jari	$L = \pi \times 14^2$ untuk $d = 14$	$r = 7$, $L = 49\pi$
"Pada lingkaran" dianggap "di dalam"	$3^2 + 4^2 = 25 < 25$	$25 = 25$: tepat pada lingkaran

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 9 memberi luas lingkaran dan panjang busur MN. Mulailah dari luas untuk mendapatkan jari-jari, lalu hitung keliling. Setelah itu, tentukan bagian lingkaran yang ditempati busur MN dengan membagi panjang busur dengan keliling, seperti langkah 2 Contoh terselesaikan 3. Bagian yang sama berlaku untuk sudut pusat dan luas juring, sehingga keempat pernyataan dapat diuji satu per satu. Jangan menebak sudut dari gambar; hitunglah dari pecahan itu.

Rujukan: soal nomor 9 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menanyakan panjang pagar di sekeliling sebuah juring. Perhatikan bahwa tepi juring terdiri atas busur **dan** dua jari-jari.

►. Sebuah taman kota yang dibangun pada tahun 2026 berbentuk lingkaran dengan jari-jari 21 m. Sebagian taman berbentuk juring dengan sudut pusat 120° akan ditanami bunga. Seluruh tepi juring tersebut (dua jari-jari dan busurnya) akan dipagari. Dengan $\pi = \dfrac{22}{7}$, panjang pagar yang diperlukan adalah ... m.

A. 462
B. 174
C. 130
D. 86
E. 44

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: D**

Yang diketahui: jari-jari $r = 21$ m; juring bersudut pusat 120°; pagar mengelilingi juring (dua jari-jari dan busur); $\pi = \dfrac{22}{7}$. **Yang ditanya:** panjang pagar.

Konsep 1 – Keliling lingkaran $= 2\pi r$.

Konsep 2 – Panjang busur. Juring bersudut pusat θ mengambil bagian $\dfrac{\theta}{360^\circ}$ dari lingkaran, jadi panjang busurnya $\dfrac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$.

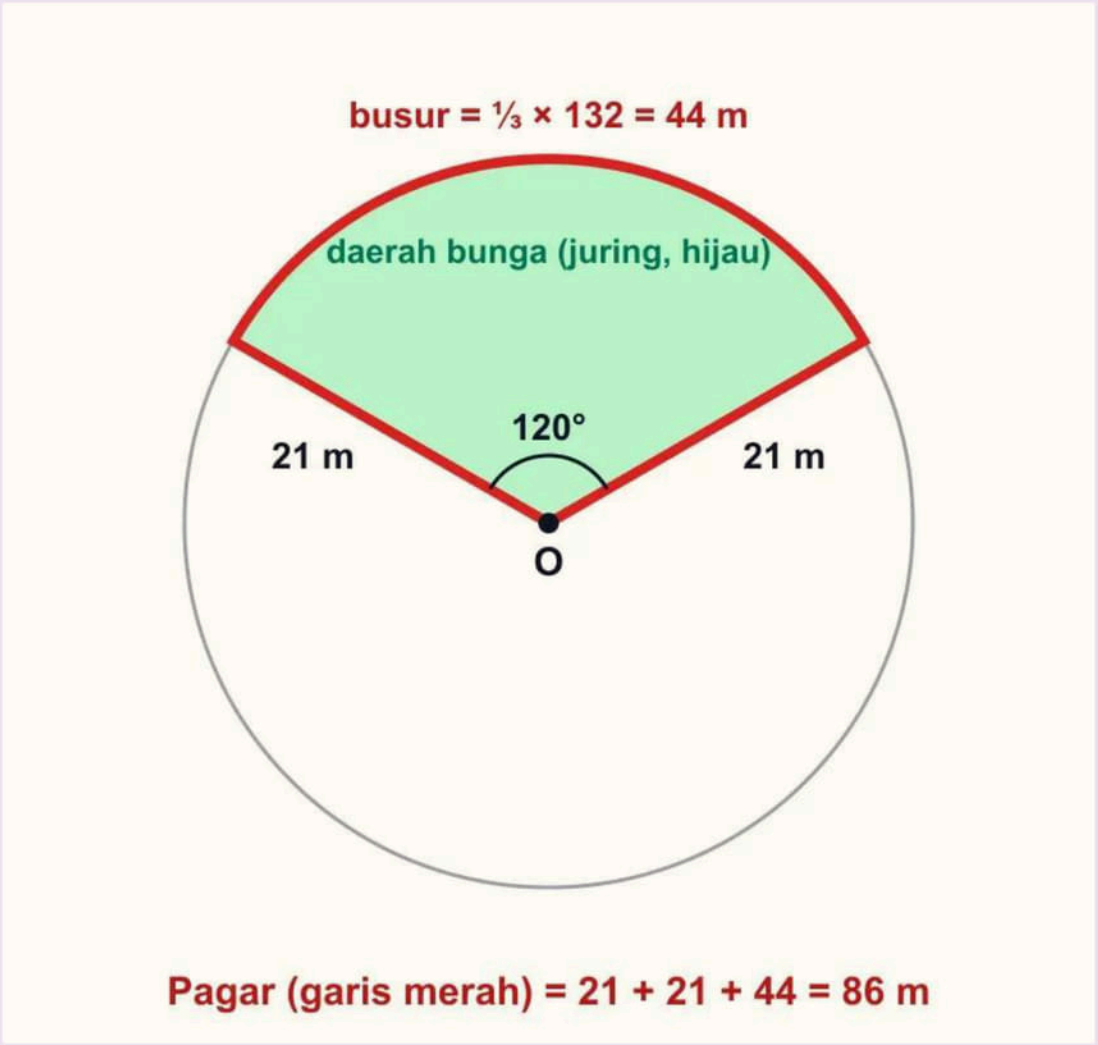
Contoh kecil: lingkaran berjari-jari 7 dengan sudut 90°: busur $= \dfrac{90}{360} \times 2 \times \dfrac{22}{7} \times 7 = \dfrac{1}{4} \times 44 = 11$.

Konsep 3 – Tepi juring. Bentuk juring seperti potongan pizza; tepinya terdiri atas **dua jari-jari** dan **satu busur**.

Langkah penyelesaian:

1. Keliling lingkaran: $2 \times \dfrac{22}{7} \times 21 = 2 \times 22 \times 3 = 132$ m (karena $21 \div 7 = 3$).
2. Bagian lingkaran: $\dfrac{120^\circ}{360^\circ} = \dfrac{1}{3}$.
3. Panjang busur: $\dfrac{1}{3} \times 132 = 44$ m.
4. Dua jari-jari: $2 \times 21 = 42$ m.
5. Panjang pagar: $44 + 42 = 86$ m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: busur sisanya $(240^\circ) = 132 - 44 = 88$ m, tepat dua kali busur juring karena sudutnya dua kali lipat ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 462: **Jebakan:** menghitung luas juring ($\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21^2 = 462\,\text{m}^2$), padahal pagar adalah ukuran panjang.
• B ✗ 174: **Jebakan:** memakai keliling seluruh lingkaran (132) lalu menambah dua jari-jari.
• C ✗ 130: **Jebakan:** memakai busur besar (240°, panjangnya 88): $88 + 42 = 130$.
• D ✓ 86.
• E ✗ 44: **Jebakan:** hanya menghitung busur dan lupa dua jari-jari.

Jawaban: D.

✎ LATIHAN

Soal kedua dan ketiga memakai koordinat. Jari-jari dihitung sebagai jarak dua titik dengan Pythagoras (dibahas lengkap di sub bab 3.6), dan letak titik terhadap lingkaran ditentukan dengan membandingkan jaraknya ke pusat dengan jari-jari.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Titik A, B, dan C terletak pada lingkaran berpusat O dengan jari-jari 6 cm. Titik C terletak pada busur besar AB dan $\angle ACB = 30^\circ$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $\angle AOB = 60^\circ$

(2) Luas juring kecil AOB adalah 3π cm^2.

(3) Panjang tali busur AB adalah 6 cm.

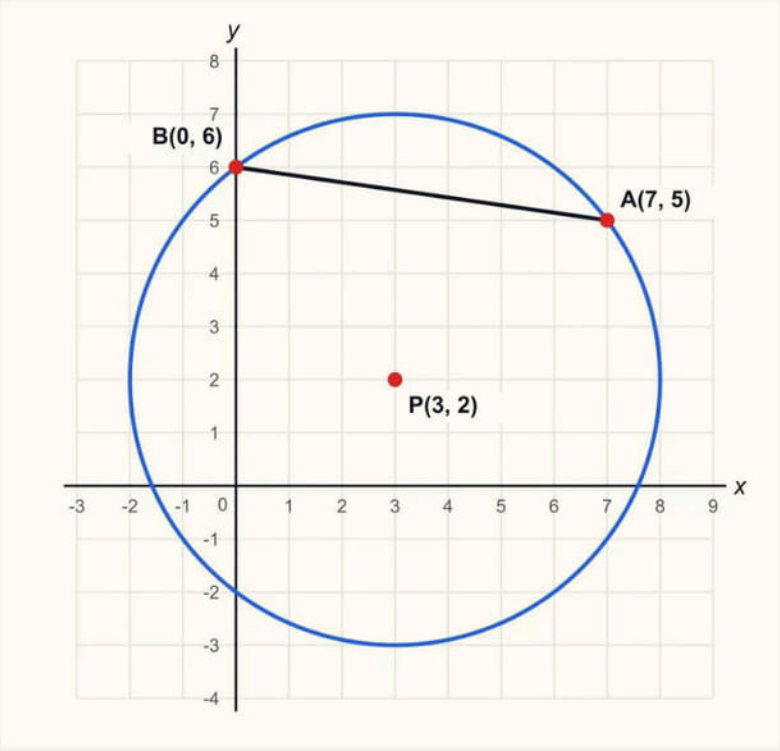
(4) Jika D adalah titik lain pada busur besar AB, maka $\angle ADB = 60^\circ$.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Bacaan untuk soal nomor 2

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Pada bidang koordinat berikut, sebuah lingkaran berpusat di titik $P(3, 2)$ dan melalui titik $A(7, 5)$ serta titik $B(0, 6)$. Ruas garis AB adalah tali busur lingkaran tersebut.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Luas juring kecil APB, yaitu daerah yang dibatasi jari-jari PA, jari-jari PB, dan busur kecil AB, adalah .... satuan luas.

A. $\dfrac{5\pi}{2}$
B. $\dfrac{25\pi}{6}$
C. $\dfrac{25\pi}{4}$
D. $\dfrac{25\pi}{2}$
E. $\dfrac{75\pi}{4}$

3. Pada bidang koordinat, lingkaran L berpusat di $O(0,0)$ dan berjari-jari 5. Titik $T(a,b)$ dengan a dan b bilangan real.

Apakah titik T terletak di dalam lingkaran L?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $a = 3$ dan $-4 < b < 4$
(2) $|a| + |b| < 5$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. B 2. C 3. D

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa perbandingan keliling dan diameter sama untuk semua lingkaran?
2. Juring bersudut 45° berada pada lingkaran berjari-jari 8. Berapa bagian lingkaran yang ditempatinya, berapa panjang busurnya, dan berapa luasnya?
3. Mengapa sudut keliling yang menghadap diameter selalu siku-siku?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.4

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.5 · Bangun Ruang

SNBTPK-3.5

◎ APA YANG DIUJI

Tiga soal asli 2024–2025 menguji bangun ruang. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 17 (Simulasi 1 nomor 17) memberikan luas alas dan volume sebuah kerucut, lalu meminta kamu menilai tiga pernyataan Benar/Salah tentang tinggi, diameter, dan apakah kerucut itu muat di dalam sebuah tabung. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 18 (Simulasi 1 nomor 18) serupa untuk tabung, ditambah pertanyaan apakah beberapa kubus muat di dalamnya. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 11 (Simulasi 2 nomor 11) meminta tinggi limas dari volume dan luas alasnya. Ketiganya menuntut kamu memahami **dari mana rumus volume berasal** dan **membayangkan benda di dalam benda lain**.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyebut unsur bangun ruang dan menggambar jaring-jaringnya;
- menurunkan dan memakai rumus luas permukaan serta volume prisma, tabung, limas, kerucut, dan bola, termasuk alasan faktor $\frac{1}{3}$ pada limas dan kerucut;
- menghitung diagonal sisi dan diagonal ruang dengan teorema Pythagoras;
- menilai apakah sebuah benda muat di dalam benda lain.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai bekal berikut.

1. **Luas bangun datar** (sub bab 3.2–3.4): persegi panjang $p \times l$, segitiga $\frac{1}{2}at$, lingkaran πr^2, keliling lingkaran $2\pi r$, dan luas juring $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$.
2. **Teorema Pythagoras** (sub bab 3.2). Contoh: persegi bersisi 5 memiliki diagonal $\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
3. **Satuan.** Luas memakai satuan persegi (cm^2), volume memakai satuan kubik (cm^3). 1 liter $= 1.000\ \text{cm}^3$, dan $1\ \text{mL} = 1\ \text{cm}^3$. Contoh: $2.500\ \text{cm}^3 = 2{,}5$ liter.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

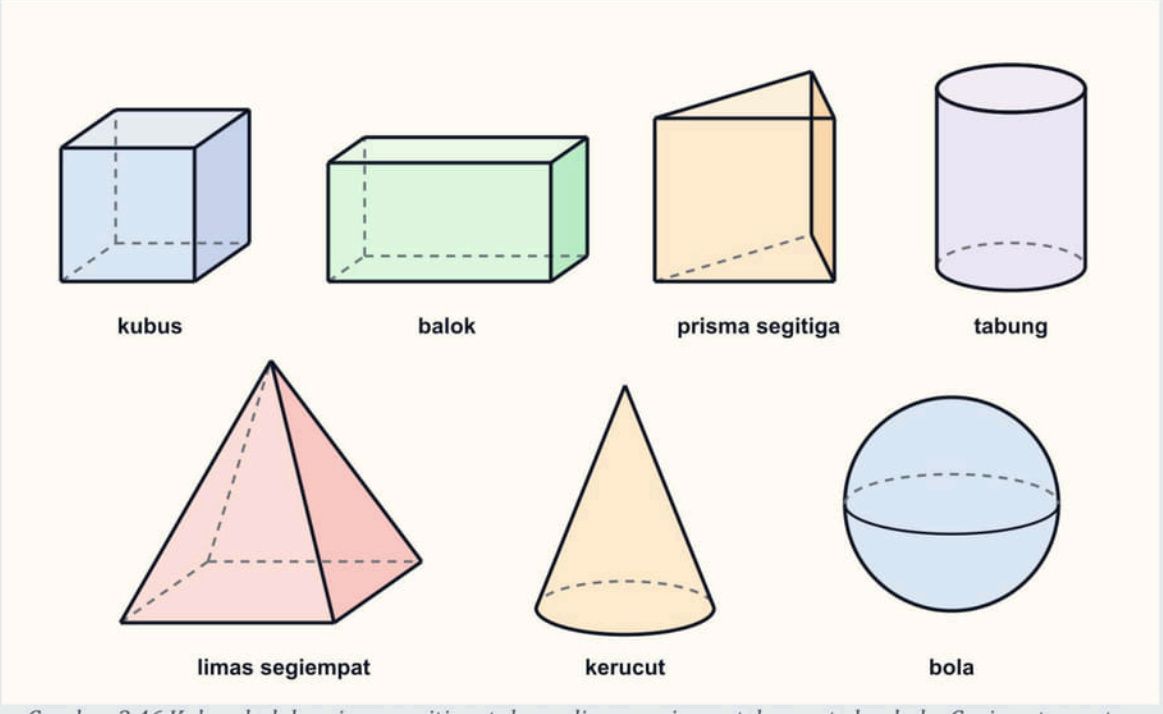
1. Unsur dan jenis bangun ruang

Bangun ruang adalah benda tiga dimensi yang memiliki panjang, lebar, dan tinggi. Bangun ruang bersisi datar dibentuk oleh **sisi** (bidang datar), **rusuk** (ruas garis tempat dua sisi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

bertemu), dan **titik sudut** (tempat rusuk-rusuk bertemu). Kubus, misalnya, memiliki 6 sisi, 12 rusuk, dan 8 titik sudut. Bangun ruang dikelompokkan sebagai berikut (lihat Gambar 3.46).

1. **Prisma**: dua sisi yang sejajar dan sama bentuknya (alas dan tutup), dihubungkan oleh sisi-sisi tegak berbentuk persegi panjang. Nama prisma mengikuti bentuk alasnya: prisma segitiga, prisma segiempat, dan seterusnya. **Balok** adalah prisma beralas persegi panjang, dan **kubus** adalah balok yang semua rusuknya sama panjang.
2. **Limas**: satu alas berbentuk segi banyak, dan sisi-sisi tegak berbentuk segitiga yang bertemu di satu titik puncak.
3. **Tabung**: "prisma" beralas lingkaran. Sisi lengkungnya disebut **selimut**.
4. **Kerucut**: "limas" beralas lingkaran. Jarak dari puncak ke tepi alas disebut **garis pelukis** (s).
5. **Bola**: semua titik pada permukaannya berjarak sama dari pusat.



Gambar 3.46 Kubus, balok, prisma segitiga, tabung, limas segiempat, kerucut, dan bola. Garis putus-putus adalah rusuk yang tersembunyi di belakang.

Bangun-bangun ini mudah ditemukan di sekitarmu. Kardus mi instan dan batu bata berbentuk balok, dadu berbentuk kubus, kaleng susu dan pipa berbentuk tabung, nasi tumpeng dan cone es krim berbentuk kerucut, atap rumah joglo atau piramida kaca menyerupai limas, sedangkan kelereng dan bola sepak berbentuk bola. Membayangkan benda nyata seperti ini membantu kamu menentukan bagian mana yang menjadi alas, mana yang menjadi tinggi, dan rusuk mana yang tersembunyi di belakang.

Untuk balok $ABCD.EFGH$, sisi alas adalah $ABCD$ dan sisi atas $EFGH$, dengan E tepat di atas A, F di atas B, dan seterusnya. Penamaan ini dipakai di hampir semua soal balok dan kubus.

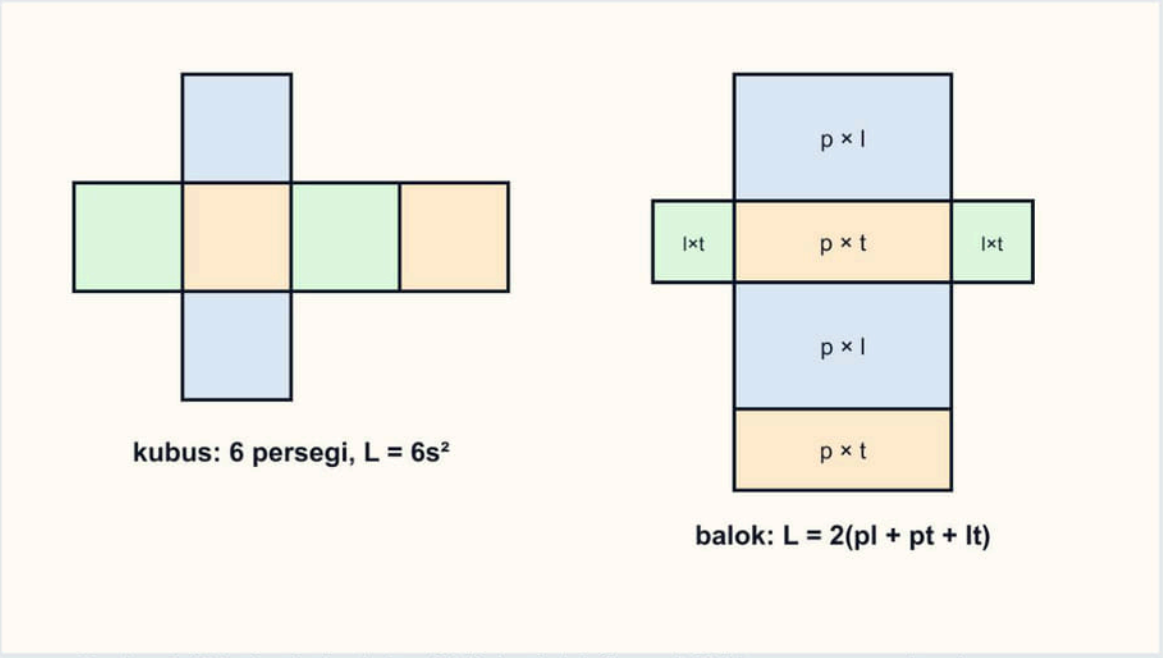
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Jaring-jaring dan luas permukaan

Jaring-jaring adalah bentuk bangun ruang yang "dibuka" menjadi bangun datar, seperti kardus yang dibuka lipatannya. **Luas permukaan** adalah jumlah luas semua sisi, sama dengan luas jaring-jaringnya.

Kubus dan balok (lihat Gambar 3.47). Jaring-jaring kubus bersisi s terdiri atas 6 persegi, jadi luas permukaannya $6s^2$. Balok berukuran $p \times l \times t$ memiliki tiga pasang sisi yang sama: dua sisi $p \times l$ (alas dan atas), dua sisi $p \times t$ (depan dan belakang), dan dua sisi $l \times t$ (kiri dan kanan). Jadi

$$L_{\text{balok}} = 2(pl + pt + lt).$$

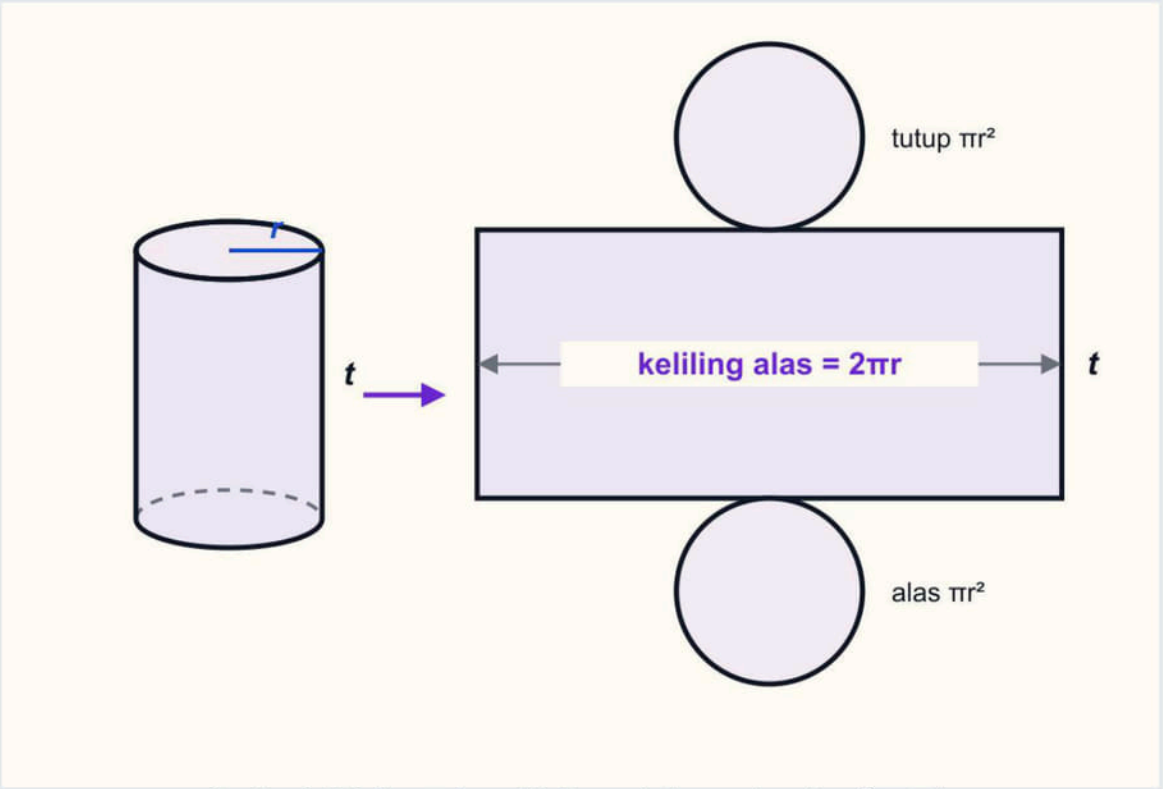


Gambar 3.47 Jaring-jaring kubus (kiri) dan balok (kanan). Sisi berwarna sama berukuran sama.

Tabung (lihat Gambar 3.48). Gunting selimut tabung lurus dari atas ke bawah, lalu buka. Selimut menjadi **persegi panjang**: lebarnya tinggi tabung t, panjangnya keliling alas $2\pi r$, karena tepi persegi panjang itu tadinya melingkari alas. Ditambah dua lingkaran (alas dan tutup):

$$L_{\text{selimut}} = 2\pi r t, \qquad L_{\text{tabung}} = 2\pi r^2 + 2\pi r t = 2\pi r(r + t).$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.48 Selimut tabung dibuka menjadi persegi panjang $2\pi r \times t$.

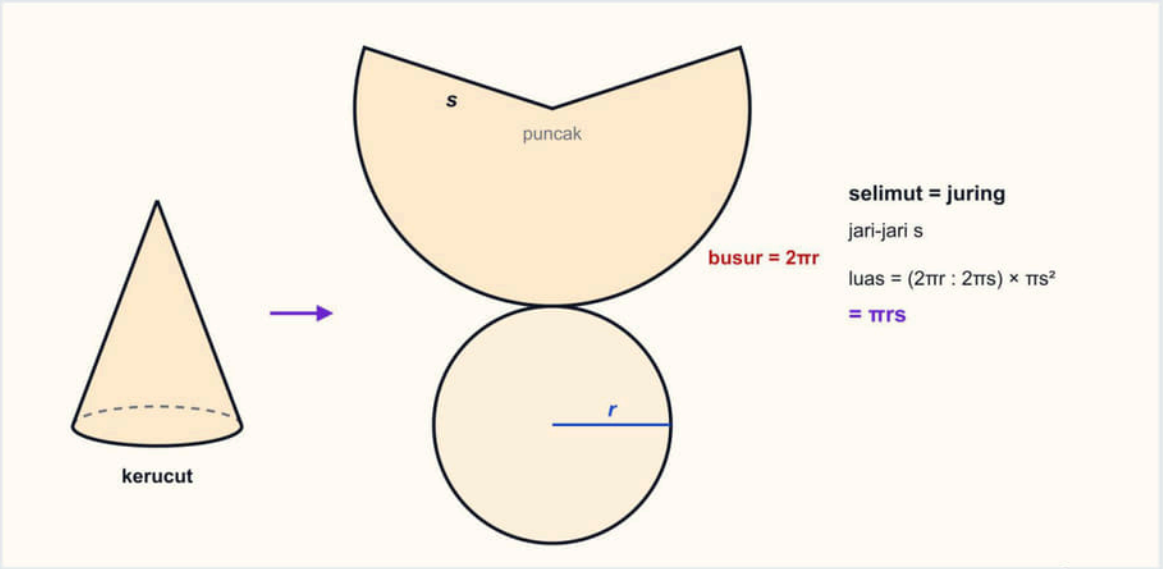
Kerucut (lihat Gambar 3.49). Selimut kerucut dibuka menjadi **juring** lingkaran besar yang jari-jarinya garis pelukis s. Panjang busur juring itu sama dengan keliling alas, $2\pi r$. Luas juring adalah bagian dari luas lingkaran besar πs^2, dengan bagian

$$= \frac{\text{busur}}{\text{keliling lingkaran besar}} = \frac{2\pi r}{2\pi s} = \frac{r}{s}$$ (sub bab 3.4). Jadi

$$L_{\text{selimut kerucut}} = \frac{r}{s} \times \pi s^2 = \pi r s, \qquad L_{\text{kerucut}} = \pi r^2 + \pi r s.$$

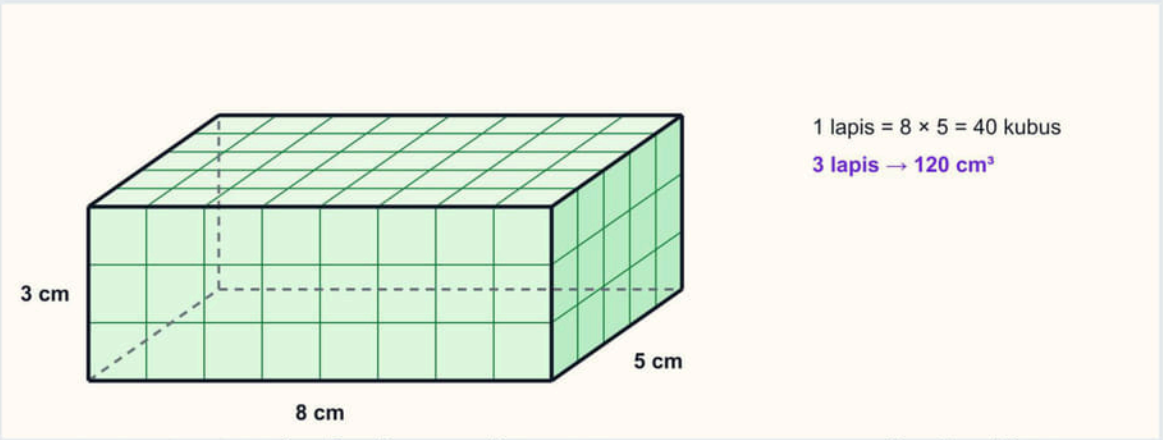
Garis pelukis dihitung dengan Pythagoras pada segitiga siku-siku yang dibentuk tinggi, jari-jari, dan garis pelukis: $s = \sqrt{r^2 + t^2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.49 Selimut kerucut adalah juring berjari-jari s dengan busur sepanjang keliling alas $2\pi r$.

Bola memiliki luas permukaan $4\pi r^2$, yaitu empat kali luas lingkaran besarnya. Rumus ini tidak diturunkan di SMA dengan cara sederhana, jadi di buku ini rumusnya dipakai tanpa bukti.



Gambar 3.50 Balok $8 \times 5 \times 3$ memuat 3 lapis kubus satuan, masing-masing $8 \times 5 = 40$ kubus.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Sebuah kotak berbentuk balok berukuran panjang 8 cm, lebar 5 cm, dan tinggi 3 cm (lihat Gambar 3.50). Hitung volume dan luas permukaannya.

1. Volume balok adalah banyaknya kubus satuan ($1 \times 1 \times 1$ cm) yang mengisinya. Satu lapis alas memuat $8 \times 5 = 40$ kubus, dan ada 3 lapis. Jadi volume $= 40 \times 3 = 120$ cm³.
2. Luas permukaan: tiga pasang sisi. Alas-atas: $8 \times 5 = 40$. Depan-belakang: $8 \times 3 = 24$. Kiri-kanan: $5 \times 3 = 15$.
3. $L = 2(40 + 24 + 15) = 2 \times 79 = 158$ cm².
4. Cek ulang satuan: volume dalam cm³ (tiga panjang dikalikan), luas dalam cm² (dua panjang dikalikan). Jangan menulis "158 cm³".

Jadi volume 120 cm³ dan luas permukaan 158 cm².

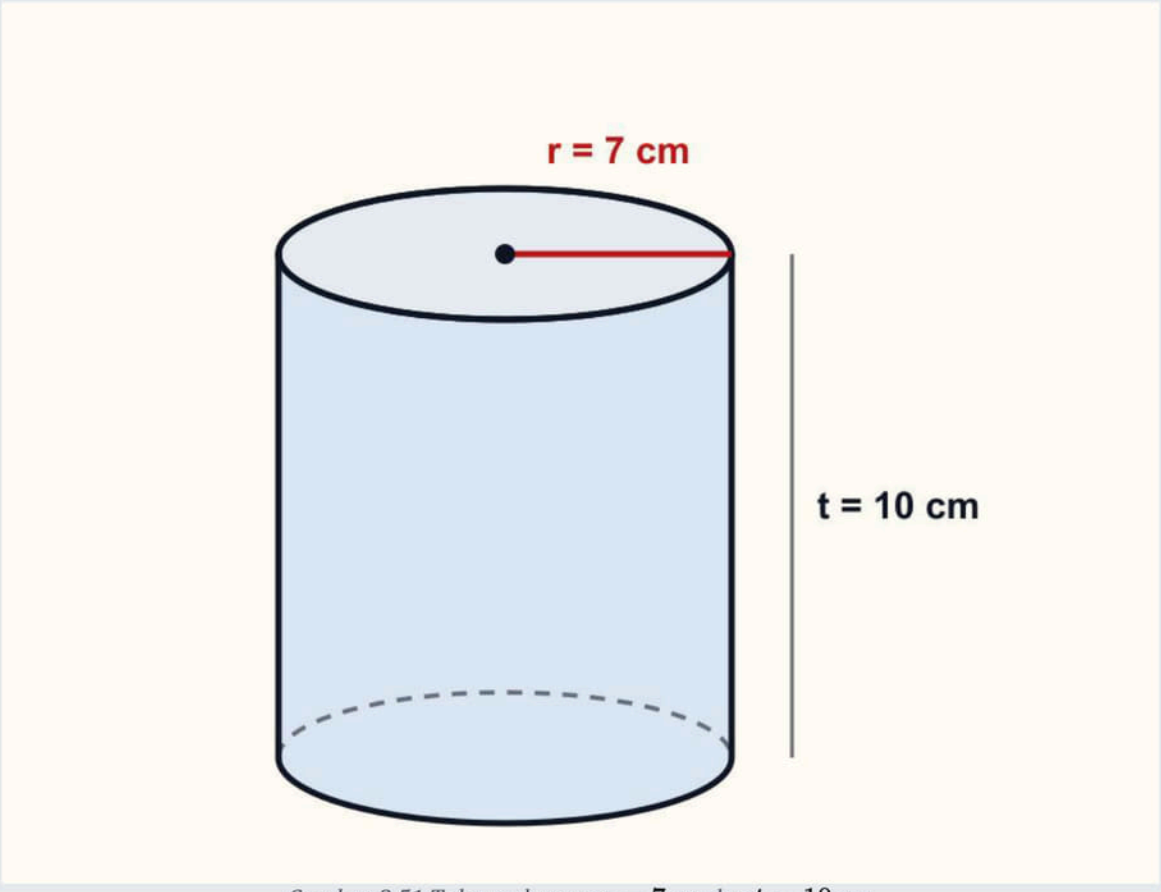
3. Volume prisma dan tabung: luas alas × tinggi

Contoh terselesaikan 1 memperlihatkan gagasan volume: **satu lapis alas dikalikan**

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

banyaknya lapis. Gagasan ini berlaku untuk setiap prisma, bukan hanya balok. Bayangkan prisma sebagai tumpukan lembaran tipis yang semuanya sama dengan alasnya, seperti tumpukan kertas. Volumenya adalah luas satu lembar dikali tinggi tumpukan. Jadi untuk prisma apa pun, termasuk tabung (tumpukan koin):

$$V_{\text{prisma}} = L_{\text{alas}} \times t, \qquad V_{\text{balok}} = p \times l \times t, \qquad V_{\text{kubus}} = s^3, \qquad V_{\text{tabung}} = \pi r^2 t.$$



Gambar 3.51 Tabung dengan $r = 7$ cm dan $t = 10$ cm.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Sebuah kaleng berbentuk tabung berjari-jari 7 cm dan bertinggi 10 cm (lihat Gambar 3.51). Hitung volumenya dalam liter dan luas permukaannya. Gunakan $\pi = \dfrac{22}{7}$.

1. Luas alas $= \pi r^2 = \dfrac{22}{7} \times 49 = 22 \times 7 = 154$ cm².
2. Volume $= 154 \times 10 = 1.540$ cm³. Karena 1 liter $= 1.000$ cm³, volumenya $1{,}54$ liter.
3. Luas selimut $= 2\pi r t = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 7 \times 10 = 440$ cm².
4. Luas permukaan $= 2 \times 154 + 440 = 308 + 440 = 748$ cm².
5. Cek ulang: luas selimut sama dengan persegi panjang berukuran keliling alas $\times$ tinggi. Keliling alas $= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 7 = 44$, dan $44 \times 10 = 440$. Cocok.

Jadi volume $1{,}54$ liter dan luas permukaan 748 cm².

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

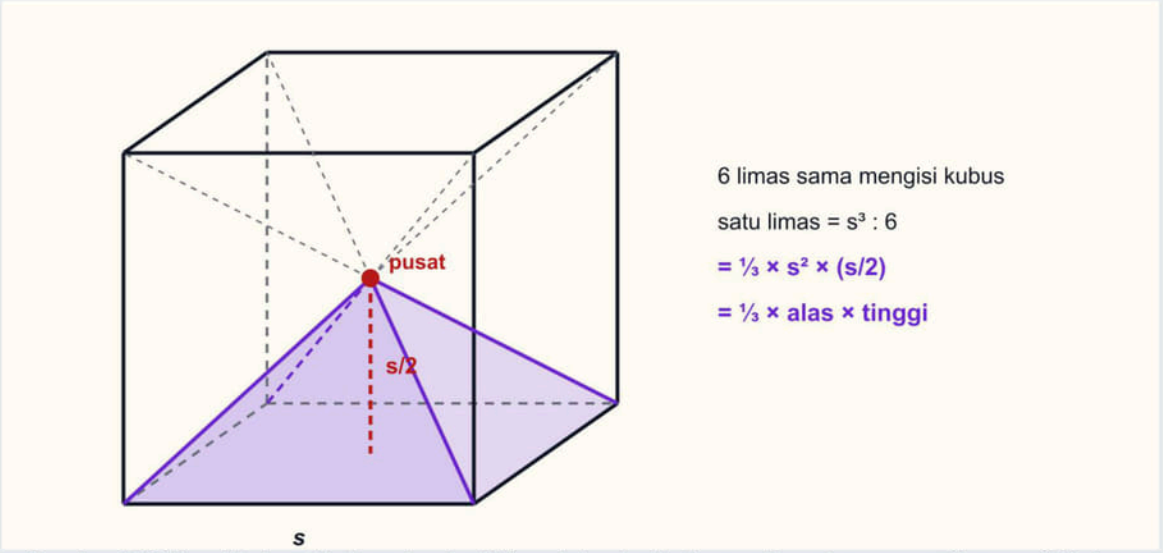
4. Volume limas dan kerucut: mengapa sepertiga?

Volume limas adalah **sepertiga** volume prisma yang alas dan tingginya sama:

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times L_{\text{alas}} \times t, \qquad V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3}\pi r^2 t.$$

Dari mana angka $\frac{1}{3}$? Ambil sebuah kubus bersisi s (lihat Gambar 3.52). Hubungkan titik pusat kubus ke kedelapan titik sudutnya. Kubus terbagi menjadi **enam limas yang sama persis**, satu untuk setiap sisi kubus. Setiap limas beralas persegi $s \times s$ dan tingginya jarak pusat ke sisi, yaitu $\frac{s}{2}$.

1. Volume satu limas $= \frac{1}{6} \times s^3$, karena enam limas sama mengisi kubus.
2. Tulis ulang: $\frac{1}{6}s^3 = \frac{1}{3} \times s^2 \times \frac{s}{2}$.
3. Bentuk terakhir adalah $\frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$.

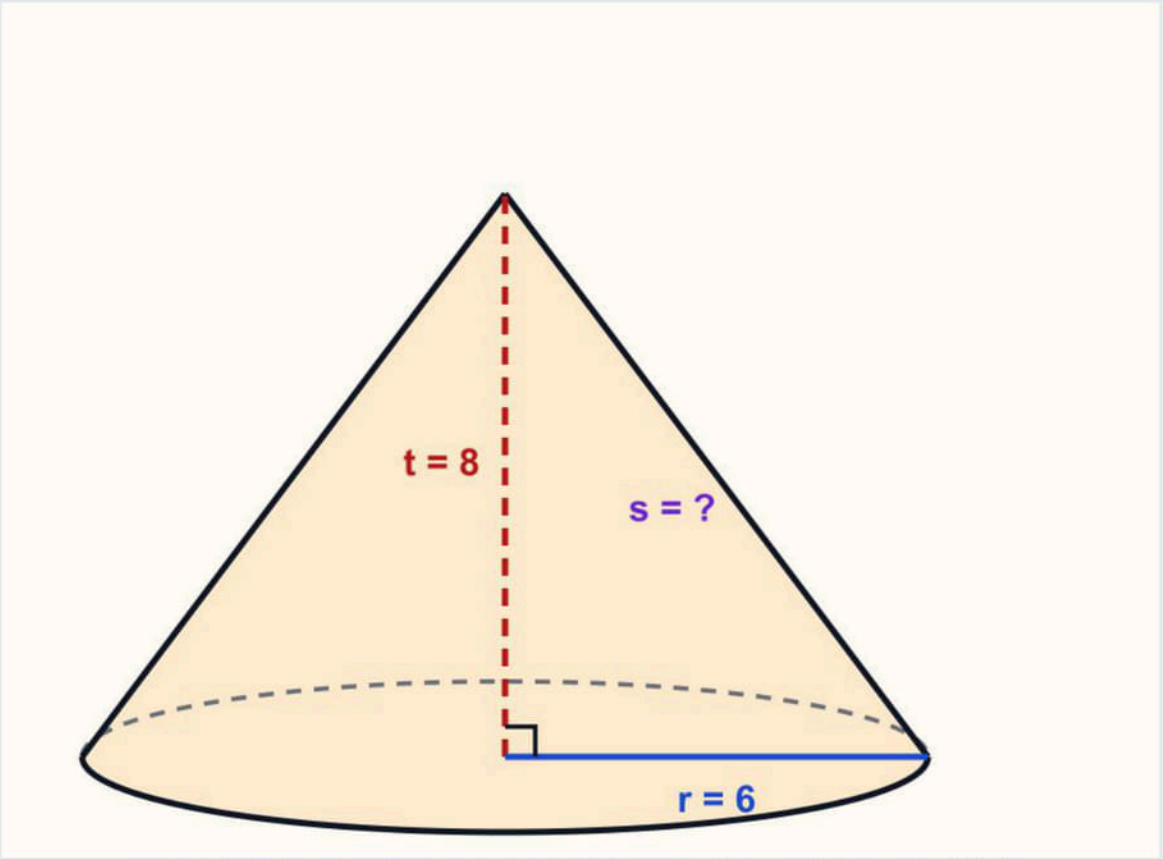


Gambar 3.52 Pusat kubus dihubungkan ke titik sudut: satu dari enam limas berwarna. Alasnya sisi kubus, tingginya setengah rusuk.

Untuk kerucut, alasnya lingkaran, tetapi gagasan yang sama berlaku: kerucut adalah "limas beralas lingkaran". Percobaan sederhana menguatkannya. Bila kerucut dan tabung beralas sama dan bertinggi sama, tiga kali menuang air dari kerucut penuh tepat memenuhi tabung. Jadi $V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3}V_{\text{tabung}} = \frac{1}{3}\pi r^2 t$.

Volume bola adalah $\frac{4}{3}\pi r^3$. Hubungan yang mudah diingat (ditemukan Archimedes): bola yang tepat masuk ke dalam tabung (jari-jari sama, tinggi tabung $2r$) volumenya $\frac{2}{3}$ volume tabung itu, sebab $\frac{2}{3} \times \pi r^2 \times 2r = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



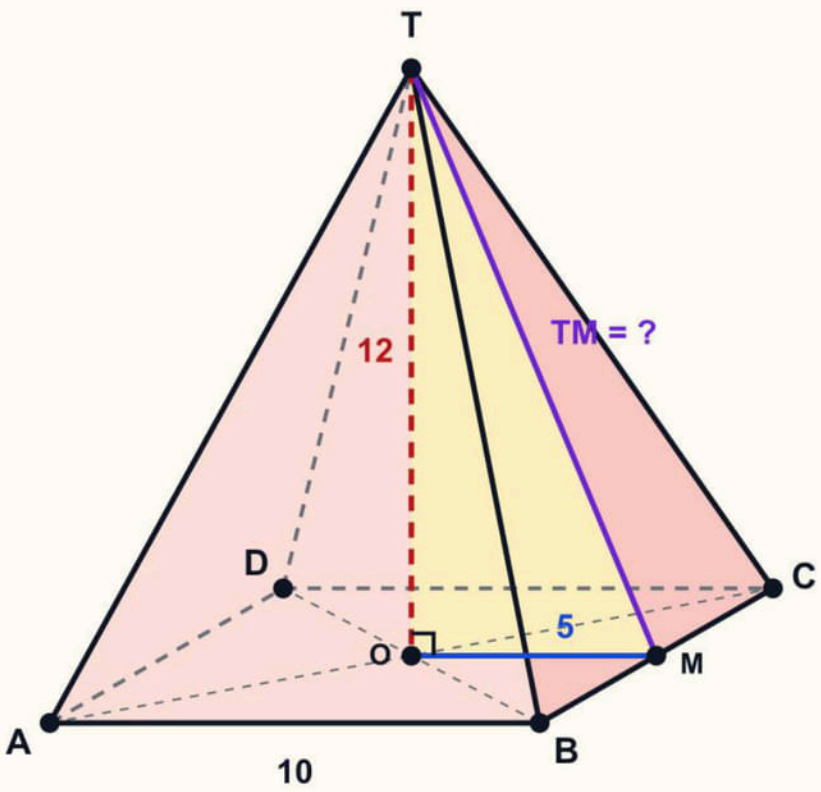
Gambar 3.53 Tinggi, jari-jari, dan garis pelukis membentuk segitiga siku-siku $6, 8, 10$.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Sebuah kerucut memiliki jari-jari alas 6 cm dan tinggi 8 cm (lihat Gambar 3.53). Hitung garis pelukis, volume, dan luas permukaannya dalam π.

1. Garis pelukis: $s = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ cm. Alasannya: tinggi tegak lurus alas, jadi tinggi, jari-jari, dan garis pelukis membentuk segitiga siku-siku dengan s sebagai sisi miring.
2. Volume $= \dfrac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 = \dfrac{1}{3} \times 288\pi = 96\pi$ cm³.
3. Luas alas $= \pi \times 36 = 36\pi$; luas selimut $= \pi r s = \pi \times 6 \times 10 = 60\pi$.
4. Luas permukaan $= 36\pi + 60\pi = 96\pi$ cm².
5. Cek ulang: tabung beralas dan bertinggi sama bervolume $\pi \times 36 \times 8 = 288\pi$; sepertiganya 96π. Cocok.

Jadi $s = 10$ cm, volume 96π cm³, dan luas permukaan 96π cm². Kebetulan angkanya sama, tetapi satuannya berbeda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.54 Tinggi limas $TO = 12$, jarak O ke tengah rusuk alas $OM = 5$, dan tinggi sisi tegak TM.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Limas $T.ABCD$ beralas persegi bersisi 10 cm dan bertinggi 12 cm (lihat Gambar 3.54). Hitung volume dan luas permukaannya.

1. Volume $= \dfrac{1}{3} \times 10^2 \times 12 = \dfrac{1}{3} \times 1.200 = 400$ cm³.
2. Luas permukaan memerlukan tinggi setiap segitiga sisi tegak, yaitu TM dengan M titik tengah rusuk BC. Ini **bukan** tinggi limas.
3. Segitiga TOM siku-siku di O (O pusat alas), dengan $TO = 12$ dan $OM = 5$ (setengah sisi alas). Jadi $TM = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ cm.
4. Luas satu sisi tegak $= \dfrac{1}{2} \times 10 \times 13 = 65$. Empat sisi tegak: $4 \times 65 = 260$.
5. Luas permukaan $=$ alas $+$ sisi tegak $= 100 + 260 = 360$ cm².
6. Cek ulang: tinggi sisi tegak (13) harus lebih panjang daripada tinggi limas (12), karena TM adalah sisi miring segitiga TOM. Cocok.

Jadi volume 400 cm³ dan luas permukaan 360 cm².

5. Diagonal sisi dan diagonal ruang

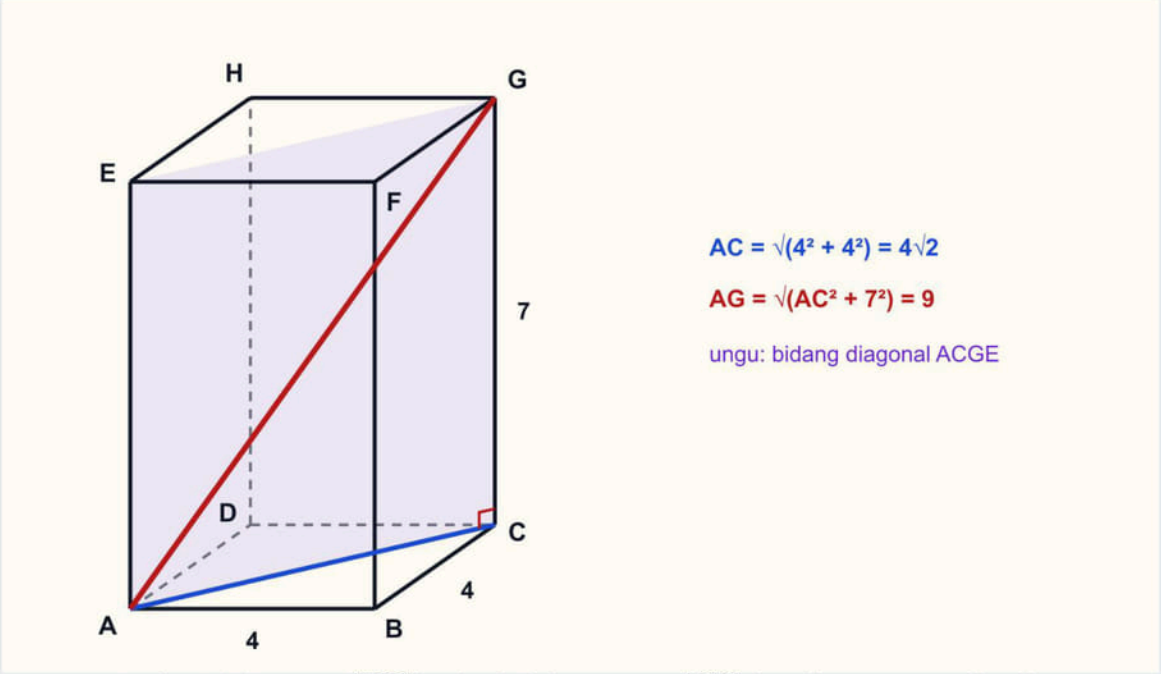
Diagonal sisi adalah diagonal pada salah satu sisi bangun, misalnya AC pada alas balok. **Diagonal ruang** menghubungkan dua titik sudut yang tidak terletak pada satu sisi, misalnya AG pada balok $ABCD.EFGH$. Diagonal ruang dihitung dengan **dua kali Pythagoras**:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Pada alas: $AC^2 = p^2 + l^2$.
2. Rusuk CG tegak lurus alas, jadi segitiga ACG siku-siku di C:
   $AG^2 = AC^2 + t^2 = p^2 + l^2 + t^2$.

$$\text{diagonal ruang balok} = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}, \qquad \text{diagonal ruang kubus} = \sqrt{3s^2} = s\sqrt{3}.$$

Diagonal ruang adalah ruas garis terpanjang yang dapat dimasukkan ke dalam balok. Bidang $ACGE$ yang dibentuk dua diagonal sisi dan dua rusuk tegak disebut **bidang diagonal**; bentuknya persegi panjang berukuran $AC \times t$.



Gambar 3.55 Segitiga ABC (pada alas) dan segitiga ACG (tegak) sama-sama siku-siku.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Sebuah kotak berbentuk balok $ABCD.EFGH$ berukuran $AB = 4$ cm, $BC = 4$ cm, dan $CG = 7$ cm (lihat Gambar 3.55). Dapatkah sebatang lidi lurus sepanjang $8{,}5$ cm dimasukkan seluruhnya ke dalam kotak tertutup itu? Hitung juga luas bidang diagonal $ACGE$.

1. Diagonal alas: $AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ cm, kira-kira $5{,}66$ cm.
2. Diagonal ruang: $AG = \sqrt{AC^2 + CG^2} = \sqrt{32 + 49} = \sqrt{81} = 9$ cm.
3. Lidi lurus terpanjang yang muat adalah sepanjang diagonal ruang, 9 cm. Karena $8{,}5 < 9$, lidi itu muat bila diletakkan miring sepanjang AG. Lidi itu tidak muat bila diletakkan tegak (7 cm) atau sepanjang diagonal alas ($5{,}66$ cm).
4. Bidang diagonal $ACGE$ adalah persegi panjang $AC \times CG = 4\sqrt{2} \times 7 = 28\sqrt{2}$ cm², kira-kira $39{,}6$ cm².
5. Cek ulang dengan rumus jadi: $\sqrt{4^2 + 4^2 + 7^2} = \sqrt{16 + 16 + 49} = \sqrt{81} = 9$. Sama.

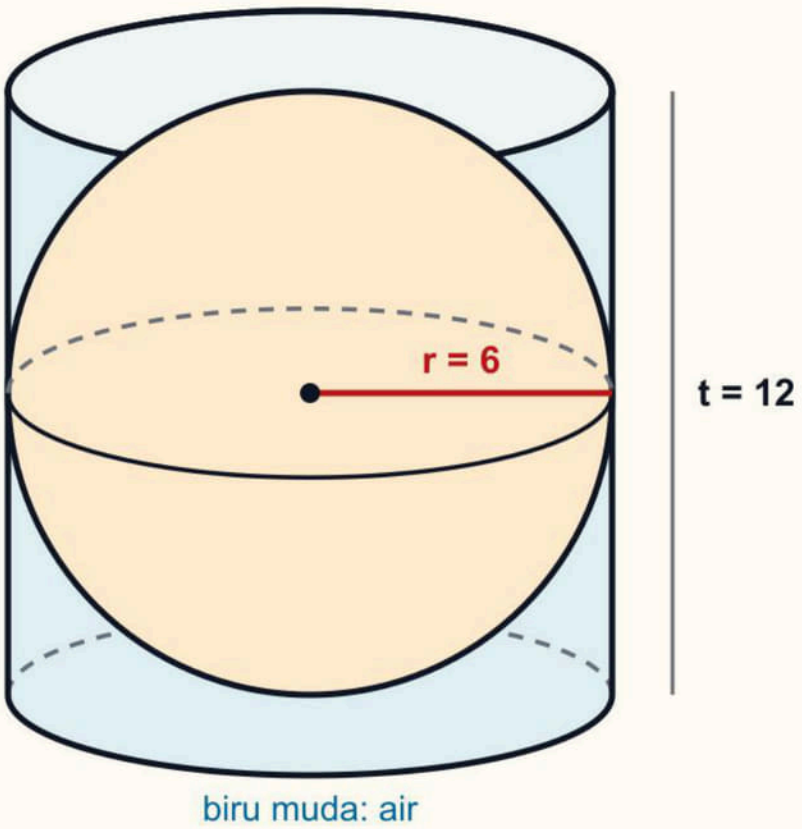
Jadi lidi itu muat, dan luas bidang diagonal $28\sqrt{2}$ cm².

6. Benda di dalam benda dan perubahan bentuk

Dua jenis pertanyaan sering muncul dalam soal bangun ruang SNBT.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- **Apakah benda A muat di dalam benda B?** Membandingkan volume saja **tidak cukup**. Volume B yang lebih besar adalah syarat perlu, tetapi bentuk juga harus muat: jari-jari benda di dalam tidak boleh melebihi jari-jari wadah, dan tingginya tidak boleh melebihi tinggi wadah. Bola berjari-jari r, misalnya, memerlukan wadah yang lebar dalamnya paling sedikit $2r$ dan tingginya paling sedikit $2r$.
- **Isi dipindahkan ke wadah lain.** Air yang dituang dari satu wadah ke wadah lain tetap volumenya. Samakan volume, lalu cari ukuran yang ditanya.



Gambar 3.56 Bola berjari-jari 6 tepat menyentuh dinding, alas, dan bibir tabung setinggi 12.

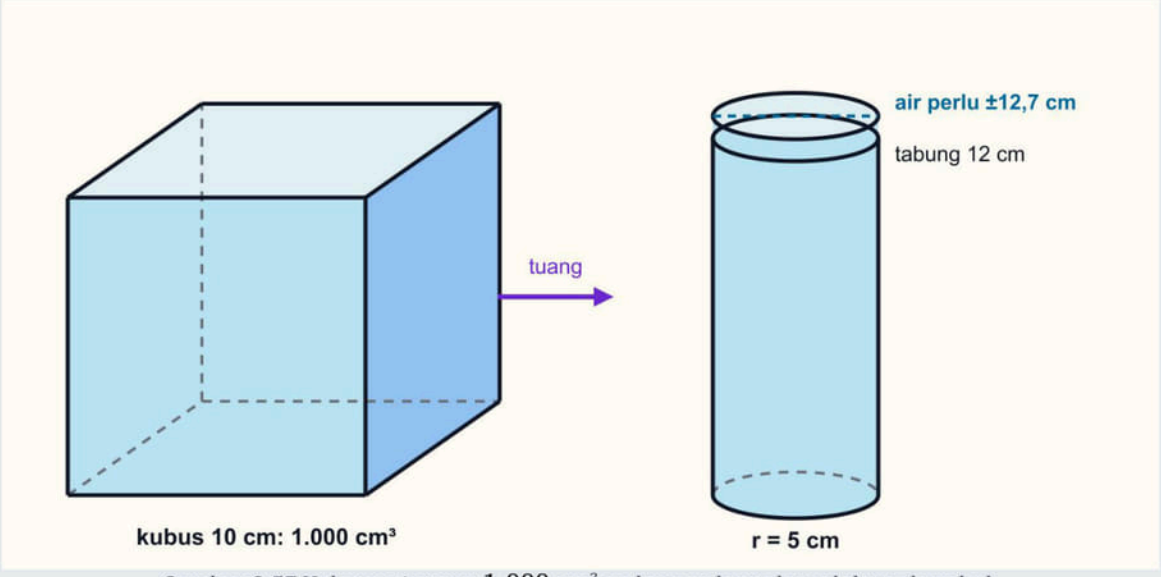
Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Sebuah bola pejal berjari-jari 6 cm dimasukkan ke dalam wadah tabung tanpa tutup berjari-jari 6 cm dan bertinggi 12 cm (lihat Gambar 3.56). Wadah lalu diisi air sampai penuh. Berapa volume air yang diperlukan, dan berapa bagian volume tabung yang ditempati bola?

1. Periksa dulu apakah bola muat: diameter bola 12 cm sama dengan diameter tabung (2×6) dan sama dengan tinggi tabung. Jadi bola tepat muat dan tidak menonjol keluar.
2. Volume tabung $= \pi \times 6^2 \times 12 = 432\pi$ cm³.
3. Volume bola $= \dfrac{4}{3}\pi \times 6^3 = \dfrac{4}{3} \times 216\pi = 288\pi$ cm³.
4. Air mengisi ruang yang tidak ditempati bola: $432\pi - 288\pi = 144\pi$ cm³, kira-kira 452 cm³.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Bagian yang ditempati bola: $\dfrac{288\pi}{432\pi} = \dfrac{2}{3}$.
6. Cek ulang dengan hubungan Archimedes: bola yang tepat masuk tabung menempati $\dfrac{2}{3}$ tabung. Cocok.

Jadi air yang diperlukan 144π cm³, dan bola menempati $\dfrac{2}{3}$ volume tabung.



Gambar 3.57 Volume air tetap 1.000 cm^3 walaupun bentuk wadahnya berubah.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Sebuah wadah kubus bersisi 10 cm penuh berisi air. Seluruh airnya dituang ke wadah tabung berjari-jari 5 cm (lihat Gambar 3.57). Berapa tinggi air di dalam tabung? Apakah tabung setinggi 12 cm cukup untuk menampung semua air? Gunakan $\pi \approx 3{,}14$.

1. Volume air = volume kubus = $10^3 = 1.000$ cm³. Air tidak bertambah atau berkurang saat dituang.
2. Di dalam tabung, air membentuk tabung berjari-jari 5 dengan tinggi h yang dicari. Volumenya $\pi \times 5^2 \times h = 78{,}5h$.
3. Samakan: $78{,}5h = 1.000$, jadi $h = \dfrac{1.000}{78{,}5} \approx 12{,}7$ cm.
4. Tinggi air yang diperlukan sekitar $12{,}7$ cm, lebih dari 12 cm. Jadi tabung setinggi 12 cm **tidak cukup**; air akan tumpah.
5. Cek ulang: tabung setinggi 12 cm hanya memuat $78{,}5 \times 12 = 942$ cm³, kurang dari 1.000 cm³. Kesimpulannya sama.

Jadi tinggi air sekitar $12{,}7$ cm, dan tabung setinggi 12 cm tidak cukup.

7. Bila semua ukuran diperbesar

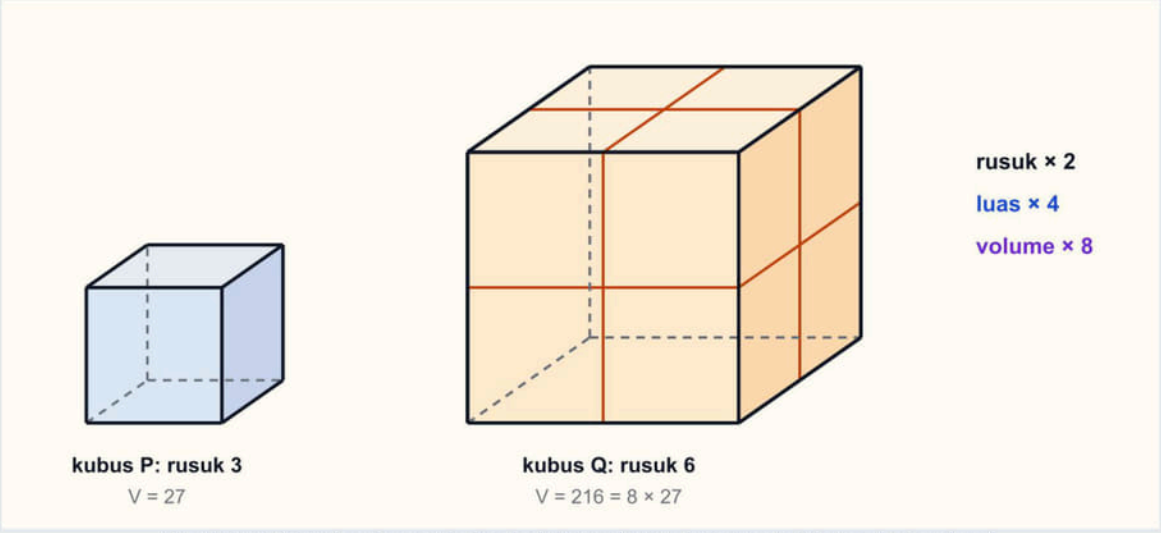
Di sub bab 3.2 kamu melihat bahwa bila sisi segitiga dikali k, luasnya dikali k^2. Bangun ruang menambah satu langkah lagi. Bila **semua** ukuran sebuah bangun ruang (panjang, lebar, tinggi, jari-jari) dikali k, maka:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- setiap panjang (rusuk, diagonal, garis pelukis) dikali k;
- setiap luas (luas sisi, luas permukaan) dikali k^2, karena luas adalah hasil kali dua panjang;
- volume dikali k^3, karena volume adalah hasil kali tiga panjang.

Alasannya terlihat pada balok: $V = p \times l \times t$. Bila ketiganya dikali k, volumenya menjadi $(kp)(kl)(kt) = k^3 \times plt$. Gagasan ini menjelaskan kejadian sehari-hari. Semangka yang diameternya dua kali semangka lain beratnya kira-kira delapan kali, bukan dua kali, padahal kulitnya hanya sekitar empat kali lebih luas.

Hati-hati: aturan ini hanya berlaku bila **semua** ukuran dikali faktor yang sama. Bila hanya jari-jari tabung yang dilipatduakan sementara tingginya tetap, volume menjadi $\pi(2r)^2 t = 4\pi r^2 t$, yaitu empat kali, bukan delapan kali. Bila hanya tingginya yang dilipatduakan, volume menjadi dua kali.



Gambar 3.58 Kubus berusuk dua kali lipat dapat diisi tepat delapan kubus kecil.

Contoh terselesaikan 8 (menengah). Kubus P berusuk 3 cm. Kubus Q berusuk dua kali rusuk P (lihat Gambar 3.58). Berapa kali luas permukaan dan volume kubus Q dibandingkan kubus P? Lalu, bila jari-jari sebuah tabung dilipatduakan dan tingginya dibuat setengahnya, apa yang terjadi pada volumenya?

1. Rusuk $Q = 2 \times 3 = 6$ cm, jadi faktor perbesarannya $k = 2$.
2. Luas permukaan $P = 6 \times 3^2 = 54$ cm², dan $Q = 6 \times 6^2 = 216$ cm². Perbandingannya $\dfrac{216}{54} = 4 = 2^2$.
3. Volume $P = 3^3 = 27$ cm³, dan $Q = 6^3 = 216$ cm³. Perbandingannya $\dfrac{216}{27} = 8 = 2^3$.
4. Tabung: volume baru $= \pi(2r)^2 \times \dfrac{t}{2} = \pi \times 4r^2 \times \dfrac{t}{2} = 2\pi r^2 t$. Jadi volumenya menjadi dua kali, karena faktor 4 dari jari-jari dan faktor $\dfrac{1}{2}$ dari tinggi dikalikan:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$4 \times \frac{1}{2} = 2$.

5. Cek ulang langkah 3 dengan Gambar 3.58: kubus Q dapat dipotong menjadi $2 \times 2 \times 2 = 8$ kubus seukuran P. Cocok.

Jadi luas permukaan Q empat kali dan volumenya delapan kali kubus P, sedangkan volume tabung menjadi dua kali.

Ringkasan

- Prisma dan tabung: $V = L_{\text{alas}} \times t$. Limas dan kerucut: $V = \frac{1}{3} L_{\text{alas}} \times t$ (kubus terbagi enam limas). Bola: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.
- Luas permukaan = luas jaring-jaring: balok $2(pl + pt + lt)$, tabung $2\pi r^2 + 2\pi rt$, kerucut $\pi r^2 + \pi rs$, bola $4\pi r^2$.
- Garis pelukis kerucut $s = \sqrt{r^2 + t^2}$; tinggi sisi tegak limas $\neq$ tinggi limas.
- Diagonal ruang balok $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$, kubus $s\sqrt{3}$.
- "Muat di dalam" memerlukan ukuran (jari-jari dan tinggi), bukan hanya volume.
- 1 liter = 1.000 cm^3. Bila semua ukuran dikali k: panjang $\times k$, luas $\times k^2$, volume $\times k^3$.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tulis rumus dengan huruf dulu, baru angka.** Misalnya $V = \frac{1}{3}\pi r^2 t$, lalu substitusi. Ini mencegah faktor $\frac{1}{3}$ terlupa.
2. **Balik rumus bila yang diketahui volume.** Dari $V = \frac{1}{3} \times L_{\text{alas}} \times t$ diperoleh $t = \frac{3V}{L_{\text{alas}}}$.
3. **Cari segitiga siku-siku tersembunyi.** Garis pelukis, tinggi sisi tegak, dan diagonal ruang semuanya sisi miring sebuah segitiga siku-siku.
4. **Untuk soal "muat", bandingkan setiap ukuran.** Periksa diameter dan tinggi, bukan hanya volume.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Lupa $\frac{1}{3}$ pada kerucut/limas	$V = \pi \times 36 \times 8 = 288\pi$	$V = \frac{1}{3} \times 288\pi = 96\pi$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tinggi limas dipakai sebagai tinggi sisi tegak	sisi tegak $\frac{1}{2} \times 10 \times 12$	tinggi sisi tegak 13: $\frac{1}{2} \times 10 \times 13$
Jari-jari tertukar dengan diameter	$V = \pi \times 10^2 \times t$ untuk $d = 10$	$r = 5$
"Muat" diputuskan dari volume saja	bola $r = 3$ (36π) muat di tabung $r = 2, t = 10$ (40π)	diameter bola 6 lebih dari lebar tabung 4: tidak muat
Satuan luas dan volume tertukar	luas 158 cm³	luas cm², volume cm³

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 17 memberikan luas alas dan volume kerucut. Dari luas alas, temukan jari-jari; dari rumus volume dengan faktor $\frac{1}{3}$, temukan tinggi. Pernyataan ketiga menanyakan apakah sebuah tabung dengan volume tertentu dapat memuat kerucut itu. Ingat bagian 6: volume yang cukup belum tentu berarti muat. Tanyakan tabung seperti apa yang volumenya demikian, dan apakah setidaknya ada satu tabung dengan volume itu yang ukurannya cukup.

Rujukan: soal nomor 17 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 18 memberikan jari-jari dan volume tabung. Tinggi diperoleh dengan membalik rumus volume, lalu luas selimut dihitung dengan $2\pi rt$. Untuk pernyataan tentang kubus, bayangkan alas tabung dilihat dari atas: berapa kubus bersisi tertentu yang dapat diletakkan berdampingan di dalam lingkaran alas, dan apakah tinggi tabung cukup untuk menumpuknya? Gambar sketsa tampak atas akan sangat membantu.

Rujukan: soal nomor 18 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 11 adalah bagian dari kelompok soal limas beralas segitiga KLM (nomor 9–11). Luas alas sudah dibahas pada soal nomor 10 (sub bab 3.2). Balik rumus volume limas seperti strategi nomor 2: tinggi sama dengan tiga kali volume dibagi luas alas. Pilihan jawaban berbentuk akar adalah pengecoh bagi yang memakai luas alas yang salah.

Rujukan: soal nomor 11 pada Simulasi 2 ("Suatu limas dengan volume 30 memiliki alas berupa daerah ..."); pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji empat besaran balok sekaligus: tinggi dari volume, luas permukaan, diagonal ruang, dan bidang diagonal.

►. Sebuah balok $ABCD.EFGH$ memiliki panjang $AB = 12$ cm, lebar $BC = 4$ cm, dan volume 144 cm³. Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Tinggi balok adalah 3 cm.
(2) Luas permukaan balok adalah 192 cm².

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(3) Panjang diagonal ruang AG adalah 13 cm.
(4) Luas bidang diagonal $ACGE$ lebih dari 36 cm^2.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Pembahasan **Kunci: E**

Yang diketahui: balok dengan $p = 12$ cm, $l = 4$ cm, volume 144 cm^3. **Yang ditanya:** pernyataan mana yang benar.

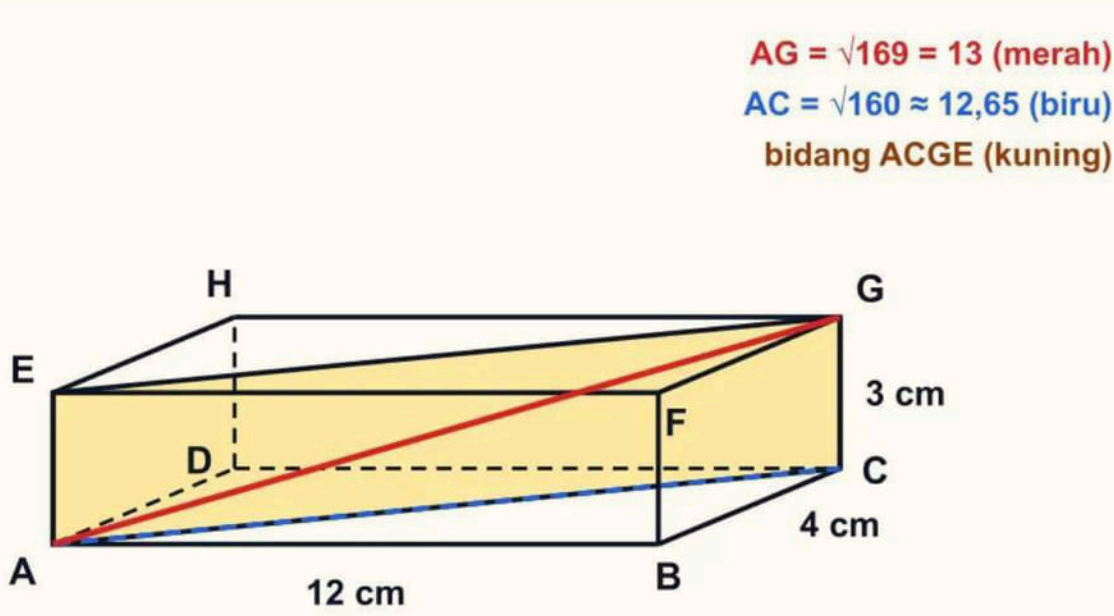
Konsep 1 – Balok dengan panjang p, lebar l, tinggi t: volume $= p \times l \times t$; luas permukaan $= 2(pl + pt + lt)$, karena ada enam sisi dan setiap pasang sisi yang berhadapan sama luasnya.

Konsep 2 – Diagonal. Diagonal sisi alas $AC = \sqrt{p^2 + l^2}$ (Pythagoras pada segitiga ABC yang siku-siku di B). Diagonal ruang $AG = \sqrt{AC^2 + t^2} = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$ (Pythagoras pada segitiga ACG yang siku-siku di C).
Contoh kecil: kubus berusuk 1 memiliki diagonal sisi $\sqrt{2}$ dan diagonal ruang $\sqrt{3}$.

Konsep 3 – Bidang diagonal $ACGE$ berbentuk persegi panjang dengan sisi AC dan CG (sama dengan tinggi balok).

Langkah penyelesaian:
1. **Pernyataan (1):** $12 \times 4 \times t = 144 \rightarrow 48t = 144 \rightarrow t = 3 \rightarrow$ **benar**.
2. **Pernyataan (2):** $2(12 \times 4 + 12 \times 3 + 4 \times 3) = 2(48 + 36 + 12) = 2 \times 96 = 192 \rightarrow$ **benar**.
Jebakan: lupa mengalikan 2 sehingga mendapat 96 dan mengira pernyataan salah.
3. **Pernyataan (3):** $AG = \sqrt{12^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{144 + 16 + 9} = \sqrt{169} = 13 \rightarrow$ **benar**.
4. **Pernyataan (4):** $AC = \sqrt{144 + 16} = \sqrt{160}$. Karena $12^2 = 144 < 160$, maka $\sqrt{160} > 12$. Luas $ACGE = AC \times CG = \sqrt{160} \times 3 > 12 \times 3 = 36 \rightarrow$ **benar** (nilainya sekitar $12{,}65 \times 3 \approx 37{,}9$ cm^2). **Jebakan:** memakai panjang $AB = 12$ sebagai sisi bidang diagonal, sehingga luasnya tepat 36 dan dikira "tidak lebih dari 36".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



5. Keempat pernyataan benar.

Cek ulang: $AG^2 = AC^2 + CG^2 = 160 + 9 = 169$, sama dengan 13^2 ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ (1), (2), dan (3): melewatkan (4). **Jebakan:** sisi bidang diagonal dikira AB.
- B ✗ (1) dan (3): melewatkan (2) dan (4). **Jebakan:** luas permukaan lupa dikali 2.
- C ✗ (2) dan (4): melewatkan (1) dan (3) yang juga benar.
- D ✗ (4) saja: tiga pernyataan lain juga benar.
- E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

✎ LATIHAN

Gambar ulang setiap bangun dan tulis ukurannya sebelum menghitung. Pada soal bola dan wadah, periksa ukurannya, bukan hanya volumenya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Sebuah bola pejal mempunyai volume 36π cm^3. Sebuah wadah berbentuk tabung tanpa tutup mempunyai jari-jari alas 4 cm dan volume 112π cm^3.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Jari-jari bola lebih dari 4 cm.
(2) Bola dapat dimasukkan seluruhnya ke dalam wadah.
(3) Luas permukaan bola lebih dari 40π cm^2.
(4) Jika bola diletakkan di dalam wadah, air yang dapat dituangkan sampai wadah penuh adalah 76π cm^3.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

2. Sebuah balok $ABCD.EFGH$ mempunyai panjang $AB = 6$ cm, lebar $BC = 3$ cm, dan tinggi $AE = 2$ cm.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

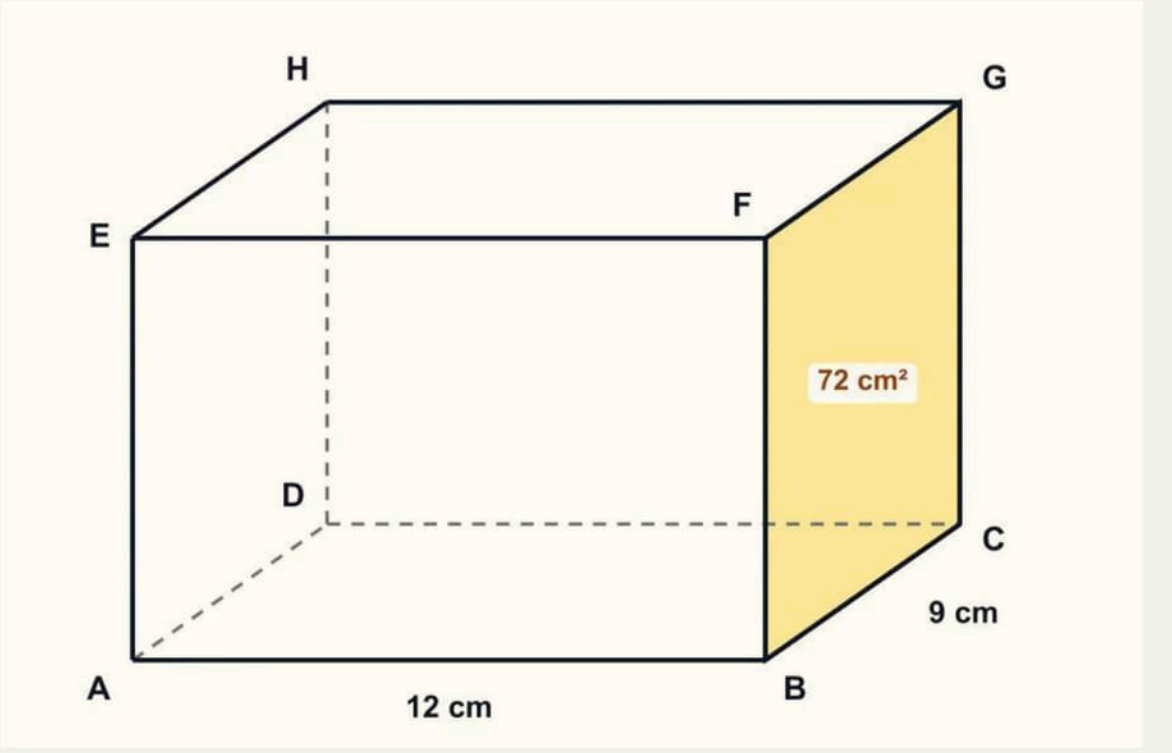
Pernyataan	Benar	Salah
Panjang diagonal ruang AG adalah 7 cm.	○	○
Luas permukaan balok adalah 36 cm^2.	○	○
Kubus yang luas permukaannya sama dengan luas permukaan balok ini mempunyai panjang rusuk $2\sqrt{3}$ cm.	○	○

Bacaan untuk soal nomor 3

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Sebuah kotak kayu berbentuk balok $ABCD.EFGH$ seperti pada gambar berikut mempunyai panjang $AB = 12$ cm dan lebar $BC = 9$ cm. Sisi $BCGF$ (diarsir) mempunyai luas 72 cm^2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. Volume kotak kayu tersebut adalah .... cm^3.

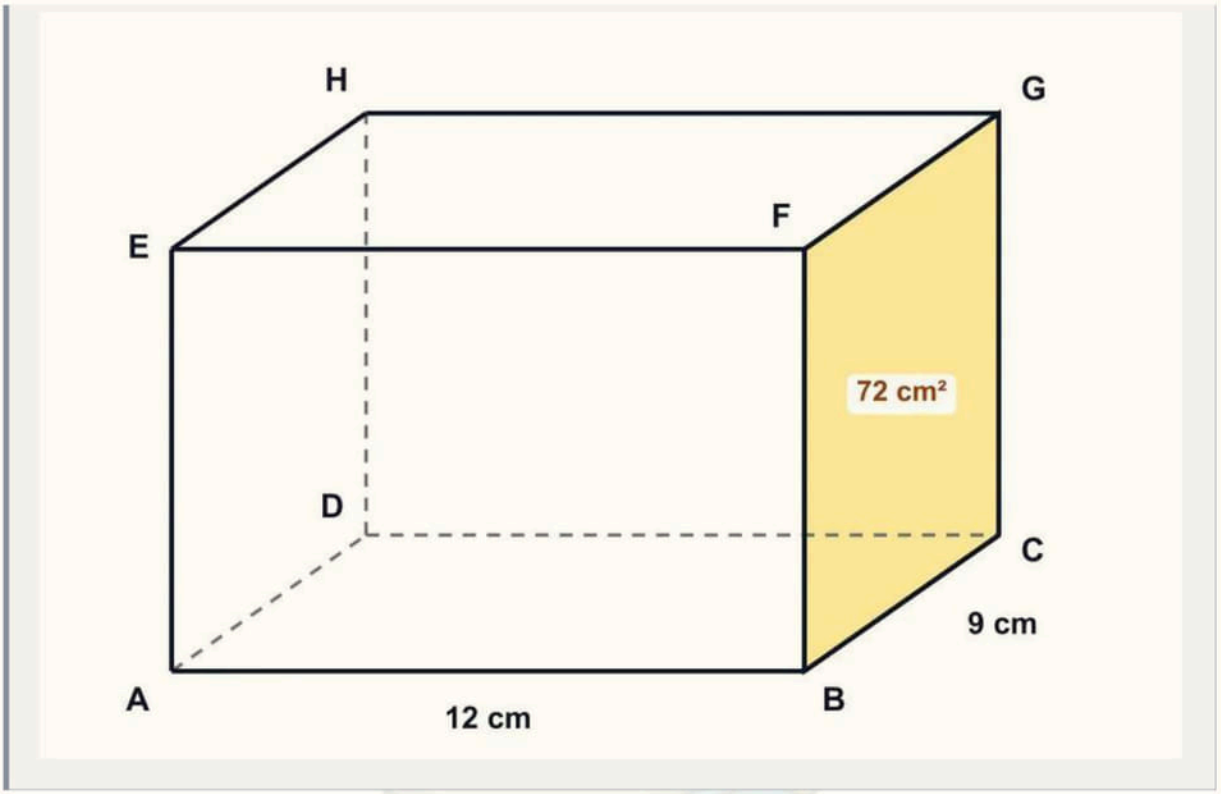
A. 288
B. 552
C. 648
D. 864
E. 7.776

Bacaan untuk soal nomor 4

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Sebuah kotak kayu berbentuk balok $ABCD.EFGH$ seperti pada gambar berikut mempunyai panjang $AB = 12$ cm dan lebar $BC = 9$ cm. Sisi $BCGF$ (diarsir) mempunyai luas 72 cm^2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



4. Panjang diagonal ruang AG adalah .... cm.

A. 15
B. 17
C. 23
D. 29
E. 289

Kunci singkat: 1. C 2. 1B 2S 3B 3. D 4. B

✔ PERIKSA DIRI

1. Jelaskan dengan kubus yang dibagi enam mengapa volume limas sepertiga volume prisma.
2. Mengapa selimut tabung, bila dibuka, berbentuk persegi panjang dengan panjang $2\pi r$?
3. Sebuah benda bervolume lebih kecil daripada sebuah wadah. Apakah benda itu pasti muat? Berikan contoh.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.5: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.5

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis

SNBTPK-3.6

◎ APA YANG DIUJI

Geometri analitik, yaitu geometri yang dikerjakan pada bidang koordinat, adalah subtopik yang **paling sering** muncul pada soal asli PK 2024–2026: sembilan soal. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 5 dan 6 (Simulasi 1 nomor 5 dan 6) mendefinisikan jarak vertikal dan jarak horizontal sebuah titik ke garis. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 9 dan 10 (Simulasi 1 nomor 9 dan 10) menanyakan sifat daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 20 (Simulasi 1 nomor 20) berbentuk kecukupan data tentang garis yang memotong segitiga. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 7, 8, dan 9 (Simulasi 2 nomor 7–9) menanyakan gradien garis, garis yang tegak lurus, dan jarak titik ke sisi segitiga. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 4 (Simulasi 3 nomor 4) menanyakan fungsi linear yang melalui dua titik. Karena porsinya besar, sub bab ini adalah sub bab terpanjang di Bab 3.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menghitung jarak dan titik tengah dua titik, dengan rumus yang diturunkan dari teorema Pythagoras;
- menghitung gradien sebagai "naik dibagi maju", memahami arti tandanya, dan menyusun persamaan garis;
- memakai syarat garis sejajar ($m_1 = m_2$) dan tegak lurus ($m_1 m_2 = -1$) beserta alasannya;
- menghitung luas bangun dan jarak titik ke garis pada bidang koordinat, serta membaca daerah penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai empat bekal.

1. **Bidang koordinat** (sub bab 0.4). Titik (x, y): x langkah mendatar, y langkah tegak dari $O(0, 0)$. Jarak mendatar dua titik adalah selisih x-nya; jarak tegak adalah selisih y-nya. Contoh: dari $(-2, 1)$ ke $(4, 1)$ jaraknya $4 - (-2) = 6$.
2. **Teorema Pythagoras** (sub bab 3.2): $a^2 + b^2 = c^2$ pada segitiga siku-siku.
3. **Persamaan linear dan sistem dua persamaan** (sub bab 0.3 dan 2.4). Contoh: dari $y = x + 1$ dan $y = 7 - 2x$, samakan ruas kanan: $x + 1 = 7 - 2x$, jadi $3x = 6$, $x = 2$, dan $y = 3$.
4. **Pertidaksamaan** (sub bab 0.3 dan 2.3). Mengalikan atau membagi dengan bilangan negatif membalik tanda pertidaksamaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Jarak dua titik: Pythagoras pada bidang koordinat

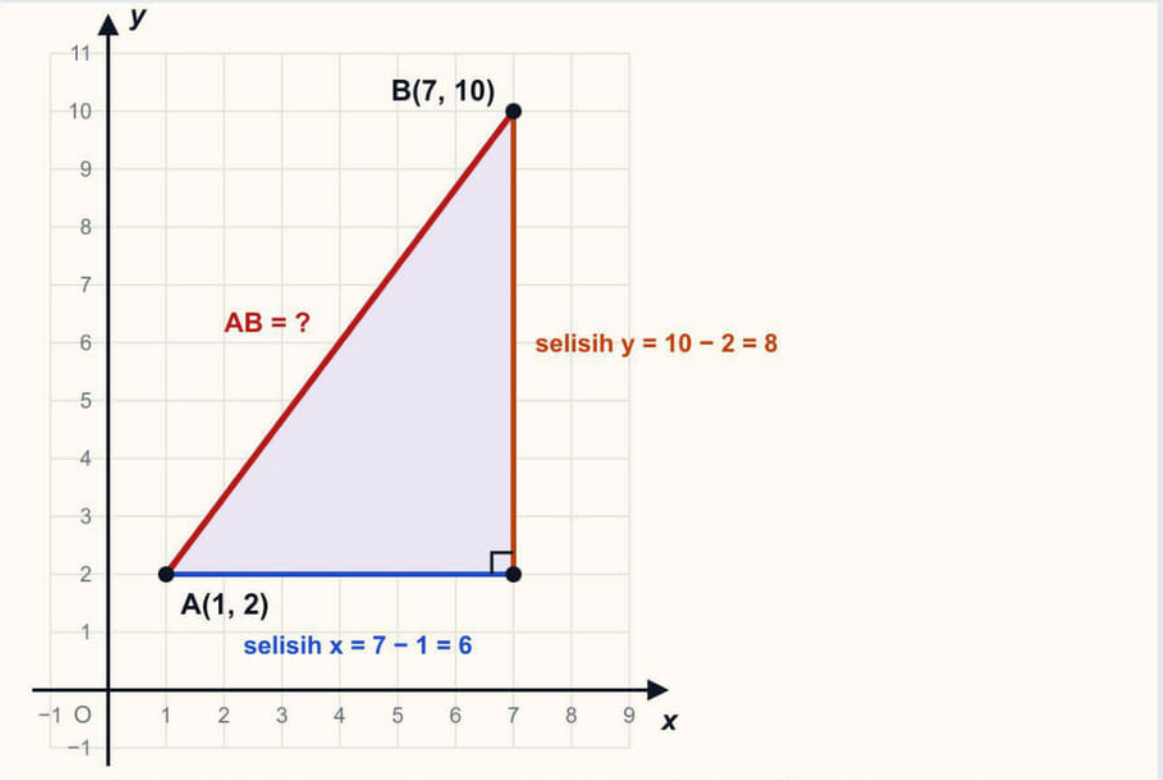
Di sub bab 0.4 kamu menghitung jarak dua titik yang segaris mendatar atau tegak. Bagaimana bila kedua titik terletak miring? Ambil titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$. Tarik garis mendatar dari A dan garis tegak dari B; keduanya bertemu di titik $C(x_2, y_1)$. Segitiga ACB siku-siku di C, karena garis mendatar dan garis tegak saling tegak lurus.

- Sisi mendatar AC panjangnya selisih x: $|x_2 - x_1|$.
- Sisi tegak CB panjangnya selisih y: $|y_2 - y_1|$.
- Sisi miring AB adalah jarak yang dicari.

Pythagoras memberi rumus jarak:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Tanda mutlak tidak diperlukan di dalam rumus, karena selisih negatif pun menjadi positif setelah dikuadratkan. Urutan titik juga tidak berpengaruh: $(x_2 - x_1)^2 = (x_1 - x_2)^2$.



Gambar 3.59 Selisih x dan selisih y menjadi sisi siku-siku; jarak AB adalah sisi miringnya.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Hitung jarak titik $A(1, 2)$ dan $B(7, 10)$ (lihat Gambar 3.59).

1. Selisih x: $7 - 1 = 6$. Ini panjang sisi mendatar segitiga bantu.
2. Selisih y: $10 - 2 = 8$. Ini panjang sisi tegaknya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$.
4. Cek ulang dengan tripel: $6, 8, 10$ adalah kelipatan $3, 4, 5$. Cocok.

Jadi jarak $AB = 10$ satuan.

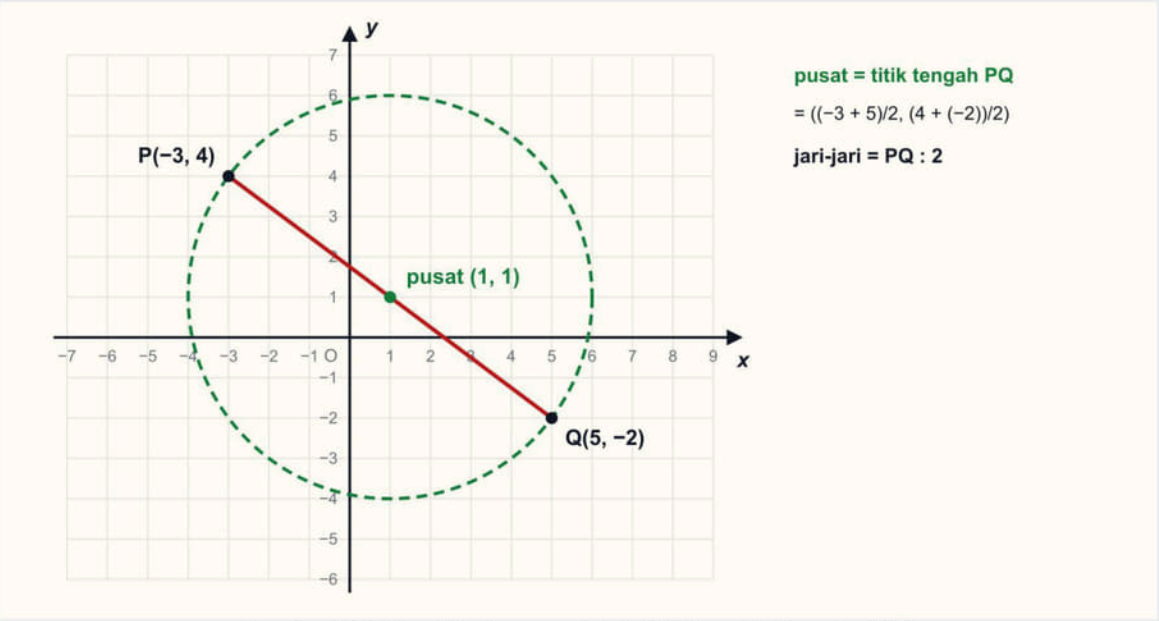
2. Titik tengah

Titik tengah ruas garis AB terletak tepat di tengah-tengah, baik secara mendatar maupun tegak. Secara mendatar, titik di tengah antara x_1 dan x_2 adalah rata-rata keduanya; begitu pula secara tegak. Jadi

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right).$$

Contoh kecil: titik tengah antara 2 dan 8 pada garis bilangan adalah 5, karena $\dfrac{2+8}{2} = 5$, dan 5 berjarak 3 dari keduanya.

Rumus ini juga dapat dibalik untuk mencari ujung yang belum diketahui. Bila M titik tengah AB dan A diketahui, maka perjalanan dari A ke M diulang sekali lagi untuk tiba di B. Contoh: $A(1, 2)$ dan $M(4, 3)$. Dari A ke M bergerak 3 ke kanan dan 1 ke atas, jadi dari M bergerak lagi 3 ke kanan dan 1 ke atas: $B(7, 4)$. Cek: $\dfrac{1+7}{2} = 4$ dan $\dfrac{2+4}{2} = 3$.



Gambar 3.60 Pusat lingkaran adalah titik tengah diameter PQ.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Ruas garis PQ dengan $P(-3, 4)$ dan $Q(5, -2)$ adalah diameter sebuah lingkaran (lihat Gambar 3.60). Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran itu.

1. Pusat lingkaran terletak di tengah diameter, jadi pusat $=$ titik tengah PQ.
2. Titik tengah: $\left(\dfrac{-3+5}{2}, \dfrac{4+(-2)}{2} \right) = \left(\dfrac{2}{2}, \dfrac{2}{2} \right) = (1, 1)$.
3. Panjang diameter: $PQ = \sqrt{(5-(-3))^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Jari-jari $= \dfrac{10}{2} = 5$.
5. Cek ulang: jarak pusat $(1, 1)$ ke $P(-3, 4)$ adalah $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$. Sama dengan jari-jari.

Jadi pusatnya $(1, 1)$ dan jari-jarinya 5.

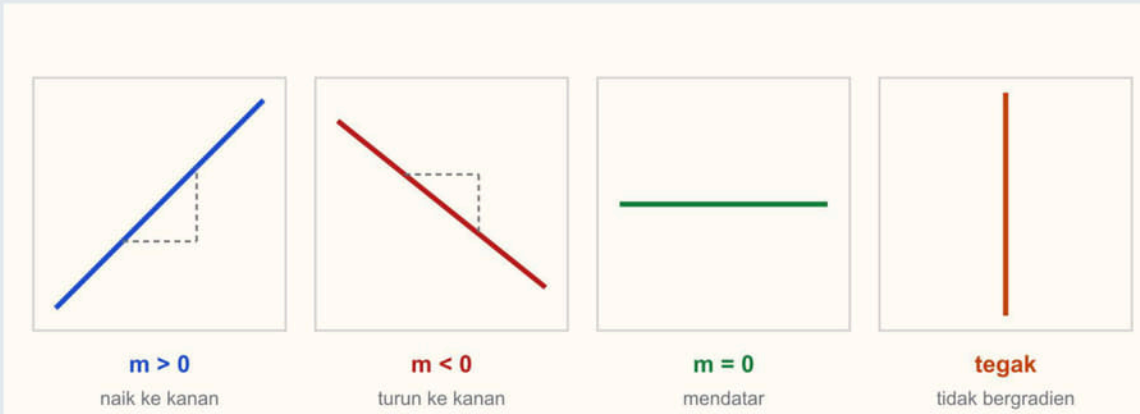
3. Gradien: naik dibagi maju

Gradien (kemiringan) sebuah garis menyatakan seberapa curam garis itu. Bayangkan berjalan di sepanjang garis dari kiri ke kanan. Setiap kali kamu **maju** sejumlah langkah ke kanan, garis **naik** (atau turun) sejumlah langkah. Gradien adalah perbandingan keduanya:

$$m = \frac{\text{naik}}{\text{maju}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Arti tanda gradien (lihat Gambar 3.61):

1. $m > 0$: garis **naik** dari kiri ke kanan. Makin besar m, makin curam.
2. $m < 0$: garis **turun** dari kiri ke kanan.
3. $m = 0$: garis **mendatar**, karena tidak naik sama sekali.
4. Garis **tegak** tidak memiliki gradien, karena "maju"-nya nol dan pembagian dengan nol tidak didefinisikan (sub bab 0.1).

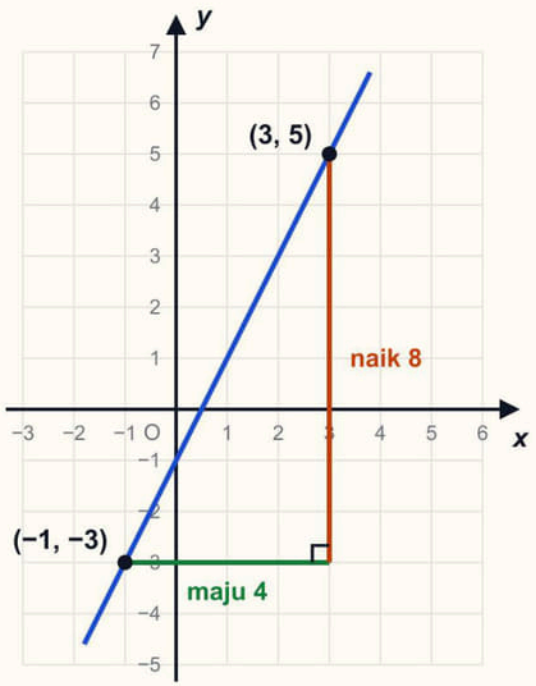


Gambar 3.61 Gradien positif, negatif, nol, dan garis tegak (tidak bergradien).

Mengapa gradien sama di mana pun pada garis? Ambil dua "anak tangga" berbeda di sepanjang garis yang sama. Keduanya membentuk segitiga siku-siku dengan sudut miring yang sama, jadi keduanya sebangun (sub bab 3.2). Perbandingan sisi tegak dan sisi mendatarnya sama. Itulah sebabnya kamu boleh memilih dua titik mana saja pada garis untuk menghitung gradien.

Gradien juga muncul di kehidupan sehari-hari. Rambu jalan "tanjakan 10%" berarti jalan naik 10 meter setiap maju 100 meter mendatar: gradiennya $\dfrac{10}{100} = 0{,}1$. Bidang miring untuk kursi roda dibuat landai, dengan gradien kecil, agar mudah didorong.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.62 Dari $(-1, -3)$ ke $(3, 5)$: maju 4, naik 8.

Contoh terselesaikan 3 (dasar). Tentukan gradien garis yang melalui titik $(-1, -3)$ dan $(3, 5)$ (lihat Gambar 3.62).

1. Maju (selisih x): $3 - (-1) = 4$.
2. Naik (selisih y): $5 - (-3) = 8$.
3. $m = \dfrac{8}{4} = 2$.
4. Cek ulang dengan urutan titik dibalik: $\dfrac{-3 - 5}{-1 - 3} = \dfrac{-8}{-4} = 2$. Hasilnya sama, asalkan urutan pada pembilang dan penyebut **sama**.
5. Cek arah: gradien positif berarti garis naik ke kanan. Pada Gambar 3.62 garisnya memang naik.

Jadi gradiennya 2: setiap maju 1 langkah, garis naik 2 langkah. Jebakan yang sering terjadi adalah mencampur urutan, misalnya $\dfrac{5 - (-3)}{-1 - 3} = -2$, sehingga tandanya terbalik.

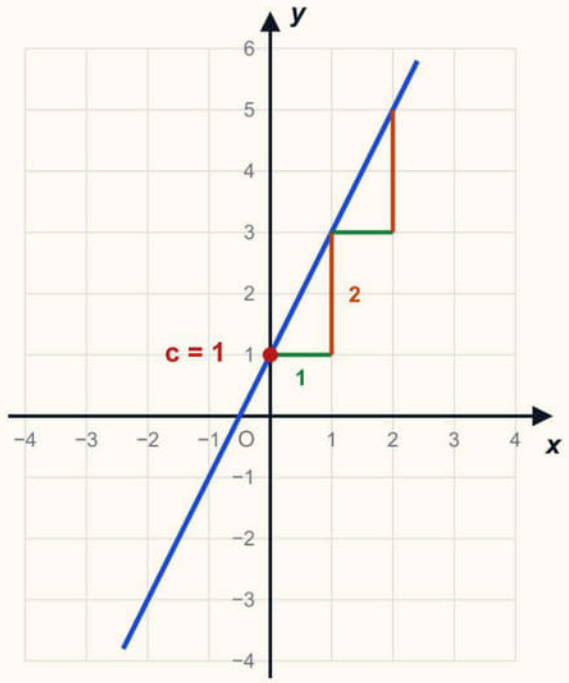
4. Persamaan garis

Setiap garis tidak tegak dapat ditulis dalam bentuk

$$y = mx + c,$$

dengan m gradien dan c **titik potong sumbu-y** (lihat Gambar 3.63). Arti c terlihat bila $x = 0$ disubstitusikan: $y = m \times 0 + c = c$, jadi garis melalui $(0, c)$. Arti m: bila x bertambah 1, y bertambah m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.63 Garis $y = 2x + 1$: memotong sumbu-y di $(0, 1)$ dan naik 2 setiap maju 1.

Garis melalui satu titik dengan gradien diketahui. Misalkan garis bergradien m melalui titik (x_1, y_1). Untuk sembarang titik (x, y) lain pada garis itu, gradien antara kedua titik harus m: $\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = m$. Kalikan kedua ruas dengan $(x - x_1)$:

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

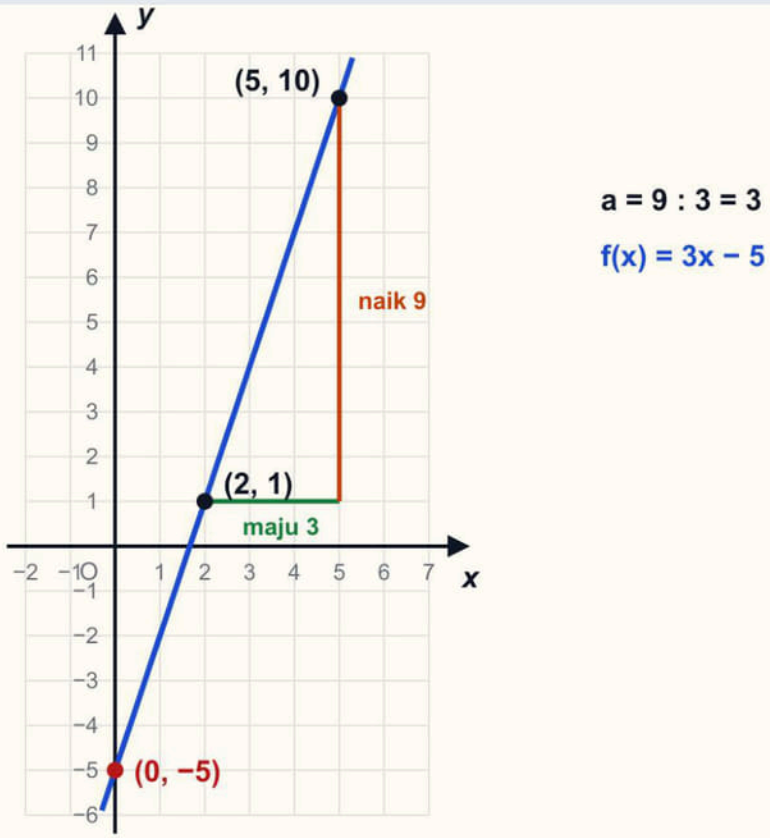
Garis melalui dua titik. Hitung gradien dari kedua titik, lalu pakai rumus di atas dengan salah satu titik.

Bentuk umum $ax + by = c$ juga sering dipakai di pilihan jawaban. Untuk membaca gradiennya, ubah ke bentuk $y = \ldots$: $by = -ax + c$, jadi $y = -\dfrac{a}{b}x + \dfrac{c}{b}$, dan $m = -\dfrac{a}{b}$. Titik potong sumbu didapat dengan mensubstitusi $x = 0$ (untuk sumbu-y) atau $y = 0$ (untuk sumbu-x).

Satu hal penting: **fungsi linear** $f(x) = ax + b$ adalah persamaan garis $y = ax + b$. "Grafik f melalui titik (p, q)" artinya $f(p) = q$.

Dalam soal cerita, gradien bermakna **laju perubahan** dan c bermakna **nilai awal**. Misalkan tarif sebuah taksi daring adalah Rp7.000 saat pintu ditutup ditambah Rp4.000 untuk setiap kilometer. Bila x jarak tempuh (km) dan y tarif (rupiah), maka $y = 4.000x + 7.000$. Gradien 4.000 berarti tarif naik Rp4.000 setiap maju 1 km, dan $c = 7.000$ adalah tarif ketika $x = 0$. Perjalanan 5 km bertarif $4.000 \times 5 + 7.000 = 27.000$ rupiah. Grafiknya berupa garis lurus karena kenaikannya selalu sama untuk setiap kilometer; bila tarif per kilometer berubah-ubah, grafiknya tidak lagi lurus.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



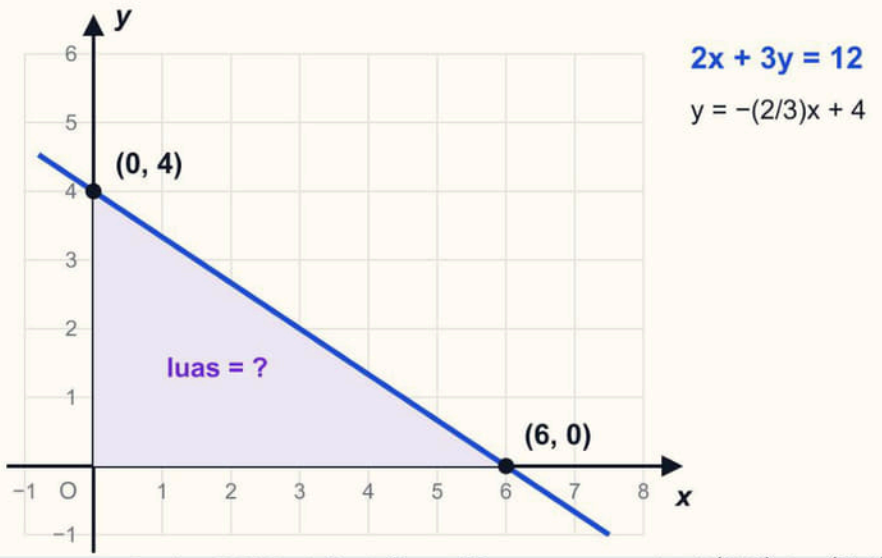
Gambar 3.64 Garis melalui $(2,1)$ dan $(5,10)$ memotong sumbu-y di $(0,-5)$.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Grafik fungsi linear $f(x) = ax + b$ melalui titik $(2,1)$ dan $(5,10)$ (lihat Gambar 3.64). Tentukan a, b, dan $f(0)$.

1. Koefisien a adalah gradien: $a = \dfrac{10-1}{5-2} = \dfrac{9}{3} = 3$.
2. Pakai titik $(2,1)$: $y - 1 = 3(x-2)$, jadi $y = 3x - 6 + 1 = 3x - 5$. Maka $b = -5$.
3. $f(0) = 3 \times 0 - 5 = -5$, yaitu titik potong sumbu-y.
4. Cek ulang dengan titik kedua: $f(5) = 15 - 5 = 10$. Cocok.
5. Cara lain sebagai pembanding: tulis dua persamaan $2a + b = 1$ dan $5a + b = 10$. Kurangkan: $3a = 9$, jadi $a = 3$ dan $b = 1 - 6 = -5$. Hasilnya sama.

Jadi $a = 3, b = -5$, dan $f(0) = -5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.65 Garis $2x + 3y = 12$ memotong sumbu di $(6, 0)$ dan $(0, 4)$.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Garis g memiliki persamaan $2x + 3y = 12$ (lihat Gambar 3.65). Tentukan gradiennya, titik potongnya dengan kedua sumbu, dan luas segitiga yang dibatasi garis g serta kedua sumbu.

1. Ubah ke bentuk $y = \ldots$: $3y = -2x + 12$, jadi $y = -\dfrac{2}{3}x + 4$. Gradiennya $-\dfrac{2}{3}$ (garis turun).
2. Titik potong sumbu-y: substitusi $x = 0$, diperoleh $3y = 12$, $y = 4$. Titiknya $(0, 4)$.
3. Titik potong sumbu-x: substitusi $y = 0$, diperoleh $2x = 12$, $x = 6$. Titiknya $(6, 0)$.
4. Segitiga dengan titik sudut $O(0,0)$, $(6,0)$, $(0,4)$ siku-siku di O. Luasnya $\dfrac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$.
5. Cek ulang gradien dari dua titik potong: $\dfrac{0-4}{6-0} = -\dfrac{4}{6} = -\dfrac{2}{3}$. Sama.

Jadi $m = -\dfrac{2}{3}$, titik potongnya $(6, 0)$ dan $(0, 4)$, dan luas segitiganya 12.

5. Garis sejajar dan garis tegak lurus

Sejajar. Dua garis sejajar memiliki kecuraman yang sama, jadi gradiennya sama: $m_1 = m_2$. Garis $y = 2x + 1$ dan $y = 2x - 3$ sejajar; keduanya naik 2 setiap maju 1, hanya titik potong sumbu-y-nya berbeda.

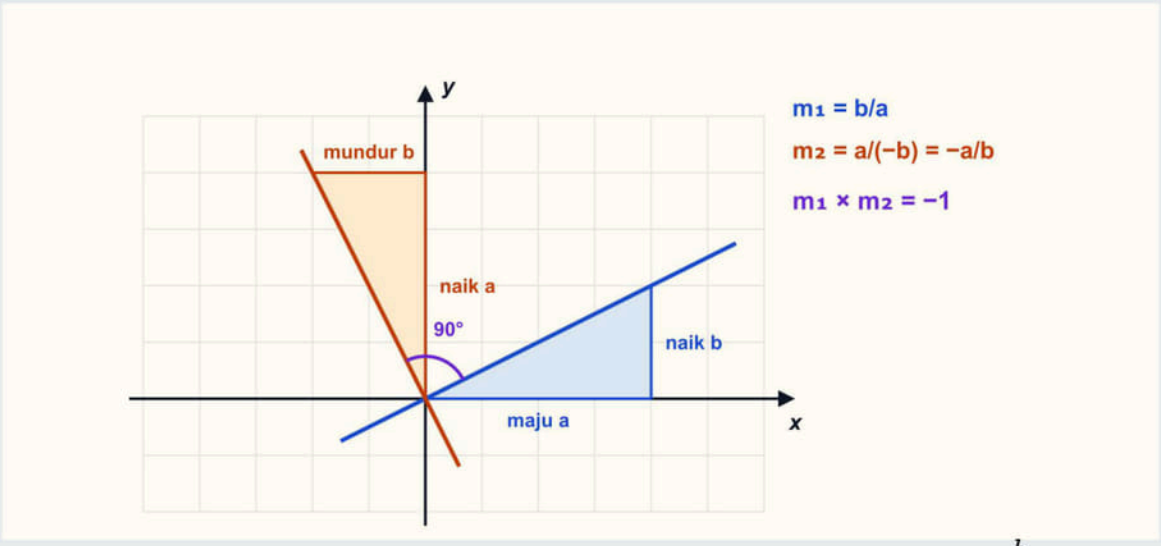
Tegak lurus. Dua garis (yang tidak mendatar atau tegak) saling tegak lurus bila

$$m_1 \times m_2 = -1, \quad \text{atau} \quad m_2 = -\frac{1}{m_1}.$$

Alasannya terlihat dengan memutar anak tangga (lihat Gambar 3.66). Misalkan garis pertama maju a dan naik b, jadi $m_1 = \dfrac{b}{a}$. Putar segitiga anak tangga itu 90° berlawanan

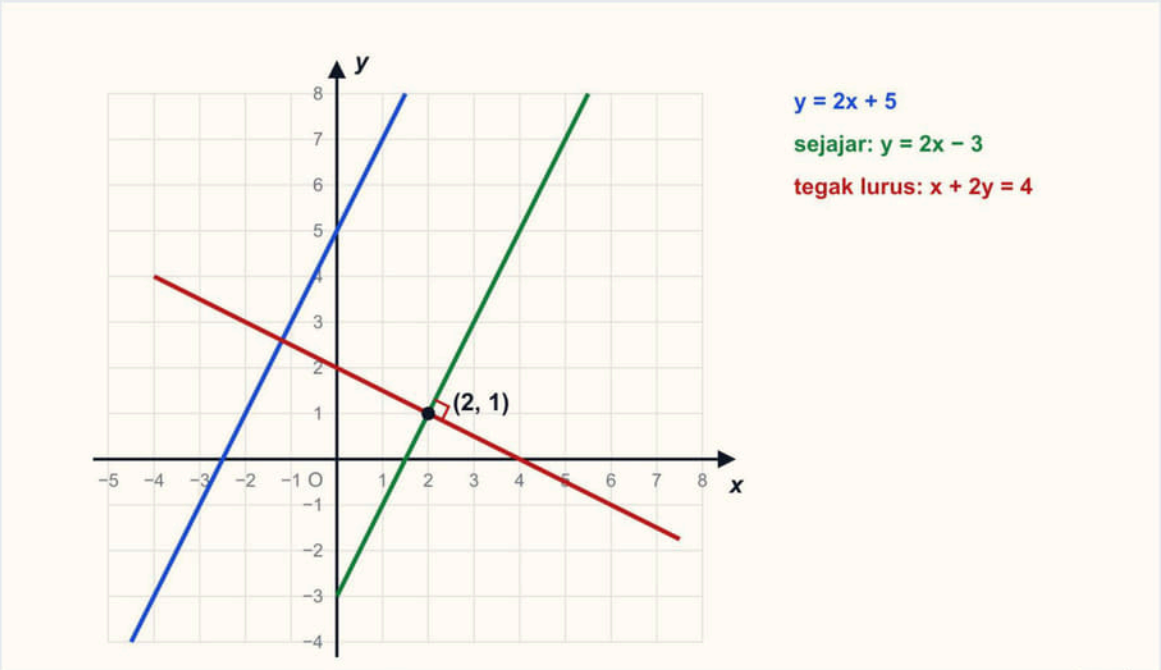
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

arah jarum jam. Garis yang diputar 90° tegak lurus garis semula. Setelah diputar, sisi "maju a" menjadi "naik a", dan sisi "naik b" menjadi "mundur b" (maju $-b$). Jadi gradien garis kedua $m_2 = \dfrac{a}{-b} = -\dfrac{a}{b}$. Hasil kalinya $m_1 m_2 = \dfrac{b}{a} \times \left(-\dfrac{a}{b}\right) = -1$.



Gambar 3.66 Anak tangga (maju a, naik b) diputar 90° menjadi (maju $-b$, naik a): gradien $\dfrac{b}{a}$ berubah menjadi $-\dfrac{a}{b}$.

Jadi gradien garis tegak lurus diperoleh dengan **dua langkah sekaligus**: dibalik (pembilang dan penyebut ditukar) **dan** tandanya diganti. Gradien 2 tegak lurus dengan $-\dfrac{1}{2}$; gradien $-\dfrac{3}{4}$ tegak lurus dengan $\dfrac{4}{3}$. Hanya membalik tanpa mengganti tanda, atau sebaliknya, adalah jebakan yang paling sering dipasang.



Gambar 3.67 Garis biru $y = 2x + 5$, garis hijau sejajar, garis merah tegak lurus; keduanya melalui $(2, 1)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

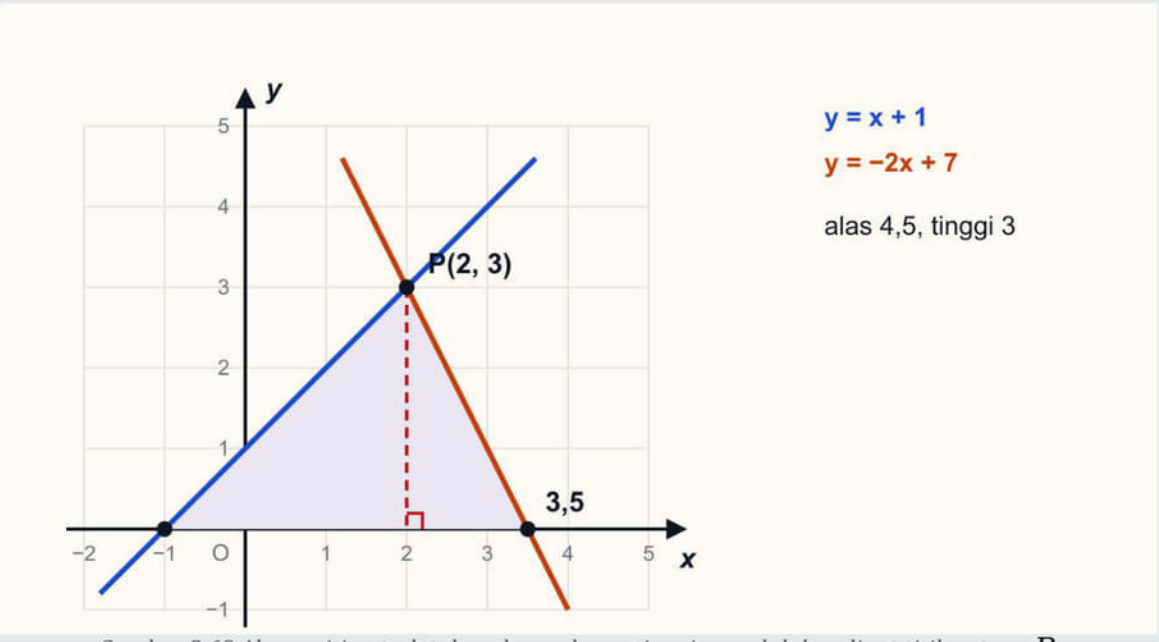
Contoh terselesaikan 6 (menengah). Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(2, 1)$ dan tegak lurus garis $y = 2x + 5$. Tentukan juga persamaan garis yang melalui titik yang sama dan sejajar dengan $y = 2x + 5$ (lihat Gambar 3.67).

1. Gradien garis $y = 2x + 5$ adalah $m_1 = 2$.
2. Gradien garis tegak lurus: balik dan ganti tanda, $m_2 = -\frac{1}{2}$. Cek: $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$.
3. Melalui $(2, 1)$: $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2) = -\frac{1}{2}x + 1$. Jadi $y = -\frac{1}{2}x + 2$. Kalikan 2 dan pindahkan suku x: $x + 2y = 4$.
4. Garis sejajar memakai gradien yang sama, 2: $y - 1 = 2(x - 2)$, jadi $y = 2x - 3$.
5. Cek ulang: titik $(2, 1)$ memenuhi $x + 2y = 2 + 2 = 4$ dan $y = 2(2) - 3 = 1$. Keduanya cocok.

Jadi garis tegak lurusnya $x + 2y = 4$ dan garis sejajarnya $y = 2x - 3$.

6. Titik potong dua garis

Titik potong dua garis memenuhi **kedua** persamaan sekaligus, jadi dicari dengan menyelesaikan sistem persamaan linear (sub bab 2.4). Bila kedua persamaan sudah berbentuk $y = \ldots$, samakan ruas kanannya.



Gambar 3.68 Alas segitiga terletak pada sumbu-x; tingginya adalah ordinat titik potong P.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Garis $y = x + 1$ dan $y = -2x + 7$ berpotongan di titik P. Kedua garis bersama sumbu-x membentuk sebuah segitiga (lihat Gambar 3.68). Tentukan P dan luas segitiga itu.

1. Titik potong: $x + 1 = -2x + 7$. Tambahkan $2x$ dan kurangi 1: $3x = 6$, jadi $x = 2$ dan $y = 2 + 1 = 3$. Maka $P(2, 3)$.
2. Titik potong garis pertama dengan sumbu-x ($y = 0$): $0 = x + 1$, jadi $x = -1$.
3. Titik potong garis kedua dengan sumbu-x: $0 = -2x + 7$, jadi $x = 3{,}5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Alas segitiga pada sumbu-x: dari -1 sampai $3{,}5$, panjangnya $3{,}5 - (-1) = 4{,}5$. Tingginya jarak P ke sumbu-x, yaitu 3.
5. Luas $= \frac{1}{2} \times 4{,}5 \times 3 = 6{,}75$.
6. Cek ulang titik P pada garis kedua: $-2(2) + 7 = 3$. Cocok.

Jadi $P(2, 3)$ dan luas segitiga $6{,}75$ satuan luas.

7. Jarak titik ke garis dan luas bangun pada bidang koordinat

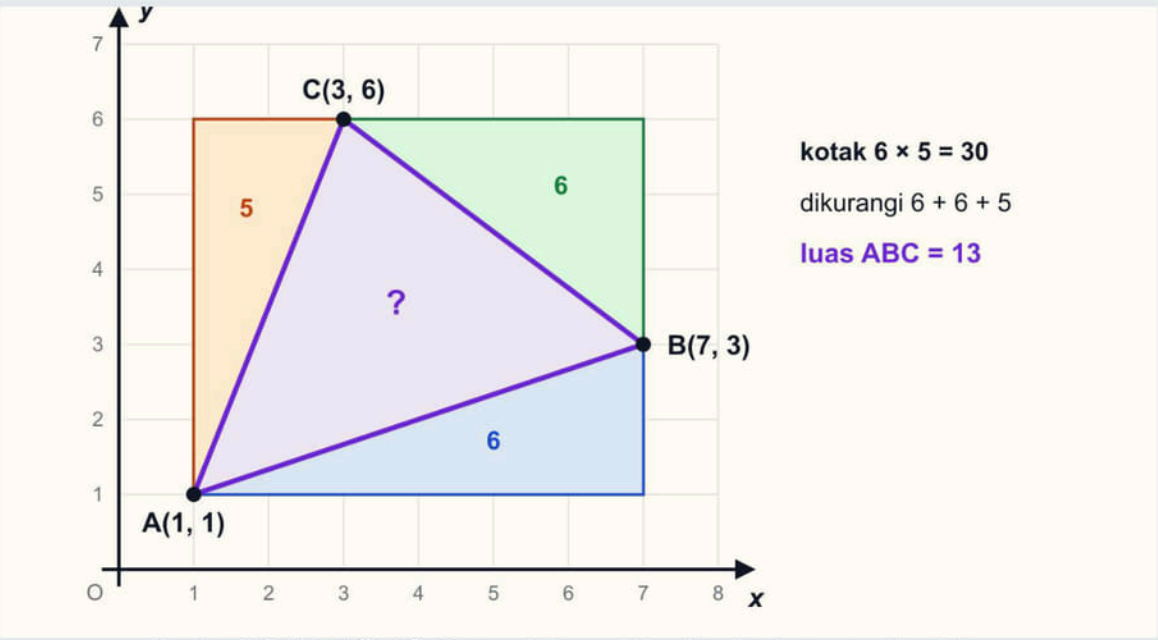
Jarak titik ke garis mendatar atau tegak. Jarak titik (x_0, y_0) ke garis mendatar $y = k$ adalah $|y_0 - k|$, dan ke garis tegak $x = h$ adalah $|x_0 - h|$. Alasannya: jarak terpendek diukur tegak lurus, dan garis tegak lurus terhadap garis mendatar adalah garis tegak, sehingga hanya nilai y yang berubah.

Selisih tegak ke garis miring. Untuk garis $y = mx + c$, nilai y garis pada absis x_0 adalah $mx_0 + c$. Selisih $|y_0 - (mx_0 + c)|$ menyatakan berapa jauh titik berada di atas atau di bawah garis bila diukur **lurus ke atas atau ke bawah**. Selisih ini bukan jarak terpendek, tetapi sering dipakai sebagai ukuran yang didefinisikan sendiri oleh soal. Jarak terpendek ke garis miring dapat dihitung dengan cara "luas dua kali" dari sub bab 3.2. Contoh kecil: berapa jarak $O(0, 0)$ ke garis $3x + 4y = 12$? Garis itu memotong sumbu di $(4, 0)$ dan $(0, 3)$, sehingga bersama kedua sumbu membentuk segitiga siku-siku bersisi 4 dan 3 dengan sisi miring 5. Luasnya $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$. Bila sisi miring dijadikan alas, tingginya adalah jarak O ke garis, t: $\frac{1}{2} \times 5 \times t = 6$, sehingga $t = 2{,}4$. Jarak ini lebih pendek daripada jarak O ke kedua titik potong (3 dan 4), sesuai sifat jarak terpendek.

Luas bangun pada koordinat. Ada dua cara yang aman:

1. Bila salah satu sisi mendatar atau tegak, jadikan sisi itu alas; tingginya adalah selisih koordinat titik ketiga.
2. Bila semua sisi miring, pakai **cara kotak**: gambar persegi panjang terkecil yang melingkupi bangun dengan sisi mendatar dan tegak, lalu kurangkan segitiga-segitiga siku-siku di pojoknya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.69 Kotak 6×5 dikurangi tiga segitiga siku-siku berwarna di pojoknya.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Hitung luas segitiga dengan titik sudut $A(1, 1)$, $B(7, 3)$, dan $C(3, 6)$ (lihat Gambar 3.69).

1. Tidak ada sisi yang mendatar atau tegak, jadi pakai cara kotak. Kotak terkecil: x dari 1 sampai 7 (lebar 6) dan y dari 1 sampai 6 (tinggi 5). Luas kotak $= 6 \times 5 = 30$.
2. Segitiga di bawah AB: sisi siku-siku $7 - 1 = 6$ dan $3 - 1 = 2$, luasnya $\frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$.
3. Segitiga di kanan atas BC: sisi siku-siku $7 - 3 = 4$ dan $6 - 3 = 3$, luasnya $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$.
4. Segitiga di kiri atas CA: sisi siku-siku $3 - 1 = 2$ dan $6 - 1 = 5$, luasnya $\frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 5$.
5. Luas segitiga $ABC = 30 - (6 + 6 + 5) = 30 - 17 = 13$.
6. Cek ulang taksiran: segitiga yang terletak di dalam sebuah persegi panjang luasnya paling besar setengah persegi panjang itu, yaitu 15. Hasil $13 \le 15$ masuk akal. Cek lain: ketiga segitiga pojok tidak saling menumpuk dan bersama segitiga ABC tepat mengisi kotak.

Jadi luas segitiga ABC adalah 13 satuan luas.

8. Daerah penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel

Pertidaksamaan seperti $x + y \le 4$ tidak hanya dipenuhi oleh titik-titik pada garis $x + y = 4$, tetapi oleh **seluruh daerah** di salah satu sisi garis itu. Cara menentukan daerahnya:

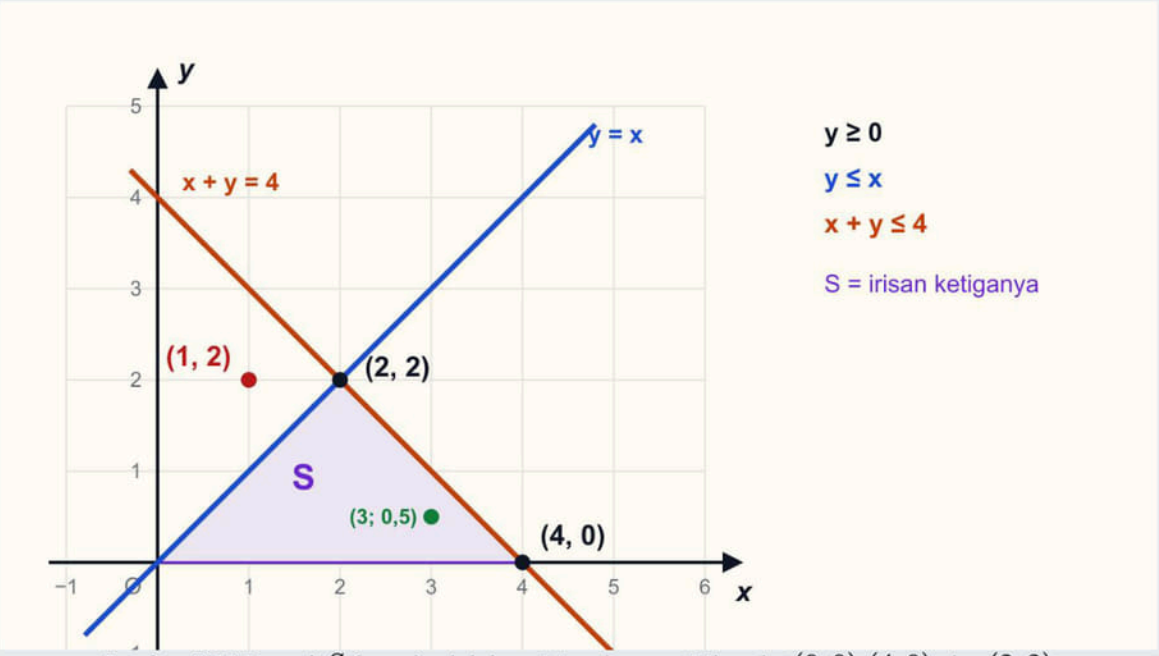
1. Gambar **garis batas** dengan mengganti tanda $\le$ atau $\ge$ menjadi $=$. Cari dua titik potong sumbunya, lalu hubungkan.
2. **Uji satu titik** yang tidak terletak pada garis, biasanya $(0, 0)$. Substitusikan ke

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

pertidaksamaan. Bila pernyataannya benar, daerah yang memuat titik uji adalah daerah penyelesaian; bila salah, daerah di seberangnya.

3. Untuk **sistem** pertidaksamaan, daerah penyelesaiannya adalah **irisan**, yaitu bagian yang memenuhi semua pertidaksamaan sekaligus.

Bila titik uji terletak pada garis (misalnya garis melalui O), pakai titik uji lain, seperti $(1, 0)$. Setelah daerahnya tergambar, pertanyaan seperti "apakah daerahnya berhingga", "apakah sebagian daerah di kuadran tertentu", atau "apakah sebuah garis memotong daerah" dapat dijawab dengan melihat gambar dan memeriksa titik-titik sudutnya.



Gambar 3.70 Daerah S (ungu) adalah segitiga dengan titik sudut $(0, 0)$, $(4, 0)$, dan $(2, 2)$.

Contoh terselesaikan 9 (setara SNBT). Daerah S adalah himpunan penyelesaian sistem $y \geq 0$, $y \leq x$, dan $x + y \leq 4$ (lihat Gambar 3.70). Manakah yang benar? (1) Titik $(3; 0{,}5)$ terletak di S. (2) Titik $(1, 2)$ terletak di S. (3) Luas S adalah 4. (4) Sebagian daerah S terletak di kuadran kedua.

1. Garis batas: $y = 0$ (sumbu-x), $y = x$ (melalui O dengan gradien 1), dan $x + y = 4$ (melalui $(4, 0)$ dan $(0, 4)$).
2. Tentukan sisi setiap garis. $y \geq 0$: di atas sumbu-x. $y \leq x$: titik uji $(1, 0)$ memberi $0 \leq 1$, benar, jadi daerah di bawah garis $y = x$. $x + y \leq 4$: titik uji $(0, 0)$ memberi $0 \leq 4$, benar, jadi daerah di bawah garis itu.
3. Irisannya segitiga dengan titik sudut $(0, 0)$, $(4, 0)$, dan titik potong $y = x$ dengan $x + y = 4$, yaitu $x + x = 4$, $x = 2$, titik $(2, 2)$.
4. Uji pernyataan (1): $0{,}5 \geq 0$ benar; $0{,}5 \leq 3$ benar; $3 + 0{,}5 = 3{,}5 \leq 4$ benar. Titik itu di S. Pernyataan (1) **benar**.
5. Pernyataan (2): $2 \leq 1$ salah. Pernyataan (2) **salah**.
6. Pernyataan (3): alas pada sumbu-x dari 0 sampai 4 (panjang 4), tinggi 2 (ordinat titik

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$(2, 2)$). Luas $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$. Pernyataan (3) **benar**.

7. Pernyataan (4): kuadran kedua memuat titik dengan $x < 0$ dan $y > 0$. Di S, $y \leq x$ dan $y \geq 0$, sehingga $x \geq 0$. Tidak ada titik S di kuadran kedua. Pernyataan (4) **salah**.
8. Cek ulang: ketiga titik sudut memenuhi semua pertidaksamaan, misalnya $(2, 2)$: $2 \geq 0$, $2 \leq 2$, $4 \leq 4$. Cocok.

Jadi pernyataan yang benar adalah (1) dan (3).

9. Keluarga garis yang berputar pada satu titik

Soal SNBT sering memberi garis dengan huruf di dalam persamaannya, misalnya $y = mx + 2$ dengan m belum diketahui. Persamaan ini bukan satu garis, melainkan **keluarga garis**. Berapa pun nilai m, substitusi $x = 0$ selalu memberi $y = 2$. Jadi semua anggota keluarga melalui titik tetap $(0, 2)$, dan nilai m hanya mengatur kemiringannya. Bayangkan jarum jam yang porosnya dipaku di $(0, 2)$: memutar jarum sama dengan mengubah m.

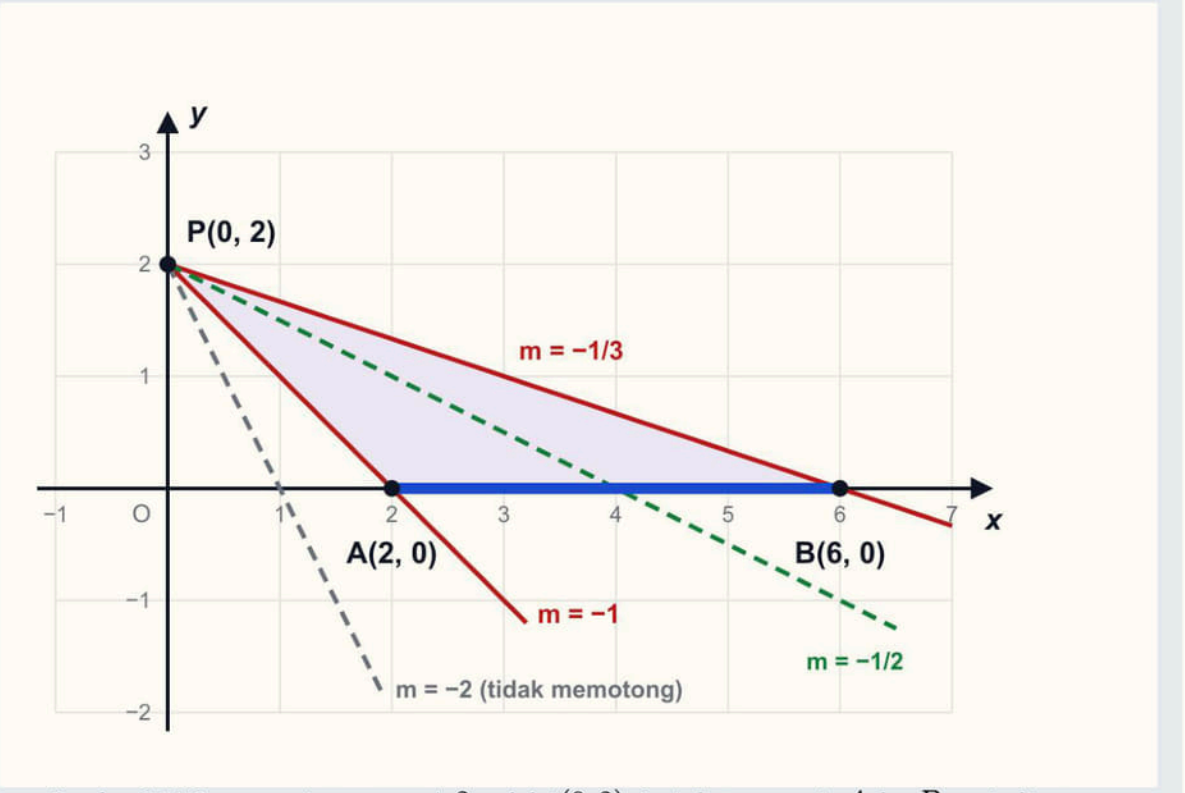
Gambaran ini sangat membantu untuk pertanyaan "apakah garis memotong sebuah ruas garis atau sebuah bangun". Langkahnya:

1. Tentukan **titik poros**, yaitu titik yang dilalui semua anggota keluarga.
2. Tarik garis dari poros ke **ujung-ujung** ruas atau ke titik-titik sudut bangun. Garis-garis inilah **garis batas**; hitung gradiennya.
3. Garis keluarga memotong ruas atau bangun tepat bila gradiennya berada **di antara** gradien garis-garis batas itu (dengan memperhatikan tanda).

Cara ini lebih cepat daripada menghitung titik potong untuk setiap kemungkinan m, dan sekaligus menunjukkan informasi apa yang **cukup** untuk memastikan jawaban.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.71 Semua garis $y = mx + 2$ melalui $(0, 2)$. Garis batas menuju A dan B; garis di antara keduanya memotong ruas AB.

Contoh terselesaikan 10 (setara SNBT). Garis g: $y = mx + 2$ dan ruas garis AB dengan $A(2, 0)$ dan $B(6, 0)$ (lihat Gambar 3.71). Untuk nilai m berapa saja garis g memotong ruas AB? Lalu putuskan: apakah informasi "$m < 0$" saja sudah cukup untuk memastikan g memotong AB?

1. Titik poros: substitusi $x = 0$ memberi $y = 2$, jadi semua garis g melalui $P(0, 2)$.
2. Garis batas pertama melalui P dan $A(2, 0)$: gradiennya $\dfrac{0 - 2}{2 - 0} = -1$.
3. Garis batas kedua melalui P dan $B(6, 0)$: gradiennya $\dfrac{0 - 2}{6 - 0} = -\dfrac{1}{3}$.
4. Garis yang memotong ruas AB harus turun dari P ke sumbu-x dan tiba di antara A dan B. Kemiringannya berada di antara kedua garis batas: $-1 \le m \le -\dfrac{1}{3}$.
5. Cek ulang dengan satu nilai di dalam dan satu di luar. Untuk $m = -\dfrac{1}{2}$, garis memotong sumbu-x di $0 = -\dfrac{1}{2}x + 2$, yaitu $x = 4$, di antara 2 dan 6: memotong. Untuk $m = -2$, titik potongnya $x = 1$, di luar ruas: tidak memotong.
6. Informasi "$m < 0$" **tidak cukup**: $m = -\dfrac{1}{2}$ memotong, tetapi $m = -2$ tidak memotong, padahal keduanya negatif. Jawabannya tidak pasti, jadi informasi itu tidak cukup.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi g memotong AB tepat bila $-1 \le m \le -\dfrac{1}{3}$, dan "$m < 0$" saja tidak cukup untuk memastikannya.

Ringkasan

- Jarak $= \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ (Pythagoras); titik tengah = rata-rata koordinat.
- Gradien $m = \dfrac{\text{naik}}{\text{maju}} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$; positif naik, negatif turun, nol mendatar, garis tegak tidak bergradien.
- Persamaan garis: $y = mx + c$ atau $y - y_1 = m(x - x_1)$; untuk $ax + by = c$, $m = -\dfrac{a}{b}$.
- Sejajar: $m_1 = m_2$. Tegak lurus: $m_1 m_2 = -1$ (balik **dan** ganti tanda).
- Luas pada koordinat: alas mendatar/tegak, atau cara kotak. Jarak ke garis mendatar/tegak = selisih satu koordinat.
- Daerah pertidaksamaan: garis batas, uji titik, irisan. Keluarga $y = mx + c$ dengan c tetap berputar pada $(0, c)$; bandingkan m dengan gradien garis batas.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Selalu buat sketsa.** Titik-titik pada soal koordinat hampir selalu lebih mudah dipahami bila digambar kasar pada petak. Sketsa juga memperlihatkan tanda gradien dan letak daerah.
2. **Tulis Δx dan Δy dengan urutan yang sama.** Pilih titik "kedua dikurangi pertama" untuk pembilang **dan** penyebut.
3. **Ubah ke $y = mx + c$** setiap kali gradien atau titik potong sumbu-y diperlukan.
4. **Untuk tegak lurus, uji hasil kali.** Setelah mendapat m_2, kalikan dengan m_1; hasilnya harus -1.
5. **Untuk soal kecukupan data tentang garis,** pikirkan bentuk keluarga garisnya. Misalnya $y = mx + 1$ selalu melalui $(0, 1)$, berapa pun m; yang berubah hanya kemiringannya.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Urutan selisih tercampur	$\dfrac{5-(-3)}{-1-3} = -2$	$\dfrac{5-(-3)}{3-(-1)} = 2$
Tegak lurus hanya dibalik	tegak lurus $m = 2$: $m = \dfrac{1}{2}$	$m = -\dfrac{1}{2}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tegak lurus hanya diganti tanda	tegak lurus $m = 2$: $m = -2$	$m = -\frac{1}{2}$
Gradien bentuk umum	$2x + 3y = 12$: $m = \frac{2}{3}$	$m = -\frac{2}{3}$
Jarak dihitung tanpa akar	$AB = 6^2 + 8^2 = 100$	$AB = \sqrt{100} = 10$
Salah sisi daerah pertidaksamaan	menebak daerah dari gambar	uji titik $(0, 0)$ atau titik lain

• BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 5 dan 6 memberikan definisi baru: jarak vertikal titik ke garis $y = ax + b$ dan jarak horizontal titik ke garis $x = ay + b$. Hitung ulang contoh yang diberikan soal untuk memastikan cara membaca definisinya. Jarak vertikal adalah selisih tegak seperti pada bagian 7: nilai y titik dikurangi nilai y garis pada absis yang sama, lalu dimutlakkan. Jarak horizontal adalah kebalikannya, dengan peran x dan y bertukar. Hitung untuk setiap titik, jangan lupa nilai mutlak tidak pernah negatif, lalu cari rata-ratanya.

Rujukan: soal nomor 5 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Rujukan: soal nomor 6 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 9 dan 10 memberikan sistem tiga pertidaksamaan linear dan empat pernyataan tentang daerah penyelesaiannya. Kerjakan seperti Contoh terselesaikan 9: gambar ketiga garis batas, tentukan sisi masing-masing dengan uji titik, lalu arsir irisannya. Setelah itu, uji setiap pernyataan dengan gambar: apakah daerahnya tertutup atau terbuka ke satu arah, kuadran mana yang dilaluinya, apakah sebuah garis mendatar atau miring melewati daerah, dan apakah sebuah titik memenuhi ketiga pertidaksamaan. Uji titik dengan substitusi, jangan hanya dengan mata.

Rujukan: soal nomor 9 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Rujukan: soal nomor 10 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 20 berbentuk kecukupan data: apakah garis $y = mx + 1$ memotong segitiga KLM? Mulailah dari strategi nomor 5: garis itu selalu melalui $(0, 1)$, sedangkan alas KL terletak pada sumbu-x. Untuk setiap pernyataan, tanyakan apakah informasi itu memastikan garis selalu memotong atau selalu tidak memotong segitiga, untuk **semua** nilai yang masih mungkin. Sketsa beberapa kemungkinan garis akan sangat membantu.

Rujukan: soal nomor 20 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 7 dan 8 adalah kelompok soal tentang garis yang melalui dua titik potong dua parabola. Titik potongnya dicari dengan menyamakan kedua fungsi (sub bab 2.2). Setelah kedua titik diketahui, gradien dihitung dengan "naik dibagi maju". Untuk nomor 8, gradien garis tegak lurus diperoleh dengan membalik **dan** mengganti tanda, lalu persamaan garisnya disusun dengan $y - y_1 = m(x - x_1)$ melalui titik yang diberikan.

Rujukan: soal nomor 7 pada Simulasi 2 ("Grafik fungsi ..."); pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Rujukan: soal nomor 8 pada Simulasi 2 ("Grafik fungsi ..."); pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 9 menanyakan jarak titik M ke sisi KL pada segitiga yang koordinatnya diberikan. Periksa dulu kedudukan sisi KL: bila kedua titiknya memiliki ordinat yang sama, sisi itu mendatar, dan jaraknya dihitung seperti bagian 7. Pengecoh berbentuk akar muncul bila kamu menghitung jarak M ke salah satu titik sudut, bukan ke sisinya.

Rujukan: soal nomor 9 pada Simulasi 2 ("Suatu limas dengan volume 30 memiliki alas berupa daerah ..."); pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 4 memberikan fungsi linear yang melalui dua titik, tetapi rumusnya ditulis dengan tambahan konstanta. Kerjakan seperti Contoh terselesaikan 4: gradien dari dua titik memberi koefisien x, lalu substitusi salah satu titik memberi sisanya. Perhatikan bahwa yang ditanyakan adalah jumlah dua huruf pada rumus, jadi baca bentuk rumusnya dengan teliti sebelum menjumlahkan.

Rujukan: soal nomor 4 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

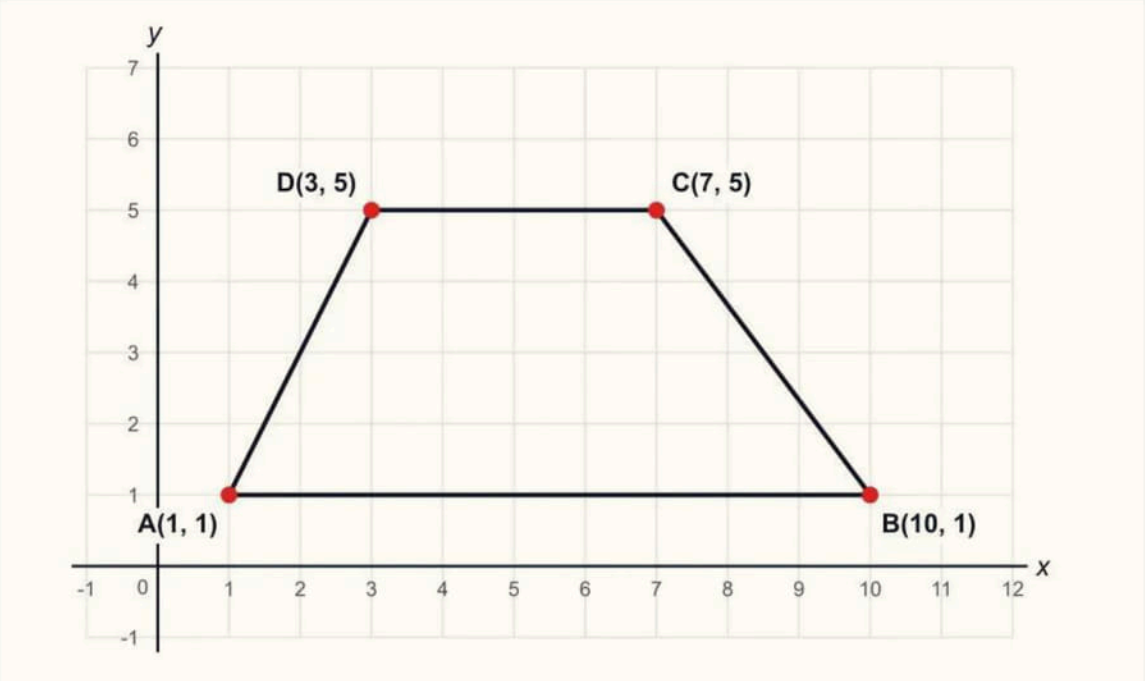
BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut meminta persamaan garis yang memuat salah satu sisi trapesium pada bidang koordinat. Hitung gradien dari dua titik, susun persamaan garis, lalu cocokkan dengan bentuk $ax + by = c$ pada pilihan jawaban.

Bacaan

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Pada bidang koordinat berikut, segiempat $ABCD$ mempunyai titik sudut $A(1, 1)$, $B(10, 1)$, $C(7, 5)$, dan $D(3, 5)$. Sisi AB sejajar dengan sisi DC.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Persamaan garis yang memuat sisi BC adalah ....

A. $4x + 3y = 43$
B. $4x - 3y = 37$
C. $3x + 4y = 34$
D. $3x - 4y = 26$
E. $4x + 3y = 7$

Pembahasan **Kunci: A**

Yang diketahui: $B(10, 1)$ dan $C(7, 5)$. **Yang ditanya:** persamaan garis yang melalui B dan C.

Konsep 1 – Gradien. Gradien garis melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (perubahan y dibagi perubahan x). Urutan titik harus sama di pembilang dan penyebut.

Contoh kecil: melalui $(0, 0)$ dan $(2, 6)$: $m = \dfrac{6 - 0}{2 - 0} = 3$.

Konsep 2 – Persamaan garis. Garis bergradien m melalui (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Langkah penyelesaian:

1. Gradien BC: $m = \dfrac{5 - 1}{7 - 10} = \dfrac{4}{-3} = -\dfrac{4}{3}$. Tanda negatif masuk akal: pada gambar, dari B ke C garis naik ke kiri.
2. Pakai titik $B(10, 1)$: $y - 1 = -\dfrac{4}{3}(x - 10)$.
3. Kalikan kedua ruas dengan 3 agar pecahan hilang: $3y - 3 = -4(x - 10) = -4x + 40$.
4. Pindahkan $-4x$ ke kiri dan -3 ke kanan: $4x + 3y = 40 + 3 = 43$.

Cek ulang: titik B: $4(10) + 3(1) = 40 + 3 = 43$ ✓. Titik C: $4(7) + 3(5) = 28 + 15 = 43$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ $4x + 3y = 43$.

• B ✗ $4x - 3y = 37$: **Jebakan:** salah tanda gradien ($m = \dfrac{4}{3}$) karena mengurangkan y dari C ke B tetapi x dari B ke C. Garis ini melalui B, tetapi tidak melalui C: $28 - 15 = 13 \neq 37$.

• C ✗ $3x + 4y = 34$: **Jebakan:** gradien dibalik menjadi $-\dfrac{3}{4}$ (perubahan x dibagi perubahan y).

• D ✗ $3x - 4y = 26$: **Jebakan:** gradien dibalik dan salah tanda ($\dfrac{3}{4}$).

• E ✗ $4x + 3y = 7$: **Jebakan:** gradiennya benar, tetapi titik yang dimasukkan $A(1, 1)$, bukan titik pada sisi BC. Garis ini sejajar BC dan melalui A.

Jawaban: A.

✎ LATIHAN

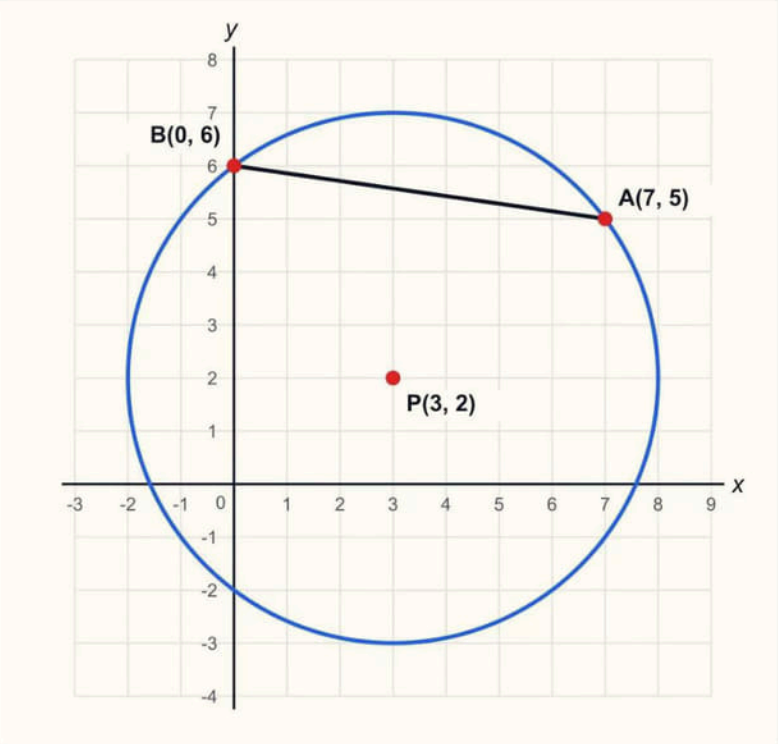
Buat sketsa pada kertas berpetak untuk setiap soal. Pada soal perbandingan kuantitas dan kecukupan data, tulis dulu kuantitas atau pertanyaan dalam bentuk rumus sebelum menghitung.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bacaan untuk soal nomor 1

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Pada bidang koordinat berikut, sebuah lingkaran berpusat di titik $P(3, 2)$ dan melalui titik $A(7, 5)$ serta titik $B(0, 6)$. Ruas garis AB adalah tali busur lingkaran tersebut.



1. Jari-jari lingkaran tersebut, yaitu jarak titik P ke titik A, adalah .... satuan.

A. 25
B. $\sqrt{149}$
C. $\sqrt{74}$
D. 7
E. 5

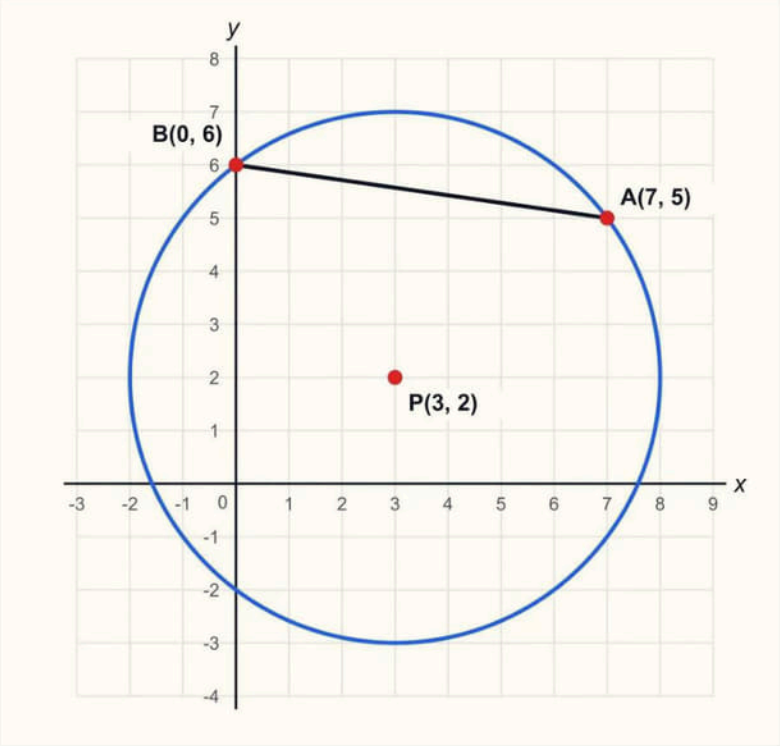
NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Bacaan untuk soal nomor 2

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Pada bidang koordinat berikut, sebuah lingkaran berpusat di titik $P(3, 2)$ dan melalui titik $A(7, 5)$ serta titik $B(0, 6)$. Ruas garis AB adalah tali busur lingkaran tersebut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



2. Garis g melalui titik pusat P dan tegak lurus tali busur AB. Persamaan garis g adalah ....

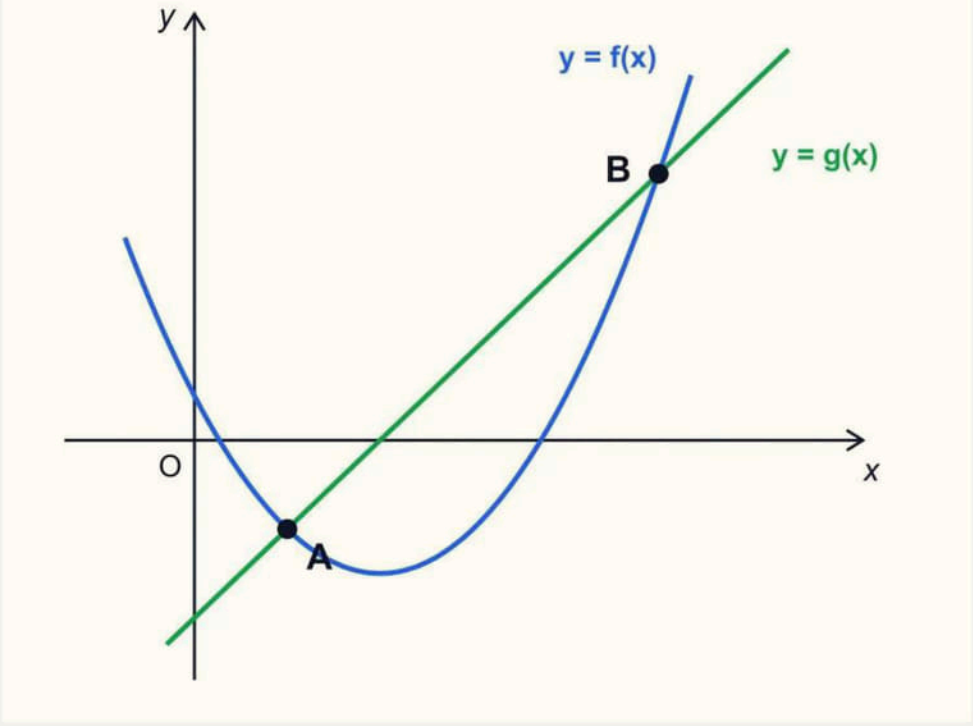
A. $7x - y = 19$
B. $x + 7y = 17$
C. $7x + y = 23$
D. $7x - y = 44$
E. $x - 7y = -11$

Bacaan untuk soal nomor 3

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Grafik fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 4x + 1$ dan grafik fungsi linear $g(x) = 2x - 4$ berpotongan di dua titik, yaitu titik A dan titik B. Absis titik A lebih kecil daripada absis titik B. Sketsa kedua grafik (tidak berskala) disajikan pada gambar berikut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. Garis h melalui titik B dan tegak lurus grafik fungsi g. Persamaan garis h adalah ....

A. $x + 2y = 17$
B. $x + 2y = 7$
C. $x + 2y = -3$
D. $x - 2y = -7$
E. $2x + y = 16$

4. Titik $A(-3, 2)$ dan titik $B(5, k)$ terletak pada bidang koordinat. Titik B terletak pada garis $y = -x + 1$.

P	Q
Jarak titik A ke titik B	$3\sqrt{11}$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Garis g tegak lurus dengan garis $3x - 2y = 6$. Garis h melalui titik $(-2, 5)$ dan $(4, -1)$.

P	Q
Gradien garis g	Gradien garis h

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

6. Diketahui ruas garis AB dengan $A(1, 3)$ dan $B(5, k)$, serta garis $g : y = mx + c$, dengan k, m, dan c bilangan real.

Apakah garis g memotong ruas garis AB?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Garis g melalui titik $(0, 1)$.
(2) $k = 2$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. E 2. A 3. A 4. A 5. A 6. E

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Turunkan rumus jarak dua titik dari teorema Pythagoras dengan gambar.
2. Jelaskan dengan memutar sebuah anak tangga mengapa dua garis tegak lurus memenuhi $m_1 m_2 = -1$.
3. Bagaimana cara memastikan sisi mana dari garis $2x - y = 4$ yang memenuhi $2x - y \leq 4$?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.6: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.6

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku

SNBTPK-3.7

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 14 (Simulasi 2 nomor 14) memberikan nilai $\cos\alpha$ untuk sebuah sudut lancip, lalu meminta kamu menilai empat pernyataan tentang $\sin\alpha$, $\tan\alpha$, $\tan(90^\circ-\alpha)$, dan perbandingan $\sin\alpha$ dengan $\cos\alpha$. Soal ini tidak menuntut hafalan rumus yang panjang. Yang diperlukan adalah **satu gambar segitiga siku-siku**, teorema Pythagoras, dan pemahaman tentang sisi depan, sisi samping, dan sisi miring. Trigonometri juga muncul di soal segitiga dan bangun ruang yang memuat sudut 30°, 45°, atau 60°.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menentukan sinus, kosinus, dan tangen sudut lancip dari sisi-sisi segitiga siku-siku, beserta alasan mengapa nilainya hanya bergantung pada sudut;
- mencari dua perbandingan lain bila satu perbandingan diketahui;
- menurunkan nilai perbandingan sudut istimewa 30°, 45°, dan 60°;
- memakai hubungan sudut berpenyiku: $\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai bekal dari sub bab 3.1 dan 3.2.

1. **Teorema Pythagoras dan tripel.** Segitiga siku-siku bersisi siku-siku 5 dan 12 bersisi miring 13. Tripel $3,4,5$; $5,12,13$; $8,15,17$ sering dipakai.
2. **Segitiga sebangun.** Dua segitiga yang dua pasang sudutnya sama besar adalah sebangun, sehingga perbandingan sisi-sisinya sama.
3. **Merasionalkan penyebut** (sub bab 1.3). $\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
4. **Sudut lancip pada segitiga siku-siku** saling berpenyiku: bila satu sudut α, sudut lancip yang lain $90^\circ-\alpha$ (sub bab 3.1).

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

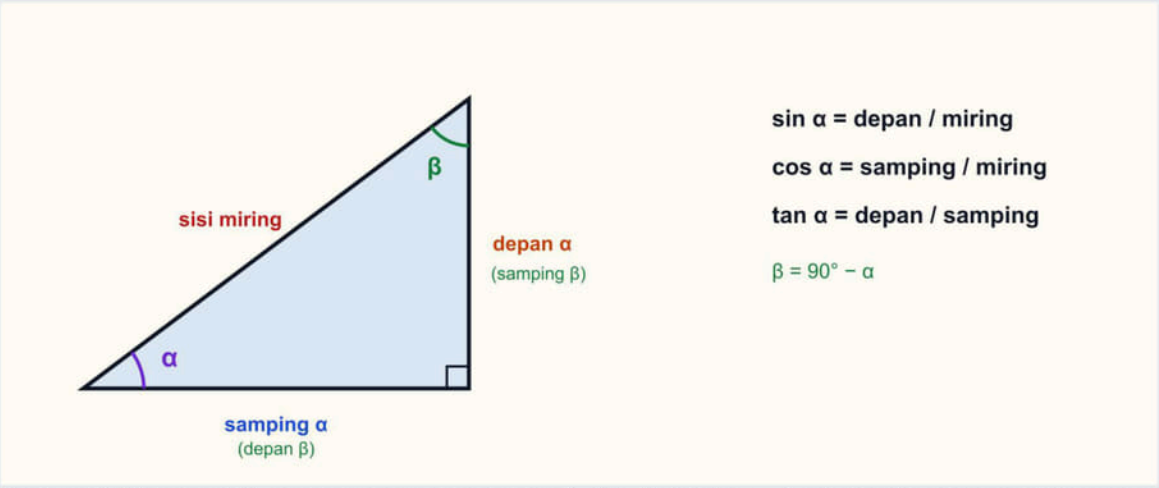
1. Sisi depan, sisi samping, dan sisi miring

Ambil segitiga siku-siku dan pilih salah satu sudut lancipnya, misalnya α. Ketiga sisi diberi nama **menurut letaknya terhadap** α (lihat Gambar 3.72):

1. **sisi miring** (hipotenusa): sisi di depan sudut siku-siku, selalu yang terpanjang;
2. **sisi depan**: sisi yang berhadapan dengan α, tidak menyentuh titik sudut α;

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. **sisi samping**: sisi siku-siku yang menempel pada α.



Gambar 3.72 Nama sisi bergantung pada sudut yang dipilih. Terhadap α, sisi depan dan sisi samping bertukar bila sudut yang dipilih adalah sudut lancip yang lain.

Perhatikan: nama "depan" dan "samping" **berubah** bila kita memilih sudut lancip yang lain. Sisi yang menjadi depan bagi α adalah samping bagi sudut $\beta = 90^\circ - \alpha$. Sisi miring tetap sama.

Di soal, segitiga sering digambar dalam posisi miring, terbalik, atau menjadi bagian dari bangun lain, sehingga sisi depan tidak selalu tegak dan sisi samping tidak selalu mendatar. Karena itu, jangan menentukan nama sisi dari arah gambarnya. Lakukan tiga langkah tetap: (1) cari sudut siku-siku, lalu sisi di depannya adalah sisi miring; (2) dari sudut yang ditanyakan, sisi yang **tidak menyentuh** titik sudut itu adalah sisi depan; (3) sisi yang tersisa adalah sisi samping. Tiga langkah ini selalu berhasil, berapa pun putaran gambarnya.

Tiga perbandingan trigonometri didefinisikan sebagai berikut:

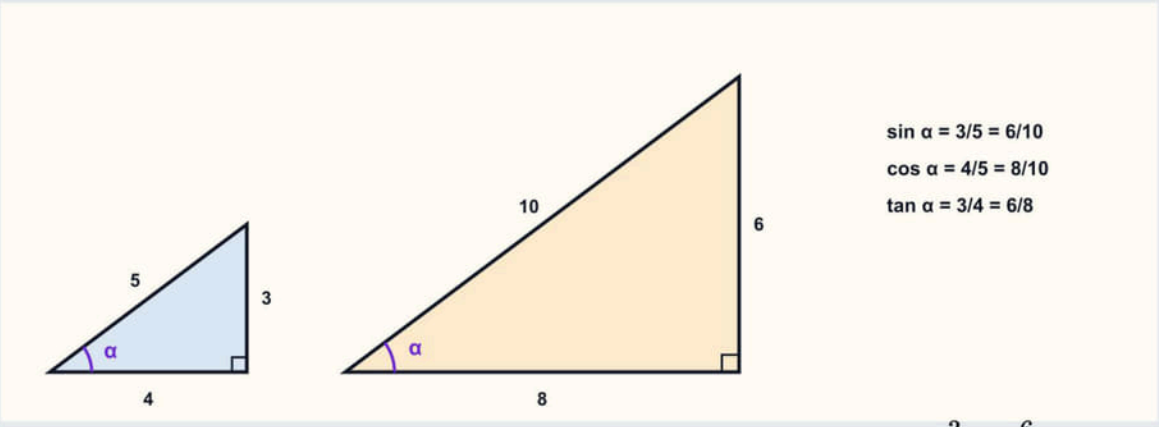
$$\sin\alpha = \frac{\text{depan}}{\text{miring}}, \qquad \cos\alpha = \frac{\text{samping}}{\text{miring}}, \qquad \tan\alpha = \frac{\text{depan}}{\text{samping}}.$$

Cara mengingat yang sering dipakai: **sin = de/mi, cos = sa/mi, tan = de/sa**. Dari definisi, $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, karena $\dfrac{\text{depan}/\text{miring}}{\text{samping}/\text{miring}} = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}}$.

2. Mengapa nilainya hanya bergantung pada sudut

Bayangkan dua segitiga siku-siku dengan sudut lancip α yang sama, satu kecil dan satu besar (lihat Gambar 3.73). Keduanya punya sudut siku-siku dan sudut α, jadi dua pasang sudut sama besar, sehingga keduanya **sebangun** (sub bab 3.2). Pada segitiga sebangun, perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian sama. Akibatnya $\dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}$ pada segitiga kecil sama dengan pada segitiga besar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.73 Segitiga $3, 4, 5$ *dan* $6, 8, 10$ *dengan sudut* α *yang sama:* $\sin\alpha = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$.

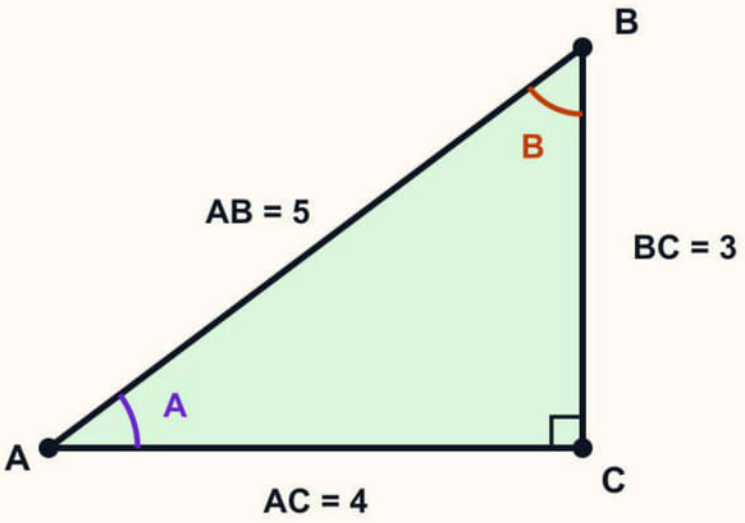
Jadi $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, dan $\tan\alpha$ adalah sifat **sudutnya**, bukan sifat ukuran segitiganya. Inilah yang membuat trigonometri berguna: dengan mengukur satu sudut dan satu sisi, kita dapat menghitung sisi lain, misalnya tinggi pohon atau lebar sungai, tanpa harus mengukurnya langsung.

Bagaimana nilai-nilai itu berubah bila sudutnya membesar? Bayangkan sisi miring tetap sepanjang 1 dan sudut α dibuka perlahan dari hampir 0° sampai hampir 90°. Ujung sisi miring naik makin tinggi, jadi sisi depan memanjang dan $\sin\alpha$ membesar mendekati 1. Pada saat yang sama, ujungnya bergeser mendekati garis tegak, jadi sisi samping memendek dan $\cos\alpha$ mengecil mendekati 0. Tangen, perbandingan depan dan samping, membesar tanpa batas karena penyebutnya makin kecil.

Ada dua akibat penting. Pertama, untuk sudut lancip, sisi depan dan samping selalu lebih pendek daripada sisi miring, sehingga $0 < \sin\alpha < 1$ dan $0 < \cos\alpha < 1$. Kedua, dari Pythagoras $\text{depan}^2 + \text{samping}^2 = \text{miring}^2$; bila kedua ruas dibagi miring^2, diperoleh $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.74 Terhadap sudut A, sisi depan $BC = 3$ dan sisi samping $AC = 4$.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Segitiga ABC siku-siku di C dengan $BC = 3$, $AC = 4$, dan $AB = 5$ (lihat Gambar 3.74). Tentukan $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$, lalu $\sin B$ dan $\cos B$.

1. Tentukan nama sisi terhadap sudut A. Sisi miring $AB = 5$ (di depan sudut siku-siku C). Sisi depan A adalah $BC = 3$, karena tidak menyentuh titik A. Sisi samping A adalah $AC = 4$.
2. $\sin A = \dfrac{3}{5}$, $\cos A = \dfrac{4}{5}$, $\tan A = \dfrac{3}{4}$.
3. Terhadap sudut B, sisi depan menjadi $AC = 4$ dan sisi samping menjadi $BC = 3$. Jadi $\sin B = \dfrac{4}{5}$ dan $\cos B = \dfrac{3}{5}$.
4. Cek ulang dengan identitas: $\sin^2 A + \cos^2 A = \dfrac{9}{25} + \dfrac{16}{25} = 1$. Cocok.
5. Perhatikan bahwa $\sin A = \cos B$ dan $\cos A = \sin B$. Sudut A dan B berpenyiku, dan hubungan ini dibahas di bagian 5.

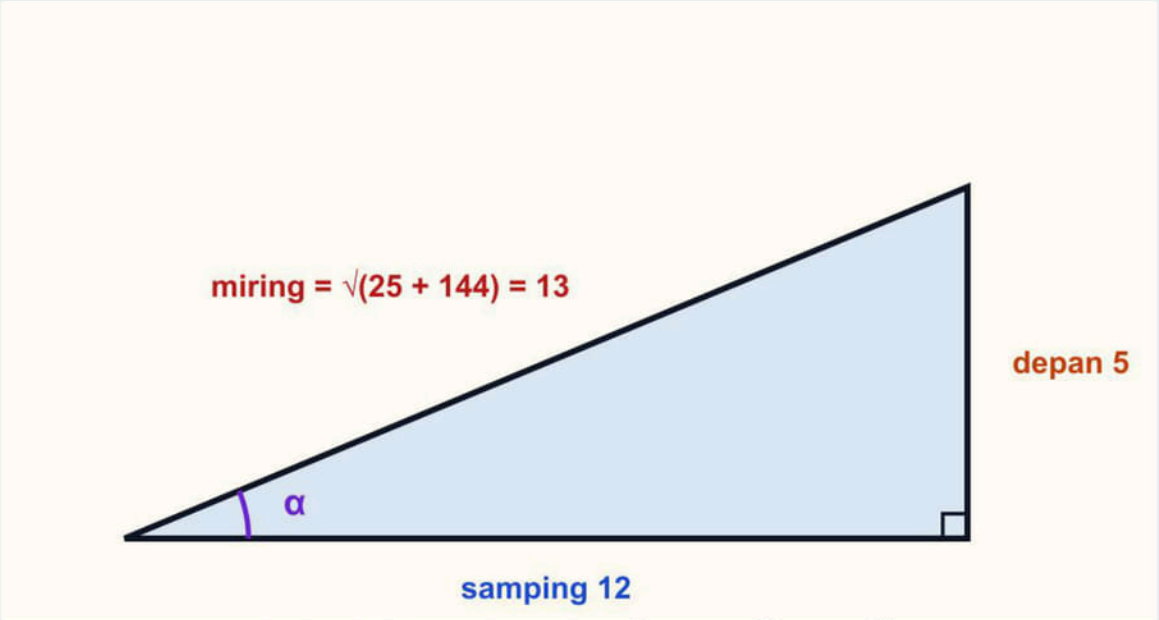
Jadi $\sin A = \dfrac{3}{5}$, $\cos A = \dfrac{4}{5}$, $\tan A = \dfrac{3}{4}$, $\sin B = \dfrac{4}{5}$, dan $\cos B = \dfrac{3}{5}$.

3. Satu perbandingan diketahui, cari yang lain

Bila hanya satu perbandingan diketahui, misalnya $\tan \alpha = \dfrac{5}{12}$, **gambarlah segitiga siku-siku** yang sisinya sesuai perbandingan itu. Karena nilai trigonometri tidak bergantung pada ukuran segitiga (bagian 2), kita boleh memilih sisi depan 5 dan sisi samping 12. Sisi ketiga dicari dengan Pythagoras, lalu semua perbandingan lain dapat dibaca dari gambar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cara yang sama berlaku bila perbandingannya memuat akar. Misalnya $\sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$: pilih sisi depan 1 dan sisi miring $\sqrt{5}$. Sisi samping $= \sqrt{5-1} = 2$, sehingga $\cos\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$ dan $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. Hasil berpenyebut akar boleh dirasionalkan bila pilihan jawaban ditulis tanpa akar di penyebut, misalnya $\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. Selalu periksa juga bahwa sisi miring adalah sisi terpanjang; bila hasil hitunganmu memberi sisi lain yang lebih panjang, ada langkah yang keliru.



Gambar 3.75 Segitiga bantu: depan 5, samping 12, miring 13.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Sudut α lancip dan $\tan\alpha = \dfrac{5}{12}$ (lihat Gambar 3.75). Tentukan $\sin\alpha$ dan $\cos\alpha$, lalu periksa apakah $\sin\alpha + \cos\alpha > 1$.

1. $\tan\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}} = \dfrac{5}{12}$. Gambar segitiga siku-siku dengan sisi depan 5 dan sisi samping 12.
2. Sisi miring $= \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$.
3. $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}$ dan $\cos\alpha = \dfrac{12}{13}$.
4. $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{5+12}{13} = \dfrac{17}{13}$, dan $\dfrac{17}{13} > 1$. Jadi pernyataannya benar.
5. Cek ulang: $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{5/13}{12/13} = \dfrac{5}{12} = \tan\alpha$. Cocok. Hasil langkah 4 juga masuk akal: jumlah dua sisi siku-siku selalu lebih panjang daripada sisi miring (ketaksamaan segitiga), jadi $\sin\alpha + \cos\alpha > 1$ untuk **setiap** sudut lancip.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

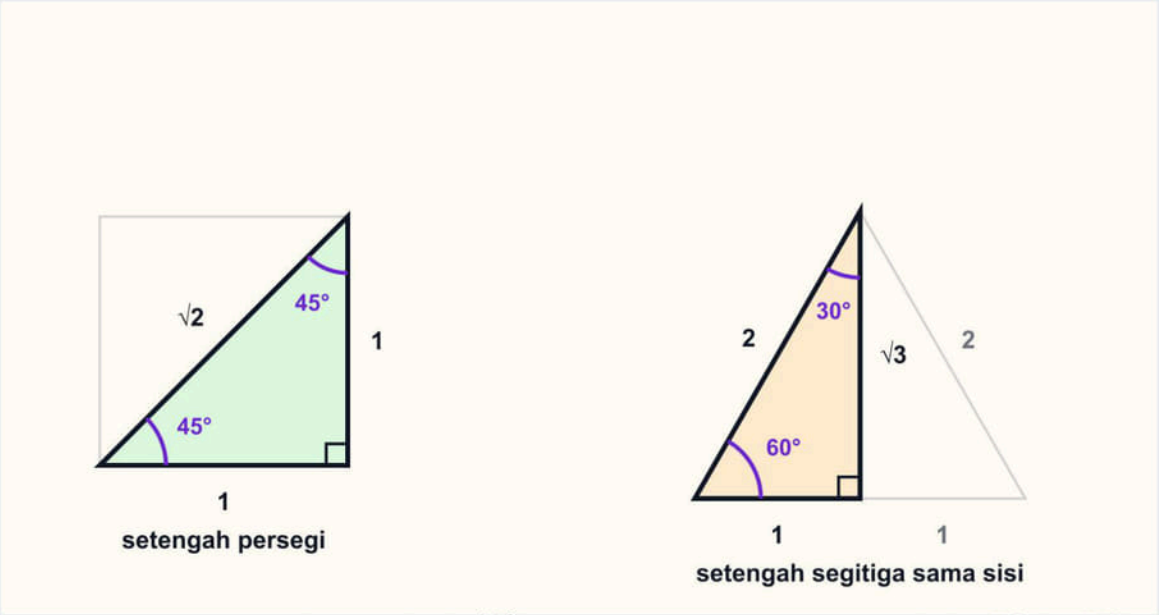
Jadi $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, dan $\sin\alpha + \cos\alpha > 1$.

4. Sudut istimewa 30°, 45°, dan 60°

Nilai perbandingan untuk tiga sudut ini sering dipakai dan dapat **diturunkan**, bukan dihafal (lihat Gambar 3.76).

Sudut 45°. Ambil persegi bersisi 1 dan potong menurut diagonalnya. Diperoleh segitiga siku-siku sama kaki dengan sudut $45°, 45°, 90°$, sisi siku-siku 1 dan 1, serta sisi miring $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Sudut 30° dan 60°. Ambil segitiga sama sisi bersisi 2 dan tarik garis tingginya. Garis tinggi membagi alas menjadi 1 dan 1 dan membagi sudut puncak $60°$ menjadi dua sudut $30°$. Diperoleh segitiga siku-siku bersudut $30°, 60°, 90°$ dengan sisi miring 2, sisi pendek 1 (di depan sudut $30°$), dan tinggi $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ (di depan sudut $60°$).



Gambar 3.76 Kiri: setengah persegi (sudut $45°$). Kanan: setengah segitiga sama sisi (sudut $30°$ dan $60°$).

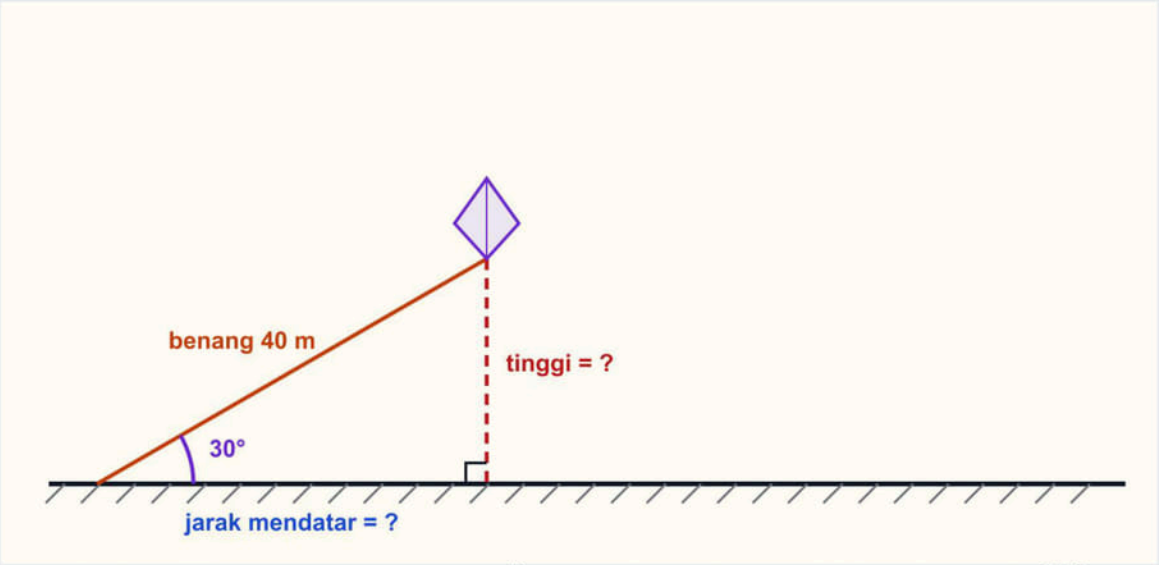
Dari kedua segitiga itu, baca perbandingannya dengan de/mi, sa/mi, dan de/sa:

Sudut	sin	cos	tan
$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$45°$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Pola yang membantu mengingat: dari $30°$ ke $60°$, nilai sinus naik ($\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$),

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sedangkan nilai kosinus turun dengan urutan terbalik. Semakin besar sudut lancip, semakin panjang sisi depannya dibandingkan sisi miring, jadi sinusnya membesar.



Gambar 3.77 Benang sebagai sisi miring 40 m; tinggi layang-layang adalah sisi depan sudut 30°.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Benang layang-layang sepanjang 40 m terentang lurus dan membentuk sudut 30° dengan tanah (lihat Gambar 3.77). Berapa tinggi layang-layang dari tanah, bila ujung benang di tangan dianggap berada di permukaan tanah? Berapa pula jarak mendatar dari orang ke titik di bawah layang-layang?

1. Tinggi layang-layang tegak lurus tanah, jadi benang, tanah, dan garis tinggi membentuk segitiga siku-siku dengan benang sebagai sisi miring.
2. Tinggi adalah sisi **depan** sudut 30°, jadi pakai sinus: $\sin 30^\circ = \dfrac{\text{tinggi}}{40}$.
3. $\text{tinggi} = 40 \times \sin 30^\circ = 40 \times \dfrac{1}{2} = 20$ m.
4. Jarak mendatar adalah sisi **samping**: $40 \times \cos 30^\circ = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$ m, kira-kira $34{,}6$ m.
5. Cek ulang dengan Pythagoras: $20^2 + (20\sqrt{3})^2 = 400 + 1.200 = 1.600 = 40^2$. Cocok.

Jadi tinggi layang-layang 20 m dan jarak mendatarnya $20\sqrt{3}$ m.

5. Sudut berpenyiku

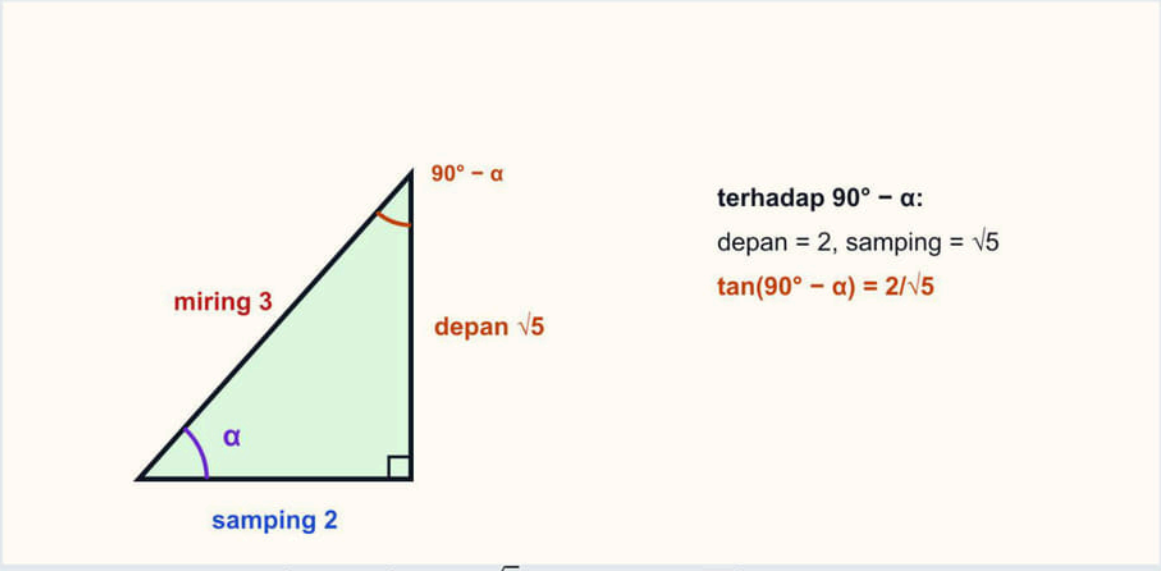
Pada segitiga siku-siku, kedua sudut lancip berjumlah 90°. Bila satu sudut α, sudut lainnya $90^\circ - \alpha$. Sisi depan α adalah sisi samping $90^\circ - \alpha$, dan sebaliknya (lihat kembali Gambar 3.72). Karena itu:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha, \qquad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha, \qquad \tan(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\tan\alpha}.$$

Nama "kosinus" sendiri berasal dari gagasan ini: kosinus adalah sinus dari sudut penyikunya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh: $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, dan $\tan 60^\circ = \dfrac{1}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$.



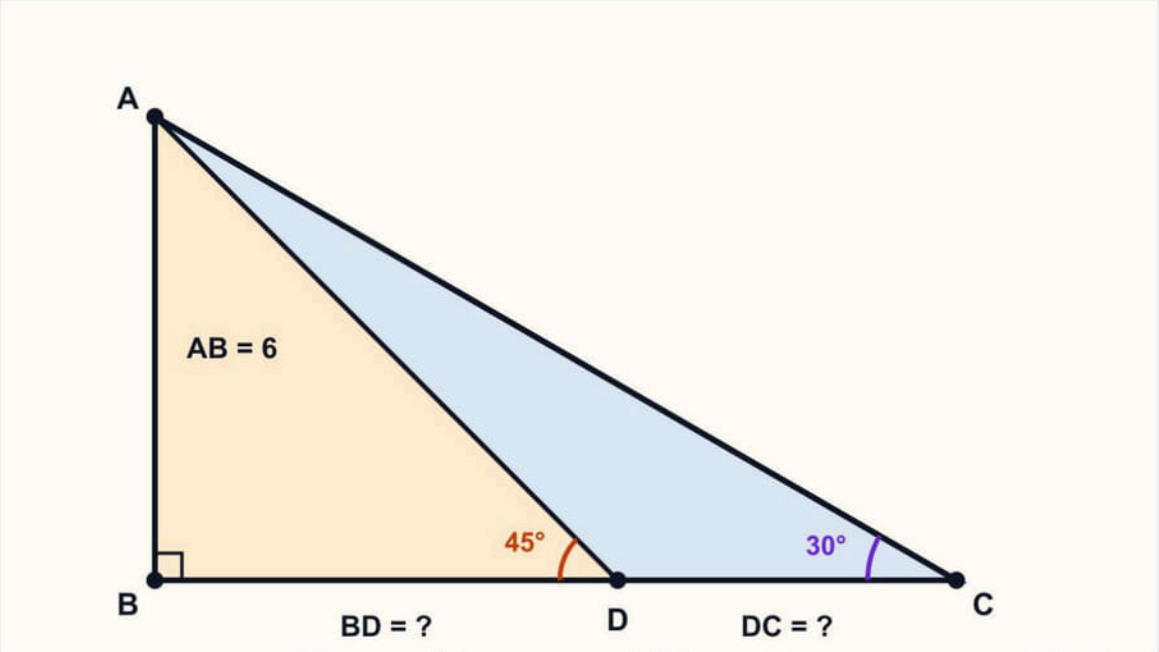
Gambar 3.78 Samping 2, miring 3, depan $\sqrt{5}$. Terhadap sudut $90^\circ - \alpha$, depan dan samping bertukar.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Sudut α lancip dan $\cos \alpha = \dfrac{2}{3}$ (lihat Gambar 3.78). Tentukan $\sin \alpha$, $\tan \alpha$, dan $\tan(90^\circ - \alpha)$. Manakah yang lebih besar, $\sin \alpha$ atau $\cos \alpha$?

1. $\cos \alpha = \dfrac{\text{samping}}{\text{miring}} = \dfrac{2}{3}$. Gambar segitiga dengan sisi samping 2 dan sisi miring 3.
2. Sisi depan $= \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$.
3. $\sin \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ dan $\tan \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.
4. $\tan(90^\circ - \alpha) = \dfrac{1}{\tan \alpha} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. Dibaca dari gambar: terhadap sudut $90^\circ - \alpha$, sisi depan 2 dan sisi samping $\sqrt{5}$, jadi tangennya $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. Sama.
5. Bandingkan: $\sin \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ dan $\cos \alpha = \dfrac{2}{3}$ berpenyebut sama, jadi bandingkan pembilangnya: $\sqrt{5}$ dan $2 = \sqrt{4}$. Karena $5 > 4$, $\sqrt{5} > 2$, sehingga $\sin \alpha > \cos \alpha$.
6. Cek ulang: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \dfrac{5}{9} + \dfrac{4}{9} = 1$. Cocok.

Jadi $\sin \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$, $\tan(90^\circ - \alpha) = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, dan $\sin \alpha > \cos \alpha$. Sebuah petunjuk cepat: $\sin \alpha > \cos \alpha$ tepat bila $\alpha > 45^\circ$, karena pada 45° keduanya sama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.79 Segitiga ABD (sudut $45°$) dan segitiga ABC (sudut $30°$) berbagi sisi tegak $AB = 6$.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Segitiga ABC siku-siku di B dengan $AB = 6$ cm. Titik D terletak pada BC sehingga $\angle ADB = 45°$, sedangkan $\angle ACB = 30°$ (lihat Gambar 3.79). Hitung panjang BD, BC, DC, dan AC.

1. Segitiga ABD siku-siku di B dengan $\angle ADB = 45°$. Terhadap sudut D, sisi depan $AB = 6$ dan sisi samping BD. $\tan 45° = \dfrac{6}{BD} = 1$, jadi $BD = 6$ cm.
2. Segitiga ABC siku-siku di B dengan $\angle ACB = 30°$. Terhadap sudut C, sisi depan $AB = 6$ dan sisi samping BC. $\tan 30° = \dfrac{6}{BC} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, jadi $BC = 6\sqrt{3}$ cm, kira-kira $10{,}39$ cm.
3. $DC = BC - BD = 6\sqrt{3} - 6$ cm, kira-kira $4{,}39$ cm.
4. AC adalah sisi miring segitiga ABC: $\sin 30° = \dfrac{6}{AC}$, jadi $AC = \dfrac{6}{1/2} = 12$ cm.
5. Cek ulang dengan Pythagoras: $AB^2 + BC^2 = 36 + 108 = 144 = 12^2$. Cocok. Cek letak: $BD = 6 < BC \approx 10{,}39$, jadi D memang terletak di antara B dan C.

Jadi $BD = 6$ cm, $BC = 6\sqrt{3}$ cm, $DC = 6\sqrt{3} - 6$ cm, dan $AC = 12$ cm.

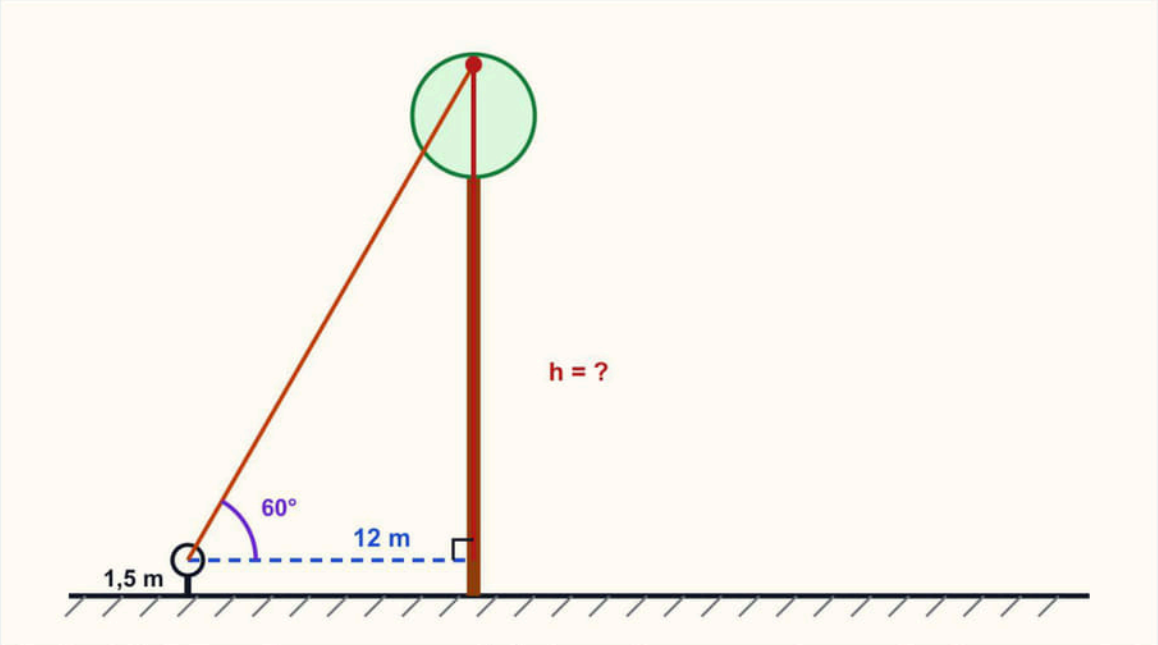
6. Sudut elevasi dan sudut depresi

Trigonometri dipakai untuk mengukur benda yang sulit dijangkau, seperti tinggi pohon, menara, atau tebing. Dua istilah yang sering dipakai:

- **Sudut elevasi**: sudut antara garis mendatar dan garis pandang ketika kita **melihat ke atas**, misalnya ke puncak pohon.
- **Sudut depresi**: sudut antara garis mendatar dan garis pandang ketika kita **melihat ke bawah**, misalnya dari atas menara ke sebuah perahu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sudut depresi dari titik atas ke titik bawah sama besar dengan sudut elevasi dari titik bawah ke titik atas, karena kedua garis mendatarnya sejajar dan garis pandangnya sama (sudut dalam berseberangan, sub bab 3.1). Dalam hitungan, jangan lupa tinggi mata pengamat bila soal menyebutkannya.



Gambar 3.80 Garis mendatar setinggi mata ($1{,}5$ m) menjadi sisi samping; bagian pohon di atasnya menjadi sisi depan sudut $60°$.

Contoh terselesaikan 6 (menengah). Seorang siswa berdiri 12 m dari sebatang pohon pada tanah datar. Ia melihat puncak pohon dengan sudut elevasi $60°$, dan matanya berada $1{,}5$ m di atas tanah (lihat Gambar 3.80). Berapa tinggi pohon itu?

1. Tarik garis mendatar dari mata siswa ke batang pohon. Garis ini sepanjang 12 m dan tegak lurus batang pohon, sehingga terbentuk segitiga siku-siku.
2. Terhadap sudut elevasi $60°$, garis mendatar adalah sisi **samping** dan bagian pohon di atas garis itu (h) adalah sisi **depan**. Perbandingan yang memuat depan dan samping adalah tangen: $\tan 60° = \dfrac{h}{12}$.
3. $h = 12 \times \tan 60° = 12\sqrt{3}$ m, kira-kira $12 \times 1{,}73 = 20{,}8$ m.
4. Tinggi pohon $=$ bagian di atas mata $+$ tinggi mata $= 12\sqrt{3} + 1{,}5$ m, kira-kira $22{,}3$ m.
5. Cek ulang: sudut $60°$ lebih dari $45°$, jadi bagian pohon di atas mata harus lebih tinggi daripada jarak mendatar 12 m. Ternyata $20{,}8 > 12$. Masuk akal.

Jadi tinggi pohon kira-kira $22{,}3$ m. Jebakannya adalah lupa menambahkan tinggi mata, atau memakai sinus padahal yang diketahui sisi samping, bukan sisi miring.

Ringkasan

- Terhadap sudut α: sin = de/mi, cos = sa/mi, tan = de/sa; $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
- Nilainya hanya bergantung pada sudut (segitiga sebangun); untuk sudut lancip,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$0 < \sin\alpha, \cos\alpha < 1$ dan $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

- Satu perbandingan diketahui: gambar segitiga, cari sisi ketiga dengan Pythagoras.
- Sudut istimewa diturunkan dari setengah persegi ($45°$) dan setengah segitiga sama sisi ($30°, 60°$).
- Berpenyiku: $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$, $\tan(90° - \alpha) = \dfrac{1}{\tan\alpha}$. Sudut elevasi dan depresi diukur dari garis mendatar.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Selalu gambar segitiganya.** Tandai sudut yang dibicarakan, lalu tulis "de", "sa", "mi" di samping setiap sisi sebelum memilih perbandingan.
2. **Pakai tripel.** Perbandingan seperti $\dfrac{3}{5}, \dfrac{5}{13}, \dfrac{8}{17}$ menandakan tripel $3, 4, 5$; $5, 12, 13$; $8, 15, 17$.
3. **Untuk $90° - \alpha$, tukar depan dan samping.** Tidak perlu rumus baru; cukup lihat sudut lancip yang lain pada gambar yang sama.
4. **Bandingkan sin dan cos dengan penyebut yang sama.** Keduanya berpenyebut sisi miring, jadi cukup bandingkan sisi depan dan sisi samping.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Sisi depan dan samping tertukar	Contoh 1: $\sin A = \dfrac{4}{5}$	depan A adalah $BC = 3$: $\sin A = \dfrac{3}{5}$
Sisi miring dipakai sebagai depan/samping	$\tan\alpha = \dfrac{5}{13}$	tan memakai depan dan samping: $\dfrac{5}{12}$
Lupa Pythagoras untuk sisi ketiga	$\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$, lalu $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$	$\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$
Nilai sudut istimewa tertukar	$\sin 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\sin 30° = \dfrac{1}{2}$ (sisi pendek di depan sudut kecil)
$\tan(90° - \alpha)$ dianggap $-\tan\alpha$	$\tan(90° - \alpha) = -\dfrac{\sqrt{5}}{2}$	$\dfrac{1}{\tan\alpha} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 14 memberikan nilai $\cos\alpha$ sebuah sudut lancip. Kerjakan seperti Contoh terselesaikan 4: gambar segitiga siku-siku dengan sisi samping dan sisi miring sesuai

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

pecahan yang diberikan, lalu cari sisi depan dengan Pythagoras. Setelah ketiga sisi diketahui, uji keempat pernyataan satu per satu dengan membaca gambar. Untuk $\tan(90^\circ - \alpha)$, tukar sisi depan dan samping. Untuk perbandingan $\sin\alpha$ dan $\cos\alpha$, bandingkan sisi depan dan sisi samping. Hati-hati dengan pernyataan yang bentuknya mirip jawaban benar tetapi pembilang dan penyebutnya tertukar.

Rujukan: soal nomor 14 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut memberikan nilai $\tan\alpha$ dan empat pernyataan. Gambar segitiga dengan tripel yang sesuai, lalu uji setiap pernyataan, termasuk yang memakai sudut $90^\circ - \alpha$.

►. Diketahui α adalah sudut lancip ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) dengan $\tan\alpha = \dfrac{8}{15}$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $\sin\alpha = \dfrac{8}{17}$

(2) $\cos(90^\circ - \alpha) = \dfrac{15}{17}$

(3) $\sin\alpha + \cos\alpha > 1$

(4) $\tan(90^\circ - \alpha) < 1$

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

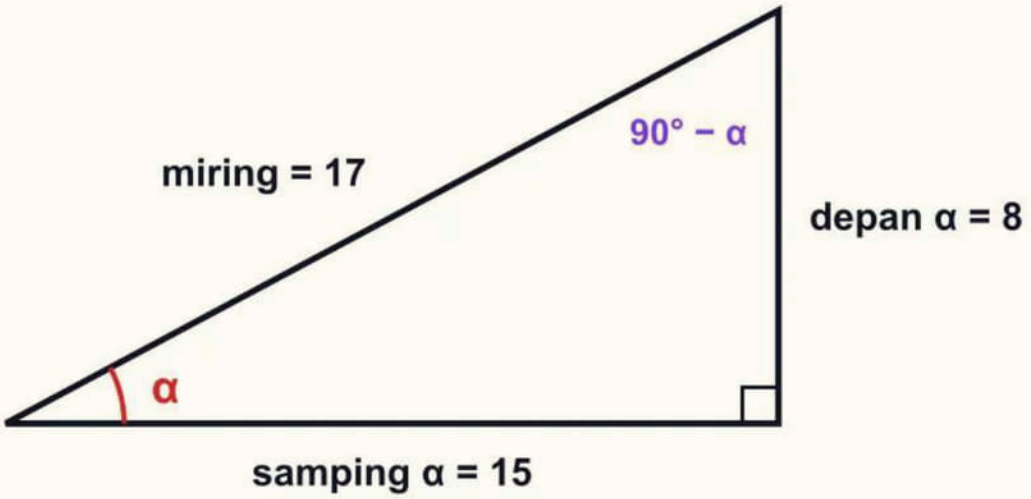
Pembahasan **Kunci: B**

Yang diketahui: α lancip, $\tan\alpha = \dfrac{8}{15}$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku (dilihat dari sudut α):
$\sin\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}$, $\cos\alpha = \dfrac{\text{samping}}{\text{miring}}$, $\tan\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}}$.
Konsep 2 – Teorema Pythagoras: miring^2 = depan^2 + samping^2.
Konsep 3 – Sudut berpenyiku. Dua sudut lancip pada segitiga siku-siku berjumlah 90°, yaitu α dan $90^\circ - \alpha$. Sisi "depan" untuk α menjadi sisi "samping" untuk $90^\circ - \alpha$, sehingga $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$ dan $\tan(90^\circ - \alpha) = \dfrac{1}{\tan\alpha}$.
Contoh kecil: segitiga 3-4-5 dengan $\tan\beta = \dfrac{3}{4}$ memberi $\tan(90^\circ - \beta) = \dfrac{4}{3}$.

Langkah penyelesaian:
1. $\tan\alpha = \dfrac{8}{15}$: sisi depan 8, sisi samping 15.
2. Miring $= \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. $\sin\alpha = \dfrac{8}{17}$ dan $\cos\alpha = \dfrac{15}{17}$.

Uji tiap pernyataan:

- **(1) Benar.** $\sin\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}} = \dfrac{8}{17}$.
- **(2) Salah.** $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha = \dfrac{8}{17}$, bukan $\dfrac{15}{17}$.

Jebakan: mengira $\cos(90^\circ - \alpha)$ sama dengan $\cos\alpha$.

- **(3) Benar.** $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{8}{17} + \dfrac{15}{17} = \dfrac{23}{17}$, dan $\dfrac{23}{17} > 1$ karena $23 > 17$.
- **(4) Salah.** $\tan(90^\circ - \alpha) = \dfrac{15}{8} = 1{,}875$, lebih dari 1.

Jebakan: mengira $\tan(90^\circ - \alpha) = \tan\alpha = \dfrac{8}{15} < 1$.

Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: $\left(\dfrac{8}{17}\right)^2 + \left(\dfrac{15}{17}\right)^2 = \dfrac{64 + 225}{289} = 1$ ✓ (sesuai $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$).

Analisis tiap opsi:

- A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (2) yang salah.
- B ✓ (1) dan (3).
- C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** menukar sudut α dengan $90^\circ - \alpha$ di kedua pernyataan.
- D ✗ (4) saja: **Jebakan:** memakai $\tan\alpha$ untuk sudut penyikunya.
- E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

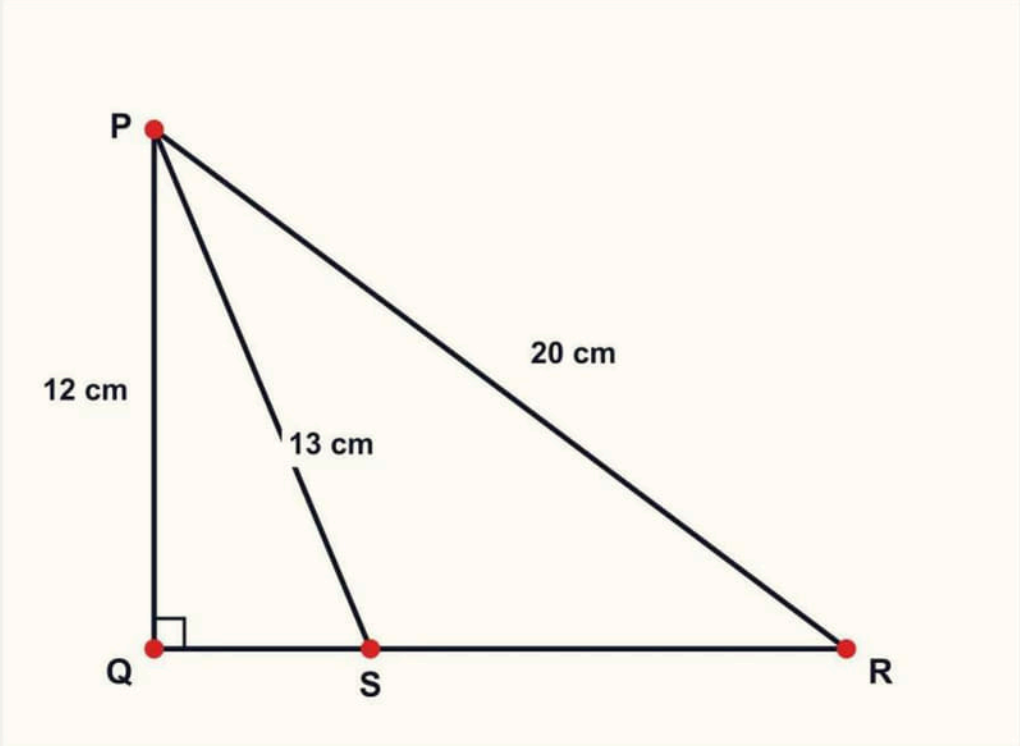
✎ LATIHAN

Soal berikut memakai dua segitiga siku-siku yang berbagi sisi, seperti Contoh terselesaikan 5. Hitung dulu semua sisi dengan Pythagoras, lalu tentukan sisi depan dan samping untuk masing-masing sudut yang diminta.

Bacaan untuk soal nomor 1

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Perhatikan gambar berikut. Segitiga PQR siku-siku di Q. Titik S terletak pada sisi QR sehingga $PQ = 12$ cm, $PS = 13$ cm, dan $PR = 20$ cm.



1. Nilai $\sin \angle QPS \times \cos \angle QRP$ adalah ....

A. $\frac{11}{52}$

B. $\frac{3}{13}$

C. $\frac{4}{13}$

D. $\frac{36}{65}$

E. $\frac{48}{65}$

Kunci singkat: 1. C

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa nilai $\sin 30^\circ$ sama untuk segitiga kecil maupun segitiga besar?
2. Turunkan nilai $\sin 60^\circ$ dan $\tan 60^\circ$ dari segitiga sama sisi bersisi 2.
3. Jika $\sin \alpha = \dfrac{8}{17}$ dan α lancip, berapa $\cos(90^\circ - \alpha)$? Jelaskan tanpa menghitung sisi ketiga.



Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.7: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.7

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri

SNBTPK-3.8

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 15 (Simulasi 1 nomor 15) mendefinisikan fungsi $g(x) = f(x+1)$ dan bertanya apakah grafik g diperoleh dari pergeseran grafik f satu satuan ke kiri. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 16 (Simulasi 1 nomor 16) menyebut grafik g sebagai hasil pencerminan grafik f terhadap sumbu-x dan menanyakan titik potong serta sumbu simetrinya. Keduanya berbentuk Benar/Salah dan menuntut pemahaman **bagaimana setiap titik berpindah** ketika sebuah bangun atau grafik ditransformasikan. Transformasi juga muncul pada soal titik di bidang koordinat, misalnya titik yang digeser lalu diputar.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menentukan bayangan titik dan bangun oleh translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi, beserta alasan aturan koordinatnya;
- menentukan bayangan oleh komposisi dua transformasi dan menyadari bahwa urutannya berpengaruh;
- menggeser dan mencerminkan grafik fungsi: membaca arti $f(x-a)$, $f(x)+b$, $-f(x)$, dan $f(-x)$.

▤ PRASYARAT

Sub bab ini memakai bekal berikut.

1. **Bidang koordinat** (sub bab 0.4). Titik $(3, -2)$ terletak 3 langkah ke kanan dan 2 langkah ke bawah dari O.
2. **Jarak dan gradien** (sub bab 3.6). Jarak $(3, 4)$ ke O adalah $\sqrt{9+16} = 5$. Dua garis tegak lurus bila hasil kali gradiennya -1.
3. **Fungsi kuadrat dan titik puncak** (sub bab 2.2). Fungsi $f(x) = (x-2)^2 - 1$ berpuncak di $(2, -1)$, karena $(x-2)^2$ paling kecil bernilai 0 ketika $x = 2$.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Apa itu transformasi

Transformasi adalah aturan yang memindahkan setiap titik bidang ke tempat baru. Titik asal ditulis A, dan hasil pindahannya, yang disebut **bayangan**, ditulis A' (dibaca "A aksen"). Ada empat transformasi dasar:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

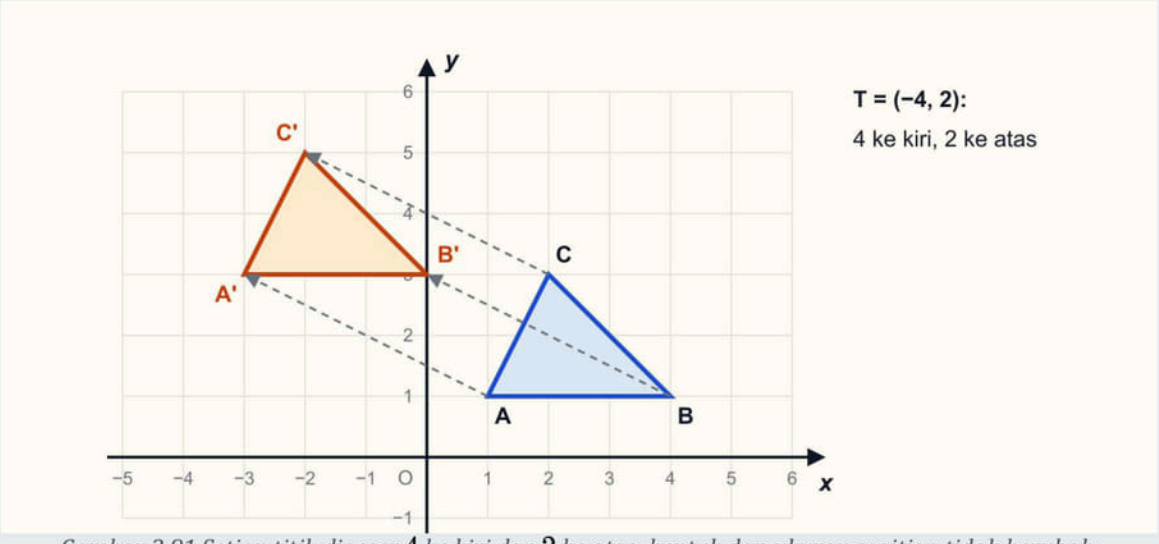
1. **translasi** (pergeseran): setiap titik digeser dengan arah dan jarak yang sama;
2. **refleksi** (pencerminan): setiap titik dicerminkan terhadap sebuah garis cermin;
3. **rotasi** (perputaran): setiap titik diputar terhadap sebuah titik pusat dengan sudut tertentu;
4. **dilatasi** (perkalian): setiap titik dijauhkan atau didekatkan dari sebuah pusat dengan faktor tertentu.

Translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah ukuran dan bentuk bangun: panjang sisi, besar sudut, dan luasnya tetap. Dilatasi mengubah ukuran tetapi tidak mengubah bentuk, sehingga bayangannya sebangun dengan bangun asal. Dalam setiap soal transformasi, tanyakan dua hal: titik mana yang dipindahkan, dan ke mana aturan itu memindahkannya. Bila satu titik sudah benar, titik lain dikerjakan dengan aturan yang sama.

2. Translasi

Translasi oleh $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menggeser setiap titik a satuan mendatar (ke kanan bila a positif, ke kiri bila negatif) dan b satuan tegak (ke atas bila b positif, ke bawah bila negatif): $(x, y) \to (x + a,\ y + b)$.

Alasannya berasal dari arti koordinat: bergeser a ke kanan menambah absis dengan a, dan bergeser b ke atas menambah ordinat dengan b.



Gambar 3.81 Setiap titik digeser 4 ke kiri dan 2 ke atas; bentuk dan ukuran segitiga tidak berubah.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Segitiga ABC dengan $A(1, 1)$, $B(4, 1)$, dan $C(2, 3)$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ (lihat Gambar 3.81). Tentukan bayangannya dan bandingkan luas kedua segitiga.

1. Tafsirkan T: $a = -4$ berarti geser 4 ke kiri, $b = 2$ berarti geser 2 ke atas.
2. $A(1, 1) \to A'(1 - 4, 1 + 2) = A'(-3, 3)$.
3. $B(4, 1) \to B'(0, 3)$ dan $C(2, 3) \to C'(-2, 5)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Luas segitiga ABC: alas $AB = 4 - 1 = 3$ (mendatar), tinggi $3 - 1 = 2$, luas $\frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$. Luas bayangan: alas $A'B' = 0 - (-3) = 3$, tinggi $5 - 3 = 2$, luas juga 3.
5. Cek ulang: setiap pasangan titik dan bayangannya terpisah oleh langkah yang sama, $(-4, 2)$. Misalnya $C' - C = (-2 - 2, 5 - 3) = (-4, 2)$. Cocok.

Jadi bayangannya $A'(-3, 3)$, $B'(0, 3)$, $C'(-2, 5)$, dan luasnya tetap 3.

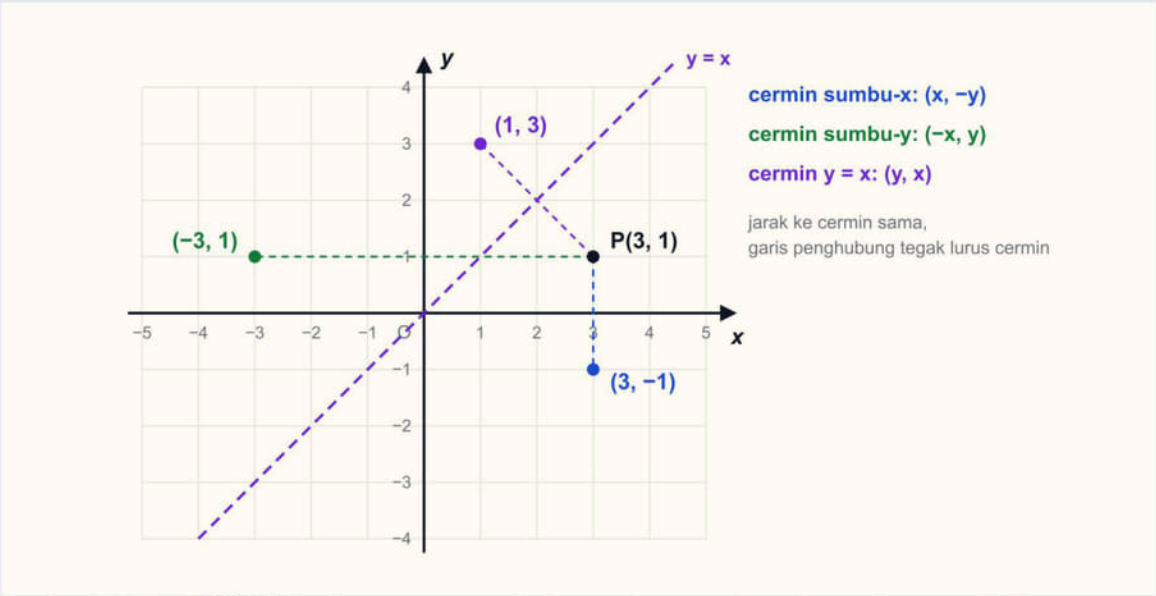
3. Refleksi

Pada pencerminan, titik dan bayangannya **berjarak sama** dari garis cermin, dan ruas yang menghubungkan keduanya **tegak lurus** garis cermin. Seperti bercermin: wajahmu dan bayanganmu berjarak sama dari kaca, dan garis lurus dari wajah ke bayangan menembus kaca secara tegak lurus. Dari sifat ini diperoleh aturan berikut (lihat Gambar 3.82):

Cermin	Bayangan (x, y)	Alasan singkat
sumbu-x	$(x, -y)$	jarak ke sumbu-x adalah $\lvert y \rvert$; titik pindah ke sisi seberang, absis tetap
sumbu-y	$(-x, y)$	jarak ke sumbu-y adalah $\lvert x \rvert$; ordinat tetap
garis $y = x$	(y, x)	garis $y = x$ menukar peran sumbu-x dan sumbu-y
garis $y = -x$	$(-y, -x)$	ditukar lalu kedua tanda diganti
garis $x = h$	$(2h - x, y)$	h adalah titik tengah absis lama dan baru: $\frac{x + x'}{2} = h$, jadi $x' = 2h - x$
garis $y = k$	$(x, 2k - y)$	k adalah titik tengah ordinat lama dan baru

Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



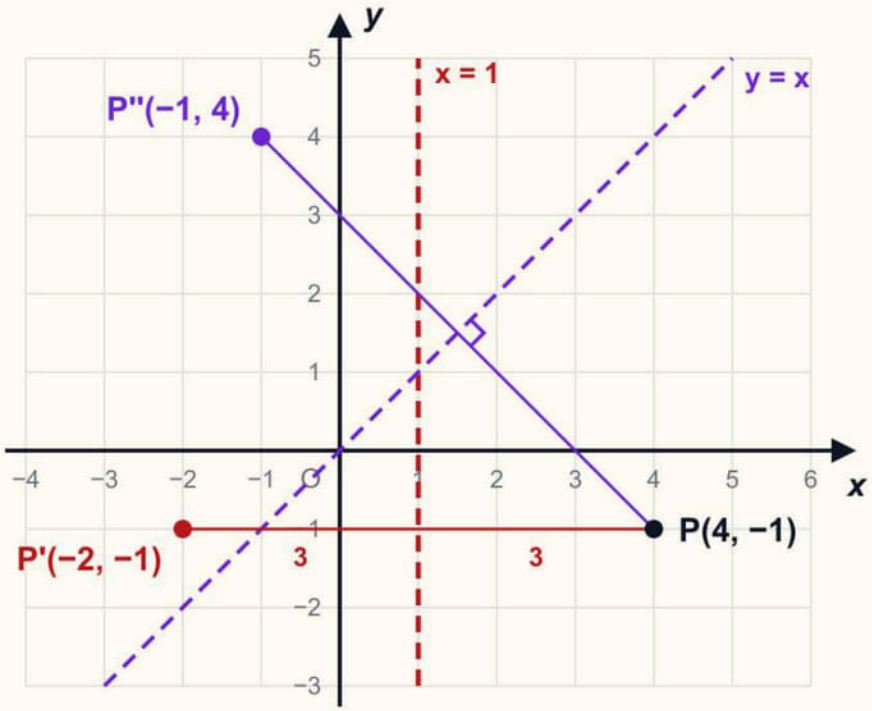
Gambar 3.82 Titik $P(3,1)$ dan bayangannya terhadap sumbu-x, sumbu-y, dan garis $y = x$. Garis putus-putus tegak lurus cermin.

Mengapa cermin $y = x$ menukar koordinat? Garis $y = x$ membagi sudut antara sumbu-x positif dan sumbu-y positif menjadi dua sama besar. Bila bidang dilipat menurut garis itu, sumbu-x positif tepat berimpit dengan sumbu-y positif. Jadi "3 langkah ke kanan, 1 langkah ke atas" berubah menjadi "3 langkah ke atas, 1 langkah ke kanan": titik $(3, 1)$ menjadi $(1, 3)$.

Untuk cermin tegak $x = h$ yang tidak melalui O, pikirkan jaraknya. Titik berabsis x berjarak $x - h$ dari cermin (positif bila titik di kanan cermin). Bayangannya berjarak sama tetapi di sisi kiri, jadi absisnya $h - (x - h) = 2h - x$. Ordinatnya tidak berubah, karena ruas penghubung titik dan bayangannya mendatar. Aturan $y = k$ diturunkan dengan cara yang sama untuk arah tegak.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.83 Bayangan P terhadap garis tegak $x = 1$ dan terhadap garis $y = x$.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Titik $P(4, -1)$ dicerminkan terhadap garis $x = 1$, dan secara terpisah dicerminkan terhadap garis $y = x$ (lihat Gambar 3.83). Tentukan kedua bayangannya.

1. Cermin $x = 1$ adalah garis tegak. Jarak mendatar P ke cermin: $4 - 1 = 3$. Bayangan berada 3 satuan di sisi lain: absis $1 - 3 = -2$. Ordinat tidak berubah karena ruas penghubungnya mendatar. Jadi $P'(-2, -1)$.
2. Cek dengan rumus: $2h - x = 2(1) - 4 = -2$. Sama. Cek titik tengah: $\dfrac{4 + (-2)}{2} = 1$, tepat pada cermin.
3. Cermin $y = x$: tukar koordinat, $P(4, -1) \to P''(-1, 4)$.
4. Cek ulang sifat tegak lurus: gradien PP'' adalah $\dfrac{4 - (-1)}{-1 - 4} = \dfrac{5}{-5} = -1$, dan gradien cermin $y = x$ adalah 1. Hasil kalinya -1, jadi PP'' tegak lurus cermin. Titik tengahnya $\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$ terletak pada $y = x$. Cocok.

Jadi bayangan terhadap $x = 1$ adalah $(-2, -1)$ dan terhadap $y = x$ adalah $(-1, 4)$.

4. Rotasi

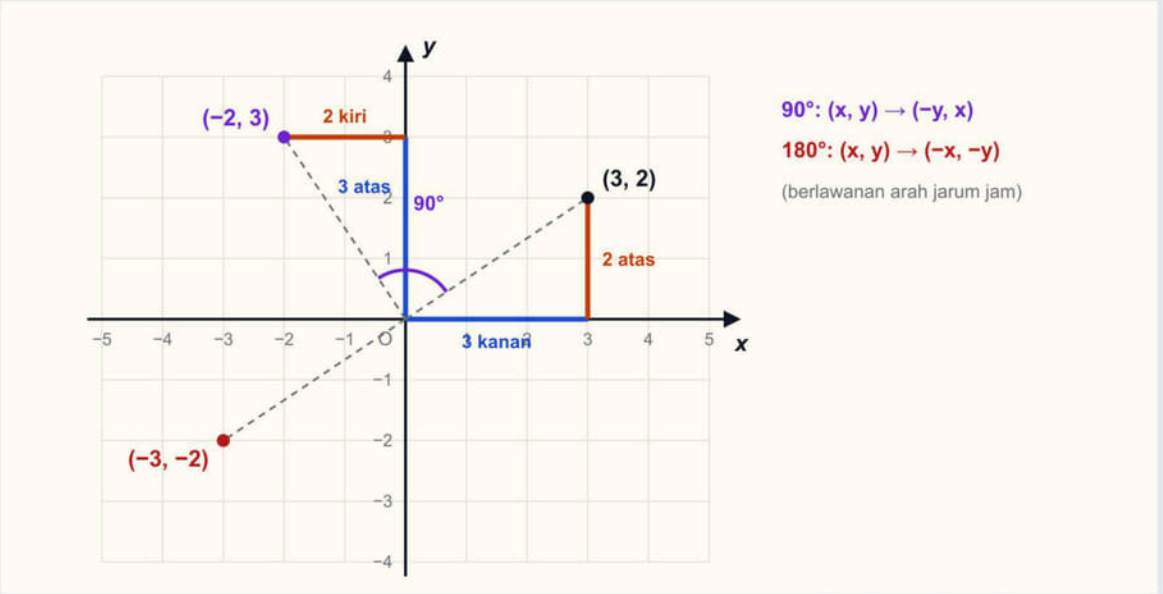
Rotasi memutar setiap titik terhadap **pusat rotasi** dengan sudut tertentu. Sudut positif

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

berarti **berlawanan arah jarum jam**; sudut negatif berarti searah jarum jam. Jarak setiap titik ke pusat tidak berubah. Untuk pusat $O(0,0)$:

$$90^\circ : (x,y) \to (-y,x), \qquad 180^\circ : (x,y) \to (-x,-y), \qquad -90^\circ : (x,y) \to (y,-x).$$

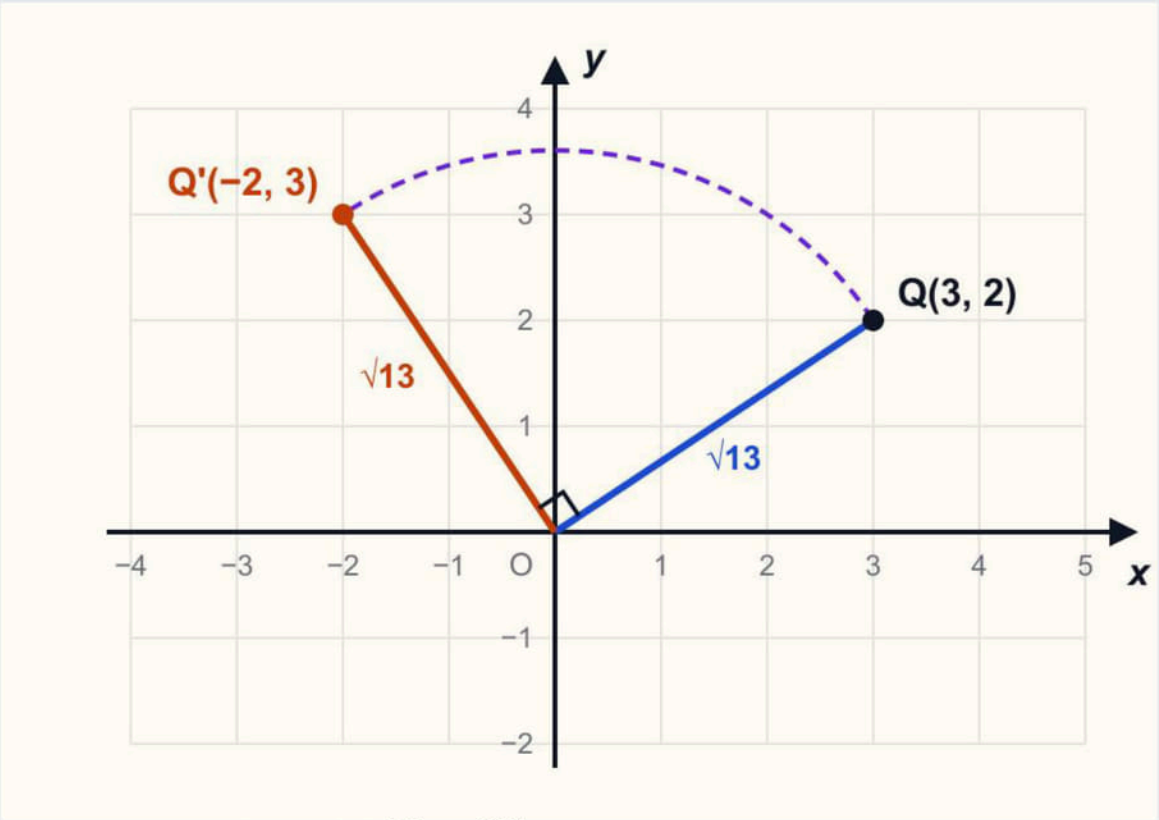
Alasan rotasi 90° (lihat Gambar 3.84). Titik (x,y) dicapai dari O dengan langkah "x ke kanan, lalu y ke atas". Putar seluruh langkah itu 90° berlawanan arah jarum jam: arah "kanan" menjadi "atas", dan arah "atas" menjadi "kiri". Jadi langkahnya menjadi "x ke atas, lalu y ke kiri", yang berakhir di $(-y,x)$. Ini gagasan yang sama dengan anak tangga yang diputar di sub bab 3.6. Rotasi 180° adalah dua kali rotasi 90°:
$(x,y) \to (-y,x) \to (-x,-y)$.



Gambar 3.84 Langkah "3 *kanan,* 2 *atas" diputar* 90° *menjadi "*3 *atas,* 2 *kiri":* $(3,2) \to (-2,3)$. *Rotasi* 180° *memberi* $(-3,-2)$.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 3.85 OQ dan OQ' sama panjang dan saling tegak lurus.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Titik $Q(3, 2)$ dirotasikan 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0, 0)$ (lihat Gambar 3.85). Tentukan bayangannya, lalu buktikan bahwa jaraknya ke O tidak berubah dan bahwa $OQ \perp OQ'$.

1. Aturan rotasi 90°: $(x, y) \to (-y, x)$. Jadi $Q(3, 2) \to Q'(-2, 3)$.
2. Jarak $OQ = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ dan $OQ' = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$. Sama.
3. Gradien $OQ = \dfrac{2}{3}$ dan gradien $OQ' = \dfrac{3}{-2} = -\dfrac{3}{2}$. Hasil kalinya $\dfrac{2}{3} \times \left(-\dfrac{3}{2}\right) = -1$, jadi $OQ \perp OQ'$.
4. Cek arah: Q di kuadran I, dan diputar berlawanan arah jarum jam sejauh seperempat putaran, ia seharusnya tiba di kuadran II. $Q'(-2, 3)$ memang di kuadran II.

Jadi $Q' = (-2, 3)$, jaraknya ke O tetap $\sqrt{13}$, dan $OQ \perp OQ'$.

5. Dilatasi

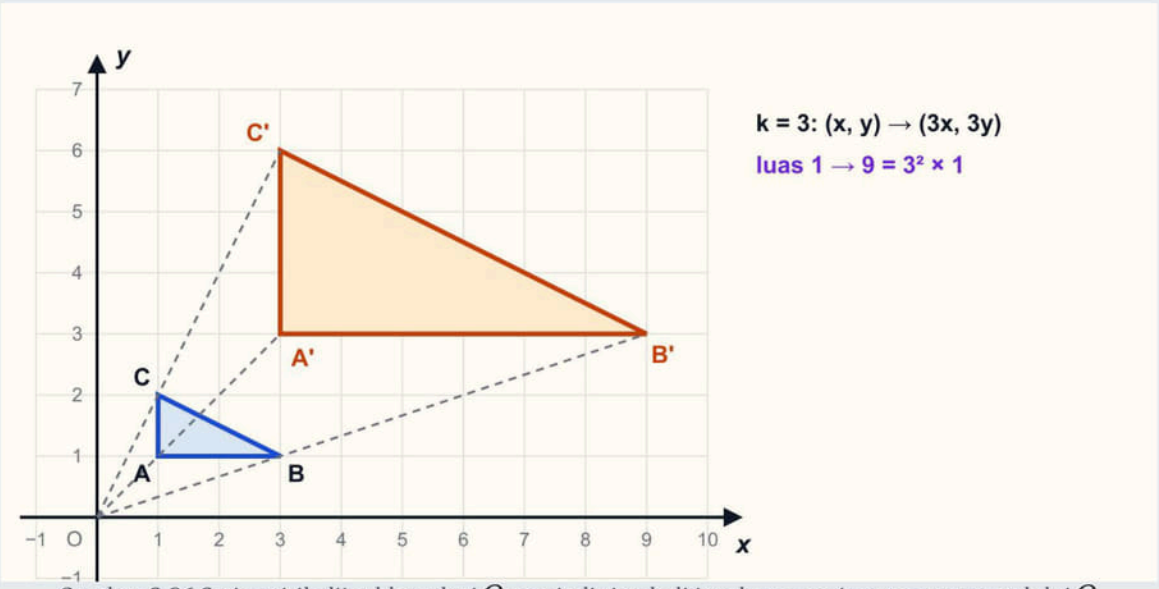
Dilatasi dengan pusat O dan faktor skala k memindahkan setiap titik sepanjang garis yang melalui O, sehingga jaraknya ke O menjadi k kali semula:

$$(x, y) \to (kx,\ ky).$$

Contoh nyata dilatasi adalah proyektor di kelas: gambar kecil pada layar laptop diperbesar di dinding dengan bentuk yang sama, dan setiap titik gambar terletak pada garis lurus yang berpangkal di lensa proyektor. Bila jarak dinding ke lensa dua kali lipat, gambar di dinding pun dua kali lebih lebar dan dua kali lebih tinggi, sehingga luasnya empat kali.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bila $k > 1$, bangun membesar; bila $0 < k < 1$, bangun mengecil; bila k negatif, bayangan berada di seberang pusat. Bayangan dilatasi sebangun dengan bangun asal: panjang sisi dikali $|k|$, sehingga luas dikali k^2 (sub bab 3.2).



Gambar 3.86 Setiap titik dijauhkan dari O menjadi tiga kali jaraknya; garis putus-putus melalui O.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Segitiga ABC dengan $A(1,1)$, $B(3,1)$, dan $C(1,2)$ didilatasi dengan pusat O dan faktor 3 (lihat Gambar 3.86). Tentukan bayangannya dan luas bayangan.

1. Kalikan setiap koordinat dengan 3: $A'(3,3)$, $B'(9,3)$, $C'(3,6)$.
2. Luas ABC: siku-siku di A dengan alas $AB = 2$ dan tinggi $AC = 1$, luasnya $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$.
3. Luas bayangan: alas $A'B' = 6$, tinggi $A'C' = 3$, luasnya $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$.
4. Cek ulang dengan aturan luas: $k^2 \times 1 = 9 \times 1 = 9$. Cocok. Cek titik: A, A', dan O segaris, karena $A' = 3 \times A$.

Jadi bayangannya $A'(3,3)$, $B'(9,3)$, $C'(3,6)$, dengan luas 9, yaitu sembilan kali luas semula.

6. Komposisi transformasi: urutan berpengaruh

Komposisi berarti melakukan dua transformasi berturut-turut: bayangan transformasi pertama menjadi titik asal transformasi kedua. Kerjakan **satu per satu**, sesuai urutan yang disebut soal. Urutan sering berpengaruh, karena memutar lalu mencerminkan umumnya memberi hasil yang berbeda dengan mencerminkan lalu memutar.

Ada beberapa komposisi yang hasilnya mudah ditebak, dan berguna sebagai cek ulang:

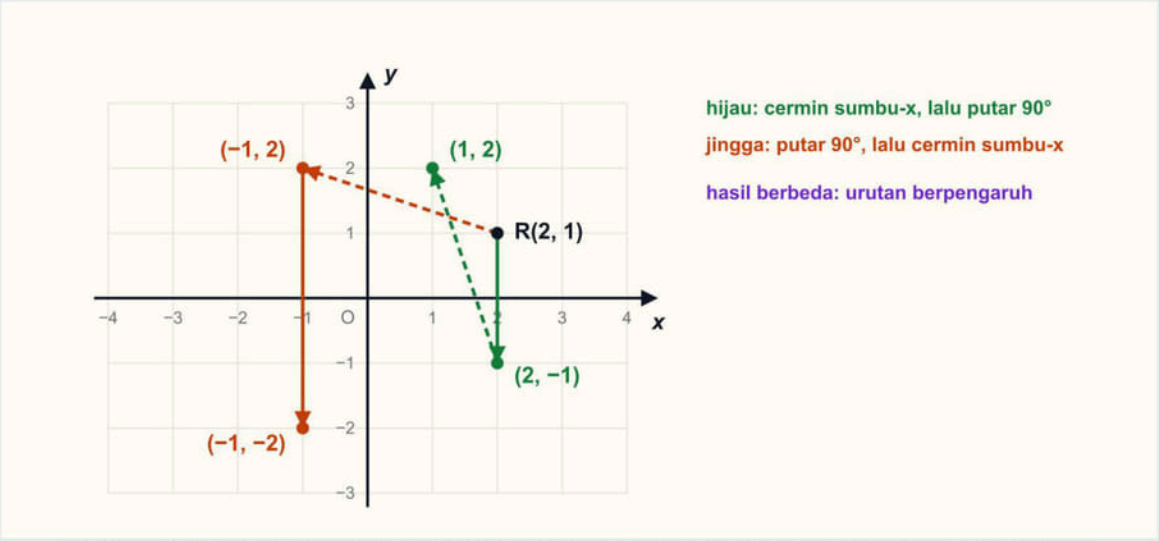
1. **Dua translasi** berturut-turut sama dengan satu translasi yang langkahnya dijumlahkan: $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ lalu $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ sama dengan $\begin{pmatrix} a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 \end{pmatrix}$. Untuk translasi saja, urutannya tidak

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

berpengaruh, karena penjumlahan bersifat komutatif.

2. **Dua rotasi** terhadap pusat yang sama sama dengan satu rotasi yang sudutnya dijumlahkan, misalnya 90° lalu 90° sama dengan 180°.
3. **Dua pencerminan** terhadap cermin yang sama mengembalikan titik ke tempat semula, seperti bayangan dari bayangan di cermin.

Selain ketiga kasus ini, jangan menganggap urutan boleh ditukar sebelum memeriksanya.



Gambar 3.87 Jalur hijau: cermin lalu putar. Jalur jingga: putar lalu cermin. Hasil akhirnya berbeda.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Titik $R(2, 1)$ dicerminkan terhadap sumbu-x, lalu bayangannya dirotasikan 90° berlawanan arah jarum jam terhadap O. Bandingkan hasilnya bila urutannya dibalik: dirotasikan dulu, baru dicerminkan (lihat Gambar 3.87).

1. Urutan pertama, cermin sumbu-x: $(x, y) \to (x, -y)$, jadi $R(2, 1) \to (2, -1)$.
2. Lalu rotasi 90°: $(x, y) \to (-y, x)$, jadi $(2, -1) \to (1, 2)$.
3. Urutan kedua, rotasi dulu: $R(2, 1) \to (-1, 2)$.
4. Lalu cermin sumbu-x: $(-1, 2) \to (-1, -2)$.
5. Hasilnya $(1, 2)$ dan $(-1, -2)$, berbeda. Cek ulang jarak: ketiga titik R, $(1, 2)$, dan $(-1, -2)$ berjarak $\sqrt{5}$ dari O, karena refleksi terhadap garis melalui O dan rotasi terhadap O sama-sama tidak mengubah jarak ke O.

Jadi "cermin lalu putar" memberi $(1, 2)$, sedangkan "putar lalu cermin" memberi $(-1, -2)$. Urutan komposisi berpengaruh.

7. Transformasi grafik fungsi

Grafik fungsi juga dapat digeser dan dicerminkan. Kuncinya: lacak satu titik. Bila (p, q) terletak pada grafik f, artinya $f(p) = q$.

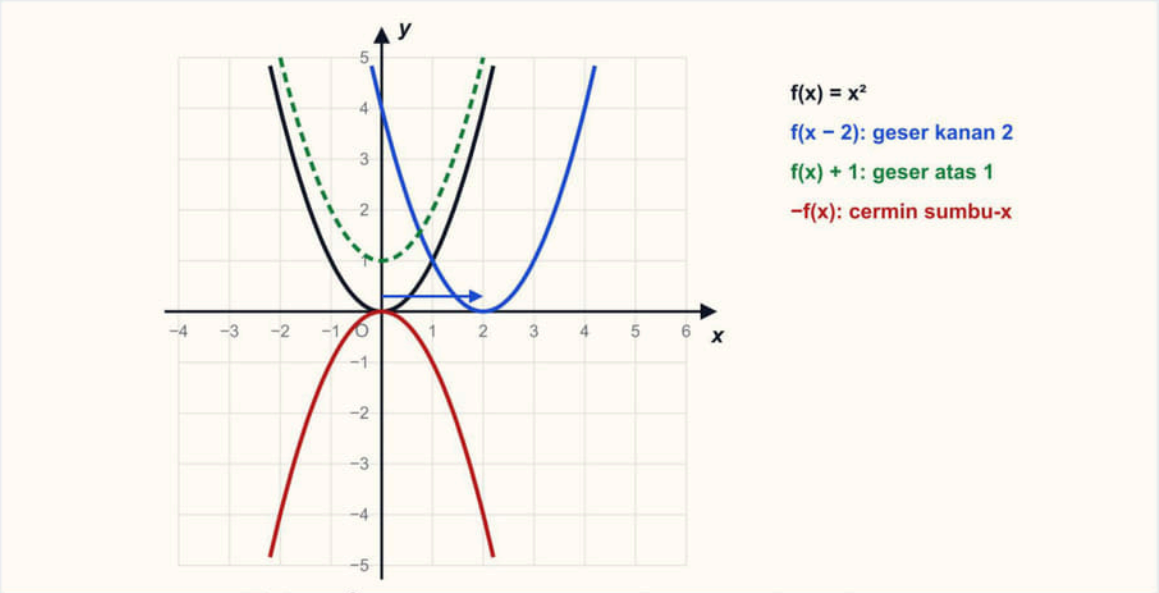
1. $g(x) = f(x - a)$**: geser a satuan ke kanan.** Titik $(p + a, q)$ terletak pada g, karena $g(p + a) = f(p + a - a) = f(p) = q$. Jadi setiap titik bergeser a ke kanan. Perhatikan tandanya: $f(x - 2)$ bergeser ke **kanan** 2, sedangkan $f(x + 1) = f(x - (-1))$ bergeser ke **kiri** 1. Banyak siswa tertukar di sini, karena tanda di dalam kurung terasa

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

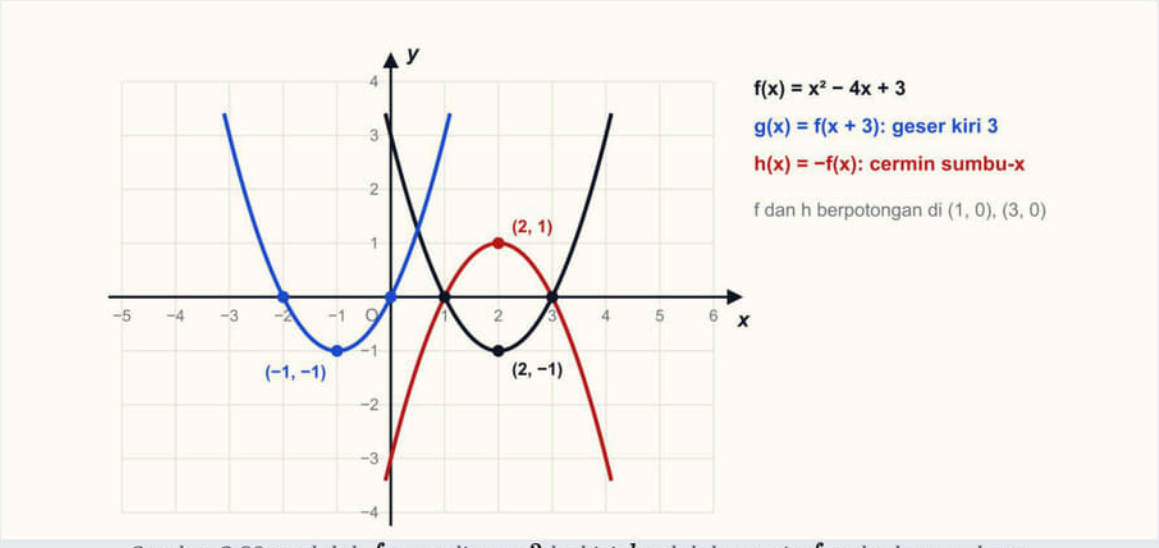
berlawanan dengan arahnya.

2. $g(x) = f(x) + b$: **geser b satuan ke atas.** Setiap nilai y bertambah b.
3. $g(x) = -f(x)$: **cermin terhadap sumbu-x.** Titik (p, q) menjadi $(p, -q)$. Titik yang terletak **pada** sumbu-x ($q = 0$) tidak berpindah.
4. $g(x) = f(-x)$: **cermin terhadap sumbu-y.** Titik (p, q) menjadi $(-p, q)$, karena $g(-p) = f(p) = q$.

Gambar 3.88 memperlihatkan keempat perubahan ini untuk sebuah parabola.



Gambar 3.88 Grafik $f(x) = x^2$ (hitam), digeser ke kanan 2 menjadi $f(x-2)$, digeser ke atas 1 menjadi $f(x)+1$, dan dicerminkan terhadap sumbu-x menjadi $-f(x)$.



Gambar 3.89 g adalah f yang digeser 3 ke kiri; h adalah cermin f terhadap sumbu-x.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Diketahui $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Grafik $g(x) = f(x+3)$ dan $h(x) = -f(x)$ (lihat Gambar 3.89). Tentukan titik puncak dan titik potong sumbu-x untuk ketiga grafik, lalu tentukan apakah grafik f dan h berpotongan.

1. Tulis f dalam bentuk kuadrat sempurna:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 4 + 3 = (x-2)^2 - 1$. Puncak f di $(2, -1)$. Titik potong sumbu-x: $(x-1)(x-3) = 0$, jadi $x = 1$ dan $x = 3$.

2. $g(x) = f(x+3) = f(x-(-3))$: geser 3 ke **kiri**. Puncak g di $(2-3, -1) = (-1, -1)$, dan titik potong sumbu-x di $x = 1 - 3 = -2$ dan $x = 3 - 3 = 0$.
3. Cek g langsung: $g(0) = f(3) = 9 - 12 + 3 = 0$. Jadi g memang melalui $(0, 0)$.
4. $h(x) = -f(x)$: cermin terhadap sumbu-x. Puncak h di $(2, 1)$, dan titik potong sumbu-x tetap $x = 1$ dan $x = 3$, karena titik pada sumbu-x tidak berpindah.
5. Grafik f dan h berpotongan bila $f(x) = -f(x)$, yaitu $2f(x) = 0$, atau $f(x) = 0$. Ini terjadi di $x = 1$ dan $x = 3$. Jadi keduanya berpotongan di dua titik, $(1, 0)$ dan $(3, 0)$.
6. Cek ulang sumbu simetri: f dan h sama-sama simetris terhadap $x = 2$, sebab pencerminan terhadap sumbu-x tidak menggeser grafik ke kiri atau ke kanan.

Jadi puncak f, g, h berturut-turut $(2, -1)$, $(-1, -1)$, $(2, 1)$; titik potong sumbu-x: f dan h di 1 dan 3, g di -2 dan 0; grafik f dan h berpotongan di dua titik.

Ringkasan

- Translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$: $(x + a, y + b)$. Dilatasi faktor k pusat O: (kx, ky), luas $\times k^2$.
- Refleksi: sumbu-x $(x, -y)$; sumbu-y $(-x, y)$; $y = x$ (y, x); $x = h$ $(2h - x, y)$.
- Rotasi pusat O: 90° $(-y, x)$; 180° $(-x, -y)$; -90° $(y, -x)$. Jarak ke pusat tetap.
- Komposisi dikerjakan berurutan; urutan berpengaruh. Pengecualian yang mudah: dua translasi dijumlahkan, dua rotasi sepusat sudutnya dijumlahkan, dan dua pencerminan terhadap cermin yang sama mengembalikan titik ke tempat semula.
- Grafik: $f(x - a)$ geser kanan a; $f(x) + b$ geser atas b; $-f(x)$ cermin sumbu-x; $f(-x)$ cermin sumbu-y.

Educational Institutions

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Gambar titiknya.** Satu sketsa kecil memastikan arah rotasi dan sisi cermin benar.
2. **Cek dengan sifat yang tetap.** Translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah jarak; refleksi membuat cermin menjadi sumbu ruas titik-bayangan; rotasi 90° membuat $OP \perp OP'$.
3. **Untuk grafik, lacak puncak dan titik potong.** Geser atau cerminkan beberapa titik penting, bukan seluruh rumus.
4. **Komposisi: tulis setiap tahap.** Jangan menggabungkan dua aturan di kepala.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Arah geser grafik tertukar	$f(x+1)$ digeser ke kanan 1	$f(x+1)$ digeser ke kiri 1
Rotasi 90° salah tanda	$(3,2) \to (2,-3)$ untuk berlawanan jarum jam	$(-2,3)$; $(2,-3)$ adalah rotasi searah jarum jam
Cermin $y=x$ hanya mengganti tanda	$(4,-1) \to (-4,1)$	ditukar: $(-1,4)$
Urutan komposisi dibalik	putar dulu padahal soal "cermin lalu putar"	ikuti urutan soal
Cermin $x=h$ dikira cermin sumbu-y	cermin $x=1$: $(4,-1) \to (-4,-1)$	$(2\times 1-4,-1)=(-2,-1)$

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 15 mendefinisikan $g(x)=f(x+1)$. Untuk pernyataan nilai g di suatu titik, substitusi langsung: $g(1)=f(2)$, lalu hitung dengan rumus f. Untuk pernyataan tentang arah pergeseran, ingat bagian 7: tanda di dalam kurung berlawanan dengan arah geser yang dirasakan. Untuk pernyataan tentang titik potong dengan garis $x=0$, hitung $g(0)$ dan bandingkan dengan titik yang disebut soal. Uji setiap pernyataan secara terpisah.

Rujukan: soal nomor 15 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 16 mencerminkan grafik f terhadap sumbu-x, jadi $g(x)=-f(x)$. Pernyataan pertama membandingkan $g(1)$ dan $f(1)$: hitung $f(1)$ dulu, lalu ingat bahwa $g(1)=-f(1)$, sehingga keduanya sama hanya bila nilainya nol. Untuk banyaknya titik potong f dan g, samakan kedua rumus seperti langkah 5 Contoh terselesaikan 6, lalu hitung berapa penyelesaian yang diperoleh. Untuk sumbu simetri, tentukan dulu sumbu simetri f dari bentuk kuadrat sempurnanya, lalu pikirkan apakah pencerminan terhadap sumbu-x memindahkan grafik ke kiri atau ke kanan.

Rujukan: soal nomor 16 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut adalah komposisi translasi lalu rotasi. Kerjakan satu tahap demi satu tahap seperti Contoh terselesaikan 5, lalu periksa pernyataan tentang jarak ke titik O dengan sifat rotasi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Titik $A(4,-1)$ ditranslasikan oleh $T=\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ sehingga diperoleh titik A'. Kemudian titik A' dirotasikan sejauh 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ sehingga diperoleh titik A''.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Titik A' adalah $(2,4)$.	○	○
Titik A'' adalah $(4,-2)$.	○	○
Jarak titik A'' ke titik O sama dengan jarak titik A' ke titik O.	○	○

Pembahasan **Kunci: 1B 2S 3B**

Yang diketahui: $A(4,-1)$; translasi $T=\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$; lalu rotasi 90° berlawanan arah jarum jam, pusat O. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Translasi $\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$: titik (x,y) bergeser menjadi $(x+a,y+b)$.

Contoh kecil: $(1,2)$ ditranslasikan $\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ menjadi $(4,1)$.

Konsep 2 – Rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O: $(x,y)\to(-y,x)$. (Searah jarum jam: $(x,y)\to(y,-x)$.)

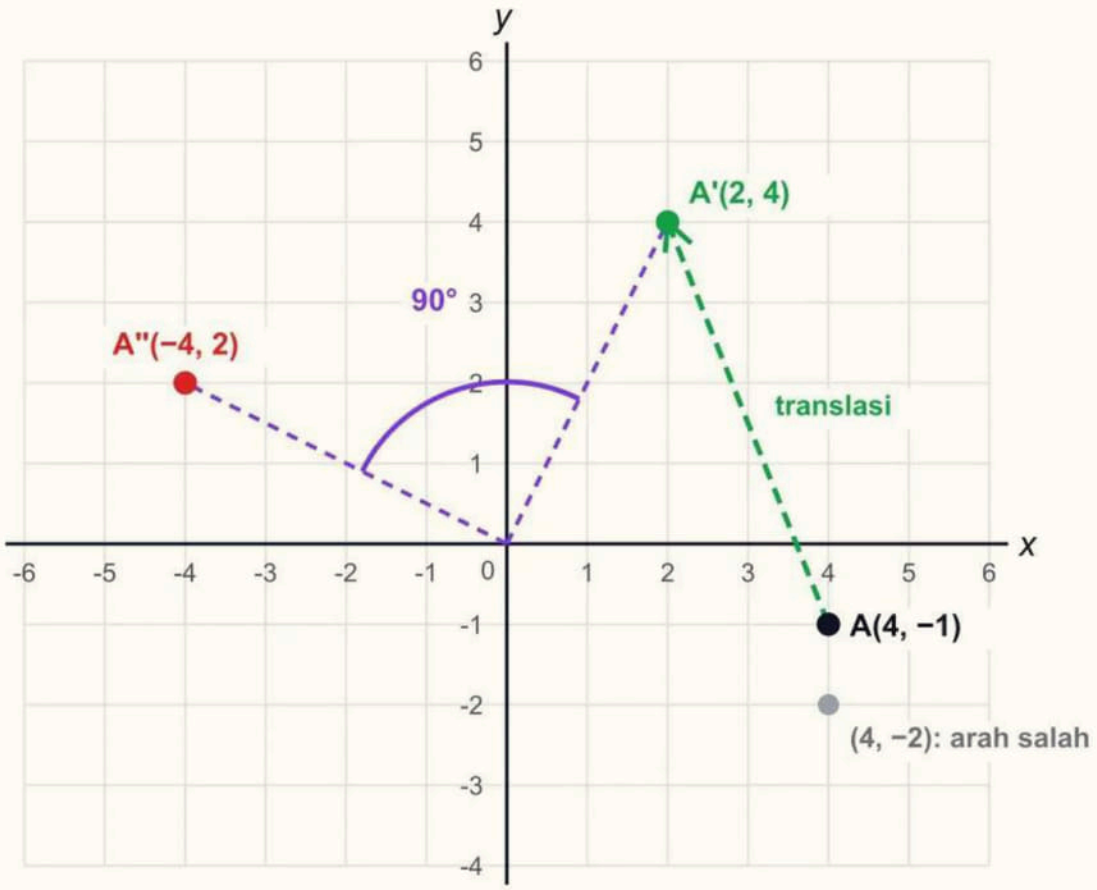
Contoh kecil: $(3,0)$ di sumbu x positif berputar ke atas menjadi $(0,3)$.

Konsep 3 – Rotasi tidak mengubah jarak ke pusat rotasi, karena titik bergerak sepanjang lingkaran berpusat di pusat rotasi.

Langkah penyelesaian:

1. $A'=(4+(-2),-1+5)=(2,4)$.
2. $A''=(-4,2)$, karena $(x,y)=(2,4)\to(-y,x)=(-4,2)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Pernyataan 1 – Benar. $A' = (2, 4)$.
Jebakan: mengurangkan komponen translasi, sehingga mendapat $(6, -6)$.

Pernyataan 2 – Salah. $A'' = (-4, 2)$, bukan $(4, -2)$.
Jebakan: memakai rumus rotasi searah jarum jam $(x, y) \to (y, -x)$, yang memberi $(4, -2)$.

Pernyataan 3 – Benar. $OA' = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$ dan $OA'' = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20}$. Keduanya sama, sesuai Konsep 3.
Jebakan: membandingkan dengan jarak titik awal A: $OA = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$, lalu mengira jaraknya berubah. Translasi memang dapat mengubah jarak ke O, tetapi rotasi tidak.

Cek ulang: vektor $\overrightarrow{OA'} = (2, 4)$ dan $\overrightarrow{OA''} = (-4, 2)$ mempunyai hasil kali titik $2(-4) + 4(2) = 0$, jadi saling tegak lurus (sudut 90°) ✓. Pada gambar, A'' berada di kiri atas, sesuai putaran berlawanan arah jarum jam ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

✎ LATIHAN

Soal berikut menggabungkan pergeseran grafik dan pencerminan terhadap sumbu-y. Lacak titik puncak dan titik potong sumbu, seperti pada Contoh terselesaikan 6.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Grafik fungsi $f(x) = x^2 - 6x + 5$ digeser 2 satuan ke kiri, kemudian 3 satuan ke atas, sehingga diperoleh grafik fungsi g. Grafik fungsi f juga dicerminkan terhadap sumbu y sehingga diperoleh grafik fungsi h.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Titik puncak grafik fungsi g adalah $(5, -1)$	○	○
Grafik fungsi g melalui titik asal $O(0, 0)$	○	○
Grafik fungsi h memotong sumbu x di $x = -1$ dan $x = -5$	○	○

Kunci singkat: 1. 1S 2B 3B

✔ PERIKSA DIRI

1. Jelaskan dengan langkah "kanan lalu atas" mengapa rotasi 90° berlawanan arah jarum jam memetakan (x, y) ke $(-y, x)$.
2. Grafik $f(x - 3)$ adalah hasil pergeseran grafik f ke arah mana? Lacak satu titik untuk membuktikannya.
3. Berikan contoh dua transformasi yang hasil komposisinya berubah bila urutannya dibalik.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 3.8: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-3.8

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 3

SNBTPK-KB3

Jumlah soal: 20 **Waktu anjuran:** 20 menit

Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

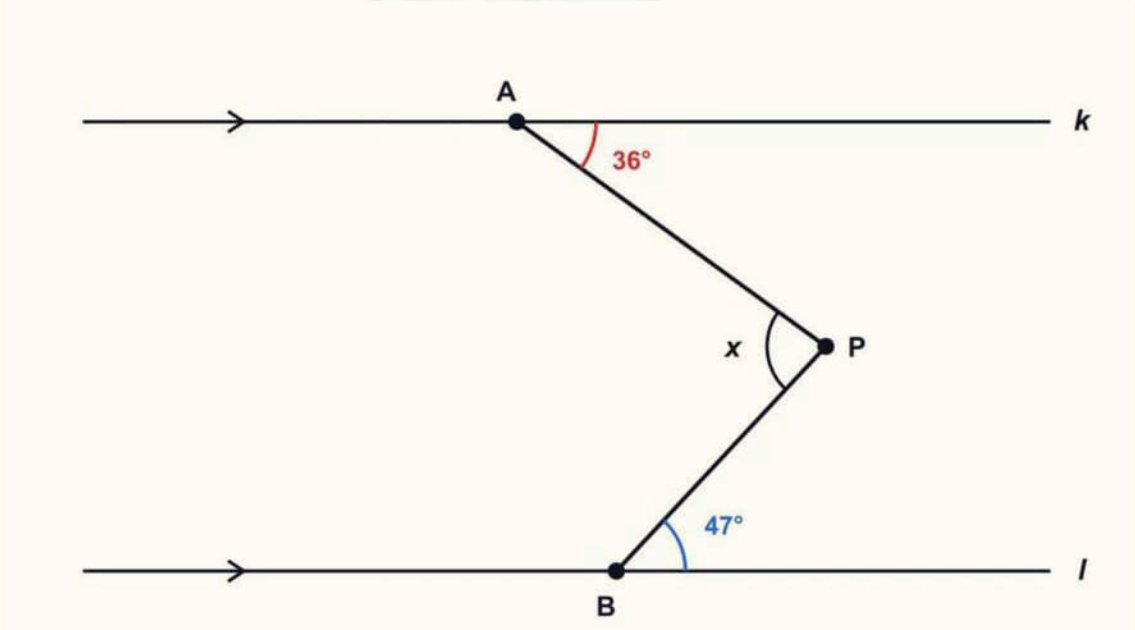
Kerjakan Kuis Bab 3 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-KB3

1. Pada gambar berikut, garis k sejajar dengan garis l. Titik A terletak pada garis k, titik B terletak pada garis l, dan titik P terletak di antara kedua garis itu. Sudut antara garis k dan ruas garis AP besarnya 36°, sedangkan sudut antara garis l dan ruas garis BP besarnya 47°, seperti ditandai pada gambar.

Besar sudut $x = \angle APB$ adalah . . .



A. 11°
B. 83°
C. 97°
D. 133°
E. 144°

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Pada tahun 2027, sebuah sekolah membuat taman berbentuk segitiga siku-siku. Keliling taman itu 30 m dan luasnya 30 m^2.

Panjang sisi miring (sisi terpanjang) taman tersebut adalah . . . m.

Jawaban: _____

3. Selembar papan berbentuk segitiga PQR mempunyai panjang sisi $PQ = 15$ cm dan $QR = 12$ cm. Jarak titik R ke garis PQ (tinggi segitiga dari titik R) adalah 8 cm.

Jarak titik P ke garis QR (tinggi segitiga dari titik P) adalah . . .

A. 5 cm
B. $6{,}4$ cm
C. 8 cm
D. 10 cm
E. 15 cm

4. Sebuah segitiga mempunyai panjang sisi 8 cm, 15 cm, dan 16 cm.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

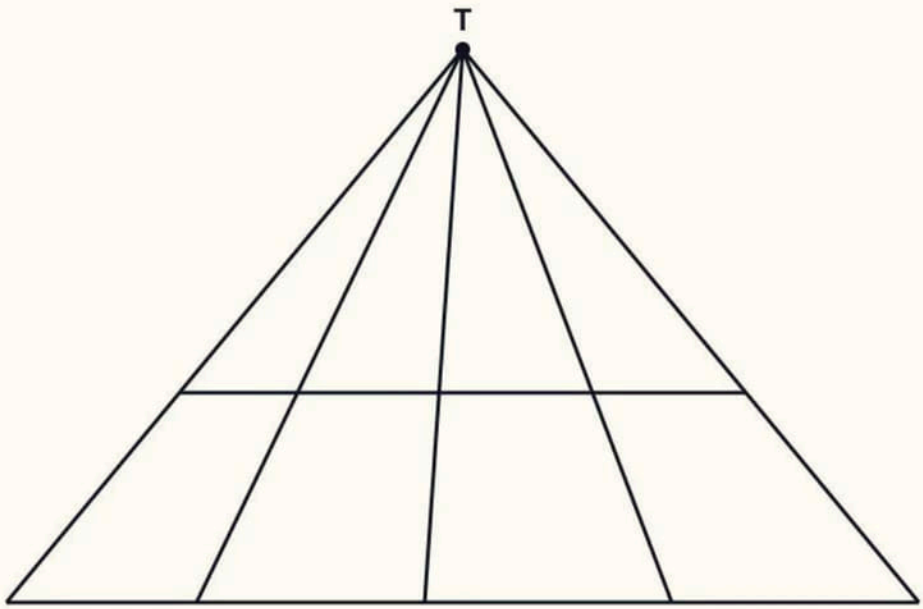
P	Q
Besar sudut terbesar segitiga tersebut	90°

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Gambar berikut menunjukkan sebuah segitiga besar dengan titik puncak T. Dari titik T ditarik tiga ruas garis ke alas segitiga. Selain itu, sebuah ruas garis mendatar yang sejajar alas memotong kedua sisi miring dan ketiga ruas garis tersebut.

Banyak segitiga dari semua ukuran yang terdapat pada gambar tersebut adalah . . .



A. 8
B. 10
C. 12
D. 20
E. 30

6. Sebuah lantai panggung berbentuk segi-n beraturan. Besar setiap sudut dalam segi-n tersebut adalah 140°.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Nilai $n = 9$.
(2) Banyak diagonal segi-n tersebut adalah 54.
(3) Jumlah semua sudut dalam segi-n tersebut adalah 1.260°.
(4) Besar setiap sudut luar segi-n tersebut adalah 220°.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

7. Trapesium $ABCD$ mempunyai sisi sejajar $AB = 14$ cm dan $DC = 6$ cm.

Berapakah luas trapesium $ABCD$?

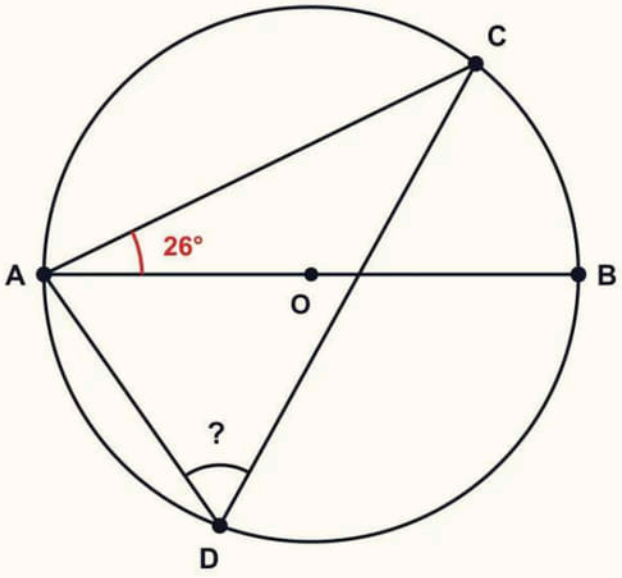
Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $AD = BC = 5$ cm.
(2) Keliling trapesium $ABCD$ adalah 30 cm.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

8. Pada gambar berikut, titik A, B, C, dan D terletak pada lingkaran yang berpusat di titik O, dan AB adalah diameter lingkaran. Besar $\angle BAC = 26^\circ$.

Besar $\angle ADC$ adalah . . .



A. 26°
B. 52°
C. 64°
D. 116°
E. 128°

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

9. Pada tahun 2027, sebuah bus sekolah memakai wiper (penghapus kaca depan) dengan lengan sepanjang 42 cm. Lengan wiper berputar pada porosnya. Dalam satu kali ayunan, lengan berputar sejauh 120° dari posisi awal ke posisi akhir, lalu kembali lagi ke posisi awal.

Panjang lintasan yang ditempuh ujung lengan wiper dalam satu kali ayunan (pergi dan kembali) adalah . . . cm. (Gunakan $\pi = \dfrac{22}{7}$.)

Jawaban: _____

10. Sebuah kotak kado berbentuk balok mempunyai panjang 12 cm, lebar 8 cm, dan tinggi 6 cm.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Panjang diagonal ruang kotak (ruas garis dari satu titik sudut ke titik sudut yang paling jauh darinya, menembus bagian dalam kotak) kurang dari 16 cm.	○	○
Luas kertas kado paling sedikit yang tepat menutup seluruh permukaan kotak tanpa tumpang tindih adalah 576 cm².	○	○
Jika panjang, lebar, dan tinggi kotak masing-masing dibuat 2 kali semula, volume kotak menjadi 8 kali semula.	○	○

11. Sebuah balok kayu berbentuk kubus $ABCD.EFGH$ mempunyai panjang rusuk 12 cm, dengan $ABCD$ sebagai sisi alas. Titik T adalah titik potong diagonal-diagonal ruang kubus (titik pusat kubus). Dari sisi alas, kubus dilubangi berbentuk limas $T.ABCD$ (alas limas = persegi $ABCD$, puncak limas = titik T), lalu kayu bagian limas itu dibuang.

Volume kayu yang tersisa adalah . . . cm³.

A. 288
B. 576
C. 864
D. 1.152
E. 1.440

12. Sebuah bola pejal berjari-jari r dimasukkan ke dalam sebuah tabung sehingga bola tepat menyinggung alas, tutup, dan selimut tabung. Sebuah kerucut mempunyai alas yang sama dengan alas tabung dan tinggi yang sama dengan tinggi tabung.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Volume bola sama dengan $\dfrac{2}{3}$ volume tabung.

(2) Volume kerucut sama dengan $\dfrac{1}{3}$ volume bola.

(3) Luas permukaan bola sama dengan $\dfrac{2}{3}$ luas permukaan tabung (termasuk alas dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tutup).
(4) Volume tabung sama dengan jumlah volume bola dan volume kerucut.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

13. Pada bidang koordinat, diketahui titik $A(-5, 6)$ dan $B(7, -2)$. Titik M adalah titik tengah ruas garis AB, dan O adalah titik asal $(0, 0)$.

Jarak titik O ke titik M adalah . . . satuan.

A. $\sqrt{5}$
B. $\sqrt{17}$
C. $2\sqrt{5}$
D. $2\sqrt{13}$
E. $4\sqrt{13}$

14. Pada bidang koordinat, diketahui titik $A(-1, -2)$, $B(5, 1)$, dan $C(2, 7)$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

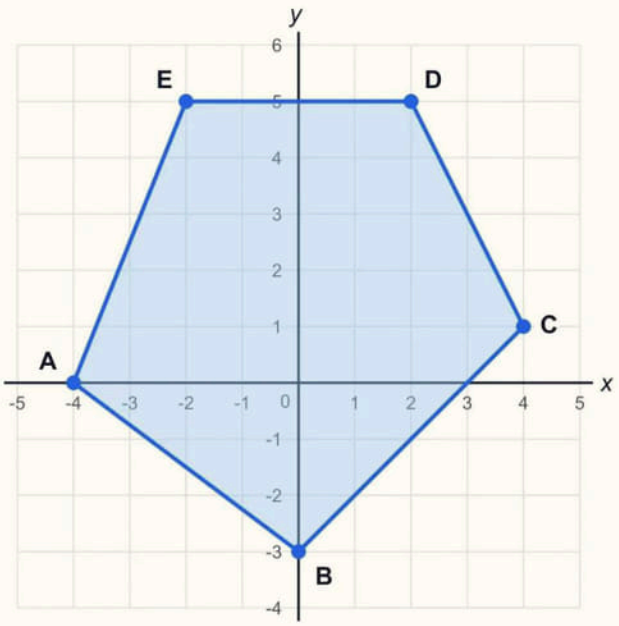
(1) Gradien garis AC adalah $\frac{1}{3}$.
(2) Sudut ABC adalah sudut siku-siku.
(3) Panjang AC adalah $6\sqrt{5}$ satuan.
(4) Luas segitiga ABC adalah $22{,}5$ satuan luas.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Pada bidang koordinat berikut, setiap petak berukuran 1 satuan $\times$ 1 satuan, dan setiap titik sudut segilima $ABCDE$ terletak tepat pada titik potong garis-garis petak.

Luas daerah segilima $ABCDE$ adalah . . . satuan luas.



Jawaban: _____

16. Pada bidang koordinat, diketahui titik $A(-3, 2)$ dan $B(5, 6)$. Garis g melalui titik tengah ruas garis AB dan tegak lurus garis AB.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Ordinat (koordinat-y) titik potong garis g dengan sumbu-y	5

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Garis ℓ melalui titik $A(2, 1)$. Titik O adalah titik asal $(0, 0)$.

Berapakah ordinat (koordinat-y) titik potong garis ℓ dengan sumbu-y?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Garis ℓ tegak lurus garis OA.

(2) Di antara semua titik pada garis ℓ, titik A adalah titik yang paling dekat ke titik O.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.

B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.

C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.

D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.

E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

18. Segitiga KLM siku-siku di L. Diketahui $\sin K = \dfrac{5}{13}$.

Nilai $\tan M$ adalah . . .

A. $\dfrac{13}{5}$

B. $\dfrac{12}{5}$

C. $\dfrac{13}{12}$

D. $\dfrac{12}{13}$

E. $\dfrac{5}{12}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Diketahui segitiga ABC dengan titik sudut $A(1,1)$, $B(5,1)$, dan $C(1,4)$ pada bidang koordinat.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Bayangan segitiga ABC oleh translasi $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ mempunyai luas 6 satuan luas.

(2) Bayangan titik C oleh refleksi terhadap garis $y = x$ adalah $(4,1)$.

(3) Bayangan segitiga ABC oleh dilatasi dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala -2 mempunyai luas 12 satuan luas.

(4) Bayangan titik B oleh rotasi 90° searah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ adalah $(-1,5)$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

20. Diketahui titik $P(-2,3)$ dan garis $g : y = 2x + 1$ pada bidang koordinat.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Bayangan garis g oleh translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ adalah garis $y = 2x - 6$.

(2) Bayangan titik P oleh translasi $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ dilanjutkan refleksi terhadap sumbu-x adalah $(2,-2)$.

(3) Untuk setiap titik, refleksi terhadap sumbu-x dilanjutkan refleksi terhadap sumbu-y menghasilkan bayangan yang sama dengan rotasi 180° dengan pusat $O(0,0)$.

(4) Bayangan titik P oleh refleksi terhadap garis $y = x$ dilanjutkan refleksi terhadap sumbu-y adalah $(-3,-2)$.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 3.1 · Garis dan Sudut	1	___ / 1	Ulangi hlm. 242
Sub bab 3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras	2, 3, 4	___ / 3	Ulangi hlm. 255
Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar	5, 6, 7	___ / 3	Ulangi hlm. 275
Sub bab 3.4 · Lingkaran	8, 9	___ / 2	Ulangi hlm. 291
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	10, 11, 12	___ / 3	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	13, 14, 15, 16, 17	___ / 5	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku	18	___ / 1	Ulangi hlm. 351
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri	19, 20	___ / 2	Ulangi hlm. 366

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai UTBK-SNBT.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 4 · Statistika dan Peluang

SNBTPK-B4

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- membaca data dari tabel dan diagram
- menghitung dan menafsirkan rata-rata, median, modus, dan ukuran penyebaran
- menghitung banyak cara dengan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi
- menghitung peluang kejadian

Peta bab

Sub bab	Judul
4.1	Penyajian dan Membaca Data
4.2	Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan
4.3	Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan
4.4	Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi
4.5	Peluang

Bab 4 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-B4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.1 · Penyajian dan Membaca Data

SNBTPK-4.1

◎ APA YANG DIUJI

Soal asli UTBK-SNBT 2024–2026 yang dikumpulkan untuk buku ini belum memuat soal yang khusus menguji cara membaca diagram. Namun, membaca data adalah pintu masuk semua soal statistika: sebelum menghitung rata-rata, median, atau peluang, kamu harus mengambil angka yang benar dari tabel atau diagram. Paket prediksi memakai diagram batang tentang penjualan bulanan dan tabel dua arah tentang keikutsertaan siswa. Soal semacam ini jarang membutuhkan hitungan panjang. Yang diuji adalah ketelitian: membaca skala, memilih penyebut persen yang tepat, dan membedakan "naik berapa" dengan "naik berapa persen".

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menyusun tabel frekuensi dan membaca diagram batang, diagram garis, serta diagram lingkaran;
- mengubah frekuensi menjadi persen dan sudut sektor diagram lingkaran, serta sebaliknya;
- menghitung perubahan dan persentase perubahan dari diagram garis atau diagram batang;
- membaca tabel dua arah dan memilih penyebut yang benar untuk persentase "di antara".

≡ PRASYARAT

Pecahan dan persen (sub bab 1.2). Persen berarti "per seratus". Untuk mengubah pecahan menjadi persen, kalikan dengan 100%. Contoh: $\frac{6}{40} \times 100\% = \frac{600}{40}\% = 15\%$.

Persen dari sebuah bilangan. 25% dari 180 berarti $\frac{25}{100} \times 180 = 45$.

Persentase perubahan (sub bab 1.2). Bila nilai berubah dari nilai lama ke nilai baru, persentase perubahannya

$$\frac{\text{nilai baru} - \text{nilai lama}}{\text{nilai lama}} \times 100\%.$$

Pembaginya selalu nilai lama. Contoh: harga naik dari Rp40.000 menjadi Rp50.000. Kenaikannya Rp10.000, dan persentasenya $\frac{10.000}{40.000} \times 100\% = 25\%$.

Sudut satu putaran penuh adalah 360°; setengah putaran 180°; seperempat putaran 90°.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Data, frekuensi, dan tabel frekuensi

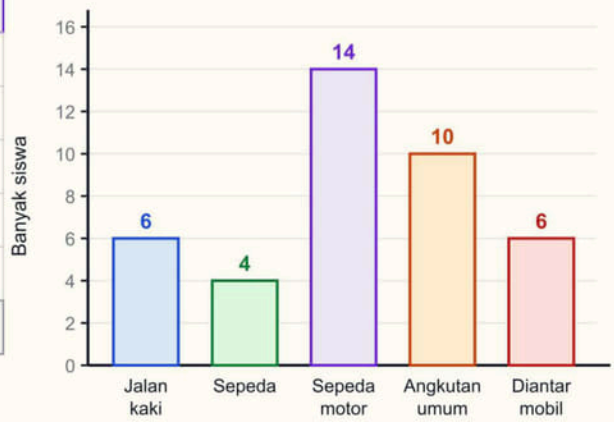
Data adalah kumpulan keterangan hasil pengamatan, misalnya nilai ulangan, tinggi badan, atau jenis kendaraan yang dipakai siswa ke sekolah. Satu keterangan disebut **datum**. Data dapat berupa **kategori** (jenis kendaraan, warna kesukaan, nama bulan) atau berupa **bilangan** (nilai, tinggi, banyak pengunjung). Perbedaan ini penting, karena data kategori tidak dapat dirata-ratakan. Kita tidak dapat menghitung "rata-rata jenis kendaraan", tetapi kita dapat menghitung berapa siswa yang memakai setiap jenis.

Banyaknya kemunculan sebuah nilai atau kategori disebut **frekuensi**. Untuk menghitung frekuensi dengan tertib, kita memakai **turus**: setiap datum dicatat dengan satu garis tegak, dan setiap garis kelima ditulis miring menutup empat garis sebelumnya. Cara ini membuat penghitungan mudah dicek, karena setiap kelompok berisi tepat lima. Hasilnya disusun dalam **tabel frekuensi** seperti pada bagian kiri Gambar 4.1.

Moda transportasi 40 siswa ke sekolah (data rekaan)

Moda	Turus	Frekuensi
Jalan kaki	𝍸 |	6
Sepeda	||||	4
Sepeda motor	𝍸 𝍸 ||||	14
Angkutan umum	𝍸 𝍸	10
Diantar mobil	𝍸 |	6
Jumlah		**40**

Satu turus = satu siswa; garis miring menutup setiap kelompok lima.



Gambar 4.1 Tabel frekuensi (dengan turus) dan diagram batang moda transportasi 40 siswa ke sekolah. Data rekaan.

Tabel frekuensi selalu dapat dicek dengan satu cara sederhana: **jumlah semua frekuensi harus sama dengan banyak data**. Pada Gambar 4.1, $6 + 4 + 14 + 10 + 6 = 40$, sama dengan banyak siswa yang didata.

Frekuensi juga sering dinyatakan sebagai bagian dari keseluruhan, yang disebut **frekuensi relatif**. Frekuensi relatif dapat ditulis sebagai pecahan atau persen:

$$\text{frekuensi relatif} = \frac{\text{frekuensi}}{\text{banyak seluruh data}} \times 100\%.$$

Siswa yang naik sepeda motor, misalnya, frekuensi relatifnya $\frac{14}{40} \times 100\% = 35\%$. Jumlah semua frekuensi relatif selalu 100%, karena semua bagian bersama-sama membentuk keseluruhan.

2. Diagram batang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Diagram batang menyajikan setiap kategori sebagai sebuah batang. Tinggi batang menunjukkan frekuensinya. Bagian kanan Gambar 4.1 menyajikan data yang sama dengan tabel di sebelah kirinya. Sumbu mendatar memuat kategori, sedangkan sumbu tegak memuat bilangan frekuensi.

Untuk membaca nilai sebuah batang, tarik garis mendatar dari ujung atas batang ke sumbu tegak, lalu baca angkanya. Perhatikan **skala** sumbu tegak, yaitu besar loncatan antara dua garis bantu. Pada Gambar 4.1, setiap garis bantu bernilai 2, jadi ujung batang yang berada tepat di tengah antara garis 8 dan garis 10 bernilai 9. Bila diagram tidak menuliskan angka di atas batang, kesalahan membaca skala adalah kesalahan yang paling sering terjadi.

Diagram batang cocok untuk **membandingkan** kategori. Dari Gambar 4.1, kita dapat melihat bahwa sepeda motor adalah moda yang paling banyak dipakai, dan bahwa banyak pemakai angkutan umum (10) dua setengah kali banyak pemakai sepeda (4).

3. Diagram lingkaran

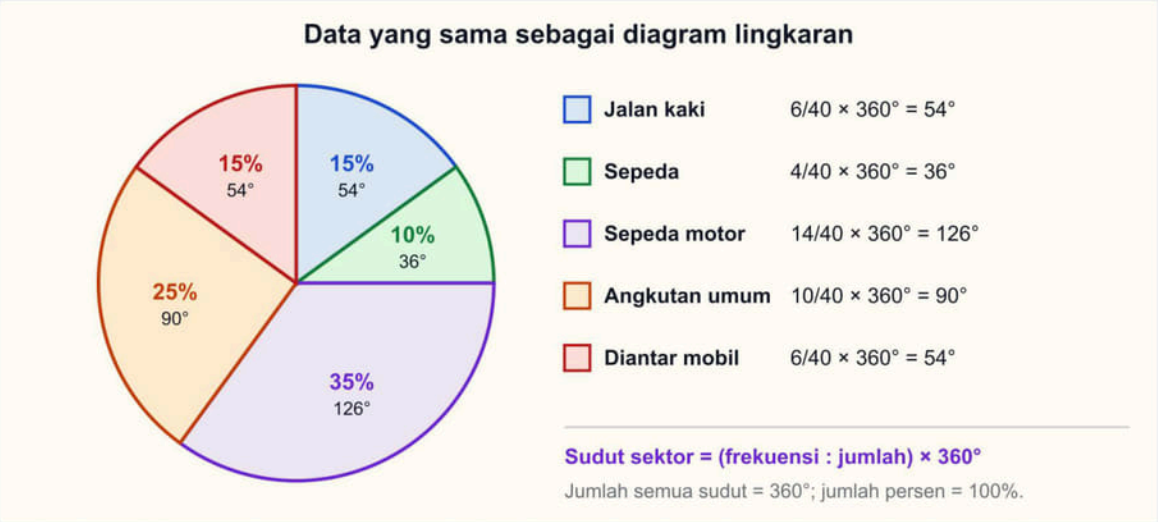
Diagram lingkaran menyajikan setiap kategori sebagai sebuah **sektor** (potongan berbentuk juring) dari lingkaran. Seluruh lingkaran mewakili seluruh data. Karena itu, diagram lingkaran cocok untuk melihat **bagian dari keseluruhan**, misalnya "berapa persen siswa yang naik angkutan umum".

Bagaimana menentukan besar sebuah sektor? Satu lingkaran penuh bersudut 360° dan mewakili 100% data. Sebuah kategori yang memuat bagian $\dfrac{f}{n}$ dari data harus mendapat bagian yang sama dari 360°. Jadi

$$\text{sudut sektor} = \frac{f}{n} \times 360^\circ, \qquad \text{persen} = \frac{f}{n} \times 100\%,$$

dengan f frekuensi kategori itu dan n banyak seluruh data. Kedua rumus memakai pecahan $\dfrac{f}{n}$ yang sama, sehingga sudut dan persen saling berkaitan: 1% sama dengan $3{,}6^\circ$, karena $360^\circ : 100 = 3{,}6^\circ$. Gambar 4.2 menyajikan data Gambar 4.1 sebagai diagram lingkaran beserta hitungan sudut setiap sektornya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.2 Data moda transportasi pada Gambar 4.1 disajikan sebagai diagram lingkaran. Sudut setiap sektor sebanding dengan frekuensinya.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Dari tabel pada Gambar 4.1, tentukan persen dan sudut sektor untuk siswa yang naik sepeda motor dan siswa yang naik angkutan umum.

1. Banyak seluruh data $n = 40$. Alasannya: jumlah frekuensi $6 + 4 + 14 + 10 + 6 = 40$.
2. Sepeda motor: $f = 14$. Persennya $\frac{14}{40} \times 100\% = 35\%$. Sudutnya $\frac{14}{40} \times 360^\circ = 14 \times 9^\circ = 126^\circ$. Alasannya: $\frac{360^\circ}{40} = 9^\circ$, jadi setiap siswa mendapat 9°.
3. Angkutan umum: $f = 10$. Persennya $\frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$. Sudutnya $10 \times 9^\circ = 90^\circ$, yaitu seperempat lingkaran.
4. Cek ulang dengan hubungan $1\% = 3{,}6^\circ$: $35 \times 3{,}6^\circ = 126^\circ$ dan $25 \times 3{,}6^\circ = 90^\circ$. Cocok.

Jadi sepeda motor 35% dengan sudut 126°, dan angkutan umum 25% dengan sudut 90°.

Mencari keseluruhan dari satu sektor. Soal sering memberikan diagram lingkaran yang hanya memuat sudut atau persen, lalu memberi tahu banyak anggota satu kategori. Dari satu kategori itu, kita dapat menemukan banyak seluruh data, lalu banyak anggota kategori lain.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Sebuah diagram lingkaran menyajikan pilihan ekstrakurikuler siswa sebuah sekolah (data rekaan). Sektor Pramuka bersudut 120°, sektor Basket bersudut 90°, dan sektor Paduan Suara bersudut 72°; sisanya sektor Lainnya. Banyak siswa yang memilih Pramuka 60 orang. Tentukan banyak seluruh siswa, banyak siswa pada setiap sektor lain, dan persen sektor Lainnya.

1. Sektor Pramuka 120° mewakili 60 siswa. Jadi setiap derajat mewakili $\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$ siswa. Alasannya: besar sektor sebanding dengan banyak anggota.
2. Banyak seluruh siswa $= 360 \times \frac{1}{2} = 180$ orang, karena seluruh lingkaran bersudut 360°.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Basket: $90 \times \frac{1}{2} = 45$ orang. Paduan Suara: $72 \times \frac{1}{2} = 36$ orang.
4. Sudut sektor Lainnya $= 360^\circ - 120^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 78^\circ$, jadi banyak siswanya $78 \times \frac{1}{2} = 39$ orang.
5. Persen Lainnya $= \frac{78^\circ}{360^\circ} \times 100\% \approx 21{,}7\%$, atau sama dengan $\frac{39}{180} \times 100\%$.
6. Cek ulang: $60 + 45 + 36 + 39 = 180$. Cocok dengan banyak seluruh siswa.

Jadi seluruhnya 180 siswa: Basket 45, Paduan Suara 36, Lainnya 39 (sekitar $21{,}7\%$).

4. Diagram garis dan persentase perubahan

Diagram garis dipakai untuk data yang berubah menurut **waktu**, misalnya banyak pengunjung setiap bulan. Setiap data digambar sebagai titik, lalu titik-titik yang berurutan dihubungkan dengan ruas garis. Ruas yang naik ke kanan menunjukkan kenaikan, dan ruas yang turun ke kanan menunjukkan penurunan. Ruas yang paling curam menunjukkan perubahan **banyak** yang paling besar, tetapi belum tentu perubahan **persen** yang paling besar. Gambar 4.3 memperlihatkan hal ini.



Gambar 4.3 Diagram garis banyak pengunjung perpustakaan sekolah setiap bulan. Data rekaan.

Mengapa kenaikan terbanyak belum tentu kenaikan persen terbesar? Karena persentase perubahan dibagi dengan **nilai lama**, dan nilai lama itu berbeda-beda. Kenaikan 50 dari 125 terasa lebih besar daripada kenaikan 56 dari 160, sebab 50 adalah bagian yang lebih besar dari 125 daripada 56 dari 160.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Berdasarkan Gambar 4.3, tentukan bulan dengan kenaikan banyak pengunjung terbesar dan bulan dengan persentase kenaikan terbesar, dibandingkan dengan bulan sebelumnya.

1. Cari bulan yang naik dari bulan sebelumnya: Februari ($120 \to 150$), April ($125 \to 175$), dan Juni ($160 \to 216$). Maret dan Mei turun, jadi tidak dihitung sebagai kenaikan.
2. Hitung kenaikan banyak pengunjung: Februari 30, April 50, Juni 56. Kenaikan terbanyak

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

terjadi pada Juni.

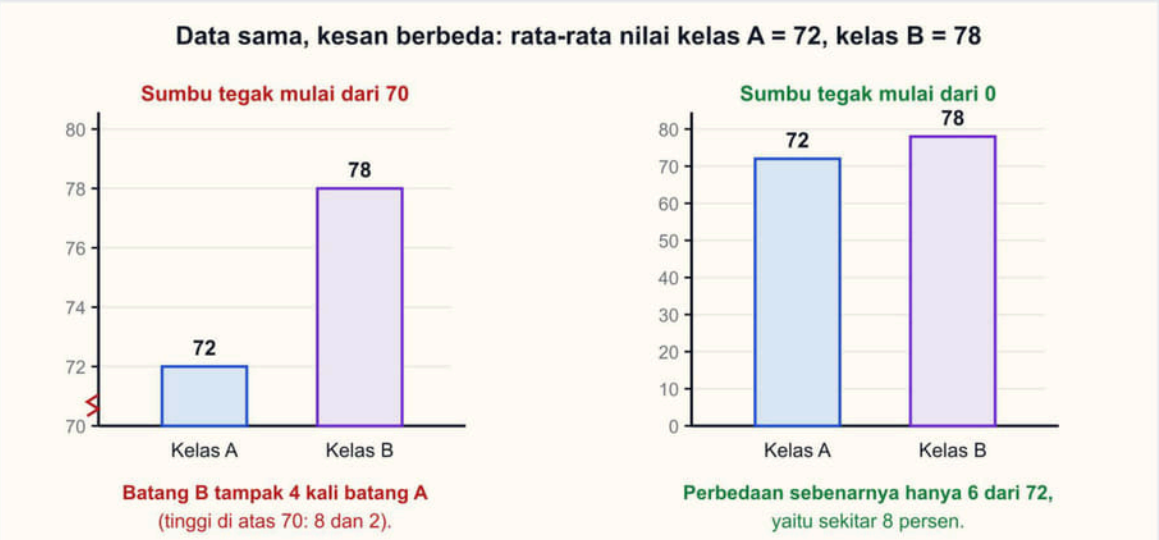
3. Hitung persentase kenaikan dengan pembagi nilai bulan sebelumnya. Februari: $\frac{30}{120} \times 100\% = 25\%$. April: $\frac{50}{125} \times 100\% = 40\%$. Juni: $\frac{56}{160} \times 100\% = 35\%$.
4. Bandingkan persentase: $40\% > 35\% > 25\%$. Persentase kenaikan terbesar terjadi pada April.
5. Cek ulang April: 40% dari 125 adalah 50, dan $125 + 50 = 175$. Cocok dengan diagram.

Jadi kenaikan banyak pengunjung terbesar terjadi pada Juni (56 orang), tetapi persentase kenaikan terbesar terjadi pada April (40%). Pengecoh yang sering muncul adalah 35% (memilih bulan dengan kenaikan terbanyak) dan $\frac{50}{175} \times 100\% \approx 28{,}6\%$ (membagi dengan nilai baru).

5. Skala sumbu yang tidak dimulai dari nol

Diagram batang membandingkan **tinggi** batang. Perbandingan itu hanya jujur bila sumbu tegaknya dimulai dari 0. Bila sumbu tegak dimulai dari bilangan lain, sebagian bawah setiap batang "dipotong", dan perbedaan kecil tampak sangat besar.

Gambar 4.4 menyajikan data yang sama dua kali: rata-rata nilai kelas A 72 dan kelas B 78. Pada panel kiri, sumbu tegak dimulai dari 70. Bagian batang yang tampak hanya $72 - 70 = 2$ untuk kelas A dan $78 - 70 = 8$ untuk kelas B, sehingga batang B tampak empat kali batang A. Pada panel kanan, sumbu dimulai dari 0, dan kedua batang tampak hampir sama tinggi. Keadaan sebenarnya: nilai B hanya 6 lebih besar daripada nilai A, atau sekitar $\frac{6}{72} \times 100\% \approx 8\%$. Tanda patah kecil di dekat angka 70 pada panel kiri adalah tanda yang lazim dipakai untuk memberi tahu bahwa sumbu tidak dimulai dari nol.



Gambar 4.4 Data yang sama dengan dua skala. Sumbu yang dimulai dari 70 membuat perbedaan kecil tampak besar.

Pelajarannya: sebelum membandingkan tinggi batang, baca dulu angka pada sumbu. Jangan menyimpulkan "dua kali" atau "empat kali" hanya dari panjang batang yang tampak di

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

gambar.

6. Tabel dua arah dan penyebut persen

Sebuah data dapat dikelompokkan menurut **dua ciri sekaligus**, misalnya kelas dan kebiasaan membawa bekal. Hasilnya adalah **tabel dua arah**: baris menyatakan satu ciri, kolom menyatakan ciri yang lain, dan setiap sel memuat banyak data yang memiliki kedua ciri itu. Baris dan kolom "Jumlah" berisi total setiap baris dan setiap kolom (lihat Gambar 4.5).

Survei 200 siswa: membawa bekal makan siang (data rekaan)

	Membawa bekal	Tidak membawa	Jumlah
Kelas X	36	84	120
Kelas XI	44	36	80
Jumlah	**80**	**120**	**200**

"di antara siswa kelas X"
penyebut = jumlah baris Kelas X = 120
36 : 120 = 30%

"di antara pembawa bekal"
penyebut = jumlah kolom bekal = 80
36 : 80 = 45%

Gambar 4.5 Tabel dua arah. Persentase "di antara siswa kelas X" memakai jumlah baris, sedangkan "di antara pembawa bekal" memakai jumlah kolom. Data rekaan.

Pada tabel dua arah, pertanyaan persen yang tampak mirip dapat mempunyai penyebut yang berbeda. Kata **"di antara"** (atau "dari semua") menunjukkan kelompok yang menjadi keseluruhan, yaitu penyebutnya. "Persentase pembawa bekal di antara siswa kelas X" memakai keseluruhan siswa kelas X, yaitu jumlah baris Kelas X. "Persentase siswa kelas X di antara pembawa bekal" memakai keseluruhan pembawa bekal, yaitu jumlah kolom Membawa bekal. Pembilangnya sama, yaitu sel yang memenuhi kedua ciri, tetapi penyebutnya berbeda.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Berdasarkan tabel Gambar 4.5, bandingkan P = persentase pembawa bekal di antara siswa kelas X dan Q = persentase siswa kelas X di antara pembawa bekal. Tentukan juga persentase pembawa bekal di antara seluruh siswa.

1. Sel yang memenuhi kedua ciri (kelas X dan membawa bekal) berisi 36 siswa. Sel ini menjadi pembilang untuk P maupun Q.
2. Penyebut P adalah seluruh siswa kelas X, yaitu jumlah baris: $36 + 84 = 120$. Jadi $P = \dfrac{36}{120} \times 100\% = 30\%$.
3. Penyebut Q adalah seluruh pembawa bekal, yaitu jumlah kolom: $36 + 44 = 80$. Jadi $Q = \dfrac{36}{80} \times 100\% = 45\%$.
4. Persentase pembawa bekal di antara seluruh siswa memakai penyebut 200 dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

pembilang 80: $\frac{80}{200} \times 100\% = 40\%$.

5. Cek ulang jumlah tabel: $120 + 80 = 200$ dan $80 + 120 = 200$. Baris dan kolom sama-sama berjumlah 200.

Jadi $P = 30\%$ dan $Q = 45\%$, sehingga Q lebih besar daripada P, walaupun keduanya memakai sel yang sama. Pembawa bekal di antara seluruh siswa 40%. Perhatikan bahwa 40% terletak di antara persentase kelas X (30%) dan persentase kelas XI ($\frac{44}{80} = 55\%$). Persentase gabungan selalu terletak di antara persentase kelompok-kelompoknya, sebuah gagasan yang akan muncul lagi sebagai rata-rata gabungan di sub bab 4.2.

Ringkasan

- Jumlah semua frekuensi sama dengan banyak data; jumlah semua frekuensi relatif 100%.
- Diagram batang untuk membandingkan kategori; diagram garis untuk perubahan menurut waktu; diagram lingkaran untuk bagian dari keseluruhan.
- Sudut sektor $= \frac{f}{n} \times 360^\circ$; $1\% = 3{,}6^\circ$.
- Persentase perubahan $= \frac{\text{baru} - \text{lama}}{\text{lama}} \times 100\%$; kenaikan terbanyak belum tentu persentase terbesar.
- Baca angka pada sumbu; sumbu yang tidak dimulai dari 0 membesar-besarkan perbedaan.
- Pada tabel dua arah, kata "di antara" menunjukkan penyebut: jumlah baris atau jumlah kolom.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tulis dulu angka yang dibaca.** Sebelum menghitung, salin angka setiap batang atau titik ke kertas buram. Kesalahan membaca diagram tidak dapat diperbaiki oleh hitungan yang benar.
2. **Tandai penyebut dengan kata "di antara".** Garis bawahi kelompok setelah kata "di antara", "dari semua", atau "dibandingkan dengan". Kelompok itulah penyebutnya.
3. **Untuk diagram lingkaran, cari nilai satu derajat atau satu persen.** Dari satu sektor yang diketahui banyak anggotanya, hitung berapa anggota per derajat, lalu kalikan dengan sudut sektor lain.
4. **Untuk perubahan persen, hitung semua kandidat.** Jangan memilih ruas yang paling curam; hitung persentase setiap kenaikan dengan pembagi nilai lama.

Jebakan yang sering muncul.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

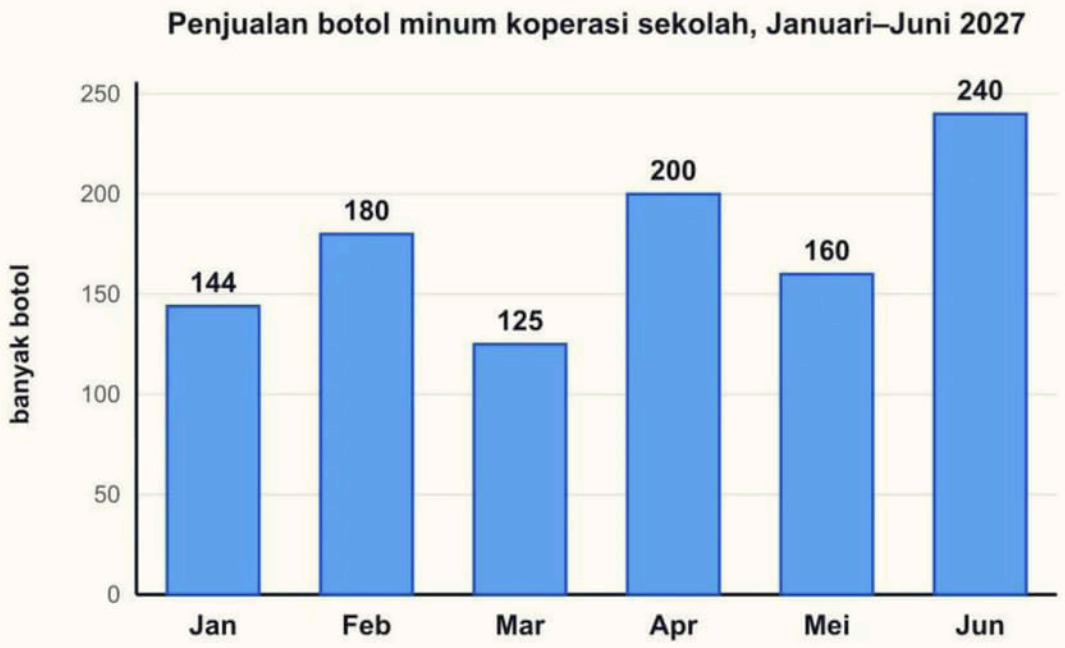
Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Membagi dengan nilai baru	naik $125 \to 175$: $\frac{50}{175} \approx 28{,}6\%$	$\frac{50}{125} = 40\%$
Kenaikan terbanyak dianggap persen terbesar	Juni naik 56, jadi persennya terbesar	April $40\% >$ Juni 35%
Membandingkan tinggi batang pada sumbu terpotong	batang B empat kali batang A	78 hanya sekitar 8% lebih dari 72
Penyebut tertukar pada tabel dua arah	"di antara pembawa bekal": $\frac{36}{120}$	$\frac{36}{80} = 45\%$
Salah membaca skala	ujung batang di tengah garis 8 dan 10 dibaca $8{,}5$	skala 2, jadi nilainya 9

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji persentase kenaikan dari diagram batang. Pakai strategi 1 dan 4: tulis dulu angka setiap bulan, lalu hitung persentase setiap kenaikan dengan pembagi bulan sebelumnya.

►. Diagram batang berikut menunjukkan banyak botol minum yang terjual di koperasi sebuah sekolah setiap bulan dari Januari sampai Juni 2027.

Persentase kenaikan penjualan terbesar dibandingkan dengan bulan sebelumnya adalah ....



A. 25
B. $37{,}5$
C. 50
D. 60
E. 92

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: D**

Yang diketahui (dibaca dari diagram): Jan 144, Feb 180, Mar 125, Apr 200, Mei 160, Jun 240. **Yang ditanya:** persentase kenaikan terbesar dibandingkan dengan bulan sebelumnya.

Konsep – Persentase kenaikan. Persentase kenaikan $= \dfrac{\text{nilai baru} - \text{nilai lama}}{\text{nilai lama}} \times 100\%$.

Pembaginya selalu **nilai lama** (bulan sebelumnya).

Contoh kecil: harga naik dari 40 menjadi 50. Kenaikannya 10, dan persentasenya $\dfrac{10}{40} \times 100\% = 25\%$ (bukan $\dfrac{10}{50} = 20\%$).

Kenaikan **terbanyak** (dalam botol) belum tentu kenaikan **persentase** terbesar, karena pembaginya berbeda-beda.

Langkah penyelesaian:

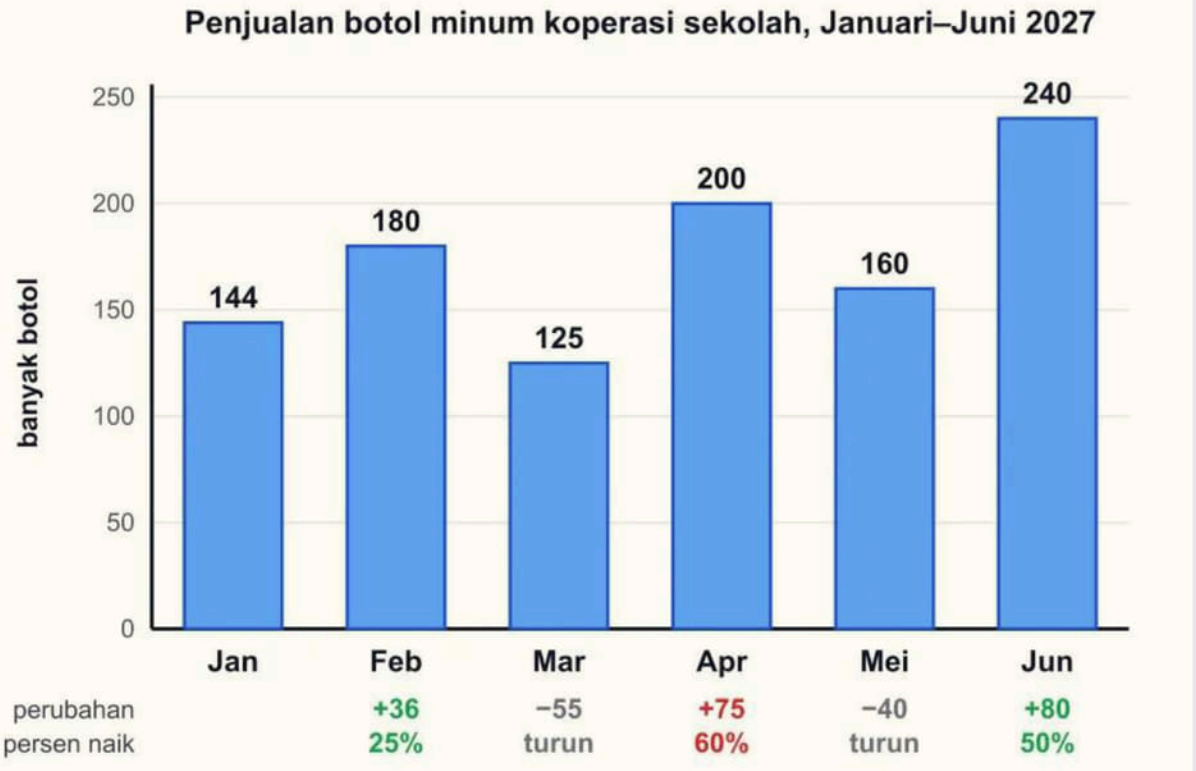
1. Cari bulan yang penjualannya naik dari bulan sebelumnya: Februari, April, dan Juni. Maret dan Mei turun, jadi tidak dihitung.

2. Februari: naik $180 - 144 = 36$. Persentase $= \dfrac{36}{144} \times 100\% = 25\%$.

3. April: naik $200 - 125 = 75$. Persentase $= \dfrac{75}{125} \times 100\% = 60\%$.

4. Juni: naik $240 - 160 = 80$. Persentase $= \dfrac{80}{160} \times 100\% = 50\%$.

5. Bandingkan: $60\% > 50\% > 25\%$. Kenaikan persentase terbesar terjadi pada April, yaitu 60%.



Cek ulang: $125 \times 60\% = 75$ dan $125 + 75 = 200$ ✓; $160 \times 50\% = 80$ dan $160 + 80 = 240$ ✓.

Analisis tiap opsi:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• A ✗ 25%: **Jebakan:** hanya menghitung kenaikan pertama (Februari) tanpa memeriksa bulan lain.
• B ✗ $37{,}5\%$: **Jebakan:** membagi kenaikan April dengan nilai baru: $\frac{75}{200} \times 100\% = 37{,}5\%$. Pembagi yang benar adalah nilai lama (125).
• C ✗ 50%: **Jebakan:** memilih bulan dengan kenaikan banyak botol terbesar (Juni, naik 80), padahal persentasenya hanya 50%.
• D ✓ 60%.
• E ✗ 92%: **Jebakan:** membandingkan bulan terendah (Maret, 125) dengan bulan tertinggi (Juni, 240): $\frac{115}{125} \times 100\% = 92\%$. Itu bukan perbandingan dengan bulan sebelumnya.

Jawaban: D.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Sebelum menghitung, garis bawahi kelompok yang menjadi penyebut setiap persentase.

1. Tabel berikut menyajikan hasil pendataan 255 siswa sebuah SMA pada tahun 2026 tentang keikutsertaan dalam kegiatan bank sampah sekolah.

Siswa	Ikut	Tidak ikut
Laki-laki	36	84
Perempuan	54	81

P	Q
Persentase siswa perempuan di antara semua siswa yang ikut kegiatan	Persentase siswa yang ikut kegiatan di antara semua siswa perempuan

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Kunci singkat: 1. A

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa sudut sektor diagram lingkaran dihitung dengan $\frac{f}{n} \times 360^\circ$? Apa hubungannya dengan persen?
2. Sebuah nilai naik dari 80 menjadi 100, lalu turun kembali ke 80. Apakah persentase kenaikan dan persentase penurunannya sama? Hitung keduanya.
3. Pada tabel dua arah, bagaimana kamu menentukan penyebut untuk "persentase A di antara B"?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-4.1

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan

SNBTPK-4.2

◎ APA YANG DIUJI

Ukuran pemusatan adalah topik statistika yang paling sering keluar. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 13 dan 14 (Simulasi 1 nomor 13 dan 14) memberi sekumpulan data, lalu menanyakan berapa banyak pernyataan yang benar tentang rata-rata, median, modus, dan jangkauannya. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 3 (Simulasi 2 nomor 3) menguji ketelitian mengurutkan data dan membaca posisi. Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 18 (Simulasi 2 nomor 18) memberi rata-rata, lalu meminta kamu menemukan datum yang hilang. Paket prediksi menambah rata-rata gabungan dua kelas dan data yang keluar-masuk kelompok.

Hitungan dalam soal-soal ini pendek. Yang membuat siswa salah adalah hal kecil: lupa mengurutkan data sebelum mencari median, merata-ratakan dua rata-rata begitu saja, atau keliru membaca arah urutan. Sub bab ini membahas asal setiap ukuran supaya kamu tahu kapan dan mengapa memakainya.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menghitung rata-rata, median, dan modus dari data tunggal maupun tabel frekuensi;
- memakai hubungan jumlah data $=$ rata-rata $\times$ banyak data untuk mencari datum yang hilang atau yang berubah;
- menghitung rata-rata gabungan dan menjelaskan mengapa hasilnya lebih dekat ke kelompok yang lebih banyak;
- menalar pengaruh menambah, mengganti, atau mengubah data terhadap ketiga ukuran pemusatan.

▤ PRASYARAT

Membaca data dan tabel frekuensi (sub bab 4.1). Jumlah frekuensi sama dengan banyak data. Contoh: tabel nilai $6, 7, 8$ dengan frekuensi $2, 3, 5$ memuat $2 + 3 + 5 = 10$ data.

Pecahan campuran dan desimal (sub bab 1.2). $5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$, karena $5 \times 3 + 1 = 16$.

Contoh: $6 \times 5\frac{1}{3} = 6 \times \frac{16}{3} = 32$.

Persamaan linear satu variabel (sub bab 0.3). Contoh: dari $\frac{40 + x}{5} = 10$, kalikan kedua ruas dengan 5 sehingga $40 + x = 50$, lalu $x = 10$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Mengapa perlu ukuran pemusatan?

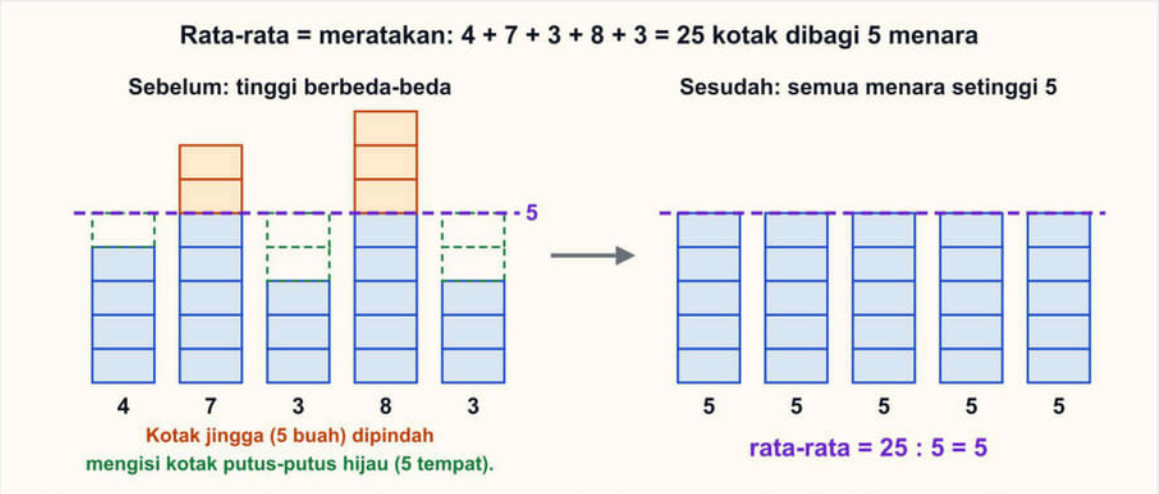
Bayangkan wali kelas ingin menyampaikan hasil ulangan 36 siswa kepada orang tua. Menyebut 36 nilai satu per satu terlalu panjang. Yang dibutuhkan adalah **satu bilangan** yang mewakili seluruh data, yaitu bilangan yang menunjukkan di mana data "berkumpul". Bilangan seperti itu disebut **ukuran pemusatan**. Ada tiga ukuran pemusatan yang dipelajari di SMA: **rata-rata** (mean), **median**, dan **modus**. Masing-masing mewakili data dengan cara yang berbeda, dan masing-masing mempunyai kelebihan.

2. Rata-rata sebagai hasil meratakan

Rata-rata adalah jumlah semua data dibagi banyak data:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}.$$

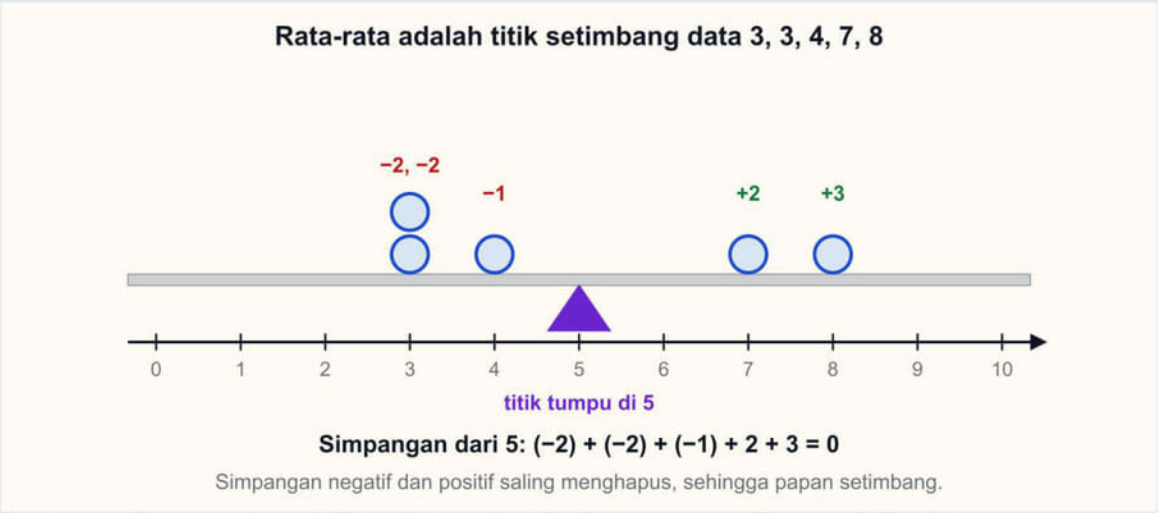
Lambang $\bar{x}$ dibaca "x bar". Mengapa rumusnya seperti itu? Gambar 4.6 memperlihatkan lima siswa yang membaca $4, 7, 3, 8$, dan 3 buku, digambar sebagai lima menara kotak. Rata-rata menjawab pertanyaan: **bila semua kotak dibagi sama rata, setiap menara mendapat berapa kotak?** Seluruhnya ada $4 + 7 + 3 + 8 + 3 = 25$ kotak, dan bila dibagi untuk 5 menara, setiap menara mendapat $25 : 5 = 5$ kotak. Itulah sebabnya kita menjumlahkan semua data lalu membaginya dengan banyak data.



Gambar 4.6 Rata-rata sebagai hasil meratakan. Lima kotak jingga yang berlebih di atas garis 5 tepat mengisi lima tempat kosong di bawahnya.

Cara pandang kedua: rata-rata adalah **titik setimbang**. Letakkan setiap datum sebagai beban sama berat pada sebuah papan bergaris bilangan (lihat Gambar 4.7). Papan itu setimbang tepat bila titik tumpunya di rata-rata. Selisih sebuah datum dengan rata-rata disebut **simpangan**. Datum di kiri rata-rata mempunyai simpangan negatif, datum di kanan mempunyai simpangan positif, dan **jumlah semua simpangan selalu nol**. Pada data $3, 3, 4, 7, 8$ dengan rata-rata 5, simpangannya $-2, -2, -1, 2, 3$, dan jumlahnya 0.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.7 Rata-rata sebagai titik setimbang. Jumlah simpangan negatif dan positif terhadap rata-rata selalu nol.

Sifat titik setimbang ini memberi jalan pintas yang berguna. Untuk menghitung rata-rata $48, 52, 50, 47, 53$, tebak saja 50, lalu jumlahkan simpangannya terhadap 50: $-2 + 2 + 0 - 3 + 3 = 0$. Karena jumlahnya nol, tebakan 50 tepat menjadi rata-rata. Bila jumlah simpangan bukan nol, rata-rata sebenarnya adalah tebakan ditambah (jumlah simpangan $:$ n).

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Nilai ulangan enam siswa adalah $78, 85, 69, 90, 74, 84$. Hitunglah rata-ratanya dengan dua cara.

1. Cara jumlah: $78 + 85 + 69 + 90 + 74 + 84 = 480$. Banyak data 6, jadi $\bar{x} = \dfrac{480}{6} = 80$.
2. Cara simpangan: tebak 80. Simpangan setiap datum terhadap 80 adalah $-2, 5, -11, 10, -6, 4$.
3. Jumlah simpangan $= -2 + 5 - 11 + 10 - 6 + 4 = 0$. Alasannya: $5 + 10 + 4 = 19$ dan $-2 - 11 - 6 = -19$.
4. Jumlah simpangan nol, jadi tebakan 80 adalah rata-rata. Cek ulang: kedua cara memberi 80.

Jadi rata-rata nilai keenam siswa adalah 80.

3. Rata-rata dari tabel frekuensi

Bila data disajikan dalam tabel frekuensi, sebuah nilai x yang muncul f kali menyumbang $f \times x$ pada jumlah data. Jadi

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}.$$

Lambang $\sum$ (huruf Yunani "sigma") berarti "jumlahkan semuanya". Rumus ini bukan rumus baru; ia tetap "jumlah data dibagi banyak data", hanya ditulis lebih ringkas. Jebakan yang sering muncul adalah membagi dengan banyaknya **baris** tabel, bukan dengan jumlah frekuensi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel berikut menyajikan skor kuis 20 siswa (data rekaan). Tabel ini dipakai pada dua contoh berikutnya.

Skor (x)	6	7	8	9	10
Frekuensi (f)	1	3	5	7	4

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Hitunglah rata-rata skor kuis 20 siswa pada tabel di atas.

1. Banyak data $= 1 + 3 + 5 + 7 + 4 = 20$.
2. Hitung setiap $f \times x$: $1 \cdot 6 = 6, 3 \cdot 7 = 21, 5 \cdot 8 = 40, 7 \cdot 9 = 63, 4 \cdot 10 = 40$.
3. Jumlah data $= 6 + 21 + 40 + 63 + 40 = 170$.
4. Rata-rata $= \dfrac{170}{20} = 8{,}5$.
5. Cek ulang dengan taksiran: kebanyakan skor 8, 9, dan 10, dan skor kecil hanya sedikit, jadi rata-rata antara 8 dan 9 masuk akal. Bila membagi dengan 5 (banyak baris), hasilnya 34, jauh di atas skor tertinggi. Itu tanda pembaginya salah.

Jadi rata-rata skor kuis adalah $8{,}5$.

4. Jumlah = rata-rata × banyak data

Rumus rata-rata dapat dibalik:

$$\text{jumlah data} = \bar{x} \times n.$$

Hubungan sederhana ini adalah alat paling penting di seluruh sub bab. Setiap kali soal menyebut rata-rata sekelompok data, **ubah dulu menjadi jumlah**. Jumlah dapat ditambah dan dikurangi dengan bebas, sedangkan rata-rata tidak. Dengan alat ini kita dapat mencari datum yang hilang, datum yang keluar dari kelompok, atau datum yang masuk.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Rata-rata nilai 6 siswa adalah 75. Nilai lima siswa di antaranya $70, 82, 68, 77$, dan 80. (a) Berapa nilai siswa keenam? (b) Seorang siswa ketujuh bergabung sehingga rata-rata ketujuh siswa menjadi 76. Berapa nilai siswa ketujuh?

1. Ubah rata-rata menjadi jumlah: jumlah nilai 6 siswa $= 75 \times 6 = 450$.
2. Jumlah lima nilai yang diketahui $= 70 + 82 + 68 + 77 + 80 = 377$.
3. Nilai siswa keenam $= 450 - 377 = 73$. Alasannya: jumlah keenam nilai harus 450.
4. Jumlah nilai 7 siswa $= 76 \times 7 = 532$.
5. Nilai siswa ketujuh $= 532 - 450 = 82$, karena satu-satunya yang ditambahkan ke jumlah lama adalah nilai siswa ketujuh.
6. Cek ulang: $\dfrac{377 + 73}{6} = \dfrac{450}{6} = 75$ dan $\dfrac{450 + 82}{7} = \dfrac{532}{7} = 76$. Cocok.

Jadi nilai siswa keenam 73 dan nilai siswa ketujuh 82. Perhatikan bahwa siswa ketujuh menaikkan rata-rata dari 75 menjadi 76 karena nilainya (82) lebih besar daripada rata-rata lama. Tebakan yang sering salah adalah 76 atau 77, yang lahir dari mengira nilai siswa baru "kira-kira sama dengan rata-rata baru".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Datum yang salah catat. Alat yang sama dipakai bila sebuah datum salah catat dan kemudian dibetulkan. Mengganti datum lama dengan datum baru mengubah jumlah sebesar selisih keduanya, sedangkan banyak data tetap. Karena itu, rata-rata berubah sebesar selisih itu dibagi banyak data.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Rata-rata nilai 25 siswa tercatat 72. Belakangan diketahui bahwa satu nilai salah catat: tertulis 48, padahal seharusnya 98. Berapa rata-rata yang benar?

1. Jumlah nilai yang tercatat $= 72 \times 25 = 1.800$.
2. Membetulkan catatan berarti membuang 48 dan memasukkan 98, jadi jumlah bertambah $98 - 48 = 50$. Jumlah yang benar $= 1.800 + 50 = 1.850$.
3. Banyak siswa tidak berubah, yaitu 25. Rata-rata yang benar $= \dfrac{1.850}{25} = 74$.
4. Cek ulang dengan cara singkat: kenaikan jumlah 50 dibagi rata kepada 25 siswa, sehingga rata-rata naik $\dfrac{50}{25} = 2$, dari 72 menjadi 74. Cocok.

Jadi rata-rata yang benar adalah 74.

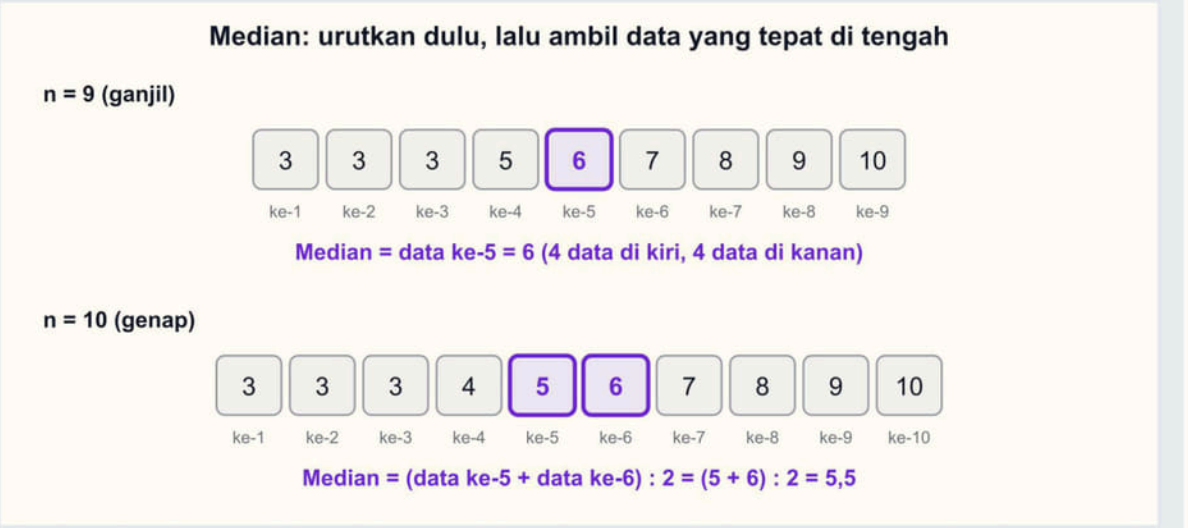
5. Median

Median adalah nilai yang terletak **tepat di tengah** setelah data **diurutkan**. Setengah data tidak lebih dari median, dan setengah data tidak kurang dari median. Langkah pertama mencari median selalu sama: **urutkan data**, dari kecil ke besar (atau dari besar ke kecil; mediannya tetap sama).

Letak median bergantung pada banyak data n (lihat Gambar 4.8).

- Bila n **ganjil**, ada satu datum tepat di tengah, yaitu datum ke-$\dfrac{n+1}{2}$. Untuk $n = 9$, median adalah datum ke-5: ada 4 datum di kirinya dan 4 datum di kanannya.
- Bila n **genap**, tidak ada satu datum yang tepat di tengah; ada dua datum tengah, yaitu datum ke-$\dfrac{n}{2}$ dan ke-$\left(\dfrac{n}{2}+1\right)$. Median adalah rata-rata kedua datum itu. Untuk $n = 10$, median $= \dfrac{\text{datum ke-5} + \text{datum ke-6}}{2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.8 Median untuk banyak data ganjil (satu datum tengah) dan genap (rata-rata dua datum tengah).

Mengapa rumus letaknya $\frac{n+1}{2}$? Datum ke-k mempunyai $k-1$ datum di kirinya dan $n-k$ datum di kanannya. Supaya keduanya sama, $k-1=n-k$, sehingga $2k=n+1$ dan $k=\frac{n+1}{2}$. Bila n genap, $\frac{n+1}{2}$ berupa bilangan "setengah", misalnya $5{,}5$ untuk $n=10$. Artinya median terletak di antara datum ke-5 dan ke-6.

Median punya kelebihan penting: **tidak terpengaruh nilai yang sangat besar atau sangat kecil**. Nilai seperti itu disebut **pencilan**. Bila gaji lima karyawan $4, 5, 5, 6$, dan 50 juta rupiah, rata-ratanya 14 juta, padahal empat dari lima orang bergaji jauh di bawah itu. Mediannya 5 juta, lebih mewakili kebanyakan karyawan.

6. Modus

Modus adalah nilai yang **paling sering muncul**, yaitu nilai dengan frekuensi terbesar. Sebuah data dapat mempunyai satu modus, dua modus atau lebih (bila beberapa nilai sama-sama paling sering muncul), atau tidak mempunyai modus (bila semua nilai muncul sama sering). Modus juga satu-satunya ukuran pemusatan yang dapat dipakai untuk data kategori, misalnya "moda transportasi yang paling banyak dipakai" pada sub bab 4.1.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Data banyak pesan yang dikirim sembilan siswa dalam satu jam adalah $8, 3, 6, 9, 3, 7, 5, 3, 10$. (a) Tentukan rata-rata, median, dan modusnya. (b) Seorang siswa lain dengan 4 pesan ditambahkan. Tentukan median yang baru.

1. Urutkan data: $3, 3, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Alasannya: median hanya dapat dibaca dari data yang sudah urut.
2. Rata-rata: jumlah $= 54$ dan $n = 9$, jadi $\bar{x} = \frac{54}{9} = 6$.
3. Median: $n = 9$ ganjil, jadi median adalah datum ke-$\frac{9+1}{2} = 5$, yaitu 6.
4. Modus: nilai 3 muncul tiga kali, lebih sering daripada nilai lain. Jadi modusnya 3.
5. Bagian (b): data menjadi $3, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ dengan $n = 10$. Median

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$$= \frac{\text{datum ke-5} + \text{datum ke-6}}{2} = \frac{5+6}{2} = 5{,}5.$$

6. Cek ulang (b): ada 5 datum yang kurang dari $5{,}5$ dan 5 datum yang lebih dari $5{,}5$. Cocok dengan arti median.

Jadi rata-rata 6, median 6, modus 3; setelah datum 4 ditambahkan, median menjadi $5{,}5$. Perhatikan bahwa menambah satu datum yang lebih kecil daripada median menggeser median ke kiri.

Contoh terselesaikan 6 (menengah). Tentukan median dan modus skor kuis pada Contoh terselesaikan 2, lalu bandingkan dengan rata-ratanya.

1. Data sudah terurut menurut skor. Banyak data 20 (genap), jadi median adalah rata-rata datum ke-10 dan ke-11.
2. Hitung frekuensi kumulatif (jumlah frekuensi sampai baris itu): skor 6 menempati datum ke-1; skor 7 datum ke-2 sampai ke-4; skor 8 datum ke-5 sampai ke-9; skor 9 datum ke-10 sampai ke-16; skor 10 datum ke-17 sampai ke-20.
3. Datum ke-10 dan ke-11 sama-sama bernilai 9. Jadi median $= \dfrac{9+9}{2} = 9$.
4. Modus adalah skor dengan frekuensi terbesar, yaitu 9 (frekuensi 7).
5. Bandingkan: rata-rata $8{,}5$, median 9, modus 9. Cek ulang letak median: ada 9 datum di bawah skor 9 dan 4 datum di atasnya, jadi datum ke-10 dan ke-11 memang jatuh pada skor 9.

Jadi median dan modusnya 9, sedikit lebih besar daripada rata-rata $8{,}5$. Rata-rata lebih kecil karena beberapa skor rendah (6 dan 7) menarik titik setimbang ke kiri, sedangkan median dan modus tidak terpengaruh besar kecilnya skor rendah itu.

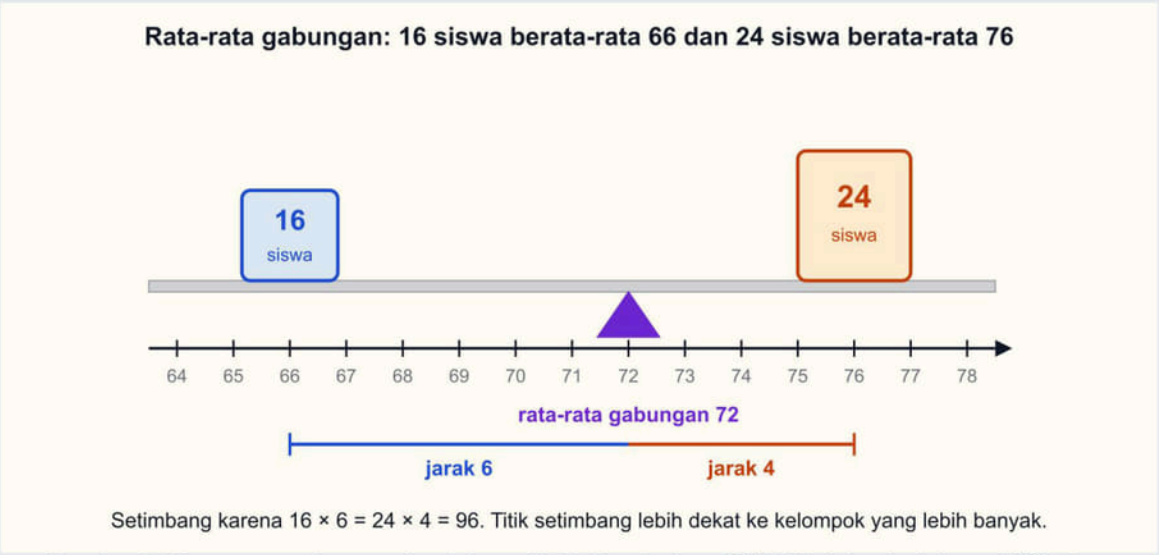
7. Rata-rata gabungan

Dua kelompok dengan rata-rata masing-masing dapat digabung. Berapa rata-rata gabungannya? Pemikiran yang benar kembali ke jumlah: jumlah gabungan = jumlah kelompok pertama + jumlah kelompok kedua. Jadi

$$\bar{x}_{\text{gab}} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}.$$

Rata-rata gabungan **bukan** $\dfrac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$, kecuali bila kedua kelompok sama banyak. Kelompok yang lebih banyak anggotanya menarik rata-rata gabungan lebih kuat. Gambar 4.9 memperlihatkan alasannya dengan papan setimbang: 16 siswa berata-rata 66 dan 24 siswa berata-rata 76. Papan setimbang di titik 72, karena $16 \times 6 = 24 \times 4$. Jarak ke setiap kelompok berbanding terbalik dengan banyak anggotanya: kelompok yang lebih banyak berada lebih dekat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.9 Rata-rata gabungan dua kelompok. Titik setimbang 72 lebih dekat ke kelompok 24 siswa daripada ke kelompok 16 siswa.

Dari gambar itu kita memperoleh hubungan yang sangat berguna:

$$n_1 \times (\bar{x}_{\text{gab}} - \bar{x}_1) = n_2 \times (\bar{x}_2 - \bar{x}_{\text{gab}}),$$

atau: **banyak anggota berbanding terbalik dengan jarak ke rata-rata gabungan**. Rata-rata gabungan selalu terletak di antara kedua rata-rata kelompok.

Contoh terselesaikan 7 (menengah). Di sebuah kelas, 15 siswa putra mempunyai rata-rata nilai 64 dan 25 siswa putri mempunyai rata-rata nilai 72. Tentukan rata-rata nilai seluruh kelas.

1. Ubah setiap rata-rata menjadi jumlah: putra $15 \times 64 = 960$; putri $25 \times 72 = 1.800$.
2. Jumlah seluruh nilai $= 960 + 1.800 = 2.760$, dan banyak seluruh siswa $= 15 + 25 = 40$.
3. Rata-rata gabungan $= \dfrac{2.760}{40} = 69$.
4. Cek ulang dengan papan setimbang: jarak ke putra $69 - 64 = 5$, jarak ke putri $72 - 69 = 3$. Hasil kali $15 \times 5 = 75$ dan $25 \times 3 = 75$ sama, jadi 69 memang titik setimbang.

Jadi rata-rata seluruh kelas 69. Jawaban salah yang sering muncul adalah $\dfrac{64 + 72}{2} = 68$, yang mengabaikan bahwa siswa putri lebih banyak.

Contoh terselesaikan 8 (setara SNBT). Rata-rata nilai siswa putra di sebuah kelas 66, rata-rata nilai siswa putri 76, dan rata-rata seluruh kelas 72. Banyak siswa di kelas itu 40 orang. Berapa banyak siswa putra?

1. Misalkan banyak putra p dan banyak putri q. Jumlah nilai putra $66p$, jumlah nilai putri $76q$, dan jumlah seluruh nilai $72(p + q)$.
2. Jumlah seluruh nilai sama dengan jumlah kedua kelompok: $66p + 76q = 72p + 72q$.
3. Pindahkan suku sejenis: $76q - 72q = 72p - 66p$, sehingga $4q = 6p$, atau

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$p : q = 4 : 6 = 2 : 3$.

4. Total 40 dibagi menurut perbandingan $2 : 3$: $p = \frac{2}{5} \times 40 = 16$ dan $q = \frac{3}{5} \times 40 = 24$.
5. Cek ulang: $66 \times 16 + 76 \times 24 = 1.056 + 1.824 = 2.880$, dan $\frac{2.880}{40} = 72$. Cocok. Ini juga keadaan yang digambar pada Gambar 4.9.

Jadi banyak siswa putra 16 orang. Cara cepat sesudah memahami cara lengkap: jarak putra ke 72 adalah 6, jarak putri ke 72 adalah 4, dan banyak anggota berbanding terbalik dengan jarak, sehingga putra : putri $= 4 : 6$.

8. Pengaruh perubahan data

Soal pernyataan sering menanyakan apa yang terjadi bila data diubah. Semuanya dapat dinalar dari arti setiap ukuran.

1. **Setiap datum ditambah c.** Seluruh data bergeser c ke kanan, jadi rata-rata, median, dan modus semuanya bertambah c. Jarak antardatum tidak berubah, sehingga jangkauan (selisih data terbesar dan terkecil, dibahas di sub bab 4.3) tetap.
2. **Setiap datum dikali k** (dengan $k > 0$). Rata-rata, median, modus, dan jangkauan semuanya ikut dikali k.
3. **Menambah satu datum x.** Bila x lebih besar daripada rata-rata lama, rata-rata naik; bila x lebih kecil, rata-rata turun; bila x sama dengan rata-rata lama, rata-rata tetap. Alasannya: datum baru ikut dalam papan setimbang dan menarik titik tumpu ke arahnya.
4. **Mengganti datum terbesar dengan bilangan yang lebih besar.** Rata-rata naik, karena jumlah bertambah. Median tidak berubah, karena datum tengah tetap di tempatnya. Modus tidak berubah, kecuali datum itu ikut menentukan modus.

Contoh terselesaikan 9 (setara SNBT). Diberikan data $6, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 11, 16$ (data rekaan). Berapa banyak pernyataan berikut yang benar? (1) Rata-rata sama dengan median. (2) Modus lebih dari rata-rata. (3) Bila datum 16 diganti 25, median berubah. (4) Bila setiap datum ditambah 2, rata-rata menjadi 12 dan jangkauan tetap.

1. Data sudah terurut dan $n = 9$. Jumlahnya $6 + 8 + 8 + 9 + 10 + 11 + 11 + 11 + 16 = 90$, jadi rata-rata $\frac{90}{9} = 10$.
2. Median adalah datum ke-5, yaitu 10. Modus adalah 11 (muncul tiga kali). Jangkauan $= 16 - 6 = 10$.
3. Pernyataan (1): rata-rata 10 dan median 10. Benar.
4. Pernyataan (2): modus $11 > 10$. Benar.
5. Pernyataan (3): mengganti 16 dengan 25 hanya mengubah datum ke-9; datum ke-5 tetap 10. Median tidak berubah, jadi pernyataan ini salah.
6. Pernyataan (4): menambah 2 ke setiap datum menggeser rata-rata menjadi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$10 + 2 = 12$, dan jangkauan tetap $(16 + 2) - (6 + 2) = 10$. Benar.

7. Cek ulang (4) dengan jumlah: jumlah baru $90 + 9 \times 2 = 108$, dan $\dfrac{108}{9} = 12$. Cocok.

Jadi ada 3 pernyataan yang benar, yaitu (1), (2), dan (4).

9. Memilih ukuran pemusatan yang tepat

Ketiga ukuran pemusatan sama-sama "mewakili" data, tetapi masing-masing menjawab pertanyaan yang berbeda.

- **Rata-rata** memakai semua datum, sehingga cocok bila semua nilai penting dan tidak ada pencilan, misalnya nilai rapor. Kelemahannya, satu pencilan dapat menarik rata-rata jauh dari kebanyakan data, seperti contoh gaji di bagian 5.
- **Median** hanya memperhatikan letak tengah, sehingga cocok untuk data yang memuat pencilan, misalnya harga rumah atau penghasilan. Median menjawab pertanyaan "setengah data berada di bawah nilai berapa?".
- **Modus** cocok untuk data kategori dan untuk pertanyaan "nilai apa yang paling banyak?". Toko sepatu, misalnya, lebih membutuhkan ukuran yang paling banyak dibeli daripada rata-rata ukuran kaki pembeli; rata-rata ukuran $39{,}4$ tidak ada di rak mana pun.

Letak ketiga ukuran juga menceritakan bentuk data. Bila data tersebar seimbang di kiri dan kanan, ketiganya berdekatan atau sama. Bila ada beberapa nilai yang jauh lebih kecil daripada kebanyakan data, seperti skor kuis pada Contoh terselesaikan 6, rata-rata tertarik ke kiri dan menjadi lebih kecil daripada median. Sebaliknya, beberapa nilai yang sangat besar membuat rata-rata lebih besar daripada median, seperti pada contoh gaji. Jadi bila soal menyebut "rata-rata jauh lebih besar daripada median", kamu dapat menduga adanya beberapa nilai yang sangat besar.

Ringkasan

- Rata-rata $=$ jumlah data $:$ banyak data; artinya hasil meratakan dan titik setimbang (jumlah simpangan $= 0$).
- Dari tabel frekuensi: $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$; bagi dengan jumlah frekuensi, bukan banyak baris.
- Ubah setiap rata-rata menjadi jumlah: jumlah $= \bar{x} \times n$.
- Median: urutkan dulu; n ganjil → datum ke-$\dfrac{n+1}{2}$; n genap → rata-rata dua datum tengah. Modus: nilai paling sering.
- Rata-rata gabungan $= \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$, lebih dekat ke kelompok yang lebih banyak.
- Ditambah c: pemusatan $+c$, jangkauan tetap. Mengganti datum terbesar: rata-rata berubah, median tetap.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Urutkan data lebih dulu, selalu.** Tulis data terurut beserta nomor posisinya sebelum menjawab apa pun tentang median atau posisi.
2. **Ubah rata-rata menjadi jumlah.** Setiap kalimat "rata-rata n data adalah $\bar{x}$" segera ditulis ulang sebagai "jumlahnya $n\bar{x}$".
3. **Pakai papan setimbang untuk rata-rata gabungan.** Jarak ke rata-rata gabungan berbanding terbalik dengan banyak anggota; cara ini cepat untuk mengecek atau mencari perbandingan.
4. **Untuk soal pernyataan, hitung keempat ukuran sekaligus.** Tulis rata-rata, median, modus, dan jangkauan di satu baris, lalu uji setiap pernyataan.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Median tanpa mengurutkan	data $9, 3, 8, 2, 4$: median 8 (datum ke-3 apa adanya)	urutkan $2, 3, 4, 8, 9$: median 4
Rata-rata gabungan dirata-ratakan langsung	$\frac{64 + 72}{2} = 68$	$\frac{960 + 1.800}{40} = 69$
Membagi dengan banyak baris tabel	$\frac{170}{5} = 34$	$\frac{170}{20} = 8{,}5$
Median n genap diambil satu datum	$n = 10$: median = datum ke-5	rata-rata datum ke-5 dan ke-6
Arah urutan diabaikan	"posisi ke-3 dari yang terbesar" dibaca dari yang terkecil	baca posisi sesuai arah yang diminta soal

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 13 memberi sembilan data yang sudah terurut dan empat pernyataan yang membandingkan median, modus, rata-rata, dan jangkauan. Pakai strategi 4: hitung keempat ukuran lebih dulu dan tulis di satu baris. Rata-rata dapat dihitung dengan cara simpangan terhadap 25, karena pernyataan (2) memang membandingkan rata-rata dengan 25: bila jumlah simpangan terhadap 25 negatif, rata-ratanya kurang dari 25. Jangkauan adalah datum terbesar dikurangi datum terkecil. Ingat bahwa soal menanyakan **banyaknya** pernyataan yang benar.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 14 juga memberi sembilan data terurut, tetapi pernyataan pertamanya menggabungkan statistika dengan barisan aritmetika (sub bab 2.7): rata-rata, median, dan modus, **dalam urutan itu**, harus mempunyai selisih yang sama. Hitung rata-rata dengan menjumlahkan semua data; jangan menebak dari bentuk datanya, karena beberapa data

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

besar di ujung kanan menarik rata-rata ke atas. Pernyataan kedua memakai arti bilangan prima dari sub bab 1.1.

Rujukan: soal nomor 14 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 3 meminta kamu mengurutkan sembilan bilangan **dari yang terbesar** ke yang terkecil, lalu membaca bilangan pada dua posisi tertentu. Jebakannya ada dua: mengurutkan dari yang terkecil karena kebiasaan, dan menghapus bilangan kembar. Bilangan yang muncul dua kali tetap menempati dua posisi. Tulis data terurut beserta nomor posisinya (strategi 1), baru setelah itu hitung bentuk yang diminta.

Rujukan: soal nomor 3 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 18 memberi enam bilangan dengan satu bilangan yang belum diketahui dan rata-rata berupa pecahan campuran. Pakai strategi 2: ubah pecahan campuran menjadi pecahan biasa, kalikan dengan banyak data untuk mendapat jumlah, lalu temukan bilangan yang hilang seperti Contoh terselesaikan 3. Setelah bilangan itu ditemukan, periksa kembali apakah ia menjadi data terbesar atau terkecil, karena hal itu menentukan jangkauan. Terakhir, samakan penyebut agar hasilnya dapat ditulis dalam bentuk pecahan berpenyebut 15.

Rujukan: soal nomor 18 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji data yang keluar dan masuk sebuah kelompok. Pakai strategi 2: tulis jumlah nilai pada setiap keadaan, lalu bandingkan jumlah-jumlah itu.

►. Rata-rata nilai ujian praktik 8 siswa dalam satu kelompok adalah 76. Seorang siswa pindah ke kelompok lain sehingga rata-rata nilai 7 siswa yang tersisa menjadi 78. Kemudian seorang siswa baru bergabung sehingga rata-rata nilai 8 siswa dalam kelompok itu menjadi 77.

Nilai ujian praktik siswa baru tersebut adalah ....

A. 85
B. 84
C. 77
D. 76
E. 70

Pembahasan **Kunci: E**

Yang diketahui: awal 8 siswa, rata-rata 76; setelah satu pindah, 7 siswa rata-rata 78; setelah satu siswa baru masuk, 8 siswa rata-rata 77. **Yang ditanya:** nilai siswa baru.

Konsep – Rata-rata dan jumlah data. Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah nilai}}{\text{banyak data}}$, sehingga jumlah nilai $=$ rata-rata $\times$ banyak data.
Contoh kecil: 3 siswa dengan rata-rata 80 mempunyai jumlah nilai $3 \times 80 = 240$.
Bila data ditambah atau dikurangi, bekerjalah dengan **jumlah nilai**, bukan dengan rata-ratanya.

Langkah penyelesaian:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Jumlah nilai 7 siswa yang tersisa: $7 \times 78 = 546$.
2. Jumlah nilai 8 siswa setelah siswa baru masuk: $8 \times 77 = 616$.
3. Selisih kedua jumlah adalah nilai siswa baru: $616 - 546 = 70$.

Cek ulang: $\dfrac{546 + 70}{8} = \dfrac{616}{8} = 77$ ✓. Sebagai tambahan, siswa yang pindah bernilai $8 \times 76 - 546 = 608 - 546 = 62$; datanya konsisten.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 85: **Jebakan:** mengira kelompok akhir berisi 9 siswa (lupa ada yang pindah): $9 \times 77 - 8 \times 76 = 693 - 608 = 85$.

• B ✗ 84: **Jebakan:** memakai rata-rata lama 76 untuk 7 siswa sisa: $616 - 7 \times 76 = 616 - 532 = 84$.

• C ✗ 77: **Jebakan:** mengira nilai siswa baru sama dengan rata-rata baru.

• D ✗ 76: **Jebakan:** merata-ratakan dua rata-rata, $\dfrac{78 + x}{2} = 77$, sehingga $x = 76$. Cara ini salah karena kelompok 7 siswa dan 1 siswa tidak sama besar.

• E ✓ 70.

Jawaban: E.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Untuk setiap soal, urutkan data dan tulis jumlahnya sebelum menguji pernyataan.

1. Dalam proyek kebun sekolah tahun 2027, sembilan siswa mencatat tinggi tanaman cabai masing-masing (dalam cm) sebagai berikut.

$72, 85, 64, 90, 78, 70, 88, 81, 75$

Kemudian seorang siswa lain menambahkan catatan tanamannya, yaitu 68 cm.

Median dari kesepuluh data tinggi tanaman tersebut adalah .... cm.

A. 78
B. $76{,}5$
C. 75
D. $73{,}5$
E. 73

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Skor kuis 10 siswa pada tahun 2027 adalah sebagai berikut.

$7, 5, 9, 6, 7, 10, 5, 8, 7, 6$

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Rata-rata sama dengan median.
(2) Modus lebih dari median.
(3) Jangkauan kurang dari rata-rata.
(4) Jika skor 10 diganti menjadi 20, median berubah.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

3. Nilai kuis matematika 20 siswa kelas XI pada Februari 2027 disajikan pada tabel berikut.

Nilai	5	6	7	8	9
Frekuensi	2	4	7	5	2

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) Rata-rata nilai lebih dari median.
(2) Modus sama dengan median.
(3) Jangkauan data adalah 4.
(4) Jika satu siswa lain dengan nilai 10 ikut kuis, median data tetap sama.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Pada ujian akhir semester tahun 2027, kelas XII-A yang terdiri atas 30 siswa mempunyai rata-rata nilai 72, sedangkan kelas XII-B yang terdiri atas 20 siswa mempunyai rata-rata nilai 80. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Rata-rata nilai gabungan kedua kelas adalah 76.
(2) Rata-rata nilai gabungan kedua kelas lebih dekat ke 72 daripada ke 80.
(3) Jika seorang siswa kelas XII-B yang nilainya 90 pindah ke kelas XII-A, rata-rata nilai gabungan 50 siswa tersebut berubah.
(4) Jika siswa tersebut pindah, rata-rata nilai kelas XII-B menjadi kurang dari 80.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

5. Nilai tugas lima siswa pada April 2027 adalah 8, 10, 15, 17, dan x, dengan x bilangan bulat positif.

Apakah rata-rata kelima nilai tersebut lebih dari 12?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Median kelima nilai tersebut adalah 15.
(2) Jangkauan kelima nilai tersebut adalah 9.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. B 2. C 3. E 4. C 5. A

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa jumlah simpangan semua data terhadap rata-ratanya selalu nol? Jelaskan dengan gambaran papan setimbang.
2. Kapan rata-rata gabungan dua kelompok sama dengan rata-rata dari kedua rata-ratanya?
3. Bila datum terbesar sebuah data diperbesar, ukuran pemusatan mana yang berubah dan mana yang tetap? Mengapa?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-4.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.3 · Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan

SNBTPK-4.3

◎ APA YANG DIUJI

Soal asli UTBK-SNBT 2024–2026 yang dikumpulkan untuk buku ini menyinggung ukuran penyebaran hanya lewat **jangkauan**, yang muncul dalam pernyataan-pernyataan pada soal UTBK-SNBT 2024 nomor 13 dan 14 serta UTBK-SNBT 2025 nomor 18 (dibahas di sub bab 4.2). Peta Topik Pengetahuan Kuantitatif memuat ukuran penyebaran yang lebih lengkap, dan paket prediksi memakainya dalam bentuk soal pernyataan tentang kuartil serta perbandingan kuantitas tentang simpangan rata-rata. Soal-soal ini menguji pemahaman makna: ukuran mana yang berubah bila sebuah datum diubah, dan ukuran mana yang tetap.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menghitung jangkauan, kuartil, jangkauan antarkuartil, dan simpangan kuartil dari data terurut;
- membaca dan menggambar diagram kotak garis;
- menghitung simpangan rata-rata, ragam, dan simpangan baku data kecil serta menafsirkan artinya;
- menalar pengaruh perubahan data terhadap ukuran penyebaran.

≡ PRASYARAT

Rata-rata dan median (sub bab 4.2). Median adalah nilai tengah data terurut. Contoh: median $2, 5, 7, 8, 11$ adalah 7; median $2, 5, 7, 8$ adalah $\frac{5+7}{2} = 6$.

Nilai mutlak (sub bab 1.2). $|a|$ adalah jarak a ke nol, sehingga selalu tidak negatif. Contoh: $|-3| = 3$ dan $|3| = 3$.

Akar kuadrat (sub bab 1.3). $\sqrt{9} = 3$ karena $3^2 = 9$. Akar yang tidak bulat dapat ditaksir: $\sqrt{8}$ terletak antara $\sqrt{4} = 2$ dan $\sqrt{9} = 3$, lebih dekat ke 3; nilainya sekitar $2{,}83$.

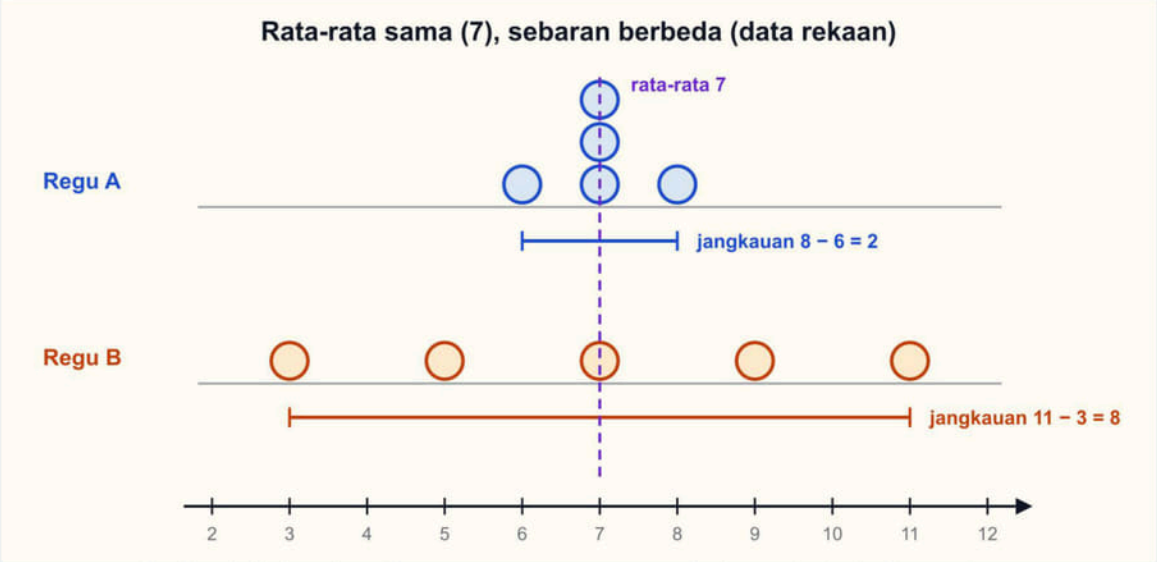
◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Mengapa rata-rata saja tidak cukup

Dua regu lomba ketangkasan sama-sama mempunyai rata-rata skor 7 (lihat Gambar 4.10). Skor regu A adalah $6, 7, 7, 7, 8$; skor regu B adalah $3, 5, 7, 9, 11$. Walaupun rata-ratanya sama, kedua regu sangat berbeda. Anggota regu A mempunyai kemampuan yang hampir sama,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sedangkan kemampuan anggota regu B sangat beragam. Ukuran pemusatan hanya memberi tahu **di mana** data berkumpul. Untuk mengetahui **seberapa menyebar** data itu, kita membutuhkan **ukuran penyebaran**.



Gambar 4.10 Dua data dengan rata-rata sama tetapi sebaran berbeda. Data rekaan.

Ukuran penyebaran yang besar berarti data saling berjauhan; ukuran penyebaran yang kecil berarti data berdekatan. Bila semua datum sama, misalnya $5, 5, 5, 5$, tidak ada penyebaran sama sekali, dan semua ukuran penyebaran bernilai 0.

2. Jangkauan

Ukuran penyebaran yang paling sederhana adalah **jangkauan** (disebut juga rentang):

$$J = x_{\text{maks}} - x_{\text{min}},$$

yaitu selisih datum terbesar dan datum terkecil. Pada Gambar 4.10, jangkauan regu A adalah $8 - 6 = 2$ dan jangkauan regu B adalah $11 - 3 = 8$. Jangkauan regu B empat kali jangkauan regu A, sesuai kesan bahwa skor regu B jauh lebih menyebar.

Kelemahan jangkauan: ia **hanya memakai dua datum**, yaitu yang terbesar dan yang terkecil. Satu pencilan dapat membuat jangkauan sangat besar, walaupun data lainnya berdekatan.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Uang saku harian enam siswa (dalam ribu rupiah) adalah $15, 20, 18, 25, 22, 20$. (a) Tentukan jangkauan dan rata-ratanya. (b) Seorang siswa baru dengan uang saku 60 ribu rupiah bergabung. Tentukan jangkauan dan rata-rata yang baru.

1. Datum terbesar 25 dan datum terkecil 15. Jangkauan $= 25 - 15 = 10$.
2. Jumlah data $= 15 + 20 + 18 + 25 + 22 + 20 = 120$, jadi rata-rata $= \dfrac{120}{6} = 20$.
3. Setelah siswa baru bergabung, datum terbesar menjadi 60. Jangkauan baru $= 60 - 15 = 45$.
4. Jumlah baru $= 120 + 60 = 180$ dengan 7 data, jadi rata-rata baru $= \dfrac{180}{7} \approx 25{,}7$.
5. Cek ulang: enam dari tujuh siswa masih mempunyai uang saku antara 15 dan 25 ribu,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tetapi jangkauan melonjak lebih dari empat kali lipat karena satu datum saja.

Jadi jangkauan berubah dari 10 menjadi 45, dan rata-rata dari 20 menjadi sekitar $25{,}7$ ribu rupiah. Satu pencilan sangat memengaruhi jangkauan dan rata-rata.

3. Kuartil dan jangkauan antarkuartil

Untuk mengurangi pengaruh pencilan, kita dapat melihat bagian **tengah** data saja. Caranya, data yang sudah diurutkan dibagi menjadi empat bagian yang sama banyak. Tiga nilai pembatasnya disebut **kuartil** (lihat Gambar 4.11).

- **Kuartil kedua** Q_2 adalah median seluruh data.
- **Kuartil pertama** (kuartil bawah) Q_1 adalah median **bagian bawah**, yaitu data yang terletak di kiri Q_2.
- **Kuartil ketiga** (kuartil atas) Q_3 adalah median **bagian atas**, yaitu data yang terletak di kanan Q_2.

Bila banyak data ganjil, datum median tidak ikut ke bagian bawah maupun bagian atas. Bila banyak data genap, data terbagi tepat dua sama banyak. Cara ini dipakai di seluruh buku.



Gambar 4.11 Kuartil 11 data terurut. Q_2 adalah median; Q_1 dan Q_3 adalah median bagian bawah dan bagian atas.

Dari kuartil diperoleh dua ukuran penyebaran:

$$H = Q_3 - Q_1 \quad \text{(jangkauan antarkuartil)}, \qquad Q_d = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) \quad \text{(simpangan kuartil)}.$$

Jangkauan antarkuartil adalah lebar bagian tengah yang memuat sekitar setengah data. Karena tidak memakai datum terbesar maupun terkecil, H tidak terpengaruh oleh pencilan di kedua ujung.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). (a) Massa 11 paket (dalam kg) adalah $3, 7, 5, 12, 8, 6, 9, 4, 10, 6, 15$. Tentukan Q_1, Q_2, Q_3, H, dan Q_d. (b) Tentukan kuartil data $2, 4, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 14$.

1. Urutkan data (a): $3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15$. Ada 11 datum.
2. Q_2 adalah datum ke-$\dfrac{11+1}{2} = 6$, yaitu 7.

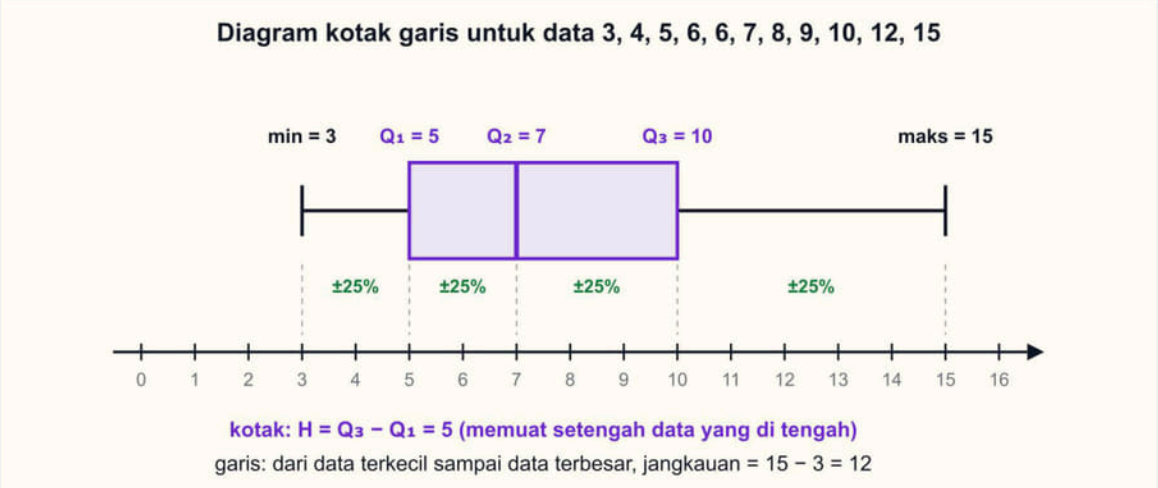
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Bagian bawah adalah 5 datum di kiri Q_2: $3, 4, 5, 6, 6$. Mediannya datum ke-3 bagian itu, jadi $Q_1 = 5$.
4. Bagian atas adalah 5 datum di kanan Q_2: $8, 9, 10, 12, 15$. Mediannya $Q_3 = 10$.
5. $H = 10 - 5 = 5$ dan $Q_d = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$.
6. Data (b) sudah terurut dan ada 10 datum (genap). $Q_2 = \dfrac{7 + 8}{2} = 7{,}5$. Bagian bawah $2, 4, 4, 5, 7$ memberi $Q_1 = 4$; bagian atas $8, 9, 11, 12, 14$ memberi $Q_3 = 11$.
7. Cek ulang (a): ada 2 datum di bawah Q_1, 2 datum antara Q_1 dan Q_2, 2 datum antara Q_2 dan Q_3, dan 2 datum di atas Q_3. Empat bagian sama banyak, sesuai arti kuartil.

Jadi pada data (a), $Q_1 = 5, Q_2 = 7, Q_3 = 10, H = 5$, dan $Q_d = 2{,}5$. Pada data (b), $Q_1 = 4$, $Q_2 = 7{,}5$, dan $Q_3 = 11$.

4. Diagram kotak garis

Lima nilai penting, yaitu datum terkecil, Q_1, Q_2, Q_3, dan datum terbesar, dapat digambar dalam satu **diagram kotak garis** (lihat Gambar 4.12). Kotak dibentang dari Q_1 sampai Q_3, dengan garis tegak di Q_2. Dari kedua sisi kotak, ditarik garis sampai datum terkecil dan datum terbesar. Setiap bagian diagram, yaitu garis kiri, dua bagian kotak, dan garis kanan, memuat sekitar seperempat data.



Gambar 4.12 Diagram kotak garis data Contoh terselesaikan 2 (a). Panjang kotak sama dengan jangkauan antarkuartil; panjang seluruh diagram sama dengan jangkauan.

Diagram kotak garis juga memperlihatkan bentuk sebaran. Pada Gambar 4.12, bagian kanan kotak (7 sampai 10) lebih panjang daripada bagian kiri (5 sampai 7), dan garis kanan lebih panjang daripada garis kiri. Artinya data di atas median lebih menyebar daripada data di bawah median.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Berdasarkan Gambar 4.12, tentukan benar atau salah: (1) setengah data terletak antara 5 dan 10; (2) $Q_3 - Q_2 > Q_2 - Q_1$; (3) bila datum 15 diganti 25, kotak menjadi lebih panjang.

1. Pernyataan (1): kotak membentang dari $Q_1 = 5$ sampai $Q_3 = 10$ dan memuat dua dari empat bagian data, yaitu sekitar setengah data. Benar.

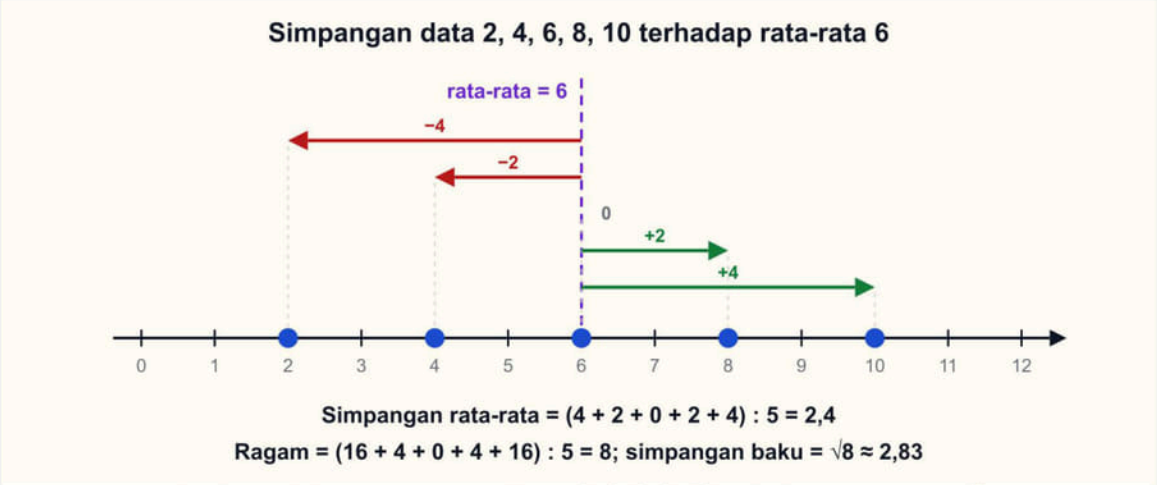
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Pernyataan (2): $Q_3 - Q_2 = 10 - 7 = 3$ dan $Q_2 - Q_1 = 7 - 5 = 2$. Karena $3 > 2$, pernyataan ini benar.
3. Pernyataan (3): mengganti 15 dengan 25 hanya mengubah datum terbesar. Bagian atas menjadi $8, 9, 10, 12, 25$, dan mediannya tetap 10. Jadi Q_3 tetap, kotak tidak berubah, dan yang memanjang hanya garis kanan. Pernyataan ini salah.
4. Cek ulang (3): jangkauan berubah dari 12 menjadi $25 - 3 = 22$, tetapi H tetap 5. Hal ini sesuai sifat H yang tidak terpengaruh pencilan.

Jadi pernyataan (1) dan (2) benar, sedangkan (3) salah.

5. Simpangan rata-rata, ragam, dan simpangan baku

Jangkauan dan kuartil hanya memakai beberapa datum. Ukuran yang memakai **semua** datum dibangun dari **simpangan**, yaitu selisih setiap datum dengan rata-rata (lihat Gambar 4.13). Simpangan yang besar berarti datum itu jauh dari pusat.



Gambar 4.13 Simpangan setiap datum $2, 4, 6, 8, 10$ *terhadap rata-ratanya,* 6.

Kita ingin merata-ratakan simpangan. Namun, di sub bab 4.2 kita sudah melihat bahwa **jumlah simpangan selalu nol**, karena simpangan negatif dan positif saling menghapus. Ada dua cara untuk mengatasinya.

1. **Ambil nilai mutlaknya.** Nilai mutlak mengubah setiap simpangan menjadi jarak yang tidak negatif. Rata-rata jarak itu disebut **simpangan rata-rata**:

$$SR = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}.$$

2. **Kuadratkan.** Kuadrat juga selalu tidak negatif. Rata-rata kuadrat simpangan disebut **ragam** (varians), dan akar kuadrat ragam disebut **simpangan baku**:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}, \qquad s = \sqrt{s^2}.$$

Mengapa ragam diakarkan? Karena kuadrat mengubah satuan. Bila data dalam cm, ragam berada dalam cm^2. Setelah diakarkan, simpangan baku kembali dalam cm, sama dengan satuan data, sehingga dapat dibandingkan langsung dengan rata-rata. Di SMA, ragam

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sekumpulan data dihitung dengan membagi n, seperti rumus di atas.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Hitunglah simpangan rata-rata, ragam, dan simpangan baku data $2, 4, 6, 8, 10$.

1. Rata-rata $= \dfrac{2+4+6+8+10}{5} = \dfrac{30}{5} = 6$.
2. Simpangan setiap datum: $-4, -2, 0, 2, 4$. Cek: jumlahnya 0, sesuai sifat rata-rata.
3. Nilai mutlak simpangan: $4, 2, 0, 2, 4$, jumlahnya 12. Jadi $SR = \dfrac{12}{5} = 2{,}4$.
4. Kuadrat simpangan: $16, 4, 0, 4, 16$, jumlahnya 40. Jadi ragam $s^2 = \dfrac{40}{5} = 8$.
5. Simpangan baku $s = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}83$. Alasannya: $8 = 4 \times 2$ dan $\sqrt{4} = 2$.
6. Cek ulang dengan taksiran: rata-rata jarak data ke 6 sekitar 2 sampai 3, dan kedua ukuran ($2{,}4$ dan $2{,}83$) berada di rentang itu.

Jadi $SR = 2{,}4$, $s^2 = 8$, dan $s \approx 2{,}83$. Perhatikan bahwa simpangan baku sedikit lebih besar daripada simpangan rata-rata. Hal ini wajar, karena pengkuadratan memberi bobot lebih besar pada simpangan yang besar.

Kembali ke dua regu. Sekarang kita hitung simpangan baku kedua regu pada Gambar 4.10. Skor regu B, $3, 5, 7, 9, 11$, adalah data Contoh terselesaikan 4 yang setiap datumnya ditambah 1. Simpangannya terhadap rata-rata 7 juga $-4, -2, 0, 2, 4$, sehingga simpangan bakunya sama, sekitar $2{,}83$. Skor regu A, $6, 7, 7, 7, 8$, mempunyai simpangan $-1, 0, 0, 0, 1$, ragam $\dfrac{1+0+0+0+1}{5} = 0{,}4$, dan simpangan baku $\sqrt{0{,}4} \approx 0{,}63$. Simpangan baku regu B lebih dari empat kali simpangan baku regu A. Bilangan ini menegaskan kesan dari gambar: anggota regu A berkemampuan hampir sama, sedangkan anggota regu B sangat beragam. Dalam bahasa sehari-hari, simpangan baku yang kecil berarti data "seragam" atau "konsisten", dan simpangan baku yang besar berarti data "beragam".

6. Pengaruh perubahan data terhadap penyebaran

Ukuran penyebaran mengukur **jarak antardatum**, bukan letak data. Dari sini kita dapat menalar dua aturan penting.

1. **Setiap datum ditambah atau dikurangi c.** Seluruh data bergeser bersama, seperti barisan siswa yang maju dua langkah bersama-sama. Jarak antardatum tidak berubah, jadi jangkauan, H, Q_d, simpangan rata-rata, dan simpangan baku **tetap**. Yang berubah hanya ukuran pemusatan (bertambah c) dan kuartil (masing-masing bertambah c).
2. **Setiap datum dikali k** (dengan $k > 0$). Semua jarak antardatum ikut dikali k, jadi jangkauan, H, Q_d, simpangan rata-rata, dan simpangan baku **dikali k**. Ragam dikali k^2, karena ragam adalah kuadrat simpangan baku.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Sekumpulan data mempunyai rata-rata 50, jangkauan 20, jangkauan antarkuartil 8, dan simpangan baku 6. Setiap datum dikali 2, lalu ditambah 5. Tentukan rata-rata, jangkauan, jangkauan antarkuartil, simpangan baku, dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

ragam data baru.

1. Kerjakan sesuai urutan: dikali 2 lebih dulu, lalu ditambah 5.
2. Rata-rata: dikali 2 menjadi 100, lalu ditambah 5 menjadi 105. Alasannya: rata-rata mengikuti semua perubahan.
3. Jangkauan: dikali 2 menjadi 40; ditambah 5 tidak mengubahnya. Jadi jangkauan baru 40.
4. Jangkauan antarkuartil: $8 \times 2 = 16$, tidak berubah oleh penambahan. Simpangan baku: $6 \times 2 = 12$.
5. Ragam baru $= 12^2 = 144$. Cek ulang: ragam lama $6^2 = 36$, dan $36 \times 2^2 = 144$. Cocok.

Jadi data baru mempunyai rata-rata 105, jangkauan 40, jangkauan antarkuartil 16, simpangan baku 12, dan ragam 144. Pengecoh yang sering muncul: jangkauan 45 dan simpangan baku 17 (ikut menambah 5), ragam 72 (dikali 2, bukan 4).

Ringkasan

- Ukuran penyebaran menunjukkan seberapa jauh data saling berjauhan; data yang semua datumnya sama mempunyai penyebaran 0.
- Jangkauan $= x_{\text{maks}} - x_{\text{min}}$; sangat peka terhadap pencilan.
- Kuartil: urutkan, Q_2 = median, Q_1 dan Q_3 = median bagian bawah dan atas; $H = Q_3 - Q_1, Q_d = \frac{1}{2}H$.
- Diagram kotak garis memuat lima nilai: terkecil, Q_1, Q_2, Q_3, terbesar; setiap bagian memuat sekitar seperempat data.
- SR = rata-rata $|x - \bar{x}|$; ragam = rata-rata $(x - \bar{x})^2$; simpangan baku = akar ragam.
- Ditambah c: penyebaran tetap. Dikali k: penyebaran dikali k, ragam dikali k^2.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Urutkan dan beri nomor posisi.** Kuartil, seperti median, hanya dapat dibaca dari data terurut. Tulis nomor posisi di bawah setiap datum.
2. **Tentukan batas bagian bawah dan bagian atas dengan teliti.** Untuk n ganjil, keluarkan datum median sebelum mencari Q_1 dan Q_3.
3. **Untuk soal "jika data diubah", tanyakan: jarak antardatum berubah atau tidak?** Penambahan tidak mengubah jarak; perkalian mengubahnya; mengganti datum ujung hanya memengaruhi ukuran yang memakai datum ujung.
4. **Untuk membandingkan simpangan dua data, bandingkan jarak ke rata-rata.** Sering kali kamu cukup membandingkan jumlah nilai mutlak simpangan tanpa menghitung semuanya sampai akhir.

Jebakan yang sering muncul.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Jangkauan dari data belum terurut	datum pertama dan terakhir pada daftar asli	datum terbesar dikurangi datum terkecil
Penyebaran ikut bertambah saat data ditambah c	jangkauan 20 menjadi 25	jangkauan tetap 20
Ragam dikali k, bukan k^2	ragam 36, data dikali 2: ragam 72	ragam $36 \times 4 = 144$
Simpangan rata-rata tanpa nilai mutlak	$\frac{-4-2+0+2+4}{5} = 0$	$\frac{4+2+0+2+4}{5} = 2{,}4$
Mengganti datum terbesar dianggap mengubah kuartil	Q_3 ikut naik	hanya jangkauan yang berubah

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji jangkauan, kuartil, dan pengaruh mengganti datum terbesar. Pakai strategi 1 dan 2: urutkan dua belas datum, beri nomor posisi, lalu bagi menjadi bagian bawah dan bagian atas.

►. Waktu (dalam menit) yang dibutuhkan 12 siswa untuk menyelesaikan satu tugas praktikum pada tahun 2027 adalah sebagai berikut.

$24, 17, 38, 12, 26, 20, 15, 29, 22, 17, 26, 19$

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Jangkauan data adalah 26.
(2) Jangkauan antarkuartil data adalah 9.
(3) $Q_3 - Q_2 > Q_2 - Q_1$, dengan Q_1, Q_2, Q_3 berturut-turut kuartil bawah, median, dan kuartil atas.
(4) Jika data terbesar diganti menjadi 48, jangkauan antarkuartil data tidak berubah.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Pembahasan **Kunci: E**

Yang diketahui: 12 data waktu (menit). **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep:
• **Jangkauan** = data terbesar − data terkecil.
• **Kuartil** membagi data yang sudah **diurutkan** menjadi empat bagian sama banyak. Q_2 = median. Untuk 12 data: Q_2 = rata-rata data ke-6 dan ke-7; Q_1 = median 6 data bawah (rata-rata data ke-3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dan ke-4); Q_3 = median 6 data atas (rata-rata data ke-9 dan ke-10).
• **Jangkauan antarkuartil** $= Q_3 - Q_1$.
Contoh kecil: data $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$: $Q_1 = \frac{2+3}{2} = 2{,}5$, $Q_2 = 4{,}5$, $Q_3 = 6{,}5$, jangkauan antarkuartil 4.

Langkah penyelesaian:
1. Urutkan data:

Urutan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Data	12	15	17	17	19	20	22	24	26	26	29	38

2. $Q_1 = \frac{17+17}{2} = 17$; $Q_2 = \frac{20+22}{2} = 21$; $Q_3 = \frac{26+26}{2} = 26$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** Jangkauan $= 38 - 12 = 26$.
Jebakan: memakai data pertama dan terakhir pada daftar asli (24 dan 19) tanpa mengurutkan.
• **(2) Benar.** $Q_3 - Q_1 = 26 - 17 = 9$.
• **(3) Benar.** $Q_3 - Q_2 = 26 - 21 = 5$ dan $Q_2 - Q_1 = 21 - 17 = 4$; $5 > 4$.
Jebakan: memakai data ke-6 saja sebagai median (20), sehingga $Q_3 - Q_2 = 6$ dan $Q_2 - Q_1 = 3$ (kebetulan tetap benar), atau data ke-7 saja (22), sehingga $4 > 5$ dianggap salah.
• **(4) Benar.** Mengganti 38 menjadi 48 hanya mengubah data ke-12. Data ke-3, ke-4, ke-9, dan ke-10 tidak berubah, jadi Q_1, Q_3, dan jangkauan antarkuartil tetap 9. Yang berubah hanya jangkauan (menjadi 36).
Jebakan: mengira semua ukuran penyebaran ikut berubah bila data terbesar berubah.

Keempat pernyataan benar → banyaknya 4.

Cek ulang: banyak data setelah diurutkan 12 ✓; jumlah data sebelum dan sesudah diurutkan sama-sama 265 ✓ (tidak ada data yang hilang).

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0 dan B ✗ 1: **Jebakan:** tidak mengurutkan data, sehingga jangkauan dan kuartil dibaca dari posisi yang salah.
• C ✗ 2: **Jebakan:** median diambil data ke-7 saja (22), sehingga (3) dianggap salah, dan (4) dianggap salah karena data terbesar berubah.
• D ✗ 3: **Jebakan:** menganggap (4) salah (jangkauan antarkuartil dikira ikut berubah).
• E ✓ 4.

Jawaban: E.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Hitung rata-rata setiap regu dulu, lalu tulis jarak setiap datum ke rata-ratanya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Skor lima anggota dua regu pada lomba ketangkasan tahun 2026 adalah sebagai berikut.
Regu Elang: $3, 5, 7, 9, 11$
Regu Rajawali: $4, 4, 7, 10, 10$

P	Q
Simpangan rata-rata skor Regu Elang	Simpangan rata-rata skor Regu Rajawali

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Kunci singkat: 1. C

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa jumlah simpangan tidak dapat dipakai sebagai ukuran penyebaran? Bagaimana simpangan rata-rata dan ragam mengatasinya?
2. Sebutkan ukuran penyebaran yang tidak berubah bila datum terbesar diperbesar, dan jelaskan alasannya.
3. Bila setiap datum dikali 3, berapa kali simpangan baku dan ragamnya berubah?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-4.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi

SNBTPK-4.4

◎ APA YANG DIUJI

Kaidah pencacahan adalah topik statistika dan peluang yang paling sering keluar: enam dari sebelas soal asli bab ini. Hampir semuanya berbentuk **isian singkat**, sehingga tidak ada pilihan jawaban yang dapat dipakai untuk mengecek. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 2 (Simulasi 1 nomor 2) dan UTBK-SNBT 2026 nomor 11 (Simulasi 3 nomor 11) meminta banyak bilangan yang disusun dari angka-angka dengan beberapa syarat. Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 3 (Simulasi 1 nomor 3) serta UTBK-SNBT 2026 nomor 1 dan 2 (Simulasi 3 nomor 1 dan 2) meminta banyak susunan dengan syarat **tidak berdampingan**. Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 20 (Simulasi 3 nomor 20) meminta banyak cara memilih sekelompok hewan dengan syarat "tepat". Paket prediksi menambah syarat berdampingan, huruf yang sama, tim dengan syarat "paling sedikit", dan banyak segitiga dari titik-titik.

Semua soal ini dapat dikerjakan dengan satu gagasan dasar, yaitu **aturan perkalian**. Permutasi dan kombinasi bukan rumus baru yang harus dihafal, melainkan singkatan dari aturan perkalian. Sub bab ini menurunkan semuanya dari cara mengisi tempat satu per satu.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- memakai aturan perkalian dengan diagram pohon dan kotak isian, termasuk syarat angka berbeda, angka depan bukan nol, dan pembagian kasus;
- menurunkan dan memakai faktorial serta permutasi, termasuk syarat berdampingan, tidak berdampingan, dan unsur yang sama;
- menurunkan kombinasi dari permutasi dan memakainya untuk syarat "tepat" dan "paling sedikit";
- memutuskan apakah urutan penting, lalu memilih cara mencacah yang tepat.

≡ PRASYARAT

Perkalian berulang (sub bab 0.1). $6 \times 5 \times 4 = 120$. Hitung dari kiri: $6 \times 5 = 30$, lalu $30 \times 4 = 120$.

Bilangan dan angka. Bilangan 507 disusun dari **angka** 5, 0, dan 7. Angka 5 menempati tempat ratusan, 0 tempat puluhan, dan 7 tempat satuan. Bilangan tiga angka tidak boleh diawali 0, karena 057 sebenarnya bilangan dua angka, 57.

Ciri bilangan genap dan kelipatan 5 (sub bab 1.1 dan 1.5). Bilangan genap bila angka satuannya 0, 2, 4, 6, atau 8. Bilangan kelipatan 5 bila angka satuannya 0 atau 5. Contoh: 370

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

genap dan kelipatan 5; 375 kelipatan 5 tetapi ganjil.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Mencacah tanpa mendaftar

Mencacah berarti menghitung banyaknya kemungkinan. Bila kemungkinannya sedikit, kita dapat mendaftar semuanya. Bila kemungkinannya ratusan atau ribuan, mendaftar terlalu lama dan mudah terlewat. Kaidah pencacahan memberi cara menghitung banyaknya kemungkinan **tanpa** mendaftar satu per satu, tetapi dengan alasan yang sama kuatnya dengan mendaftar.

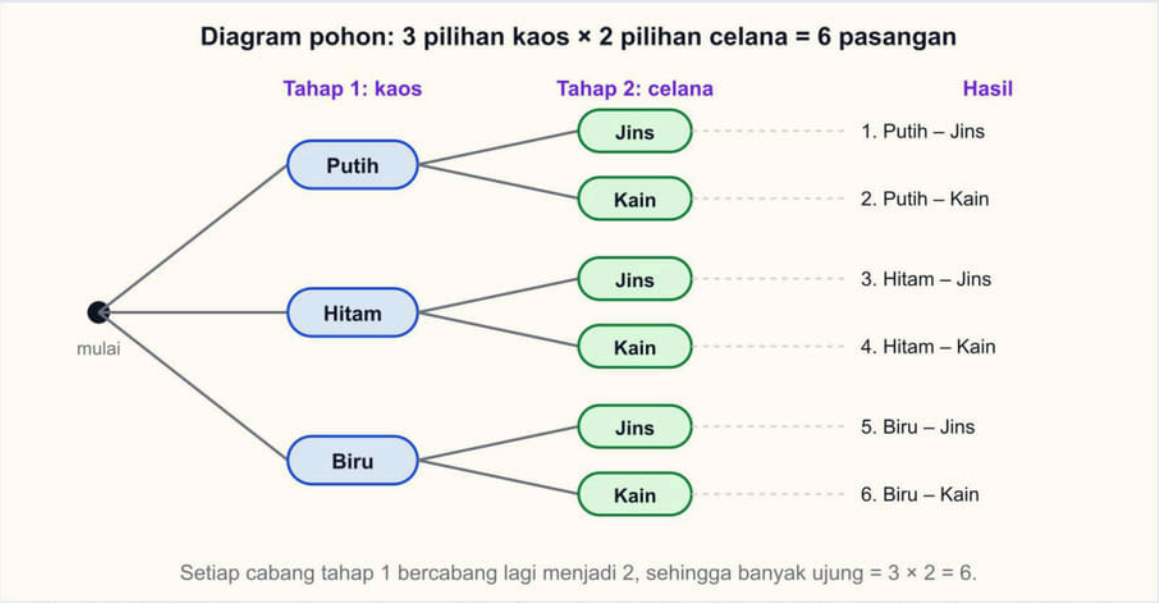
2. Aturan penjumlahan dan aturan perkalian

Ada dua aturan dasar.

1. **Aturan penjumlahan.** Bila sebuah pilihan dapat diambil dari kelompok pertama **atau** kelompok kedua, dan kedua kelompok tidak beririsan, banyak pilihannya adalah jumlah banyak anggota kedua kelompok. Contoh: kantin menjual 4 jenis nasi dan 3 jenis mi, dan kamu membeli **satu** makanan. Banyak pilihanmu $4 + 3 = 7$.
2. **Aturan perkalian.** Bila sebuah kegiatan terdiri atas beberapa **tahap berurutan**, tahap pertama dapat dilakukan dengan n_1 cara, dan untuk **setiap** cara itu tahap kedua dapat dilakukan dengan n_2 cara, maka seluruh kegiatan dapat dilakukan dengan $n_1 \times n_2$ cara. Untuk tiga tahap atau lebih, kalikan terus.

Mengapa dikali? Gambar 4.14 menjawabnya dengan **diagram pohon**. Dina memilih kaos (putih, hitam, atau biru), lalu memilih celana (jins atau kain). Setiap kaos bercabang menjadi dua pilihan celana. Ada 3 cabang, dan setiap cabang mempunyai 2 ujung, sehingga banyak ujung seluruhnya $2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$. Perkalian adalah penjumlahan berulang dari cabang-cabang yang sama banyak.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.14 Diagram pohon pasangan kaos dan celana. Setiap jalur dari "mulai" ke ujung adalah satu pasangan.

Kata kunci yang membedakan kedua aturan: "**dan**" atau "lalu" (tahap berurutan) biasanya berarti dikali; "**atau**" (memilih salah satu kelompok) biasanya berarti dijumlah.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Dina mempunyai 3 kaos, 2 celana, dan 2 pasang sepatu. Berapa banyak cara Dina berpakaian lengkap (kaos, celana, dan sepatu)? Bila Dina hanya ingin memilih satu barang untuk dipinjamkan, berapa banyak pilihannya?

1. Berpakaian lengkap terdiri atas tiga tahap: memilih kaos (3 cara), lalu celana (2 cara), lalu sepatu (2 cara).
2. Untuk setiap pasangan kaos-celana, kedua sepatu sama-sama dapat dipakai, jadi aturan perkalian berlaku: $3 \times 2 \times 2 = 12$ cara.
3. Memilih satu barang untuk dipinjamkan berarti memilih kaos **atau** celana **atau** sepatu. Ketiganya tidak beririsan, jadi aturan penjumlahan berlaku: $3 + 2 + 2 = 7$ pilihan.
4. Cek ulang langkah 2 dengan pohon: pohon pada Gambar 4.14 mempunyai 6 ujung, dan setiap ujung bercabang lagi menjadi 2 sepatu, sehingga ada 12 ujung.

Jadi ada 12 cara berpakaian lengkap dan 7 pilihan barang untuk dipinjamkan.

3. Kotak isian: menyusun bilangan

Untuk soal menyusun bilangan, diagram pohon terlalu besar untuk digambar. Kita memakai **kotak isian**: gambar satu kotak untuk setiap tempat (misalnya ratusan, puluhan, satuan), tulis banyak pilihan di setiap kotak, lalu kalikan. Ada dua hal yang mengubah isi kotak.

- **Boleh berulang atau harus berbeda.** Bila angka boleh berulang, setiap kotak mempunyai pilihan yang sama banyak. Bila angka harus berbeda, setiap angka yang sudah dipakai tidak boleh dipakai lagi, sehingga pilihan berkurang satu setiap kali satu kotak terisi.
- **Tempat bersyarat.** Tempat terdepan tidak boleh diisi 0; tempat satuan bilangan genap hanya boleh diisi angka genap; dan seterusnya. **Isi tempat yang bersyarat lebih dulu**,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

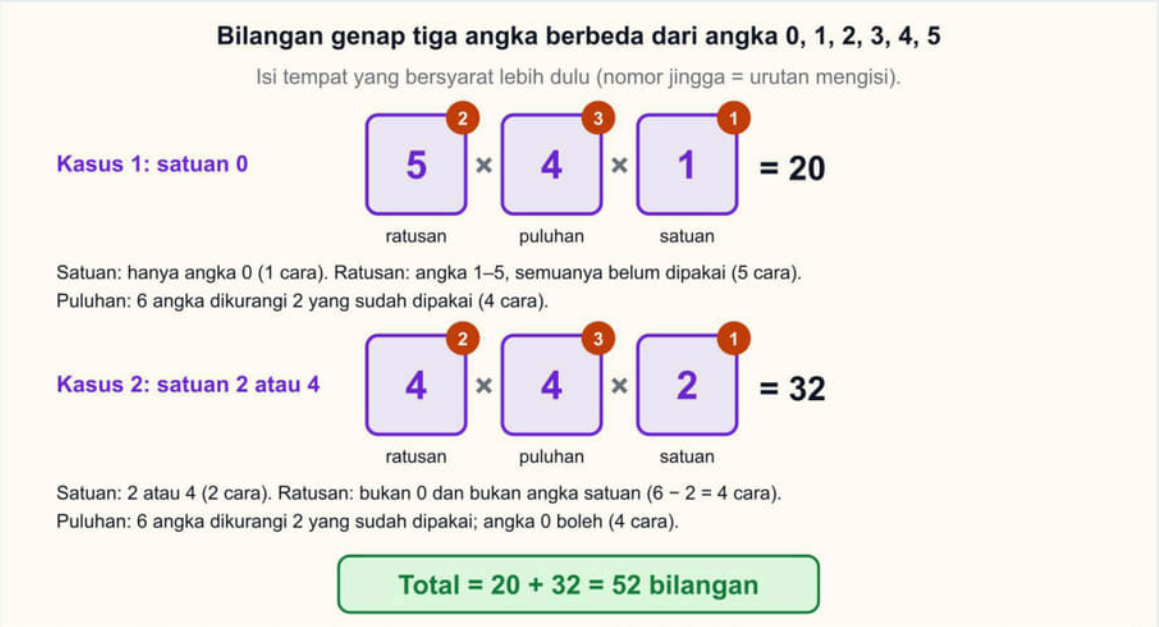
karena pilihannya paling sedikit. Bila tempat bersyarat diisi belakangan, kita tidak tahu apakah angka yang dibutuhkannya sudah terpakai.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Dari angka $1, 2, 3, 4, 5$ akan disusun bilangan tiga angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun bila (a) angka boleh berulang, (b) angka harus berbeda?

1. Gambar tiga kotak: ratusan, puluhan, satuan. Tidak ada angka 0, jadi tempat ratusan tidak mempunyai larangan khusus.
2. Bagian (a): setiap kotak dapat diisi kelima angka, karena angka boleh berulang. Banyaknya $5 \times 5 \times 5 = 125$.
3. Bagian (b): ratusan 5 pilihan. Puluhan tinggal 4 pilihan, karena satu angka sudah dipakai di ratusan. Satuan tinggal 3 pilihan. Banyaknya $5 \times 4 \times 3 = 60$.
4. Cek ulang (b) dengan cara lain: bilangan yang diawali angka 1 adalah $1__$ dengan puluhan dan satuan dipilih dari 4 angka lain: $4 \times 3 = 12$. Ada 5 kemungkinan angka depan, jadi $5 \times 12 = 60$. Cocok.

Jadi ada 125 bilangan bila angka boleh berulang dan 60 bilangan bila angka harus berbeda.

Kotak isian bertahap. Gambar 4.15 memperlihatkan kedua aturan itu pada soal bilangan genap yang dibahas dalam contoh berikut. Nomor kecil berwarna jingga menunjukkan urutan mengisi kotak.



Gambar 4.15 Kotak isian bertahap. Tempat satuan diisi lebih dulu, lalu ratusan, lalu puluhan; kasus satuan 0 dipisahkan karena memengaruhi pilihan ratusan.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Dari angka $0, 1, 2, 3, 4, 5$ akan disusun bilangan genap tiga angka dengan angka-angka berbeda. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun?

1. Ada dua tempat bersyarat: satuan harus genap (0, 2, atau 4), dan ratusan tidak boleh 0. Kedua syarat saling memengaruhi melalui angka 0, jadi kita **pecah kasus** menurut angka satuan (lihat Gambar 4.15).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Kasus 1, satuan 0: satuan 1 cara. Ratusan dapat diisi $1, 2, 3, 4, 5$, yaitu 5 cara, karena 0 sudah dipakai di satuan. Puluhan diisi dari $6 - 2 = 4$ angka yang tersisa. Banyaknya $5 \times 4 \times 1 = 20$.
3. Kasus 2, satuan 2 atau 4: satuan 2 cara. Ratusan tidak boleh 0 dan tidak boleh angka satuan, jadi $6 - 2 = 4$ cara. Puluhan diisi dari $6 - 2 = 4$ angka yang tersisa (sekarang 0 boleh). Banyaknya $4 \times 4 \times 2 = 32$.
4. Kedua kasus tidak beririsan (satuannya berbeda), jadi dijumlah: $20 + 32 = 52$.
5. Cek ulang dengan menghitung bilangan ganjil: satuan $1, 3,$ atau 5 (3 cara), ratusan 4 cara, puluhan 4 cara, jadi 48 bilangan ganjil. Semua bilangan tiga angka berbeda: ratusan 5, puluhan 5, satuan 4, yaitu 100. Dan $52 + 48 = 100$. Cocok.

Jadi ada 52 bilangan genap.

Mengapa kasus satuan 0 dipisahkan? Bila satuannya 0, angka 0 sudah "habis", sehingga ratusan mempunyai 5 pilihan. Bila satuannya 2 atau 4, angka 0 masih tersedia tetapi dilarang di ratusan, sehingga ratusan hanya mempunyai 4 pilihan. Karena banyak pilihan ratusan berbeda, kedua keadaan tidak dapat digabung dalam satu perkalian.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Dari angka $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ akan disusun bilangan empat angka berbeda yang lebih dari 3.000 dan merupakan kelipatan 5. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun?

1. Syarat "lebih dari 3.000" mengatur angka ribuan: harus $3, 4, 5,$ atau 6. Bilangan yang diawali 3 semuanya lebih dari 3.000, karena angka-angkanya berbeda sehingga tidak mungkin tepat 3.000.
2. Syarat "kelipatan 5" mengatur angka satuan: harus 0 atau 5. Angka 5 muncul pada kedua syarat, jadi kita pecah kasus menurut angka satuan.
3. Kasus satuan 0: ribuan 4 cara $(3, 4, 5, 6)$. Dua tempat tengah diisi dari $7 - 2 = 5$ angka tersisa: $5 \times 4 = 20$. Banyaknya $4 \times 20 = 80$.
4. Kasus satuan 5: ribuan tidak boleh 5 lagi, jadi 3 cara $(3, 4, 6)$. Dua tempat tengah diisi dari 5 angka tersisa (termasuk 0): $5 \times 4 = 20$. Banyaknya $3 \times 20 = 60$.
5. Jumlahkan kedua kasus: $80 + 60 = 140$.
6. Cek ulang kasus satuan 5: misalnya ribuan 3 dan satuan 5, tempat tengah dipilih dari $0, 1, 2, 4, 6$. Bilangan 3.015 termasuk (lebih dari 3.000, kelipatan 5, angka berbeda). Tidak ada larangan untuk 0 di tempat tengah. Cocok dengan hitungan 5×4.

Jadi ada 140 bilangan.

4. Faktorial

Berapa banyak cara menyusun 5 buku berbeda di sebuah rak? Pakai kotak isian dengan 5 tempat: tempat pertama 5 pilihan, tempat kedua 4, lalu 3, 2, dan 1. Banyaknya $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$. Perkalian bilangan asli berurutan dari n turun sampai 1 sering muncul, sehingga diberi nama **faktorial** dan lambang $n!$ (dibaca "n faktorial"):

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 2 \times 1.$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Beberapa nilai yang sering dipakai: $3! = 6, 4! = 24, 5! = 120, 6! = 720, 7! = 5.040$. Perhatikan pola $n! = n \times (n-1)!$, misalnya $6! = 6 \times 5! = 6 \times 120 = 720$. Pola ini memudahkan pembagian faktorial: $\frac{8!}{6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6!} = 8 \times 7 = 56$.

Disepakati pula bahwa $0! = 1$. Alasannya: pola $n! = n \times (n-1)!$ untuk $n = 1$ memberi $1! = 1 \times 0!$, dan karena $1! = 1$, maka $0!$ harus 1. Arti lainnya: ada tepat satu cara menyusun nol benda, yaitu tidak melakukan apa-apa.

Banyak susunan n benda berbeda dalam satu baris adalah $n!$.

5. Permutasi

Seringkali kita tidak menyusun semua benda, tetapi hanya sebagian. Misalnya, dari 8 calon dipilih ketua, sekretaris, dan bendahara. Jabatan berbeda, jadi **urutan atau posisi penting**: Ani sebagai ketua dan Budi sebagai sekretaris berbeda dengan Budi sebagai ketua dan Ani sebagai sekretaris. Susunan yang memperhatikan urutan disebut **permutasi**.

Banyak permutasi r benda dari n benda berbeda ditulis $P(n, r)$. Pakai kotak isian dengan r tempat: tempat pertama n pilihan, tempat kedua $n - 1$, dan seterusnya sampai tempat ke-r dengan $n - r + 1$ pilihan. Jadi

$$P(n, r) = n \times (n-1) \times \ldots \times (n - r + 1) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Bentuk pecahan diperoleh dengan melengkapi perkalian sampai 1 lalu membagi kembali. Contoh: $P(8, 3) = 8 \times 7 \times 6 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = \frac{8!}{5!}$. Dalam praktik, cara kotak isian lebih cepat: **kalikan r bilangan menurun yang dimulai dari n**. Untuk $r = n$, rumusnya menjadi $P(n, n) = \frac{n!}{0!} = n!$, sesuai bagian 4.

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Dari 8 calon pengurus OSIS akan dipilih ketua, sekretaris, dan bendahara (setiap orang paling banyak satu jabatan). Berapa banyak susunan pengurus yang mungkin?

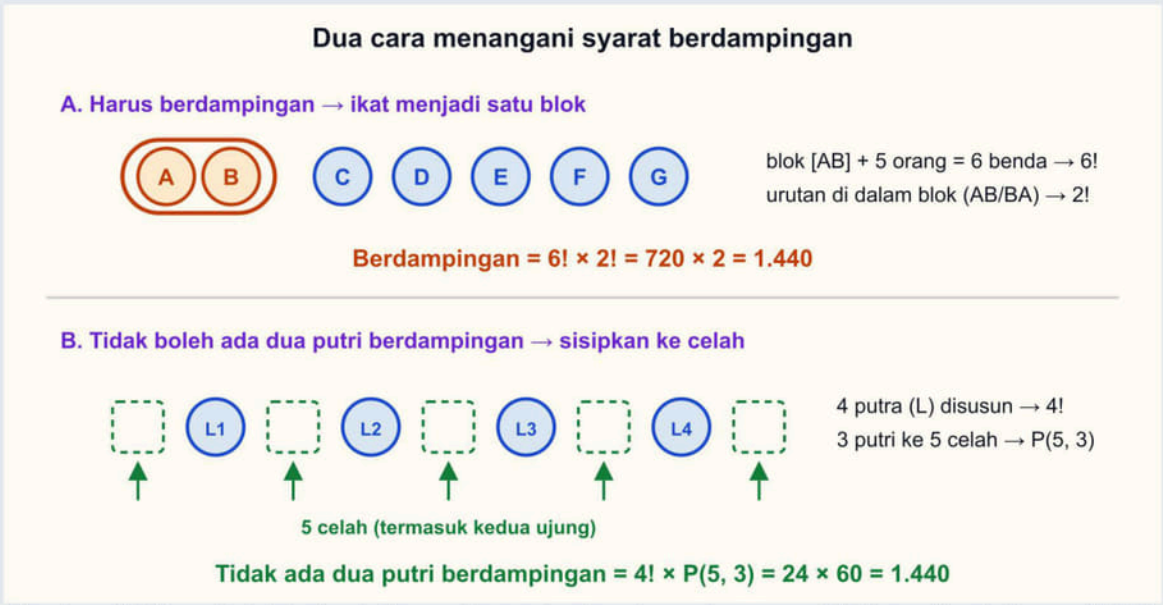
1. Jabatan berbeda, jadi urutan penting. Ini permutasi 3 dari 8.
2. Kotak isian: ketua 8 pilihan, sekretaris 7 pilihan (ketua tidak boleh merangkap), bendahara 6 pilihan.
3. Banyaknya $P(8, 3) = 8 \times 7 \times 6 = 336$.
4. Cek ulang dengan rumus: $\frac{8!}{5!} = \frac{40.320}{120} = 336$. Cocok.

Jadi ada 336 susunan pengurus.

6. Syarat berdampingan dan tidak berdampingan

Soal asli sangat sering memberi syarat dua benda **harus berdampingan** atau **tidak boleh berdampingan** dalam satu baris. Gambar 4.16 memperlihatkan dua cara yang dipakai.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 4.16 Cara blok (atas) untuk syarat harus berdampingan dan cara celah (bawah) untuk syarat tidak boleh ada dua yang berdampingan.

1. **Harus berdampingan: cara blok.** Ikat benda-benda yang harus berdampingan menjadi satu **blok**, lalu anggap blok itu sebagai satu benda. Susun blok bersama benda lain, kemudian kalikan dengan banyak susunan **di dalam** blok. Untuk dua benda A dan B, susunan di dalam blok ada $2! = 2$, yaitu AB dan BA.
2. **Tidak boleh berdampingan (dua benda): komplemen.** Hitung semua susunan tanpa syarat, lalu kurangi dengan susunan yang berdampingan. Alasannya: setiap susunan pasti berdampingan atau tidak berdampingan, tidak ada kemungkinan lain.
3. **Tidak boleh ada dua yang berdampingan (tiga benda atau lebih): cara celah.** Susun dulu benda-benda yang bebas. Di antara dan di ujung benda-benda itu terdapat **celah**; bila ada m benda bebas, ada $m + 1$ celah. Sisipkan benda yang dilarang berdampingan ke celah yang berbeda-beda, sehingga tidak ada dua yang bersebelahan.

Contoh terselesaikan 6 (menengah). Tujuh siswa, termasuk Ani dan Budi, berbaris dalam satu baris. Berapa banyak susunan bila (a) Ani dan Budi harus berdampingan, (b) Ani dan Budi tidak boleh berdampingan?

1. Bagian (a), cara blok: ikat Ani dan Budi menjadi blok $[AB]$. Sekarang ada 6 benda (blok dan 5 siswa lain), yang dapat disusun dalam $6! = 720$ cara.
2. Di dalam blok, urutannya AB atau BA: $2! = 2$ cara. Banyak susunan berdampingan $= 720 \times 2 = 1.440$.
3. Bagian (b), komplemen: semua susunan tanpa syarat $= 7! = 5.040$. Banyak susunan tidak berdampingan $= 5.040 - 1.440 = 3.600$.
4. Cek ulang (b) dengan cara celah: 5 siswa lain disusun dalam $5! = 120$ cara dan membentuk 6 celah. Ani dan Budi masuk ke dua celah berbeda dengan memperhatikan urutan: $P(6, 2) = 6 \times 5 = 30$. Banyaknya $120 \times 30 = 3.600$. Cocok.

Jadi ada 1.440 susunan berdampingan dan 3.600 susunan tidak berdampingan. Jebakan yang sering muncul adalah lupa mengalikan 2 untuk urutan di dalam blok, sehingga

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

mendapat 720 dan 4.320.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Empat siswa putra dan tiga siswa putri berbaris dalam satu baris. Berapa banyak susunan bila (a) tidak ada dua siswa putri yang berdampingan, (b) ketiga siswa putri tidak semuanya berdampingan?

1. Bagian (a), cara celah (lihat Gambar 4.16 bawah): susun dulu 4 siswa putra dalam $4! = 24$ cara. Keempatnya membentuk 5 celah, termasuk kedua ujung barisan.
2. Ketiga siswa putri masuk ke 3 celah berbeda, dan urutannya diperhatikan karena setiap siswa berbeda: $P(5,3) = 5 \times 4 \times 3 = 60$ cara.
3. Banyak susunan (a) $= 24 \times 60 = 1.440$. Alasannya: setiap susunan putra dapat dipasangkan dengan setiap cara mengisi celah.
4. Bagian (b) berbeda artinya: yang dilarang hanya keadaan **ketiga** putri berdampingan sekaligus. Hitung keadaan terlarang dengan cara blok: blok 3 putri dan 4 putra adalah 5 benda, $5! = 120$ cara; di dalam blok $3! = 6$ cara; jadi $120 \times 6 = 720$.
5. Banyak susunan (b) $=$ semua $-$ terlarang $= 7! - 720 = 5.040 - 720 = 4.320$.
6. Cek ulang perbedaan (a) dan (b): susunan seperti P-P-L-P-L-L-L (dua putri berdampingan, satu terpisah) termasuk (b) tetapi tidak termasuk (a). Karena itu hasil (b) lebih besar daripada hasil (a).

Jadi (a) 1.440 susunan dan (b) 4.320 susunan. Bacalah syaratnya dengan teliti: "tidak ada dua yang berdampingan" (cara celah) sangat berbeda dengan "tidak semuanya berdampingan" (semua dikurangi satu blok).

7. Permutasi dengan unsur yang sama

Berapa banyak susunan huruf pada kata BANANA? Kata itu mempunyai 6 huruf, tetapi huruf A muncul 3 kali dan huruf N muncul 2 kali. Andaikan setiap huruf diberi nomor sehingga berbeda: B, A_1, N_1, A_2, N_2, A_3. Banyak susunannya $6! = 720$. Namun, menukar urutan A_1, A_2, A_3 di antara tempat-tempat mereka menghasilkan tulisan yang sama, dan ada $3! = 6$ cara menukarnya. Begitu pula menukar N_1 dan N_2 ($2! = 2$ cara). Jadi setiap tulisan terhitung $3! \times 2! = 12$ kali, dan banyak susunan yang sebenarnya

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = \frac{720}{12} = 60.$$

Secara umum, bila n benda terdiri atas kelompok-kelompok benda sama sebanyak $k_1, k_2, \ldots$, banyak susunannya $\dfrac{n!}{k_1! \times k_2! \times \ldots}$.

Contoh terselesaikan 8 (menengah). Huruf-huruf kata BANANA disusun ulang. Berapa banyak susunan yang kedua huruf N-nya tidak berdampingan?

1. Semua susunan: $\dfrac{6!}{3! \times 2!} = 60$, seperti diturunkan di atas.
2. Susunan yang kedua N berdampingan: ikat NN menjadi satu blok. Sekarang ada 5 benda: B, A, A, A, [NN], dengan A sebanyak 3. Banyaknya $\dfrac{5!}{3!} = \dfrac{120}{6} = 20$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

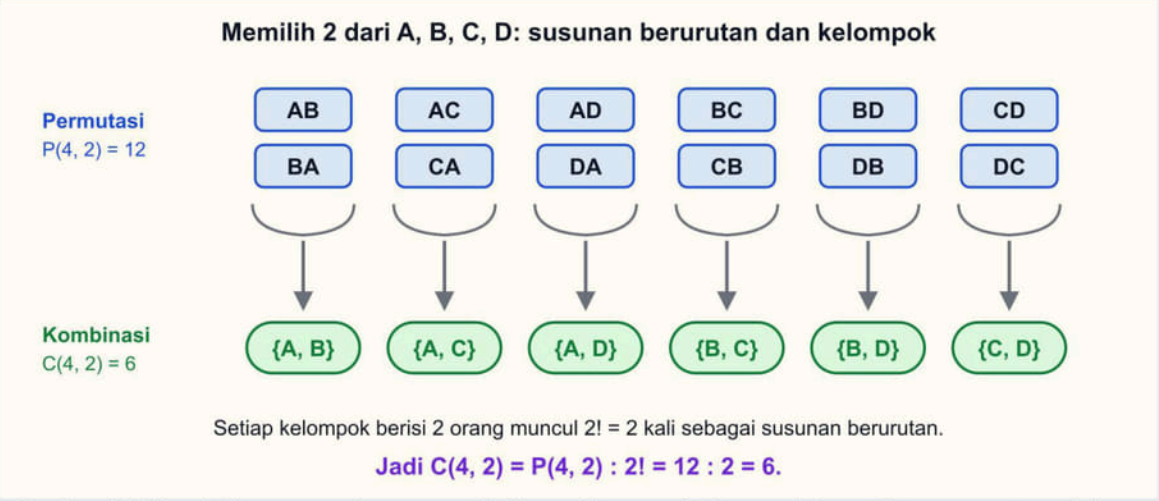
3. Di dalam blok, NN dibalik tetap NN (kedua N sama), jadi tidak dikali 2.
4. Susunan tidak berdampingan $= 60 - 20 = 40$.
5. Cek ulang dengan cara celah: susun B, A, A, A dalam $\frac{4!}{3!} = 4$ cara; ada 5 celah; pilih 2 celah untuk N tanpa memperhatikan urutan (kedua N sama): $\frac{5 \times 4}{2} = 10$. Banyaknya $4 \times 10 = 40$. Cocok.

Jadi ada 40 susunan. Perhatikan langkah 3: blok berisi huruf yang sama tidak dikali 2, berbeda dengan blok Ani-Budi pada Contoh terselesaikan 6.

8. Kombinasi

Sekarang dari 8 siswa dipilih 3 orang untuk menjadi panitia, **tanpa** jabatan. Memilih Ani, Budi, Citra sama saja dengan memilih Citra, Ani, Budi; yang penting hanya **siapa** yang terpilih, bukan urutannya. Pemilihan seperti ini disebut **kombinasi**.

Kombinasi diturunkan dari permutasi (lihat Gambar 4.17). Bila urutan diperhatikan, memilih 2 dari A, B, C, D menghasilkan $P(4, 2) = 12$ susunan: AB, BA, AC, CA, dan seterusnya. Setiap **kelompok** dua orang, misalnya $\{A, B\}$, muncul $2! = 2$ kali sebagai susunan (AB dan BA). Jadi banyak kelompok $= 12 : 2 = 6$.



Gambar 4.17 Dua belas susunan berurutan dikelompokkan menjadi enam kelompok tanpa urutan, sehingga $C(4, 2) = P(4, 2) : 2!$.

Secara umum, setiap kelompok berisi r benda dapat diurutkan dalam $r!$ cara, sehingga setiap kelompok terhitung $r!$ kali dalam permutasi. Maka

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r!\,(n - r)!}.$$

Kombinasi juga ditulis $\binom{n}{r}$ atau ${}_nC_r$. Ada satu sifat yang berguna: $C(n, r) = C(n, n - r)$. Alasannya: memilih r orang yang **ikut** sama dengan memilih $n - r$ orang yang **tidak ikut**.

Contoh: $C(10, 8) = C(10, 2) = \frac{10 \times 9}{2} = 45$.

Contoh terselesaikan 9 (menengah). (a) Dari 8 siswa dipilih 3 orang menjadi panitia.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berapa banyak cara? (b) Sepuluh orang saling berjabat tangan tepat satu kali dengan setiap orang lain. Berapa banyak jabat tangan?

1. Bagian (a): panitia tanpa jabatan, jadi urutan tidak penting. Ini kombinasi 3 dari 8.
2. $C(8,3) = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{3!} = \dfrac{336}{6} = 56$. Bandingkan dengan Contoh terselesaikan 5: susunan berjabatan 336, dan setiap panitia tiga orang dapat diberi jabatan dalam $3! = 6$ cara, sehingga $336 : 6 = 56$.
3. Bagian (b): satu jabat tangan ditentukan oleh **pasangan** dua orang, dan pasangan Ani-Budi sama dengan Budi-Ani. Jadi banyaknya $C(10,2) = \dfrac{10 \times 9}{2} = 45$.
4. Cek ulang (b): setiap orang berjabat tangan dengan 9 orang lain, jadi $10 \times 9 = 90$ "tangan". Setiap jabat tangan melibatkan dua orang dan terhitung dua kali, sehingga $90 : 2 = 45$. Cocok.

Jadi ada 56 cara memilih panitia dan 45 jabat tangan. Pemikiran jabat tangan sama dengan banyak ruas garis yang menghubungkan n titik, yaitu $C(n,2)$. Banyak segitiga yang titik sudutnya dipilih dari n titik adalah $C(n,3)$, asalkan tidak ada tiga titik yang segaris; bila ada tiga titik segaris, pilihan tiga titik itu tidak membentuk segitiga dan harus dikurangkan. Misalnya, 6 titik pada sebuah lingkaran membentuk $C(6,3) = 20$ segitiga.

Kombinasi dengan beberapa golongan. Kombinasi juga dapat digabung dengan aturan perkalian. Bila sebuah kelompok dipilih dari beberapa golongan, pilih dari setiap golongan secara terpisah, lalu kalikan. Untuk syarat **"paling sedikit"**, ada dua jalan: menjumlahkan semua kasus yang memenuhi, atau memakai komplemen (semua dikurangi kasus yang tidak memenuhi).

Contoh terselesaikan 10 (setara SNBT). Sebuah tim beranggotakan 5 orang akan dipilih dari 6 siswa putra dan 4 siswa putri. Berapa banyak cara memilih tim bila (a) tim memuat tepat 2 putri, (b) tim memuat paling sedikit 1 putri?

1. Anggota tim tidak berjabatan, jadi urutan tidak penting; setiap pemilihan memakai kombinasi.
2. Bagian (a): "tepat 2 putri" berarti 2 putri dan $5 - 2 = 3$ putra. Pilih putri: $C(4,2) = 6$. Pilih putra: $C(6,3) = \dfrac{6 \times 5 \times 4}{3!} = 20$.
3. Kedua pemilihan dilakukan berurutan (putri dan putra), jadi dikali: $6 \times 20 = 120$.
4. Bagian (b) dengan komplemen: semua tim tanpa syarat $C(10,5) = \dfrac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{120} = 252$. Tim tanpa putri sama sekali berarti 5 putra: $C(6,5) = 6$. Jadi $252 - 6 = 246$.
5. Cek ulang (b) dengan menjumlahkan kasus: tepat 1 putri $C(4,1) \times C(6,4) = 4 \times 15 = 60$; tepat 2 putri 120; tepat 3 putri $C(4,3) \times C(6,2) = 4 \times 15 = 60$; tepat 4 putri $C(4,4) \times C(6,1) = 6$. Jumlahnya $60 + 120 + 60 + 6 = 246$. Cocok.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi (a) 120 cara dan (b) 246 cara. Jebakan pada bagian (a) adalah memilih 3 anggota lain dari **semua** siswa yang tersisa (termasuk putri), sehingga jumlah putri bisa lebih dari 2.

9. Memilih cara mencacah

Gambar 4.18 merangkum keputusan yang perlu diambil. Pertanyaan pertama selalu: **apakah urutan atau posisi penting?** Tanda-tanda urutan penting: ada jabatan atau peran yang berbeda, ada tempat yang berbeda (ratusan, puluhan, kursi nomor 1, baris foto), atau hasilnya berupa kata atau bilangan. Tanda-tanda urutan tidak penting: memilih anggota tim, panitia, atau sekumpulan benda; membentuk pasangan, ruas garis, atau segitiga. Setelah itu, tangani syarat-syaratnya dengan cara di kotak bawah.



Gambar 4.18 Bagan memilih aturan perkalian (permutasi) atau kombinasi, lalu cara menangani syarat.

Cara paling aman untuk menguji keputusanmu adalah **menukar urutan dua unsur** pada satu contoh. Bila hasilnya dianggap berbeda (bilangan 12 berbeda dengan 21; ketua Ani-sekretaris Budi berbeda dengan sebaliknya), urutan penting. Bila hasilnya dianggap sama (tim Ani-Budi sama dengan tim Budi-Ani), urutan tidak penting.

Ringkasan

- Aturan perkalian: tahap berurutan dikalikan; aturan penjumlahan: kasus terpisah dijumlahkan.
- Kotak isian: isi tempat bersyarat lebih dulu; pecah kasus bila satu angka (sering 0 atau 5) terlibat di dua syarat.
- $n! = n \times (n-1) \times \ldots \times 1, 0! = 1$; susunan n benda berbeda $= n!$.
- Permutasi (urutan penting): $P(n, r) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$; unsur sama: bagi dengan $k!$ setiap kelompok yang sama.
- Berdampingan: blok (kali susunan di dalam blok); tidak berdampingan: total − berdampingan, atau cara celah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- Kombinasi (urutan tidak penting): $C(n,r) = \dfrac{P(n,r)}{r!} = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$; "paling sedikit" → jumlah kasus atau komplemen.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Gambar kotak dan tulis syaratnya di atas kotak.** Untuk soal bilangan, tulis "bukan 0", "genap", atau "0/5" di atas kotak yang bersyarat, lalu isi kotak itu lebih dulu.
2. **Pecah kasus bila ada angka yang dipakai dua syarat.** Angka 0 (dilarang di depan, diperlukan di belakang) dan angka 5 (kelipatan 5 sekaligus batas nilai) adalah tanda untuk memecah kasus.
3. **Uji "urutan penting" dengan menukar dua unsur.** Bila hasil yang ditukar dianggap berbeda, pakai permutasi; bila sama, pakai kombinasi.
4. **Cek dengan cara kedua.** Soal pencacahan biasanya berbentuk isian. Hitung ulang dengan cara lain (komplemen, jumlah kasus, atau celah) sebelum menulis jawaban.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Angka 0 diletakkan di depan	tiga angka berbeda dari 0–5: $6 \times 5 \times 4 = 120$	ratusan bukan 0: $5 \times 5 \times 4 = 100$
Lupa urutan di dalam blok	Ani-Budi berdampingan: $6! = 720$	$6! \times 2! = 1.440$
"Tidak ada dua berdampingan" dikerjakan dengan komplemen satu blok	$7! - 5! \times 3! = 4.320$	cara celah: $4! \times P(5,3) = 1.440$
Permutasi dipakai untuk memilih tim	tim 3 dari 8: 336	$C(8,3) = 56$
"Tepat 2" anggota lain dipilih dari semua sisa	$C(4,2) \times C(8,3)$	$C(4,2) \times C(6,3) = 120$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 2 meminta banyak susunan lima angka berbeda dari lima angka yang tersedia, termasuk 0, dengan syarat di tempat pertama dan tempat terakhir. Pakai strategi 1: tempat terakhir mempunyai syarat paling ketat, jadi isi lebih dulu. Setelah itu isi tempat pertama, ingat bahwa 0 dilarang dan satu angka sudah terpakai. Tiga tempat tengah diisi angka-angka sisanya. Karena kedua angka yang boleh di tempat terakhir sama-sama bukan 0, kamu dapat memeriksa apakah kasusnya perlu dipecah atau tidak.

Rujukan: soal nomor 2 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 3 meminta banyak susunan lima huruf berbeda dengan syarat dua huruf tertentu tidak berdampingan. Syaratnya melibatkan **dua** huruf saja, jadi cara komplemen seperti Contoh terselesaikan 6 dapat dipakai: hitung semua susunan, lalu kurangi susunan yang kedua huruf itu berdampingan (cara blok, jangan lupa urutan di dalam blok).

Rujukan: soal nomor 3 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 1 memberi enam digit dan syarat digit-digit genap tidak berdampingan. Langkah pertamanya adalah memeriksa ada berapa digit genap di antara digit yang diberikan. Setelah itu, tentukan apakah cukup memakai cara komplemen (bila hanya dua) atau perlu cara celah (bila tiga atau lebih), seperti dibahas di bagian 6.

Rujukan: soal nomor 1 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 2 memberi enam huruf dengan beberapa huruf vokal yang tidak boleh berdampingan. Hitung dulu banyak huruf vokal. Bila ada tiga vokal, artinya tidak boleh ada **dua** vokal yang bersebelahan, sehingga cara yang tepat adalah cara celah seperti Contoh terselesaikan 7 bagian (a). Jebakannya adalah memakai "semua dikurangi tiga vokal dalam satu blok", yang menghitung "tidak semuanya berdampingan".

Rujukan: soal nomor 2 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 11 memuat empat syarat sekaligus: bilangan lima angka di antara dua batas, kelipatan 5, angka berbeda, dan jumlah tiga angka tertentu. Pakai strategi 2. Batas nilai menentukan angka pertama. Syarat kelipatan 5 memberi dua kemungkinan angka terakhir, jadi pecah kasus menurut angka terakhir. Dalam setiap kasus, syarat jumlah menentukan angka ketiga. Periksa apakah angka ketiga itu bertabrakan dengan angka yang sudah dipakai, lalu isi dua tempat sisanya dari angka yang belum dipakai.

Rujukan: soal nomor 11 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 20 meminta banyak cara memilih empat ekor ayam dengan syarat **tepat** dua di antaranya ayam betina putih. Pemilihan hewan tidak memperhatikan urutan, jadi pakai kombinasi. Bagi semua ayam menjadi dua golongan: ayam betina putih dan ayam yang **bukan** betina putih. Hati-hati, golongan kedua memuat ayam hitam **dan** ayam putih jantan. Pilih dari setiap golongan, lalu kalikan seperti Contoh terselesaikan 10 bagian (a).

Rujukan: soal nomor 20 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menggabungkan syarat posisi di ujung barisan dan syarat berdampingan. Pakai strategi 1: tempatkan dulu orang yang syaratnya paling ketat, lalu pakai cara blok untuk dua orang yang harus berdampingan.

►. Pada acara perpisahan kelas tahun 2027, enam orang akan berfoto berjajar dalam satu baris, yaitu Pak Hendra (wali kelas) dan lima siswa: Rani, Sinta, Tomi, Udin, dan Vera. Pak Hendra harus berdiri di salah satu ujung barisan, sedangkan Rani dan Sinta harus berdiri berdampingan. Banyak susunan berfoto yang mungkin adalah ....

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: 96**

Yang diketahui: 6 orang berjajar dalam satu baris; Pak Hendra di salah satu ujung; Rani dan Sinta berdampingan. **Yang ditanya:** banyak susunan.

Konsep 1 – Aturan perkalian. Bila langkah pertama dapat dilakukan dengan p cara dan langkah kedua dengan q cara, keduanya bersama dapat dilakukan dengan $p \times q$ cara.

Konsep 2 – Permutasi. n benda berbeda dapat dijajarkan dalam $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$ cara.
Contoh kecil: A, B, C dapat dijajarkan $3! = 6$ cara: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Konsep 3 – Mengikat (blok). Dua orang yang harus berdampingan dianggap satu "blok". Urutan di dalam blok dihitung terpisah.

Langkah penyelesaian:
1. Tempatkan Pak Hendra lebih dulu, karena syaratnya paling ketat: ujung kiri atau ujung kanan → 2 cara.
2. Lima tempat yang tersisa berderet bersebelahan dan diisi Rani, Sinta, Tomi, Udin, Vera.
3. Ikat Rani dan Sinta menjadi blok [RS]. Yang disusun sekarang: [RS], Tomi, Udin, Vera → 4 benda → $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara.
4. Di dalam blok, urutannya bisa Rani–Sinta atau Sinta–Rani → 2 cara.
5. Kalikan semuanya: $2 \times 24 \times 2 = 96$.

Cek ulang dengan cara lain: misalkan Pak Hendra di ujung kiri (posisi 1). Rani dan Sinta dapat menempati pasangan posisi (2, 3), (3, 4), (4, 5), atau (5, 6) → 4 pasangan. Urutan di dalam pasangan 2 cara, dan tiga siswa lain mengisi tiga posisi sisa dengan $3! = 6$ cara. Jadi $4 \times 2 \times 6 = 48$. Untuk Pak Hendra di ujung kanan juga 48. Total $48 + 48 = 96$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa bahwa Pak Hendra boleh di ujung kiri **atau** ujung kanan, sehingga hasilnya 48.
• Lupa urutan di dalam blok (Rani–Sinta atau Sinta–Rani), sehingga hasilnya juga 48.
• Mengabaikan syarat ujung: blok dan empat orang lain disusun bebas, $5! \times 2 = 240$.

Jawaban: 96.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut dan hitung ulang setiap jawaban dengan cara kedua, karena semuanya berbentuk isian.

1. Dari angka $1, 2, 3, 4, 5, 6,$ dan 7 akan disusun bilangan tiga angka dengan angka-angka yang berbeda. Banyak bilangan genap yang lebih dari 400 dan kurang dari 700 adalah ....

Jawaban: _____

2. Huruf-huruf pada kata KARTIKA akan disusun ulang sehingga membentuk susunan tujuh huruf (tidak harus bermakna). Banyak susunan yang dapat dibentuk dengan syarat kedua huruf K tidak berdampingan adalah ....

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Sebuah sekolah akan mengirim tim beranggotakan 4 siswa ke lomba cerdas cermat tahun 2027. Calon anggota tim terdiri atas 7 siswa kelas XI dan 5 siswa kelas XII. Tim harus memuat paling sedikit 2 siswa kelas XII.

Banyak cara memilih anggota tim tersebut adalah ....

Jawaban: _____

4. Pada festival lampion tahun 2027, panitia memasang 4 tiang di sepanjang tepi utara sebuah sungai dan 6 tiang di sepanjang tepi selatannya. Kedua tepi sungai berupa garis lurus yang saling sejajar. Panitia akan merentangkan tali lampu berbentuk segitiga yang ketiga titik sudutnya adalah tiga tiang yang berbeda.

Banyak segitiga berbeda yang dapat dibentuk adalah ....

Jawaban: _____

Kunci singkat: 1. 35 2. 900 3. 285 4. 96

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa kombinasi $C(n, r)$ sama dengan permutasi $P(n, r)$ dibagi $r!$? Jelaskan dengan contoh memilih dua dari empat orang.
2. Apa perbedaan syarat "tidak ada dua putri yang berdampingan" dan "ketiga putri tidak semuanya berdampingan"? Cara apa yang dipakai untuk masing-masing?
3. Mengapa pada soal bilangan genap dari angka 0–5 kasus satuan 0 harus dihitung terpisah?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-4.4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 4.5 · Peluang

SNBTPK-4.5

◎ APA YANG DIUJI

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 15 (Simulasi 3 nomor 15) meminta kamu membandingkan peluang sebuah kejadian dengan sebuah pecahan dalam bentuk perbandingan kuantitas P dan Q. Kejadiannya tentang bilangan dua digit yang dipilih secara acak, sehingga ruang sampelnya harus dicacah lebih dulu dengan aturan perkalian dari sub bab 4.4. Paket prediksi memakai dadu, kelereng, bola, dan bohlam, termasuk pengambilan sekaligus, kejadian "paling sedikit satu", dan soal kecukupan data. Kunci semua soal peluang hanya dua: menentukan ruang sampel dengan benar, lalu mencacah kejadian yang diminta tanpa terlewat atau terhitung dua kali.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menentukan ruang sampel dengan daftar, tabel, atau diagram pohon, lalu menghitung peluang $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$;
- memakai komplemen untuk kejadian "paling sedikit satu" dan memakai kombinasi untuk pengambilan sekaligus;
- menghitung peluang gabungan dua kejadian, baik yang saling lepas maupun yang tidak;
- membedakan pengambilan dengan dan tanpa pengembalian serta menghitung frekuensi harapan.

≡ PRASYARAT

Pecahan (sub bab 1.2). Menyederhanakan: $\dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$ (pembilang dan penyebut dibagi 2). Membandingkan: $\dfrac{1}{2}$ dan $\dfrac{1}{3}$ disamakan penyebutnya menjadi $\dfrac{3}{6}$ dan $\dfrac{2}{6}$, jadi $\dfrac{1}{2} > \dfrac{1}{3}$. Mengalikan: $\dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{4} = \dfrac{6}{20}$.

Aturan perkalian dan kombinasi (sub bab 4.4). Dua dadu menghasilkan $6 \times 6 = 36$ pasangan. Memilih 2 bola dari 10 tanpa memperhatikan urutan: $C(10, 2) = \dfrac{10 \times 9}{2} = 45$.

Himpunan (SMP). Irisan $A \cap B$ adalah anggota yang termasuk A **dan** B; gabungan $A \cup B$ adalah anggota yang termasuk A **atau** B (atau keduanya). Contoh: $A = \{2, 4, 6\}$ dan $B = \{4, 5, 6\}$ memberi $A \cap B = \{4, 6\}$ dan $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Percobaan, ruang sampel, dan kejadian

Peluang adalah ukuran **seberapa mungkin** sesuatu terjadi. Kita memakainya setiap hari, misalnya ketika prakiraan cuaca menyebut kemungkinan hujan atau ketika menimbang apakah undian akan dimenangkan. Dalam matematika, peluang dihitung dari tiga istilah berikut.

- **Percobaan** adalah kegiatan yang hasilnya tidak dapat dipastikan sebelumnya, misalnya melempar dadu, melempar koin, atau mengambil bola dari kotak tanpa melihat.
- **Ruang sampel** S adalah himpunan **semua** hasil yang mungkin. Setiap anggotanya disebut **titik sampel**. Banyak titik sampel ditulis $n(S)$. Pada pelemparan satu dadu, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $n(S) = 6$.
- **Kejadian** A adalah himpunan bagian dari ruang sampel, yaitu hasil-hasil yang kita perhatikan. Kejadian "muncul mata genap" adalah $A = \{2, 4, 6\}$ dengan $n(A) = 3$.

Ruang sampel dapat ditentukan dengan tiga cara: **mendaftar** (bila sedikit), **tabel** (untuk dua percobaan, misalnya dua dadu), dan **diagram pohon** (untuk beberapa tahap). Bila ruang sampelnya besar, banyak titik sampel dihitung dengan kaidah pencacahan, tanpa didaftar.

2. Peluang klasik

Bila semua titik sampel **sama mungkin** terjadi, peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{banyak hasil yang diinginkan}}{\text{banyak semua hasil yang mungkin}}.$$

Rumus ini masuk akal: bila setiap hasil mempunyai kesempatan yang sama, bagian kesempatan milik A sebanding dengan banyak hasil di dalam A. Akibatnya, $0 \le P(A) \le 1$. Peluang 0 berarti kejadian **mustahil** (misalnya mata dadu 7), dan peluang 1 berarti kejadian **pasti** (misalnya mata dadu kurang dari 7).

Syarat "sama mungkin" sangat penting. Kata "acak", "seimbang", atau "tanpa melihat" pada soal menandakan bahwa syarat ini dipenuhi. Namun, kita harus memilih ruang sampel yang titik-titiknya memang sama mungkin. Jumlah mata dua dadu dapat bernilai 2 sampai 12, yaitu 11 nilai, tetapi peluang jumlah 2 **bukan** $\frac{1}{11}$. Jumlah 2 hanya terjadi dengan satu cara (1 dan 1), sedangkan jumlah 7 terjadi dengan banyak cara. Ruang sampel yang benar untuk dua dadu adalah 36 **pasangan**, bukan 11 jumlah.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Sebuah dadu seimbang dilempar satu kali. Tentukan peluang muncul (a) mata prima, (b) mata lebih dari 4, (c) mata 7.

1. Ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, jadi $n(S) = 6$. Dadu seimbang, sehingga keenam mata sama mungkin.
2. Bagian (a): mata prima adalah $\{2, 3, 5\}$. Ingat, 1 bukan bilangan prima (sub bab 1.1). Jadi $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

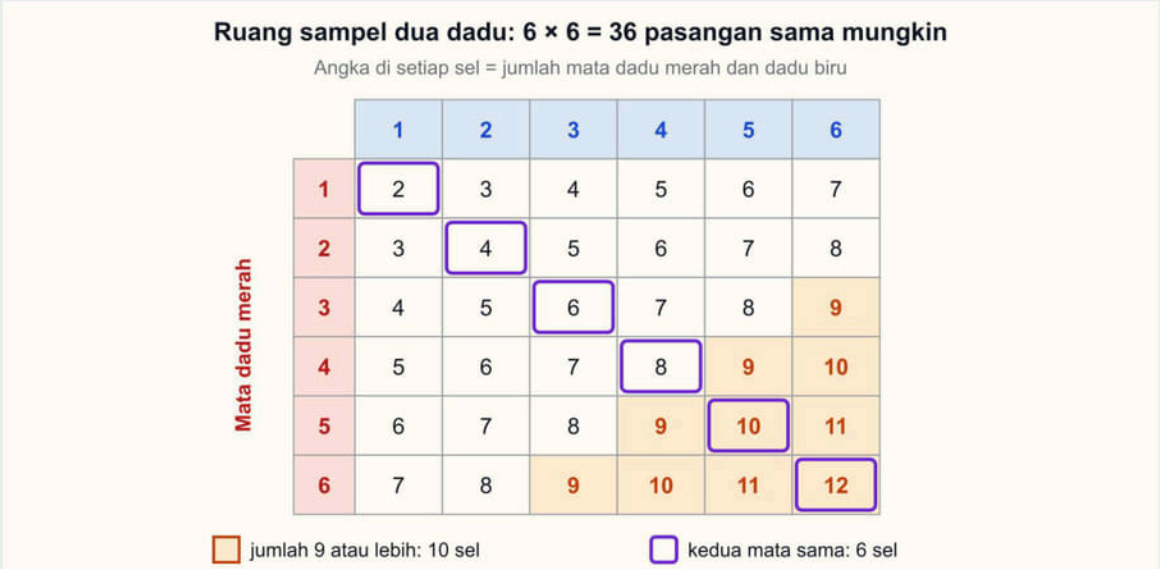
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Bagian (b): mata lebih dari 4 adalah $\{5, 6\}$, jadi $P = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.
4. Bagian (c): tidak ada mata 7, jadi $n(A) = 0$ dan $P = 0$. Kejadian ini mustahil.
5. Cek ulang (b): kata "lebih dari 4" tidak memuat 4 sendiri. Bila soal menyebut "paling sedikit 4", kejadiannya menjadi $\{4, 5, 6\}$.

Jadi peluangnya (a) $\dfrac{1}{2}$, (b) $\dfrac{1}{3}$, dan (c) 0.

3. Ruang sampel dua dadu

Dua dadu, misalnya merah dan biru, dilempar bersamaan. Setiap mata dadu merah dapat dipasangkan dengan setiap mata dadu biru, sehingga ada $6 \times 6 = 36$ pasangan yang sama mungkin. Gambar 4.19 menyajikan ke-36 pasangan dalam tabel, dengan jumlah kedua mata dadu tertulis di setiap sel. Pasangan (merah 2, biru 5) dan (merah 5, biru 2) adalah dua titik sampel yang berbeda, walaupun jumlahnya sama. Itulah sebabnya dadu sering dibedakan warnanya.



Gambar 4.19 Tabel ruang sampel dua dadu. Sel jingga memuat jumlah 9 atau lebih; sel berbingkai ungu memuat dua mata yang sama.

Dengan tabel ini, kejadian apa pun tentang dua dadu dapat dicacah dengan menghitung sel. Pola diagonal juga membantu: semua sel pada satu garis miring dari kanan atas ke kiri bawah mempunyai jumlah yang sama.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Dua dadu seimbang dilempar bersamaan. Tentukan peluang (a) jumlah kedua mata dadu 9 atau lebih, (b) kedua mata dadu sama, (c) selisih kedua mata dadu 2.

1. Ruang sampel berisi $n(S) = 36$ pasangan, seperti pada Gambar 4.19.
2. Bagian (a): hitung sel jingga per jumlah. Jumlah 9: 4 sel; jumlah 10: 3 sel; jumlah 11: 2 sel; jumlah 12: 1 sel. Totalnya 10. Jadi $P = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Bagian (b): sel berbingkai pada diagonal utama, $(1,1), (2,2), \ldots, (6,6)$, ada 6. Jadi $P = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.
4. Bagian (c): pasangan dengan selisih 2 adalah $(1,3), (3,1), (2,4), (4,2), (3,5), (5,3), (4,6), (6,4)$, yaitu 8 pasangan. Jadi $P = \dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$.
5. Cek ulang (c): setiap pasangan berselisih 2 muncul dua kali (merah lebih besar atau biru lebih besar), dan ada 4 pasang angka (1-3, 2-4, 3-5, 4-6). Jadi $4 \times 2 = 8$. Cocok.

Jadi peluangnya (a) $\dfrac{5}{18}$, (b) $\dfrac{1}{6}$, dan (c) $\dfrac{2}{9}$.

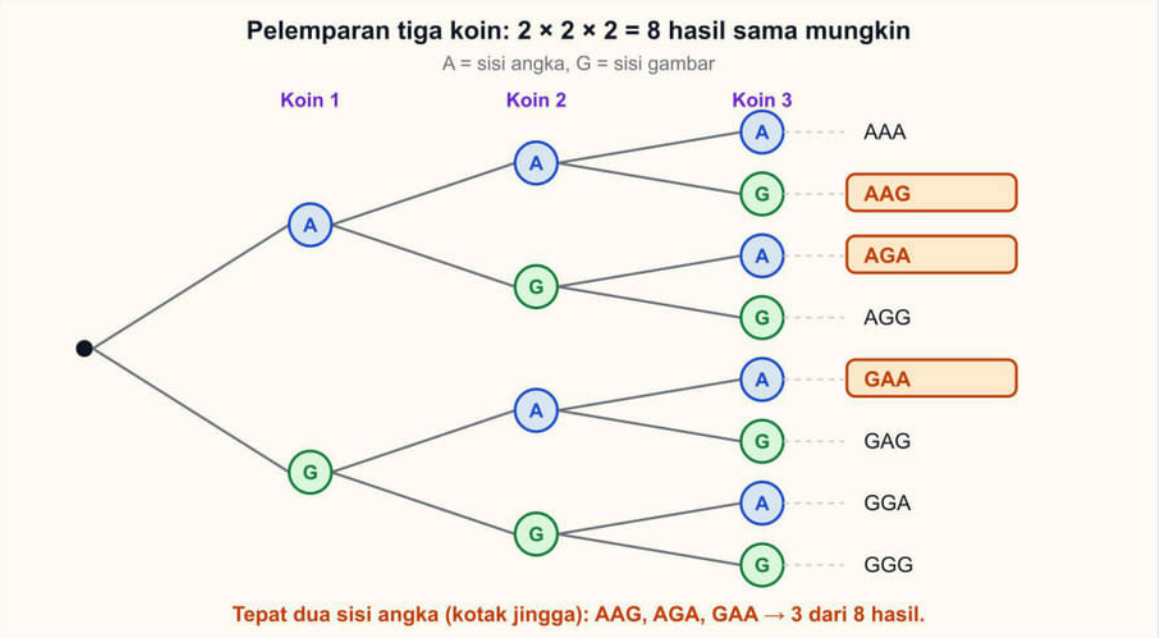
4. Komplemen dan kejadian "paling sedikit satu"

Komplemen kejadian A, ditulis A' (atau A^c), adalah kejadian "A tidak terjadi", yaitu semua titik sampel yang tidak termasuk A. Karena setiap titik sampel termasuk A atau A' tetapi tidak keduanya, $n(A) + n(A') = n(S)$. Bila kedua ruas dibagi $n(S)$, diperoleh

$$P(A') = 1 - P(A).$$

Komplemen sangat berguna untuk kejadian **"paling sedikit satu"**. Kejadian itu mencakup banyak kasus (tepat satu, tepat dua, dan seterusnya), sedangkan komplemennya hanya satu kasus: **tidak ada sama sekali**. Menghitung satu kasus lebih cepat dan lebih aman.

Gambar 4.20 menyajikan pelemparan tiga koin dengan diagram pohon. Setiap koin menghasilkan angka (A) atau gambar (G), jadi ada $2 \times 2 \times 2 = 8$ hasil yang sama mungkin.



Gambar 4.20 Diagram pohon pelemparan tiga koin. Setiap jalur dari kiri ke kanan adalah satu titik sampel.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). (a) Tiga koin dilempar bersamaan. Tentukan peluang muncul tepat dua sisi angka dan peluang muncul paling sedikit satu sisi angka. (b) Dua dadu dilempar bersamaan. Tentukan peluang muncul paling sedikit satu mata 6.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Bagian (a), tepat dua angka: dari Gambar 4.20, hasilnya AAG, AGA, dan GAA. Jadi $P = \frac{3}{8}$.
2. Paling sedikit satu angka: komplemennya adalah "tidak ada angka sama sekali", yaitu GGG, hanya 1 hasil. Jadi $P = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.
3. Bagian (b): komplemen "paling sedikit satu mata 6" adalah "tidak ada mata 6 sama sekali". Setiap dadu mempunyai 5 mata yang bukan 6, jadi ada $5 \times 5 = 25$ pasangan tanpa mata 6.
4. Maka $P(\text{paling sedikit satu } 6) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$.
5. Cek ulang (b) dengan tabel Gambar 4.19: baris merah 6 berisi 6 sel, kolom biru 6 berisi 6 sel, dan sel $(6,6)$ terhitung dua kali. Jadi $6 + 6 - 1 = 11$ sel. Cocok.

Jadi pada (a) peluangnya $\frac{3}{8}$ dan $\frac{7}{8}$, dan pada (b) peluangnya $\frac{11}{36}$. Jawaban salah yang sering muncul pada (b) adalah $\frac{12}{36}$, yang menghitung sel $(6,6)$ dua kali.

5. Peluang dengan kombinasi

Bila beberapa benda **diambil sekaligus**, urutan pengambilan tidak diperhatikan. Ruang sampel dan kejadiannya dicacah dengan kombinasi dari sub bab 4.4. Setiap kelompok benda yang mungkin terambil sama mungkin, jadi rumus peluang klasik tetap berlaku:

$$P(A) = \frac{\text{banyak kelompok yang memenuhi } A}{\text{banyak semua kelompok}}.$$

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Sebuah kotak berisi 6 kelereng merah dan 4 kelereng putih. Dua kelereng diambil sekaligus secara acak. Tentukan peluang (a) keduanya merah, (b) warnanya berbeda, (c) paling sedikit satu kelereng putih.

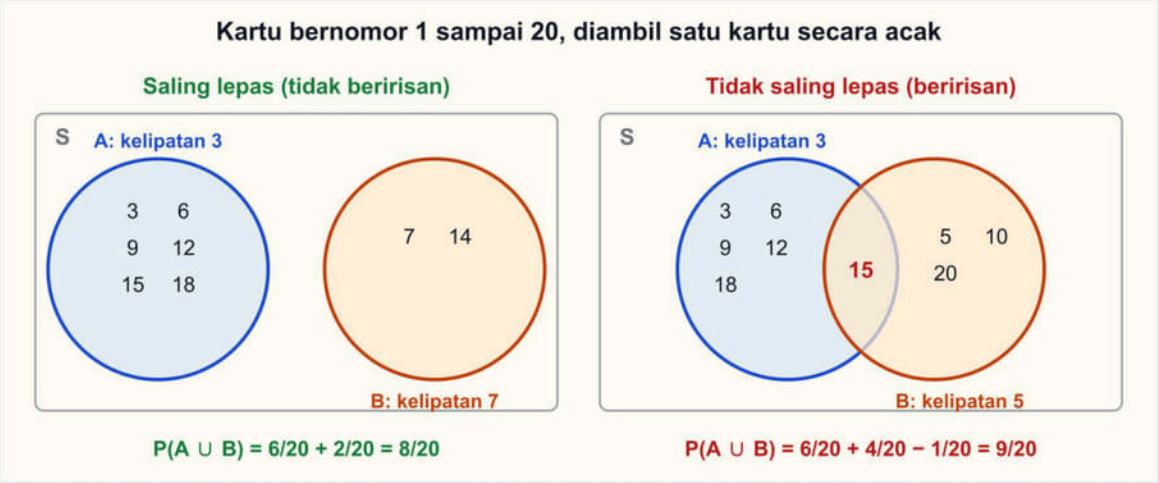
1. Semua kelompok dua kelereng dari 10: $n(S) = C(10,2) = \frac{10 \times 9}{2} = 45$.
2. Bagian (a): dua merah dipilih dari 6 merah: $C(6,2) = \frac{6 \times 5}{2} = 15$. Jadi $P = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$.
3. Bagian (b): satu merah **dan** satu putih: $C(6,1) \times C(4,1) = 6 \times 4 = 24$. Jadi $P = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$.
4. Bagian (c): komplemennya "tidak ada putih", yaitu keduanya merah. Jadi $P = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.
5. Cek ulang: dua putih $C(4,2) = 6$ kelompok. Jumlah semua kasus $15 + 24 + 6 = 45 = n(S)$. Cocok. Hasil (c) juga sama dengan $\frac{24 + 6}{45} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi peluangnya (a) $\frac{1}{3}$, (b) $\frac{8}{15}$, dan (c) $\frac{2}{3}$.

6. Gabungan dua kejadian: saling lepas atau tidak

Peluang "A **atau** B" dihitung dari gabungan $A \cup B$. Gambar 4.21 memperlihatkan dua keadaan pada pengambilan satu kartu dari kartu bernomor 1 sampai 20.



Gambar 4.21 Kejadian saling lepas (kiri) tidak mempunyai anggota bersama; kejadian yang tidak saling lepas (kanan) mempunyai irisan yang tidak boleh terhitung dua kali.

1. **Saling lepas.** Bila A dan B tidak mungkin terjadi bersamaan ($A \cap B$ kosong), banyak anggota gabungan adalah jumlah keduanya, sehingga
$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$
2. **Tidak saling lepas.** Bila A dan B mempunyai anggota bersama, anggota irisan terhitung dua kali ketika $n(A)$ dan $n(B)$ dijumlahkan. Karena itu irisan dikurangkan satu kali:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$

Kata penghubung dalam soal membantu memilih rumus. Kata "**atau**" menunjuk gabungan $A \cup B$, sehingga peluangnya dijumlahkan (dengan irisan dikurangkan bila ada). Kata "**dan**" atau "sekaligus" menunjuk irisan $A \cap B$, yaitu kedua kejadian terjadi bersama. Sebelum menjumlahkan, selalu tanyakan: adakah titik sampel yang termasuk kedua kejadian?

Contoh terselesaikan 5 (menengah). Sebuah kartu diambil secara acak dari 20 kartu bernomor 1 sampai 20. Tentukan peluang terambil kartu bernomor (a) kelipatan 3 atau kelipatan 7, (b) kelipatan 3 atau kelipatan 5.

1. $n(S) = 20$. Kelipatan 3: $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, ada 6. Kelipatan 7: $\{7, 14\}$, ada 2. Kelipatan 5: $\{5, 10, 15, 20\}$, ada 4.
2. Bagian (a): kelipatan 3 dan kelipatan 7 sekaligus berarti kelipatan 21, dan tidak ada yang kurang dari 21. Jadi keduanya saling lepas: $P = \frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.
3. Bagian (b): kelipatan 3 dan kelipatan 5 sekaligus berarti kelipatan 15, yaitu $\{15\}$. Keduanya tidak saling lepas.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. $P = \dfrac{6}{20} + \dfrac{4}{20} - \dfrac{1}{20} = \dfrac{9}{20}$.
5. Cek ulang (b) dengan mendaftar gabungannya: $3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20$, ada 9 kartu. Cocok.

Jadi peluangnya (a) $\dfrac{2}{5}$ dan (b) $\dfrac{9}{20}$. Bila irisan tidak dikurangkan pada (b), hasilnya $\dfrac{10}{20}$, karena kartu 15 terhitung dua kali.

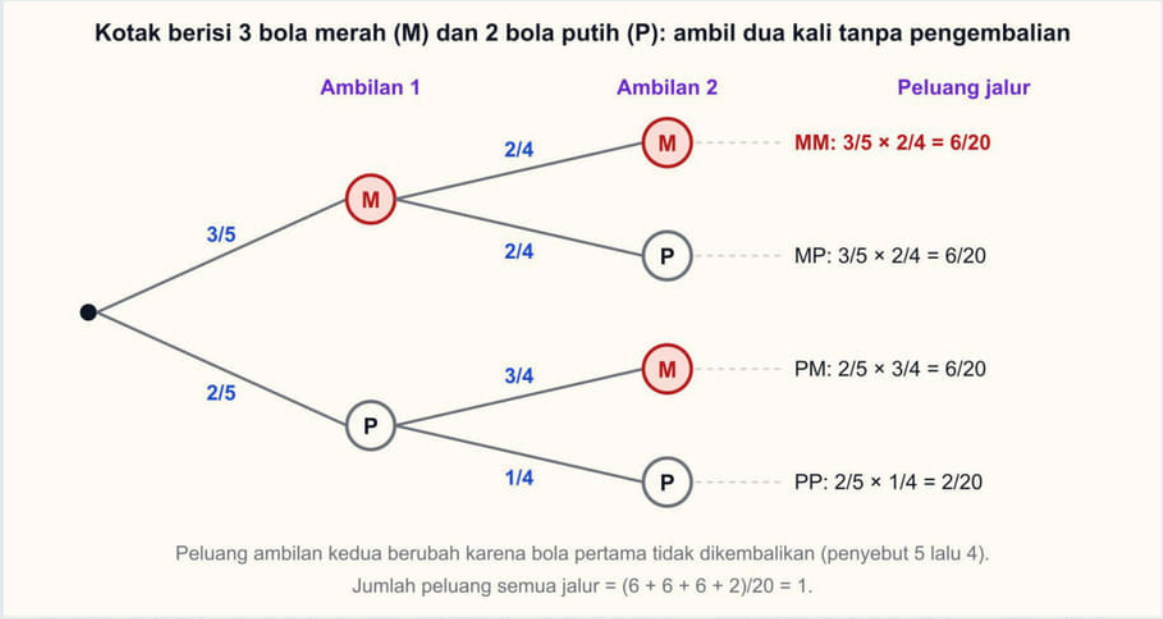
7. Kejadian saling bebas, dengan dan tanpa pengembalian

Dua kejadian disebut **saling bebas** bila terjadinya kejadian yang satu tidak mengubah peluang kejadian yang lain. Melempar koin lalu melempar dadu adalah contohnya: hasil koin tidak memengaruhi dadu. Untuk kejadian saling bebas,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

Rumus ini adalah aturan perkalian dalam bentuk peluang. Contoh: peluang koin menunjukkan angka **dan** dadu menunjukkan mata 6 adalah $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{12}$. Hal ini sesuai dengan cara mencacah: ruang sampelnya $2 \times 6 = 12$ pasangan, dan hanya satu pasangan yang diinginkan.

Pengambilan benda **satu per satu** perlu diperhatikan. Bila benda pertama **dikembalikan** sebelum pengambilan kedua, isi kotak sama seperti semula, dan kedua pengambilan saling bebas. Bila benda pertama **tidak dikembalikan**, isi kotak berubah, sehingga peluang pengambilan kedua bergantung pada hasil pertama. Diagram pohon pada Gambar 4.22 menuliskan peluang setiap cabang; peluang sebuah jalur adalah hasil kali peluang cabang-cabangnya.



Gambar 4.22 Diagram pohon pengambilan dua bola tanpa pengembalian. Peluang setiap cabang kedua dihitung dari isi kotak yang tersisa.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Sebuah kotak berisi 3 bola merah dan 2 bola putih.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dua bola diambil satu per satu. Tentukan peluang kedua bola merah bila (a) bola pertama dikembalikan, (b) bola pertama tidak dikembalikan. Tentukan pula peluang kedua bola berbeda warna pada keadaan (b).

1. Bagian (a): kedua pengambilan saling bebas, dan setiap pengambilan memberi merah dengan peluang $\frac{3}{5}$. Jadi $P(MM) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$.
2. Bagian (b): pengambilan pertama merah dengan peluang $\frac{3}{5}$. Sesudahnya tersisa 2 merah dari 4 bola, jadi pengambilan kedua merah dengan peluang $\frac{2}{4}$.
3. Maka $P(MM) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ (lihat jalur MM pada Gambar 4.22).
4. Berbeda warna pada keadaan (b) terdiri atas jalur MP dan PM yang saling lepas: $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.
5. Cek ulang dengan kombinasi: tanpa pengembalian sama dengan mengambil dua bola sekaligus. $P(MM) = \frac{C(3,2)}{C(5,2)} = \frac{3}{10}$ dan $P(\text{berbeda}) = \frac{3 \times 2}{10} = \frac{3}{5}$. Cocok.

Jadi (a) $\frac{9}{25}$ dan (b) $\frac{3}{10}$; peluang berbeda warna tanpa pengembalian $\frac{3}{5}$. Peluang (b) lebih kecil daripada (a), karena setelah satu bola merah diambil, bagian bola merah di kotak berkurang.

8. Frekuensi harapan

Bila sebuah percobaan diulang N kali, banyak kejadian A yang **diharapkan** muncul adalah $F_h(A) = N \times P(A)$.

Kata "diharapkan" penting: frekuensi harapan adalah perkiraan, bukan hasil yang pasti. Bila sebuah koin dilempar 100 kali, kita mengharapkan sekitar 50 sisi angka, tetapi hasil nyata bisa 47 atau 53. Makin banyak ulangan, makin dekat perbandingan hasil nyata dengan peluangnya.

Perbandingan hasil nyata itu disebut **frekuensi relatif** (lihat sub bab 4.1), yaitu banyak kemunculan kejadian dibagi banyak ulangan. Misalnya, sebuah paku payung dilempar 200 kali dan jatuh dengan ujung ke atas sebanyak 130 kali. Paku payung tidak simetris, sehingga kita tidak dapat menghitung peluangnya dengan $\frac{n(A)}{n(S)}$. Yang dapat kita lakukan adalah menaksirnya dari percobaan: frekuensi relatifnya $\frac{130}{200} = 0{,}65$. Taksiran seperti ini disebut **peluang empiris**. Untuk benda yang seimbang, seperti dadu dan koin, peluang empiris dari banyak ulangan akan mendekati peluang klasik yang dihitung dengan rumus.

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). (a) Dua dadu dilempar bersamaan sebanyak 180 kali. Berapa kali diharapkan muncul jumlah mata 9 atau lebih? (b) Tiga koin dilempar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

bersamaan sebanyak 200 kali. Berapa kali diharapkan muncul tepat dua sisi angka?

1. Bagian (a): dari Contoh terselesaikan 2, $P(\text{jumlah} \geq 9) = \dfrac{5}{18}$.
2. $F_h = 180 \times \dfrac{5}{18} = 10 \times 5 = 50$ kali. Alasannya: $180 : 18 = 10$.
3. Bagian (b): dari Contoh terselesaikan 3, $P(\text{tepat dua angka}) = \dfrac{3}{8}$.
4. $F_h = 200 \times \dfrac{3}{8} = 25 \times 3 = 75$ kali, karena $200 : 8 = 25$.
5. Cek ulang dengan taksiran: $\dfrac{5}{18}$ sedikit lebih dari seperempat, dan 50 sedikit lebih dari seperempat 180 (yaitu 45). Cocok.

Jadi diharapkan 50 kali pada (a) dan 75 kali pada (b).

Ringkasan

- $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$ bila semua titik sampel sama mungkin; $0 \leq P(A) \leq 1$.
- Dua dadu: 36 pasangan (bukan 11 jumlah); pakai tabel ruang sampel.
- Komplemen: $P(A') = 1 - P(A)$; pakai untuk "paling sedikit satu".
- Pengambilan sekaligus: hitung dengan kombinasi.
- Saling lepas: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$; tidak saling lepas: kurangi $P(A \cap B)$. Saling bebas: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
- Tanpa pengembalian: peluang cabang kedua dihitung dari sisa isi kotak. Frekuensi harapan $= N \times P(A)$.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tentukan ruang sampel dulu, lalu periksa "sama mungkin".** Tulis $n(S)$ sebelum mencacah kejadian. Untuk dua dadu, selalu 36; untuk pengambilan sekaligus, pakai kombinasi.
2. **Pakai komplemen untuk "paling sedikit" dan "tidak semua".** Hitung kasus kebalikannya, lalu kurangkan dari 1.
3. **Pakai cara kedua untuk mengecek.** Diagram pohon (satu per satu) dan kombinasi (sekaligus) harus memberi hasil yang sama untuk pengambilan tanpa pengembalian.
4. **Untuk perbandingan P dan Q, samakan penyebut.** Setelah peluang dihitung, bandingkan pecahan dengan menyamakan penyebut, bukan dengan menebak.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Ruang sampel jumlah dua dadu dianggap 11 hasil	$P(\text{jumlah } 12) = \dfrac{1}{11}$	$\dfrac{1}{36}$
Irisan terhitung dua kali	kelipatan 3 atau 5: $\dfrac{10}{20}$	$\dfrac{6+4-1}{20} = \dfrac{9}{20}$
Penyebut tidak berkurang tanpa pengembalian	$\dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{5}$	$\dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{4}$
"Paling sedikit satu" dihitung satu kasus saja	hanya menghitung "tepat satu"	$1 - P(\text{tidak ada})$
1 dianggap bilangan prima	mata prima $\{1, 2, 3, 5\}$	$\{2, 3, 5\}$

• BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 15 memilih secara acak satu bilangan dua digit yang kedua digitnya ganjil dan berbeda, lalu membandingkan peluang "digit puluhan lebih dari digit satuan" dengan sebuah pecahan. Pakai strategi 1: ruang sampelnya **bukan** semua bilangan dua digit, melainkan hanya bilangan yang memenuhi syarat. Hitung $n(S)$ dengan aturan perkalian (berapa pilihan digit puluhan, lalu berapa pilihan digit satuan yang tersisa). Cacah kejadiannya dengan mendaftar menurut digit puluhan, lalu bandingkan kedua pecahan dengan menyamakan penyebut. Waspadai pengecoh yang menganggap ada tiga kemungkinan sama besar (lebih, kurang, sama), padahal kedua digit berbeda.

Rujukan: soal nomor 15 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal berikut menguji kejadian "paling sedikit satu" pada pengambilan sekaligus. Pakai strategi 2 (komplemen) bersama kombinasi.

►. Sebuah kotak berisi 10 bohlam, 4 di antaranya cacat. Pada pemeriksaan mutu tahun 2027, petugas mengambil 3 bohlam sekaligus secara acak dari kotak tersebut.

Peluang paling sedikit satu bohlam yang terambil cacat adalah ....

A. $\dfrac{29}{30}$
B. $\dfrac{5}{6}$
C. $\dfrac{98}{125}$
D. $\dfrac{1}{2}$
E. $\dfrac{1}{6}$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: B**

Yang diketahui: 10 bohlam (4 cacat, 6 baik); diambil 3 sekaligus. **Yang ditanya:** peluang paling sedikit satu cacat.

Konsep 1 – Kombinasi. Banyak cara memilih r benda dari n benda tanpa memperhatikan urutan: $C(n,r) = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$.

Contoh kecil: $C(5,2) = \dfrac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$.

Konsep 2 – Peluang komplemen. "Paling sedikit satu cacat" artinya 1, 2, atau 3 cacat. Lawannya (komplemennya) hanya satu kasus: **tidak ada yang cacat** (semua baik). Maka $P(\text{paling sedikit satu cacat}) = 1 - P(\text{tidak ada yang cacat})$.

Contoh kecil: peluang paling sedikit satu angka pada dua lemparan koin $= 1 - P(\text{dua gambar}) = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$.

Langkah penyelesaian:

1. Banyak semua cara mengambil 3 dari 10: $C(10,3) = \dfrac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$.
2. Banyak cara mengambil 3 bohlam yang semuanya baik (dari 6 yang baik): $C(6,3) = \dfrac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$.
3. $P(\text{tidak ada yang cacat}) = \dfrac{20}{120} = \dfrac{1}{6}$.
4. $P(\text{paling sedikit satu cacat}) = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$.

Cek ulang (hitung langsung tiga kasus): tepat 1 cacat: $C(4,1) \times C(6,2) = 4 \times 15 = 60$; tepat 2 cacat: $C(4,2) \times C(6,1) = 6 \times 6 = 36$; tepat 3 cacat: $C(4,3) = 4$. Jumlah $60 + 36 + 4 = 100$, dan $\dfrac{100}{120} = \dfrac{5}{6}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\dfrac{29}{30}$: **Jebakan:** salah menentukan komplemen. Yang dikurangkan adalah "ketiganya cacat", yaitu $1 - \dfrac{4}{120} = \dfrac{29}{30}$. Lawan dari "paling sedikit satu cacat" adalah "tidak ada yang cacat".
- B ✓ $\dfrac{5}{6}$.
- C ✗ $\dfrac{98}{125}$: **Jebakan:** menghitung seolah bohlam dikembalikan setelah diambil: $1 - \left(\dfrac{6}{10}\right)^3 = 1 - \dfrac{27}{125} = \dfrac{98}{125}$. Pengambilan "sekaligus" berarti tanpa pengembalian.
- D ✗ $\dfrac{1}{2}$: **Jebakan:** hanya menghitung kasus tepat satu cacat, $\dfrac{60}{120}$.
- E ✗ $\dfrac{1}{6}$: **Jebakan:** berhenti pada peluang tidak ada yang cacat dan lupa mengurangkannya dari 1.

Jawaban: B.

✎ LATIHAN

Kerjakan soal berikut. Tulis $n(S)$ lebih dulu untuk setiap soal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

1. Dua dadu bersisi enam yang seimbang dilempar bersamaan satu kali. Peluang hasil kali kedua mata dadu yang muncul lebih dari 20 adalah ....

A. $\frac{1}{9}$
B. $\frac{5}{36}$
C. $\frac{1}{6}$
D. $\frac{4}{21}$
E. $\frac{2}{9}$

2. Dua dadu bersisi enam yang seimbang, satu merah dan satu biru, dilempar bersamaan satu kali. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Peluang jumlah kedua mata dadu sama dengan 7 adalah $\frac{1}{6}$.

(2) Peluang jumlah kedua mata dadu merupakan bilangan prima adalah $\frac{1}{2}$.

(3) Peluang hasil kali kedua mata dadu merupakan bilangan genap adalah $\frac{3}{4}$.

(4) Peluang mata dadu merah lebih besar daripada mata dadu biru adalah $\frac{1}{2}$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

3. Sebuah kotak berisi 5 kelereng merah, 3 kelereng biru, dan 2 kelereng hijau. Dua kelereng diambil sekaligus secara acak dari kotak tersebut.

P	Q
Peluang kedua kelereng yang terambil berwarna sama	$\frac{1}{3}$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Sebuah kotak berisi bola merah, putih, dan kuning saja, masing-masing paling sedikit satu bola. Satu bola diambil secara acak dari kotak tersebut.

Apakah peluang terambil bola merah lebih dari $\frac{1}{4}$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Banyak bola putih adalah 6.
(2) Banyak bola kuning dua kali banyak bola merah.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Kunci singkat: 1. C 2. C 3. B 4. E

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa peluang jumlah mata dua dadu sama dengan 12 bukan $\frac{1}{11}$?
2. Kapan rumus $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ boleh dipakai, dan apa yang harus ditambahkan bila tidak boleh?
3. Mengapa pengambilan tanpa pengembalian dapat dihitung dengan kombinasi, seolah-olah benda diambil sekaligus?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 4.5: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-4.5

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 4

SNBTPK-KB4

Jumlah soal: 20 **Waktu anjuran:** 20 menit

Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 4 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-KB4

1. Pada tahun 2027, sebuah SMA (fiktif) mendata cara berangkat ke sekolah dari 600 siswanya. Setiap siswa memilih tepat satu cara. Hasilnya disajikan pada diagram lingkaran berikut. Juring sepeda ditulis dengan besar sudutnya, sedangkan juring sepeda motor tidak diberi keterangan.

Banyak siswa yang berangkat ke sekolah dengan sepeda motor adalah . . .



A. 61,2
B. 102
C. 120
D. 150
E. 222

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Diagram batang berikut menunjukkan banyak bibit pohon yang ditanam relawan sebuah komunitas lingkungan (fiktif) setiap bulan dari Januari sampai Juni 2027.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Banyak bibit yang ditanam pada bulan Juni lebih dari dua kali banyak bibit yang ditanam pada bulan Januari.
(2) Dibandingkan dengan bulan sebelumnya, kenaikan terbesar banyak bibit yang ditanam terjadi pada bulan April.
(3) Banyak bibit yang ditanam pada bulan Maret turun lebih dari 10% dibandingkan dengan bulan Februari.
(4) Rata-rata banyak bibit yang ditanam per bulan dari Januari sampai Juni adalah 310 batang.



A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Pada tes kebugaran tahun 2027, banyak lompatan tali dalam satu menit dari 8 siswa dicatat menurut urutan giliran sebagai berikut.

$108,\ 92,\ 75,\ 84,\ 75,\ 120,\ 88,\ 99$

Median data tersebut adalah . . .

A. 75
B. $79{,}5$
C. 88
D. 90
E. 92

4. Pada tahun 2027, rata-rata usia 12 anggota sebuah paduan suara remaja (fiktif) adalah 17 tahun. Jika usia pelatih paduan suara itu ikut dihitung, rata-rata usia 13 orang tersebut menjadi 19 tahun.

Usia pelatih paduan suara tersebut adalah . . . tahun.

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

5. Pada latihan panahan tahun 2027, skor empat anggota sebuah regu (fiktif) adalah 60, 90, 120, dan x, dengan x bilangan bulat positif.

Berapakah nilai x?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Median keempat skor tersebut adalah 90.
(2) Rata-rata keempat skor tersebut adalah 90.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

6. Hasil pendataan banyak saudara kandung 20 siswa sebuah kelas pada tahun 2027 (data fiktif) disajikan pada tabel berikut.

Banyak saudara kandung	0	1	2	3	4
Banyak siswa	3	8	6	2	1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Rata-rata banyak saudara kandung siswa kelas itu adalah $1{,}5$.
(2) Median data tersebut adalah 2.
(3) Modus data tersebut lebih kecil daripada rata-ratanya.
(4) Jika seorang siswa baru yang mempunyai 4 saudara kandung ikut didata, median data menjadi berubah.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

7. Pada tahun 2027, nilai 7 finalis sebuah lomba menulis cerpen (fiktif) mempunyai rata-rata 70 dan median 68. Kemudian dua finalis susulan dengan nilai 64 dan 76 ikut dinilai, sehingga data menjadi 9 nilai.

P	Q
Rata-rata 9 nilai	Median 9 nilai

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Diagram titik berikut menunjukkan lama berolahraga (dalam jam) 15 siswa sebuah kelas selama satu minggu pada tahun 2027 (data fiktif). Setiap titik mewakili satu siswa.

Jangkauan antarkuartil data tersebut adalah . . . jam.



A. 2
B. $3{,}5$
C. 4
D. 7
E. 8

9. Pada tahun 2027, banyak soal latihan yang dikerjakan lima siswa dalam satu hari (data fiktif) adalah

$5,\ 9,\ 11,\ 13,\ 17$

Simpangan baku dihitung dengan rumus $s = \sqrt{\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$, dengan $\bar{x}$ rata-rata dan n banyak data.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Simpangan rata-rata data tersebut adalah $3{,}2$.	○	○
Jika setiap data ditambah 5, simpangan baku data yang baru adalah 9.	○	○
Jika setiap data dikali 2, simpangan baku data yang baru adalah 8.	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

10. Pada lomba sains tahun 2027, panitia membuat nomor peserta yang terdiri atas 1 huruf vokal (A, I, U, E, atau O) diikuti 3 angka. Ketiga angka diambil dari angka $1, 2, 3, 4, 5, 6,$ dan 7, ketiganya harus berbeda, dan angka terakhir harus genap. Contoh nomor yang memenuhi: E-354.

Banyak nomor peserta berbeda yang dapat dibuat adalah . . .

A. 90
B. 450
C. 630
D. 735
E. 1.050

11. Pada acara pelepasan siswa tahun 2027, 4 siswa dan 3 guru akan berfoto berjajar dalam satu baris. Mereka diatur sehingga **tidak ada dua guru yang berdiri berdampingan**.

Banyak susunan berbeda yang mungkin adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

12. Pada festival budaya sekolah tahun 2027, kelompok musik kelas XI akan memilih 4 lagu dari 8 lagu daerah yang sudah dilatih; urutan tampil lagu tidak diperhatikan. Dua di antara kedelapan lagu itu, yaitu lagu Kicir-Kicir dan lagu Ampar-Ampar Pisang, memakai alat musik yang sama sehingga **tidak boleh dipilih bersama-sama**.

Banyak cara memilih lagu yang mungkin adalah . . .

A. 15
B. 40
C. 55
D. 70
E. 1.680

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

13. Dari angka-angka $0, 1, 2, 3, 4$, dan 5 akan disusun bilangan tiga angka dengan ketiga angkanya berbeda (setiap angka paling banyak dipakai satu kali; angka pertama tidak boleh 0).

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Banyak bilangan yang dapat disusun adalah 100.
(2) Banyak bilangan genap yang dapat disusun adalah 52.
(3) Banyak bilangan yang lebih dari 300 adalah 60.
(4) Banyak bilangan yang habis dibagi 5 adalah 36.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

14. Sebelas kartu diberi nomor $1, 2, 3, \ldots, 11$ (setiap nomor tepat pada satu kartu). Seorang siswa mengambil 3 kartu sekaligus; urutan pengambilan tidak diperhatikan.

Banyak cara mengambil 3 kartu sehingga **jumlah ketiga nomornya genap** adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

15. Pada tahun 2027, sebuah turnamen catur antarkelas (fiktif) memakai sistem setengah kompetisi: setiap peserta bertanding tepat satu kali melawan setiap peserta lain. Banyak peserta turnamen paling sedikit 2 orang.

Berapakah banyak peserta turnamen tersebut?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Banyak seluruh pertandingan lebih dari 30 dan kurang dari 40.
(2) Banyak pertandingan yang dimainkan oleh setiap peserta merupakan kelipatan 4.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Kantin sebuah sekolah pada tahun 2027 menyediakan 3 jenis makanan (nasi goreng, soto, dan bakso) dan 4 jenis minuman (teh, jus jeruk, susu, dan air mineral). Seorang siswa memilih tepat satu makanan dan tepat satu minuman secara acak, sehingga setiap pasangan makanan–minuman mempunyai peluang terpilih yang sama.

Peluang siswa tersebut memilih soto **dan** minuman yang bukan teh adalah . . .

A. $\frac{1}{12}$
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{3}{7}$
E. $\frac{5}{6}$

17. Pada tahun 2027, tim PMR sebuah sekolah beranggotakan 5 siswa putra dan 4 siswa putri. Pembina mengundi 3 anggota sekaligus secara acak untuk bertugas di pos kesehatan pada acara jalan sehat.

Peluang terpilih tepat 2 siswa putra adalah . . .

A. $\frac{5}{42}$
B. $\frac{10}{63}$
C. $\frac{1}{6}$
D. $\frac{100}{243}$
E. $\frac{10}{21}$

18. Pada seleksi olimpiade sains tingkat kota tahun 2027, peluang Dina lolos adalah $0{,}7$ dan peluang Raka lolos adalah $0{,}8$ (tokoh fiktif). Hasil seleksi Dina dan hasil seleksi Raka saling bebas (tidak saling memengaruhi).

P	Q
Peluang tepat satu di antara Dina dan Raka yang lolos	Peluang hasil seleksi keduanya sama (keduanya lolos atau keduanya tidak lolos)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

19. Setiap huruf pada kata MATEMATIKA ditulis pada sebuah kartu, sehingga terdapat 10 kartu yang sama bentuknya (huruf yang muncul lebih dari sekali ditulis pada kartu yang berbeda). Kartu-kartu itu dikocok lalu diambil secara acak.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Jika diambil satu kartu, peluang terambil kartu huruf A adalah $\frac{3}{10}$.

(2) Jika diambil satu kartu, peluang terambil kartu huruf M atau huruf T adalah $\frac{2}{5}$.

(3) Jika diambil dua kartu sekaligus, peluang kedua kartu berhuruf A adalah $\frac{9}{100}$.

(4) Jika diambil satu kartu, peluang terambil kartu yang bukan huruf A adalah $\frac{7}{10}$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

20. Pada final lomba pidato tahun 2027, lima finalis, yaitu Ani, Budi, Citra, Dimas, dan Eli (tokoh fiktif), diundi untuk menentukan nomor urut tampil 1 sampai 5. Setiap susunan nomor urut mempunyai peluang yang sama.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Peluang Ani dan Budi mendapat nomor urut berurutan (misalnya 2 dan 3) adalah $\frac{1}{5}$.

(2) Peluang Ani tampil pertama atau tampil terakhir adalah $\frac{1}{5}$.

(3) Peluang Ani tampil pertama dan Budi tampil terakhir adalah $\frac{1}{25}$.

(4) Peluang Ani tampil lebih dahulu daripada Budi adalah $\frac{1}{2}$.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 4.1 · Penyajian dan Membaca Data	1, 2	___ / 2	Ulangi hlm. 392
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	3, 4, 5, 6, 7	___ / 5	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.3 · Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan	8, 9	___ / 2	Ulangi hlm. 420
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	10, 11, 12, 13, 14, 15	___ / 6	Ulangi hlm. 430
Sub bab 4.5 · Peluang	16, 17, 18, 19, 20	___ / 5	Ulangi hlm. 445

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai UTBK-SNBT.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bab 5 · Bentuk Soal Khas Pengetahuan Kuantitatif

SNBTPK-B5

Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat:

- memutuskan hubungan dua kuantitas P dan Q
- menilai apakah data cukup untuk menjawab pertanyaan
- menguji pernyataan bernomor dan pernyataan Benar/Salah satu per satu
- menjawab soal isian singkat dengan cek ulang

Peta bab

Sub bab	Judul
5.1	Perbandingan Kuantitas P dan Q
5.2	Kecukupan Data
5.3	Soal Pernyataan: (1)–(4), Banyaknya Pernyataan Benar, dan Benar/Salah
5.4	Soal Isian Singkat

Bab 5 di LMS

Buka seluruh latihan bab ini di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-B5

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 5.1 · Perbandingan Kuantitas P dan Q

SNBTPK-5.1

◎ APA YANG DIUJI

Soal perbandingan kuantitas memberi dua besaran, P dan Q, lalu menanyakan hubungan keduanya. Bentuk ini muncul pada soal asli UTBK-SNBT 2025 nomor 15, 16, dan 17 (Simulasi 2 nomor 15–17) serta UTBK-SNBT 2026 nomor 8 dan 15 (Simulasi 3 nomor 8 dan 15). Materinya beragam: geometri, operasi bilangan baru, sistem persamaan, sifat bilangan, dan peluang. Yang sama hanyalah cara berpikirnya. Bagian A sudah memperkenalkan bentuk ini dengan dua contoh kecil. Sub bab ini membahasnya jauh lebih dalam: kapan sebuah hubungan "pasti", kapan "tidak dapat ditentukan", dan bagaimana membuktikannya.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan arti keempat pilihan jawaban dan perbedaan kuantitas bernilai tunggal dengan kuantitas yang bergantung pada variabel bebas;
- memakai batasan variabel untuk memilih nilai uji, termasuk nilai "aneh" seperti nol, pecahan antara 0 dan 1, dan bilangan negatif;
- memutuskan pilihan "tidak dapat ditentukan" dengan dua contoh, dan memutuskan pilihan lain dengan alasan yang berlaku umum.

≡ PRASYARAT

Membandingkan dua bilangan. Tanda $>$ dibaca "lebih dari", $<$ dibaca "kurang dari", dan $=$ dibaca "sama dengan". Pada garis bilangan, bilangan di kanan selalu lebih besar. Jadi $-2 > -5$, karena -2 terletak di kanan -5 (sub bab 0.1).

Membandingkan dua pecahan positif. Untuk membandingkan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ dengan b dan d positif, samakan penyebutnya menjadi bd. Pecahan pertama menjadi $\frac{ad}{bd}$ dan pecahan kedua $\frac{bc}{bd}$. Karena penyebutnya sudah sama, cukup bandingkan pembilangnya, yaitu ad dan bc. Cara ini disebut **perkalian silang**. Contoh: untuk $\frac{2}{3}$ dan $\frac{3}{5}$, hitung $2 \times 5 = 10$ dan $3 \times 3 = 9$. Karena $10 > 9$, maka $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$.

Perkalian dengan bilangan antara 0 dan 1. Mengalikan bilangan positif dengan bilangan antara 0 dan 1 membuatnya **lebih kecil**: $0{,}5 \times 8 = 4$. Akibatnya, untuk $0 < x < 1$ berlaku $x^2 = x \times x < x$. Contoh: $0{,}3^2 = 0{,}09$, lebih kecil daripada $0{,}3$.

Kuadrat tidak pernah negatif. Untuk bilangan real apa pun, $a^2 \geq 0$, dan $a^2 = 0$ hanya bila $a = 0$. Bentuk kuadrat sempurna $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ dari sub bab 2.2 akan sering

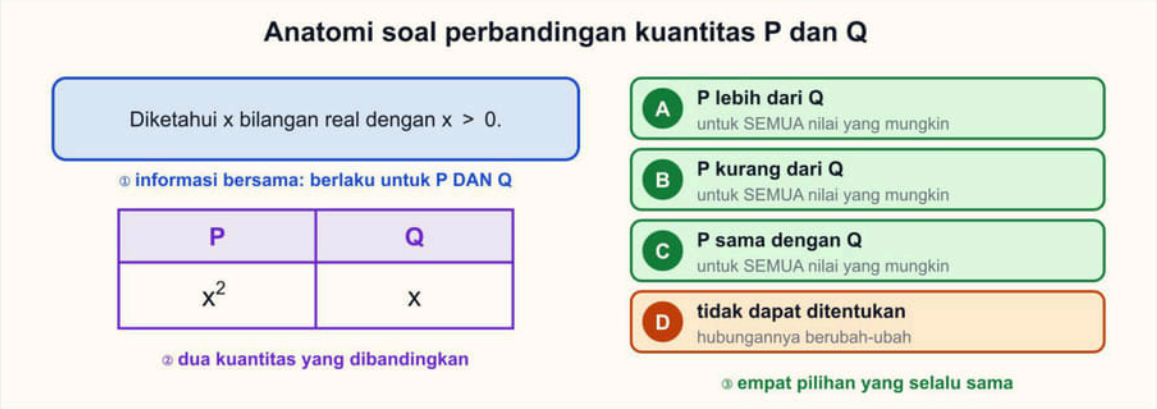
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dipakai.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Bentuk soal dan arti empat pilihan

Setiap soal perbandingan kuantitas tersusun atas tiga bagian (lihat Gambar 5.1). Bagian pertama adalah **informasi bersama**, misalnya "x bilangan real dengan $x > 0$". Informasi ini berlaku untuk P dan Q sekaligus. Bagian kedua adalah **tabel dua kolom** yang memuat kuantitas P dan kuantitas Q. Bagian ketiga adalah **empat pilihan** yang selalu sama dari soal ke soal.



Gambar 5.1 Anatomi soal perbandingan kuantitas: informasi bersama, tabel P dan Q, dan empat pilihan yang tetap.

Arti keempat pilihan perlu dipahami dengan tepat.

1. **Pilihan A** (kuantitas P lebih dari Q) berarti $P > Q$ untuk **semua** keadaan yang diizinkan informasi soal, tanpa kecuali.
2. **Pilihan B** (kuantitas P kurang dari Q) berarti $P < Q$ untuk semua keadaan yang diizinkan.
3. **Pilihan C** (kuantitas P sama dengan Q) berarti $P = Q$ untuk semua keadaan yang diizinkan.
4. **Pilihan D** (tidak dapat ditentukan) berarti hubungannya **berubah-ubah**: pada suatu keadaan hubungannya satu macam, pada keadaan lain hubungannya lain.

Kata kuncinya adalah "semua keadaan". Pilihan A tidak berarti "P biasanya lebih besar" atau "P lebih besar pada contoh yang kucoba". Pilihan A berarti tidak ada satu pun keadaan yang membuat $P \leq Q$. Sebaliknya, pilihan D bukan pilihan untuk soal yang "sulit dihitung". Pilihan D hanya benar bila memang ada dua keadaan yang hubungannya berbeda.

2. Kuantitas bernilai tunggal: hitung, lalu bandingkan

Banyak soal P/Q sebenarnya tidak memuat variabel bebas. Semua bilangannya sudah ditentukan, sehingga P dan Q masing-masing hanya punya **satu nilai**. Contohnya: banyak bilangan yang memenuhi syarat tertentu, luas bangun yang ukurannya diketahui, atau peluang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sebuah kejadian. Pada soal seperti ini, pilihan D **tidak mungkin** menjadi jawaban. Alasannya sederhana: dua bilangan tertentu pasti memenuhi tepat satu dari tiga hubungan, yaitu lebih dari, kurang dari, atau sama dengan.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Bandingkan $P = \frac{7}{9}$ dan $Q = \frac{4}{5}$.

1. Kedua kuantitas berupa bilangan tertentu, jadi jawabannya pasti A, B, atau C. Alasannya: tidak ada variabel yang nilainya bisa berubah.
2. Bandingkan dengan perkalian silang: $7 \times 5 = 35$ untuk pembilang pecahan pertama dan $4 \times 9 = 36$ untuk pembilang pecahan kedua. Alasannya: kedua pecahan disamakan penyebutnya menjadi 45, menjadi $\frac{35}{45}$ dan $\frac{36}{45}$.
3. Karena $35 < 36$, maka $\frac{7}{9} < \frac{4}{5}$.
4. Cek ulang dengan desimal: $\frac{7}{9} = 0{,}777\ldots$ dan $\frac{4}{5} = 0{,}8$. Memang $0{,}777\ldots < 0{,}8$.

Jadi $P < Q$, pilihan B. Perhatikan bahwa selisihnya sangat kecil, hanya $\frac{1}{45}$. Soal P/Q sering memakai selisih kecil seperti ini agar siswa yang menebak dengan perasaan terjebak.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Sebuah persegi mempunyai luas $36\ \text{cm}^2$. Sebuah lingkaran mempunyai jari-jari 3 cm. Kuantitas P adalah keliling persegi, sedangkan kuantitas Q adalah keliling lingkaran (dalam cm). Bandingkan P dan Q.

1. Semua ukuran sudah diketahui, jadi P dan Q masing-masing bernilai tunggal. Jawabannya bukan D.
2. Sisi persegi adalah bilangan yang kuadratnya 36, yaitu 6 cm, karena $6 \times 6 = 36$. Keliling persegi $= 4 \times 6 = 24$ cm. Jadi $P = 24$.
3. Keliling lingkaran $= 2\pi r = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi$ cm. Jadi $Q = 6\pi$.
4. Bandingkan 24 dan 6π tanpa menghitung tepat. Tulis $24 = 6 \times 4$. Karena $\pi \approx 3{,}14$ dan $3{,}14 < 4$, maka $6\pi < 6 \times 4 = 24$.
5. Cek ulang dengan taksiran: $6 \times 3{,}14 = 18{,}84$, dan $18{,}84 < 24$.

Jadi $P > Q$, pilihan A. Langkah 4 menunjukkan bahwa kamu tidak selalu perlu menghitung nilai tepat. Yang dibutuhkan hanyalah **hubungan** kedua kuantitas.

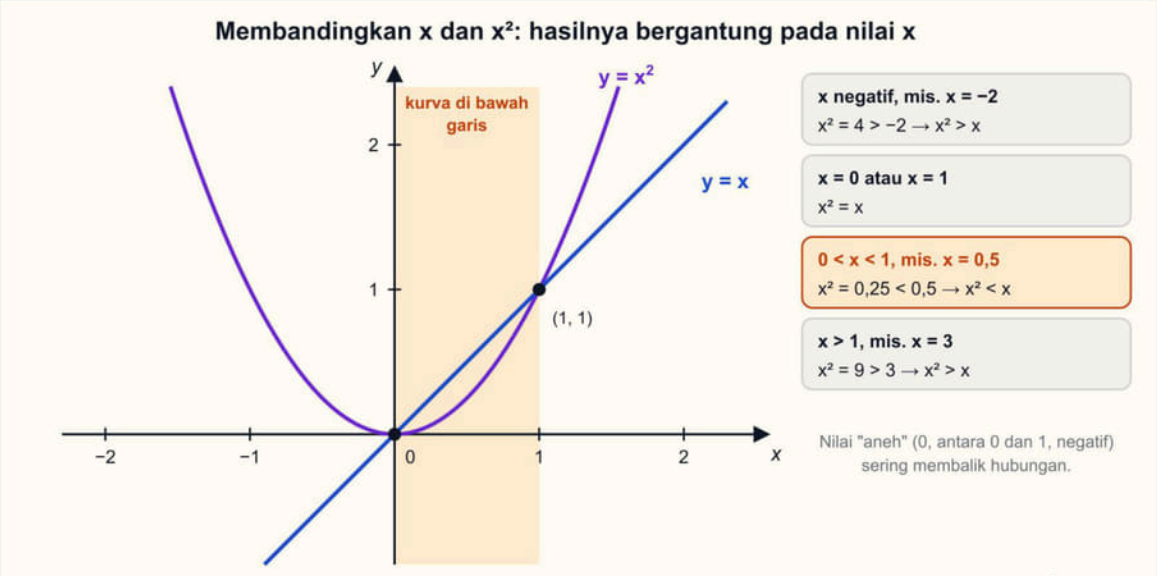
3. Variabel bebas dan batasannya

Soal P/Q yang lebih menantang memuat **variabel bebas**, yaitu huruf yang nilainya tidak ditetapkan. Huruf itu boleh bernilai apa saja, asalkan memenuhi **batasan** di informasi soal. Batasan bisa berbentuk jenis bilangan ("n bilangan bulat positif", "a bilangan prima"), selang ("$0 < x < 1$"), atau syarat bangun ("titik E terletak pada ruas CD").

Batasan menentukan **nilai uji yang boleh dipakai**. Bila soal menyebut $0 < x < 1$, nilai $x = 2$ tidak boleh dicoba, karena tidak memenuhi batasan. Sebaliknya, bila batasannya hanya "x bilangan real", semua bilangan boleh dicoba, termasuk nol dan bilangan negatif.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Mengapa nilai uji harus beragam? Lihat Gambar 5.2. Grafik $y = x^2$ berada di atas garis $y = x$ ketika x negatif atau $x > 1$, tetapi berada di **bawah** garis ketika $0 < x < 1$. Kedua grafik bertemu tepat di $x = 0$ dan $x = 1$. Jadi pertanyaan "mana yang lebih besar, x atau x^2?" jawabannya bergantung pada daerah tempat x berada. Siswa yang hanya mencoba $x = 2$ dan $x = 3$ akan mengira x^2 selalu lebih besar, padahal tidak.



Gambar 5.2 Perbandingan x dan x^2 bergantung pada daerah nilai x; pada $0 < x < 1$ kurva $y = x^2$ berada di bawah garis $y = x$.

Karena itu, nilai uji yang baik terdiri atas dua kelompok. Kelompok pertama adalah **nilai biasa**, misalnya 2 atau 3, untuk melihat pola umum. Kelompok kedua adalah **nilai "aneh"** yang sering membalik hubungan: 0, 1, pecahan antara 0 dan 1 (misalnya $\frac{1}{2}$), bilangan negatif (misalnya -1 dan -2), nilai yang sangat besar, dan nilai di ujung batasan. Ingat, semua nilai uji harus memenuhi batasan soal.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Diketahui x bilangan real dengan $0 < x < 1$. Bandingkan $P = \frac{1}{x}$ dan $Q = x$.

1. Tulis batasannya: x positif dan kurang dari 1. Nilai uji yang boleh antara lain $\frac{1}{2}$, $0{,}9$, dan $0{,}1$.
2. Uji $x = \frac{1}{2}$: $P = 1 : \frac{1}{2} = 2$ dan $Q = \frac{1}{2}$. Hasilnya $P > Q$.
3. Uji nilai dekat ujung batasan. Untuk $x = 0{,}9$: $P = \frac{1}{0{,}9} = \frac{10}{9} \approx 1{,}11$ dan $Q = 0{,}9$, jadi $P > Q$. Untuk $x = 0{,}1$: $P = 10$ dan $Q = 0{,}1$, jadi $P > Q$.
4. Semua uji memberi hubungan yang sama. Itu belum bukti, karena uji hanya mencoba beberapa nilai. Cari alasan umum: bila x positif dan kurang dari 1, membagi 1 dengan x menghasilkan bilangan **lebih dari** 1. Contohnya, $1 : 0{,}5 = 2$ karena $0{,}5$ "muat" dua kali di dalam 1. Jadi $P > 1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Di sisi lain, batasan menyatakan $Q = x < 1$. Jadi $P > 1 > Q$ untuk setiap x yang diizinkan.

Jadi $P > Q$, pilihan A. Cek ulang peran batasan: andaikan batasannya hanya $x > 0$, maka $x = 2$ boleh dicoba dan memberi $P = \frac{1}{2} < Q = 2$. Hubungannya menjadi berubah-ubah dan jawabannya D. Batasan "$x < 1$" itulah yang membuat jawabannya A.

4. Kapan "tidak dapat ditentukan"?

Untuk memilih D, kamu harus **menemukan dua keadaan** yang diizinkan soal tetapi menghasilkan hubungan berbeda. Dua keadaan sudah cukup sebagai bukti, karena keduanya menunjukkan bahwa tidak ada satu hubungan yang berlaku untuk semua keadaan. Hubungan yang berbeda bisa berupa "lebih dari" dan "kurang dari", atau "sama dengan" dan "kurang dari", atau pasangan lain.

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Diketahui n bilangan bulat positif. Bandingkan $P = n^2$ dan $Q = 2n$.

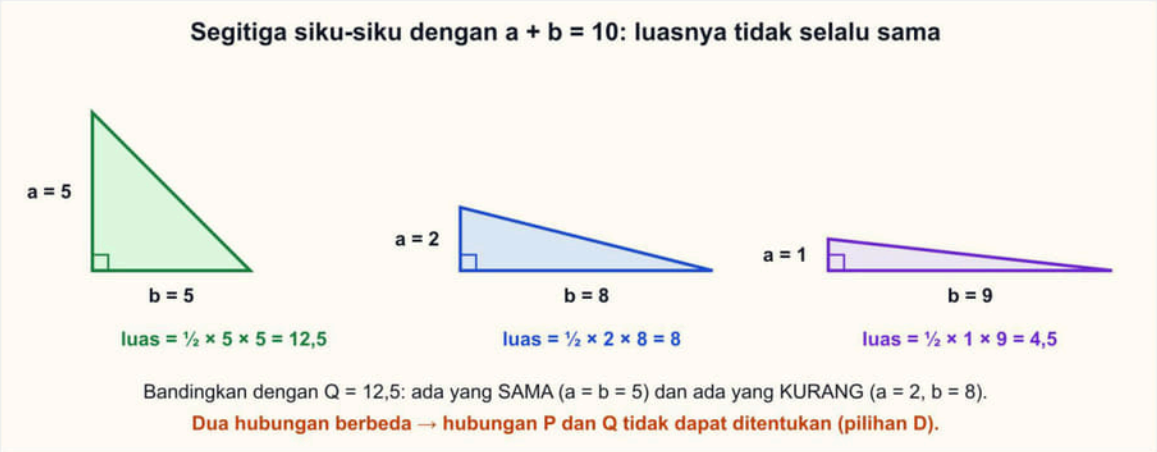
1. Batasan: n boleh $1, 2, 3, \ldots$ Nilai pecahan dan negatif tidak boleh dicoba.
2. Uji $n = 1$: $P = 1$ dan $Q = 2$. Hasilnya $P < Q$.
3. Uji $n = 2$: $P = 4$ dan $Q = 4$. Hasilnya $P = Q$.
4. Uji $n = 3$: $P = 9$ dan $Q = 6$. Hasilnya $P > Q$.
5. Sudah ada dua keadaan dengan hubungan berbeda (bahkan tiga). Cek ulang perhitungan $n = 1$: $1^2 = 1$ dan $2 \times 1 = 2$. Benar.

Jadi hubungannya tidak dapat ditentukan, pilihan D. Perhatikan bahwa siswa yang hanya mencoba $n = 3$ dan $n = 4$ akan memilih A. Nilai terkecil yang diizinkan, $n = 1$, adalah nilai "ujung batasan" yang membalik hubungan. Andaikan batasannya diubah menjadi $n \geq 3$, maka $P - Q = n^2 - 2n = n(n-2)$ selalu positif, karena n dan $n - 2$ sama-sama positif. Jawabannya menjadi A.

5. Variabel bebas pada geometri

Variabel bebas juga bisa muncul pada geometri, yaitu ketika ukuran bangun tidak ditetapkan penuh. Soal hanya memberi sebagian keterangan, misalnya jumlah dua sisi atau letak titik "pada sebuah ruas", sehingga bangunnya bisa berubah bentuk sambil tetap memenuhi keterangan itu. Lihat Gambar 5.3: ketiga segitiga siku-siku itu memiliki jumlah sisi siku-siku yang sama, tetapi luasnya berbeda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 5.3 Tiga segitiga siku-siku dengan jumlah sisi siku-siku $a + b = 10$; luasnya berturut-turut $12{,}5$, 8, dan $4{,}5$.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Sebuah segitiga siku-siku mempunyai sisi siku-siku a dan b (dalam cm) dengan $a + b = 10$. Kuantitas P adalah luas segitiga (dalam cm^2) dan $Q = 12{,}5$. Bandingkan P dan Q.

1. Batasan: a dan b positif dan jumlahnya 10. Nilai a dan b tidak ditetapkan, jadi P bergantung pada pilihan a dan b.
2. Luas segitiga siku-siku $= \dfrac{1}{2} \times a \times b$. Alasannya: sisi siku-siku yang satu menjadi alas dan yang lain menjadi tinggi.
3. Uji $a = b = 5$: $P = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12{,}5$. Hasilnya $P = Q$.
4. Uji $a = 2, b = 8$: $P = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$. Hasilnya $P < Q$.
5. Ada dua keadaan dengan hubungan berbeda, yaitu "sama dengan" dan "kurang dari". Cek ulang batasan: $2 + 8 = 10$ dan $5 + 5 = 10$, keduanya memenuhi.

Jadi hubungannya tidak dapat ditentukan, pilihan D. Ada dua jebakan di soal ini. Siswa yang hanya mencoba $a = b = 5$ (pilihan yang terasa "wajar") akan memilih C. Siswa yang tahu bahwa luasnya tidak pernah melebihi $12{,}5$ mungkin memilih B. Padahal B berarti $P < Q$ untuk **semua** keadaan, sedangkan pada $a = b = 5$ kedua kuantitas sama. Hubungan "kurang dari atau sama dengan" ($\leq$) tidak ada di pilihan; hubungan seperti itu termasuk D.

6. Membuktikan "selalu" dengan selisih $P - Q$

Uji nilai bisa membuktikan D, tetapi tidak bisa membuktikan A, B, atau C. Mencoba seratus nilai pun belum menjamin nilai keseratus satu berperilaku sama. Untuk pilihan A, B, atau C, kamu perlu **alasan umum**. Alat yang paling sering dipakai adalah **selisih** $P - Q$:

$$P > Q \iff P - Q > 0, \qquad P < Q \iff P - Q < 0, \qquad P = Q \iff P - Q = 0.$$

Tanda panah dua arah pada rumus di atas dibaca "jika dan hanya jika". Rumus ini datang dari arti pengurangan: $P - Q$ menyatakan seberapa jauh P berada di kanan Q pada garis bilangan. Bila selisihnya dapat ditulis sebagai bentuk yang tandanya diketahui, misalnya kuadrat atau hasil kali bilangan positif, hubungannya dapat diputuskan untuk semua nilai

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sekaligus.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Diketahui x bilangan real. Bandingkan $P = x^2 + 9$ dan $Q = 6x$.

1. Hitung selisihnya: $P - Q = x^2 + 9 - 6x = x^2 - 6x + 9$.
2. Kenali bentuk kuadrat sempurna: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$. Alasannya: $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = x^2 - 6x + 9$.
3. Kuadrat tidak pernah negatif, jadi $P - Q = (x - 3)^2 \geq 0$. Artinya $P \geq Q$ untuk semua x.
4. Periksa kapan kesamaan terjadi: $(x - 3)^2 = 0$ hanya bila $x = 3$. Uji $x = 3$: $P = 9 + 9 = 18$ dan $Q = 18$, jadi $P = Q$. Uji $x = 0$: $P = 9$ dan $Q = 0$, jadi $P > Q$.
5. Ada keadaan "sama dengan" dan keadaan "lebih dari".

Jadi hubungannya tidak dapat ditentukan, pilihan D. Cek ulang dengan batasan lain: andaikan soal menyebut x bilangan real **negatif**, maka $Q = 6x$ negatif sedangkan $P = x^2 + 9$ positif, sehingga $P > Q$ untuk semua x yang diizinkan dan jawabannya A. Sekali lagi, batasan menentukan jawaban.

7. Variabel tidak tunggal, tetapi hubungannya tunggal

Kebalikan dari kesalahan di bagian 4 dan 5 juga sering terjadi: siswa memilih D hanya karena ada nilai yang tidak diketahui. Padahal sebuah kuantitas bisa saja **tetap** meskipun variabelnya berubah. Sebelum memilih D, selalu tanyakan: "Apakah perubahan variabel benar-benar mengubah P atau Q?"

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Data lima bilangan adalah $4, 7, 7, 9$, dan x, dengan x bilangan bulat positif. Kuantitas P adalah median data dan $Q = 7$. Bandingkan P dan Q.

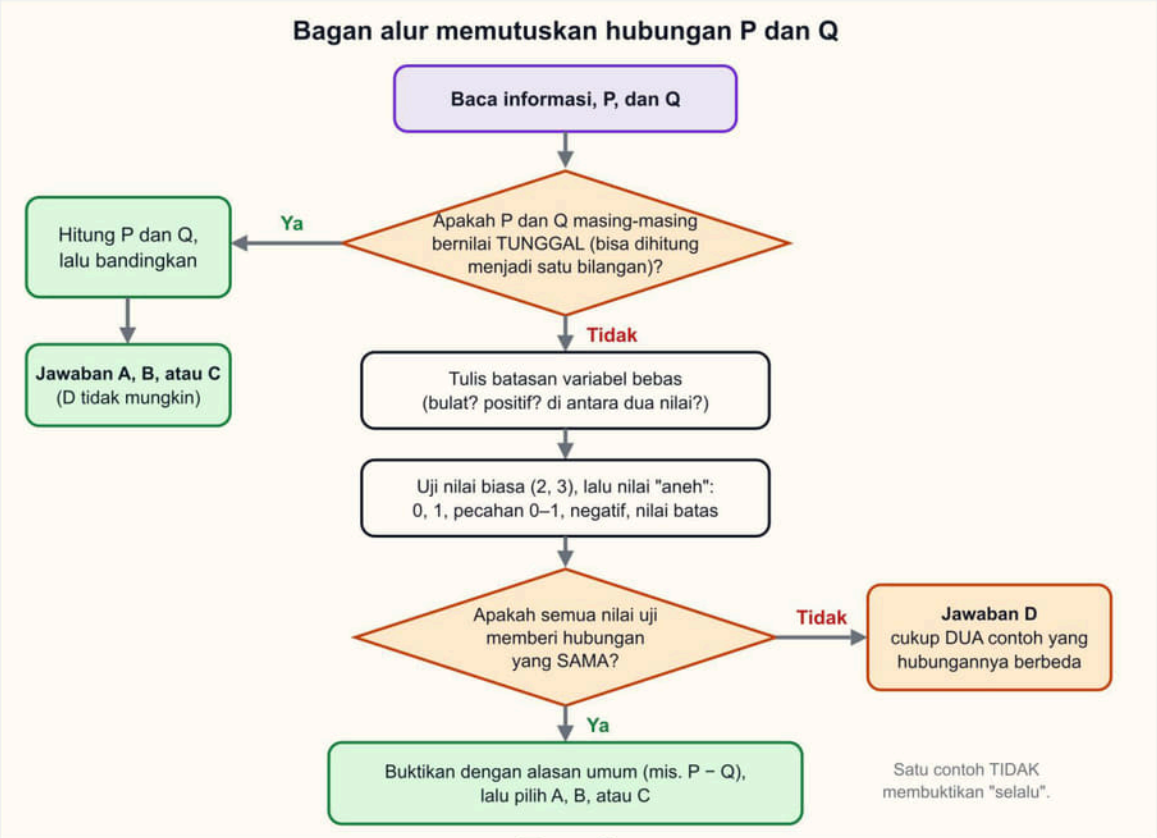
1. Median adalah data ke-3 setelah lima data diurutkan (sub bab 4.2). Letak x dalam urutan bergantung pada nilainya, jadi periksa semua kemungkinan letaknya.
2. Bila $x \leq 4$, urutannya $x, 4, 7, 7, 9$ dan data ke-3 adalah 7.
3. Bila $4 < x \leq 7$, urutannya $4, x, 7, 7, 9$ dan data ke-3 adalah 7.
4. Bila $7 < x \leq 9$, urutannya $4, 7, 7, x, 9$ dan data ke-3 adalah 7. Bila $x > 9$, urutannya $4, 7, 7, 9, x$ dan data ke-3 juga 7.
5. Pada semua kemungkinan, $P = 7 = Q$. Alasannya: dua data bernilai 7 selalu menempati tengah urutan, karena paling banyak dua data (4 dan mungkin x) berada di kiri keduanya dan paling banyak dua data (9 dan mungkin x) berada di kanannya.

Jadi $P = Q$, pilihan C. Cek ulang dengan kuantitas lain agar perbedaannya terasa: bila P diganti dengan **rata-rata** data, nilainya $\dfrac{27 + x}{5}$ dan ikut berubah. Untuk $x = 8$ rata-ratanya $\dfrac{35}{5} = 7$, sama dengan Q; untuk $x = 1$ rata-ratanya $\dfrac{28}{5} = 5{,}6$, kurang dari Q. Untuk rata-rata, jawabannya D; untuk median, jawabannya C.

8. Bagan alur memutuskan hubungan P dan Q

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Semua gagasan di atas dirangkum dalam Gambar 5.4. Pertanyaan pertama selalu sama: apakah P dan Q masing-masing bernilai tunggal? Bila ya, hitung lalu bandingkan; pilihan D tidak mungkin. Bila tidak, tulis batasan variabelnya, uji nilai biasa dan nilai "aneh", lalu periksa apakah hubungannya selalu sama. Hubungan yang berubah berarti D. Hubungan yang selalu sama harus dibuktikan dengan alasan umum sebelum kamu memilih A, B, atau C.



Gambar 5.4 Bagan alur memutuskan hubungan P dan Q: kuantitas tunggal dihitung, kuantitas bervariabel diuji lalu dibuktikan.

Ringkasan

- Pilihan A, B, dan C berarti hubungan itu berlaku untuk **semua** keadaan yang diizinkan; pilihan D berarti hubungannya berubah-ubah.
- Bila P dan Q bernilai tunggal, hitung dan bandingkan; pilihan D tidak mungkin.
- Nilai uji harus memenuhi batasan dan mencakup nilai "aneh": 0, 1, pecahan 0–1, negatif, dan ujung batasan.
- Dua keadaan dengan hubungan berbeda cukup untuk memilih D. Pilihan A, B, atau C butuh alasan umum, misalnya tanda $P - Q$.
- Hubungan "$\leq$" atau "$\geq$" yang kesamaannya dapat terjadi termasuk D.
- Variabel yang tidak diketahui belum tentu mengubah kuantitas; periksa dulu sebelum memilih D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Golongkan dulu kuantitasnya.** Tandai apakah P dan Q bernilai tunggal atau bergantung pada variabel. Penggolongan ini langsung mencoret D atau membuka kemungkinan D.
2. **Sederhanakan sebelum menguji.** Hitung bagian yang bisa dihitung, misalnya operasi baru atau rumus luas, sampai P dan Q tertulis dalam bentuk paling sederhana.
3. **Pakai daftar nilai uji.** Coba nilai biasa, lalu 0, 1, $\frac{1}{2}$, -1, dan ujung batasan, selama nilai itu diizinkan soal.
4. **Bandingkan tanpa menghitung tepat.** Taksiran seperti $\pi < 4$ atau $\sqrt{50} > 7$ sering sudah cukup untuk memutuskan hubungan.
5. **Hitung $P - Q$** bila hubungan tampak tetap, lalu cari bentuk yang tandanya diketahui (kuadrat, hasil kali bilangan positif).

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Menguji satu nilai lalu memilih A, B, atau C	$x > 0, P = x^2, Q = x$; dari $x = 2$ disimpulkan A	$x = \frac{1}{2}$ memberi $P < Q$; jawabannya D
Memilih D karena ada huruf yang tidak diketahui	median $4, 7, 7, 9, x$ dianggap berubah	median selalu 7; jawabannya C
Nilai uji melanggar batasan	$0 < x < 1$ diuji dengan $x = 2$	pakai nilai seperti $\frac{1}{2}$ atau $0{,}9$
Hubungan $\leq$ dianggap "kurang dari"	luas segitiga $\leq 12{,}5$ dianggap B	kesamaan dapat terjadi; jawabannya D
Memilih D pada kuantitas tunggal yang sulit dihitung	perbandingan 24 dan 6π dianggap D	kuantitas tunggal tidak pernah D; taksir $\pi < 4$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 15 membandingkan perbandingan luas dua segitiga dengan sebuah pecahan. Mulailah dengan pertanyaan di bagian 3: apakah letak titik E ditetapkan? Soal hanya menyebut bahwa E berada pada ruas CD. Perlakukan letak E sebagai variabel bebas dengan batasan "di ruas CD". Luas segitiga ABE memakai alas AB yang tetap, sedangkan tingginya adalah jarak E ke AB. Uji beberapa letak E yang diizinkan, termasuk letak di dekat ujung-ujung ruas, seperti Contoh terselesaikan 5, lalu putuskan dengan bagan alur Gambar 5.4.

Rujukan: soal nomor 15 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 16 memakai operasi baru yang didefinisikan dengan susunan bilangan. Langkah awalnya adalah substitusi yang teliti: cocokkan setiap posisi pada susunan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dengan huruf di definisi, lalu sederhanakan P sampai tertulis dalam bentuk paling sederhana yang memuat a. Setelah itu, pakai batasan "a bilangan prima". Ingat bilangan prima terkecil, lalu tanyakan apakah hubungan dengan Q berlaku untuk **setiap** bilangan prima.

Rujukan: soal nomor 16 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 17 memberi sistem tiga persamaan linear. Bandingkan persamaan pertama dengan dua kali persamaan kedua, dan persamaan ketiga dengan persamaan kedua; kedua pengamatan ini membuka nilai salah satu variabel. Periksa juga apakah dua variabel lainnya bernilai tunggal. Bila ternyata tidak tunggal, jangan buru-buru memilih D: tanyakan apakah P mempunyai nilai terbesar, karena jumlah dua kuadrat tidak pernah negatif (bagian 6 dan 7).

Rujukan: soal nomor 17 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 8 memuat kuantitas bernilai tunggal: banyaknya bilangan yang memenuhi dua syarat. Karena itu, pilihan D dapat langsung dicoret (bagian 2). Daftarlah bilangan genap positif yang kurang dari 30, lalu periksa sisa pembagiannya oleh 5 satu per satu. Hati-hati dengan kata "atau": bilangan yang memenuhi salah satu sisa sudah dihitung.

Rujukan: soal nomor 8 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 15 juga memuat kuantitas tunggal, yaitu sebuah peluang. Hitung dulu banyak anggota ruang sampel dengan aturan perkalian (sub bab 4.4): ada berapa pilihan digit puluhan dan digit satuan bila keduanya ganjil dan berbeda? Lalu hitung banyak kejadian "digit puluhan lebih dari digit satuan" dengan mendaftar atau memasangkan bilangan. Bandingkan peluangnya dengan pecahan Q memakai perkalian silang.

Rujukan: soal nomor 15 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal pertama memuat dua variabel yang tidak dicari nilainya satu per satu. Perhatikan bagaimana P dapat dihitung langsung dari jumlah dan hasil kali kedua bilangan, sehingga P ternyata bernilai tunggal.

►. Bilangan real x dan y memenuhi $x + y = 6$ dan $xy = -4$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
$x^2 + y^2$	40

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pembahasan **Kunci: A**

Yang diketahui: $x + y = 6$ dan $xy = -4$. **Yang ditanya:** hubungan $P = x^2 + y^2$ dengan $Q = 40$.

Konsep – Kuadrat jumlah. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. Akibatnya $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$. Dengan rumus ini kita tidak perlu mencari x dan y satu per satu.
Contoh kecil: $x = 1, y = 3$: $(1+3)^2 - 2 \times 3 = 16 - 6 = 10$, dan memang $1^2 + 3^2 = 10$ ✓.

Langkah penyelesaian:
1. $(x+y)^2 = 6^2 = 36$.
2. $2xy = 2 \times (-4) = -8$.
3. $x^2 + y^2 = 36 - (-8) = 36 + 8 = 44$ (mengurangi bilangan negatif sama dengan menambah).
4. $P = 44$ dan $Q = 40$, jadi $P > Q$.

Cek ulang: x dan y adalah akar $t^2 - 6t - 4 = 0$, yaitu $t = 3 + \sqrt{13}$ dan $t = 3 - \sqrt{13}$. Maka $x^2 + y^2 = (9 + 6\sqrt{13} + 13) + (9 - 6\sqrt{13} + 13) = 44$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P > Q$.
• B ✗ : **Jebakan:** salah tanda, menghitung $36 - 8 = 28 < 40$. Padahal yang dikurangkan adalah $2xy = -8$, sehingga hasilnya $36 + 8$.
• C ✗ : **Jebakan:** lupa angka 2 pada $2xy$: $36 - (-4) = 40$.
• D ✗ : **Jebakan:** merasa harus mengetahui x dan y satu per satu. Nilai $x^2 + y^2$ sudah pasti dari $x + y$ dan xy.

Jawaban: A.

Soal kedua membandingkan luas dua bangun yang ukurannya ditentukan penuh. Kedua kuantitas bernilai tunggal, jadi tugasmu adalah menghitung dengan teliti, termasuk mencari ukuran yang belum diberikan.

►. Sebuah trapesium sama kaki memiliki panjang sisi sejajar 6 cm dan 18 cm, serta panjang setiap kakinya 10 cm. Sebuah persegi panjang memiliki keliling 40 cm dan panjang 12 cm.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Luas trapesium (cm^2)	Luas persegi panjang (cm^2)

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Pembahasan **Kunci: C**

Yang diketahui: trapesium sama kaki (sisi sejajar 6 dan 18, kaki 10); persegi panjang (keliling 40,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

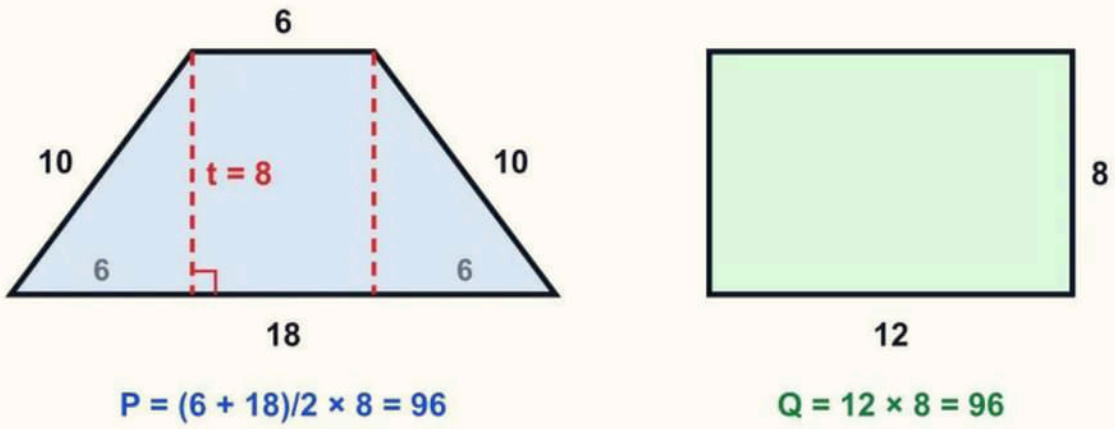
panjang 12). **Yang ditanya:** hubungan P (luas trapesium) dan Q (luas persegi panjang).

Konsep 1 – Luas trapesium $= \dfrac{a+b}{2} \times t$, dengan a dan b sisi sejajar dan t jarak **tegak lurus** antara keduanya (bukan panjang kaki).

Konsep 2 – Tinggi trapesium sama kaki. Tarik garis tinggi dari kedua ujung sisi pendek ke sisi panjang. Sisi panjang terbagi menjadi tiga bagian: x, sisi pendek, dan x, dengan $x = \dfrac{18-6}{2}$. Kaki, tinggi, dan x membentuk segitiga siku-siku, sehingga tinggi dicari dengan Pythagoras.
Contoh kecil Pythagoras: segitiga siku-siku dengan sisi miring 5 dan satu sisi 3 memiliki sisi lain $\sqrt{25-9} = 4$.

Konsep 3 – Persegi panjang: keliling $= 2(p+l)$ dan luas $= p \times l$.

Langkah penyelesaian:
1. $x = \dfrac{18-6}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$ cm.
2. Tinggi: $t = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$ cm.
3. $P = \dfrac{6+18}{2} \times 8 = 12 \times 8 = 96$.
4. Persegi panjang: $2(12+l) = 40 \rightarrow 12 + l = 20 \rightarrow l = 8$ cm.
5. $Q = 12 \times 8 = 96$.
6. Jadi $P = Q$.



Cek ulang: $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$ ✓ (segitiga siku-siku benar). Keliling persegi panjang $2(12+8) = 40$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: **Jebakan:** memakai panjang kaki (10) sebagai tinggi, sehingga $P = 12 \times 10 = 120 > 96$.
• B ✗: **Jebakan:** lebar persegi panjang dihitung $40 - 2 \times 12 = 16$ (lupa membagi dua), sehingga $Q = 192$.
• C ✓ $P = Q = 96$.
• D ✗: **Jebakan:** mengira bentuk trapesium belum pasti. Sisi sejajar dan panjang kaki yang sama sudah menentukan tingginya.

Jawaban: C.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✎ LATIHAN

Soal latihan bentuk perbandingan kuantitas tersebar di sub bab lain menurut materinya. Kerjakan kembali soal-soal berikut sambil memakai bagan alur Gambar 5.4: Latihan sub bab 1.5 nomor 5 (sisa pembagian), Latihan sub bab 1.6 nomor 1 (fungsi komposisi), Latihan sub bab 2.6 nomor 1 (matriks), Latihan sub bab 3.6 nomor 4 dan 5 (geometri analitik), Latihan sub bab 4.1 nomor 1 (membaca tabel), Latihan sub bab 4.3 nomor 1 (ukuran penyebaran), dan Latihan sub bab 4.5 nomor 3 (peluang). Untuk setiap soal, tulis dulu apakah P dan Q bernilai tunggal sebelum menghitung. Latihan utama untuk bab ini adalah **Kuis Akhir Bab 5** (20 soal campuran semua bentuk soal khas) di akhir bab.

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa pilihan D tidak mungkin menjadi jawaban bila P dan Q masing-masing bernilai tunggal?
2. Untuk x bilangan real, sebutkan dua nilai x yang membuat hubungan x dan x^2 berbeda. Bagaimana jika batasannya $x > 1$?
3. Jika kamu tahu bahwa $P - Q = (x+1)^2$ untuk setiap bilangan real x, pilihan apa yang benar? Jelaskan alasannya.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 5.1: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-5.1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 5.2 · Kecukupan Data

SNBTPK-5.2

◎ APA YANG DIUJI

Soal kecukupan data memberi satu pertanyaan dan dua pernyataan tambahan, (1) dan (2). Kamu tidak diminta menjawab pertanyaannya. Kamu diminta menilai apakah pernyataan-pernyataan itu **cukup** untuk menjawabnya. Bentuk ini muncul enam kali pada soal asli: UTBK-SNBT 2024 nomor 19 dan 20 (Simulasi 1 nomor 19 dan 20), UTBK-SNBT 2025 nomor 19 dan 20 (Simulasi 2 nomor 19 dan 20), serta UTBK-SNBT 2026 nomor 16 dan 17 (Simulasi 3 nomor 16 dan 17). Hampir semuanya bertingkat sedang sampai sulit, karena yang diuji adalah penalaran, bukan hitungan. Bagian A sudah memberi satu contoh kecil; sub bab ini membahas cara berpikirnya secara lengkap.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menjelaskan arti "cukup" untuk pertanyaan "berapa" dan pertanyaan "apakah";
- menguji pernyataan dengan urutan tetap, (1) saja, (2) saja, lalu gabungan, dan memilih A–E dengan tepat;
- menghindari dua jebakan utama: menghitung terlalu jauh dan menganggap dua persamaan selalu cukup.

≡ PRASYARAT

Satu persamaan, dua kemungkinan. Persamaan $x^2 = 9$ dipenuhi oleh $x = 3$ dan $x = -3$, karena $3^2 = 9$ dan $(-3)^2 = 9$. Jadi persamaan kuadrat bisa memberi dua nilai, bukan satu.

Sistem dua persamaan linear (sub bab 2.4). Pada $x + y = 7$ dan $x - y = 1$, menjumlahkan kedua persamaan menghilangkan y: $2x = 8$, sehingga $x = 4$ dan $y = 3$. Cara ini disebut **eliminasi**.

Jumlah sudut segitiga (sub bab 3.1). Ketiga sudut dalam segitiga berjumlah $180°$. Sudut luar di sebuah titik sudut berpelurus dengan sudut dalamnya, jadi jumlah keduanya $180°$.

Rata-rata gabungan (sub bab 4.2). Rata-rata gabungan dihitung dari **jumlah** seluruh nilai dibagi banyak seluruh data. Contoh: 2 siswa berrata-rata 60 dan 3 siswa berrata-rata 70 memberi rata-rata gabungan $\dfrac{2 \times 60 + 3 \times 70}{5} = \dfrac{330}{5} = 66$, bukan 65.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Bentuk soal dan arti "cukup"

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Soal kecukupan data selalu tersusun atas empat bagian: informasi awal (misalnya "n bilangan bulat"), sebuah **pertanyaan**, dua **pernyataan** bernomor (1) dan (2), dan lima pilihan. Pada soal asli UTBK-SNBT, kelima pilihan itu selalu berurutan sebagai berikut.

Pilihan	Artinya
A	Pernyataan (1) SAJA cukup, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B	Pernyataan (2) SAJA cukup, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C	DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D	Pernyataan (1) SAJA cukup dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E	Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup.

Kata "cukup" memiliki arti yang tepat. Sebuah informasi **cukup** bila informasi itu menghasilkan **satu jawaban pasti** untuk pertanyaan. Artinya berbeda sedikit menurut jenis pertanyaannya (lihat Gambar 5.5).

1. **Pertanyaan "Berapa ...?"** Informasi cukup bila hanya ada **satu nilai** yang mungkin. Bila masih ada dua nilai atau lebih, informasi itu tidak cukup.
2. **Pertanyaan "Apakah ...?"** Jawabannya hanya "ya" atau "tidak". Informasi cukup bila jawabannya **pasti ya** atau **pasti tidak**. Informasi tidak cukup bila ada keadaan yang menjawab "ya" dan keadaan lain yang menjawab "tidak".

Poin kedua sering terlewat. Jawaban "pasti tidak" juga merupakan jawaban pasti. Bila pernyataan (1) menunjukkan bahwa jawabannya selalu "tidak", pernyataan (1) **cukup**.



Gambar 5.5 Arti "cukup" pada dua jenis pertanyaan dan tabel keputusan: hasil uji (1) saja dan (2) saja menentukan pilihan; gabungan diuji hanya bila keduanya tidak cukup.

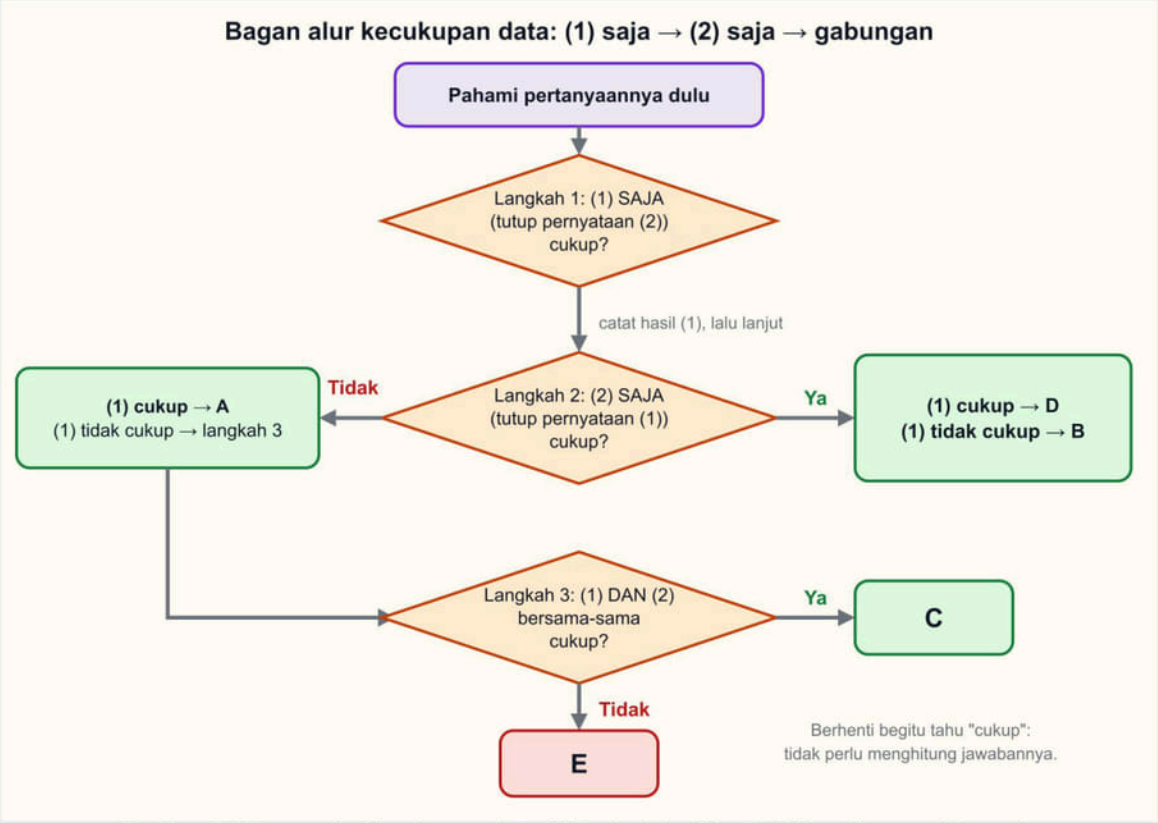
Tabel di bagian bawah Gambar 5.5 menunjukkan cara membaca kelima pilihan. Bila (1) saja cukup dan (2) saja cukup, jawabannya D. Bila hanya (1) yang cukup, jawabannya A. Bila hanya (2) yang cukup, jawabannya B. Bila keduanya, masing-masing, tidak cukup, barulah keduanya digabung: gabungan yang cukup memberi C, gabungan yang tetap tidak cukup memberi E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Urutan uji yang tetap

Agar tidak bingung, ujilah selalu dengan urutan yang sama (lihat Gambar 5.6).

1. **Pahami pertanyaannya.** Apa yang ditanyakan: sebuah nilai, atau ya/tidak? Catat juga batasan di informasi awal, karena batasan itu berlaku untuk kedua pernyataan.
2. **Uji (1) saja.** Tutup pernyataan (2) dengan jari. Pakai hanya informasi awal dan pernyataan (1).
3. **Uji (2) saja.** Tutup pernyataan (1). Lupakan hasil langkah 2; jangan memakai informasi dari (1) sedikit pun.
4. **Uji gabungan** hanya bila (1) saja dan (2) saja sama-sama tidak cukup.



Gambar 5.6 Bagan alur kecukupan data: (1) saja, lalu (2) saja, lalu gabungan bila perlu.

Langkah 3 adalah tempat kesalahan paling sering terjadi. Setelah menguji (1), kepalamu sudah "tahu" sesuatu, dan pengetahuan itu terbawa saat menguji (2). Karena itu, ujilah (2) seolah-olah kamu belum pernah membaca (1).

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Berapakah nilai bilangan bulat n? Pernyataan (1): $3n + 4 = 19$. Pernyataan (2): $n^2 = 25$.

1. Pertanyaannya meminta satu nilai. Batasan awal: n bilangan bulat (boleh negatif).
2. Uji (1) saja: $3n + 4 = 19$ memberi $3n = 15$, lalu $n = 5$. Hanya ada satu nilai, jadi (1) **cukup**.
3. Uji (2) saja, tanpa memakai (1): $n^2 = 25$ dipenuhi oleh $n = 5$ dan $n = -5$, dan keduanya bilangan bulat. Ada dua nilai, jadi (2) **tidak cukup**.
4. Karena (1) cukup dan (2) tidak, gabungan tidak perlu diuji.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Cek ulang langkah 3: $(-5)^2 = 25$. Benar, -5 memenuhi (2).

Jadi jawabannya A. Perhatikan peran batasan: andaikan informasi awal menyebut "n bilangan bulat **positif**", maka $n = -5$ tidak diizinkan, (2) menjadi cukup, dan jawabannya berubah menjadi D.

3. "Cukup" tidak sama dengan "menghitung sampai habis"

Soal kecukupan data menanyakan **apakah** jawabannya dapat ditentukan, bukan **berapa** jawabannya. Kamu boleh berhenti begitu yakin bahwa jawabannya tunggal. Lebih penting lagi, kadang yang ditanyakan dapat ditentukan tanpa mengetahui setiap variabel.

Contoh terselesaikan 2 (dasar). Berapakah nilai $x + y$? Pernyataan (1): $x - y = 2$. Pernyataan (2): $3x + 3y = 21$.

1. Pertanyaan meminta nilai **jumlah** $x + y$, bukan nilai x dan y masing-masing.
2. Uji (1) saja: $x - y = 2$ dipenuhi oleh banyak pasangan, misalnya $x = 3, y = 1$ (jumlahnya 4) dan $x = 5, y = 3$ (jumlahnya 8). Jumlahnya berubah, jadi (1) **tidak cukup**.
3. Uji (2) saja: $3x + 3y = 21$ dapat ditulis $3(x + y) = 21$, sehingga $x + y = 7$. Nilainya tunggal, jadi (2) **cukup**, walaupun x dan y sendiri tidak diketahui.
4. Cek ulang langkah 3 dengan dua pasangan: $x = 2, y = 5$ dan $x = 4, y = 3$ sama-sama memenuhi (2), dan keduanya berjumlah 7.

Jadi jawabannya B. Siswa yang merasa harus menemukan x dan y akan menganggap (2) tidak cukup, lalu menggabungkan keduanya dan memilih C.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Diketahui x bilangan real. Apakah $x > 5$? Pernyataan (1): $x^2 = 9$. Pernyataan (2): $x > 2$.

1. Pertanyaannya berjenis ya/tidak. Informasi cukup bila jawabannya pasti ya atau pasti tidak.
2. Uji (1) saja: $x = 3$ atau $x = -3$. Untuk $x = 3$, apakah $3 > 5$? Tidak. Untuk $x = -3$, apakah $-3 > 5$? Tidak. Kedua kemungkinan menjawab "tidak", jadi jawabannya **pasti tidak**, dan (1) **cukup**.
3. Uji (2) saja: $x = 3$ memenuhi $x > 2$ dan menjawab "tidak"; $x = 6$ juga memenuhi $x > 2$ dan menjawab "ya". Jawabannya berubah, jadi (2) **tidak cukup**.
4. Cek ulang langkah 2: walaupun nilai x tidak tunggal, jawaban pertanyaannya tunggal. Itulah yang diminta.

Jadi jawabannya A. Ini contoh terpenting di sub bab ini: pada pertanyaan "apakah", nilai variabel tidak harus tunggal. Yang harus tunggal adalah **jawaban ya/tidaknya**.

4. Ketika masing-masing pernyataan cukup, atau keduanya harus digabung

Contoh terselesaikan 4 (menengah). Pada segitiga ABC, berapakah besar $\angle C$? Pernyataan (1): $\angle A + \angle B = 110^\circ$. Pernyataan (2): Sudut luar segitiga di titik C besarnya 110°.

1. Pertanyaan meminta satu nilai sudut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Uji (1) saja: jumlah sudut segitiga 180°, jadi $\angle C = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$. Tunggal, jadi (1) **cukup**.
3. Uji (2) saja: sudut luar di C berpelurus dengan $\angle C$, jadi $\angle C = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$. Tunggal, jadi (2) **cukup**.
4. Cek ulang: kedua cara memberi 70°. Hasil yang sama ini wajar, karena sudut luar sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersebelahan dengannya.

Jadi jawabannya D. Siswa yang berhenti setelah menemukan bahwa (1) cukup, lalu langsung memilih A, kehilangan poin. Pernyataan (2) **harus** tetap diuji.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Berapakah luas persegi panjang $ABCD$? Pernyataan (1): Keliling $ABCD$ adalah 20 cm. Pernyataan (2): Panjang diagonal AC adalah $\sqrt{52}$ cm.

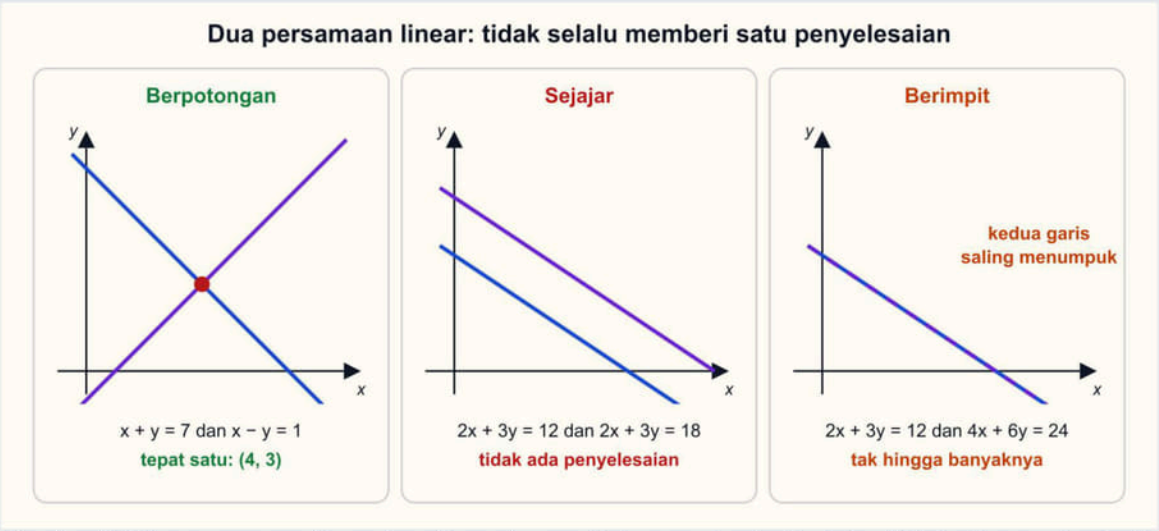
1. Misalkan panjang p dan lebar l. Yang ditanya adalah luas pl.
2. Uji (1) saja: $2(p + l) = 20$, jadi $p + l = 10$. Pasangan $p = 5, l = 5$ memberi luas 25, sedangkan $p = 6, l = 4$ memberi luas 24. Luasnya berubah, jadi (1) **tidak cukup**.
3. Uji (2) saja: menurut teorema Pythagoras, $p^2 + l^2 = 52$. Pasangan $p = 6, l = 4$ memberi luas 24, sedangkan $p = 7, l = \sqrt{3}$ (karena $49 + 3 = 52$) memberi luas $7\sqrt{3} \approx 12{,}1$. Jadi (2) **tidak cukup**.
4. Uji gabungan. Pakai kuadrat jumlah: $(p + l)^2 = p^2 + 2pl + l^2$. Masukkan yang diketahui: $10^2 = 52 + 2pl$, sehingga $2pl = 48$ dan $pl = 24$. Nilainya tunggal, jadi gabungannya **cukup**.
5. Cek ulang bahwa persegi panjang seperti itu memang ada: $p = 6$ dan $l = 4$ memenuhi $p + l = 10$ dan $p^2 + l^2 = 36 + 16 = 52$.

Jadi jawabannya C. Perhatikan langkah 4: luas ditemukan tanpa mencari p dan l. Rumus $(p + l)^2 = p^2 + 2pl + l^2$ menghubungkan langsung jumlah, jumlah kuadrat, dan hasil kali.

5. Jebakan: dua persamaan tidak selalu cukup

Banyak siswa hafal "dua variabel butuh dua persamaan", lalu menyimpulkan bahwa dua persamaan **selalu** cukup. Kesimpulan itu keliru. Setiap persamaan linear dua variabel digambarkan sebagai garis lurus, dan penyelesaian sistem adalah titik potong kedua garis. Gambar 5.7 menunjukkan tiga kemungkinan. Dua garis yang berpotongan memberi tepat satu penyelesaian. Dua garis yang sejajar tidak berpotongan, jadi tidak ada penyelesaian. Dua garis yang **berimpit** (menumpuk) berpotongan di semua titiknya, jadi penyelesaiannya tak hingga banyaknya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 5.7 Dua persamaan linear dapat berpotongan (satu penyelesaian), sejajar (tidak ada penyelesaian), atau berimpit (tak hingga banyaknya penyelesaian).

Dua garis berimpit bila persamaan yang satu adalah **kelipatan** persamaan yang lain. Pada keadaan itu, persamaan kedua tidak menambah informasi baru sama sekali.

Contoh terselesaikan 6 (setara SNBT). Berapakah nilai x? Pernyataan (1): $2x + 3y = 12$. Pernyataan (2): $4x + 6y = 24$.

1. Uji (1) saja: satu persamaan dengan dua variabel. Pasangan $x = 0, y = 4$ dan $x = 3, y = 2$ sama-sama memenuhi, dan nilai x-nya berbeda. Jadi (1) **tidak cukup**.
2. Uji (2) saja: pasangan $x = 0, y = 4$ dan $x = 3, y = 2$ juga memenuhi $4x + 6y = 24$ (periksa: $0 + 24 = 24$ dan $12 + 12 = 24$). Jadi (2) **tidak cukup**.
3. Uji gabungan: persamaan (2) adalah persamaan (1) dikali 2. Kedua garis berimpit, seperti panel kanan Gambar 5.7. Pasangan $x = 0, y = 4$ dan $x = 3, y = 2$ memenuhi keduanya sekaligus, jadi nilai x tetap tidak tunggal.
4. Cek ulang dengan eliminasi: kalikan (1) dengan 2 menjadi $4x + 6y = 24$, lalu kurangkan dari (2). Hasilnya $0 = 0$. Persamaan ini selalu benar dan tidak memberi informasi apa pun tentang x.

Jadi jawabannya E. Siswa yang hanya menghitung banyaknya persamaan akan memilih C. Sebelum menyimpulkan dua persamaan cukup, periksa apakah yang satu kelipatan yang lain.

6. Menyederhanakan pertanyaan sebelum menguji

Banyak pertanyaan kecukupan data menjadi lebih mudah setelah ditulis ulang dalam bentuk yang **setara**. Dua pertanyaan disebut setara bila jawabannya selalu sama: keduanya "ya" bersama-sama dan "tidak" bersama-sama. Beberapa contoh bentuk setara yang sering berguna:

Pertanyaan asli	Bentuk setara	Alasan
Apakah $m + n$ genap?	Apakah m dan n sama-sama genap atau sama-sama ganjil?	genap + genap dan ganjil + ganjil hasilnya genap; genap + ganjil hasilnya ganjil (sub bab 1.1)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Apakah $ab > 0$?	Apakah a dan b bertanda sama dan keduanya bukan nol?	aturan tanda perkalian (sub bab 0.1)
Apakah segitiga ABC siku-siku di B?	Apakah $AB^2 + BC^2 = AC^2$?	teorema Pythagoras dan kebalikannya (sub bab 3.2)
Berapakah luas persegi panjang?	Berapakah nilai pl?	luas = panjang × lebar

Setelah pertanyaan disederhanakan, setiap pernyataan diperiksa terhadap bentuk barunya. Misalnya, untuk pertanyaan "Apakah $ab > 0$?" dengan pernyataan "$a > 0$ dan $a + b < 0$": dari $a + b < 0$ diperoleh $b < -a$, dan karena a positif, $-a$ negatif, sehingga b pasti negatif. Jadi a positif dan b negatif, tandanya berbeda, dan ab pasti negatif. Jawaban pertanyaannya **pasti tidak**, sehingga pernyataan itu cukup. Bandingkan dengan pernyataan "$a + b > 0$": pasangan $a = 1, b = 2$ memberi $ab = 2 > 0$, tetapi pasangan $a = 3, b = -1$ memberi $ab = -3 < 0$. Jawabannya berubah, sehingga pernyataan itu tidak cukup.

Kebiasaan menyederhanakan pertanyaan juga membantumu menemukan dua contoh untuk "tidak cukup". Bentuk setara biasanya menunjukkan bagian mana yang masih bebas, misalnya tanda b atau genap-ganjilnya n.

7. Kecukupan data pada statistika

Contoh terselesaikan 7 (setara SNBT). Sebuah kelas terdiri atas siswa putra dan putri. Berapakah rata-rata nilai ulangan seluruh kelas? Pernyataan (1): Rata-rata nilai siswa putra 70 dan rata-rata nilai siswa putri 80. Pernyataan (2): Banyak siswa putra 12 orang dan banyak siswa putri 18 orang.

1. Rata-rata seluruh kelas $= \dfrac{\text{jumlah nilai seluruh siswa}}{\text{banyak seluruh siswa}}$. Jadi yang dibutuhkan adalah jumlah nilai dan banyak siswa.
2. Uji (1) saja: banyak siswa tidak diketahui. Bila putra 1 orang dan putri 1 orang, rata-ratanya $\dfrac{70 + 80}{2} = 75$. Bila putra 1 orang dan putri 3 orang, rata-ratanya $\dfrac{70 + 240}{4} = 77{,}5$. Jadi (1) **tidak cukup**.
3. Uji (2) saja: tidak ada keterangan nilai sama sekali. Jadi (2) **tidak cukup**.
4. Uji gabungan: jumlah nilai putra $= 12 \times 70 = 840$ dan jumlah nilai putri $= 18 \times 80 = 1.440$. Rata-rata kelas $= \dfrac{840 + 1.440}{30} = \dfrac{2.280}{30} = 76$. Tunggal, jadi gabungannya **cukup**.
5. Cek ulang dengan taksiran: rata-rata kelas harus di antara 70 dan 80, dan lebih dekat ke 80 karena siswa putri lebih banyak. Nilai 76 sesuai.

Jadi jawabannya C. Andaikan pernyataan (1) ditambah keterangan "banyak siswa putra sama dengan banyak siswa putri", maka (1) saja sudah memberi rata-rata 75 (cek:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\frac{70n + 80n}{2n} = 75$ untuk n berapa pun), dan jawabannya berubah menjadi A.

Ringkasan

- "Cukup" berarti jawabannya tunggal: satu nilai untuk pertanyaan "berapa", pasti ya atau pasti tidak untuk pertanyaan "apakah".
- Urutan uji: (1) saja → (2) saja → gabungan (hanya bila keduanya tidak cukup). Saat menguji satu pernyataan, tutup pernyataan yang lain.
- Pilihan: hanya (1) → A; hanya (2) → B; gabungan → C; masing-masing → D; tidak cukup sama sekali → E.
- Yang harus tunggal adalah jawaban pertanyaannya, bukan setiap variabel.
- Dua persamaan yang saling berkelipatan tidak memberi penyelesaian tunggal.
- Batasan di informasi awal berlaku untuk kedua pernyataan.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Tulis pertanyaan dalam bentuk yang dibutuhkan.** Misalnya "luas persegi panjang" menjadi "nilai pl", atau "apakah $m + n$ genap" menjadi "apakah m dan n sama-sama genap atau sama-sama ganjil".
2. **Tutup pernyataan yang tidak sedang diuji.** Secara harfiah, tutup dengan jari atau kertas.
3. **Cari dua contoh untuk "tidak cukup".** Dua keadaan yang memenuhi pernyataan tetapi memberi jawaban berbeda adalah bukti terkuat.
4. **Berhenti begitu tahu.** Bila jawaban sudah pasti tunggal, tidak perlu menghitung nilainya sampai habis.
5. **Catat hasil dengan simbol.** Tulis "(1) ✓, (2) ✗" di kertas buram, lalu cocokkan dengan Gambar 5.5.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Membawa informasi (1) saat menguji (2)	$n^2 = 25$ dianggap cukup karena dari (1) sudah tahu $n = 5$	uji (2) sendirian: $n = \pm 5$, tidak cukup
Mengira "pasti tidak" berarti tidak cukup	$x^2 = 9$ dianggap tidak cukup untuk "apakah $x > 5$?"	jawabannya pasti tidak, jadi cukup
Memaksa mencari setiap variabel	$3x + 3y = 21$ dianggap tidak cukup untuk $x + y$	$x + y = 7$ tunggal, cukup
Dua persamaan dianggap selalu cukup	$2x + 3y = 12$ dan $4x + 6y = 24$ → C	berimpit, jawabannya E

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berhenti setelah (1) cukup	(1) cukup, langsung pilih A	uji (2) juga; bila cukup, jawabannya D

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 19 menanyakan apakah hasil kali dua nilai fungsi positif. Langkah awalnya: hitung $f(1)$ dan $g(1)$ dalam bentuk a dan b, lalu perhatikan bahwa tanda hasil kalinya hanya ditentukan oleh tanda dua faktor. Setelah itu, uji setiap pernyataan sendirian: apakah tanda kedua faktor menjadi pasti? Ingat Contoh terselesaikan 3: jawaban "pasti tidak" juga berarti cukup.

Rujukan: soal nomor 19 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 20 menanyakan apakah sebuah garis memotong segitiga. Perhatikan bahwa garis $y = mx + 1$ selalu melalui titik $(0, 1)$, berapa pun nilai m. Gambarlah segitiganya dan ingat bahwa c hanya dibatasi $c \neq 0$, jadi titik M bisa di atas atau di bawah sumbu x. Untuk setiap pernyataan, coba beberapa nilai m (dan c) yang diizinkan, lalu lihat apakah jawabannya selalu sama.

Rujukan: soal nomor 20 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 19 berbicara tentang genap-ganjilnya suku jauh barisan aritmetika dengan beda ganjil. Pakai penalaran sub bab 2.7: dengan beda ganjil, sifat genap-ganjil berganti di setiap suku. Lalu tanyakan untuk setiap pernyataan: apakah pernyataan itu benar-benar membatasi barisan, atau justru berlaku untuk **setiap** barisan dengan beda -3? Pernyataan yang selalu berlaku tidak menambah informasi.

Rujukan: soal nomor 19 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 20 menanyakan apakah dua fungsi kuadrat mempunyai nilai yang sama di suatu bilangan real. Ubah $f(r) = g(r)$ menjadi persamaan kuadrat dalam r, lalu ingat syarat persamaan kuadrat mempunyai akar real: diskriminannya tidak negatif (sub bab 2.2). Setelah itu, uji setiap pernyataan dengan mengingat bahwa b dan d adalah bilangan asli.

Rujukan: soal nomor 20 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 16 dan 17 membandingkan a, $\sqrt[3]{a}$, a^3 (dan pada nomor 17 juga a^2) untuk a negatif. Gagasan Gambar 5.2 berlaku di sini, tetapi untuk bilangan negatif: pisahkan keadaan $-1 < a < 0$ dan $a < -1$, lalu uji satu nilai di setiap keadaan, misalnya $a = -\frac{1}{8}$ dan $a = -8$ (keduanya mudah diakarpangkattigakan). Mulailah juga dari tanda setiap bilangan. Kemudian periksa apakah selang pada pernyataan (1) dan (2) seluruhnya berada di satu keadaan atau melewati keduanya.

Rujukan: soal nomor 16 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Rujukan: soal nomor 17 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal pertama memakai segitiga. Perhatikan bahwa kedua pernyataan menuju ke satu sudut yang sama dengan dua cara berbeda, seperti Contoh terselesaikan 4.

►. Pada segitiga ABC, panjang $AB = 8$ cm dan $BC = 15$ cm.

Apakah segitiga ABC siku-siku?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Luas segitiga ABC adalah 60 cm².
(2) Besar $\angle B$ sama dengan jumlah besar $\angle A$ dan $\angle C$.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Pembahasan **Kunci: D**

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) memastikan segitiga ABC siku-siku atau tidak.

Konsep 1 – Luas segitiga dan tinggi. Bila BC dipakai sebagai alas, tinggi adalah jarak tegak lurus titik A ke garis BC. Tinggi itu tidak mungkin lebih panjang dari AB (sisi miring lebih panjang dari sisi tegak). Tinggi sama dengan AB hanya bila $AB \perp BC$, yaitu $\angle B = 90^\circ$.

Contoh kecil: sisi 3 dan 4 mengapit sudut siku-siku memberi luas $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$; bila sudutnya bukan siku-siku, luasnya kurang dari 6.

Konsep 2 – Jumlah sudut segitiga $= 180^\circ$.

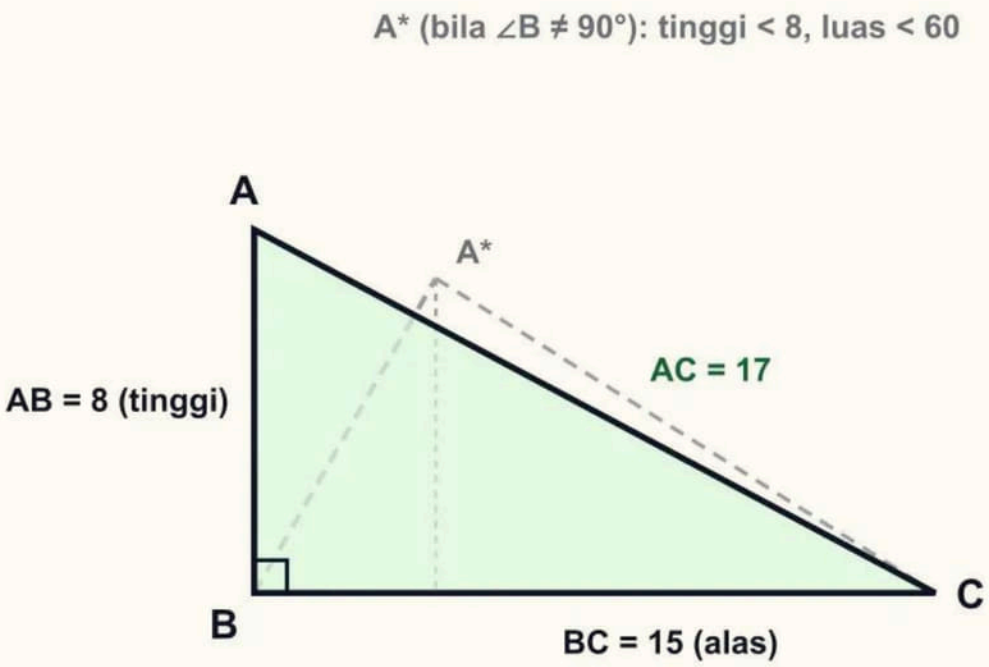
Konsep 3 – Kecukupan data. Cukup berarti jawabannya pasti, untuk semua segitiga yang memenuhi.

Langkah penyelesaian:

1. **Uji pernyataan (1): luas 60 cm².** Dengan alas $BC = 15$: $\frac{1}{2} \times 15 \times t = 60$, sehingga tinggi $t = 8$. Tinggi t sama dengan $AB = 8$, padahal tinggi hanya dapat sama dengan AB bila AB tegak lurus BC. Jadi $\angle B = 90^\circ$ pasti → **cukup** (jawabannya "ya").

(Cara lain dengan trigonometri: luas $= \frac{1}{2} \times 8 \times 15 \times \sin B = 60 \sin B = 60$, sehingga $\sin B = 1$ dan $\angle B = 90^\circ$.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



2. **Uji pernyataan (2):** $\angle B = \angle A + \angle C$**.** Dari $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$: $\angle B + \angle B = 180^\circ$, jadi $\angle B = 90^\circ$ pasti → **cukup** (jawabannya "ya").
3. Masing-masing pernyataan cukup.

Cek ulang: bila $\angle B = 90^\circ$, sisi miring $AC = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ dan luasnya $\frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$, cocok dengan pernyataan (1) ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** mengira (2) tidak cukup karena besar setiap sudut tidak diketahui; padahal jumlah sudut 180° sudah memastikan $\angle B = 90^\circ$.

• B ✗ **Jebakan:** mengira (1) tidak cukup karena panjang AC tidak diketahui, sehingga tidak dapat memakai teorema Pythagoras.

• C ✗ tidak perlu digabung; masing-masing sudah cukup.

• D ✓ masing-masing cukup.

• E ✗ **Jebakan:** merasa harus mengetahui ketiga sisi untuk memakai kebalikan teorema Pythagoras.

Jawaban: D.

Soal kedua memakai barisan geometri dan pertanyaan berjenis ya/tidak. Perhatikan bagaimana jawaban "pasti tidak" diperlakukan sebagai informasi yang cukup.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Barisan geometri $u_1, u_2, u_3, \ldots$ mempunyai suku-suku bernilai positif.

Apakah $u_6 > 100$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $u_2 = 6$ dan $u_4 = 24$
(2) $u_3 + u_5 = 60$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Pembahasan **Kunci: A**

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu jawaban "apakah $u_6 > 100$".

Konsep 1 – Barisan geometri. Setiap suku diperoleh dengan mengalikan suku sebelumnya dengan rasio r: $u_n = u_1 r^{n-1}$. Akibatnya $u_{n+2} = u_n \times r^2$.
Contoh kecil: $2, 6, 18, 54$ mempunyai $r = 3$, dan $u_3 = u_1 \times 3^2 = 18$.
Konsep 2 – Kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya selalu sama (selalu "ya" atau selalu "tidak"). Jawaban yang pasti "tidak" juga berarti cukup.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1).** $u_4 = u_2 \times r^2$, jadi $24 = 6r^2$ dan $r^2 = 4$. Suku-sukunya positif, sehingga $r = 2$ (bukan -2).
Maka $u_6 = u_4 \times r^2 = 24 \times 4 = 96$. Karena $96 < 100$, jawabannya pasti "tidak" → **cukup**.
2. **Uji pernyataan (2).** $u_5 = u_3 r^2$, jadi $u_3(1 + r^2) = 60$. Ada banyak kemungkinan:
• $r = 2$: $u_3 \times 5 = 60$, $u_3 = 12$, $u_6 = u_3 r^3 = 12 \times 8 = 96$ → "tidak".
• $r = 3$: $u_3 \times 10 = 60$, $u_3 = 6$, $u_6 = 6 \times 27 = 162$ → "ya".
Jawabannya bisa "ya" atau "tidak" → **tidak cukup**.
3. Jadi pernyataan (1) saja cukup, sedangkan (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: dari (1): $u_1 = \dfrac{u_2}{r} = 3$; barisannya $3, 6, 12, 24, 48, 96$ ✓ (suku ke-6 $= 96$).

Analisis tiap opsi:
• A ✓ (1) saja cukup; (2) saja tidak cukup.
• B ✗ **Jebakan:** mengira jumlah dua suku pada (2) sudah menentukan rasio; padahal satu persamaan dengan dua bilangan yang tidak diketahui (u_3 dan r) mempunyai banyak penyelesaian.
• C ✗ **Jebakan:** menganggap (1) tidak cukup karena r bisa -2; syarat suku positif menghapus kemungkinan itu (dan dengan $r = -2$ pun $u_6 = -96$, tetap tidak lebih dari 100).
• D ✗ **Jebakan:** hanya mencoba $r = 2$ pada (2), sehingga mengira (2) juga selalu memberi 96.
• E ✗ **Jebakan:** mengira "cukup" hanya bila jawabannya "ya"; jawaban yang pasti "tidak" juga

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

cukup.

Jawaban: A.

✎ LATIHAN

Soal latihan bentuk kecukupan data tersebar di sub bab lain menurut materinya. Kerjakan kembali soal-soal berikut dengan urutan uji (1) saja → (2) saja → gabungan: Latihan sub bab 1.1 nomor 5 (genap dan ganjil), Latihan sub bab 2.2 nomor 4 (persamaan kuadrat), Latihan sub bab 2.3 nomor 2 (fungsi kuadrat), Latihan sub bab 3.4 nomor 3 (lingkaran), Latihan sub bab 3.6 nomor 6 (garis dan ruas garis), Latihan sub bab 4.2 nomor 5 (ukuran pemusatan), dan Latihan sub bab 4.5 nomor 4 (peluang). Untuk setiap soal, catat hasil uji dengan simbol ✓ dan ✗ sebelum memilih jawaban. Latihan utama untuk bab ini adalah **Kuis Akhir Bab 5** (20 soal campuran semua bentuk soal khas) di akhir bab.

✔ PERIKSA DIRI

1. Apa perbedaan arti "cukup" pada pertanyaan "Berapakah ...?" dan pertanyaan "Apakah ...?"
2. Mengapa pernyataan gabungan hanya diuji bila pernyataan (1) saja dan pernyataan (2) saja tidak cukup?
3. Berikan satu contoh dua persamaan linear yang tidak cukup untuk menentukan nilai x, lalu jelaskan alasannya dengan gambar garis.

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 5.2: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-5.2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 5.3 · Soal Pernyataan: (1)–(4), Banyaknya Pernyataan Benar, dan Benar/Salah

SNBTPK-5.3

◎ APA YANG DIUJI

Tiga bentuk soal PK memakai beberapa pernyataan bernomor yang harus kamu nilai satu per satu. Bentuk pertama meminta gabungan pernyataan yang benar dengan pola pilihan tetap, seperti soal asli UTBK-SNBT 2024 nomor 7–10 (Simulasi 1 nomor 7–10), UTBK-SNBT 2025 nomor 12–14 (Simulasi 2 nomor 12–14), dan UTBK-SNBT 2026 nomor 9, 10, dan 12 (Simulasi 3 nomor 9, 10, dan 12). Bentuk kedua menanyakan **banyaknya** pernyataan yang benar, seperti soal 2024 nomor 11–14 (Simulasi 1 nomor 11–14). Bentuk ketiga meminta tanda Benar atau Salah pada setiap pernyataan, seperti soal 2024 nomor 15–18 (Simulasi 1 nomor 15–18). Bersama-sama, ketiganya adalah kelompok bentuk soal terbanyak setelah pilihan ganda biasa. Materinya datang dari semua bab: sistem persamaan, barisan, statistika, trigonometri, bangun ruang, dan fungsi.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- menguji setiap pernyataan secara terpisah dan menentukan apakah cukup satu contoh atau perlu alasan umum;
- mencatat hasil uji di tabel uji pernyataan dan mencocokkannya dengan pola pilihan A–E;
- memakai pola pilihan untuk menggugurkan jawaban, dan mengenali soal yang pertanyaannya dibalik ("yang TIDAK MUNGKIN").

≡ PRASYARAT

Pernyataan matematika adalah kalimat yang bernilai benar atau salah, tidak keduanya. "7 bilangan prima" adalah pernyataan yang benar; "9 bilangan prima" adalah pernyataan yang salah, karena $9 = 3 \times 3$. Kalimat "$x + 2 = 5$" belum bernilai benar atau salah sebelum x diketahui.

Genap dan ganjil (sub bab 1.1). Bilangan genap dapat ditulis $2k$ dan bilangan ganjil $2k + 1$ untuk suatu bilangan bulat k. Akibatnya, genap ditambah 1 selalu ganjil, dan di antara dua bilangan bulat berurutan, tepat satu yang genap.

Bentuk kuadrat (sub bab 2.2 dan 2.3). Bentuk $x^2 - 4x + 3$ dapat ditulis $(x - 2)^2 - 1$ (melengkapkan kuadrat) atau $(x - 1)(x - 3)$ (pemfaktoran). Cek ulang bentuk pertama: $(x - 2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3$.

Ukuran data (sub bab 4.2). Rata-rata = jumlah data dibagi banyak data; median = data tengah setelah diurutkan; modus = data yang paling sering muncul; jangkauan = data

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

terbesar dikurangi data terkecil.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Tiga bentuk, satu cara kerja

Ketiga bentuk soal ini tampak berbeda, tetapi pekerjaan intinya sama: **menilai setiap pernyataan, satu per satu, secara terpisah**. Perbedaannya hanya pada cara jawaban ditulis.

1. **Pernyataan (1)–(4).** Ada empat pernyataan dan lima pilihan. Pada soal asli, pilihannya hampir selalu berpola: A = (1), (2), dan (3) saja; B = (1) dan (3) saja; C = (2) dan (4) saja; D = (4) saja; E = semua benar. Pola ini membantu menggugurkan pilihan, tetapi **tidak selalu tetap**. Soal 2026 nomor 12, misalnya, memakai pilihan E yang berbeda. Jadi selalu baca kelima pilihan sebelum memakai pola.
2. **Banyaknya pernyataan benar.** Pilihannya bilangan 0 sampai 4. Tidak ada pola yang bisa dipakai untuk menggugurkan, sehingga keempat pernyataan harus diuji semuanya. Satu kesalahan uji langsung menggeser jawaban.
3. **Benar/Salah.** Biasanya ada tiga pernyataan. Setiap pernyataan diberi tanda sendiri, dan setiap tanda harus tepat.

Ada satu variasi penting: **pertanyaan yang dibalik**. Soal kadang meminta "nilai yang TIDAK MUNGKIN" atau "langkah yang harus diganti". Pada soal seperti itu, sebuah pernyataan "dipilih" bila memenuhi permintaan soal, bukan bila kalimatnya benar. Kata yang dicetak kapital, seperti TIDAK, SAJA, dan SEMUA, adalah tanda bahwa kamu harus membaca lebih pelan.

2. Menguji satu pernyataan: berapa contoh yang dibutuhkan?

Pernyataan dalam soal PK umumnya termasuk salah satu dari empat jenis berikut. Setiap jenis punya cara uji sendiri (lihat Gambar 5.8).

1. **Pernyataan tentang nilai tertentu**, misalnya "$a_7 = 100$" atau "volume kubus $64\ \text{cm}^3$". Cara uji: hitung, lalu bandingkan.
2. **Pernyataan "selalu" atau "untuk setiap"**, misalnya "$n^2 + n$ selalu genap". Untuk menyatakan SALAH, cukup **satu contoh penyangkal**, yaitu satu nilai yang diizinkan tetapi membuat pernyataan itu salah. Untuk menyatakan BENAR, contoh sebanyak apa pun belum cukup; kamu perlu **alasan umum** yang berlaku untuk semua nilai.
3. **Pernyataan "ada" atau "mungkin"**, misalnya "ada bilangan real x dengan $f(x) = -2$". Untuk menyatakan BENAR, cukup satu contoh yang memenuhi. Untuk menyatakan SALAH, kamu perlu alasan umum bahwa tidak ada satu nilai pun yang memenuhi.
4. **Pernyataan "jika ..., maka ..."**, misalnya "jika $k = -3$, maka $c = -1$". Anggap bagian "jika" terpenuhi, lalu periksa apakah bagian "maka" ikut terpenuhi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berapa contoh yang dibutuhkan untuk memutuskan sebuah pernyataan?

	Untuk menyatakan BENAR	Untuk menyatakan SALAH
Pernyataan "SELALU" / "untuk setiap"	**perlu ALASAN UMUM** yang berlaku untuk semua nilai (contoh banyak pun belum cukup)	**cukup SATU contoh penyangkal** contoh: "$n^2 > n$ untuk setiap n bulat positif" salah: $n = 1$ memberi $1^2 = 1$
Pernyataan "ADA" / "mungkin"	**cukup SATU contoh yang memenuhi** contoh: "ada bilangan prima genap" benar, karena 2 prima dan genap	**perlu ALASAN UMUM** bahwa TIDAK ADA satu nilai pun yang memenuhi

Kotak hijau: cukup satu contoh. Kotak jingga: perlu alasan yang berlaku umum.

Gambar 5.8 Kapan cukup satu contoh dan kapan perlu alasan umum, untuk pernyataan "selalu" dan pernyataan "ada".

Mengapa satu contoh penyangkal cukup? Kata "selalu" menjanjikan bahwa tidak ada pengecualian. Satu pengecualian saja sudah mematahkan janji itu. Sebaliknya, mengapa banyak contoh belum cukup untuk "selalu"? Karena contoh berikutnya yang belum dicoba bisa saja menjadi pengecualian. Pernyataan "$n^2 - n + 41$ selalu bilangan prima untuk n bulat positif", misalnya, benar untuk $n = 1, 2, 3, \ldots, 40$, tetapi salah untuk $n = 41$, karena $41^2 - 41 + 41 = 41^2 = 41 \times 41$.

Contoh penyangkal yang baik biasanya ditemukan pada **nilai "aneh"**, seperti pada sub bab 5.1: nilai terkecil yang diizinkan ($n = 1$), nol, pecahan antara 0 dan 1, dan bilangan negatif.

3. Tabel uji pernyataan

Agar hasil uji tidak tercampur, catatlah dalam **tabel uji pernyataan** (lihat Gambar 5.9). Tabel ini memuat lima kolom: nomor, isi pernyataan, jenis pernyataan, uji atau alasan singkat, dan tanda B (benar) atau S (salah). Setelah tabel terisi, barulah hasilnya dicocokkan dengan pilihan. Gambar 5.9 sudah diisi dengan hasil Contoh terselesaikan 1 di bawah ini, jadi kamu dapat membandingkan setiap langkah contoh dengan baris tabelnya.

Tabel uji pernyataan (diisi untuk Contoh terselesaikan 1)

No	Pernyataan (n bulat positif)	Jenis	Uji / alasan	B/S
(1)	$n^2 + n$ selalu genap	selalu	$n^2 + n = n(n + 1)$: dua bilangan berurutan, salah satunya genap	B
(2)	$n^2 + 1$ selalu ganjil	selalu	penyangkal $n = 1$: $1 + 1 = 2$ (genap)	S
(3)	$2n + 1$ selalu ganjil	selalu	$2n$ genap, genap + 1 = ganjil (berlaku untuk semua n)	B
(4)	$n^2 > n$ untuk setiap n	selalu	penyangkal $n = 1$: $1^2 = 1$, tidak lebih	S

Hasil: (1) B, (2) S, (3) B, (4) S → cocok dengan pilihan "(1) dan (3) SAJA"

Gambar 5.9 Tabel uji pernyataan untuk Contoh terselesaikan 1: setiap pernyataan diberi jenis, alasan, dan tanda B atau S.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Diketahui n bilangan bulat positif. Manakah pernyataan berikut yang benar? (1) $n^2 + n$ selalu genap. (2) $n^2 + 1$ selalu ganjil. (3) $2n + 1$ selalu ganjil. (4) $n^2 > n$ untuk setiap n. Pilihannya berpola A = (1), (2), (3) saja; B = (1) dan (3) saja; C = (2) dan (4) saja; D = (4) saja; E = semua.

1. Uji (1). Pernyataan "selalu", jadi untuk BENAR perlu alasan umum. Faktorkan: $n^2 + n = n(n + 1)$. Bilangan n dan $n + 1$ berurutan, sehingga salah satunya genap, dan hasil kali dengan bilangan genap selalu genap. Jadi (1) **benar**.
2. Uji (2). Cari contoh penyangkal di nilai terkecil: $n = 1$ memberi $1^2 + 1 = 2$, yang genap. Satu penyangkal cukup, jadi (2) **salah**.
3. Uji (3). Alasan umum: $2n$ selalu genap karena merupakan kelipatan 2, dan genap ditambah 1 selalu ganjil. Jadi (3) **benar**.
4. Uji (4). Coba nilai terkecil: $n = 1$ memberi $1^2 = 1$, yang tidak lebih dari 1. Penyangkal ditemukan, jadi (4) **salah**.
5. Hasil uji: (1) B, (2) S, (3) B, (4) S. Hasil ini cocok dengan tepat satu pola, yaitu pilihan B. Cek ulang (2): untuk $n = 2$ hasilnya 5 (ganjil), tetapi itu tidak menolong, karena satu penyangkal $n = 1$ sudah cukup membuat kata "selalu" salah.

Jadi jawabannya B, yaitu (1) dan (3) saja. Seluruh hasil uji ini tercatat di tabel Gambar 5.9.

4. Pola pilihan A–E dan cara menggugurkan

Gambar 5.10 menunjukkan pola lima pilihan dalam bentuk tabel. Dari tabel itu terlihat beberapa sifat yang bisa dipakai.

1. Pernyataan (1) termuat di A, B, dan E, tetapi tidak di C dan D. Jadi bila (1) salah, jawabannya pasti C atau D, dan pernyataan (2) menentukan pilihannya.
2. Pernyataan (4) termuat di C, D, dan E, tetapi tidak di A dan B. Jadi bila (4) salah, jawabannya pasti A atau B, dan pernyataan (2) kembali menentukan.
3. Tidak semua gabungan hasil uji ada di pilihan. Gabungan seperti "(1) B, (2) S, (3) S, (4) B" tidak cocok dengan pola mana pun. Bila hasil ujimu seperti itu, **pasti ada uji yang keliru**. Ulangi uji dari awal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Gambar 5.10 Pola lima pilihan soal pernyataan (1)–(4) dan cara menggugurkannya; titik hijau menandai pernyataan yang benar menurut pilihan itu.

Sifat ketiga adalah alat cek ulang yang sangat berguna. Menggugurkan pilihan memang menghemat waktu, tetapi bila waktumu cukup, ujilah keempat pernyataan dan pastikan hasilnya cocok dengan tepat satu pola.

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Data nilai lima siswa adalah $2, 4, 4, 5, 10$. Manakah pernyataan berikut yang benar? (1) Rata-rata sama dengan median. (2) Jika data 10 diganti 20, rata-rata naik 2. (3) Modus lebih dari median. (4) Jika ditambah satu data bernilai 5, rata-rata tidak berubah. Pilihannya berpola sama dengan Contoh terselesaikan 1.

1. Hitung ukuran data sekali saja. Jumlah data $= 2 + 4 + 4 + 5 + 10 = 25$, jadi rata-rata $= \dfrac{25}{5} = 5$. Data sudah urut, data ke-3 adalah 4, jadi median $= 4$. Bilangan 4 muncul dua kali, jadi modus $= 4$.
2. Uji (1): rata-rata 5 dan median 4 tidak sama. Pernyataan (1) **salah**. Menurut Gambar 5.10, jawabannya tinggal C atau D.
3. Uji (2): jumlah data baru $= 25 - 10 + 20 = 35$, rata-rata baru $= \dfrac{35}{5} = 7$, naik $7 - 5 = 2$. Pernyataan (2) **benar**, jadi pilihan yang tersisa adalah C.
4. Cek ulang dengan menguji sisanya. (3): modus 4 dan median 4 sama, tidak ada yang lebih, jadi (3) **salah**. (4): rata-rata baru $= \dfrac{25 + 5}{6} = \dfrac{30}{6} = 5$, tidak berubah, jadi (4) **benar**.
5. Hasil lengkap (1) S, (2) B, (3) S, (4) B cocok dengan pola C. Uji cepat dan uji lengkap memberi jawaban yang sama.

Jadi jawabannya C, yaitu (2) dan (4) saja. Perhatikan pernyataan (4): menambah data yang nilainya **sama dengan rata-rata** tidak mengubah rata-rata. Siswa yang mengira setiap tambahan data pasti mengubah rata-rata akan menandai (4) salah.

5. Banyaknya pernyataan benar: tidak ada jalan pintas

Pada bentuk "berapakah banyaknya pernyataan yang benar", pola menggugurkan tidak

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

berlaku. Pilihan 0 sampai 4 hanya bisa ditentukan setelah keempat pernyataan diuji. Akibatnya, ketelitian setiap uji sangat menentukan. Tulislah tanda B atau S di samping setiap nomor, lalu hitung tandanya di akhir.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Diketahui $f(x) = x^2 - 4x + 3$ untuk setiap bilangan real x. Berapakah banyaknya pernyataan berikut yang benar? (1) $f(1) = 0$. (2) $f(x) \geq -1$ untuk setiap bilangan real x. (3) Ada bilangan real x dengan $f(x) = -2$. (4) $f(x) < 0$ untuk setiap x dengan $1 < x < 3$.

1. Uji (1), pernyataan nilai tertentu: $f(1) = 1 - 4 + 3 = 0$. Pernyataan (1) **benar**.
2. Uji (2), pernyataan "untuk setiap": tulis $f(x) = (x - 2)^2 - 1$. Kuadrat tidak pernah negatif, jadi $(x - 2)^2 - 1 \geq 0 - 1 = -1$ untuk semua x. Pernyataan (2) **benar**.
3. Uji (3), pernyataan "ada": dari langkah 2, nilai $f(x)$ tidak pernah kurang dari -1. Karena $-2 < -1$, tidak ada satu x pun dengan $f(x) = -2$. Ini alasan umum, jadi (3) **salah**.
4. Uji (4), pernyataan "untuk setiap": tulis $f(x) = (x - 1)(x - 3)$. Untuk $1 < x < 3$, faktor $x - 1$ positif dan faktor $x - 3$ negatif, sehingga hasil kalinya negatif. Pernyataan (4) **benar**.
5. Hitung tanda B: (1), (2), dan (4). Banyaknya 3. Cek ulang (4) dengan satu nilai: $f(2) = 4 - 8 + 3 = -1 < 0$. Cocok.

Jadi banyaknya pernyataan benar adalah 3. Jebakannya ada di (3): siswa yang mencoba $x = 2$, mendapat $f(2) = -1$, lalu mengira "-2 tinggal sedikit lagi", mungkin menebak (3) benar. Pernyataan "ada" yang salah hanya bisa diputuskan dengan alasan umum, di sini nilai terkecil fungsi.

6. Benar/Salah: setiap pernyataan berdiri sendiri

Pada bentuk Benar/Salah, setiap pernyataan dinilai tanpa memandang pernyataan lain. Dua pernyataan pertama yang benar tidak membuat pernyataan ketiga ikut benar. Sering kali satu pernyataan terakhir sengaja dibuat "terasa benar" padahal salah.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Sebuah kubus mempunyai panjang rusuk 4 cm. Tentukan Benar atau Salah setiap pernyataan berikut. (1) Volume kubus $64\ \text{cm}^3$. (2) Panjang diagonal ruang kubus $4\sqrt{3}$ cm. (3) Jika panjang rusuk dijadikan dua kali semula, volumenya menjadi dua kali semula.

1. Uji (1): volume kubus $= s^3 = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64\ \text{cm}^3$. Pernyataan (1) **benar**.
2. Uji (2): diagonal sisi (diagonal persegi alas) $= \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ cm. Diagonal ruang adalah sisi miring segitiga siku-siku dengan sisi tegak rusuk 4 dan diagonal sisi $4\sqrt{2}$, jadi panjangnya $\sqrt{4^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{16 + 32} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ cm. Pernyataan (2) **benar**.
3. Uji (3): rusuk baru 8 cm, volume baru $= 8^3 = 512\ \text{cm}^3$. Perbandingannya $\dfrac{512}{64} = 8$, jadi volumenya menjadi **delapan** kali, bukan dua kali. Pernyataan (3) **salah**.
4. Cek ulang (3) dengan alasan umum: bila rusuk dikali 2, volume dikali $2 \times 2 \times 2 = 8$,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

karena ketiga ukuran (panjang, lebar, tinggi) masing-masing dikali 2.

Jadi jawabannya Benar, Benar, Salah. Pernyataan (3) memasang jebakan "berbanding lurus": volume tidak sebanding dengan rusuk, melainkan dengan pangkat tiga rusuk.

7. Pertanyaan yang dibalik

Bila soal meminta "yang TIDAK MUNGKIN", "yang SALAH", atau "yang harus diganti", sebuah pernyataan dipilih bila **memenuhi permintaan itu**. Cara teraman adalah menulis ulang permintaan soal di atas tabel uji, misalnya "pilih panjang yang tidak mungkin", lalu memberi tanda "dipilih" atau "tidak dipilih" pada setiap pernyataan.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Dua sisi sebuah segitiga panjangnya 4 cm dan 7 cm. Di antara pilihan berikut, panjang sisi ketiga yang TIDAK MUNGKIN adalah: (1) 2 cm; (2) 3 cm; (3) 11 cm; (4) 6 cm. Pilihannya berpola sama dengan Contoh terselesaikan 1.

1. Pakai **ketaksamaan segitiga**: jumlah panjang dua sisi mana pun harus **lebih dari** sisi ketiga. Alasannya: bila jumlahnya sama atau kurang, dua sisi pendek itu tidak dapat bertemu membentuk sudut di atas sisi panjang; keduanya hanya akan rebah menempel pada sisi panjang atau tidak sampai.
2. Untuk sisi ketiga s: dari $4 + s > 7$ diperoleh $s > 3$, dan dari $4 + 7 > s$ diperoleh $s < 11$. Jadi panjang yang mungkin adalah $3 < s < 11$.
3. Nilai (1) 2 cm tidak memenuhi $s > 3$, jadi tidak mungkin: **dipilih**. Nilai (2) 3 cm juga tidak memenuhi, karena 3 tidak lebih dari 3: **dipilih**.
4. Nilai (3) 11 cm tidak memenuhi $s < 11$: **dipilih**. Nilai (4) 6 cm memenuhi $3 < 6 < 11$, jadi mungkin: **tidak dipilih**.
5. Yang dipilih adalah (1), (2), dan (3), cocok dengan pola A. Cek ulang (2): sisi 4 dan 3 berjumlah tepat 7, sehingga ketiga "sisi" rebah menjadi satu garis lurus, bukan segitiga.

Jadi jawabannya A. Siswa yang lupa bahwa soal dibalik akan memilih panjang yang **mungkin**, yaitu (4) saja, dan menjawab D.

Ringkasan

- Ketiga bentuk soal pernyataan dikerjakan dengan cara yang sama: uji setiap pernyataan secara terpisah.
- Pernyataan "selalu" disalahkan dengan satu contoh penyangkal, tetapi dibenarkan dengan alasan umum. Pernyataan "ada" dibenarkan dengan satu contoh, tetapi disalahkan dengan alasan umum.
- Catat hasil di tabel uji pernyataan, lalu cocokkan dengan pola pilihan. Hasil yang tidak cocok dengan pola mana pun berarti ada uji yang keliru.
- Pola A–E: bila (1) salah, tinggal C atau D; bila (4) salah, tinggal A atau B. Tetap baca pilihannya, karena pola bisa berbeda.
- Pada "banyaknya pernyataan benar" dan Benar/Salah, semua pernyataan wajib diuji.
- Pada pertanyaan yang dibalik, tandai pernyataan yang memenuhi permintaan soal, bukan yang kalimatnya benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Hitung bahan bersama sekali saja.** Bila keempat pernyataan memakai ukuran yang sama (rata-rata, median, nilai setiap variabel), hitung semuanya dulu dalam satu daftar kecil.
2. **Golongkan setiap pernyataan.** Tulis "nilai", "selalu", "ada", atau "jika–maka" di sampingnya agar kamu tahu jenis bukti yang dibutuhkan.
3. **Cari penyangkal di nilai "aneh" lebih dulu.** Coba nilai terkecil yang diizinkan, nol, pecahan, dan negatif.
4. **Pakai pola untuk menggugurkan, lalu pakai pola untuk mengecek.** Uji (1) dan (2) untuk mempersempit pilihan; bila waktu cukup, uji (3) dan (4) untuk memastikan hasilnya cocok.

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Membenarkan "selalu" dari beberapa contoh	$n^2 - n + 41$ prima untuk $n = 1, 2, 3$, jadi "selalu prima"	$n = 41$ memberi 41×41; pernyataan salah
"Lebih dari" disamakan dengan "lebih dari atau sama dengan"	modus 4 "lebih dari" median 4 dianggap benar	keduanya sama; pernyataan salah
Lupa pertanyaan dibalik	"panjang yang TIDAK MUNGKIN" dijawab dengan panjang yang mungkin	tandai yang memenuhi permintaan soal
Memaksakan pola pada pilihan yang berbeda	menganggap E selalu "semua benar"	baca kelima pilihan setiap kali
Hubungan "berbanding lurus" pada besaran berpangkat	rusuk $\times 2$ maka volume $\times 2$	volume $\times 2^3 = 8$

● BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 7 memberi sistem tiga persamaan linear dengan satu bilangan k dan empat pernyataan tentang penyelesaiannya. Perhatikan bahwa setiap variabel muncul tepat dua kali; menjumlahkan ketiga persamaan memberi jumlah ketiga variabel, lalu setiap variabel dapat dinyatakan dalam k (sub bab 2.4). Setelah itu, nilai setiap pernyataan: pernyataan (1) adalah pernyataan yang harus berlaku untuk k berapa pun, dan pernyataan (4) berjenis "jika–maka". Cocokkan hasilnya dengan pola pilihan.

Rujukan: soal nomor 7 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2025 nomor 13 adalah contoh pertanyaan yang dibalik: yang diminta adalah nilai yang TIDAK MUNGKIN. Hitung batas bawah dan batas atas $f(3)$ dari pertidaksamaan yang

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

diberikan, perhatikan tanda "$<$" (bukan "$\leq$"), lalu tandai nilai yang berada di luar selang itu. Ingat bagian 7: yang dipilih adalah pernyataan yang memenuhi permintaan soal.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 2; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 13 berbentuk banyaknya pernyataan benar tentang ukuran data. Pakai strategi 1: hitung median, modus, rata-rata, dan jangkauan sekali saja dalam satu daftar, lalu uji keempat pernyataan. Hati-hati dengan kata "lebih dari": dua ukuran yang sama besar tidak memenuhinya.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 17 berbentuk Benar/Salah tentang kerucut. Cari dulu jari-jari dari luas alas dan tinggi dari volume (ingat faktor $\frac{1}{3}$). Untuk pernyataan terakhir, pikirkan arti kata "memuat": kerucut harus masuk utuh, jadi yang penting adalah ukuran tabung (jari-jari dan tingginya), bukan hanya perbandingan volume. Tanyakan berapa volume tabung terkecil yang dapat memuat kerucut itu.

Rujukan: soal nomor 17 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

• BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal pertama berbentuk pernyataan (1)–(4) tentang bola dan tabung. Perhatikan bagaimana bahan bersama (jari-jari bola, tinggi tabung) dihitung lebih dulu sebelum pernyataan diuji.

►. Sebuah bola pejal mempunyai volume 36π cm^3. Sebuah wadah berbentuk tabung tanpa tutup mempunyai jari-jari alas 4 cm dan volume 112π cm^3.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Jari-jari bola lebih dari 4 cm.
(2) Bola dapat dimasukkan seluruhnya ke dalam wadah.
(3) Luas permukaan bola lebih dari 40π cm^2.
(4) Jika bola diletakkan di dalam wadah, air yang dapat dituangkan sampai wadah penuh adalah 76π cm^3.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Pembahasan **Kunci: C**

Yang diketahui: volume bola 36π cm^3; wadah tabung: jari-jari 4 cm, volume 112π cm^3. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

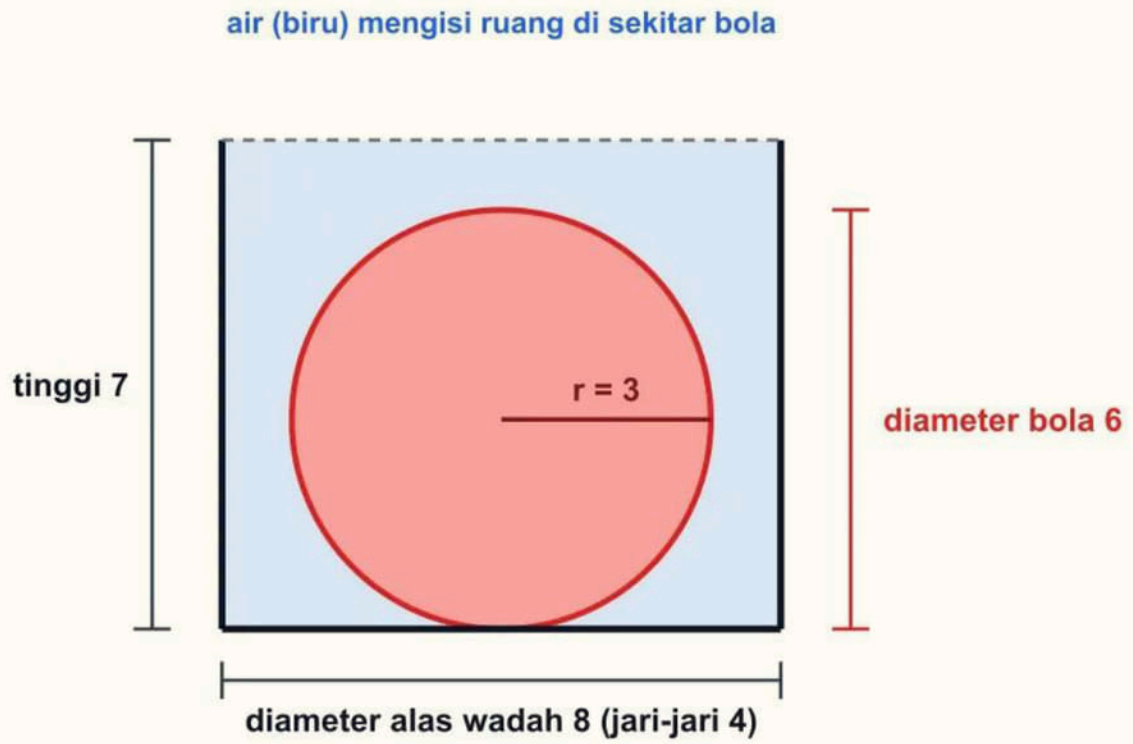
Konsep:

• Volume bola $= \frac{4}{3}\pi r^3$; luas permukaan bola $= 4\pi r^2$; diameter $= 2r$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Volume tabung $= \pi r^2 t$.
• Bola muat seluruhnya di dalam tabung bila diameter bola tidak lebih dari diameter alas **dan** tidak lebih dari tinggi tabung.
Contoh kecil: bola berjari-jari 2 (diameter 4) muat di tabung berjari-jari 3 dan tinggi 5, karena $4 \le 6$ dan $4 \le 5$.

Langkah penyelesaian:
1. Jari-jari bola: $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi$. Bagi dengan π: $\frac{4}{3}r^3 = 36$. Kalikan $\frac{3}{4}$: $r^3 = 27$, jadi $r = 3$ (karena $3 \times 3 \times 3 = 27$). Diameter bola 6 cm.
2. Tinggi wadah: $\pi \times 4^2 \times t = 112\pi \to 16t = 112 \to t = 7$ cm. Diameter alas wadah 8 cm.



Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** Jari-jari bola 3, dan 3 tidak lebih dari 4.
Jebakan: menyelesaikan $r^2 = 27$ (memakai pangkat dua), sehingga $r \approx 5{,}2$ dan mengira (1) benar.
• **(2) Benar.** Diameter bola $6 \le 8$ (lebar wadah) dan $6 \le 7$ (tinggi wadah), jadi bola masuk seluruhnya.
• **(3) Salah.** Luas permukaan $= 4\pi \times 3^2 = 36\pi$, dan $36\pi < 40\pi$.
Jebakan: memakai diameter 6 sebagai jari-jari: $4\pi \times 36 = 144\pi$, sehingga mengira (3) benar.
• **(4) Benar.** Bola tenggelam seluruhnya (tingginya 6, wadah 7), jadi bola menempati 36π cm^3 dari ruang wadah. Air yang masih dapat dituangkan $= 112\pi - 36\pi = 76\pi$ cm^3.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $\frac{4}{3}\pi \times 27 = 36\pi$ ✓ dan $\pi \times 16 \times 7 = 112\pi$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah.
• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** gabungan dua kesalahan di atas ($r^2 = 27$ dan diameter dipakai sebagai

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

jari-jari).
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** menganggap bola tidak muat karena hanya membandingkan volume, atau lupa memeriksa tinggi wadah.
• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

Soal kedua berbentuk Benar/Salah tentang pergeseran dan pencerminan grafik fungsi kuadrat. Setiap pernyataan diuji sendiri-sendiri, dan satu pernyataan dibuat "terasa benar".

►. Grafik fungsi $f(x) = x^2 - 6x + 5$ digeser 2 satuan ke kiri, kemudian 3 satuan ke atas, sehingga diperoleh grafik fungsi g. Grafik fungsi f juga dicerminkan terhadap sumbu y sehingga diperoleh grafik fungsi h.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Titik puncak grafik fungsi g adalah $(5, -1)$	○	○
Grafik fungsi g melalui titik asal $O(0, 0)$	○	○
Grafik fungsi h memotong sumbu x di $x = -1$ dan $x = -5$	○	○

Pembahasan **Kunci: 1S 2B 3B**

Yang diketahui: $f(x) = x^2 - 6x + 5$; g = f digeser 2 satuan ke kiri lalu 3 satuan ke atas; h = cermin f terhadap sumbu y. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

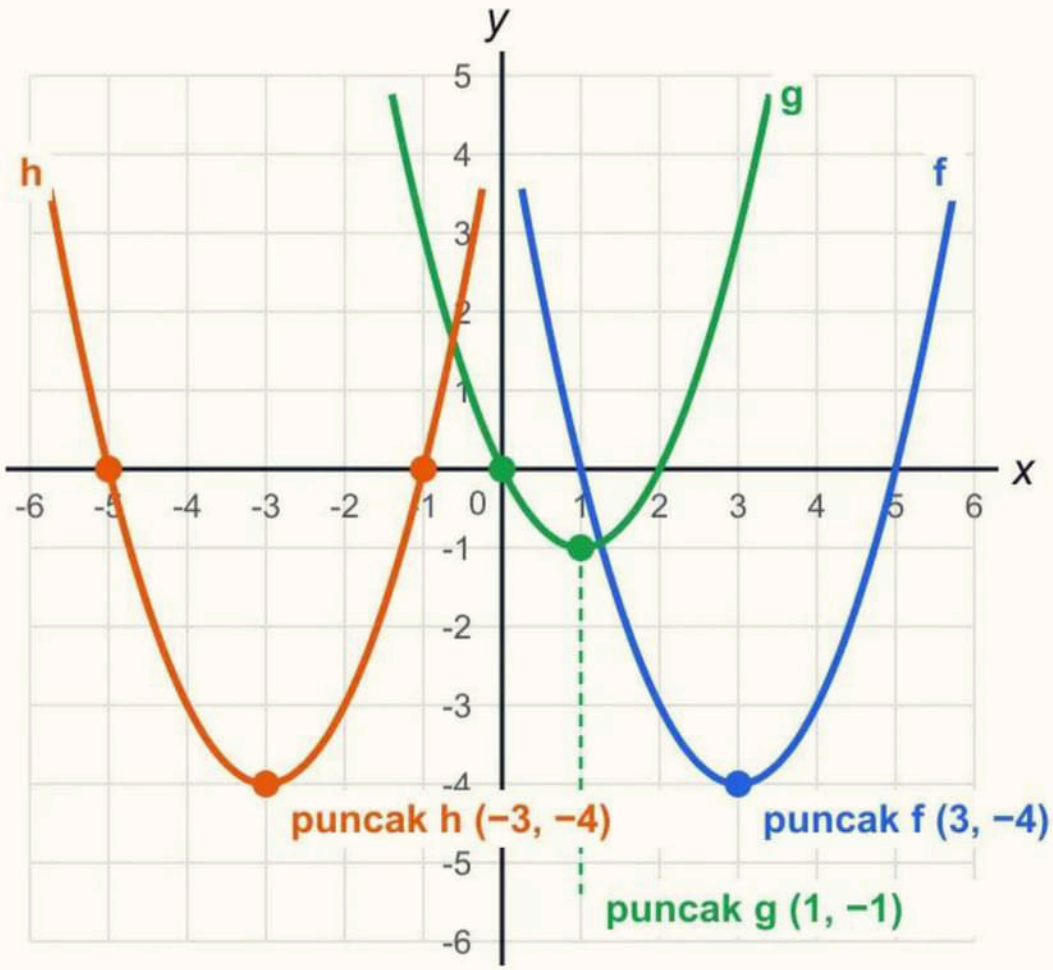
Konsep 1 – Bentuk puncak. $y = (x - p)^2 + q$ berpuncak di (p, q). Ubah f dengan melengkapkan kuadrat: $x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 9 + 5 = (x - 3)^2 - 4$ (karena $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$). Jadi puncak f adalah $(3, -4)$.

Konsep 2 – Translasi (pergeseran). Geser a satuan ke **kiri**: ganti x dengan $x + a$; setiap titik berpindah a satuan ke kiri (absis **berkurang** a). Geser b satuan ke atas: tambahkan b pada rumus (ordinat bertambah b).

Konsep 3 – Cermin terhadap sumbu y: $h(x) = f(-x)$; titik (x, y) menjadi $(-x, y)$.
Contoh kecil: titik $(2, 7)$ dicerminkan terhadap sumbu y menjadi $(-2, 7)$.

Langkah penyelesaian:
1. Puncak f: $(3, -4)$. Geser 2 ke kiri: $(1, -4)$. Geser 3 ke atas: $(1, -1)$. Jadi $g(x) = (x - 1)^2 - 1$.
2. Uraikan: $g(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x$.
3. $h(x) = f(-x) = (-x)^2 - 6(-x) + 5 = x^2 + 6x + 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Pernyataan 1 – Salah. Puncak g adalah $(1, -1)$, bukan $(5, -1)$. **Jebakan:** mengira "ke kiri" berarti absis ditambah: $3 + 2 = 5$.

Pernyataan 2 – Benar. $g(0) = 0^2 - 2 \times 0 = 0$, jadi titik $(0, 0)$ terletak pada grafik g. **Jebakan:** hanya menggeser ke atas, $f(0) + 3 = 5 + 3 = 8$, lalu menyimpulkan grafik g melalui $(0, 8)$.

Pernyataan 3 – Benar. $h(x) = 0 \to x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5) = 0 \to x = -1$ atau $x = -5$. Cara lain: f memotong sumbu x di $x = 1$ dan $x = 5$ (karena $f(x) = (x - 1)(x - 5)$); setelah dicerminkan terhadap sumbu y, titik-titik itu pindah ke $x = -1$ dan $x = -5$. **Jebakan:** mencerminkan terhadap sumbu x; pada cermin sumbu x titik potong sumbu x tidak berubah (tetap 1 dan 5).

Cek ulang: titik $(4, -3)$ ada di grafik f karena $f(4) = 16 - 24 + 5 = -3$. Digeser 2 ke kiri dan 3 ke atas menjadi $(2, 0)$, dan memang $g(2) = 4 - 4 = 0$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

✎ LATIHAN

Soal latihan bentuk pernyataan tersebar di sub bab lain menurut materinya. Kerjakan kembali soal-soal berikut sambil mengisi tabel uji pernyataan. Bentuk pernyataan (1)–(4): Latihan sub bab 2.3 nomor 1, Latihan sub bab 2.4 nomor 1 dan 2, Latihan sub bab 2.5 nomor 2, Latihan sub bab 2.7 nomor 1 dan 4, dan Latihan sub bab 3.4 nomor 1. Bentuk banyaknya pernyataan benar:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 1.2 nomor 5, Latihan sub bab 2.7 nomor 2, Latihan sub bab 4.2 nomor 2, 3, dan 4, dan Latihan sub bab 4.5 nomor 2. Bentuk Benar/Salah: Latihan sub bab 2.5 nomor 1 dan Latihan sub bab 3.5 nomor 2. Untuk pemanasan tingkat dasar, ada juga Latihan sub bab 0.1 nomor 3 dan 4. Latihan utama untuk bab ini adalah **Kuis Akhir Bab 5** (20 soal campuran semua bentuk soal khas) di akhir bab.

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa satu contoh penyangkal cukup untuk menyalahkan pernyataan "selalu", tetapi sepuluh contoh tidak cukup untuk membenarkannya?
2. Pada soal pernyataan (1)–(4) berpola baku, kamu menemukan bahwa (4) salah dan (2) benar. Pilihan mana yang tersisa, dan pernyataan mana yang sebaiknya kamu uji untuk mengecek?
3. Apa yang harus kamu lakukan bila hasil uji keempat pernyataan tidak cocok dengan pilihan mana pun?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 5.3: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-5.3

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab 5.4 · Soal Isian Singkat

SNBTPK-5.4

◎ APA YANG DIUJI

Soal isian singkat tidak memiliki pilihan jawaban. Kamu menghitung, lalu menuliskan sendiri jawabannya. Bentuk ini muncul sebelas kali pada soal asli: UTBK-SNBT 2024 nomor 1, 2, dan 3 (Simulasi 1 nomor 1–3) serta UTBK-SNBT 2026 nomor 1, 2, 11, 13, 14, 18, 19, dan 20 (Simulasi 3 nomor yang sama). Materinya terutama bilangan (urutan operasi, bilangan prima, faktor) dan kaidah pencacahan. Hitungannya sering tidak sulit, tetapi tidak ada pilihan yang bisa dipakai untuk mengecek, sehingga satu kesalahan kecil langsung membuat jawaban salah.

Setelah mempelajari sub bab ini, kamu dapat:

- membaca petunjuk bentuk jawaban dan menulis jawaban sesuai bentuk itu (bilangan cacah, bilangan bulat, desimal);
- membulatkan hasil hitung ke arah yang sesuai makna soal ("paling banyak" atau "paling sedikit");
- memakai taksiran, pengecekan satuan, dan cara kedua untuk mengecek jawaban sebelum menuliskannya.

≡ PRASYARAT

Jenis bilangan. Bilangan asli adalah $1, 2, 3, \ldots$ **Bilangan cacah** adalah bilangan asli ditambah nol: $0, 1, 2, 3, \ldots$ **Bilangan bulat** mencakup bilangan cacah dan lawannya: $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$ Jadi -3 adalah bilangan bulat tetapi bukan bilangan cacah, dan $2{,}5$ bukan bilangan bulat.

Pecahan dan desimal. Pecahan diubah menjadi desimal dengan membagi pembilang oleh penyebut: $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$. Sebaliknya, $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.

Pembagian bersisa. $480 : 35 = 13$ sisa 25, karena $13 \times 35 = 455$ dan $480 - 455 = 25$. Dalam bentuk desimal, $480 : 35 \approx 13{,}7$.

Satuan. 1 m $= 100$ cm, 1 m$^3 = 1.000$ liter, dan 1 menit $= 60$ detik. Tangga satuan lengkap ada di bagian 4.

◆ KONSEP, RUMUS, DAN CONTOH

1. Apa yang berbeda pada soal isian?

Pada soal pilihan ganda, pilihan jawaban memberi tiga "bantuan" yang tidak kamu sadari.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pertama, kamu bisa mencocokkan hasil hitungmu dengan pilihan; bila hasilmu tidak ada di pilihan, kamu tahu ada yang salah. Kedua, kamu bisa menggugurkan pilihan yang mustahil. Ketiga, bentuk pilihan memberi tahu bentuk jawaban, misalnya pecahan atau bentuk akar. Pada soal isian, **ketiga bantuan itu hilang**.

Akibatnya, dua kebiasaan menjadi wajib. Kebiasaan pertama adalah **membaca petunjuk bentuk jawaban**, yang biasanya ditulis dalam kurung di akhir soal, misalnya "(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)". Petunjuk ini juga berfungsi sebagai alat cek: bila soal meminta bilangan cacah tetapi hasilmu $2{,}5$ atau -4, hampir pasti ada langkah yang keliru. Kebiasaan kedua adalah **cek ulang**, karena tidak ada pilihan yang menangkap kesalahanmu.

Gambar 5.11 merangkum lima langkah mengerjakan soal isian. Langkah 4 (cek ulang) menjadi penjaga: bila hasil cek tidak cocok, kembali ke langkah 3.



Gambar 5.11 Lima langkah mengerjakan soal isian: baca perintah, taksir, hitung, cek ulang, lalu tulis jawaban sesuai perintah.

2. Menulis jawaban sesuai bentuk yang diminta

Hasil hitung kadang perlu diubah bentuknya sebelum ditulis. Tabel berikut memberi contoh.

Perintah soal	Hasil hitung	Yang ditulis
bilangan cacah	$\frac{20}{4}$	5
bentuk desimal	$\frac{9}{4}$	$2{,}25$
banyak cara (tanpa perintah khusus)	8.550	8550 (angka saja)
tinggi dalam cm	$1{,}2$ m	120

Bila soal tidak meminta lain, tulislah **bilangannya saja**: tanpa satuan, tanpa kata, dan tanpa titik pemisah ribuan. Titik pemisah ribuan sebaiknya dihindari karena titik dapat terbaca sebagai tanda desimal. Bila soal meminta satuan tertentu (misalnya "dalam cm"), ubah dulu hasilmu ke satuan itu.

Contoh terselesaikan 1 (dasar). Nilai dari $2{,}5 \times 1{,}2 - \frac{3}{4}$ adalah .... (Tulislah jawaban

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dalam bentuk desimal.)

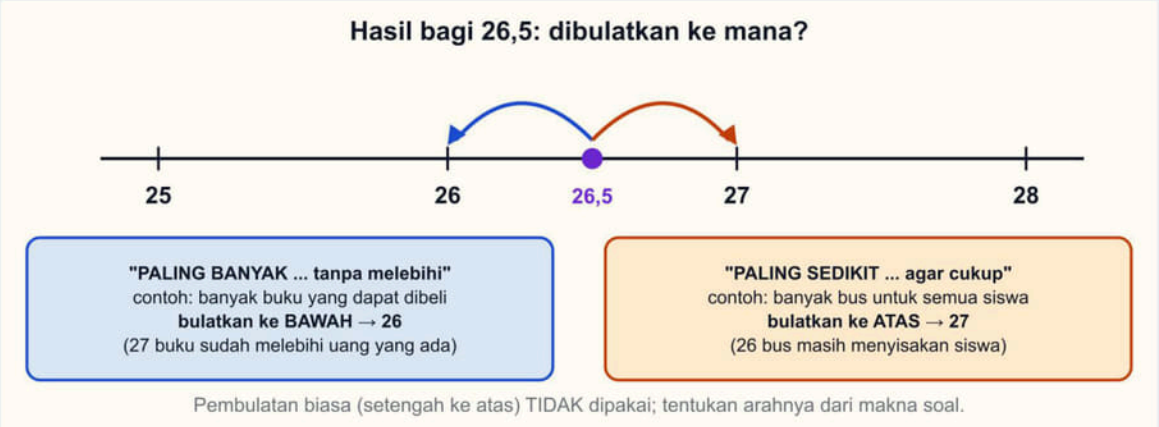
1. Baca perintah: jawaban berbentuk desimal, jadi pecahan $\frac{3}{4}$ akan diubah menjadi desimal.
2. Taksir: $2{,}5 \times 1{,}2$ sedikit lebih dari $2{,}5$, dan dikurangi kurang dari 1, jadi jawabannya sekitar 2.
3. Kali dulu (urutan operasi): $2{,}5 \times 1{,}2 = 3$. Alasannya: $2{,}5 \times 1{,}2 = \frac{25}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{300}{100} = 3$.
4. Ubah $\frac{3}{4}$ menjadi desimal: $3 : 4 = 0{,}75$. Lalu kurangkan: $3 - 0{,}75 = 2{,}25$.
5. Cek ulang dengan pecahan: $3 - \frac{3}{4} = \frac{12}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$, dan $\frac{9}{4} = 2{,}25$. Hasilnya juga dekat dengan taksiran 2.

Jadi jawaban yang ditulis adalah $2{,}25$. Bila perintahnya "bentuk pecahan paling sederhana", jawaban yang sama ditulis $\frac{9}{4}$.

3. Membulatkan menurut makna soal

Soal cerita sering menghasilkan hasil bagi yang tidak bulat, padahal jawabannya harus bilangan cacah (banyak buku, banyak bus, banyak kotak). Pembulatan biasa ("setengah ke atas") **tidak** dipakai di sini. Arah pembulatan ditentukan oleh makna soal (lihat Gambar 5.12).

1. **"Paling banyak ... tanpa melebihi"** berarti ada batas yang tidak boleh dilewati. Bulatkan **ke bawah**, karena bilangan di atasnya sudah melewati batas.
2. **"Paling sedikit ... agar cukup"** berarti semua kebutuhan harus terpenuhi. Bulatkan **ke atas**, karena bilangan di bawahnya belum mencukupi.



Gambar 5.12 Hasil bagi $26{,}5$ dibulatkan ke bawah menjadi 26 untuk "paling banyak" dan ke atas menjadi 27 untuk "paling sedikit".

Contoh singkat arah ke atas: 200 siswa akan diangkut dengan bus berkapasitas 45 orang. Hasil baginya $200 : 45 \approx 4{,}4$. Empat bus hanya memuat $4 \times 45 = 180$ siswa, jadi masih ada 20 siswa tertinggal. Banyak bus paling sedikit adalah 5.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh terselesaikan 2 (menengah). Rani mempunyai uang Rp500.000 untuk membeli buku seharga Rp35.000 per buah. Toko menarik ongkos kirim Rp20.000 untuk sekali pengiriman, berapa pun banyak bukunya. Banyak buku paling banyak yang dapat dibeli Rani dalam satu kali pesan adalah .... (Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

1. Misalkan banyak buku n. Total biaya $= 35.000n + 20.000$, karena ongkos kirim dibayar sekali saja. Syaratnya: total biaya tidak melebihi uang Rani, yaitu $35.000n + 20.000 \le 500.000$.
2. Kurangi kedua ruas dengan 20.000: $35.000n \le 480.000$.
3. Bagi kedua ruas dengan 35.000: $n \le \dfrac{480.000}{35.000} = \dfrac{480}{35} \approx 13{,}7$.
4. Makna soal "paling banyak ... tanpa melebihi", jadi bulatkan ke bawah: $n = 13$.
5. Cek ulang dengan dua bilangan di sekitar jawaban. Untuk 13 buku: $13 \times 35.000 + 20.000 = 455.000 + 20.000 = 475.000$, masih di bawah Rp500.000. Untuk 14 buku: $490.000 + 20.000 = 510.000$, melebihi uang Rani.

Jadi jawabannya 13. Ada dua jebakan. Siswa yang membulatkan $13{,}7$ secara biasa akan menulis 14. Siswa yang lupa ongkos kirim menghitung $500.000 : 35.000 \approx 14{,}3$ dan juga menulis 14.

4. Kesalahan satuan

Kesalahan satuan terjadi bila ukuran dalam satuan berbeda dihitung bersama tanpa diubah dulu, atau bila jawaban ditulis dalam satuan yang tidak diminta. Gambar 5.13 menunjukkan **tangga satuan panjang**: turun satu anak tangga berarti dikali 10, naik satu anak tangga berarti dibagi 10. Untuk luas, setiap anak tangga bernilai $\times 100$, karena luas adalah panjang kali panjang (10×10). Untuk volume, setiap anak tangga bernilai $\times 1.000$, karena volume adalah panjang kali panjang kali panjang ($10 \times 10 \times 10$).



Gambar 5.13 Tangga satuan panjang beserta kesetaraan satuan volume, waktu, dan massa yang sering dipakai.

Contoh terselesaikan 3 (menengah). Sebuah kolam berbentuk balok berukuran panjang 4 m, lebar $2{,}5$ m, dan dalam 120 cm. Banyak air (dalam liter) yang dibutuhkan untuk mengisi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

kolam sampai penuh adalah ....

1. Baca perintah: jawaban dalam **liter**. Satuan ukuran tidak seragam (m dan cm), jadi samakan dulu.
2. Ubah 120 cm menjadi meter: naik dua anak tangga dari cm ke m, jadi dibagi 100: $120 : 100 = 1{,}2$ m.
3. Hitung volume: $V = 4 \times 2{,}5 \times 1{,}2 = 10 \times 1{,}2 = 12\ \text{m}^3$.
4. Ubah ke liter: $1\ \text{m}^3 = 1.000$ liter, jadi $12\ \text{m}^3 = 12.000$ liter.
5. Cek ulang dengan satuan dm (karena $1\ \text{dm}^3 = 1$ liter): $40\ \text{dm} \times 25\ \text{dm} \times 12\ \text{dm} = 12.000\ \text{dm}^3 = 12.000$ liter. Hasilnya sama.

Jadi jawaban yang ditulis adalah 12000. Jebakan yang sering muncul adalah mengalikan $4 \times 2{,}5 \times 120 = 1.200$ tanpa menyamakan satuan. Hasil 1.200 itu tidak bermakna, karena mencampur meter dan sentimeter.

5. Taksiran dan cek ulang dengan cara kedua

Ada tiga cara cek ulang yang paling berguna pada soal isian.

1. **Substitusi balik.** Masukkan jawabanmu ke kalimat soal dan periksa apakah semua syarat terpenuhi, seperti pada Contoh terselesaikan 2.
2. **Taksiran.** Sebelum menghitung, perkirakan besar jawabannya. Hasil yang jauh dari taksiran menandakan kesalahan.
3. **Cara kedua.** Hitung dengan jalan lain, misalnya dengan satuan lain (Contoh terselesaikan 3) atau dengan menghitung kebalikannya.

Contoh terselesaikan 4 (setara SNBT). Rata-rata nilai ulangan 8 siswa adalah 75. Setelah nilai 2 siswa lain digabungkan, rata-rata nilai 10 siswa itu menjadi 76. Rata-rata nilai kedua siswa tersebut adalah ....

1. Taksir dulu: rata-rata naik setelah dua siswa bergabung, jadi nilai mereka harus di atas 76. Kenaikan 1 poin untuk 10 siswa cukup besar, jadi rata-rata keduanya mungkin beberapa poin di atas 76.
2. Pakai jumlah, bukan rata-rata (sub bab 4.2): jumlah nilai 8 siswa $= 8 \times 75 = 600$.
3. Jumlah nilai 10 siswa $= 10 \times 76 = 760$.
4. Jumlah nilai kedua siswa $= 760 - 600 = 160$, jadi rata-rata keduanya $= \dfrac{160}{2} = 80$.
5. Cek ulang dengan substitusi balik: $\dfrac{600 + 160}{10} = \dfrac{760}{10} = 76$. Cocok, dan 80 memang di atas 76 sesuai taksiran.

Jadi jawabannya 80. Siswa yang menghitung "rata-rata naik 1, jadi nilai kedua siswa $76 + 1 = 77$" tidak lolos cek ulang: $\dfrac{600 + 154}{10} = 75{,}4$, bukan 76.

Contoh terselesaikan 5 (setara SNBT). Dari angka $1, 2, 3, 4, 5$, dan 6 akan disusun bilangan tiga angka dengan angka-angka berbeda. Banyak bilangan genap yang dapat disusun

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

adalah ....

1. Bilangan genap ditentukan oleh angka satuannya, jadi isi kotak satuan lebih dulu (sub bab 4.4). Angka satuan harus genap: 2, 4, atau 6, ada 3 pilihan.
2. Kotak ratusan: angka boleh apa saja kecuali angka yang sudah dipakai di satuan, jadi $6 - 1 = 5$ pilihan.
3. Kotak puluhan: kecuali dua angka yang sudah dipakai, jadi $6 - 2 = 4$ pilihan.
4. Aturan perkalian: $3 \times 5 \times 4 = 60$.
5. Cek ulang dengan cara kedua. Semua bilangan tiga angka berbeda dari enam angka itu ada $6 \times 5 \times 4 = 120$. Angka genap dan angka ganjil masing-masing ada tiga, sehingga angka satuan genap dan ganjil sama peluangnya muncul; separuh dari 120 adalah 60. Hasilnya sama.

Jadi jawabannya 60. Siswa yang mengisi kotak dari kiri ($6 \times 5 \times \ldots$) akan bingung di kotak satuan, karena banyak angka genap yang tersisa bergantung pada angka yang sudah dipakai. Mengisi kotak yang bersyarat lebih dulu menghindari kebingungan itu.

Ringkasan

- Soal isian tidak punya pilihan, jadi tidak ada cara mencocokkan atau menggugurkan; cek ulang wajib.
- Baca petunjuk bentuk jawaban (cacah, bulat, desimal, satuan tertentu) dan pakai petunjuk itu sebagai alat cek.
- Tulis bilangannya saja, tanpa satuan dan tanpa titik pemisah ribuan, kecuali soal meminta lain.
- "Paling banyak" dibulatkan ke bawah; "paling sedikit" dibulatkan ke atas.
- Samakan satuan sebelum menghitung; luas berskala $\times 100$ dan volume $\times 1.000$ per anak tangga.
- Cek ulang dengan substitusi balik, taksiran, atau cara kedua.

▲ STRATEGI DAN JEBAKAN

Strategi.

1. **Garis bawahi perintah bentuk jawaban** sebelum mulai menghitung, agar tidak terlupa di akhir.
2. **Taksir dulu, hitung kemudian.** Tulis taksiranmu di pojok kertas buram, lalu bandingkan dengan hasil akhir.
3. **Cek dengan cara kedua bila waktu cukup**, terutama pada soal pencacahan yang mudah salah hitung.
4. **Periksa tulisan jawaban** sekali lagi: angka tidak tertukar, tidak ada satuan atau titik ribuan yang terbawa.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan yang sering muncul.

Jebakan	Contoh salah	Yang benar
Pembulatan biasa pada soal "paling banyak"	$13{,}7$ buku ditulis 14	bulatkan ke bawah: 13
Satuan tidak disamakan	$4 \times 2{,}5 \times 120 = 1.200$ liter	120 cm $= 1{,}2$ m; volume 12.000 liter
Bentuk jawaban tidak sesuai perintah	perintah desimal, ditulis $\frac{9}{4}$	tulis $2{,}25$
Menyertakan satuan atau titik ribuan	"12.000 liter"	12000
Tidak mengecek karena "tidak ada pilihan"	rata-rata dua siswa ditulis 77	substitusi balik menunjukkan 80

BEDAH SOAL ASLI

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 13 memberi hasil kali tiga bilangan prima berbeda. Langkah awalnya adalah faktorisasi prima (sub bab 1.1): uji pembagian oleh bilangan prima berurutan mulai dari 2, 3, 5, 7, dan seterusnya. Ingat ciri habis dibagi 11 bila pembagian oleh bilangan prima kecil gagal. Setelah ketiga bilangan prima ditemukan dan diurutkan, hitung bentuk yang diminta dengan urutan operasi yang benar. Cek ulang dengan mengalikan ketiga bilangan prima kembali.

Rujukan: soal nomor 13 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2024 nomor 2 adalah soal pencacahan dengan dua syarat: angka pertama bukan 0 dan angka terakhir dibatasi. Pakai pelajaran Contoh terselesaikan 5: isi kotak yang bersyarat lebih dulu, mulai dari yang syaratnya paling ketat. Setelah angka terakhir ditetapkan, hitung pilihan angka pertama dengan mengingat bahwa 0 tidak boleh berada di depan, lalu isi posisi-posisi tengah dengan angka yang tersisa. Cek ulang dengan mendaftar beberapa susunan.

Rujukan: soal nomor 2 pada Simulasi 1; pembahasannya ada di Bagian D.

Soal UTBK-SNBT 2026 nomor 20 memilih empat ayam dengan syarat "tepat dua" dari satu kelompok. Pisahkan ayam menjadi dua kelompok: yang termasuk kelompok bersyarat dan yang tidak. Kata "tepat" menentukan berapa ayam diambil dari setiap kelompok, lalu banyak cara kedua kelompok dikalikan (sub bab 4.4). Jawabannya bilangan yang cukup besar: taksir besarnya, lalu tulis angkanya saja tanpa titik pemisah ribuan.

Rujukan: soal nomor 20 pada Simulasi 3; pembahasannya ada di Bagian D.

BEDAH SOAL PREDIKSI

Soal pertama berbentuk isian dengan bilangan campuran dan perintah jawaban bilangan bulat. Perhatikan urutan operasi dan cara petunjuk bentuk jawaban dipakai untuk mengecek.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

►. Hasil dari $\left(2\frac{1}{3}+1\frac{3}{4}\right)\times 12-3\frac{1}{2}:\frac{7}{10}$ adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan bulat.)

Pembahasan **Kunci: 44**

Yang diketahui: bentuk $\left(2\frac{1}{3}+1\frac{3}{4}\right)\times 12-3\frac{1}{2}:\frac{7}{10}$. **Yang ditanya:** hasilnya.

Konsep 1 – Pecahan campuran ke pecahan biasa. $a\frac{b}{c}=\frac{a\times c+b}{c}$: bilangan bulat dikalikan penyebut, lalu ditambah pembilang.

Contoh kecil: $1\frac{2}{5}=\frac{1\times 5+2}{5}=\frac{7}{5}$.

Konsep 2 – Menjumlahkan pecahan. Samakan penyebut dulu (pakai KPK penyebut), baru jumlahkan pembilangnya.

Contoh kecil: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$.

Konsep 3 – Membagi dengan pecahan sama dengan mengalikan dengan kebalikannya: $p:\frac{m}{n}=p\times\frac{n}{m}$.

Contoh kecil: $3:\frac{3}{4}=3\times\frac{4}{3}=4$.

Konsep 4 – Urutan operasi. Kerjakan isi tanda kurung lebih dulu, lalu kali dan bagi, baru tambah dan kurang.

Langkah penyelesaian:

1. Ubah pecahan campuran: $2\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$, $1\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$, dan $3\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$.
2. Isi kurung: penyebut 3 dan 4 disamakan menjadi 12. $\frac{7}{3}+\frac{7}{4}=\frac{28}{12}+\frac{21}{12}=\frac{49}{12}$.
3. Kalikan dengan 12: $\frac{49}{12}\times 12=49$.
4. Kerjakan pembagian (sebelum pengurangan): $\frac{7}{2}:\frac{7}{10}=\frac{7}{2}\times\frac{10}{7}=\frac{70}{14}=5$.
5. Terakhir, pengurangan: $49-5=44$.

Cek ulang (cara desimal): $2\frac{1}{3}+1\frac{3}{4}=4\frac{1}{12}$, dan $4\frac{1}{12}\times 12=48+1=49$ ✓. $3{,}5:0{,}7=5$ ✓. Hasil $49-5=44$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Mengurangkan sebelum membagi: $\left(49-3\frac{1}{2}\right):\frac{7}{10}=45\frac{1}{2}\times\frac{10}{7}=65$.

• Membagi dengan pecahan dikerjakan sebagai perkalian: $3{,}5\times 0{,}7=2{,}45$, sehingga hasilnya $46{,}55$ (bukan bilangan bulat, tanda ada langkah yang salah).

• Hanya bagian pecahan yang dikalikan 12: $4\frac{1}{12}\times 12$ ditulis $4+1=5$, sehingga hasilnya $5-5=0$.

Jawaban: 44.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Soal kedua berbentuk isian dengan KPK, satuan waktu, dan syarat "termasuk kedua waktu". Perhatikan pengubahan menit ke detik dan cara menghitung kejadian di kedua ujung selang.

►. Tiga lampu sinyal di sebuah menara pemancar berkedip secara teratur: lampu merah setiap 6 detik, lampu kuning setiap 8 detik, dan lampu hijau setiap 15 detik. Pada malam pergantian tahun 2027, ketiga lampu berkedip bersamaan tepat pukul 23.50.00.

Banyak kejadian ketiga lampu berkedip bersamaan dari pukul 23.50.00 sampai pukul 00.00.00, termasuk kedua waktu tersebut, adalah ....

Pembahasan **Kunci: 6**

Yang diketahui: selang kedip 6, 8, dan 15 detik; bersamaan pukul 23.50.00; batas pukul 00.00.00 (keduanya dihitung). **Yang ditanya:** banyak kejadian berkedip bersamaan.

Konsep – KPK. Ketiga lampu berkedip bersamaan lagi setelah selang waktu yang merupakan kelipatan 6, 8, dan 15 sekaligus. Selang terkecilnya adalah KPK ketiga bilangan.
Cara mencari KPK: faktorkan prima, lalu ambil setiap faktor prima dengan pangkat terbesar.
Contoh kecil: $4 = 2^2$ dan $10 = 2 \times 5$, maka KPK $= 2^2 \times 5 = 20$.

Langkah penyelesaian:
1. Faktorkan: $6 = 2 \times 3$, $8 = 2^3$, $15 = 3 \times 5$.
2. KPK $= 2^3 \times 3 \times 5 = 120$ detik $= 2$ menit.
3. Dari 23.50.00 sampai 00.00.00 ada 10 menit $= 600$ detik.
4. Waktu berkedip bersamaan (detik setelah 23.50.00): $0, 120, 240, 360, 480, 600$.
5. Detik ke-600 tepat pukul 00.00.00, jadi ikut dihitung. Banyaknya 6 kejadian.

Cek ulang: $600 : 120 = 5$ selang. Lima selang mempunyai $5 + 1 = 6$ titik ujung (seperti 5 ruas pada pagar yang membutuhkan 6 tiang) ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 5: hanya menghitung banyak selang $(600 : 120)$, lupa kejadian pertama pukul 23.50.00.
• Memakai hasil kali $6 \times 8 \times 15 = 720$ detik sebagai KPK, sehingga hanya ada 1 kejadian.
• Memakai KPK dari dua lampu saja, misalnya KPK$(6, 8) = 24$, sehingga mendapat 26 kejadian.

Jawaban: 6.

✎ LATIHAN

Soal latihan bentuk isian singkat tersebar di sub bab lain menurut materinya. Kerjakan kembali soal-soal berikut dengan lima langkah Gambar 5.11, termasuk taksiran dan cek ulang: Latihan sub bab 1.1 nomor 1, 2, 3, dan 6 (sifat bilangan, bilangan prima, dan faktor), Latihan sub bab 1.3 nomor 1 dan 2 (pangkat dan akar), Latihan sub bab 1.4 nomor 1 (pangkat), Latihan sub bab 1.5 nomor 4 (faktor dan kelipatan), serta Latihan sub bab 4.4 nomor 1, 2, 3, dan 4 (kaidah pencacahan). Untuk pemanasan tingkat dasar, ada juga Latihan sub bab 0.1 nomor 2, Latihan sub bab 0.2 nomor 2, Latihan sub bab 0.3 nomor 1 dan 3, serta Latihan sub bab 0.4 nomor 2. Latihan utama untuk bab ini adalah **Kuis Akhir Bab 5** (20 soal campuran semua bentuk soal khas) di akhir bab.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

✔ PERIKSA DIRI

1. Mengapa cek ulang lebih penting pada soal isian daripada pada soal pilihan ganda?
2. Sebuah hasil bagi bernilai $8{,}2$. Kapan jawabannya ditulis 8 dan kapan ditulis 9? Berikan satu contoh soal untuk masing-masing.
3. Mengapa $1\ \text{m}^3$ sama dengan $1.000.000\ \text{cm}^3$, bukan $100\ \text{cm}^3$?

Latihan interaktif di LMS

Sub bab 5.4: kerjakan latihannya dan lihat progresmu.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-5.4

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuis Akhir Bab 5

SNBTPK-KB5

Jumlah soal: 20 **Waktu anjuran:** 20 menit

Kerjakan sendiri dan berwaktu. Setelah selesai, cocokkan dengan kunci di Bagian D, isi tabel skor, lalu lihat anjuran di bawahnya.

Kerjakan Kuis Bab 5 di LMS

Skor dan progresmu tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-KB5

1. Nilai dari

$$\left(\sqrt{12}+\sqrt{27}\right)^2-\sqrt{75}\times\sqrt{3}$$

adalah . . .

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

2. Bilangan prima p dan q memenuhi $p+q=25$ dan $p<q$.

Nilai q^2-p^2 adalah . . .

A. 625
B. 533
C. 529
D. 527
E. 525

3. Pada tahun 2027, panitia pameran karya siswa akan dipilih dari 6 anggota klub fotografi dan 3 anggota klub jurnalistik. Panitia terdiri atas ketua, wakil ketua, dan sekretaris, dan setiap orang memegang paling banyak satu jabatan. Ketua dan wakil ketua harus berasal dari klub yang berbeda, sedangkan sekretaris boleh berasal dari klub mana pun.

Banyak susunan panitia yang mungkin adalah . . .

A. 504
B. 468
C. 324
D. 252
E. 126

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Pada tahun 2027, Dimas berlatih lari setiap hari. Lama latihannya setiap hari bertambah dengan besar yang sama dibandingkan hari sebelumnya. Jumlah lama latihan pada hari ke-3 dan hari ke-7 adalah 34 menit, sedangkan lama latihan pada hari ke-10 adalah 32 menit.

Lama latihan Dimas seluruhnya selama 12 hari pertama adalah . . . menit.

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

5. Sebuah kubus kayu berusuk 12 cm dicat merah pada seluruh permukaan luarnya. Setelah catnya kering, kubus itu dipotong menjadi kubus-kubus kecil yang sama besar dengan rusuk 3 cm.

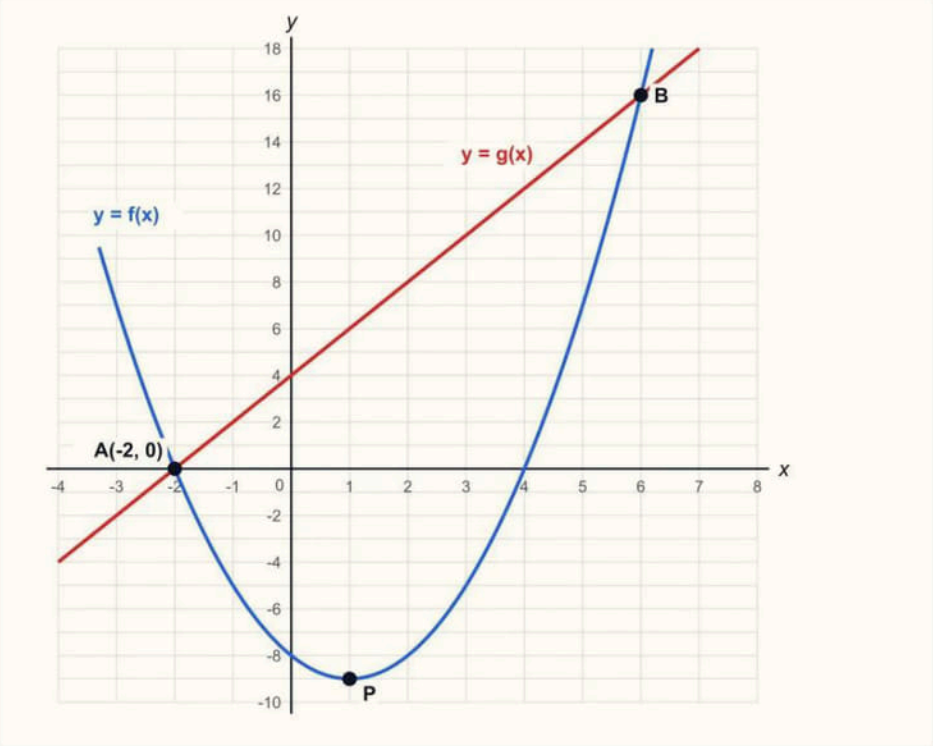
Luas total bagian permukaan kubus-kubus kecil yang TIDAK terkena cat adalah . . . cm^2.

A. 3.456
B. 2.592
C. 864
D. 432
E. 288

Bacaan untuk soal nomor 6–8

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Gambar berikut menunjukkan grafik fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 2x - 8$ dan grafik fungsi linear $g(x) = 2x + 4$ pada bidang koordinat. Kedua grafik berpotongan di titik $A(-2, 0)$ dan titik B. Titik P adalah titik puncak grafik f.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Semua nilai x yang memenuhi $f(x) < g(x)$ adalah . . .

A. $-2 < x < 6$
B. $-2 < x < 4$
C. $-2 < x < 16$
D. $x < -2$ atau $x > 6$
E. $x < -2$ atau $x > 4$

7. Persamaan garis yang melalui titik P dan tegak lurus grafik g adalah . . .

A. $2x - y - 11 = 0$
B. $2x + y + 7 = 0$
C. $x - 2y - 19 = 0$
D. $x + 2y + 11 = 0$
E. $x + 2y + 17 = 0$

8. Luas segitiga ABP adalah . . . satuan luas.

A. $22{,}5$
B. 36
C. 45
D. 60
E. 120

9. Pada suatu pagi tahun 2027, sebuah kapal penyeberangan mengangkut 36 kendaraan yang terdiri atas sepeda motor dan mobil. Setiap sepeda motor mempunyai 2 roda dan setiap mobil mempunyai 4 roda. Banyak roda seluruh kendaraan itu adalah 104. Tarif penyeberangan adalah Rp20.000,00 untuk setiap sepeda motor dan Rp50.000,00 untuk setiap mobil (tarif fiktif).

Total tarif yang dibayar untuk seluruh kendaraan itu adalah . . .

A. Rp720.000,00
B. Rp960.000,00
C. Rp1.200.000,00
D. Rp1.320.000,00
E. Rp1.800.000,00

10. Pada lomba cerdas cermat tahun 2027, 45 peserta dibagi menjadi peserta sesi pagi dan peserta sesi sore. Rata-rata skor seluruh peserta adalah 75. Rata-rata skor peserta sesi pagi adalah 66, sedangkan rata-rata skor peserta sesi sore adalah 81 (data fiktif).

Banyak peserta sesi sore adalah . . . orang.

Tuliskan jawabanmu berupa bilangan bulat.

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Bilangan asli n bersisa 2 jika dibagi 5 dan bersisa 3 jika dibagi 4.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang PASTI benar?

(1) n bersisa 7 jika dibagi 20
(2) n bersisa 5 jika dibagi 20
(3) $n + 13$ habis dibagi 20
(4) n^2 bersisa 3 jika dibagi 4

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

12. Persamaan kuadrat $x^2 - 9x + c = 0$ mempunyai akar-akar α dan β dengan $\alpha = 2\beta$.

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $\alpha - \beta = 2$
(2) $\alpha^2 + \beta^2 = 81$
(3) Persamaan $x^2 - 9x + (c + 3) = 0$ mempunyai dua akar real.
(4) Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\alpha + 1$ dan $\beta + 1$ adalah $x^2 - 11x + 28 = 0$.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

13. Sebuah lingkaran berpusat di titik O dan berjari-jari 13 cm. Ruas AB adalah tali busur lingkaran itu dengan panjang 24 cm. (Tali busur adalah ruas garis yang kedua ujungnya terletak pada lingkaran.)

Berdasarkan informasi tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Jarak titik O ke tali busur AB adalah 12 cm.
(2) Luas segitiga OAB adalah 60 cm^2.
(3) Sudut AOB merupakan sudut lancip.
(4) Tali busur lain pada lingkaran itu yang berjarak 12 cm dari O mempunyai panjang 10 cm.

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Sebuah kantong berisi 4 bola merah, 3 bola biru, dan 1 bola hijau yang ukurannya sama. Dua bola diambil sekaligus secara acak dari kantong tersebut.

Berapakah banyaknya pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Peluang terambil dua bola merah adalah $\frac{3}{14}$.

(2) Peluang kedua bola yang terambil berbeda warna adalah $\frac{19}{28}$.

(3) Peluang terambil paling sedikit satu bola biru adalah $\frac{15}{28}$.

(4) Peluang bola hijau ikut terambil adalah $\frac{1}{8}$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

15. Fungsi f dan g pada bilangan real didefinisikan dengan $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = x^2 - 3$.

Berapakah banyaknya pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) $(f \circ g)(2) = 7$
(2) $(g \circ f)(-2) = -2$
(3) $f^{-1}(11) = 27$
(4) Terdapat tepat dua bilangan real x yang memenuhi $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Pada tahun 2027, setiap anggota perpustakaan sekolah mendapat kode anggota yang terdiri atas 2 huruf diikuti 3 angka, misalnya BD-407. Huruf dipilih dari A, B, C, D, dan E, sedangkan angka dipilih dari 0 sampai 9. Urutan diperhatikan, jadi BD-407 berbeda dengan DB-407.

Tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Jika huruf tidak boleh berulang dan angka tidak boleh berulang, banyak kode yang dapat dibuat adalah 7.200.	○	○
Jika huruf boleh berulang dan angka boleh berulang, banyak kode yang dapat dibuat adalah 25.000.	○	○
Jika huruf tidak boleh berulang, angka tidak boleh berulang, dan angka pertama bukan 0, banyak kode yang dapat dibuat adalah 12.960.	○	○

17. Untuk setiap bilangan asli n, didefinisikan $N(n)$ sebagai banyaknya bilangan prima yang kurang dari atau sama dengan n. Contohnya, $N(10) = 4$ karena bilangan prima yang kurang dari atau sama dengan 10 adalah 2, 3, 5, dan 7.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
$N(30) - N(20)$	$N(50) - N(40)$

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

18. Pada bidang koordinat, diketahui titik $A(-1, 2)$ dan titik $B(k, 6)$ dengan k bilangan real.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Jarak titik A ke titik B	$\sqrt{15}$

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Diketahui x dan y bilangan real positif.

Berapakah nilai $\dfrac{x}{y}$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $\dfrac{9^x}{27^y} = 1$

(2) $(x+y)^2 = 25\,(x-y)^2$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.

B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.

C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.

D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.

E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

20. Titik $P(4, 2)$ didilatasi dengan pusat $O(0, 0)$ dan faktor skala k dengan $k \neq 0$, sehingga diperoleh bayangan P'.

Berapakah nilai k?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Jarak titik O ke titik P' adalah $6\sqrt{5}$.

(2) Titik P' terletak pada garis $y = x - 6$.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.

B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.

C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.

D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.

E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	2, 17	___ / 2	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	1, 19	___ / 2	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	11	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	6, 12	___ / 2	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	9	___ / 1	Ulangi hlm. 182
Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers	15	___ / 1	Ulangi hlm. 195
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	4	___ / 1	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras	8	___ / 1	Ulangi hlm. 255
Sub bab 3.4 · Lingkaran	13	___ / 1	Ulangi hlm. 291
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	5	___ / 1	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	7, 18	___ / 2	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri	20	___ / 1	Ulangi hlm. 366
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	10	___ / 1	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	3, 16	___ / 2	Ulangi hlm. 430
Sub bab 4.5 · Peluang	14	___ / 1	Ulangi hlm. 445

Skor 70 % atau lebih: lanjut ke bab berikutnya. Skor 50–69 %: ulangi sub bab pada tabel yang kurang dari separuh benar. Skor di bawah 50 %: baca ulang bab ini dari awal. (Angka ini anjuran belajar, bukan prediksi nilai UTBK-SNBT.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian C · Simulasi UTBK-SNBT

Kerjakan setelah semua bab selesai. Simulasi 1–3 memakai soal asli SNBT 2024, 2025, dan 2026 (satu tahun satu simulasi); simulasi berikutnya adalah paket prediksi. Kerjakan tiap simulasi dalam sekali duduk sesuai waktunya, tanpa membuka materi.

Daftar simulasi

Simulasi	Jumlah soal	Waktu	Kode LMS
Simulasi 1 — Soal Asli SNBT 2024	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN1
Simulasi 2 — Soal Asli SNBT 2025	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN2
Simulasi 3 — Soal Asli SNBT 2026	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN3
Simulasi 4 — Prediksi SNBT 2027 — 1	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN4
Simulasi 5 — Prediksi SNBT 2027 — 2	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN5
Simulasi 6 — Prediksi SNBT 2027 — 3	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN6
Simulasi 7 — Prediksi SNBT 2027 — 4	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN7
Simulasi 8 — Prediksi SNBT 2027 — 5	20 soal	20 menit	SNBTPK-FIN8

Saran: beri jeda beberapa hari antarsimulasi. Setelah tiap simulasi, cocokkan jawaban di Bagian D lalu ulangi sub bab yang ditunjuk tabel anjuran sebelum mengerjakan simulasi berikutnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 1 — Soal Asli SNBT 2024

SNBTPK-FIN1

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 1 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN1

1. Jika $12 + 24 : 3 = (16)^{\frac{1}{2}} \times m$, maka nilai m adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

2. Banyaknya susunan lima angka berbeda dari angka $0, 1, 2, 3,$ dan 4 dari kiri ke kanan, dengan angka pertamanya BUKAN 0 dan angka terakhirnya 1 atau 3 adalah ....

Jawaban: _____

3. Banyaknya susunan lima huruf berbeda dari huruf D, R, E, A, dan M dengan syarat D dan R TIDAK berdampingan adalah ....

Jawaban: _____

4. Urutan tiga bilangan $\frac{10}{11}; 0{,}9; 1 - (9{,}1\%)$ dari yang terkecil ke yang terbesar adalah ....

A. $1 - (9{,}1\%); \frac{10}{11}; 0{,}9$

B. $1 - (9{,}1\%); 0{,}9; \frac{10}{11}$

C. $0{,}9; 1 - (9{,}1\%); \frac{10}{11}$

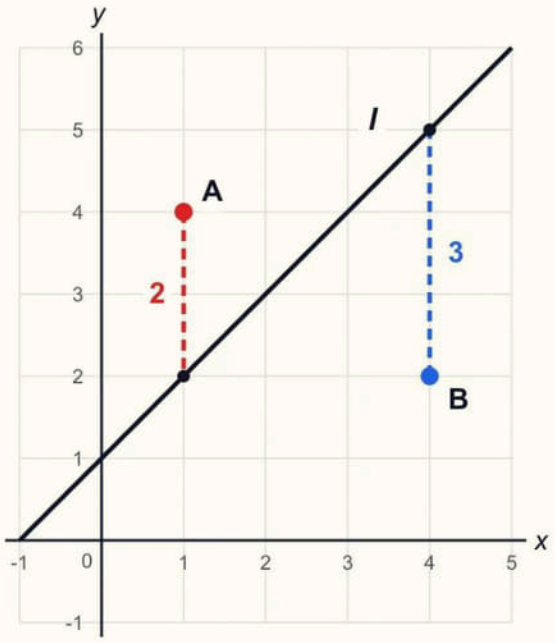
D. $\frac{10}{11}; 0{,}9; 1 - (9{,}1\%)$

E. $\frac{10}{11}; 1 - (9{,}1\%); 0{,}9$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

5. Jarak vertikal sembarang titik (x_0, y_0) ke garis $l : y = ax + b$ didefinisikan sebagai $|y_0 - (ax_0 + b)|$. Sebagai contoh, jarak vertikal titik A dan B ke garis l pada gambar di atas berturut-turut adalah 2 dan 3.

Rata-rata jarak vertikal titik $(0, -4)$, $(1, 3)$, dan $(2, 4)$ ke garis $m : y = 2x - 1$ adalah ....



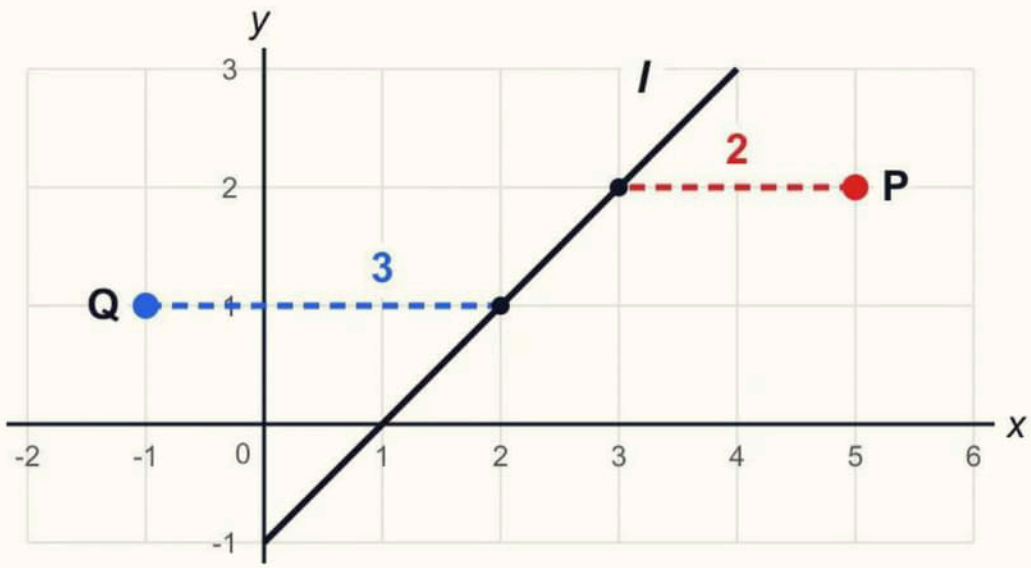
A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Jarak horizontal sembarang titik (x_0, y_0) ke garis $l : x = ay + b$ didefinisikan sebagai $|x_0 - (ay_0 + b)|$. Sebagai contoh, jarak horizontal titik P dan Q ke garis l pada gambar di atas berturut-turut adalah 2 dan 3.

Rata-rata jarak horizontal titik $(-5, -1)$, $(-2, 1)$, dan $(7, 2)$ ke garis $m : x = 2y - 1$ adalah ....



A. $\frac{2}{3}$
B. 2
C. 3
D. 6
E. 9

7. Sistem persamaan linear dalam variabel x, y, dan z

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 2k \\ x + z = 6 \end{cases}$$

memiliki solusi $x = a$, $y = b$, dan $z = c$. Pernyataan mana saja yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) $2a + b + c = 8$
(2) $a = 4 - k$
(3) $b = k - 2$
(4) $c = -1$ jika $k = -3$

A. (1), (2), dan (3)
B. (1) dan (3)
C. (2) dan (4)
D. (4)
E. (1), (2), (3), dan (4)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Sistem persamaan linear dalam variabel x, y, dan z

$$\begin{cases} 2x - y - z = 1 \\ x - y = a \\ y + z = 5 \end{cases}$$

memiliki solusi $x = r, y = s$, dan $z = t$. Pernyataan mana saja yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) $r = 1$
(2) $s = 2$ jika $a = 1$
(3) $r + t = 5$ jika $a \neq 0$
(4) $2r + s + t = 11$

A. (1), (2), dan (3)
B. (1) dan (3)
C. (2) dan (4)
D. (4)
E. (1), (2), (3), dan (4)

9. Daerah S dari bidang Cartesius adalah himpunan semua solusi dari sistem pertidaksamaan linear

$$\begin{aligned} x &\leq -1 \\ 2y + x &\leq 4 \\ y &\geq x - 2 \end{aligned}$$

Pernyataan mana saja yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) Luas daerah S TIDAK berhingga.
(2) Sebagian daerah S terletak di kuadran kedua.
(3) Garis $y = x$ memotong daerah S.
(4) Titik $(-1, -3)$ terletak di daerah S.

A. (1), (2), dan (3)
B. (1) dan (3)
C. (2) dan (4)
D. (4)
E. (1), (2), (3), dan (4)

10. Daerah S dari bidang Cartesius adalah himpunan semua solusi dari sistem pertidaksamaan linear

$$\begin{aligned} 3x + y &\leq 6 \\ x - 4y &\leq 8 \\ 3x &\geq y \end{aligned}$$

Pernyataan mana saja yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) Batas daerah S merupakan suatu segitiga.
(2) Sebagian daerah S terletak di kuadran ketiga.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(3) Garis $y = 2$ memotong daerah S.
(4) Titik $(2, 1)$ terletak di daerah S.

A. (1), (2), dan (3)
B. (1) dan (3)
C. (2) dan (4)
D. (4)
E. (1), (2), (3), dan (4)

11. Barisan bilangan real $a_1, a_2, \ldots$ memenuhi $a_{n+1} = 3 + 2a_n$ untuk tiap bilangan asli n dan $a_5 = 53$. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) $a_7 = 100$
(2) a_3 merupakan bilangan prima
(3) a_{2024} merupakan bilangan ganjil
(4) $a_{10} + a_{11}$ merupakan bilangan kelipatan 3

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

12. Barisan bilangan real $a_1, a_2, \ldots$ memenuhi $a_{n+1} = 2 - 5a_n$ untuk tiap bilangan asli n dan $a_4 = -8$. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) a_3 merupakan bilangan bulat
(2) $a_5 = -38$
(3) a_{2002} merupakan bilangan negatif
(4) $a_{40} - a_{30}$ merupakan bilangan kelipatan 5

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

13. Sekumpulan data disajikan sebagai berikut:

$15, 20, 20, 25, 25, 25, 30, 30, 45$

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) Median kumpulan data lebih dari modusnya.
(2) Rata-rata kumpulan data kurang dari 25.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(3) Modus kumpulan data kurang dari jangkauannya.
(4) Median kumpulan data lebih dari jangkauannya.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

14. Sekumpulan data disajikan sebagai berikut:

$2, 2, 2, 3, 4, 5, 10, 12, 14$

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar berdasarkan informasi di atas?

(1) Rata-rata, median, dan modus kumpulan data merupakan tiga suku awal dari suatu barisan aritmetika.
(2) Rata-rata kumpulan data merupakan bilangan prima.
(3) Modus kumpulan data kurang dari mediannya.
(4) Median kumpulan data kurang dari jangkauannya.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

15. Fungsi f dan g didefinisikan dengan $f(x) = x^2 - 2x + 1$ dan $g(x) = f(x+1)$.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
$g(1) = 1$	○	○
Grafik fungsi g diperoleh dari pergeseran grafik fungsi f satu satuan ke kiri	○	○
Grafik fungsi g memotong garis $x = 0$ di titik $(0, 1)$	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Fungsi f didefinisikan dengan $f(x) = (x-1)^2 - 1$. Grafik fungsi g merupakan hasil pencerminan grafik fungsi f terhadap sumbu x.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
$g(1) = f(1)$	○	○
Grafik fungsi g dan f berpotongan di dua titik berbeda	○	○
Grafik fungsi g mempunyai sumbu simetri $x = 1$	○	○

17. Suatu kerucut dengan luas alas 25π memiliki volume 75π.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Tinggi kerucut kurang dari 10	○	○
Diameter alas kerucut lebih dari 6	○	○
Tabung dengan volume 200π dapat memuat kerucut tersebut	○	○

18. Suatu tabung dengan jari-jari 10 memiliki volume 500π.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Tinggi tabung sama dengan 5	○	○
Luas selimut tabung kurang dari 300	○	○
Tabung dapat memuat empat kubus yang saling lepas dengan panjang rusuk 4	○	○

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Fungsi f dan g didefinisikan dengan $f(x) = \dfrac{a}{x^2+1}$ dan $g(x) = x^2 + b$.

Apakah $f(1) \times g(1) > 0$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $a - 1 < 0$ dan $b > 0$
(2) $a < 0$ dan $b + 1 > 0$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

20. Koordinat titik-titik sudut segitiga KLM adalah $K(0,0)$, $L(6,0)$, dan $M(3,c)$ dengan $c \neq 0$. Apakah garis $y = mx + 1$ memotong segitiga KLM?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $c = 3m$
(2) $m < -\dfrac{1}{6}$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○
11	○	○	○	○	○
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
15					
16					
17					
18					
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○

Soal isian singkat (nomor 1, 2, 3): tulis jawaban pada garis di bawah soalnya.

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 15, 16, 17, 18): jawab langsung pada soalnya.

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	19	___ / 1	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	4	___ / 1	Ulangi hlm. 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	1	___ / 1	Ulangi hlm. 85
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	7, 8	___ / 2	Ulangi hlm. 182
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	11, 12	___ / 2	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	17, 18	___ / 2	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	5, 6, 9, 10, 20	___ / 5	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri	15, 16	___ / 2	Ulangi hlm. 366
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	13, 14	___ / 2	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	2, 3	___ / 2	Ulangi hlm. 430

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 2 — Soal Asli SNBT 2025

SNBTPK-FIN2

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 2 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN2

1. Jika $4 \div \frac{1}{2} = \sqrt{t}$, maka nilai $t = \ldots$

A. 2
B. 4
C. 8
D. 16
E. 64

2. Titik $T(2,17)$ terletak pada grafik fungsi $f(x) = x^2 - rx + 33$. Nilai $r = \ldots$

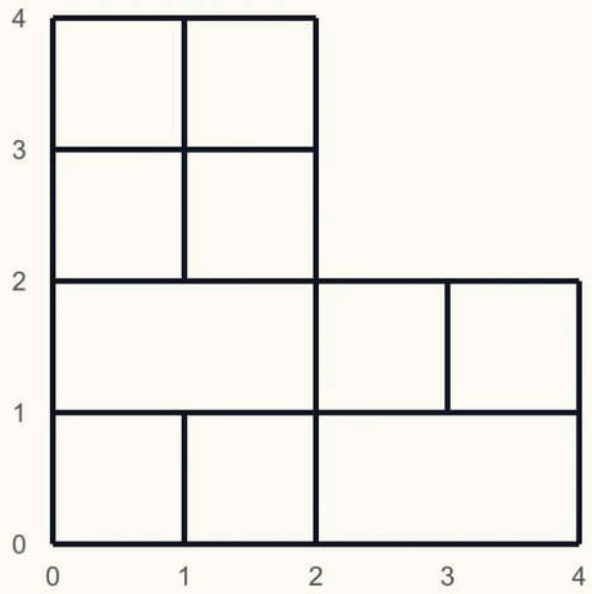
A. -17
B. -10
C. 10
D. 17
E. 25

3. Sembilan bilangan yaitu $2, 4, 8, 3, 6, 5, 7, 8, 4$ diurutkan dari yang terbesar hingga terkecil. Jika u dan t secara berturut-turut mempresentasikan bilangan pada posisi ke-3 dan ke-8 setelah diurutkan, nilai $(2 \times u) - t$ sama dengan $\ldots$

A. 14
B. 13
C. 12
D. 11
E. 10

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Banyaknya persegi pada bangun datar di atas adalah . . .



A. 8
B. 10
C. 12
D. 14
E. 20

5. Untuk setiap bilangan bulat x, didefinisikan

$$[x] = \begin{cases} \dfrac{x+3}{x-2}, & \text{jika } x \text{ ganjil} \\ \dfrac{x^2+2}{2}, & \text{jika } x \text{ genap taknegatif} \\ 2x^2+1, & \text{jika } x \text{ genap negatif} \end{cases}$$

Nilai dari $[1-[2)]$ sama dengan . . .

A. -7
B. 3
C. 4
D. 8
E. 9

Bacaan untuk soal nomor 6–8

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Grafik fungsi $f(x) = 2x^2 - x - 1$ dan $g(x) = x^2 - 3x + 7$ berpotongan di dua titik berbeda, yaitu $K(a, b)$ dan $L(c, d)$. Garis m melalui kedua titik tersebut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Jika $b > d$, nilai a sama dengan . . .

A. -4
B. -2
C. 0
D. 2
E. 4

7. Gradien garis m adalah . . .

A. -5
B. $-\frac{1}{5}$
C. 1
D. $\frac{1}{5}$
E. 5

8. Jika garis $y = px + q$ tegak lurus pada garis m dan melalui titik $(1, 1)$, nilai $p + q$ sama dengan . . .

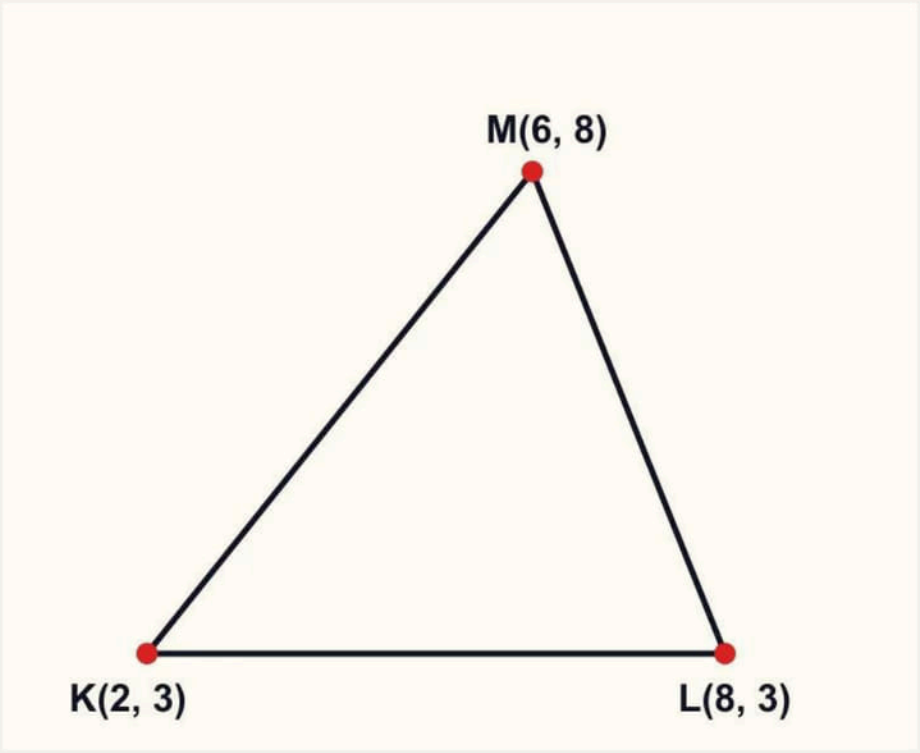
A. -5
B. -1
C. $-\frac{3}{5}$
D. $\frac{3}{5}$
E. 1

Bacaan untuk soal nomor 9–11

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Suatu limas dengan volume 30 memiliki alas berupa daerah segitiga KLM. Koordinat titik-titik sudut segitiga tersebut disajikan pada gambar berikut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



9. Jarak antara titik M dan $\overline{KL}$ adalah . . .

A. $\sqrt{41}$
B. 6
C. $3\sqrt{29}$
D. 5
E. 3

10. Luas daerah segitiga KLM sama dengan . . . (satuan luas)

A. 9
B. 15
C. $3\sqrt{29}$
D. 18
E. $3\sqrt{41}$

11. Tinggi limas tersebut adalah . . .

A. 2
B. $\frac{30}{41}\sqrt{41}$
C. $\frac{20}{29}\sqrt{29}$
D. 6
E. 10

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Di antara pilihan berikut yang merupakan faktor persekutuan dari $(49^2 + 49)$ dan $(12^2 - 2^2)$ adalah . . .

(1) 10
(2) 14
(3) 35
(4) 50

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

13. Fungsi f dengan variabel x memenuhi

$3^{x-1} < f(x) < 3x^2 + 1 \quad \text{untuk } x \leq 4$

Di antara pilihan berikut, nilai f di $x = 3$ yang TIDAK MUNGKIN adalah . . .

(1) 7
(2) 12
(3) 9
(4) 24

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

14. Jika $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ dan $\cos(\alpha) = \frac{3}{4}$, di antara pilihan berikut yang benar adalah . . .

(1) $\sin(\alpha) = \frac{4}{\sqrt{7}}$
(2) $\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{3}{\sqrt{7}}$
(3) $\cos(\alpha) < \sin(\alpha)$
(4) $\tan(\alpha) = \frac{\sqrt{7}}{3}$

A. Pernyataan (1), (2), dan (3) SAJA yang benar.
B. Pernyataan (1) dan (3) SAJA yang benar.
C. Pernyataan (2) dan (4) SAJA yang benar.
D. HANYA Pernyataan (4) yang benar.
E. SEMUA pernyataan benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Segitiga ABC merupakan segitiga sama sisi dengan panjang sisi 4. Daerah segitiga ABC memiliki luas L_1. Titik D merupakan titik tengah sisi AB dan titik E berada di ruas garis CD sehingga luas daerah segitiga ABE adalah L_2.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
$\frac{L_2}{L_1}$	$\frac{1}{3}$

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

16. Untuk setiap bilangan bulat x, y, b, c, t, dan u didefinisikan:

$$\left(\left\langle\begin{bmatrix} x & t & b \\ & y & \\ u & c & \end{bmatrix}\right\rangle\right) = \big((u \cdot c \cdot x) - (t \cdot u) - u\big) \cdot (b - y)$$

Diketahui a merupakan suatu bilangan prima.

P	Q
$\left(\left\langle\begin{bmatrix} 3 & 7 & 5 \\ & 6 & \\ a & 2 & \end{bmatrix}\right\rangle\right)$	3

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

17. Sistem persamaan linear dalam d, e, dan f, yaitu:

$$\begin{cases} 4d + 10e - f = -12 \\ 2d + 5e = -4 \\ 2d + 5e + 2f = 4 \end{cases}$$

mempunyai solusi $d = x, e = y$, dan $f = z$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
$z^2 - (x^2 + y^2)$	17

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

18. Enam bilangan bulat positif yaitu $1, 4, 7, 3, b, 8$, memiliki rata-rata $5\frac{1}{3}$. Jika jangkauan dari keenam bilangan tersebut dikurangi rata-ratanya adalah $\frac{Q}{15}$, nilai $Q = \ldots$

A. 8
B. 16
C. 24
D. 32
E. 40

19. Barisan aritmetika $a_1, a_2, a_3, \ldots$ yang semua sukunya bilangan bulat memiliki beda -3.

Apakah a_{2025} genap?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $(a_1 + a_2)$ ganjil
(2) $(a_2 + a_3)$ ganjil

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Fungsi f dan g dengan variabel real didefinisikan sebagai berikut.

$f(x) = 2x^2 + bx$ dan $g(x) = x^2 - d$

untuk bilangan asli b dan d tertentu.

Apakah terdapat bilangan real r sehingga $f(r) = g(r)$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $b - 5d = 0$
(2) $b > d + 1$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○
11	○	○	○	○	○
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
15	○	○	○	○	○
16	○	○	○	○	○
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	16	___ / 1	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	1, 13	___ / 2	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	12	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	2, 6, 20	___ / 3	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	17	___ / 1	Ulangi hlm. 182
Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers	5	___ / 1	Ulangi hlm. 195
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	19	___ / 1	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras	10, 15	___ / 2	Ulangi hlm. 255
Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar	4	___ / 1	Ulangi hlm. 275
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	11	___ / 1	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	7, 8, 9	___ / 3	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku	14	___ / 1	Ulangi hlm. 351
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	3, 18	___ / 2	Ulangi hlm. 404

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 3 — Soal Asli SNBT 2026

SNBTPK-FIN3

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 3 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN3

1. Banyak permutasi enam digit $1, 2, 3, 4, 5, 7$ dengan syarat digit-digit genap tidak berdampingan adalah ....

Jawaban: _____

2. Banyaknya permutasi enam huruf A, I, O, B, C, D dengan syarat huruf vokal tidak berdampingan adalah ....

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Bilangan bulat P dan Q memenuhi grid operasi aritmetika berikut. Setiap baris dibaca dari kiri ke kanan dan setiap kolom dibaca dari atas ke bawah sebagai satu persamaan. Nilai $Q + P$ adalah ....

6	+	P	=	2
−		+		−
16	−	13	=	3
=		=		=
Q	+	9	=	−1

A. -14
B. -10
C. -4
D. 6
E. 14

4. Untuk bilangan real a dan b tertentu, grafik fungsi $f(x) = ax + b - 1$ melalui titik $(1, 5)$ dan $(3, 15)$. Nilai $a + b$ adalah ....

A. 1
B. 6
C. 11
D. 13
E. 15

5. Grafik fungsi $f(x) = x^2 - bx + 11$ melalui tiga titik, yaitu $(1, 6)$, $(a, 3)$, dan $(a + 3, 6)$. Nilai $a \cdot b$ adalah ....

A. 6
B. 12
C. 15
D. 18
E. 24

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

6. Untuk bilangan real p dan q tertentu, grafik fungsi $f(x) = x^2 - qx + 11$ melalui titik $(3, 2)$, $(p, 6)$, dan $(p + 4, 6)$. Nilai $2p + q$ adalah ....

A. 5
B. 6
C. 7
D. 8
E. 10

7. Untuk bilangan real a dan b tertentu, grafik fungsi $g(x) = ax^2 - 4x + 6$ melalui titik $(b - 1, 4)$, $(2, 6)$, dan $(b + 2, 22)$. Nilai $a + b$ adalah ....

A. 3
B. 4
C. 6
D. 9
E. 11

8. Banyaknya bilangan genap positif kurang dari 30 yang memiliki sisa 2 atau 3 jika dibagi 5 adalah k.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
k	6

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

9. Luas daerah lingkaran dengan pusat O adalah 9π. Titik M dan N terletak pada lingkaran tersebut sehingga panjang busur MN adalah π. Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah dari pernyataan berikut yang benar?

(1) Jari-jari lingkaran tersebut adalah 3.
(2) Keliling lingkaran tersebut adalah 6π.
(3) Luas juring MON adalah $\frac{3}{2}\pi$.
(4) $\angle MON = 60^\circ$.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

10. Suatu barisan geometri memiliki rasio -3 dan suku ke-5 barisan tersebut sama dengan 1. Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah dari pernyataan berikut yang benar?

(1) Suku ke-1 barisan bernilai negatif.
(2) Suku ke-9 barisan bernilai positif.
(3) Hasil penjumlahan dua suku barisan yang berurutan bernilai negatif.
(4) Hasil perkalian dua suku barisan yang berurutan bernilai negatif.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

11. Banyaknya bilangan lima angka antara 10.000 dan 20.000 yang merupakan kelipatan 5, angka-angkanya berbeda, dan jumlah angka ke-1, ke-3, dan ke-5 sama dengan 9 adalah ....

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Perhatikan pembuktian berikut. Tujuan pembuktian adalah menunjukkan bahwa nilai $\dfrac{10^2 \times 30}{120}$ adalah 25. Setiap langkah di bawah ini seharusnya bernilai 25.

Langkah (1): $\dfrac{10^2 \times 30}{120}$

Langkah (2): $100 \times \dfrac{120}{30}$

Langkah (3): $10 \times \dfrac{30}{120}$

Langkah (4): $100 \times \dfrac{1}{4}$

Ekspresi pada langkah keberapa sajakah yang harus diganti agar nilai setiap langkah sama dengan 25?

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. (2) dan (3) SAJA

13. Hasil kali tiga bilangan prima p, q, dan r dengan $p < q < r$ adalah 2.431. Nilai $r^2 - (p \times q)$ adalah ....

Jawaban: _____

14. Hasil perkalian tiga bilangan prima berbeda a, b, dan c adalah 182. Nilai $a + b + c$ adalah ....

Jawaban: _____

15. Dipilih secara acak satu bilangan dua digit yang kedua digitnya ganjil dan berbeda.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Peluang digit puluhan lebih dari digit satuan	$\dfrac{1}{3}$

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

16. Untuk bilangan real negatif a, di antara tiga bilangan a, $\sqrt[3]{a}$, dan a^3, apakah a^3 merupakan bilangan terkecil?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

$(1)\ -2 < a < -\dfrac{1}{9}$

$(2)\ -1 < a < 0$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.

B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.

C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.

D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.

E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

17. Untuk bilangan real negatif a tertentu, di antara empat bilangan a, $\sqrt[3]{a}$, a^2, dan a^3, apakah a^2 merupakan bilangan terkecil?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

$(1)\ -2 < a < -\dfrac{1}{9}$

$(2)\ -1 < a < 0$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.

B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.

C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.

D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.

E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

18. Sebuah mesin cetak digital memproduksi modul persiapan ujian sebanyak N eksemplar, dengan N adalah hasil kali empat bilangan prima pertama. Jika total biaya produksi dihitung dengan rumus $N \times 150$ rupiah, jumlah semua faktor prima yang berbeda dari angka biaya tersebut adalah ....

Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Sebuah program latihan treadmill menggunakan kecepatan v dan kemiringan i, dengan v dan i keduanya bilangan prima. Jika berlaku $v^3 + i^2 = 196$, nilai $(v \times i) + (i - v)$ adalah ....

Jawaban: _____

20. Seorang peternak memiliki 16 ayam hitam dan 14 ayam putih. Di antara ayam putih tersebut, 10 ekor adalah ayam betina. Banyak cara memilih 4 ayam dengan tepat 2 di antaranya ayam betina putih adalah ....

Jawaban: _____

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2					
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○
11					
12	○	○	○	○	○
13					
14					

No	A	B	C	D	E
15	○	○	○	○	○
16	○	○	○	○	○
17	○	○	○	○	○
18					
19					
20					

Soal isian singkat (nomor 1, 2, 11, 13, 14, 18, 19, 20): tulis jawaban pada garis di bawah soalnya.

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	3, 13, 14, 19	___ / 4	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	12, 16, 17	___ / 3	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	8, 18	___ / 2	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	5, 6, 7	___ / 3	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	10	___ / 1	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.4 · Lingkaran	9	___ / 1	Ulangi hlm. 291
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	4	___ / 1	Ulangi hlm. 327
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	1, 2, 11, 20	___ / 4	Ulangi hlm. 430
Sub bab 4.5 · Peluang	15	___ / 1	Ulangi hlm. 445

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 4 — Prediksi SNBT 2027 — 1

SNBTPK-FIN4

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 4 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN4

1. Nilai dari $\left(\sqrt{75}-\sqrt{27}\right)^2+\sqrt{8}\times\sqrt{32}$ adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

2. Pada suatu hari di tahun 2027, suhu ruang pembeku di sebuah gudang ikan tercatat -14°C pada pukul 06.00. Karena listrik padam, suhu ruang itu naik 3°C setiap jam sampai pukul 10.00. Setelah listrik menyala kembali pukul 10.00, suhu turun 5°C setiap jam.

Suhu ruang pembeku tersebut pada pukul 13.00 adalah ....

A. 11^{circ}C
B. -7^{circ}C
C. -14^{circ}C
D. -17^{circ}C
E. -22^{circ}C

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Kode loker siswa di sebuah sekolah pada tahun 2027 terdiri atas empat angka yang dipilih dari angka 0 sampai 9. Aturan pembuatan kode:

- angka pertama bukan 0,
- angka terakhir merupakan angka ganjil, dan
- keempat angka berbeda.

Banyak kode loker berbeda yang dapat dibuat adalah ....

A. 1.680
B. 2.240
C. 2.520
D. 3.240
E. 4.500

4. Sebuah toko roti mencatat banyak roti yang terjual selama satu minggu pada bulan Maret 2027. Penjualan hari Senin sampai Jumat berturut-turut 124, 131, 118, 140, dan 127 roti. Banyak roti yang terjual pada hari Minggu adalah dua kali banyak roti yang terjual pada hari Sabtu. Rata-rata penjualan per hari selama tujuh hari tersebut (Senin sampai Minggu) adalah 145 roti.

Banyak roti yang terjual pada hari Minggu adalah ....

Jawaban: _____

5. Panitia lomba lari tahun 2027 menyiapkan sejumlah botol air minum. Banyak botol lebih dari 100 tetapi kurang dari 200. Jika botol dikemas 7 botol per kardus, tersisa 3 botol. Jika botol dikemas 9 botol per kardus, tersisa 5 botol.

Banyak botol paling sedikit yang mungkin disiapkan panitia adalah ....

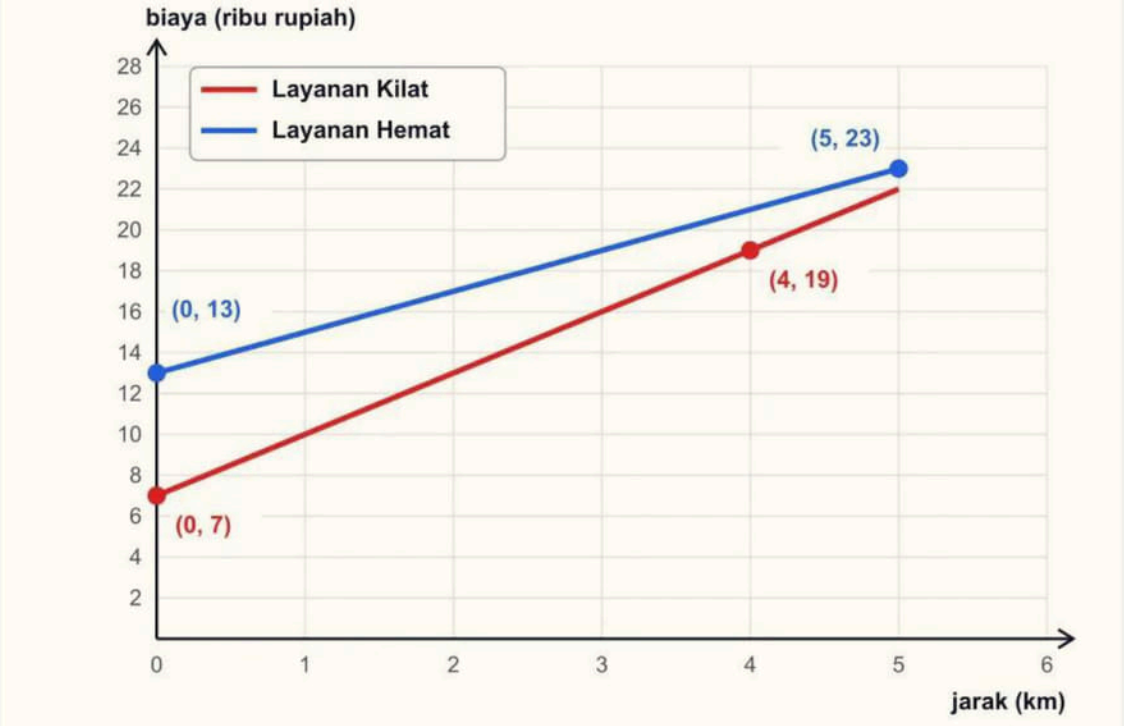
A. 59
B. 104
C. 122
D. 134
E. 138

Bacaan untuk soal nomor 6–8

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Grafik berikut menunjukkan biaya perjalanan dua layanan ojek daring di sebuah kota pada tahun 2027, yaitu Layanan Kilat dan Layanan Hemat (nama layanan fiktif). Biaya setiap layanan terdiri atas biaya awal yang tetap ditambah tarif yang sama untuk setiap kilometer. Sumbu mendatar menyatakan jarak tempuh x (km) dan sumbu tegak menyatakan biaya y (ribu rupiah). Grafik hanya digambar sampai jarak 5 km.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



6. Tarif per kilometer Layanan Hemat adalah ....

A. Rp13.000
B. Rp10.000
C. Rp4.600
D. Rp3.000
E. Rp2.000

7. Jika grafik kedua layanan diperpanjang, kedua layanan mengenakan biaya yang sama untuk perjalanan sejauh .... km.

A. 6
B. 4
C. 3
D. 2
E. 1,2

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Pada akhir tahun 2027 hadir Layanan Prima. Grafik biaya Layanan Prima sejajar dengan grafik biaya Layanan Kilat, dan untuk perjalanan sejauh 4 km biaya Layanan Prima sama dengan biaya Layanan Hemat.

Persamaan garis biaya Layanan Prima adalah ....

A. $y = 3x + 33$
B. $y = 3x + 21$
C. $y = 3x + 17$
D. $y = 3x + 9$
E. $y = 2x + 13$

9. Pada tahun 2026, sebuah sekolah membuat kebun sayur berbentuk trapesium sama kaki. Panjang kedua sisi sejajarnya 7 m dan 25 m, sedangkan panjang setiap kaki trapesium (sisi yang tidak sejajar) adalah 15 m.

Luas kebun sayur tersebut adalah .... m^2.

A. 96
B. 192
C. 240
D. 300
E. 384

10. Pada undian berhadiah sebuah acara sekolah tahun 2027, kupon diberi nomor 100 sampai 300 (setiap nomor tepat satu kupon). Kupon yang nomornya habis dibagi 3 atau habis dibagi 5 mendapat hadiah hiburan.

Banyak kupon yang mendapat hadiah hiburan adalah ....

Jawaban: _____

11. Grafik fungsi kuadrat $f(x) = -x^2 + 4x + c$ memotong sumbu y di titik $(0, -5)$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Grafik fungsi f memotong sumbu x di dua titik berbeda.
(2) Nilai $f(x)$ negatif untuk setiap bilangan real x.
(3) Titik puncak grafik fungsi f adalah $(2, 1)$.
(4) Persamaan $f(x) = -1$ mempunyai tepat satu penyelesaian.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Segitiga PQR siku-siku di Q dengan panjang $PQ = 20$ cm dan $PR = 29$ cm.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $\sin P = \dfrac{20}{29}$

(2) $\tan R = \dfrac{21}{20}$

(3) $\sin P \times \cos P > \dfrac{1}{2}$

(4) $\tan P \times \tan R = 1$

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

13. Sebuah hiasan meja pejal dibuat pada tahun 2027 dari gabungan tabung dan kerucut. Tabung mempunyai jari-jari 6 cm dan tinggi 10 cm. Di atas tabung dipasang kerucut yang alasnya berimpit tepat dengan tutup tabung, dan tinggi kerucut 8 cm. Seluruh permukaan luar hiasan (termasuk alas tabung) akan dicat.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Volume hiasan adalah 456π cm^3.

(2) Luas permukaan yang dicat adalah 252π cm^2.

(3) Perbandingan volume kerucut dengan volume tabung adalah $4 : 15$.

(4) Luas selimut kerucut adalah 48π cm^2.

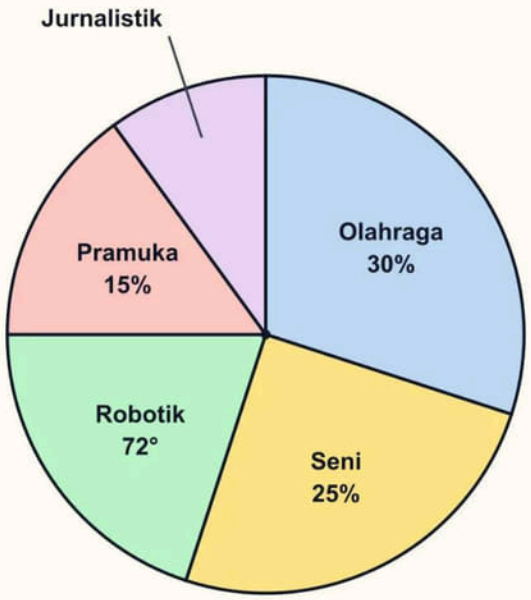
A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

14. Diagram lingkaran berikut menunjukkan pilihan ekstrakurikuler 480 siswa kelas X sebuah SMA pada tahun 2027. Setiap siswa memilih tepat satu ekstrakurikuler. Untuk Robotik, diagram mencantumkan besar sudut juringnya; untuk Jurnalistik, nilainya tidak dicantumkan.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar berdasarkan diagram tersebut?

(1) Banyak siswa yang memilih Robotik adalah 96 orang.
(2) Besar sudut juring Jurnalistik adalah 36°.
(3) Banyak siswa yang memilih Robotik lebih dari banyak siswa yang memilih Seni.
(4) Lebih dari separuh siswa memilih Olahraga atau Seni.



A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) $\frac{4}{9} > 0{,}44$

(2) $-\frac{3}{4} < -0{,}7$

(3) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} > 0{,}08$

(4) $0{,}87 < \frac{7}{8} < 0{,}88$

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

16. Sebuah gedung pertunjukan yang dibuka pada tahun 2027 mempunyai 20 baris kursi. Banyak kursi pada setiap baris membentuk barisan aritmetika. Baris ke-3 berisi 26 kursi dan baris ke-8 berisi 41 kursi.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Baris ke-20 berisi 77 kursi.	○	○
Banyak kursi seluruhnya pada gedung tersebut adalah 1.000 kursi.	○	○
Terdapat satu baris yang berisi tepat 60 kursi.	○	○

17. Bilangan real a dan b memenuhi $a + b = 2$ dan $a^2 - b^2 = 16$.

P	Q
$(a-b)^2$	$a^2 - b^2$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Semua koin yang digunakan adalah koin seimbang yang mempunyai sisi angka dan sisi gambar.

P	Q
Peluang muncul tepat dua sisi angka pada pelemparan empat koin sekaligus	Peluang muncul tepat satu sisi angka pada pelemparan tiga koin sekaligus

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

19. Diketahui sistem persamaan linear dalam variabel x dan y berikut, dengan a dan b bilangan real.

$$\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ 6x + by = 8 \end{cases}$$

Apakah sistem persamaan tersebut mempunyai tepat satu penyelesaian?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $a + b = 7$
(2) a dan b bilangan bulat dengan $a > b$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Titik $P(a, b)$ dirotasi sebesar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0, 0)$, kemudian bayangannya dicerminkan terhadap sumbu x. Hasil akhirnya adalah titik P''.

Apakah titik P'' terletak di kuadran III?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $ab > 0$ dan $a + b > 0$
(2) $a > b$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4					
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10					
11	○	○	○	○	○
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
15	○	○	○	○	○
16					
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○

Soal isian singkat (nomor 1, 4, 10): tulis jawaban pada garis di bawah soalnya.

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 16): jawab langsung pada soalnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	2	___ / 1	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	15	___ / 1	Ulangi hlm. 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	1	___ / 1	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	5, 10	___ / 2	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.1 · Faktorisasi dan Manipulasi Aljabar	17	___ / 1	Ulangi hlm. 141
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	11	___ / 1	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	7, 19	___ / 2	Ulangi hlm. 182
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	16	___ / 1	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar	9	___ / 1	Ulangi hlm. 275
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	13	___ / 1	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	6, 8	___ / 2	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku	12	___ / 1	Ulangi hlm. 351
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri	20	___ / 1	Ulangi hlm. 366
Sub bab 4.1 · Penyajian dan Membaca Data	14	___ / 1	Ulangi hlm. 392
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	4	___ / 1	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	3	___ / 1	Ulangi hlm. 430
Sub bab 4.5 · Peluang	18	___ / 1	Ulangi hlm. 445

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 5 — Prediksi SNBT 2027 — 2

SNBTPK-FIN5

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 5 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN5

1. Pada tahun 2027, lantai ruang baca sebuah perpustakaan sekolah berbentuk persegi panjang dengan panjang $6{,}6$ m dan lebar $4{,}2$ m. Lantai itu akan ditutup penuh dengan ubin berbentuk persegi yang semuanya berukuran sama. Panjang sisi ubin berupa bilangan bulat dalam sentimeter dan tidak ada ubin yang dipotong. Agar banyak ubin sesedikit mungkin, ukuran ubin dibuat sebesar mungkin.

Banyak ubin yang diperlukan adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

2. Nilai dari $\dfrac{2^{-3} \times 4^{2} + 5^{0}}{3^{-1}}$ adalah ....

A. -1
B. 1
C. 6
D. 9
E. 21

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Waktu (dalam menit) yang diperlukan 11 siswa untuk menyelesaikan satu set latihan soal pada Maret 2027 adalah sebagai berikut.

$18, 7, 25, 12, 30, 15, 9, 21, 14, 27, 16$

Jangkauan antarkuartil ($Q_3 - Q_1$) data tersebut adalah ....

A. 13
B. 11
C. 9
D. $6{,}5$
E. 4

4. Pada sebuah permainan papan di klub matematika sekolah tahun 2027, dua dadu bersisi enam yang seimbang dilempar bersamaan. Pemain mendapat bonus jika selisih kedua mata dadu yang muncul paling sedikit 2.

Jika kedua dadu dilempar bersamaan sebanyak 216 kali, frekuensi harapan pemain mendapat bonus adalah ....

Jawaban: _____

5. Bilangan bulat a dan b memenuhi $-5 \le a < b \le 3$.

Nilai terbesar dari $a \times b$ adalah ....

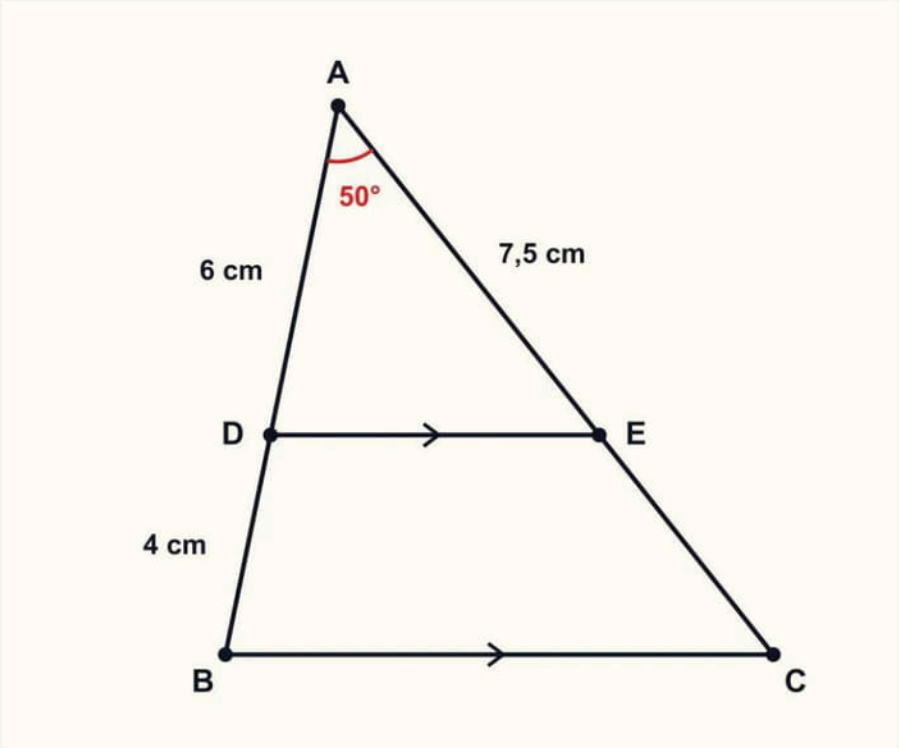
A. 25
B. 20
C. 9
D. 6
E. -15

Bacaan untuk soal nomor 6–8

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Sebuah rangka papan nama berbentuk segitiga ABC diberi palang DE seperti pada gambar berikut. Titik D terletak pada sisi AB, titik E terletak pada sisi AC, dan palang DE sejajar dengan sisi BC. Diketahui $AD = 6$ cm, $DB = 4$ cm, $AE = 7{,}5$ cm, dan $angle BAC = 50^{circ}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



6. Panjang EC adalah .... cm.

A. 3
B. 4
C. 5
D. $11{,}25$
E. $12{,}5$

7. Perbandingan luas segitiga ADE dengan luas segitiga ABC adalah ....

A. $9:4$
B. $3:2$
C. $3:5$
D. $9:16$
E. $9:25$

8. Besar $\angle BDE + \angle CED$ adalah ....

A. 50^{circ}
B. 130^{circ}
C. 180^{circ}
D. 230^{circ}
E. 310^{circ}

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

9. Pada tahun 2027, sebuah aplikasi penukaran uang mengubah rupiah menjadi yen dalam dua tahap (kurs dalam soal ini fiktif, disusun untuk latihan).

• Tahap 1: x rupiah diubah menjadi dolar dengan $f(x) = \dfrac{x}{15.000}$.

• Tahap 2: d dolar diubah menjadi yen dengan $g(d) = 150d - 300$, dengan 300 yen adalah biaya layanan.

Rika ingin menerima tepat 15.000 yen. Banyak rupiah yang harus ditukarkan Rika, yaitu $(g \circ f)^{-1}(15.000)$, adalah ....

A. $1.545.000$
B. $1.530.000$
C. $1.500.300$
D. $1.500.000$
E. $1.470.000$

10. Pada tahun 2027, sebuah sekolah mempunyai 1.250 siswa. Sebanyak 36% siswa mengikuti ekstrakurikuler sains. Dari siswa yang mengikuti ekstrakurikuler sains, $0{,}4$ bagian adalah siswa kelas XII.

Banyak siswa kelas XII yang mengikuti ekstrakurikuler sains adalah ....

Jawaban: _____

11. Pada lomba roket air tahun 2027, ketinggian sebuah roket (dalam meter) t detik setelah diluncurkan dari tanah dinyatakan dengan $h(t) = 30t - 5t^2$. Rumus ini berlaku sejak roket diluncurkan sampai roket kembali menyentuh tanah.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Roket berada pada ketinggian 25 m tepat satu kali.
(2) Roket kembali menyentuh tanah saat $t = 6$.
(3) Pada saat $t = 4$, roket sedang bergerak naik.
(4) Lama roket berada lebih tinggi dari 25 m adalah 4 detik.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

12. Diketahui garis $g : 2x - y = 3$ dan titik $A(7, 1)$. Garis h melalui titik A dan tegak lurus garis g. Garis k melalui titik $(0, 4)$ dan sejajar garis g.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Persamaan garis h adalah $x + 2y = 9$.
(2) Garis g dan garis h berpotongan di titik $(3, 3)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(3) Garis k memotong sumbu x di titik $(-2, 0)$.
(4) Jarak titik A ke garis g adalah $2\sqrt{5}$.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

13. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 11 & 2 \end{pmatrix}$. Matriks X berordo 2×2 memenuhi $AX = B$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $X = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 23 & -7 \end{pmatrix}$
(2) $\det X = 3$
(3) $XA = B$
(4) Jumlah semua elemen matriks X adalah 3.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

14. Pada tahun 2027, pengurus OSIS sebuah sekolah terdiri atas 6 siswa putra dan 4 siswa putri. Dari mereka akan dipilih beberapa siswa untuk tugas tertentu.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Banyak cara memilih 4 siswa tanpa syarat adalah 210.
(2) Banyak cara memilih 4 siswa yang terdiri atas tepat 2 putri adalah 90.
(3) Banyak cara memilih 4 siswa dengan paling sedikit 1 putri adalah 336.
(4) Banyak cara memilih ketua, sekretaris, dan bendahara (tiga jabatan berbeda) dari 10 siswa itu adalah 120.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

15. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Terdapat tepat 4 bilangan prima di antara 20 dan 40.
(2) Jumlah dua bilangan prima yang masing-masing lebih dari 2 selalu bilangan genap.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(3) Bilangan 91 bukan bilangan prima.
(4) Hasil kali tiga bilangan prima terkecil adalah 30.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

16. Sebuah kerucut padat mempunyai jari-jari alas 6 cm dan tinggi 8 cm. Sebuah bola padat mempunyai jari-jari 3 cm.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Luas selimut kerucut adalah 48π cm^2.	○	○
Volume kerucut lebih dari dua kali volume bola.	○	○
Luas permukaan bola sama dengan luas alas kerucut.	○	○

17. Diketahui pertidaksamaan $|x - 4| < 6$.

P	Q
Banyak bilangan bulat x yang memenuhi pertidaksamaan	Nilai x bulat terbesar dikurangi nilai x bulat terkecil yang memenuhi pertidaksamaan

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

18. Sebuah taman berbentuk lingkaran dan sebuah kolam berbentuk persegi yang dibangun pada tahun 2026 mempunyai luas yang sama, yaitu 154 m^2. (Gunakan $\pi = \dfrac{22}{7}$.)

P	Q
Keliling taman (lingkaran) dalam meter	Keliling kolam (persegi) dalam meter

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

19. Diketahui barisan aritmetika $a_1, a_2, a_3, \ldots$ dengan suku-suku bilangan real.

Apakah a_{20} bernilai positif?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $a_3 + a_7 = 28$
(2) $a_{10} < a_5$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

20. Kelompok Merah terdiri atas 5 siswa dan kelompok Biru terdiri atas 4 siswa. Nilai ujian mereka pada tahun 2027 berupa bilangan bulat. Kesembilan nilai itu digabung menjadi satu data.

Apakah median data gabungan lebih dari 70?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Setiap siswa kelompok Merah mendapat nilai lebih dari 72.
(2) Median nilai kelompok Biru adalah 68.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4					
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10					
11	○	○	○	○	○
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
15	○	○	○	○	○
16					
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○

Soal isian singkat (nomor 1, 4, 10): tulis jawaban pada garis di bawah soalnya.

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 16): jawab langsung pada soalnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	5, 15	___ / 2	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	10	___ / 1	Ulangi hlm. 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	2	___ / 1	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	1	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	11	___ / 1	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.3 · Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan	17	___ / 1	Ulangi hlm. 170
Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers	9	___ / 1	Ulangi hlm. 195
Sub bab 2.6 · Matriks Ordo 2 × 2	13	___ / 1	Ulangi hlm. 206
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	19	___ / 1	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.1 · Garis dan Sudut	8	___ / 1	Ulangi hlm. 242
Sub bab 3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras	6, 7	___ / 2	Ulangi hlm. 255
Sub bab 3.4 · Lingkaran	18	___ / 1	Ulangi hlm. 291
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	16	___ / 1	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	12	___ / 1	Ulangi hlm. 327
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	20	___ / 1	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.3 · Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan	3	___ / 1	Ulangi hlm. 420
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	14	___ / 1	Ulangi hlm. 430
Sub bab 4.5 · Peluang	4	___ / 1	Ulangi hlm. 445

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 6 — Prediksi SNBT 2027 — 3

SNBTPK-FIN6

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 6 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN6

1. Pada suatu hari di bulan Juli 2027, suhu ruang pembeku di sebuah gudang ikan pukul 13.00 adalah -18°C. Tepat pukul 13.00 listrik padam, sehingga suhu ruang naik 3°C setiap 10 menit. Pukul 13.50 listrik menyala kembali, lalu mesin pendingin menurunkan suhu sebesar 3°C setiap 4 menit sampai suhu ruang kembali -18°C.

Banyak menit sejak listrik padam sampai suhu ruang pembeku kembali -18°C adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

2. Bilangan lima angka $\overline{73p52}$ habis dibagi 9, sedangkan bilangan lima angka $\overline{4q869}$ habis dibagi 11. Huruf p dan q masing-masing mewakili satu angka dari 0 sampai 9.

Nilai $p + q$ adalah ....

A. 5
B. 7
C. 8
D. 12
E. 14

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Pada final lomba debat tahun 2027, enam pengurus OSIS duduk berjajar dalam satu baris kursi di meja panitia. Keenam pengurus itu adalah ketua, wakil ketua, sekretaris, bendahara, dan dua orang anggota. Ketua dan wakil ketua harus duduk berdampingan, sedangkan sekretaris tidak boleh duduk di kursi paling ujung (paling kiri maupun paling kanan).

Banyak cara keenam pengurus duduk adalah ....

A. 72
B. 96
C. 144
D. 192
E. 240

4. Banyak buku nonfiksi yang dibaca 32 siswa kelas XI selama libur semester tahun 2027 disajikan pada tabel berikut.

Banyak buku	1	2	3	4	5
Banyak siswa	4	6	x	9	y

Median data tersebut adalah 3, dan data tersebut hanya mempunyai satu modus, yaitu 4. Nilai y terbesar yang mungkin adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

5. Nilai x yang memenuhi persamaan $\dfrac{9^{x+1}}{3^{x-2}} = 27\sqrt{3}$ adalah ....

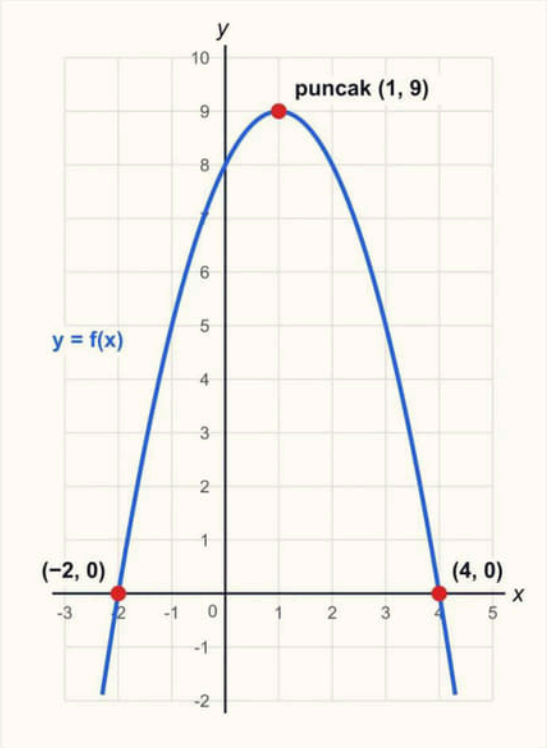
A. $\dfrac{9}{2}$
B. $\dfrac{7}{2}$
C. $\dfrac{1}{2}$
D. $-\dfrac{1}{2}$
E. $-\dfrac{5}{2}$

Bacaan untuk soal nomor 6–8

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Gambar berikut memperlihatkan grafik fungsi kuadrat $y = f(x)$ pada bidang koordinat. Titik potong grafik dengan sumbu x dan titik puncak grafik ditandai pada gambar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



6. Rumus fungsi f adalah ....

A. $f(x) = x^2 - 2x - 8$
B. $f(x) = -x^2 + 2x + 8$
C. $f(x) = -x^2 - 2x + 8$
D. $f(x) = -x^2 + 2x + 9$
E. $f(x) = -x^2 + x + 8$

7. Jika $f(p) = 8$ dengan $p \neq 0$, nilai $f(p+3)$ adalah ....

A. 11
B. 9
C. 5
D. -4
E. -7

8. Garis ℓ melalui titik puncak grafik f dan titik potong grafik f dengan sumbu x positif. Persamaan garis ℓ adalah ....

A. $y = -3x + 12$
B. $y = 3x + 6$
C. $y = -3x + 4$
D. $y = 3x - 12$
E. $y = -3x + 8$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

9. Dalam praktikum fisika tahun 2027, sebuah wadah berbentuk tabung dengan jari-jari alas 4 cm dan tinggi 20 cm berisi air setinggi 12 cm. Ke dalam wadah dimasukkan 6 bola besi pejal yang masing-masing berjari-jari 2 cm. Semua bola tenggelam seluruhnya dan tidak ada air yang tumpah.

Tinggi permukaan air sekarang adalah .... cm.

A. 13
B. 14
C. 15
D. 16
E. 18

10. Pada tahun 2026, sebuah tim yang terdiri atas 12 siswa direncanakan menyelesaikan mural dinding sekolah dalam 20 hari. Setelah tim bekerja selama 4 hari, 4 siswa lain ikut bergabung. Kecepatan kerja setiap siswa dianggap sama.

Seluruh mural selesai dalam .... hari, dihitung sejak hari pertama bekerja.

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

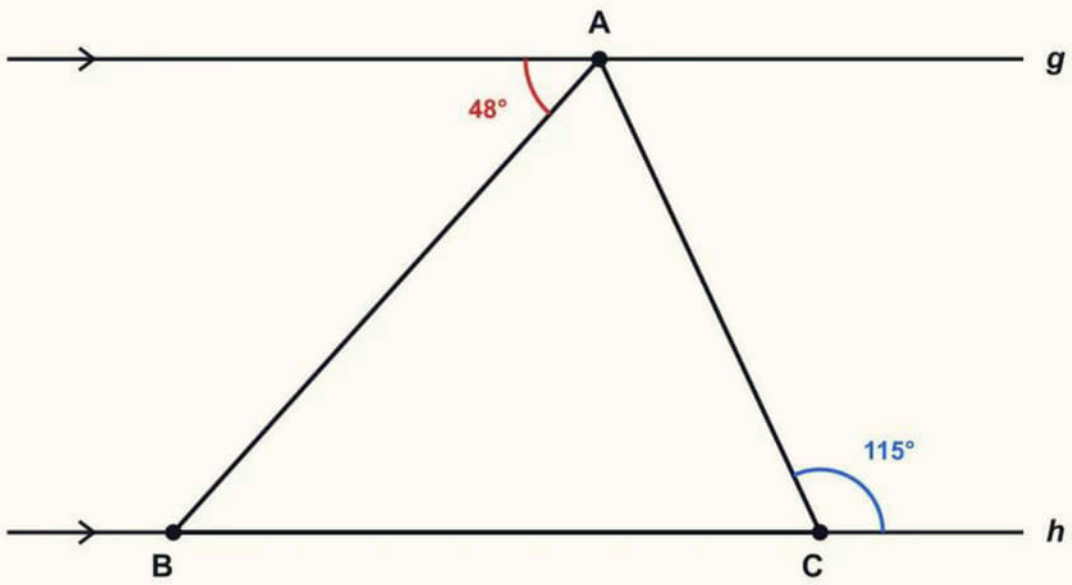
Jawaban: _____

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

11. Pada gambar berikut, garis g sejajar dengan garis h. Titik A terletak pada garis g, sedangkan titik B dan C terletak pada garis h. Besar dua sudut ditandai pada gambar.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $\angle ABC = 48^\circ$
(2) $\angle ACB = 115^\circ$
(3) $\angle BAC = 67^\circ$
(4) Sudut lancip yang dibentuk garis g dan ruas garis AC besarnya 67°.



A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Pada festival sains tahun 2027 dijual tiga jenis tiket wahana, yaitu tiket A, tiket B, dan tiket C. Harga satu tiket A, B, dan C berturut-turut adalah x, y, dan z ribu rupiah. Tiga pengunjung membeli tiket sebagai berikut.

- Dina: 2 tiket A, 1 tiket B, dan 1 tiket C seharga Rp55.000.
- Eko: 1 tiket A, 2 tiket B, dan 1 tiket C seharga Rp60.000.
- Fani: 1 tiket A, 1 tiket B, dan 2 tiket C seharga Rp65.000.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $x + y + z = 60$

(2) Harga satu tiket B sama dengan rata-rata harga satu tiket A dan satu tiket C.

(3) Harga satu tiket C lebih mahal Rp5.000 daripada harga satu tiket A.

(4) Harga 3 tiket A, 2 tiket B, dan 1 tiket C adalah Rp80.000.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

13. Titik $P(3, 1)$ didilatasi dengan pusat $A(1, 2)$ dan faktor skala 3, kemudian hasilnya dicerminkan terhadap sumbu x. Bayangan akhir titik P adalah P''.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Koordinat P'' adalah $(7, 1)$.

(2) Jika urutannya dibalik (dicerminkan terhadap sumbu x dahulu, lalu didilatasi dengan pusat dan faktor skala yang sama), bayangan akhir titik P adalah $(7, -7)$.

(3) Jarak P'' ke sumbu x sama dengan jarak P ke sumbu x.

(4) Jika segitiga yang luasnya 5 satuan luas ditransformasi dengan komposisi yang sama (dilatasi, lalu pencerminan), luas bayangannya 45 satuan luas.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

14. Dalam permainan undian pada pentas seni sekolah tahun 2026, sebuah kotak berisi 10 bola yang diberi nomor 1 sampai 10 (setiap nomor tepat satu bola). Dua bola diambil sekaligus secara acak dari kotak tersebut.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Peluang jumlah kedua nomor sama dengan 10 adalah $\dfrac{4}{45}$.

(2) Peluang hasil kali kedua nomor merupakan bilangan genap adalah $\dfrac{7}{9}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(3) Peluang kedua nomor merupakan bilangan prima adalah $\frac{2}{15}$.

(4) Peluang selisih kedua nomor sama dengan 1 lebih dari $\frac{1}{4}$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

15. Diketahui $a = 2^5$ dan $b = 4^3$.

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) $ab = 2^{11}$

(2) $\frac{b}{a} = 2^{-1}$

(3) $a^2 + a^2 = 2^{11}$

(4) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = \frac{1}{4}$

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

16. Diketahui fungsi kuadrat $f(x) = 2x^2 - 8x + c$, dengan c bilangan real.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Sumbu simetri grafik f adalah $x = 2$ untuk setiap nilai c.	○	○
Jika $c = 10$, grafik f memotong sumbu x di dua titik berbeda.	○	○
Jika grafik f melalui titik $(3, 4)$, nilai minimum f adalah 2.	○	○

17. Layang-layang $ABCD$ mempunyai panjang sisi $AB = AD = 10$ cm dan $CB = CD = 17$ cm. Diagonal AC dan BD berpotongan di titik O, dan panjang diagonal BD adalah 16 cm.

P	Q
Luas layang-layang $ABCD$ (dalam cm^2)	Luas persegi yang panjang diagonalnya 18 cm (dalam cm^2)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

18. Banyak peminjaman buku di perpustakaan sebuah sekolah pada awal tahun 2027 disajikan pada tabel berikut.

Jenis buku	Januari	Februari
Fiksi	120	150
Nonfiksi	75	96

P	Q
Persentase kenaikan peminjaman buku fiksi dari Januari ke Februari	Persentase kenaikan peminjaman buku nonfiksi dari Januari ke Februari

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

19. Fungsi f dan g pada bilangan real didefinisikan dengan $f(x) = ax + 3$ dan $g(x) = 2x + b$, dengan a dan b bilangan real.

Apakah $f(g(x)) = g(f(x))$ untuk setiap bilangan real x?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $a = 1$
(2) $b = 3$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

20. Segitiga ABC siku-siku di C, dan α adalah besar sudut BAC.

Apakah $\alpha > 45^\circ$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $AB = 10$
(2) Luas segitiga ABC adalah 24.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4					
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10					
11	○	○	○	○	○
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
15	○	○	○	○	○
16					
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○

Soal isian singkat (nomor 1, 4, 10): tulis jawaban pada garis di bawah soalnya.

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 16): jawab langsung pada soalnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	1	___ / 1	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	10	___ / 1	Ulangi hlm. 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	5, 15	___ / 2	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	2	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	6, 7, 16	___ / 3	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	12	___ / 1	Ulangi hlm. 182
Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers	19	___ / 1	Ulangi hlm. 195
Sub bab 3.1 · Garis dan Sudut	11	___ / 1	Ulangi hlm. 242
Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar	17	___ / 1	Ulangi hlm. 275
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	9	___ / 1	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	8	___ / 1	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku	20	___ / 1	Ulangi hlm. 351
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri	13	___ / 1	Ulangi hlm. 366
Sub bab 4.1 · Penyajian dan Membaca Data	18	___ / 1	Ulangi hlm. 392
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	4	___ / 1	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	3	___ / 1	Ulangi hlm. 430
Sub bab 4.5 · Peluang	14	___ / 1	Ulangi hlm. 445

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 7 — Prediksi SNBT 2027 — 4

SNBTPK-FIN7

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 7 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN7

1. Jika ${}^{2}\log 96 - {}^{2}\log 3 + {}^{3}\log 9 = {}^{2}\log k$, maka nilai k adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

2. Hasil kali semua nilai x yang memenuhi persamaan $|2x - 3| + 4 = 11$ adalah ....

A. 5
B. -10
C. -25
D. -28
E. -54

3. Pada tahun 2027, Bu Laras memakai sebuah gerobak dorong yang roda depannya berdiameter 42 cm dan roda belakangnya berdiameter 56 cm. Kedua roda menggelinding tanpa tergelincir. Setelah gerobak menempuh suatu lintasan, roda depan berputar tepat 50 kali lebih banyak daripada roda belakang.

Dengan $\pi = \dfrac{22}{7}$, panjang lintasan yang ditempuh gerobak tersebut adalah ....

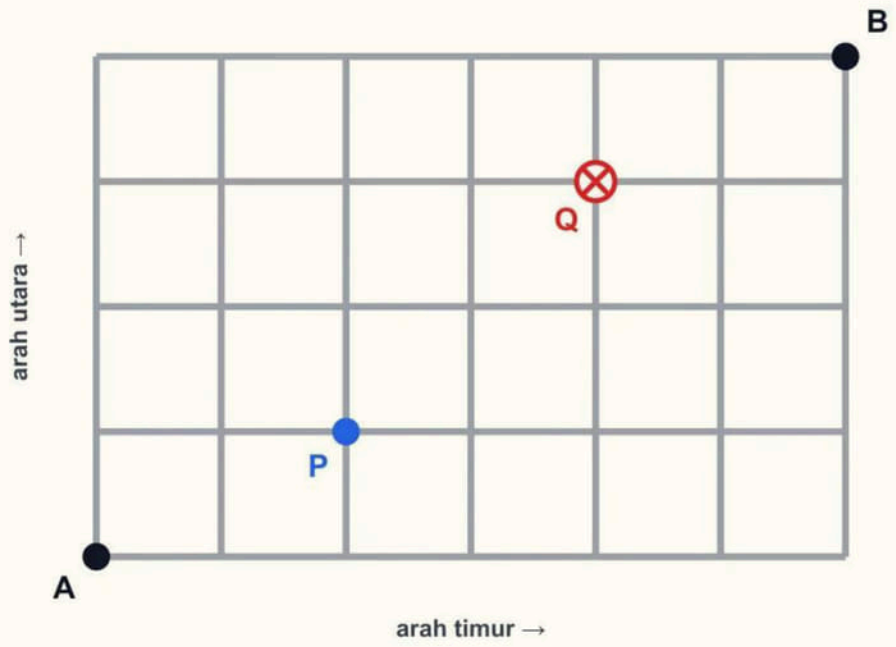
A. 22 m
B. 84 m
C. 132 m
D. 264 m
E. 528 m

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Gambar berikut menunjukkan denah jalan di sebuah kompleks perumahan pada tahun 2027. Setiap garis adalah jalan dan setiap titik pertemuan garis adalah persimpangan.

Seorang kurir berangkat dari persimpangan A menuju persimpangan B melalui lintasan terpendek, yaitu setiap kali bergerak satu blok ke arah timur (ke kanan) atau satu blok ke arah utara (ke atas). Kurir harus melewati persimpangan P untuk mengambil paket, tetapi tidak boleh melewati persimpangan Q karena sedang diperbaiki.

Banyak lintasan berbeda yang dapat dipilih kurir adalah ....



Jawaban: _____

5. Jumlah beberapa bilangan ganjil berurutan yang dimulai dari 15 adalah 527. Bilangan ganjil terbesar yang dijumlahkan adalah ....

A. 17
B. 31
C. 45
D. 47
E. 49

Bacaan untuk soal nomor 6–8

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Diagram garis berikut menunjukkan banyak pengunjung sebuah museum kota setiap bulan dari Januari sampai Juni 2027. Angka pada setiap titik menyatakan banyak pengunjung dalam ratusan orang (misalnya 24 berarti 2.400 orang).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



6. Kenaikan banyak pengunjung dari satu bulan ke bulan berikutnya yang paling besar terjadi pada periode ....

A. Januari ke Februari
B. Februari ke Maret
C. Maret ke April
D. April ke Mei
E. Mei ke Juni

7. Pengelola museum menargetkan rata-rata banyak pengunjung per bulan dari Januari sampai Juli 2027 sebesar 3.800 orang. Agar target tersebut tercapai tepat, banyak pengunjung pada bulan Juli 2027 harus sebanyak ... orang.

A. 1.200
B. 3.800
C. 4.000
D. 4.400
E. 5.000

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Simpangan rata-rata banyak pengunjung per bulan dari Januari sampai Juni 2027 adalah ... orang.

A. 0
B. 700
C. 840
D. 1.150
E. 2.300

9. Sebuah usaha roti rumahan mulai berproduksi pada Januari 2027. Setiap bulan, banyak roti yang diproduksi bertambah dengan jumlah yang sama dibandingkan bulan sebelumnya. Pada bulan ke-3 (Maret) diproduksi 1.240 bungkus dan pada bulan ke-8 (Agustus) diproduksi 1.540 bungkus.

Jumlah roti yang diproduksi selama 12 bulan pertama (Januari sampai Desember 2027) adalah ... bungkus.

A. 17.400
B. 16.980
C. 16.680
D. 15.100
E. 14.100

10. Banyak bilangan bulat di antara 100 dan 500 yang habis dibagi 6 tetapi tidak habis dibagi 4 adalah ....

Jawaban: _____

11. Fungsi f dan g pada bilangan real didefinisikan dengan $f(x) = x^2 + 2x$ dan $g(x) = x - 3$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $(f \circ g)(2) = 5$
(2) Persamaan $(f \circ g)(x) = 0$ mempunyai dua penyelesaian yang jumlahnya 4.
(3) Tidak ada bilangan real x yang memenuhi $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$.
(4) Nilai terkecil dari $(f \circ g)(x)$ adalah -1.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Garis $g : 2x - y = 4$ dan garis $h : x + 2y = 7$ berpotongan di titik T.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Garis g tegak lurus garis h.
(2) Titik T adalah $(3, 2)$.
(3) Garis yang melalui T dan sejajar garis $y = x$ mempunyai persamaan $y = x - 1$.
(4) Luas daerah segitiga yang dibatasi garis g, garis h, dan sumbu y adalah $11{,}25$ satuan luas.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

13. Sebuah prisma tegak $ABC.DEF$ mempunyai alas berbentuk segitiga ABC yang siku-siku di A, dengan $AB = 6$ cm dan $BC = 10$ cm. Volume prisma tersebut 288 cm^3.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Tinggi prisma adalah 12 cm.
(2) Luas permukaan prisma adalah 384 cm^2.
(3) Jika tinggi prisma dijadikan dua kali semula dan alasnya tetap, luas permukaannya bertambah 288 cm^2.
(4) Panjang diagonal sisi tegak yang terpanjang kurang dari 15 cm.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

14. Diketahui pertidaksamaan $\dfrac{x^2 - x - 6}{x - 1} \leq 0$ dengan x bilangan real. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) $x = 1$ memenuhi pertidaksamaan tersebut.
(2) Banyak bilangan bulat positif yang memenuhi pertidaksamaan tersebut adalah 2.
(3) $x = -2$ memenuhi pertidaksamaan tersebut.
(4) Jumlah semua bilangan bulat x dengan $-5 < x < 5$ yang memenuhi pertidaksamaan tersebut adalah -4.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Bilangan asli m habis dibagi 4 dan juga habis dibagi 6. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang pasti bernilai benar?

(1) m habis dibagi 24.
(2) m habis dibagi 12.
(3) m^2 habis dibagi 48.
(4) $m + 12$ habis dibagi 24.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

16. Tripel Pythagoras adalah tiga bilangan asli a, b, dan c yang memenuhi $a^2 + b^2 = c^2$. Segitiga dengan panjang sisi a, b, dan c (c sisi terpanjang) adalah segitiga siku-siku bila $c^2 = a^2 + b^2$, segitiga tumpul bila $c^2 > a^2 + b^2$, dan segitiga lancip bila $c^2 < a^2 + b^2$.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Segitiga dengan panjang sisi 20 cm, 21 cm, dan 29 cm adalah segitiga siku-siku.	○	○
Jika (a, b, c) tripel Pythagoras, maka $(a + 1, b + 1, c + 1)$ juga tripel Pythagoras.	○	○
Segitiga dengan panjang sisi 7 cm, 8 cm, dan 11 cm adalah segitiga tumpul.	○	○

17. Persamaan kuadrat $2x^2 + bx - 15 = 0$ mempunyai salah satu akar $x = 3$.

P	Q
Jumlah kedua akar persamaan tersebut	1

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Titik $A(3, -2)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ sehingga diperoleh bayangan A'.

P	Q
Jarak titik A ke titik A'	7

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

19. Diketahui x dan y bilangan real.

Berapakah nilai $x + y$?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $2x + 3y = 12$
(2) $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 2$

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

20. Segiempat $ABCD$ mempunyai empat sisi yang sama panjang, yaitu $AB = BC = CD = DA = 5$ cm.

Apakah $ABCD$ merupakan persegi?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Panjang diagonal $AC = 5\sqrt{2}$ cm.
(2) Diagonal AC tegak lurus diagonal BD.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4					
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10					
11	○	○	○	○	○
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
15	○	○	○	○	○
16					
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○

Soal isian singkat (nomor 1, 4, 10): tulis jawaban pada garis di bawah soalnya.

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 16): jawab langsung pada soalnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	5, 15	___ / 2	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	2	___ / 1	Ulangi hlm. 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	1	___ / 1	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	10	___ / 1	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	17	___ / 1	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.3 · Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan	14	___ / 1	Ulangi hlm. 170
Sub bab 2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	19	___ / 1	Ulangi hlm. 182
Sub bab 2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers	11	___ / 1	Ulangi hlm. 195
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	9	___ / 1	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras	16	___ / 1	Ulangi hlm. 255
Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar	20	___ / 1	Ulangi hlm. 275
Sub bab 3.4 · Lingkaran	3	___ / 1	Ulangi hlm. 291
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	13	___ / 1	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	12	___ / 1	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri	18	___ / 1	Ulangi hlm. 366
Sub bab 4.1 · Penyajian dan Membaca Data	6	___ / 1	Ulangi hlm. 392
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	7	___ / 1	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.3 · Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan	8	___ / 1	Ulangi hlm. 420
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	4	___ / 1	Ulangi hlm. 430

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 8 — Prediksi SNBT 2027 — 5

SNBTPK-FIN8

Petunjuk

Jumlah soal: 20. Waktu: 20 menit.

Kerjakan sekaligus tanpa membuka materi. Tandai jawaban pada lembar jawaban. Kunci dan pembahasan ada di Bagian D; hitung skor dan lihat tabel anjuran di akhir paket.

Kerjakan Simulasi 8 di LMS

Hasil dan analisis per sub bab tersimpan di LMS.

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk&node=SNBTPK-FIN8

1. Anggaran kegiatan pentas seni OSIS sebuah SMA pada tahun 2027 adalah Rp24.000.000. Sebanyak $\frac{3}{8}$ anggaran dipakai untuk sewa panggung dan tata suara, dan 15% anggaran dipakai untuk konsumsi. Dari sisa anggaran setelah kedua keperluan itu, $\frac{1}{5}$ bagian dipakai untuk dekorasi, dan seluruh sisanya dipakai untuk hadiah lomba.

Dana untuk hadiah lomba adalah $p\%$ dari seluruh anggaran. Nilai p adalah ....

(Tulislah jawaban dalam bilangan cacah.)

Jawaban: _____

2. Diketahui $p = -3$ dan $q = -2$. Nilai $p^3 - 3pq + q^2$ adalah ....

A. 13
B. -5
C. -23
D. -41
E. -49

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Pada ujian praktik daring tahun 2027, setiap peserta harus mengerjakan tepat 7 soal dari 10 soal yang tersedia (soal nomor 1 sampai 10). Soal nomor 1, 2, dan 3 wajib dikerjakan. Selain itu, dari soal nomor 8, 9, dan 10, paling sedikit dua soal harus dikerjakan.

Banyak cara seorang peserta memilih soal yang akan dikerjakan adalah ....

A. 4
B. 18
C. 22
D. 30
E. 35

4. Dalam permainan di bazar sekolah tahun 2026, sebuah kantong berisi 6 kelereng merah dan beberapa kelereng putih (tidak ada warna lain). Dua kelereng diambil sekaligus secara acak dari kantong tersebut. Peluang kedua kelereng yang terambil berwarna merah adalah $\frac{1}{7}$.

Banyak kelereng putih di dalam kantong adalah ....

Jawaban: _____

5. Angka satuan dari bilangan $3^{2027} + 7^{2026}$ adalah ....

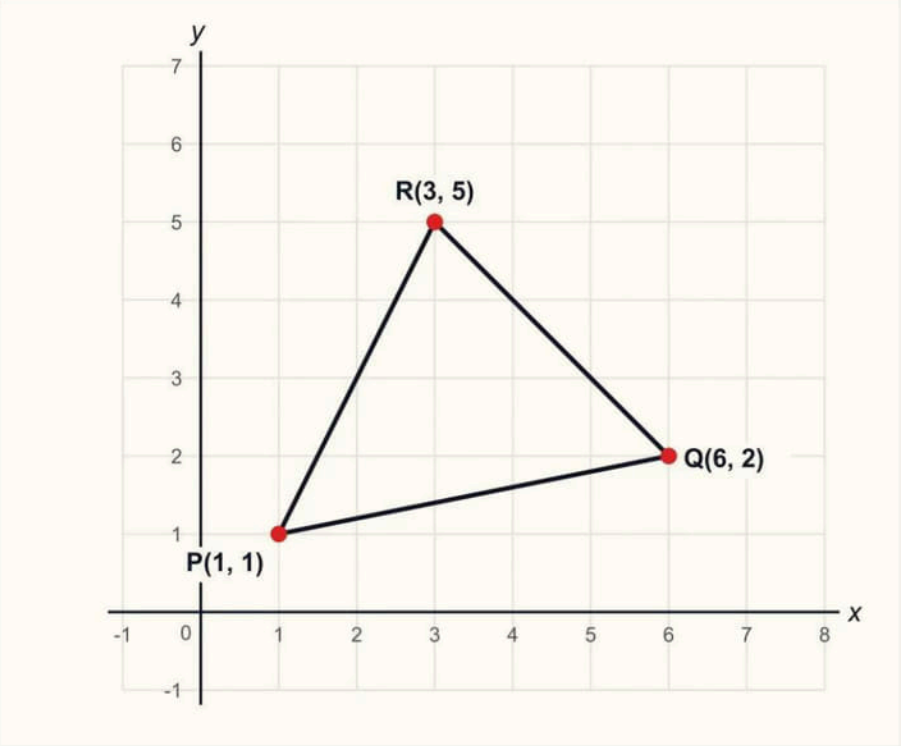
A. 8
B. 6
C. 4
D. 2
E. 0

Bacaan untuk soal nomor 6–8

Teks untuk menjawab soal-soal berikut

Pada bidang koordinat berikut digambarkan segitiga PQR dengan titik sudut $P(1, 1)$, $Q(6, 2)$, dan $R(3, 5)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



6. Segitiga PQR ditranslasi (digeser) sehingga titik P berpindah ke titik $P'(4, -1)$. Koordinat bayangan titik Q oleh translasi yang sama adalah ....

A. $(9, 0)$
B. $(10, 1)$
C. $(3, 4)$
D. $(9, 4)$
E. $(4, 5)$

7. Segitiga PQR dicerminkan terhadap garis $y = x$, kemudian hasilnya ditranslasi oleh $T = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Koordinat bayangan akhir titik Q adalah ....

A. $(-4, -5)$
B. $(4, -1)$
C. $(3, 4)$
D. $(4, 5)$
E. $(0, 7)$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8. Titik R dicerminkan terhadap garis $y = x$ menjadi titik R'. Luas segitiga PRR' adalah .... satuan luas.

A. 16
B. 12
C. 10
D. 8
E. 6

9. Perhatikan persamaan berikut.

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} = \frac{4}{5}$$

Jumlah semua bilangan real x yang memenuhi persamaan tersebut adalah ....

A. -7
B. -2
C. 2
D. 5
E. 22

10. Nilai dari $\dfrac{5^{2027} - 5^{2025}}{5^{2024} - 5^{2023}}$ adalah ....

Jawaban: _____

11. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. Notasi A^T menyatakan transpos matriks A, dan $\det A$ menyatakan determinan matriks A.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) $\det(A + B) = \det A + \det B$
(2) $\det(A^T B) = -33$
(3) Entri baris pertama kolom kedua matriks $(AB)^T$ adalah 7.
(4) $\det(2A) = 44$

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

12. Trapesium sama kaki $ABCD$ mempunyai sisi sejajar $AB = 21$ cm dan $DC = 9$ cm, serta kaki $AD = BC = 10$ cm.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Tinggi trapesium adalah 8 cm.
(2) Luas trapesium adalah 120 cm^2.
(3) Panjang diagonal AC adalah 17 cm.
(4) Luas segitiga ACD adalah 36 cm^2.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

13. Diketahui parabola $y = x^2 + px + 5$ dan garis $y = 2x + 1$, dengan p bilangan real. Parabola tersebut menyinggung garis, yaitu memotong garis di tepat satu titik.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah pernyataan berikut yang benar?

(1) Terdapat tepat dua nilai p yang memenuhi.
(2) Jumlah semua nilai p yang memenuhi adalah -4.
(3) Untuk $p = 6$, titik singgungnya adalah $(-2, -3)$.
(4) Untuk $p = -2$, titik singgungnya terletak di kuadran III.

A. (1), (2), dan (3) SAJA
B. (1) dan (3) SAJA
C. (2) dan (4) SAJA
D. (4) SAJA
E. SEMUA PILIHAN

14. Waktu (dalam menit) yang diperlukan 9 peserta untuk menyelesaikan lomba menyusun kepingan gambar pada tahun 2027 adalah sebagai berikut.

$$15,\ 21,\ 8,\ 13,\ 18,\ 10,\ 23,\ 11,\ 16$$

Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) Jangkauan antarkuartil data tersebut adalah 9.
(2) Simpangan rata-rata data tersebut adalah 4.
(3) Jangkauan data kurang dari dua kali jangkauan antarkuartil.
(4) Jika waktu terlama diganti menjadi 30 menit, jangkauan antarkuartil berubah.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

15. Diketahui dua bilangan, yaitu 48 dan 180. Berapakah banyaknya dari empat pernyataan berikut yang bernilai benar?

(1) FPB dari 48 dan 180 adalah 12.
(2) KPK dari 48 dan 180 adalah 8.640.
(3) Bilangan 36 merupakan faktor persekutuan dari 48 dan 180.
(4) Bentuk paling sederhana dari pecahan $\frac{48}{180}$ adalah $\frac{8}{30}$.

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

16. Suatu barisan geometri dengan suku-suku bilangan real mempunyai suku ke-2 sama dengan 6 dan suku ke-5 sama dengan 162.

Berdasarkan informasi di atas, tentukan **Benar** atau **Salah** pada setiap pernyataan berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
$U_1 + U_3 = 20$	○	○
Bilangan 1.458 adalah suku ke-6 barisan tersebut.	○	○
Jumlah enam suku pertama barisan tersebut lebih dari 700.	○	○

17. Segitiga ABC siku-siku di C dengan panjang $AB = 25$ cm dan $BC = 7$ cm.

P	Q
$\sin A + \cos A$	$\frac{6}{5}$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

18. Bilangan x adalah bilangan bulat terbesar yang memenuhi $\dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{x+2}{4} < 1$.

Bilangan y adalah banyaknya bilangan bulat n yang memenuhi $\dfrac{n-3}{n+1} \leq 0$.

P	Q
x	y

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

A. Kuantitas P lebih dari Q.
B. Kuantitas P kurang dari Q.
C. Kuantitas P sama dengan Q.
D. Tidak dapat ditentukan hubungan antara kuantitas P dan Q.

19. Sebuah klub renang pada tahun 2027 mempunyai anggota kelompok junior dan kelompok senior. Rata-rata waktu renang 50 m kelompok junior adalah 40 detik, sedangkan rata-rata waktu renang 50 m kelompok senior adalah 32 detik.

Apakah rata-rata waktu renang 50 m seluruh anggota klub kurang dari 36 detik?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Banyak anggota kelompok senior lebih dari banyak anggota kelompok junior.
(2) Banyak seluruh anggota klub adalah 24 orang.

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.
B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.
C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.
D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.
E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

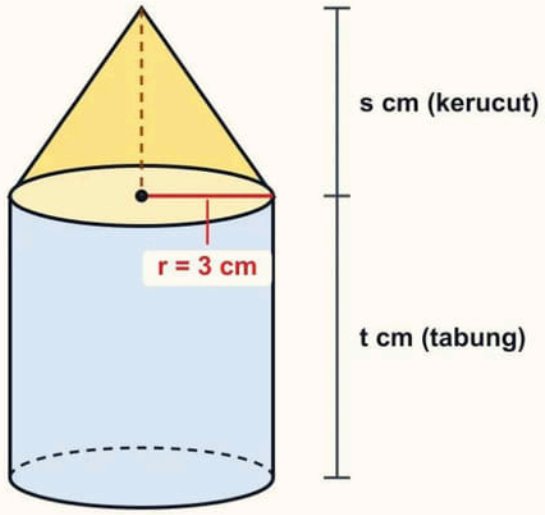
20. Sebuah tugu kecil terdiri atas tabung dan kerucut seperti gambar berikut. Alas kerucut berimpit dengan tutup tabung, dan keduanya mempunyai jari-jari 3 cm. Tinggi tabung t cm dan tinggi kerucut s cm, dengan $t > 0$ dan $s > 0$.

Apakah volume tugu lebih dari 120π cm^3?

Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) $t = 14$

(2) Luas selimut tabung paling sedikit 80π cm^2.



(gambar tidak berskala)

A. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) SAJA tidak cukup.

B. Pernyataan (2) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) SAJA tidak cukup.

C. DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi SATU pernyataan SAJA tidak cukup.

D. Pernyataan (1) SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan (2) SAJA cukup.

E. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lembar jawaban

No	A	B	C	D	E
1					
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4					
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10					
11	○	○	○	○	○
12	○	○	○	○	○
13	○	○	○	○	○
14	○	○	○	○	○

No	A	B	C	D	E
15	○	○	○	○	○
16					
17	○	○	○	○	○
18	○	○	○	○	○
19	○	○	○	○	○
20	○	○	○	○	○

Soal isian singkat (nomor 1, 4, 10): tulis jawaban pada garis di bawah soalnya.

Soal PG kompleks / Benar–Salah (nomor 16): jawab langsung pada soalnya.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Tabel skor dan anjuran

Sub bab / subtopik	Nomor soal	Benar	Jika kurang separuh benar
Sub bab 1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	2	___ / 1	Ulangi hlm. 57
Sub bab 1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	1	___ / 1	Ulangi hlm. 71
Sub bab 1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	10	___ / 1	Ulangi hlm. 85
Sub bab 1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	5, 15	___ / 2	Ulangi hlm. 110
Sub bab 2.1 · Faktorisasi dan Manipulasi Aljabar	9	___ / 1	Ulangi hlm. 141
Sub bab 2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	13	___ / 1	Ulangi hlm. 153
Sub bab 2.3 · Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan	18	___ / 1	Ulangi hlm. 170
Sub bab 2.6 · Matriks Ordo 2 × 2	11	___ / 1	Ulangi hlm. 206
Sub bab 2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	16	___ / 1	Ulangi hlm. 217
Sub bab 3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar	12	___ / 1	Ulangi hlm. 275
Sub bab 3.5 · Bangun Ruang	20	___ / 1	Ulangi hlm. 307
Sub bab 3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	8	___ / 1	Ulangi hlm. 327
Sub bab 3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku	17	___ / 1	Ulangi hlm. 351
Sub bab 3.8 · Transformasi Geometri	6, 7	___ / 2	Ulangi hlm. 366
Sub bab 4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	19	___ / 1	Ulangi hlm. 404
Sub bab 4.3 · Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan	14	___ / 1	Ulangi hlm. 420
Sub bab 4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	3	___ / 1	Ulangi hlm. 430
Sub bab 4.5 · Peluang	4	___ / 1	Ulangi hlm. 445

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Bagian D · Kunci dan Pembahasan

Urutan sama dengan buku. Setiap pembahasan memuat konsep, langkah, dan alasan tiap pilihan. Baca pembahasan soal yang kamu jawab salah — dan juga yang kamu jawab benar tetapi menebak.

Latihan sub bab 0.1

No. 1 Kunci: B

Yang diketahui: posisi awal -18 meter; naik 7 meter; turun 12 meter. **Yang ditanya:** posisi akhir.

Konsep – naik dan turun sebagai bilangan bulat. Naik berarti posisi bertambah (ditambah bilangan positif). Turun berarti posisi berkurang (dikurangi, atau ditambah bilangan negatif). Pada garis bilangan tegak, naik = bergerak ke atas, turun = bergerak ke bawah.
Contoh kecil: dari -5 naik 2 menjadi $-5 + 2 = -3$; dari -3 turun 4 menjadi $-3 - 4 = -7$.

Langkah penyelesaian:
1. Tulis seluruh perjalanan sebagai satu bentuk: $-18 + 7 - 12$. Alasannya: naik 7 ditulis $+7$, turun 12 ditulis -12.
2. Hitung dari kiri: $-18 + 7$. Tandanya berbeda, jadi kurangkan angkanya, $18 - 7 = 11$, dan beri tanda milik angka yang lebih besar (18, negatif). Hasilnya -11.
3. Lanjutkan: $-11 - 12 = -11 + (-12)$. Tandanya sama (keduanya negatif), jadi jumlahkan angkanya, $11 + 12 = 23$, dan tandanya tetap negatif. Hasilnya -23.

Cek ulang: setelah naik 7 meter, penyelam masih di bawah laut (-11, karena 7 lebih kecil daripada 18). Setelah turun 12 meter, ia makin dalam, jadi posisinya harus lebih kecil daripada -11. Hasil -23 memenuhi itu.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ -37: **Jebakan:** menganggap "naik 7" juga sebagai pengurangan: $-18 - 7 - 12 = -37$.
- B ✓ -23.
- C ✗ -13: **Jebakan:** menukar arah, naik ditulis -7 dan turun ditulis $+12$: $-18 - 7 + 12 = -13$.
- D ✗ -11: **Jebakan:** berhenti setelah langkah naik dan lupa langkah turun 12 meter.
- E ✗ 13: **Jebakan:** lupa bahwa posisi awal bertanda negatif, sehingga menghitung $18 + 7 - 12 = 13$.

Jawaban: B.

No. 2 Kunci: 27

Yang diketahui: bentuk $27 \times 14 + 27 \times 86 - 27 \times 99$. **Yang ditanya:** hasilnya, tanpa perkalian bersusun.

Konsep – sifat distributif. Perkalian dapat disebar ke penjumlahan dan pengurangan: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$. Sifat ini juga dapat dibaca **terbalik**: bila setiap suku memuat faktor yang sama, faktor itu dapat dikeluarkan.
Contoh kecil: $5 \times 7 + 5 \times 3 = 5 \times (7 + 3) = 5 \times 10 = 50$. Cek: $35 + 15 = 50$.

Langkah penyelesaian:
1. Perhatikan bahwa ketiga suku sama-sama memuat faktor 27.
2. Keluarkan faktor 27: $27 \times 14 + 27 \times 86 - 27 \times 99 = 27 \times (14 + 86 - 99)$. Alasannya: sifat distributif dibaca terbalik; tanda $+$ dan $-$ di depan setiap suku ikut masuk ke dalam kurung.
3. Hitung isi kurung dari kiri: $14 + 86 = 100$, lalu $100 - 99 = 1$.
4. Kalikan: $27 \times 1 = 27$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang dengan cara panjang: $27 \times 14 = 378$, $27 \times 86 = 2.322$, $27 \times 99 = 2.673$. Jadi $378 + 2.322 - 2.673 = 2.700 - 2.673 = 27$. Hasilnya sama.

Kesalahan yang sering terjadi:
• **Jebakan:** menulis isi kurung $14 + 86 + 99 = 199$ (tanda minus di depan 27×99 hilang), sehingga menjawab $27 \times 199 = 5.373$.
• **Jebakan:** hanya mengeluarkan 27 dari dua suku pertama, lalu lupa suku ketiga, sehingga menjawab $27 \times 100 = 2.700$.

Jawaban: 27.

No. 3 Kunci: B

Yang diketahui: empat pernyataan tentang pembagian dengan nol dan sifat operasi. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – nol dan sifat operasi.
• Nol dibagi bilangan bukan nol hasilnya nol, karena $0 \times$ (bilangan apa pun) $= 0$. Contoh kecil: $0 : 5 = 0$ sebab $0 \times 5 = 0$.
• Pembagian dengan nol **tidak didefinisikan** (tidak mempunyai nilai). Contoh kecil: $6 : 0 = b$ berarti $b \times 0 = 6$, padahal $b \times 0$ selalu 0. Tidak ada b yang cocok.
• Sifat **komutatif** (tukar urutan) berlaku pada tambah dan kali, tidak pada kurang dan bagi.
• Sifat **asosiatif** (ubah kelompok) berlaku pada tambah dan kali, tidak pada kurang dan bagi.

Uji tiap pernyataan:
1. **(1) Benar.** $0 : (-8) = 0$, karena $0 \times (-8) = 0$. Pembaginya -8, bukan nol, jadi pembagian ini boleh.
2. **(2) Salah.** $(-8) : 0$ berarti mencari b dengan $b \times 0 = -8$. Tidak ada bilangan seperti itu, karena $b \times 0$ selalu 0. Jadi $(-8) : 0$ tidak didefinisikan, bukan 0.
3. **(3) Benar.** Ruas kiri $(-4) \times 25 = -100$ dan ruas kanan $25 \times (-4) = -100$. Ini contoh sifat komutatif perkalian.
4. **(4) Salah.** Ruas kiri: kurung dulu, $8 - 3 = 5$, lalu $20 - 5 = 15$. Ruas kanan: $20 - 8 = 12$, lalu $12 - 3 = 9$. Karena $15 \neq 9$, pengelompokan pada pengurangan tidak boleh diubah.

Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang pernyataan (4) dengan cerita: punya Rp20.000, lalu "membayar (Rp8.000 dikurangi potongan Rp3.000)" berarti membayar Rp5.000, sisa Rp15.000. Itu berbeda dengan membayar Rp8.000 lalu membayar lagi Rp3.000 (sisa Rp9.000).

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): **Jebakan:** menganggap "nol dibagi" dan "dibagi nol" sama-sama menghasilkan nol.
• B ✓ (1) dan (3).
• C ✗ (2) dan (4): kebalikan dari jawaban benar; **Jebakan:** tertukar antara $0 : a$ dan $a : 0$, serta menganggap sifat asosiatif berlaku juga pada pengurangan.
• D ✗ hanya (4): **Jebakan:** menganggap pengurangan boleh dikelompokkan bebas seperti penjumlahan.
• E ✗ semua benar: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 4 Kunci: 1B 2S 3B

Yang ditanya: benar atau salahnya tiga pernyataan tentang bilangan bulat.

Prasyarat.
• Pada garis bilangan, makin ke kiri makin kecil. Bilangan negatif dengan angka lebih besar terletak lebih ke kiri. Contoh kecil: $-6 < -1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Pada perkalian banyak faktor, hitung banyaknya tanda negatif: genap → hasil positif; ganjil → hasil negatif. Contoh kecil: $(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$ (tiga tanda negatif, ganjil).
• $-a^2$ berarti $-(a \times a)$: pangkat hanya menempel pada angka, tanda negatif ditulis di depan hasilnya. Contoh kecil: $-3^2 = -9$, sedangkan $(-3)^2 = 9$.

Pernyataan 1 – Benar. Pada garis bilangan, -9 terletak 5 langkah di kiri -4. Yang lebih kiri lebih kecil, jadi $-9 < -4$.
Jebakan: membandingkan angkanya saja ($9 > 4$) lalu menyimpulkan $-9 > -4$.

Pernyataan 2 – Salah. Hitung bertahap: $(-2) \times (-3) = 6$ (tanda sama → positif), lalu $6 \times (-5) = -30$ (tanda berbeda → negatif). Hasilnya -30, bukan 30. Cek dengan aturan banyak tanda: ada tiga tanda negatif (ganjil), jadi hasilnya negatif.
Jebakan: mengira "negatif dikali negatif selalu positif" berlaku untuk tiga faktor sekaligus.

Pernyataan 3 – Benar. Pangkat dikerjakan lebih dulu: $4^2 = 16$, jadi $-4^2 = -16$. Lalu $-16 + 20 = 4$ (tanda berbeda: $20 - 16 = 4$, tanda milik 20, positif).
Jebakan: menganggap $-4^2 = 16$, sehingga $16 + 20 = 36$ dan pernyataan dianggap salah.

Cek ulang: pernyataan 3 dapat dibaca "20 dikurangi 16", hasilnya 4. Cocok.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

Latihan sub bab 0.2

No. 1 Kunci: D

Yang diketahui: $a = -3, b = 4$. **Yang ditanya:** nilai $2a^2 - ab + b$.

Konsep – substitusi. Substitusi berarti mengganti setiap huruf dengan bilangannya. Bilangan negatif **selalu** ditulis di dalam kurung agar tanda dan pangkatnya tidak salah.
Contoh kecil: untuk $a = -2$, $a^2 = (-2)^2 = 4$, sedangkan $3a = 3 \times (-2) = -6$.
Ingat juga: $2a^2$ berarti $2 \times a^2$ (yang dikuadratkan hanya a), dan ab berarti $a \times b$.

Langkah penyelesaian:
1. Tulis ulang dengan kurung: $2 \times (-3)^2 - (-3) \times 4 + 4$.
2. Pangkat dulu: $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$. Jadi $2 \times 9 = 18$.
3. Hitung ab: $(-3) \times 4 = -12$. Bentuk $-ab$ berarti dikurangi -12, yaitu $-(-12) = +12$. Alasannya: mengurangi bilangan negatif sama dengan menambah lawannya.
4. Jumlahkan: $18 + 12 + 4 = 34$.

Cek ulang: hitung setiap suku terpisah: $2a^2 = 18$, $-ab = 12$, $+b = 4$. Ketiganya positif, jadi hasilnya harus positif dan sama dengan $18 + 12 + 4 = 34$. Cocok.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ -2: **Jebakan:** menulis $(-3)^2 = -9$, sehingga $2a^2 = -18$ dan $-18 + 12 + 4 = -2$.
• B ✗ 4: **Jebakan:** mengira $a^2 = 2a$, sehingga $2a^2 = 2 \times 2 \times (-3) = -12$ dan $-12 + 12 + 4 = 4$.
• C ✗ 10: **Jebakan:** menulis $-ab$ sebagai -12 (lupa bahwa ab sendiri sudah negatif), sehingga $18 - 12 + 4 = 10$.
• D ✓ 34.
• E ✗ 52: **Jebakan:** menghitung $2a^2$ sebagai $(2a)^2 = (-6)^2 = 36$, sehingga $36 + 12 + 4 = 52$.

Jawaban: D.

No. 2 Kunci: 8

Yang diketahui: $8m + 3n - 6 - 5m - 7n + 15 = am + bn + c$. **Yang ditanya:** $a + b + c$.

Konsep – suku sejenis dan koefisien. Pada suku $5m$, angka 5 disebut **koefisien** dan m disebut variabel. Suku sejenis (variabelnya sama) digabung dengan menjumlahkan koefisiennya. Setiap suku

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

membawa tanda di depannya.
Contoh kecil: $4y - 9y = (4 - 9)y = -5y$.

Langkah penyelesaian:
1. Kumpulkan suku m: $8m - 5m = (8 - 5)m = 3m$. Jadi $a = 3$.
2. Kumpulkan suku n: $3n - 7n = (3 - 7)n = -4n$. Jadi $b = -4$. Alasannya: suku $-7n$ membawa tanda minus.
3. Kumpulkan konstanta: $-6 + 15 = 9$. Jadi $c = 9$.
4. Bentuk sederhananya $3m - 4n + 9$, sehingga $a + b + c = 3 + (-4) + 9 = 8$.

Cek ulang dengan substitusi $m = 1, n = 1$: bentuk awal $8 + 3 - 6 - 5 - 7 + 15 = 8$; bentuk sederhana $3 - 4 + 9 = 8$. Sama. (Nilai $a + b + c$ memang sama dengan nilai bentuk itu untuk $m = n = 1$.)

Kesalahan yang sering terjadi:
• **Jebakan:** menulis $3n - 7n = 4n$ (tanda minus pada $-7n$ diabaikan), sehingga menjawab $3 + 4 + 9 = 16$.
• **Jebakan:** menulis $-6 + 15 = -9$ atau -21 karena salah tanda, sehingga menjawab -10 atau -22.

Jawaban: 8.

No. 3 Kunci: C

Yang diketahui: panjang $p = (3x + 2)$ m, lebar $l = (x - 1)$ m, $x = 5$. **Yang ditanya:** keliling.

Prasyarat – keliling persegi panjang. Keliling adalah panjang seluruh tepi bangun. Persegi panjang mempunyai dua sisi panjang dan dua sisi lebar, jadi keliling $= 2p + 2l = 2(p + l)$. Jangan tertukar dengan luas $= p \times l$.
Contoh kecil: persegi panjang 6×2 mempunyai keliling $2(6 + 2) = 16$ dan luas 12.

Langkah penyelesaian (cara 1 – sederhanakan dulu):
1. Keliling $= 2(3x + 2) + 2(x - 1)$.
2. Sebar: $6x + 4 + 2x - 2$.
3. Kumpulkan suku sejenis: $(6x + 2x) + (4 - 2) = 8x + 2$.
4. Substitusi $x = 5$: $8 \times 5 + 2 = 40 + 2 = 42$ meter.

Cara 2 – hitung sisi dulu (sekaligus cek ulang):
1. Panjang $= 3 \times 5 + 2 = 17$ m. Lebar $= 5 - 1 = 4$ m.
2. Keliling $= 2 \times (17 + 4) = 2 \times 21 = 42$ m. Hasilnya sama dengan cara 1.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 21 m: **Jebakan:** hanya menjumlahkan satu panjang dan satu lebar $(17 + 4)$, lupa dikali 2.
• B ✗ 34 m: **Jebakan:** hanya menghitung dua sisi panjang (2×17), lupa sisi lebar.
• C ✓ 42 m.
• D ✗ 46 m: **Jebakan:** salah tanda pada lebar, $x - 1$ dihitung $5 + 1 = 6$, sehingga $2(17 + 6) = 46$.
• E ✗ 68 m: **Jebakan:** menghitung luas $(17 \times 4 = 68\ \text{m}^2)$, bukan keliling.

Jawaban: C.

No. 4 Kunci: E

Yang diketahui: bentuk $(3x - 2)(x + 5) - 3x(x + 2)$. **Yang ditanya:** bentuk sederhananya.

Prasyarat – mengalikan dua bentuk berkurung. $(a + b)(c + d)$ dijabarkan dengan mengalikan **setiap** suku kurung pertama dengan **setiap** suku kurung kedua (sifat distributif dua kali):
$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.
Contoh kecil: $(x + 1)(x + 3) = x^2 + 3x + x + 3 = x^2 + 4x + 3$. Cek dengan $x = 2$: $3 \times 5 = 15$ dan $4 + 8 + 3 = 15$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Jabarkan bagian pertama, empat perkalian:

• $3x \times x = 3x^2$

• $3x \times 5 = 15x$

• $(-2) \times x = -2x$

• $(-2) \times 5 = -10$

Jadi $(3x - 2)(x + 5) = 3x^2 + 15x - 2x - 10 = 3x^2 + 13x - 10$.

2. Jabarkan bagian kedua. Yang disebar adalah $-3x$ (lengkap dengan tanda minusnya):

$(-3x) \times x = -3x^2$ dan $(-3x) \times 2 = -6x$. Jadi $-3x(x + 2) = -3x^2 - 6x$.

3. Gabungkan: $3x^2 + 13x - 10 - 3x^2 - 6x$.

4. Kumpulkan suku sejenis: $3x^2 - 3x^2 = 0$; $13x - 6x = 7x$; konstanta -10. Hasilnya $7x - 10$.

Cek ulang dengan substitusi $x = 2$:

• Bentuk soal: $(6 - 2)(2 + 5) - 6(2 + 2) = 4 \times 7 - 6 \times 4 = 28 - 24 = 4$.

• Jawaban: $7 \times 2 - 10 = 4$. Sama.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $7x + 10$: **Jebakan:** menulis $(-2) \times 5 = +10$ (salah tanda).

• B ✗ $13x - 10$: **Jebakan:** hanya mengalikan $-3x$ dengan x dan lupa mengalikannya dengan 2, sehingga suku $-6x$ hilang.

• C ✗ $19x - 10$: **Jebakan:** menulis $(-3x) \times 2 = +6x$, sehingga $13x + 6x = 19x$.

• D ✗ $6x^2 + 7x - 10$: **Jebakan:** lupa tanda minus di depan $3x$ pada suku x^2, sehingga $3x^2 + 3x^2 = 6x^2$.

• E ✓ $7x - 10$.

Jawaban: E.

Latihan sub bab 0.3

No. 1 Kunci: 7

Yang diketahui: $4(x - 2) = x + 13$. **Yang ditanya:** nilai x.

Konsep – operasi yang sama pada kedua ruas. Tujuan kita: suku x berkumpul di satu ruas dan bilangan di ruas lain. Setiap langkah dilakukan pada **kedua** ruas agar kesamaan tetap benar. Bila ada tanda kurung, jabarkan dulu dengan sifat distributif (sub bab 0.2).

Contoh kecil: $2(x + 1) = 10 \rightarrow 2x + 2 = 10 \rightarrow$ kurangi kedua ruas dengan 2: $2x = 8 \rightarrow$ bagi dengan 2: $x = 4$.

Langkah penyelesaian:

1. Jabarkan ruas kiri: $4(x - 2) = 4x - 8$. Alasannya: 4 dikalikan dengan x **dan** dengan -2. Persamaannya menjadi $4x - 8 = x + 13$.

2. Kurangi kedua ruas dengan x: $4x - x - 8 = 13$, yaitu $3x - 8 = 13$. Alasannya: supaya suku x hanya ada di ruas kiri.

3. Tambah kedua ruas dengan 8: $3x = 13 + 8 = 21$. Alasannya: supaya -8 hilang dari ruas kiri.

4. Bagi kedua ruas dengan 3: $x = 7$.

Cek ulang: ruas kiri $4(7 - 2) = 4 \times 5 = 20$; ruas kanan $7 + 13 = 20$. Sama.

Kesalahan yang sering terjadi:

• **Jebakan:** hanya mengalikan 4 dengan x, sehingga $4x - 2 = x + 13$, $3x = 15$, dan menjawab 5.

• **Jebakan:** memindahkan -8 ke ruas kanan tanpa mengubah tanda: $3x = 13 - 8 = 5$, lalu $x = \frac{5}{3}$ (bukan bilangan bulat, tanda ada langkah yang salah).

Jawaban: 7.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 2 Kunci: B

Yang diketahui: $3(2-x) > x+18$. **Yang ditanya:** himpunan nilai x yang memenuhi.

Konsep – kapan tanda pertidaksamaan berbalik. Pertidaksamaan diselesaikan seperti persamaan, dengan satu aturan tambahan: **bila kedua ruas dikali atau dibagi bilangan negatif, tanda pertidaksamaan dibalik** ($>$ menjadi $<$, dan sebaliknya).
Alasannya: perkalian dengan bilangan negatif "membalik" letak bilangan pada garis bilangan. Contoh kecil: $3 < 7$ benar. Kalikan kedua ruas dengan -1: -3 dan -7. Karena -3 terletak di kanan -7, yang benar $-3 > -7$. Tandanya berbalik.
Menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan apa pun **tidak** membalik tanda.

Langkah penyelesaian:
1. Jabarkan ruas kiri: $3(2-x) = 6-3x$. Pertidaksamaannya menjadi $6-3x > x+18$.
2. Kurangi kedua ruas dengan x: $6-4x > 18$. Tanda tetap, karena hanya pengurangan.
3. Kurangi kedua ruas dengan 6: $-4x > 12$. Tanda tetap.
4. Bagi kedua ruas dengan -4: $x < \dfrac{12}{-4}$, yaitu $x < -3$. Tanda **berbalik**, karena pembaginya negatif.

Cek ulang dengan dua bilangan uji:
• $x = -4$ (memenuhi $x < -3$): ruas kiri $3(2+4) = 18$, ruas kanan $-4+18 = 14$, dan $18 > 14$ ✓.
• $x = 0$ (tidak memenuhi $x < -3$): ruas kiri 6, ruas kanan 18, dan $6 > 18$ salah ✓. Jadi bilangan di kanan -3 memang tidak memenuhi.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $x < -6$: **Jebakan:** memindahkan 6 tanpa mengubah tanda ($-4x > 18+6 = 24$), atau menjabarkan $3(2-x)$ menjadi $6-x$. Keduanya menghasilkan $x < -6$.
• B ✓ $x < -3$.
• C ✗ $x > -3$: **Jebakan:** lupa membalik tanda saat membagi dengan -4. Uji $x = 0$: $6 > 18$ salah, jadi opsi ini keliru.
• D ✗ $x < 3$: **Jebakan:** tanda minus pada $-4x$ hilang (menjadi $4x$) tetapi tanda pertidaksamaan tetap dibalik.
• E ✗ $x > 3$: **Jebakan:** tanda minus pada $-4x$ hilang, sehingga menyelesaikan $4x > 12$.

Jawaban: B.

No. 3 Kunci: 11

Yang diketahui: tabungan awal Rp120.000; menabung Rp35.000 per minggu; target paling sedikit Rp500.000. **Yang ditanya:** banyak minggu paling sedikit.

Konsep – kata "paling sedikit" menjadi tanda $\geq$. "Tabungan paling sedikit Rp500.000" berarti tabungan boleh sama dengan atau lebih dari 500.000: tabungan ≥ 500.000. Banyak minggu harus bilangan bulat, jadi jawabannya adalah bilangan bulat **terkecil** yang memenuhi. Akibatnya hasil bagi yang berupa pecahan dibulatkan **ke atas**.
Contoh kecil: bila $n \geq 4{,}2$ dan n bulat, nilai terkecilnya 5 (bukan 4, karena $4 < 4{,}2$).

Langkah penyelesaian:
1. Misalkan banyak minggu n. Tabungan setelah n minggu $= 120.000 + 35.000n$.
2. Syarat: $120.000 + 35.000n \geq 500.000$.
3. Kurangi kedua ruas dengan 120.000: $35.000n \geq 380.000$.
4. Bagi kedua ruas dengan 35.000 (positif, jadi tanda tetap): $n \geq \dfrac{380.000}{35.000} = \dfrac{76}{7} = 10\dfrac{6}{7}$, yaitu sekitar $10{,}9$.
5. Bilangan bulat terkecil yang tidak kurang dari $10{,}9$ adalah 11.

Cek ulang:
• $n = 11$: $120.000 + 35.000 \times 11 = 120.000 + 385.000 = 505.000 \geq 500.000$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• $n = 10$: $120.000 + 35.000 \times 10 = 120.000 + 350.000 = 470.000$, masih kurang dari 500.000. Jadi 10 minggu belum cukup.

Kesalahan yang sering terjadi:
• **Jebakan:** membulatkan $10{,}9$ ke bawah menjadi 10 karena terbiasa dengan soal "paling banyak". Pada soal "paling sedikit", pembulatan harus ke atas.
• **Jebakan:** lupa tabungan awal: $500.000 : 35.000 \approx 14{,}3$, sehingga menjawab 15.

Jawaban: 11.

No. 4 Kunci: C

Yang diketahui: $-7 < 3x - 1 \leq 11$. **Yang ditanya:** banyak bilangan bulat x yang memenuhi.

Konsep – pertidaksamaan bersusun. Bentuk $-7 < 3x - 1 \leq 11$ berarti dua syarat sekaligus: $3x - 1 > -7$ **dan** $3x - 1 \leq 11$. Kita boleh mengerjakan ketiga bagian bersamaan, asalkan operasi yang sama dilakukan pada **ketiga** bagian.
Perhatikan juga arti tanda: $<$ berarti "kurang dari" (ujungnya tidak ikut), sedangkan $\leq$ berarti "kurang dari atau sama dengan" (ujungnya ikut).
Contoh kecil: $0 < x \leq 3$ dipenuhi bilangan bulat $1, 2, 3$ (ada 3); 0 tidak ikut, 3 ikut.

Langkah penyelesaian:
1. Tambah ketiga bagian dengan 1: $-7 + 1 < 3x \leq 11 + 1$, yaitu $-6 < 3x \leq 12$. Tanda tetap.
2. Bagi ketiga bagian dengan 3 (positif, tanda tetap): $-2 < x \leq 4$.
3. Daftar bilangan bulatnya: -2 tidak ikut (karena $<$), 4 ikut (karena $\leq$). Jadi $x = -1, 0, 1, 2, 3, 4$.
4. Hitung: ada 6 bilangan. Cara cepat untuk cek: dari -1 sampai 4 ada $4 - (-1) + 1 = 6$ bilangan.



Cek ulang kedua ujung:
• $x = -2$: $3(-2) - 1 = -7$, dan $-7 < -7$ salah, jadi -2 tidak ikut ✓.
• $x = 4$: $3(4) - 1 = 11$, dan $11 \leq 11$ benar, jadi 4 ikut ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 4: **Jebakan:** hanya menghitung bilangan bulat positif $(1, 2, 3, 4)$, lupa -1 dan 0.
• B ✗ 5: **Jebakan:** membuang 4, padahal tanda $\leq$ membuat 4 ikut; atau menghitung $4 - (-1) = 5$ tanpa menambah 1.
• C ✓ 6.
• D ✗ 7: **Jebakan:** memasukkan -2, padahal tanda $<$ membuat -2 tidak ikut.
• E ✗ 18: **Jebakan:** lupa membagi dengan 3, sehingga menghitung bilangan bulat pada $-6 < x \leq 12$ (-5 sampai 12, ada 18).

Jawaban: C.

Latihan sub bab 0.4

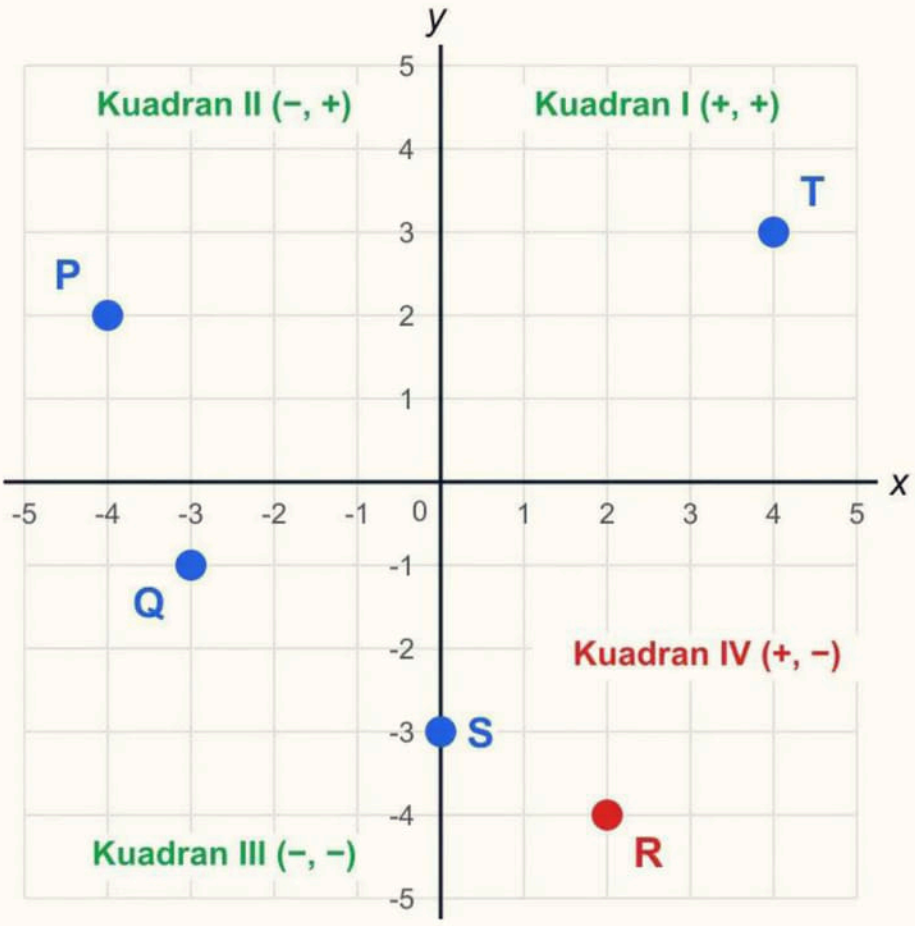
No. 1 Kunci: C

Yang diketahui: lima titik P, Q, R, S, T pada gambar. **Yang ditanya:** titik di kuadran IV.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Prasyarat – kuadran. Sumbu x dan sumbu y membagi bidang menjadi empat daerah yang disebut **kuadran**. Penomorannya dimulai dari kanan atas, lalu berputar **berlawanan arah jarum jam**:
• Kuadran I: kanan atas, x positif dan y positif $(+, +)$.
• Kuadran II: kiri atas $(-, +)$.
• Kuadran III: kiri bawah $(-, -)$.
• Kuadran IV: kanan bawah $(+, -)$.
Titik yang terletak **pada sumbu** (salah satu koordinatnya 0) tidak termasuk kuadran mana pun. Contoh kecil: $(3, -1)$ di kuadran IV; $(0, 4)$ pada sumbu y.

Langkah penyelesaian:
1. Baca koordinat setiap titik dari gambar (x dulu, baru y): $P(-4, 2)$, $Q(-3, -1)$, $R(2, -4)$, $S(0, -3)$, $T(4, 3)$.
2. Kuadran IV memerlukan x positif dan y negatif.
3. Periksa: hanya $R(2, -4)$ yang x-nya positif (2) dan y-nya negatif (-4).



Cek ulang: titik R terletak di kanan sumbu y dan di bawah sumbu x, yaitu daerah kanan bawah. Itulah kuadran IV.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ titik $P(-4, 2)$ di kuadran II. **Jebakan:** menomori kuadran searah jarum jam (I kanan atas, II kanan bawah, III kiri bawah, IV kiri atas), sehingga kiri atas dikira kuadran IV.
• B ✗ titik $Q(-3, -1)$ di kuadran III (kiri bawah). **Jebakan:** tertukar kuadran III dan IV.
• C ✓ titik $R(2, -4)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗ titik $S(0, -3)$ terletak pada sumbu y, bukan di kuadran mana pun. **Jebakan:** melihat titik di bawah sumbu x lalu langsung menganggapnya kuadran IV tanpa memeriksa $x = 0$.
• E ✗ titik $T(4, 3)$ di kuadran I.

Jawaban: C.

No. 2 Kunci: 25

Yang diketahui: tabel pengunjung Senin–Jumat. **Yang ditanya:** selisih pengunjung hari paling ramai dan hari paling sepi.

Konsep – membaca tabel. Baris pertama tabel memberi nama kategori (hari), baris kedua memberi nilainya. "Paling ramai" = nilai **terbesar**, "paling sepi" = nilai **terkecil**, dan "selisih" = nilai besar dikurangi nilai kecil.
Contoh kecil: data $12, 7, 9$ mempunyai nilai terbesar 12 dan terkecil 7, selisihnya $12 - 7 = 5$.

Langkah penyelesaian:
1. Urutkan nilai dari yang terkecil: 20 (Selasa), 30 (Kamis), 35 (Senin), 40 (Jumat), 45 (Rabu).
2. Hari paling ramai: Rabu, 45 orang. Hari paling sepi: Selasa, 20 orang.
3. Selisih: $45 - 20 = 25$ orang.

Cek ulang: $20 + 25 = 45$ ✓. Tidak ada nilai di tabel yang lebih besar dari 45 atau lebih kecil dari 20.

Kesalahan yang sering terjadi:
• **Jebakan:** membandingkan hari pertama dan terakhir (Senin dan Jumat): $40 - 35 = 5$.
• **Jebakan:** memilih Jumat sebagai paling ramai karena letaknya di ujung tabel: $40 - 20 = 20$.

Jawaban: 25.

No. 3 Kunci: 1B 2S 3B

Yang diketahui: perubahan tinggi muka air: minggu ke-1 $+12$ cm, minggu ke-2 -8 cm, minggu ke-3 -15 cm, minggu ke-4 $+6$ cm. **Yang ditanya:** benar atau salahnya tiga pernyataan.

Konsep – diagram batang dengan nilai negatif. Garis 0 adalah acuan. Batang di atas garis 0 menyatakan kenaikan, batang di bawahnya menyatakan penurunan. Perubahan total selama beberapa minggu = **jumlah** semua perubahan (dengan tandanya).
Contoh kecil: naik 3, lalu turun $5 \rightarrow$ total $3 + (-5) = -2$, artinya akhirnya 2 lebih rendah daripada awal.

Pernyataan 1 – Benar. Penurunan ditunjukkan batang di bawah garis 0: minggu ke-2 (8 cm) dan minggu ke-3 (15 cm). Batang minggu ke-3 paling panjang ke bawah, jadi penurunan terbesar terjadi pada minggu ke-3.
Jebakan: memilih batang dengan nilai "terkecil" tanpa memperhatikan kata "penurunan", atau tertukar dengan minggu ke-1 yang batangnya juga panjang tetapi menunjukkan kenaikan.

Pernyataan 2 – Salah. Perubahan total:
1. $12 + (-8) = 4$.
2. $4 + (-15) = -11$.
3. $-11 + 6 = -5$.
Hasilnya -5 cm, artinya muka air **turun** 5 cm (lebih rendah), bukan lebih tinggi.
Jebakan: menjumlahkan angka tanpa tanda yang benar, atau memperoleh 5 lalu lupa bahwa tandanya negatif.

Pernyataan 3 – Benar. Selisih $= 12 - (-15) = 12 + 15 = 27$ cm. Alasannya: mengurangi bilangan negatif sama dengan menambah lawannya. Pada diagram, jarak dari puncak batang $+12$ ke ujung batang -15 memang 12 satuan di atas nol ditambah 15 satuan di bawah nol.
Jebakan: menghitung $15 - 12 = 3$ karena mengabaikan bahwa kedua batang berada di sisi garis 0 yang berlawanan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang pernyataan 2 dengan urutan lain: naik total $12 + 6 = 18$ cm, turun total $8 + 15 = 23$ cm, jadi $18 - 23 = -5$ cm. Sama.

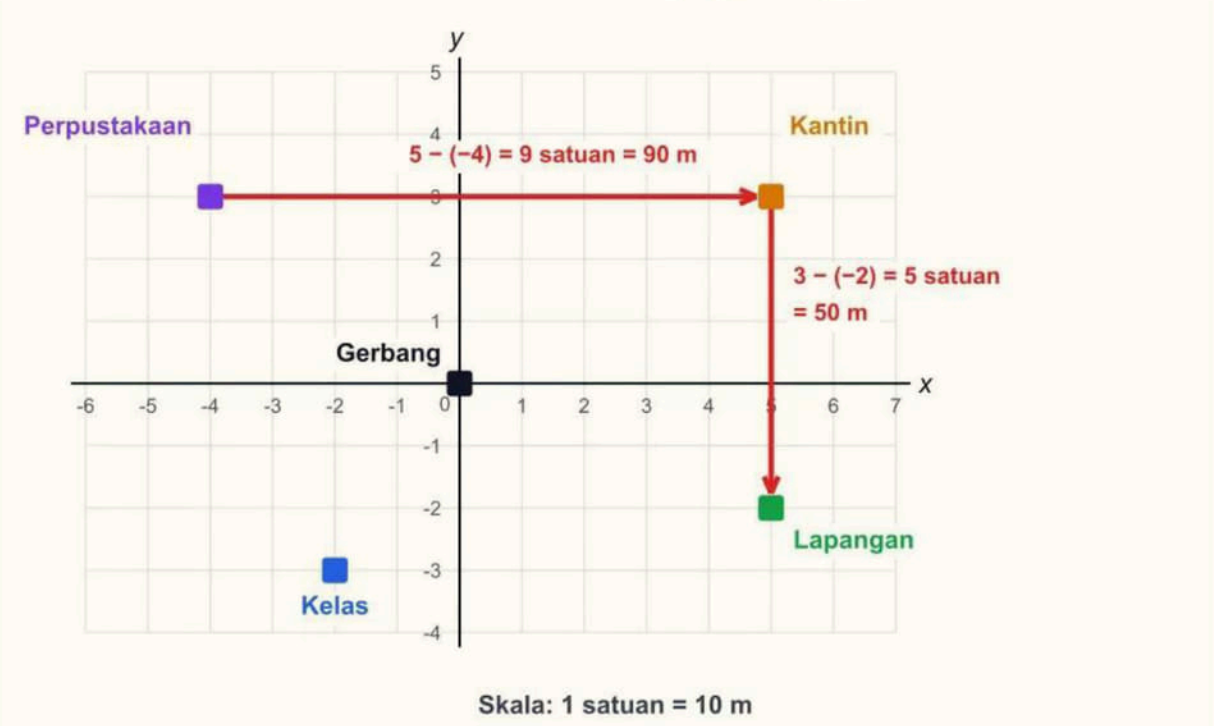
Jawaban: Benar, Salah, Benar.

No. 4 Kunci: D

Yang diketahui: denah pada gambar; 1 satuan $= 10$ m; Rina berjalan perpustakaan → kantin → lapangan, lurus sejajar sumbu. **Yang ditanya:** jarak total.

Prasyarat – jarak mendatar/tegak dan skala. Jarak dua titik pada garis mendatar = selisih x; pada garis tegak = selisih y. Selisih dihitung "besar dikurangi kecil", dengan memperhatikan tanda negatif. Jarak sebenarnya = jarak pada denah × skala.
Contoh kecil: dari $(-2, 1)$ ke $(3, 1)$ jaraknya $3 - (-2) = 5$ satuan; dengan skala 1 satuan $= 10$ m, jarak sebenarnya 50 m.

Langkah penyelesaian:
1. Baca koordinat dari gambar (x dulu, baru y): perpustakaan $(-4, 3)$, kantin $(5, 3)$, lapangan $(5, -2)$.
2. Perpustakaan → kantin: y keduanya 3, jadi jalannya mendatar. Jaraknya $5 - (-4) = 9$ satuan.
3. Kantin → lapangan: x keduanya 5, jadi jalannya tegak. Jaraknya $3 - (-2) = 5$ satuan.
4. Jarak total pada denah: $9 + 5 = 14$ satuan.
5. Jarak sebenarnya: $14 \times 10 = 140$ meter.



Cek ulang dengan menghitung petak: dari perpustakaan ke kantin ada 9 ruas petak mendatar, dari kantin ke lapangan ada 5 ruas petak tegak. Total 14 ruas $\times 10$ m $= 140$ m. Gerbang dan kelas tidak dilewati, jadi tidak ikut dihitung.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 60 m: **Jebakan:** menghitung jarak mendatar $5 - 4 = 1$ (tanda negatif pada -4 diabaikan), sehingga $1 + 5 = 6$ satuan.
• B ✗ 90 m: **Jebakan:** hanya menghitung perjalanan perpustakaan → kantin dan lupa bagian kantin → lapangan.
• C ✗ 100 m: **Jebakan:** menghitung jarak tegak $3 - 2 = 1$ (tanda negatif pada -2 diabaikan), sehingga $9 + 1 = 10$ satuan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✓ 140 m.
• E ✗ 160 m: **Jebakan:** menghitung banyaknya **titik** petak yang dilewati, bukan banyaknya **langkah**: 10 titik mendatar dan 6 titik tegak, total 16.

Jawaban: D.

Latihan sub bab 1.1

No. 1 Kunci: 23

Yang diketahui: bilangan 1.386. **Yang ditanya:** jumlah semua faktor prima yang berbeda.

Konsep 1 – Bilangan prima: bilangan asli lebih dari 1 yang faktornya hanya 1 dan dirinya sendiri: $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$ Angka 9 bukan prima karena $9 = 3 \times 3$.
Konsep 2 – Faktorisasi prima. Bagi berulang dengan bilangan prima terkecil yang membagi habis, sampai hasil baginya 1.
Contoh kecil: $60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$. Faktor prima yang berbeda: $2, 3, 5$ (angka 2 hanya dihitung sekali).
Konsep 3 – Ciri habis dibagi. Habis dibagi 2 bila angka satuannya genap; habis dibagi 3 bila jumlah angkanya habis dibagi 3.

Langkah penyelesaian:
1. 1.386 genap $\rightarrow 1.386 : 2 = 693$.
2. 693: jumlah angka $6 + 9 + 3 = 18$, habis dibagi $3 \rightarrow 693 : 3 = 231$.
3. 231: jumlah angka $2 + 3 + 1 = 6$, habis dibagi $3 \rightarrow 231 : 3 = 77$.
4. $77 = 7 \times 11$, dan 7 serta 11 prima.
5. Jadi $1.386 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$. Faktor prima yang berbeda: $2, 3, 7, 11$.
6. Jumlahnya: $2 + 3 + 7 + 11 = 23$.

Cek ulang: $2 \times 9 \times 7 \times 11 = 18 \times 77 = 1.386$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menghitung 3 dua kali: $2 + 3 + 3 + 7 + 11 = 26$. Soal meminta faktor yang **berbeda**.
• Menganggap 9 faktor prima: $2 + 9 + 7 + 11 = 29$.
• Berhenti di 693 dan mengira 693 prima.

Jawaban: 23.

No. 2 Kunci: 46

Yang diketahui: dua bilangan prima berjumlah 25. **Yang ditanya:** hasil kali keduanya.

Konsep 1 – Bilangan prima adalah bilangan asli lebih dari 1 yang faktornya hanya 1 dan bilangan itu sendiri: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ Satu-satunya bilangan prima yang genap adalah 2.

Konsep 2 – Genap dan ganjil. ganjil $+$ ganjil $=$ genap; genap $+$ ganjil $=$ ganjil.
Contoh kecil: $3 + 5 = 8$ (genap), sedangkan $2 + 5 = 7$ (ganjil).

Langkah penyelesaian:
1. Jumlahnya 25, yaitu bilangan ganjil.
2. Bila kedua bilangan prima itu ganjil, jumlahnya genap (Konsep 2). Itu tidak mungkin sama dengan 25. Jadi salah satunya harus genap.
3. Prima genap hanya 2. Bilangan yang lain $25 - 2 = 23$.
4. Periksa 23: tidak habis dibagi $2, 3$, maupun 4. Pembagi yang perlu dicoba hanya sampai 4, karena $5 \times 5 = 25$ sudah lebih dari 23. Jadi 23 prima.
5. Hasil kali: $2 \times 23 = 46$.

Cek ulang: $2 + 23 = 25$ ✓ dan keduanya prima ✓. Pasangan lain seperti $12 + 13, 6 + 19$, atau $4 + 21$ selalu memuat bilangan genap selain 2, sehingga bukan pasangan prima.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kesalahan yang sering terjadi:
• Memilih 12 dan 13 (hasil kali 156) karena dekat dengan setengah dari 25, padahal 12 bukan prima.
• Menganggap 1 bilangan prima lalu memakai $1 + 24$; padahal 1 dan 24 sama-sama bukan prima.
• Menjawab jumlahnya (25), bukan hasil kalinya.

Jawaban: 46.

No. 3 Kunci: 9

Yang diketahui: bilangan prima di antara 50 dan 90 (tidak termasuk 50 dan 90). **Yang ditanya:** banyaknya.

Konsep 1 – Bilangan prima: bilangan asli lebih dari 1 yang hanya habis dibagi 1 dan dirinya sendiri.
Konsep 2 – Cukup uji pembagi prima kecil. Untuk bilangan kurang dari 100, cukup diuji pembagian oleh $2, 3, 5$, dan 7, karena $11 \times 11 = 121$ sudah lebih dari 100. Bila tidak habis dibagi keempatnya, bilangan itu prima.
Ciri habis dibagi: 2 (angka satuan genap), 3 (jumlah angka habis dibagi 3), 5 (angka satuan 0 atau 5).
Contoh kecil: 91 tidak habis dibagi $2, 3, 5$, tetapi $91 = 7 \times 13$, jadi bukan prima.

Langkah penyelesaian:
1. Buang bilangan genap dan bilangan berakhiran 5. Calon yang tersisa:
$51, 53, 57, 59, 61, 63, 67, 69, 71, 73, 77, 79, 81, 83, 87, 89$.
2. Buang kelipatan 3 (jumlah angka habis dibagi 3): 51 ($5 + 1 = 6$), 57 (12), 63 (9), 69 (15), 81 (9), 87 (15).
3. Buang kelipatan 7 yang tersisa: $77 = 7 \times 11$.
4. Sisa: $53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89$, yaitu 9 bilangan.

Cek ulang: setiap bilangan di langkah 4 tidak habis dibagi $2, 3, 5$, maupun 7 ✓. Contoh: $89 : 7 = 12$ sisa 5 ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menganggap $51, 57, 87$ prima karena "terlihat ganjil biasa". Ketiganya kelipatan 3: $51 = 3 \times 17$, $57 = 3 \times 19$, $87 = 3 \times 29$. Hasilnya 12.
• Lupa memeriksa $77 = 7 \times 11$. Hasilnya 10.

Jawaban: 9.

No. 4 Kunci: E

Yang diketahui: $a < b < 0 < c$, artinya a dan b negatif, a lebih kecil (lebih jauh dari nol ke kiri) daripada b, dan c positif. **Yang ditanya:** bentuk yang pasti positif.

Konsep 1 – Tanda hasil kali dan hasil bagi. Positif $\times$ positif $=$ positif; negatif $\times$ negatif $=$ positif; positif $\times$ negatif $=$ negatif. Aturan yang sama berlaku untuk pembagian.
Contoh kecil: $(-2) \times (-5) = 10$ positif, sedangkan $\dfrac{6}{-3} = -2$ negatif.

Konsep 2 – Tanda selisih. $x - y$ positif bila $x > y$ dan negatif bila $x < y$. Jadi tanda selisih ditentukan oleh **urutan** kedua bilangan, bukan oleh tandanya masing-masing.
Contoh kecil: $(-2) - (-5) = 3$ positif, karena $-2 > -5$.
Konsep 3 – "Pasti". Satu contoh yang menghasilkan bilangan negatif sudah cukup untuk menunjukkan bentuk itu tidak pasti positif.

Langkah penyelesaian: tentukan tanda tiap bagian.
1. Dari $a < b$: $a - b$ negatif dan $b - a$ positif.
2. Dari $b < c$: $b - c$ negatif. Dari $c > b$: $c - b$ positif.
3. $a \cdot b$ positif (negatif kali negatif); $a \cdot c$ negatif (negatif kali positif).

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $a \cdot b - c$ = (positif) − (positif): tandanya bergantung pada besar bilangan. Contoh $a = -3$,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$b = -1, c = 5$: $3 - 5 = -2$ (negatif). **Jebakan:** melihat $a \cdot b$ positif lalu mengira seluruh bentuk positif.

• B ✗ $\dfrac{a+c}{b}$: tanda $a + c$ tidak tentu. Contoh $a = -3, b = -1, c = 5$: $\dfrac{2}{-1} = -2$ (negatif). **Jebakan:** mencoba satu contoh saja, misalnya $c = 1$ yang memberi $\dfrac{-2}{-1} = 2$, lalu menyimpulkan selalu positif.

• C ✗ $a \cdot c \cdot (b - a)$ = (negatif) × (positif) = negatif untuk setiap pilihan. **Jebakan:** mengira $b - a$ negatif karena a dan b sama-sama negatif, padahal $b > a$.

• D ✗ $\dfrac{c-b}{a \cdot c} = \dfrac{\text{positif}}{\text{negatif}}$ = negatif. **Jebakan:** mengira $c - b$ negatif karena ada tanda kurang, atau mengira $a \cdot c$ positif.

• E ✓ $(a - b)(b - c)$ = (negatif) × (negatif) = positif untuk setiap pilihan.

Cek ulang dengan angka $a = -3, b = -1, c = 5$: E memberi $(-2) \times (-6) = 12$ (positif) ✓; C memberi $(-15) \times 2 = -30$; D memberi $\dfrac{6}{-15} < 0$ ✓.

Jawaban: E.

No. 5 Kunci: D

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu jawaban "apakah $m + n$ genap?" (pasti "ya" atau pasti "tidak").

Konsep 1 – Sifat genap dan ganjil. genap $\pm$ genap $=$ genap; ganjil $\pm$ ganjil $=$ genap; genap $\pm$ ganjil $=$ ganjil. Kelipatan 2 selalu genap.
Contoh kecil: $7 - 3 = 4$ (ganjil − ganjil, genap); $4 + 3 = 7$ (genap + ganjil, ganjil).

Konsep 2 – Kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya menjadi pasti, baik pasti "ya" maupun pasti "tidak". Bila masih ada contoh "ya" dan contoh "tidak", pernyataan itu **tidak cukup**.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1).** Tulis $m + n = (m - n) + 2n$. Bagian $m - n$ genap (diketahui) dan $2n$ genap (kelipatan 2). Genap + genap = genap. Jadi $m + n$ pasti genap → jawaban pasti "ya" → **cukup**.
Contoh: $m = 7, n = 3$: $m - n = 4$ dan $m + n = 10$ ✓; $m = 4, n = 10$: $m - n = -6$ dan $m + n = 14$ ✓.
2. **Uji pernyataan (2).** Tulis $m^2 + 3n = (m + n) + (m^2 - m) + 2n$.
• $m^2 - m = m(m - 1)$ adalah hasil kali dua bilangan bulat berurutan; salah satunya pasti genap, jadi hasil kalinya genap.
• $2n$ genap.
Jadi $m^2 + 3n$ dan $m + n$ selalu sama jenis (keduanya genap atau keduanya ganjil). Karena $m^2 + 3n$ ganjil, maka $m + n$ pasti ganjil → jawaban pasti "tidak" → **cukup**.
Contoh: $m = 2, n = 1$: $m^2 + 3n = 7$ (ganjil) dan $m + n = 3$ (ganjil) ✓.
3. Setiap pernyataan saja sudah cukup.

Cek ulang dengan tabel semua kemungkinan:

m	n	$m - n$	$m^2 + 3n$	$m + n$
genap	genap	genap	genap	genap
genap	ganjil	ganjil	ganjil	ganjil
ganjil	genap	ganjil	ganjil	ganjil
ganjil	ganjil	genap	genap	genap

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Setiap baris dengan $m - n$ genap memiliki $m + n$ genap, dan setiap baris dengan $m^2 + 3n$ ganjil memiliki $m + n$ ganjil ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: **Jebakan:** mengira jawaban "tidak" pada pernyataan (2) berarti tidak cukup. Jawaban pasti "tidak" tetap berarti cukup.
• B ✗: pernyataan (1) juga cukup.
• C ✗: tidak perlu menggabungkan keduanya.
• D ✓ masing-masing cukup.
• E ✗: **Jebakan:** merasa nilai m dan n harus diketahui; padahal yang ditanya hanya genap atau ganjil.

Jawaban: D.

No. 6 Kunci: 26

Yang diketahui: batas beban 1.000 kg; operator 72 kg selalu ikut; tiap kotak 35 kg. **Yang ditanya:** banyak kotak terbanyak agar total beban tidak lebih dari 1.000 kg.

Konsep 1 – Menyusun syarat. Misalkan banyak kotak n. Total beban $= 72 + 35n$. "Tidak melebihi" berarti boleh sama, jadi syaratnya $72 + 35n \leq 1.000$.
Konsep 2 – Bilangan bulat terbesar. Banyak kotak harus bilangan cacah. Bila hasil bagi berupa pecahan, ambil bilangan bulat di **bawahnya** (dibulatkan ke bawah), karena membulatkan ke atas membuat beban melewati batas.
Contoh kecil: tas berkapasitas 10 kg diisi buku 3 kg per buah. $10 : 3 = 3{,}33\ldots$, jadi paling banyak 3 buku (9 kg). Empat buku sudah 12 kg, melebihi batas.

Langkah penyelesaian:
1. Sisa beban untuk kotak setelah operator naik: $1.000 - 72 = 928$ kg.
2. Syaratnya $35n \leq 928$, sehingga $n \leq \dfrac{928}{35}$.
3. Hitung pembagian: $35 \times 26 = 910$ dan $35 \times 27 = 945$. Karena $910 \leq 928 < 945$, nilai $\dfrac{928}{35}$ berada di antara 26 dan 27 (tepatnya $26{,}51\ldots$).
4. Bilangan bulat terbesar yang tidak lebih dari $26{,}51\ldots$ adalah 26.

Cek ulang: dengan 26 kotak, total beban $72 + 910 = 982$ kg, tidak lebih dari 1.000 ✓. Dengan 27 kotak, total $72 + 945 = 1.017$ kg, melebihi batas ✓. Jadi 26 memang yang terbesar.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa massa operator: $1.000 : 35 = 28{,}57\ldots$, lalu menjawab 28.
• Membulatkan ke atas: $26{,}51\ldots$ menjadi 27, padahal 27 kotak membuat beban 1.017 kg.
• Lupa operator sekaligus membulatkan ke atas, menjawab 29.

Jawaban: 26.

Latihan sub bab 1.2

No. 1 Kunci: A

Yang diketahui: X-1: $\dfrac{7}{11}$, X-2: 63%, X-3: $0{,}62$, X-4: $\dfrac{5}{8}$. **Yang ditanya:** urutan dari terkecil ke terbesar.

Konsep 1 – Ubah ke bentuk yang sama. Bilangan dalam bentuk berbeda (pecahan, persen, desimal) paling aman dibandingkan setelah semuanya diubah ke desimal.
• Persen: $a\% = \dfrac{a}{100}$. Contoh kecil: $45\% = 0{,}45$.
• Pecahan: bagi pembilang dengan penyebut. Contoh kecil: $\dfrac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 2 – Membandingkan desimal. Samakan banyak angka di belakang koma (tambahkan nol), lalu bandingkan angka demi angka dari kiri.
Contoh kecil: $0{,}5$ dan $0{,}48 \to 0{,}50$ dan $0{,}48 \to 50 > 48$, jadi $0{,}5 > 0{,}48$.

Langkah penyelesaian:
1. X-1: $7 : 11 = 0{,}6363\ldots$ (angka 63 berulang). Ditulis empat angka: $0{,}6363$.
2. X-2: $63\% = \dfrac{63}{100} = 0{,}63$, ditulis $0{,}6300$.
3. X-3: $0{,}62$, ditulis $0{,}6200$.
4. X-4: $5 : 8 = 0{,}625$, ditulis $0{,}6250$.
5. Bandingkan empat angka di belakang koma: $6200 < 6250 < 6300 < 6363$.
6. Jadi urutannya: X-3 ($0{,}62$), X-4 ($\frac{5}{8}$), X-2 (63%), X-1 ($\frac{7}{11}$).

Cek ulang: selisih $\dfrac{7}{11} - 0{,}63 = 0{,}0063\ldots$ positif, jadi X-1 memang di atas X-2 ✓. Selisih $0{,}63 - 0{,}625 = 0{,}005$ positif, jadi X-2 di atas X-4 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ X-3, X-4, X-2, X-1.
• B ✗ **Jebakan:** membandingkan $0{,}625$ dan $0{,}63$ dengan melihat 625 dan 63 sebagai bilangan bulat, sehingga mengira $0{,}625 > 0{,}63$. Banyak angka di belakang koma harus disamakan dulu.
• C ✗ **Jebakan:** salah mengubah persen, $63\% = 0{,}063$, sehingga X-2 dianggap terkecil.
• D ✗ **Jebakan:** membulatkan $\dfrac{7}{11}$ terlalu kasar menjadi $0{,}6$, sehingga X-1 dianggap terkecil.
• E ✗ **Jebakan:** urutannya terbalik (dari terbesar ke terkecil), padahal yang diminta dari terkecil.

Jawaban: A.

No. 2 Kunci: 44

Yang diketahui: bentuk $\left(2\dfrac{1}{3} + 1\dfrac{3}{4}\right) \times 12 - 3\dfrac{1}{2} : \dfrac{7}{10}$. **Yang ditanya:** hasilnya.

Konsep 1 – Pecahan campuran ke pecahan biasa. $a\dfrac{b}{c} = \dfrac{a \times c + b}{c}$: bilangan bulat dikalikan penyebut, lalu ditambah pembilang.
Contoh kecil: $1\dfrac{2}{5} = \dfrac{1 \times 5 + 2}{5} = \dfrac{7}{5}$.
Konsep 2 – Menjumlahkan pecahan. Samakan penyebut dulu (pakai KPK penyebut), baru jumlahkan pembilangnya.
Contoh kecil: $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{3}{6} + \dfrac{2}{6} = \dfrac{5}{6}$.
Konsep 3 – Membagi dengan pecahan sama dengan mengalikan dengan kebalikannya: $p : \dfrac{m}{n} = p \times \dfrac{n}{m}$.
Contoh kecil: $3 : \dfrac{3}{4} = 3 \times \dfrac{4}{3} = 4$.
Konsep 4 – Urutan operasi. Kerjakan isi tanda kurung lebih dulu, lalu kali dan bagi, baru tambah dan kurang.

Langkah penyelesaian:
1. Ubah pecahan campuran: $2\dfrac{1}{3} = \dfrac{7}{3}$, $1\dfrac{3}{4} = \dfrac{7}{4}$, dan $3\dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{2}$.
2. Isi kurung: penyebut 3 dan 4 disamakan menjadi 12. $\dfrac{7}{3} + \dfrac{7}{4} = \dfrac{28}{12} + \dfrac{21}{12} = \dfrac{49}{12}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Kalikan dengan 12: $\frac{49}{12} \times 12 = 49$.

4. Kerjakan pembagian (sebelum pengurangan): $\frac{7}{2} : \frac{7}{10} = \frac{7}{2} \times \frac{10}{7} = \frac{70}{14} = 5$.

5. Terakhir, pengurangan: $49 - 5 = 44$.

Cek ulang (cara desimal): $2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} = 4\frac{1}{12}$, dan $4\frac{1}{12} \times 12 = 48 + 1 = 49$ ✓. $3{,}5 : 0{,}7 = 5$ ✓. Hasil $49 - 5 = 44$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Mengurangkan sebelum membagi: $\left(49 - 3\frac{1}{2}\right) : \frac{7}{10} = 45\frac{1}{2} \times \frac{10}{7} = 65$.

• Membagi dengan pecahan dikerjakan sebagai perkalian: $3{,}5 \times 0{,}7 = 2{,}45$, sehingga hasilnya $46{,}55$ (bukan bilangan bulat, tanda ada langkah yang salah).

• Hanya bagian pecahan yang dikalikan 12: $4\frac{1}{12} \times 12$ ditulis $4 + 1 = 5$, sehingga hasilnya $5 - 5 = 0$.

Jawaban: 44.

No. 3 Kunci: E

Yang diketahui: berat seharusnya $\frac{3}{4}$ kg; lima berat hasil timbang. **Yang ditanya:** jumlah selisih mutlak kelima kantong.

Konsep 1 – Pecahan ke desimal. $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$.

Konsep 2 – Nilai mutlak. $|a|$ adalah jarak bilangan a dari 0, sehingga hasilnya tidak pernah negatif: $|-0{,}3| = 0{,}3$ dan $|0{,}3| = 0{,}3$.
Selisih mutlak $|a - b|$ adalah jarak antara a dan b, tidak peduli mana yang lebih besar.
Contoh kecil: $|0{,}48 - 0{,}5| = |-0{,}02| = 0{,}02$ dan $|0{,}53 - 0{,}5| = 0{,}03$. Jumlah selisih mutlaknya $0{,}02 + 0{,}03 = 0{,}05$.

Langkah penyelesaian:
1. Kantong 1: $|0{,}72 - 0{,}75| = |-0{,}03| = 0{,}03$.
2. Kantong 2: $|0{,}78 - 0{,}75| = 0{,}03$.
3. Kantong 3: $|0{,}755 - 0{,}75| = 0{,}005$. Samakan dulu banyak angka di belakang koma: $0{,}755 - 0{,}750 = 0{,}005$.
4. Kantong 4: $|0{,}74 - 0{,}75| = |-0{,}01| = 0{,}01$.
5. Kantong 5: $|0{,}77 - 0{,}75| = 0{,}02$.
6. Jumlahkan: $0{,}03 + 0{,}03 + 0{,}005 + 0{,}01 + 0{,}02 = 0{,}095$ kg.

Cek ulang: kantong yang lebih ringan memberi $0{,}03 + 0{,}01 = 0{,}04$; kantong yang lebih berat memberi $0{,}03 + 0{,}005 + 0{,}02 = 0{,}055$. Jumlahnya $0{,}04 + 0{,}055 = 0{,}095$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $0{,}015$: **Jebakan:** lupa nilai mutlak, sehingga selisih negatif dan positif saling menghapus: $-0{,}03 + 0{,}03 + 0{,}005 - 0{,}01 + 0{,}02 = 0{,}015$.
• B ✗ $0{,}019$: **Jebakan:** membagi jumlah dengan 5 (menghitung rata-rata selisih), padahal yang ditanya jumlahnya.
• C ✗ $0{,}04$: **Jebakan:** hanya menjumlahkan kantong yang kurang dari berat seharusnya.
• D ✗ $0{,}055$: **Jebakan:** hanya menjumlahkan kantong yang lebih dari berat seharusnya (selisih positif).
• E ✓ $0{,}095$.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 4 Kunci: E

Yang diketahui: sirup A berkadar gula 15%, sirup B berkadar gula 40%; perbandingan massa A : B $= 2:3$; massa campuran 1.000 g. **Yang ditanya:** kadar gula campuran.

Konsep 1 – Membagi menurut perbandingan. Bila total dibagi dengan perbandingan $p:q$, bagian pertama $= \dfrac{p}{p+q} \times$ total.

Contoh kecil: 50 kelereng dibagi dengan perbandingan $2:3 \rightarrow$ bagian pertama $\dfrac{2}{5} \times 50 = 20$, bagian kedua 30.

Konsep 2 – Kadar. Kadar gula $= \dfrac{\text{massa gula}}{\text{massa seluruh campuran}} \times 100\%$. Massa gula dalam suatu sirup $=$ kadar $\times$ massa sirup.

Contoh kecil: 200 g sirup berkadar 10% mengandung $10\% \times 200 = 20$ g gula.

Yang dijumlahkan adalah **massa gulanya**, bukan persennya.

Langkah penyelesaian:

1. Massa sirup A $= \dfrac{2}{5} \times 1.000 = 400$ g; massa sirup B $= \dfrac{3}{5} \times 1.000 = 600$ g.
2. Gula dari sirup A $= 15\% \times 400 = 60$ g.
3. Gula dari sirup B $= 40\% \times 600 = 240$ g.
4. Gula seluruhnya $= 60 + 240 = 300$ g.
5. Kadar gula campuran $= \dfrac{300}{1.000} \times 100\% = 30\%$.

Cek ulang: kadar campuran harus berada di antara 15% dan 40% ✓, dan lebih dekat ke 40% karena sirup B lebih banyak ✓ (30% lebih dekat ke 40% daripada ke 15%).

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 6%: **Jebakan:** hanya menghitung gula dari sirup A (60 g) lalu membaginya dengan 1.000 g.
- B ✗ 24%: **Jebakan:** hanya menghitung gula dari sirup B (240 g) lalu membaginya dengan 1.000 g.
- C ✗ 25%: **Jebakan:** perbandingan tertukar (A 600 g dan B 400 g): $90 + 160 = 250$ g, kadar 25%.
- D ✗ $27{,}5\%$: **Jebakan:** merata-ratakan kadar begitu saja, $\dfrac{15\% + 40\%}{2}$, padahal massa kedua sirup tidak sama.
- E ✓ 30%.

Jawaban: E.

No. 5 Kunci: D

Yang diketahui: $a = -2{,}5$, $b = 4$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep – Nilai mutlak. $|p|$ adalah jarak bilangan p ke 0 pada garis bilangan, sehingga hasilnya tidak pernah negatif: $|p| = p$ bila $p \geq 0$, dan $|p| = -p$ bila $p < 0$.

Hitung isi tanda mutlak lebih dulu, baru ambil nilai mutlaknya.

Contoh kecil: $|3 - 7| = |-4| = 4$, sedangkan $|3| - |7| = -4$. Hasilnya berbeda.

Uji tiap pernyataan:

1. **(1)** $a - b = -2{,}5 - 4 = -6{,}5$, jadi $|a - b| = 6{,}5 \rightarrow$ **benar**.
2. **(2)** $a + b = -2{,}5 + 4 = 1{,}5$, jadi $|a + b| = 1{,}5$, bukan $6{,}5 \rightarrow$ **salah**.

Jebakan: mengira $|a + b| = |a| + |b| = 2{,}5 + 4 = 6{,}5$. Kesamaan itu hanya berlaku bila a dan b bertanda sama.

3. **(3)** $2a + b = 2(-2{,}5) + 4 = -5 + 4 = -1$, jadi $|2a + b| = 1 \rightarrow$ **benar**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. **(4)** $\frac{b}{a} = \frac{4}{-2{,}5} = -1{,}6$, jadi $\left|\frac{b}{a}\right| = 1{,}6 \rightarrow$ **benar**.

5. Pernyataan benar: (1), (3), $(4) \rightarrow$ banyaknya 3.

Cek ulang: pada garis bilangan, jarak dari $-2{,}5$ ke 4 adalah $2{,}5 + 4 = 6{,}5$ ✓ (sesuai (1)). Pada (4): $2{,}5 \times 1{,}6 = 4$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; tiga pernyataan terbukti benar.

• C ✗ 2: **Jebakan:** menulis $2a + b = -5 - 4$ (salah tanda), sehingga $|2a + b| = 9$ dan (3) dianggap salah.

• D ✓ 3.

• E ✗ 4: **Jebakan:** menganggap $|a + b| = |a| + |b|$, sehingga (2) dianggap benar.

Jawaban: D.

Latihan sub bab 1.3

No. 1 Kunci: 81

Yang diketahui: $8^{\frac{2}{3}} \times 6 - 18 : 3 = 2 \times \sqrt{k}$. **Yang ditanya:** nilai k.

Konsep 1 – Pangkat pecahan. $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$: penyebut pangkat menjadi akar, pembilang pangkat menjadi pangkat biasa.

Contoh kecil: $27^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{27}\right)^2 = 3^2 = 9$, karena $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Konsep 2 – Urutan operasi hitung. Pangkat dikerjakan paling dulu, lalu kali dan bagi, baru tambah dan kurang.

Contoh kecil: $10 - 6 : 2 = 10 - 3 = 7$. Hasilnya bukan $(10 - 6) : 2 = 2$, karena tidak ada tanda kurung di sekitar $10 - 6$.

Konsep 3 – Akar kuadrat. $\sqrt{k} = n$ artinya $k = n \times n$.

Langkah penyelesaian:

1. Hitung pangkatnya. $\sqrt[3]{8} = 2$ karena $2 \times 2 \times 2 = 8$. Jadi $8^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$.
2. Kerjakan kali dan bagi: $4 \times 6 = 24$ dan $18 : 3 = 6$.
3. Baru kerjakan pengurangan: $24 - 6 = 18$. Jadi ruas kiri bernilai 18.
4. Persamaannya menjadi $18 = 2 \times \sqrt{k}$. Bagi kedua ruas dengan 2: $\sqrt{k} = 9$.
5. Menurut Konsep 3, $k = 9 \times 9 = 81$.

Cek ulang: ruas kanan $2 \times \sqrt{81} = 2 \times 9 = 18$, sama dengan ruas kiri ✓. Nilai 81 bilangan cacah ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Menganggap $8^{\frac{2}{3}} = 8 \times \frac{2}{3}$. Hasilnya pecahan $\frac{16}{3}$, sehingga k tidak bulat (tanda ada langkah yang salah).

• Mengurangkan sebelum membagi: $(24 - 18) : 3 = 2$, sehingga $\sqrt{k} = 1$ dan $k = 1$.

• Berhenti di $\sqrt{k} = 9$ dan menjawab 9.

• Lupa membagi dengan 2: $\sqrt{k} = 18$, sehingga $k = 324$.

Jawaban: 81.

No. 2 Kunci: 20

Yang diketahui: $4^{\frac{3}{2}} - 1 = \sqrt{2n + 9}$. **Yang ditanya:** nilai n.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Pangkat pecahan. $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$: ambil akar pangkat n lebih dulu, lalu pangkatkan dengan m.
Contoh kecil: $9^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{9})^3 = 3^3 = 27$.

Konsep 2 – Menghilangkan akar. Bila $\sqrt{A} = k$ dengan $k \geq 0$, kuadratkan kedua ruas sehingga $A = k^2$.
Contoh kecil: $\sqrt{x+1} = 3 \to x + 1 = 9 \to x = 8$.

Langkah penyelesaian:
1. Hitung pangkat pecahan: $4^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{4})^3 = 2^3 = 8$.
2. Ruas kiri menjadi $8 - 1 = 7$. Persamaannya $\sqrt{2n+9} = 7$.
3. Kuadratkan kedua ruas agar akar hilang: $2n + 9 = 7^2 = 49$.
4. Kurangi kedua ruas dengan 9: $2n = 40$.
5. Bagi kedua ruas dengan 2: $n = 20$.

Cek ulang: $\sqrt{2 \times 20 + 9} = \sqrt{49} = 7$, dan $4^{\frac{3}{2}} - 1 = 8 - 1 = 7$. Kedua ruas sama ✓. Nilai 20 bilangan cacah, sesuai perintah ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Mengira $4^{\frac{3}{2}} = 4 \times \dfrac{3}{2} = 6$, sehingga $\sqrt{2n+9} = 5$, $2n + 9 = 25$, dan $n = 8$.
• Lupa mengkuadratkan: menulis $2n + 9 = 7$, sehingga $n = -1$ (bukan bilangan cacah, tanda ada langkah yang salah).
• Mengira $7^2 = 14$, sehingga $2n + 9 = 14$ dan $n = 2{,}5$.

Jawaban: 20.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: bentuk $\dfrac{6}{3 - \sqrt{3}} - \sqrt{12}$. **Yang ditanya:** bentuk sederhananya.

Konsep 1 – Menyederhanakan akar. Pisahkan bilangan di bawah akar menjadi (bilangan kuadrat) × (sisa): $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.
Contoh kecil: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$.
Konsep 2 – Merasionalkan penyebut dengan bentuk sekawan. Sekawan dari $p - \sqrt{q}$ adalah $p + \sqrt{q}$. Karena $(p - \sqrt{q})(p + \sqrt{q}) = p^2 - q$, akar di penyebut hilang. Pembilang dan penyebut dikalikan bilangan yang sama, jadi nilai pecahan tidak berubah.
Contoh kecil: $\dfrac{4}{3 - \sqrt{5}} = \dfrac{4(3 + \sqrt{5})}{9 - 5} = \dfrac{4(3 + \sqrt{5})}{4} = 3 + \sqrt{5}$.

Langkah penyelesaian:
1. Kalikan pembilang dan penyebut dengan sekawan $3 + \sqrt{3}$:
$$\frac{6}{3 - \sqrt{3}} = \frac{6(3 + \sqrt{3})}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}.$$
2. Penyebut: $3^2 - (\sqrt{3})^2 = 9 - 3 = 6$.
3. Jadi $\dfrac{6(3 + \sqrt{3})}{6} = 3 + \sqrt{3}$. Angka 6 membagi **seluruh** pembilang, yaitu 18 dan $6\sqrt{3}$.
4. Sederhanakan akar kedua: $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$.
5. Kurangkan: $3 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3 + (1 - 2)\sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}$.

Cek ulang (desimal, $\sqrt{3} \approx 1{,}732$): $\dfrac{6}{3 - 1{,}732} = \dfrac{6}{1{,}268} \approx 4{,}732$ dan $\sqrt{12} \approx 3{,}464$. Selisihnya $\approx 1{,}268$. Nilai $3 - \sqrt{3} \approx 1{,}268$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi (diurutkan dari terkecil):

• A ✗ $2-4\sqrt{3}$: **Jebakan:** memecah pecahan suku per suku, $\frac{6}{3-\sqrt{3}}=\frac{6}{3}-\frac{6}{\sqrt{3}}=2-2\sqrt{3}$. Cara ini salah karena penyebut berupa jumlah/selisih tidak boleh dipecah.

• B ✗ $3-3\sqrt{3}$: **Jebakan:** $\sqrt{12}$ ditulis $4\sqrt{3}$ (lupa mengakarkan 4), atau sekawan ditulis salah tanda sehingga pecahan menjadi $3-\sqrt{3}$.

• C ✗ $3-2\sqrt{3}$: **Jebakan:** saat mengalikan $6(3+\sqrt{3})$ hanya 6×3 yang dihitung, suku $\sqrt{3}$ terlupa, sehingga pecahan menjadi 3.

• D ✓ $3-\sqrt{3}$.

• E ✗ $3+4\sqrt{3}$: **Jebakan:** angka 6 di penyebut hanya membagi 18, tidak membagi $6\sqrt{3}$, sehingga pecahan menjadi $3+6\sqrt{3}$.

Jawaban: D.

Latihan sub bab 1.4

No. 1 Kunci: 8

Yang diketahui: $\frac{8^x}{2^{x-2}}=4^9$. **Yang ditanya:** nilai x.

Konsep 1 – Menyamakan bilangan pokok. Bilangan 8 dan 4 dapat ditulis sebagai pangkat dari 2: $8=2^3$ dan $4=2^2$.
Lalu pakai sifat $(a^m)^n=a^{m\times n}$. Contoh kecil: $8^2=(2^3)^2=2^6=64$.

Konsep 2 – Pembagian bilangan berpangkat. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$. Seluruh pangkat penyebut dikurangkan, termasuk tanda di dalamnya.
Contoh kecil: $\frac{2^7}{2^{5-1}}=2^{7-(5-1)}=2^{7-4}=2^3$.

Konsep 3 – Persamaan eksponen. Bila $2^A=2^B$, maka $A=B$, karena bilangan pokoknya sama.

Langkah penyelesaian:
1. Ubah pembilang: $8^x=(2^3)^x=2^{3x}$.
2. Bagi dengan penyebut: $\frac{2^{3x}}{2^{x-2}}=2^{3x-(x-2)}=2^{3x-x+2}=2^{2x+2}$. Perhatikan: tanda minus di depan kurung mengubah -2 menjadi $+2$.
3. Ubah ruas kanan: $4^9=(2^2)^9=2^{18}$.
4. Samakan pangkatnya: $2x+2=18$.
5. Kurangi kedua ruas dengan 2: $2x=16$. Bagi dengan 2: $x=8$.

Cek ulang: $8^8=2^{24}$ dan $2^{8-2}=2^6$, sehingga ruas kiri $=2^{24-6}=2^{18}$. Ruas kanan $4^9=2^{18}$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa membalik tanda: $3x-x-2=18$, sehingga $x=10$.
• Menganggap $4^9=2^9$ (lupa bahwa $4=2^2$): $2x+2=9$, hasilnya bukan bilangan cacah. Ini tanda ada langkah yang keliru.
• Menulis $8^x=2^{x+3}$ (menjumlahkan pangkat, bukan mengalikan): $(x+3)-(x-2)=5$, dan x hilang dari persamaan.

Jawaban: 8.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 1.5

No. 1 Kunci: A

Yang diketahui: jarak keberangkatan 12, 18, dan 30 menit; berangkat bersamaan pertama pukul 05.30; layanan sampai 20.00. **Yang ditanya:** banyak kejadian berangkat bersamaan (termasuk 05.30).

Konsep – KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil). Ketiga bus berangkat bersamaan lagi setelah selang waktu yang merupakan kelipatan 12, kelipatan 18, dan kelipatan 30 sekaligus. Selang terkecilnya adalah KPK ketiga bilangan itu.
Cara mencari KPK: faktorkan prima, lalu ambil setiap faktor prima dengan pangkat terbesar.
Contoh kecil: $4 = 2^2$ dan $6 = 2 \times 3$, maka KPK $= 2^2 \times 3 = 12$. Dua lampu yang berkedip setiap 4 detik dan 6 detik menyala bersamaan setiap 12 detik.

Langkah penyelesaian:
1. Faktorkan: $12 = 2^2 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$.
2. Ambil pangkat terbesar tiap faktor: 2^2, 3^2, dan 5. KPK $= 4 \times 9 \times 5 = 180$ menit $= 3$ jam.
3. Jadi ketiga bus berangkat bersamaan setiap 3 jam, mulai 05.30.
4. Daftar waktunya: 05.30, 08.30, 11.30, 14.30, 17.30. Waktu berikutnya 20.30, sudah lewat dari 20.00, jadi tidak dihitung.
5. Banyak kejadian: 5.

Cek ulang: dari 05.30 sampai 20.00 ada 14 jam 30 menit $= 870$ menit. Kelipatan 180 yang tidak lebih dari 870: $0, 180, 360, 540, 720$ (lima bilangan; $900 > 870$) ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 5.
• B ✗ 6: **Jebakan:** ikut menghitung 20.30 (lewat dari jam layanan), atau membulatkan $870 : 180 \approx 4{,}8$ menjadi 5 lalu menambah 1 untuk 05.30.
• C ✗ 10: **Jebakan:** KPK hanya dari 18 dan 30, yaitu 90 menit, karena mengira jurusan Merah (12 menit) ikut cocok dengan sendirinya. Padahal 90 bukan kelipatan 12.
• D ✗ 15: **Jebakan:** KPK hanya dari 12 dan 30, yaitu 60 menit (lupa jurusan Hijau).
• E ✗ 25: **Jebakan:** KPK hanya dari 12 dan 18, yaitu 36 menit (lupa jurusan Biru).

Jawaban: A.

No. 2 Kunci: B

Yang diketahui: 84 buku tulis, 126 pensil, 210 penghapus; dibagi ke paket sebanyak mungkin, isi tiap paket sama, tanpa sisa. **Yang ditanya:** banyak seluruh barang dalam **satu** paket.

Konsep 1 – Pembagian tanpa sisa. Banyak paket harus membagi habis 84, 126, dan 210. Jadi banyak paket adalah faktor persekutuan ketiga bilangan itu.

Konsep 2 – FPB. Kata "sebanyak mungkin" berarti kita mencari faktor persekutuan **terbesar** (FPB). Caranya: faktorkan setiap bilangan menjadi faktor prima, lalu ambil faktor prima yang muncul di **semua** bilangan dengan pangkat terkecil.
Contoh kecil: $12 = 2^2 \times 3$ dan $18 = 2 \times 3^2$, maka FPB $= 2 \times 3 = 6$.

Langkah penyelesaian:
1. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.
2. $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.
3. $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.
4. Faktor prima yang ada di ketiganya: 2, 3, dan 7, masing-masing dengan pangkat terkecil 1. FPB $= 2 \times 3 \times 7 = 42$. Jadi ada 42 paket.
5. Isi satu paket: buku $84 \div 42 = 2$, pensil $126 \div 42 = 3$, penghapus $210 \div 42 = 5$.
6. Seluruh barang dalam satu paket: $2 + 3 + 5 = 10$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: 42 paket $\times 10$ barang $= 420$, dan $84 + 126 + 210 = 420$ ✓. Bilangan $2, 3, 5$ tidak memiliki faktor persekutuan selain 1, jadi paket tidak dapat dibuat lebih banyak lagi ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 5: **Jebakan:** hanya menghitung banyak penghapus dalam satu paket.
• B ✓ 10.
• C ✗ 20: **Jebakan:** memakai faktor persekutuan 21 (lupa faktor 2): $4 + 6 + 10 = 20$. Angka 21 memang membagi ketiganya, tetapi bukan yang terbesar, sehingga paketnya tidak sebanyak mungkin.
• D ✗ 30: **Jebakan:** memakai faktor persekutuan 14 (lupa faktor 3): $6 + 9 + 15 = 30$.
• E ✗ 42: **Jebakan:** menjawab banyak paket, padahal yang ditanya banyak barang dalam satu paket.

Jawaban: B.

No. 3 Kunci: 6

Yang diketahui: selang kedip 6, 8, dan 15 detik; bersamaan pukul 23.50.00; batas pukul 00.00.00 (keduanya dihitung). **Yang ditanya:** banyak kejadian berkedip bersamaan.

Konsep – KPK. Ketiga lampu berkedip bersamaan lagi setelah selang waktu yang merupakan kelipatan 6, 8, dan 15 sekaligus. Selang terkecilnya adalah KPK ketiga bilangan.
Cara mencari KPK: faktorkan prima, lalu ambil setiap faktor prima dengan pangkat terbesar.
Contoh kecil: $4 = 2^2$ dan $10 = 2 \times 5$, maka KPK $= 2^2 \times 5 = 20$.

Langkah penyelesaian:
1. Faktorkan: $6 = 2 \times 3, 8 = 2^3, 15 = 3 \times 5$.
2. KPK $= 2^3 \times 3 \times 5 = 120$ detik $= 2$ menit.
3. Dari 23.50.00 sampai 00.00.00 ada 10 menit $= 600$ detik.
4. Waktu berkedip bersamaan (detik setelah 23.50.00): $0, 120, 240, 360, 480, 600$.
5. Detik ke-600 tepat pukul 00.00.00, jadi ikut dihitung. Banyaknya 6 kejadian.

Cek ulang: $600 : 120 = 5$ selang. Lima selang mempunyai $5 + 1 = 6$ titik ujung (seperti 5 ruas pada pagar yang membutuhkan 6 tiang) ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 5: hanya menghitung banyak selang ($600 : 120$), lupa kejadian pertama pukul 23.50.00.
• Memakai hasil kali $6 \times 8 \times 15 = 720$ detik sebagai KPK, sehingga hanya ada 1 kejadian.
• Memakai KPK dari dua lampu saja, misalnya KPK$(6, 8) = 24$, sehingga mendapat 26 kejadian.

Jawaban: 6.

No. 4 Kunci: 24

Yang diketahui: 360 kursi dibagi rata ke beberapa baris; semua kursi terpakai; 1 baris dan 360 baris juga dihitung. **Yang ditanya:** banyak pilihan banyak baris.

Konsep 1 – Faktor. Banyak baris b mungkin bila $360 : b$ bilangan bulat, artinya b adalah **faktor positif** dari 360. Jadi yang dicari adalah banyak faktor positif 360.
Konsep 2 – Menghitung banyak faktor dari faktorisasi prima. Bila $n = p^a \times q^b \times r^c$ (p, q, r prima berbeda), setiap faktor berbentuk $p^i \times q^j \times r^k$ dengan i dari 0 sampai a ($a + 1$ pilihan), j dari 0 sampai b ($b + 1$ pilihan), k dari 0 sampai c ($c + 1$ pilihan). Banyak faktor $= (a + 1)(b + 1)(c + 1)$.
Contoh kecil: $12 = 2^2 \times 3$. Banyak faktor $= (2 + 1)(1 + 1) = 6$, yaitu $1, 2, 3, 4, 6, 12$.

Langkah penyelesaian:
1. Faktorkan: $360 = 2 \times 180 = 2 \times 2 \times 90 = 2 \times 2 \times 2 \times 45 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.
2. Pangkatnya 3, 2, dan 1. Pilihan pangkat: $2 \to 4$ pilihan (2^0 sampai 2^3), $3 \to 3$ pilihan, $5 \to 2$ pilihan.
3. Banyak faktor $= 4 \times 3 \times 2 = 24$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang (daftar berpasangan): $1 \times 360, 2 \times 180, 3 \times 120, 4 \times 90, 5 \times 72, 6 \times 60, 8 \times 45, 9 \times 40, 10 \times 36, 12 \times 30, 15 \times 24, 18 \times 20$. Ada 12 pasangan, jadi 24 faktor ✓ (tidak ada pasangan kembar karena 360 bukan bilangan kuadrat).

Kesalahan yang sering terjadi:

• Mengalikan pangkat tanpa menambah 1: $3 \times 2 \times 1 = 6$.

• Hanya menghitung pasangan, menjawab 12.

• Tidak menghitung 1 baris dan 360 baris, menjawab 22.

Jawaban: 24.

No. 5 Kunci: C

Yang diketahui: n ganjil, $10 < n < 20$. **Yang ditanya:** hubungan P (sisa n^2 dibagi 8) dan Q (sisa n dibagi 2).

Konsep 1 – Sisa pembagian. Bilangan a dibagi b dapat ditulis $a = b \times \text{hasil bagi} + \text{sisa}$, dengan sisa $0, 1, \ldots, b-1$.

Contoh kecil: $29 = 8 \times 3 + 5$, jadi sisa 29 dibagi 8 adalah 5 (hasil baginya 3).

Konsep 2 – Bilangan ganjil dibagi 2 selalu bersisa 1.

Konsep 3 – Soal perbandingan kuantitas. Bila n dapat bernilai beberapa bilangan, periksa **semua** kemungkinan. Jawaban "sama dengan" hanya bila hubungannya sama untuk setiap kemungkinan.

Langkah penyelesaian:

1. Bilangan ganjil di antara 10 dan 20: $11, 13, 15, 17, 19$.
2. Hitung n^2 dan sisanya bila dibagi 8:

n	11	13	15	17	19
n^2	121	169	225	289	361
Penulisan	$8 \times 15 + 1$	$8 \times 21 + 1$	$8 \times 28 + 1$	$8 \times 36 + 1$	$8 \times 45 + 1$
Sisa (P)	1	1	1	1	1

3. Untuk semua kemungkinan, $P = 1$.
4. n ganjil, jadi $Q = 1$.
5. Jadi $P = Q$ untuk setiap kemungkinan n.

Cek ulang (alasan umum): tulis $n = 2m + 1$. Maka $n^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 4m(m+1) + 1$. Di antara m dan $m+1$ selalu ada bilangan genap, jadi $4m(m+1)$ kelipatan 8, dan sisanya selalu 1 ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** mengambil hasil bagi (misalnya $121 : 8 = 15$) sebagai P, bukan sisanya, sehingga P terlihat jauh lebih besar dari Q.

• B ✗ **Jebakan:** mengira n^2 habis dibagi 8 (sisa 0), sehingga $P < Q$.

• C ✓ $P = Q = 1$.

• D ✗ **Jebakan:** menganggap n yang tidak diketahui pasti membuat hubungan tidak dapat ditentukan, padahal kelima kemungkinan memberi hasil yang sama.

Jawaban: C.

Latihan sub bab 1.6

No. 1 Kunci: B

Yang diketahui: $f(x) = 2x + a, g(x) = x^2 - 1, f(1) = -5$. **Yang ditanya:** hubungan $P = f\big(g(2)\big)$ dan $Q = g\big(f(2)\big)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Nilai fungsi. $f(1) = -5$ artinya bila $x = 1$ dimasukkan ke rumus f, hasilnya -5.
Konsep 2 – Komposisi. $f\big(g(2)\big)$: hitung $g(2)$ dulu (bagian dalam), lalu hasilnya dimasukkan ke f. Urutan dari dalam ke luar.
Contoh kecil: $h(x) = x + 1$, $k(x) = x^2$: $h\big(k(3)\big) = h(9) = 10$, sedangkan $k\big(h(3)\big) = k(4) = 16$.
Konsep 3 – Kuadrat bilangan negatif. $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ (positif). Tanda kurung penting: -3^2 tanpa kurung berarti $-(3^2) = -9$.

Langkah penyelesaian:
1. $f(1) = 2(1) + a = -5$, jadi $a = -7$ dan $f(x) = 2x - 7$.
2. P: $g(2) = 2^2 - 1 = 3$, lalu $f(3) = 2(3) - 7 = -1$. Jadi $P = -1$.
3. Q: $f(2) = 2(2) - 7 = -3$, lalu $g(-3) = (-3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8$. Jadi $Q = 8$.
4. $-1 < 8$, jadi $P < Q$.

Cek ulang: rumus umum $f\big(g(x)\big) = 2(x^2 - 1) - 7 = 2x^2 - 9$, di $x = 2$: $8 - 9 = -1$ ✓.
$g\big(f(x)\big) = (2x - 7)^2 - 1$, di $x = 2$: $(-3)^2 - 1 = 8$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ **Jebakan:** menghitung $(-3)^2$ sebagai -9, sehingga $Q = -10$ dan $P > Q$. Atau menukar urutan komposisi, sehingga $P = 8$ dan $Q = -1$.
• B ✓ $P = -1 < 8 = Q$.
• C ✗ **Jebakan:** mengira komposisi selalu dapat ditukar ($f \circ g = g \circ f$).
• D ✗ **Jebakan:** mengira nilai a tidak diketahui, padahal $f(1) = -5$ menentukan $a = -7$.

Jawaban: B.

Kuis Akhir Bab 1

No. 1 Kunci: C

Yang diketahui: m dan n bilangan bulat, $m^2 + 3n$ ganjil. **Yang ditanya:** pernyataan yang **pasti** benar.

Prasyarat – sifat genap dan ganjil.
• Bilangan genap dapat ditulis $2k$, bilangan ganjil dapat ditulis $2k + 1$ (k bulat).
• genap + genap = genap; ganjil + ganjil = genap; genap + ganjil = ganjil.
• genap × bilangan apa pun = genap; ganjil × ganjil = ganjil.
Contoh kecil: $4 + 7 = 11$ (genap + ganjil = ganjil), $3 \times 5 = 15$ (ganjil × ganjil = ganjil).

Konsep: "pasti benar" berarti benar untuk **setiap** pasangan m, n yang memenuhi syarat. Satu contoh yang membuat pernyataan salah sudah cukup untuk menolaknya.

Langkah penyelesaian:
1. m^2 sejenis dengan m: bila m genap, $m^2 = m \times m$ genap; bila m ganjil, m^2 = ganjil × ganjil = ganjil.
2. $3n$ sejenis dengan n: 3 ganjil, jadi $3n$ genap bila n genap dan ganjil bila n ganjil.
3. $m^2 + 3n$ ganjil berarti **tepat satu** dari m^2 dan $3n$ ganjil. Jadi tepat satu dari m dan n ganjil, yang lain genap.
4. Uji tiap pernyataan:
• (1) $m - n$: satu ganjil, satu genap → selisihnya **ganjil**, bukan genap → salah.
• (2) mn: salah satunya genap, dan genap dikali apa pun genap → **pasti benar**.
• (3) m ganjil: belum tentu. Contoh $m = 2, n = 1$: $4 + 3 = 7$ ganjil, tetapi m genap → salah.
• (4) $m^2 + n^2$: satu kuadrat ganjil, satu kuadrat genap → jumlahnya ganjil → **pasti benar**.
5. Yang pasti benar: (2) dan (4).

Cek ulang dengan dua contoh: $m = 1, n = 2$: $1 + 6 = 7$ ganjil; $mn = 2$ genap ✓; $1 + 4 = 5$ ganjil ✓. $m = 2, n = 1$: $mn = 2$ genap ✓; $4 + 1 = 5$ ganjil ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:
• A ✗ dan B ✗: memuat (1) dan (3). **Jebakan:** dari satu contoh $m = 1, n = 2$ menyimpulkan "m selalu ganjil".
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗: melewatkan (2) yang juga pasti benar.
• E ✗: (1) dan (3) tidak pasti benar.

Jawaban: C.

No. 2 Kunci: E

Yang diketahui: a, b, c tidak nol, $\frac{a}{b} < 0$, dan $bc > 0$. **Yang ditanya:** bentuk yang **pasti** negatif (negatif untuk semua a, b, c yang memenuhi syarat).

Prasyarat – aturan tanda.
• positif × positif = positif; negatif × negatif = positif; positif × negatif = negatif.
• Aturan yang sama berlaku untuk pembagian. Jadi $\frac{a}{b}$ negatif berarti a dan b **berlawanan tanda**.
• Kuadrat bilangan yang tidak nol selalu positif, misalnya $(-3)^2 = 9$.
Contoh kecil: $\frac{-6}{2} = -3$ (berlawanan tanda → negatif), sedangkan $(-2) \times (-5) = 10$ (sama tanda → positif).

Langkah penyelesaian:
1. $\frac{a}{b} < 0 \rightarrow a$ dan b berlawanan tanda.
2. $bc > 0 \rightarrow b$ dan c sama tanda.
3. Akibatnya hanya ada dua kemungkinan tanda:

Kemungkinan	a	b	c
I	$+$	$-$	$-$
II	$-$	$+$	$+$

4. Uji setiap bentuk pada **kedua** kemungkinan:
• ac: I → $(+)(-) = -$; II → $(-)(+) = -$. **Selalu negatif.**
• abc: I → $(+)(-)(-) = +$; II → $(-)(+)(+) = -$. Kadang positif, kadang negatif.
• a^2b: a^2 positif, jadi tandanya sama dengan tanda b: I negatif, II positif.
• b^2c: b^2 positif, jadi tandanya sama dengan tanda c: I negatif, II positif.
• $a + c$: a dan c berlawanan tanda, sehingga tanda jumlahnya bergantung pada besar bilangannya.
Contoh $a = 5, c = -1 \rightarrow 4$ (positif); $a = 1, c = -5 \rightarrow -4$ (negatif).

Cek ulang dengan bilangan: $a = 2, b = -1, c = -3$: $\frac{2}{-1} = -2 < 0$ ✓, $bc = 3 > 0$ ✓, dan $ac = -6$ negatif ✓. $a = -4, b = 2, c = 1$: $\frac{-4}{2} = -2 < 0$ ✓, $bc = 2 > 0$ ✓, dan $ac = -4$ negatif ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $a + c$: **Jebakan:** mengira "positif + negatif selalu negatif". Tanda jumlah bergantung pada bilangan yang nilai mutlaknya lebih besar.
• B ✗ a^2b: **Jebakan:** hanya mencoba kemungkinan I (b negatif) dan lupa kemungkinan II.
• C ✗ b^2c: **Jebakan:** sama seperti B, hanya mencoba kemungkinan I (c negatif).
• D ✗ abc: **Jebakan:** mengira karena ada pasangan yang berlawanan tanda, hasil kali ketiganya pasti

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

negatif; padahal tanda c ikut menentukan.
• E ✓ ac.

Jawaban: E.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: bilangan 588. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat – bilangan prima dan faktorisasi prima.
• Bilangan prima adalah bilangan asli yang mempunyai **tepat dua** faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri: $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$ Bilangan 1 **bukan** prima karena faktornya hanya satu.
• Faktorisasi prima berarti menulis bilangan sebagai hasil kali bilangan prima saja. Caranya: bagi terus dengan bilangan prima terkecil yang dapat membagi.
• Bilangan kuadrat (kuadrat sempurna) adalah bilangan yang pada faktorisasi primanya **setiap pangkat genap**. Contoh: $36 = 2^2 \times 3^2$ (pangkat 2 dan 2, genap), dan memang $36 = 6^2$.
Contoh kecil: $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$. Pangkat faktor 3 ganjil, jadi 12 bukan bilangan kuadrat; bila dikali 3 menjadi $36 = 2^2 \times 3^2$, bilangan kuadrat.

Langkah penyelesaian (pohon faktor):
1. 588 genap, jadi $588 : 2 = 294$.
2. 294 genap, jadi $294 : 2 = 147$.
3. 147 ganjil. Jumlah angkanya $1 + 4 + 7 = 12$ habis dibagi 3, jadi $147 : 3 = 49$.
4. $49 : 7 = 7$, lalu $7 : 7 = 1$.
5. Jadi $588 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7^2$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** Sesuai langkah 5. Cek: $4 \times 3 \times 49 = 12 \times 49 = 588$ ✓.
• **(2) Benar.** Faktor prima yang berbeda adalah 2, 3, dan 7, jadi ada 3.
• **(3) Salah.** $49 = 7 \times 7$ bukan bilangan prima (faktornya 1, 7, dan 49). Faktor prima terbesar dari 588 adalah 7.
• **(4) Benar.** Pada $2^2 \times 3 \times 7^2$, hanya pangkat faktor 3 yang ganjil (3^1). Agar semua pangkat genap, cukup dikali satu faktor 3: $588 \times 3 = 1.764 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2 = (2 \times 3 \times 7)^2 = 42^2$. Untuk $k = 1$ dan $k = 2$, pangkat faktor 3 tetap ganjil, sehingga 588 dan 1.176 bukan bilangan kuadrat. Jadi k terkecil adalah 3.

Banyak pernyataan benar: 3.

Cek ulang: $42 \times 42 = 1.764$ dan $1.764 : 588 = 3$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** berhenti di $588 = 2^2 \times 147$ dan mengira 147 prima. Akibatnya (1) ditolak, faktor prima berbeda dikira 2 sehingga (2) ditolak, faktor prima terbesar dikira 147 sehingga (3) ditolak, dan k dikira 147 sehingga (4) ditolak.
• B ✗ 1: **Jebakan:** menghitung 1 sebagai faktor prima (sehingga faktor prima berbeda dikira 4 dan (2) ditolak), dan mengira 588 sudah bilangan kuadrat karena memuat 2^2 dan 7^2 (sehingga $k = 1$ dan (4) ditolak).
• C ✗ 2: **Jebakan:** hanya menghitung 1 sebagai faktor prima, sehingga (2) ditolak.
• D ✓ 3.
• E ✗ 4: **Jebakan:** mengira 49 bilangan prima karena ganjil dan tidak habis dibagi 2, 3, atau 5.

Jawaban: D.

No. 4 Kunci: A

Yang diketahui: kartu $-5, -3, -1, 2, 4$; diambil tiga kartu; skor = hasil kali ketiganya. **Yang ditanya:** skor terbesar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Prasyarat – tanda hasil kali tiga bilangan.
• Banyak faktor negatif **genap** (nol atau dua) → hasil kali positif.
• Banyak faktor negatif **ganjil** (satu atau tiga) → hasil kali negatif.
Contoh kecil: $(-2) \times (-3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$ (dua faktor negatif → positif), sedangkan $(-2) \times 3 \times 5 = -30$ (satu faktor negatif → negatif).

Konsep: skor terbesar pasti **positif**. Hanya ada dua kartu positif, sehingga tidak mungkin memilih tiga kartu tanpa bilangan negatif. Jadi pilihan terbaik memakai **tepat dua** kartu negatif dan **satu** kartu positif, dengan nilai mutlak (besar bilangan tanpa melihat tandanya) sebesar mungkin.

Langkah penyelesaian:
1. Dua kartu negatif dengan nilai mutlak terbesar adalah -5 dan -3. Hasil kalinya $(-5) \times (-3) = 15$.
2. Kartu positif terbesar adalah 4.
3. Skor $= 15 \times 4 = 60$.

Cek ulang dengan mendaftar semua pilihan (ada 10 cara memilih tiga kartu):

Tiga kartu	Hasil kali	Tiga kartu	Hasil kali
$-5, -3, -1$	-15	$-5, 2, 4$	-40
$-5, -3, 2$	30	$-3, -1, 2$	6
$-5, -3, 4$	60	$-3, -1, 4$	12
$-5, -1, 2$	10	$-3, 2, 4$	-24
$-5, -1, 4$	20	$-1, 2, 4$	-8

Nilai terbesar pada tabel adalah 60 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 60.
• B ✗ 40: **Jebakan:** memilih $-5, 2$, dan 4 lalu lupa tanda. Hasil sebenarnya $(-5) \times 2 \times 4 = -40$ karena hanya ada satu faktor negatif.
• C ✗ 20: **Jebakan:** memilih $-5, -1$, dan 4 karena mengira kartu -1 "paling sedikit merugikan".
• D ✗ 12: **Jebakan:** memilih dua bilangan negatif yang letaknya paling kanan pada garis bilangan, yaitu -1 dan -3, lalu 4: $(-3) \times (-1) \times 4 = 12$. Untuk hasil kali, yang menentukan besar hasilnya adalah nilai mutlak.
• E ✗ -8: **Jebakan:** memilih tiga bilangan terbesar ($4, 2$, dan -1) seperti pada soal penjumlahan.

Jawaban: A.

No. 5 Kunci: D

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu $x + y$ genap atau tidak.

Prasyarat: kuadrat sebuah bilangan sejenis dengan bilangannya (x^2 genap $\Leftrightarrow$ x genap). Sifat jumlah dan hasil kali genap-ganjil seperti soal nomor 1.

Konsep – kecukupan data. Sebuah pernyataan "cukup" bila dengan pernyataan itu jawaban pertanyaan menjadi **pasti** (pasti "ya" atau pasti "tidak"). Uji urut: (1) saja → (2) saja → gabungan bila perlu.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1).** $x^2 + y^2$ genap berarti x^2 dan y^2 sejenis (dua-duanya genap atau dua-duanya ganjil). Jadi x dan y sejenis.
• Sejenis genap: genap + genap = genap.
• Sejenis ganjil: ganjil + ganjil = genap.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Dalam semua kemungkinan, $x + y$ **pasti genap** → (1) **cukup**.

2. **Uji pernyataan (2).** xy ganjil hanya mungkin bila x dan y **keduanya ganjil** (bila salah satunya genap, hasil kalinya genap). Ganjil + ganjil = genap → $x + y$ **pasti genap** → (2) **cukup**.

3. Masing-masing pernyataan cukup sendiri, jadi tidak perlu digabung.

Cek ulang dengan contoh: (1): $x = 2, y = 4 \to 4 + 16 = 20$ genap, $x + y = 6$ genap ✓; $x = 1, y = 3 \to 1 + 9 = 10$ genap, $x + y = 4$ genap ✓. (2): $x = 3, y = 5 \to xy = 15$ ganjil, $x + y = 8$ genap ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: **Jebakan:** mengira xy ganjil tidak memberi informasi tentang jumlah, padahal memaksa keduanya ganjil.

• B ✗: **Jebakan:** mengira $x^2 + y^2$ genap bisa terjadi dengan satu genap dan satu ganjil.

• C ✗: gabungan tidak diperlukan karena masing-masing sudah cukup.

• D ✓ masing-masing cukup.

• E ✗: setiap pernyataan sudah memastikan jawabannya.

Jawaban: D.

No. 6 Kunci: C

Yang diketahui: setelah naik 20%, harga tiket menjadi Rp54.000,00. **Yang ditanya:** harga sebelum naik.

Prasyarat – persen. $20\% = \dfrac{20}{100} = 0{,}2$. "Naik 20%" berarti bertambah 20% **dari harga lama**, sehingga harga baru $= 100\% + 20\% = 120\%$ dari harga lama.

Contoh kecil: harga lama Rp10.000,00 naik 20%. Tambahannya $0{,}2 \times 10.000 = 2.000$, jadi harga baru Rp12.000,00, yaitu 120% dari Rp10.000,00.

Langkah penyelesaian:

1. Misalkan harga lama h rupiah. Harga baru $= 120\% \times h = 1{,}2h$.
2. Harga baru adalah 54.000, jadi $1{,}2h = 54.000$.
3. Bagi kedua ruas dengan $1{,}2$: $h = \dfrac{54.000}{1{,}2} = \dfrac{540.000}{12} = 45.000$. (Pembilang dan penyebut dikali 10 agar penyebutnya bilangan bulat.)
4. Harga sebelum naik adalah Rp45.000,00.

Cek ulang: 20% dari 45.000 adalah $0{,}2 \times 45.000 = 9.000$, dan $45.000 + 9.000 = 54.000$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ Rp34.000,00: **Jebakan:** menganggap kenaikan 20% sama dengan Rp20.000,00, lalu menghitung $54.000 - 20.000$.

• B ✗ Rp43.200,00: **Jebakan:** menghitung 20% dari harga **baru** ($0{,}2 \times 54.000 = 10.800$), lalu $54.000 - 10.800$. Persen kenaikan dihitung dari harga lama, bukan dari harga baru.

• C ✓ Rp45.000,00.

• D ✗ Rp64.800,00: **Jebakan:** menaikkan lagi 20% dari harga baru: $1{,}2 \times 54.000$.

• E ✗ Rp67.500,00: **Jebakan:** tertukar dengan penurunan, yaitu menganggap harga baru sama dengan 80% harga lama: $54.000 : 0{,}8$.

Jawaban: C.

No. 7 Kunci: 34

Yang diketahui: A di -7, B di 11, dan $|x + 7| = 2\,|x - 11|$. **Yang ditanya:** jumlah semua x yang memenuhi.

Prasyarat – nilai mutlak sebagai jarak. $|x - a|$ adalah jarak x ke a pada garis bilangan, nilainya selalu 0 atau positif. Jarak x ke -7 ditulis $|x - (-7)| = |x + 7|$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: $|x| = 3$ dipenuhi oleh $x = 3$ **dan** $x = -3$, karena keduanya berjarak 3 dari 0. Jadi persamaan nilai mutlak sering mempunyai **lebih dari satu** penyelesaian.

Konsep: bila $|U| = |V|$, maka $U = V$ atau $U = -V$. Di sini $2\,|x - 11| = |2(x - 11)| = |2x - 22|$, sehingga persamaannya menjadi $|x + 7| = |2x - 22|$.

Langkah penyelesaian:

1. Kemungkinan pertama: $x + 7 = 2x - 22$. Kurangi kedua ruas dengan x lalu tambah 22: $7 + 22 = 2x - x$, jadi $x = 29$.
2. Kemungkinan kedua: $x + 7 = -(2x - 22) = -2x + 22$. Tambah $2x$ dan kurangi 7 pada kedua ruas: $x + 2x = 22 - 7$, jadi $3x = 15$ dan $x = 5$.
3. Jumlah semua penyelesaian: $29 + 5 = 34$.



Cek ulang dengan jarak:

• $x = 5$: jarak ke $A = |5 + 7| = 12$ dan jarak ke $B = |5 - 11| = 6$. Memang $12 = 2 \times 6$ ✓ (titik di antara A dan B).

• $x = 29$: jarak ke $A = |29 + 7| = 36$ dan jarak ke $B = |29 - 11| = 18$. Memang $36 = 2 \times 18$ ✓ (titik di kanan B).

• Titik di kiri A tidak mungkin memenuhi, karena di sana jarak ke B selalu lebih besar daripada jarak ke A.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Hanya menemukan titik di antara A dan B ($x = 5$), sehingga menjawab 5.

• Hanya memakai kemungkinan pertama ($x = 29$), sehingga menjawab 29.

• Menulis jarak ke A sebagai $|x - 7|$ (lupa bahwa A di -7). Penyelesaiannya menjadi $x = 15$ dan $x = \dfrac{29}{3}$, jumlahnya bukan bilangan bulat.

• Menukar bagian yang dikali dua, yaitu $2\,|x + 7| = |x - 11|$. Penyelesaiannya menjadi $x = -25$ dan $x = -1$, sehingga menjawab -26.

Jawaban: 34.

No. 8 Kunci: 1S 2B 3B

Yang diketahui: kapasitas 1.200 liter; mula-mula terisi $\dfrac{3}{4}$ bagian; pagi hari dipakai $\dfrac{2}{5}$ dari isi saat itu; siang hari ditambah 180 liter. **Yang ditanya:** benar atau salahnya tiga pernyataan.

Prasyarat – pecahan dari suatu bilangan dan persen.

• "$\dfrac{2}{5}$ dari 900" berarti $\dfrac{2}{5} \times 900 = \dfrac{2 \times 900}{5} = \dfrac{1.800}{5} = 360$.

• Persen suatu bagian $= \dfrac{\text{bagian}}{\text{keseluruhan}} \times 100\%$.

• Persen perubahan $= \dfrac{\text{besar perubahan}}{\text{nilai awal}} \times 100\%$ (selalu dibagi nilai **awal**).

Contoh kecil: dari 50 menjadi 40 berarti berkurang 10; persen penurunannya $\dfrac{10}{50} \times 100\% = 20\%$.

Langkah penyelesaian:

1. Isi mula-mula: $\dfrac{3}{4} \times 1.200 = \dfrac{3 \times 1.200}{4} = 900$ liter.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Dipakai pagi hari: $\frac{2}{5} \times 900 = 360$ liter. Sisanya $900 - 360 = 540$ liter.

3. Ditambah siang hari: $540 + 180 = 720$ liter.



Pernyataan 1 – Salah. Air yang dipakai 360 liter, bukan 480 liter.

Jebakan: menghitung $\frac{2}{5}$ dari **kapasitas** ($\frac{2}{5} \times 1.200 = 480$), padahal yang dipakai adalah $\frac{2}{5}$ dari isi tangki saat itu, yaitu 900 liter.

Pernyataan 2 – Benar. $\frac{720}{1.200} \times 100\% = \frac{72}{120} \times 100\% = 0{,}6 \times 100\% = 60\%$.

Jebakan: membandingkan 720 dengan isi mula-mula 900 (hasilnya 80%), bukan dengan kapasitas 1.200.

Pernyataan 3 – Benar. Isi berubah dari 900 liter menjadi 720 liter, berkurang 180 liter. Persen penurunannya $\frac{180}{900} \times 100\% = 20\%$.

Jebakan: membagi dengan kapasitas ($\frac{180}{1.200} \times 100\% = 15\%$) atau dengan isi akhir ($\frac{180}{720} \times 100\% = 25\%$). Persen perubahan selalu dibagi nilai awal.

Cek ulang: 80% dari 900 adalah 720 ✓ (berarti berkurang 20%), dan 60% dari 1.200 adalah 720 ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

No. 9 Kunci: B

Yang diketahui: $2^{x+1} \cdot 4^x = 32$. **Yang ditanya:** nilai x.

Prasyarat – sifat eksponen.

- $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (pangkat dijumlah bila bilangan pokoknya sama). Contoh: $2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$.
- $(a^p)^q = a^{pq}$. Contoh: $(2^2)^3 = 2^6 = 64$.
- Bila $a^p = a^q$ (dengan $a > 0, a \neq 1$), maka $p = q$.

Langkah penyelesaian:

1. Samakan bilangan pokok menjadi 2: $4 = 2^2$, jadi $4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$.
2. Ruas kiri: $2^{x+1} \cdot 2^{2x} = 2^{(x+1)+2x} = 2^{3x+1}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Ruas kanan: $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$.

4. Pangkat disamakan: $3x + 1 = 5$, sehingga $3x = 4$ dan $x = \dfrac{4}{3}$.

Cek ulang: $3 \cdot \dfrac{4}{3} + 1 = 4 + 1 = 5$, dan $2^5 = 32$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 1: **Jebakan:** menganggap $32 = 2^4$, sehingga $3x + 1 = 4$.

• B ✓ $\frac{4}{3}$.

• C ✗ $\frac{3}{2}$: **Jebakan:** menulis $4^x = 2^{x+1}$ (seolah "4 = 2 kali 2" berarti pangkat ditambah 1), sehingga $2x + 2 = 5$.

• D ✗ $\frac{5}{3}$: **Jebakan:** lupa "+1" pada 2^{x+1}, sehingga $3x = 5$.

• E ✗ 2: **Jebakan:** menganggap $4^x = 2^x$, sehingga $2x + 1 = 5$.

Jawaban: B.

No. 10 Kunci: E

Yang diketahui: $a = 2^{120}, b = 3^{80}, c = 7^{40}$. **Yang ditanya:** urutan dari yang terkecil.

Prasyarat – sifat pangkat.

• $(p^m)^n = p^{m \times n}$. Contoh: $(2^3)^2 = 2^6 = 64$.

• Bila pangkatnya **sama** dan bilangan pokoknya positif, bilangan dengan pokok lebih besar bernilai lebih besar. Contoh: $5^{10} < 6^{10}$ karena $5 < 6$.

• Bila pokoknya berbeda **dan** pangkatnya berbeda, kita tidak boleh hanya membandingkan pokoknya atau hanya pangkatnya.

Konsep: samakan pangkatnya dulu. Pangkat 120, 80, dan 40 semuanya kelipatan 40, jadi tulis setiap bilangan sebagai "sesuatu pangkat 40".

Langkah penyelesaian:

1. $a = 2^{120} = 2^{3 \times 40} = (2^3)^{40} = 8^{40}$.
2. $b = 3^{80} = 3^{2 \times 40} = (3^2)^{40} = 9^{40}$.
3. $c = 7^{40}$ (sudah berpangkat 40).
4. Pangkatnya sudah sama, jadi bandingkan pokoknya: $7 < 8 < 9$. Akibatnya $7^{40} < 8^{40} < 9^{40}$, yaitu $c < a < b$.

Cek ulang dengan pangkat 20: $a = (2^6)^{20} = 64^{20}$, $b = (3^4)^{20} = 81^{20}$, dan $c = (7^2)^{20} = 49^{20}$. Urutan pokoknya $49 < 64 < 81$ memberi hasil yang sama, $c < a < b$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $a < b < c$: **Jebakan:** hanya membandingkan bilangan pokok ($2 < 3 < 7$) tanpa memperhatikan pangkat.

• B ✗ $c < b < a$: **Jebakan:** hanya membandingkan pangkat ($40 < 80 < 120$).

• C ✗ $b < c < a$: **Jebakan:** saat memakai pangkat 20, menghitung 3^4 sebagai $3 \times 4 = 12$, sehingga b dikira 12^{20} dan menjadi yang terkecil ($12 < 49 < 64$).

• D ✗ $a < c < b$: **Jebakan:** saat memakai pangkat 20, salah menghitung 2^6 menjadi 32, sehingga a dikira 32^{20} ($32 < 49 < 81$).

• E ✓ $c < a < b$.

Jawaban: E.

No. 11 Kunci: B

Yang diketahui: $p = 3 + \sqrt{8}$ dan $q = 3 - \sqrt{8}$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – bentuk akar.

• Menyederhanakan akar: $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Selisih dua kuadrat: $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$. Contoh: $(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3}) = 25 - 3 = 22$.
• Kuadrat jumlah: $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, **bukan** $x^2 + y^2$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** $pq = (3+\sqrt{8})(3-\sqrt{8}) = 3^2 - (\sqrt{8})^2 = 9 - 8 = 1$.
• **(2) Salah.** $p - q = (3+\sqrt{8}) - (3-\sqrt{8}) = 3 + \sqrt{8} - 3 + \sqrt{8} = 2\sqrt{8} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$, bukan $2\sqrt{2}$.
• **(3) Benar.** Rasionalkan penyebutnya dengan bentuk sekawan $3+\sqrt{8}$:
$$\frac{1}{q} = \frac{1}{3-\sqrt{8}} \times \frac{3+\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}} = \frac{3+\sqrt{8}}{9-8} = 3 + \sqrt{8} = p.$$
(Cara lain: dari (1), $pq = 1$, sehingga $p = \frac{1}{q}$.)
• **(4) Salah.** $p + q = 3 + \sqrt{8} + 3 - \sqrt{8} = 6$ dan $pq = 1$. Karena $(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$, maka $p^2 + q^2 = (p+q)^2 - 2pq = 36 - 2 = 34$, bukan 36.

Yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang dengan hitungan langsung: $p^2 = 9 + 6\sqrt{8} + 8 = 17 + 6\sqrt{8}$ dan $q^2 = 9 - 6\sqrt{8} + 8 = 17 - 6\sqrt{8}$; jumlahnya 34 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): **Jebakan:** menulis $2\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ (lupa bahwa $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ membawa faktor 2), sehingga (2) diterima.
• B ✓ (1) dan (3).
• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** menerima (2) seperti A, menerima (4) karena mengira $p^2 + q^2 = (p+q)^2$, dan salah tanda saat mengalikan ($9 + 8 = 17$) sehingga (1) dan (3) ditolak.
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** menerima (4) dengan kesalahan $(p+q)^2 = p^2 + q^2$, lalu menolak yang lain karena salah tanda saat mengalikan bentuk akar.
• E ✗ semua benar: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 12 Kunci: B

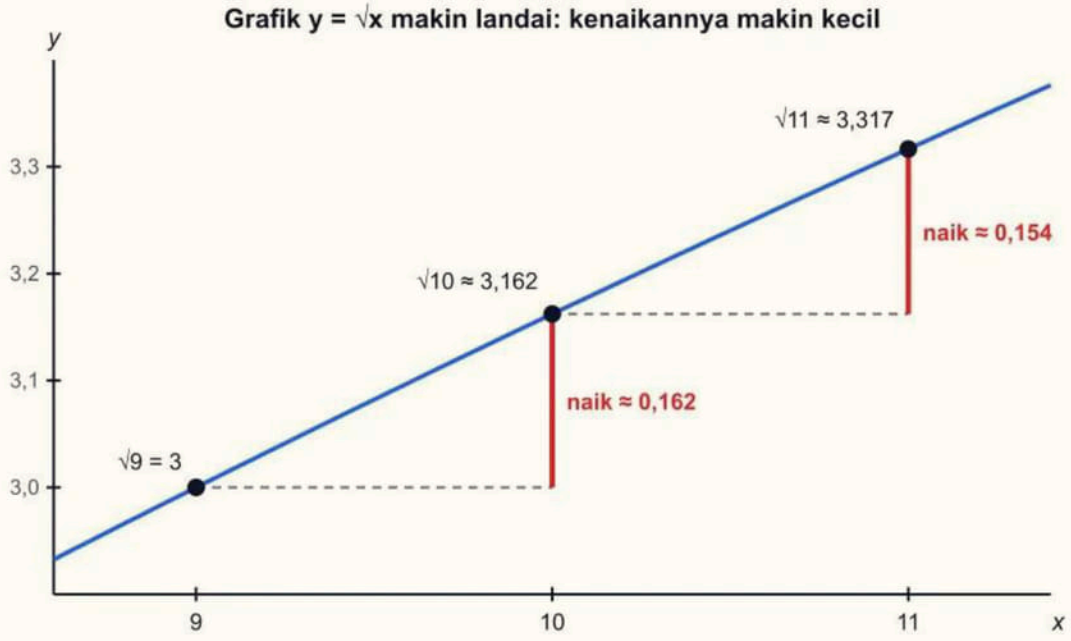
Yang diketahui: $P = \sqrt{11} - \sqrt{10}$ dan $Q = \sqrt{10} - 3$. **Yang ditanya:** hubungan P dan Q.

Prasyarat.
• $3 = \sqrt{9}$, jadi $Q = \sqrt{10} - \sqrt{9}$. Kedua kuantitas sama-sama berbentuk "selisih akar dua bilangan berurutan".
• Bentuk sekawan: $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$.
• Dua pecahan positif dengan pembilang sama: penyebut lebih besar → nilai lebih kecil. Contoh: $\frac{1}{7} < \frac{1}{6}$.

Langkah penyelesaian:
1. Kalikan P dengan $\frac{\sqrt{11} + \sqrt{10}}{\sqrt{11} + \sqrt{10}}$ (nilainya 1, jadi P tidak berubah):
$$P = \frac{(\sqrt{11} - \sqrt{10})(\sqrt{11} + \sqrt{10})}{\sqrt{11} + \sqrt{10}} = \frac{11 - 10}{\sqrt{11} + \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{10}}.$$
2. Dengan cara yang sama: $Q = \frac{10 - 9}{\sqrt{10} + \sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{10} + 3}$.
3. Bandingkan penyebutnya: $\sqrt{11} > \sqrt{9} = 3$, sehingga $\sqrt{11} + \sqrt{10} > \sqrt{10} + 3$.
4. Pembilangnya sama-sama 1, sedangkan penyebut P lebih besar. Jadi $P < Q$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang dengan pendekatan desimal: $\sqrt{10} \approx 3{,}1623$ dan $\sqrt{11} \approx 3{,}3166$. Maka $P \approx 3{,}3166 - 3{,}1623 = 0{,}1543$ dan $Q \approx 3{,}1623 - 3 = 0{,}1623$. Memang $P < Q$ ✓.



Grafik $y = \sqrt{x}$ makin landai ke kanan, sehingga kenaikan dari $x = 10$ ke $x = 11$ lebih kecil daripada kenaikan dari $x = 9$ ke $x = 10$.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: **Jebakan:** mengira bilangan yang lebih besar (11 dan 10) menghasilkan selisih akar yang lebih besar.

• B ✓ P kurang dari Q.

• C ✗: **Jebakan:** mengira $\sqrt{11} - \sqrt{10} = \sqrt{11 - 10} = 1$ dan $\sqrt{10} - \sqrt{9} = 1$, sehingga keduanya sama. Padahal $\sqrt{x} - \sqrt{y} \neq \sqrt{x - y}$.

• D ✗: **Jebakan:** mengira bentuk akar tidak dapat dibandingkan tanpa kalkulator; dengan bentuk sekawan keduanya dapat dibandingkan dengan pasti.

Jawaban: B.

No. 13 Kunci: E

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat nilai $m + n$ **pasti** (hanya satu nilai).

Prasyarat – sifat eksponen. $4 = 2^2, 9 = 3^2, 81 = 3^4$, dan $1.024 = 2^{10}$; $(a^p)^q = a^{pq}$; $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$; bila $a^x = a^y$ (dengan $a > 0, a \neq 1$), maka $x = y$.

Konsep – kecukupan data. Sebuah pernyataan cukup bila nilai yang ditanya menjadi **satu** nilai saja. Bila ada dua pasangan (m, n) yang memenuhi tetapi memberi nilai $m + n$ yang berbeda, pernyataan itu tidak cukup. Dua persamaan **tidak selalu** cukup untuk dua variabel: bila keduanya sebenarnya persamaan yang sama, informasinya tidak bertambah.

Langkah penyelesaian:

1. **Uji pernyataan (1).** $2^m \cdot (2^2)^n = 2^{10} \rightarrow 2^m \cdot 2^{2n} = 2^{10} \rightarrow 2^{m+2n} = 2^{10} \rightarrow m + 2n = 10$.
Pasangan bilangan bulat positif yang memenuhi: $(m, n) = (8, 1), (6, 2), (4, 3), (2, 4)$, dengan $m + n = 9, 8, 7, 6$. Nilainya tidak tunggal → (1) **tidak cukup**.
2. **Uji pernyataan (2).** $(3^2)^m \cdot (3^4)^n = 3^{20} \rightarrow 3^{2m+4n} = 3^{20} \rightarrow 2m + 4n = 20 \rightarrow$ (kedua ruas dibagi 2) $m + 2n = 10$. Hasilnya sama dengan (1) → (2) **tidak cukup**.
3. **Gabungan.** Kedua pernyataan menghasilkan persamaan yang **sama**, yaitu $m + 2n = 10$. Pasangan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$(8, 1)$ dan $(2, 4)$ memenuhi keduanya, tetapi $m + n$ masing-masing 9 dan $6 \rightarrow$ gabungan pun **tidak cukup**.

Cek ulang: $(8, 1)$: $2^8 \cdot 4^1 = 256 \times 4 = 1.024$ ✓ dan $9^8 \cdot 81^1 = 3^{16} \cdot 3^4 = 3^{20}$ ✓. $(2, 4)$: $2^2 \cdot 4^4 = 4 \times 256 = 1.024$ ✓ dan $9^2 \cdot 81^4 = 3^4 \cdot 3^{16} = 3^{20}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: **Jebakan:** mencoba satu pasangan saja pada (1), misalnya $m = 8$ dan $n = 1$, lalu mengira jawabannya pasti 9.

• B ✗: **Jebakan:** sama seperti A, tetapi pada pernyataan (2).

• C ✗: **Jebakan:** mengira "dua persamaan pasti cukup untuk dua variabel", padahal kedua persamaan setara ($m + 2n = 10$).

• D ✗: **Jebakan:** mencoba satu pasangan saja pada setiap pernyataan.

• E ✓ pernyataan (1) dan (2) tidak cukup.

Jawaban: E.

No. 14 Kunci: A

Yang diketahui: ${}^2\log x = 5$ dan ${}^3\log y = 2$. **Yang ditanya:** nilai $x + y$.

Prasyarat – arti logaritma. Logaritma adalah kebalikan dari perpangkatan:
${}^a\log b = c \iff a^c = b \quad (a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0)$.
Artinya, "logaritma b dengan bilangan pokok a sama dengan c" berarti "a dipangkatkan c hasilnya b".
Contoh kecil: ${}^2\log 8 = 3$ karena $2^3 = 8$, dan ${}^5\log 25 = 2$ karena $5^2 = 25$.

Langkah penyelesaian:

1. ${}^2\log x = 5 \rightarrow$ bilangan pokok 2 dipangkatkan 5: $x = 2^5 = 32$.
2. ${}^3\log y = 2 \rightarrow$ bilangan pokok 3 dipangkatkan 2: $y = 3^2 = 9$.
3. $x + y = 32 + 9 = 41$.

Cek ulang: $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$, jadi ${}^2\log 32 = 5$ ✓; $3^2 = 9$, jadi ${}^3\log 9 = 2$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ 41.

• B ✗ 38: **Jebakan:** x benar (32), tetapi y dihitung $3 \times 2 = 6$ (pangkat dianggap perkalian).

• C ✗ 34: **Jebakan:** bilangan pokok dan hasil logaritma tertukar pada x, yaitu $x = 5^2 = 25$; ditambah $y = 9$.

• D ✗ 33: **Jebakan:** tertukar pada keduanya: $x = 5^2 = 25$ dan $y = 2^3 = 8$.

• E ✗ 16: **Jebakan:** logaritma dianggap perkalian: $x = 2 \times 5 = 10$ dan $y = 3 \times 2 = 6$.

Jawaban: A.

No. 15 Kunci: 5

Yang diketahui: lampu berkedip tiap 6, 8, dan 10 detik; bersamaan pukul 19.00.00. **Yang ditanya:** banyak kedipan bersamaan sampai pukul 19.10.00.

Prasyarat – KPK. KPK (kelipatan persekutuan terkecil) adalah bilangan terkecil yang habis dibagi semua bilangan itu. Cara mencarinya: faktorkan prima, lalu ambil setiap faktor prima dengan pangkat **terbesar**.
Contoh kecil: KPK$(4, 6)$: $4 = 2^2, 6 = 2 \times 3 \rightarrow$ KPK $= 2^2 \times 3 = 12$.

Konsep: ketiga lampu berkedip bersamaan lagi setiap selang waktu yang habis dibagi 6, 8, **dan** 10, yaitu setiap KPK-nya.

Langkah penyelesaian:

1. Faktorkan: $6 = 2 \times 3, 8 = 2^3, 10 = 2 \times 5$.
2. KPK $= 2^3 \times 3 \times 5 = 8 \times 15 = 120$ detik $= 2$ menit.
3. Lama waktu 19.00.00 $\rightarrow$ 19.10.00 $= 10$ menit $= 600$ detik.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Kedipan bersamaan terjadi pada detik ke-$120, 240, 360, 480, 600$, yaitu pukul 19.02, 19.04, 19.06, 19.08, dan 19.10.
5. Banyaknya: $600 \div 120 = 5$ kali.

Cek ulang: 600 habis dibagi 6 (100), 8 (75), dan 10 (60), jadi pukul 19.10.00 memang kedipan bersamaan ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Mengalikan $6 \times 8 \times 10 = 480$ detik sebagai selang, sehingga menjawab 1. Hasil kali bukan KPK.
• Memakai FPB (2), sehingga menjawab 300.
• Ikut menghitung kedipan pukul 19.00.00, sehingga menjawab 6.

Jawaban: 5.

No. 16 Kunci: D

Yang diketahui: $1 \leq n \leq 100$; syaratnya $n^2 + n + 1$ habis dibagi 7. **Yang ditanya:** banyak bilangan n yang memenuhi.

Prasyarat – sisa pembagian.
• Setiap bilangan asli n dapat ditulis $n = 7k + r$, dengan r adalah sisa pembagian n oleh 7, yaitu salah satu dari $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.
• Sisa dari hasil jumlah atau hasil kali hanya bergantung pada sisa bilangan-bilangannya. Contoh kecil: 9 bersisa 2 dan 10 bersisa 3 bila dibagi 7; hasil kalinya $9 \times 10 = 90 = 7 \times 12 + 6$ bersisa 6, sama dengan sisa $2 \times 3 = 6$ ✓.

Konsep: karena itu, untuk mencari sisa $n^2 + n + 1$ oleh 7, kita boleh mengganti n dengan sisanya r. Kita hanya perlu menguji tujuh kemungkinan sisa, bukan 100 bilangan.

Langkah penyelesaian:
1. Hitung $r^2 + r + 1$ untuk setiap sisa r, lalu sisanya bila dibagi 7:

r	0	1	2	3	4	5	6
$r^2 + r + 1$	1	3	7	13	21	31	43
sisa dibagi 7	1	3	0	6	0	3	1

2. Sisa 0 (habis dibagi) hanya terjadi untuk $r = 2$ dan $r = 4$. Jadi n harus bersisa 2 atau bersisa 4 bila dibagi 7.
3. Bilangan bersisa 2: $2, 9, 16, \ldots, 100$ (karena $100 = 7 \times 14 + 2$). Banyaknya $\dfrac{100 - 2}{7} + 1 = 14 + 1 = 15$.
4. Bilangan bersisa 4: $4, 11, 18, \ldots, 95$ (suku berikutnya $102 > 100$). Banyaknya $\dfrac{95 - 4}{7} + 1 = 13 + 1 = 14$.
5. Total: $15 + 14 = 29$.

Cek ulang: $n = 9$: $81 + 9 + 1 = 91 = 7 \times 13$ ✓; $n = 11$: $121 + 11 + 1 = 133 = 7 \times 19$ ✓; $n = 100$: $10.000 + 100 + 1 = 10.101 = 7 \times 1.443$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 14: **Jebakan:** hanya memakai bilangan bersisa 4 (lupa sisa 2).
• B ✗ 15: **Jebakan:** hanya memakai bilangan bersisa 2, berhenti setelah menemukan satu sisa yang cocok.
• C ✗ 28: **Jebakan:** menganggap setiap sisa muncul tepat 14 kali ($100 : 7 = 14$ sisa 2, sisanya diabaikan), sehingga 2×14.
• D ✓ 29.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• E ✗ 30: **Jebakan:** menganggap setiap sisa muncul 15 kali (membulatkan $100 : 7$ ke atas), sehingga 2×15.

Jawaban: D.

No. 17 Kunci: C

Yang diketahui: FPB$(a, b) = 6$ dan KPK$(a, b) = 180$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat – FPB dan KPK lewat faktorisasi prima.
• FPB: ambil faktor prima yang **sama**, dengan pangkat **terkecil**. KPK: ambil **semua** faktor prima, dengan pangkat **terbesar**.
• Untuk dua bilangan asli berlaku FPB $\times$ KPK $= a \times b$.
Contoh kecil: $4 = 2^2$ dan $6 = 2 \times 3$. FPB $= 2$, KPK $= 2^2 \times 3 = 12$, dan $2 \times 12 = 24 = 4 \times 6$ ✓.

Konsep: karena FPB-nya 6, tulis $a = 6x$ dan $b = 6y$ dengan x dan y **tidak mempunyai faktor persekutuan selain** 1 (kalau punya, FPB-nya lebih dari 6). Maka KPK $= 6xy = 180$, sehingga $xy = 30$.

Langkah penyelesaian:
1. Daftar pasangan (x, y) dengan $xy = 30$, $x < y$, dan tanpa faktor persekutuan selain 1:

(x, y)	$(1, 30)$	$(2, 15)$	$(3, 10)$	$(5, 6)$
(a, b)	$(6, 180)$	$(12, 90)$	$(18, 60)$	$(30, 36)$
$a + b$	186	102	78	66

2. Semua pasangan (a, b) yang mungkin ada pada tabel (urutan a dan b boleh ditukar).

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** $a \times b =$ FPB $\times$ KPK $= 6 \times 180 = 1.080$. Cek: $30 \times 36 = 1.080$ ✓.
• **(2) Salah.** 24 tidak ada pada tabel. Bila $a = 24$, maka $b = 1.080 : 24 = 45$, tetapi FPB$(24, 45) = 3$, bukan 6.
• **(3) Benar.** Jumlah terkecil pada tabel adalah $30 + 36 = 66$.
• **(4) Salah.** Bila keduanya kelipatan 12, maka 12 menjadi faktor persekutuan, sehingga FPB-nya paling sedikit 12. Ini bertentangan dengan FPB $= 6$. Pada tabel pun tidak ada pasangan yang keduanya kelipatan 12.

Banyak pernyataan benar: 2.

Cek ulang pasangan $(30, 36)$**:** $30 = 2 \times 3 \times 5$ dan $36 = 2^2 \times 3^2$. FPB $= 2 \times 3 = 6$ ✓ dan KPK $= 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** mengira hasil kali tidak dapat diketahui tanpa nilai a dan b, dan hanya mencoba pasangan $(6, 180)$ sehingga jumlah terkecil dikira 186.
• B ✗ 1: **Jebakan:** menerima (1), tetapi menolak (3) karena hanya mencoba pasangan $(6, 180)$ dan $(12, 90)$.
• C ✓ 2.
• D ✗ 3: **Jebakan:** menerima (2) karena hanya memeriksa hasil kali ($24 \times 45 = 1.080$) tanpa memeriksa FPB-nya.
• E ✗ 4: **Jebakan:** menerima (2) seperti D, dan menerima (4) karena 12 membagi 180 (KPK) tanpa memeriksa bahwa FPB-nya menjadi paling sedikit 12.

Jawaban: C.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 18 Kunci: A

Yang diketahui: $a \oplus b = a^2 - ab + b$. **Yang ditanya:** perbandingan $P = (2 \oplus 3) \oplus 1$ dan $Q = 2 \oplus (3 \oplus 1)$.

Konsep – operasi buatan. Lambang $\oplus$ bukan penjumlahan biasa; aturannya hanya yang tertulis di definisi. Ganti a dengan bilangan di **kiri** lambang dan b dengan bilangan di **kanan** lambang. Kerjakan kurung lebih dulu.
Contoh kecil: $1 \oplus 2 = 1^2 - 1 \cdot 2 + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$.

Langkah penyelesaian:
1. Hitung P, kurung dulu: $2 \oplus 3 = 2^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 4 - 6 + 3 = 1$.
2. Lanjutkan: $P = 1 \oplus 1 = 1^2 - 1 \cdot 1 + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$.
3. Hitung Q, kurung dulu: $3 \oplus 1 = 3^2 - 3 \cdot 1 + 1 = 9 - 3 + 1 = 7$.
4. Lanjutkan: $Q = 2 \oplus 7 = 2^2 - 2 \cdot 7 + 7 = 4 - 14 + 7 = -3$.
5. $P = 1$ dan $Q = -3$, jadi $P > Q$.

Cek ulang: urutan kurung berbeda memberi hasil berbeda; ini menunjukkan operasi $\oplus$ tidak bersifat asosiatif, berbeda dengan penjumlahan biasa.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ P lebih dari Q.
• B ✗ : **Jebakan:** salah tanda pada $-ab$ (misalnya $4 + 6 + 3$), sehingga hasilnya tertukar besar-kecil.
• C ✗ : **Jebakan:** menganggap letak kurung tidak berpengaruh, seperti pada penjumlahan biasa.
• D ✗ : **Jebakan:** merasa "operasi baru tidak bisa dihitung"; padahal semua nilai sudah diketahui sehingga P dan Q bisa dihitung pasti.

Jawaban: A.

No. 19 Kunci: 19

Yang diketahui: operasi $\triangle$ dengan dua cabang rumus. **Yang ditanya:** nilai $(3 \triangle 5) \triangle 7$.

Konsep – definisi bercabang. Sebelum menghitung, **bandingkan dulu** a dan b untuk memilih rumus yang dipakai. a adalah bilangan di kiri lambang, b adalah bilangan di kanan lambang. Kerjakan bagian dalam kurung lebih dulu.
Contoh kecil: $2 \triangle 2$. Karena $2 \geq 2$ (sama dengan juga termasuk), pakai $2a - b = 2 \times 2 - 2 = 2$.

Langkah penyelesaian:
1. Kurung dulu: $3 \triangle 5$. Bandingkan: $3 < 5$, jadi pakai rumus $a + 2b$: $3 + 2 \times 5 = 3 + 10 = 13$.
2. Lanjutkan: $13 \triangle 7$. Bandingkan: $13 \geq 7$, jadi pakai rumus $2a - b$: $2 \times 13 - 7 = 26 - 7 = 19$.

Cek ulang: pada langkah 1, $a = 3$ dan $b = 5$ memenuhi syarat $a < b$ ✓; pada langkah 2, $a = 13$ dan $b = 7$ memenuhi syarat $a \geq b$ ✓. Kedua cabang dipilih dengan benar.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Memakai cabang $2a - b$ untuk $3 \triangle 5$: $6 - 5 = 1$, lalu $1 \triangle 7 = 1 + 14 = 15$. Menjawab 15.
• Menukar letak bilangan pada langkah kedua, yaitu menghitung $7 \triangle 13 = 7 + 26 = 33$. Menjawab 33.
• Mengerjakan dari kanan (mengabaikan kurung): $5 \triangle 7 = 5 + 14 = 19$, lalu $3 \triangle 19 = 3 + 38 = 41$. Menjawab 41.

Jawaban: 19.

No. 20 Kunci: C

Yang diketahui: $a \diamond b = a^2 - b$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep – operasi buatan. Ganti a dengan bilangan di kiri lambang dan b dengan bilangan di kanan lambang. Bilangan negatif yang dikuadratkan harus diberi kurung: $(-3)^2 = 9$, sedangkan $-3^2 = -9$. Untuk klaim "berlaku untuk setiap bilangan", **satu contoh penyangkal** sudah cukup untuk

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

menunjukkan klaim itu salah.
Contoh kecil: $1 \diamond 4 = 1^2 - 4 = -3$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** Contoh penyangkal: $2 \diamond 3 = 2^2 - 3 = 1$, tetapi $3 \diamond 2 = 3^2 - 2 = 7$. Hasilnya berbeda.
• **(2) Benar.** $(-3) \diamond 4 = (-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$.
• **(3) Salah.** $x \diamond 5 = x^2 - 5 = 11 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = 4$ **atau** $x = -4$. Cek:
$(-4)^2 - 5 = 16 - 5 = 11$ ✓. Jadi x belum tentu 4.
• **(4) Benar.** $x \diamond x = x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \rightarrow x = 0$ atau $x = 1$. Ada tepat dua bilangan.

Yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $0 \diamond 0 = 0^2 - 0 = 0$ ✓ dan $1 \diamond 1 = 1^2 - 1 = 0$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): **Jebakan:** menganggap operasi baru pasti dapat ditukar urutannya seperti penjumlahan, dan lupa penyelesaian $x = -4$.
• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** menerima (1) dan (3) seperti A, menghitung $(-3)^2$ sebagai -9 sehingga (2) ditolak ($-9 - 4 = -13$), dan membagi kedua ruas $x^2 = x$ dengan x sehingga hanya mendapat $x = 1$ dan (4) ditolak.
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** menolak (2) karena salah menghitung $(-3)^2 = -9$.
• E ✗ semua benar: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

Latihan sub bab 2.1

No. 1 Kunci: A

Yang diketahui: $x + y = 6$ dan $xy = -4$. **Yang ditanya:** hubungan $P = x^2 + y^2$ dengan $Q = 40$.

Konsep – Kuadrat jumlah. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. Akibatnya $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$. Dengan rumus ini kita tidak perlu mencari x dan y satu per satu.
Contoh kecil: $x = 1, y = 3$: $(1+3)^2 - 2 \times 3 = 16 - 6 = 10$, dan memang $1^2 + 3^2 = 10$ ✓.

Langkah penyelesaian:
1. $(x+y)^2 = 6^2 = 36$.
2. $2xy = 2 \times (-4) = -8$.
3. $x^2 + y^2 = 36 - (-8) = 36 + 8 = 44$ (mengurangi bilangan negatif sama dengan menambah).
4. $P = 44$ dan $Q = 40$, jadi $P > Q$.

Cek ulang: x dan y adalah akar $t^2 - 6t - 4 = 0$, yaitu $t = 3 + \sqrt{13}$ dan $t = 3 - \sqrt{13}$. Maka $x^2 + y^2 = (9 + 6\sqrt{13} + 13) + (9 - 6\sqrt{13} + 13) = 44$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P > Q$.
• B ✗ : **Jebakan:** salah tanda, menghitung $36 - 8 = 28 < 40$. Padahal yang dikurangkan adalah $2xy = -8$, sehingga hasilnya $36 + 8$.
• C ✗ : **Jebakan:** lupa angka 2 pada $2xy$: $36 - (-4) = 40$.
• D ✗ : **Jebakan:** merasa harus mengetahui x dan y satu per satu. Nilai $x^2 + y^2$ sudah pasti dari $x + y$ dan xy.

Jawaban: A.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 2.2

No. 1 **Kunci: E**

Yang diketahui: $f(x) = x^2 + bx + c$; grafik melalui $(-1, 8)$; sumbu simetri $x = 2$. **Yang ditanya:** $b + c$.

Konsep 1 – Sumbu simetri parabola. Grafik $f(x) = ax^2 + bx + c$ simetris terhadap garis tegak $x = -\dfrac{b}{2a}$.

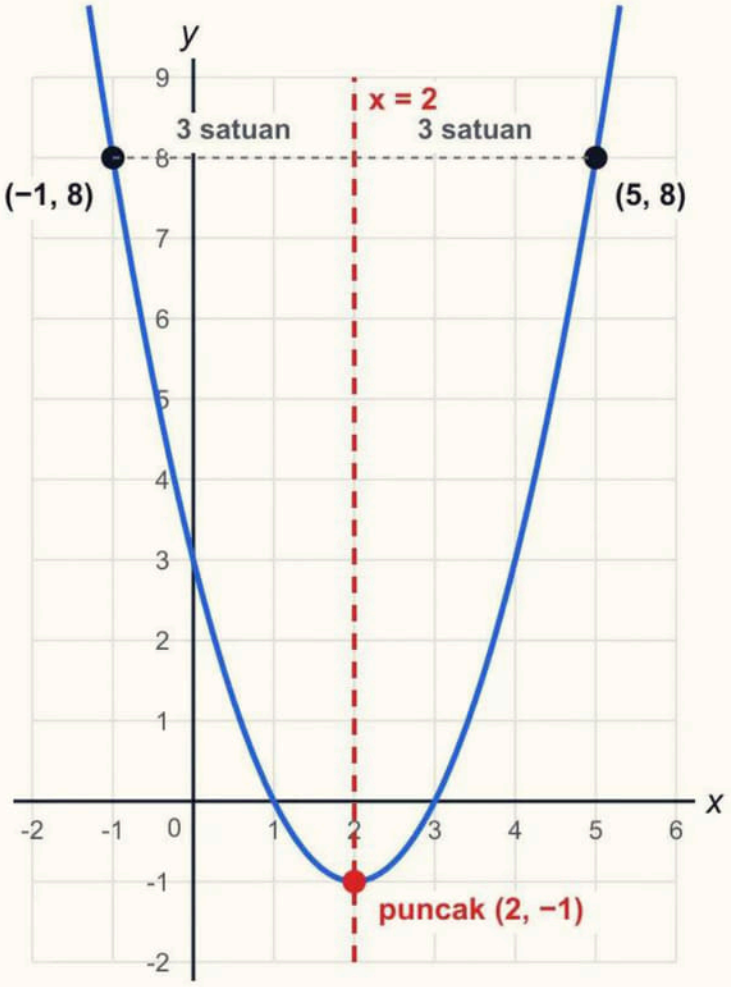
Contoh kecil: $f(x) = x^2 - 6x + 1$ mempunyai $a = 1, b = -6$, sumbu simetri $x = -\dfrac{-6}{2 \cdot 1} = 3$.

Konsep 2 – Titik pada grafik. Titik (p, q) pada grafik artinya $f(p) = q$.

Langkah penyelesaian:

1. Di sini $a = 1$. Sumbu simetri: $-\dfrac{b}{2 \cdot 1} = 2$, jadi $-\dfrac{b}{2} = 2$.
2. Kalikan kedua ruas dengan -2: $b = -4$.
3. Masukkan titik $(-1, 8)$: $f(-1) = (-1)^2 + b(-1) + c = 1 - b + c$.
4. Dengan $b = -4$: $1 - (-4) + c = 1 + 4 + c = 5 + c$. Karena $f(-1) = 8$: $5 + c = 8$, jadi $c = 3$.
5. $b + c = -4 + 3 = -1$.

Cek ulang: $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Titik $(-1, 8)$ berjarak 3 satuan di kiri sumbu $x = 2$, jadi pasangannya $(5, 8)$ berjarak 3 satuan di kanan. Hitung $f(5) = 25 - 20 + 3 = 8$ ✓ (sama tinggi, sesuai sifat simetri).



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 15: **Jebakan:** sumbu simetri ditulis $x = \dfrac{b}{2a}$ (tanpa tanda minus), sehingga $b = 4$, lalu $1 - 4 + c = 8, c = 11$, dan $b + c = 15$.
• B ✗ 11: **Jebakan:** tanpa tanda minus dan tanpa angka 2 di penyebut ($x = b$), sehingga $b = 2, c = 9$, dan $b + c = 11$.
• C ✗ 7: **Jebakan:** $b = -4$ benar, tetapi saat substitusi $b(-1)$ ditulis -4 (salah tanda), sehingga $1 - 4 + c = 8, c = 11$, dan $b + c = 7$.
• D ✗ 3: **Jebakan:** lupa angka 2 di penyebut ($x = -b$), sehingga $b = -2, 1 + 2 + c = 8, c = 5$, dan $b + c = 3$.
• E ✓ -1.

Jawaban: E.

No. 2 Kunci: B

Yang diketahui: $f(x) = x^2 - 4x + 1$ dan $g(x) = 2x - 4$ berpotongan di A dan B, dengan absis A lebih kecil daripada absis B. **Yang ditanya:** koordinat B.

Konsep 1 – Titik potong dua grafik. Di titik potong, kedua grafik memiliki nilai x dan nilai y yang sama. Jadi absis titik potong diperoleh dari persamaan $f(x) = g(x)$.

Konsep 2 – Memfaktorkan $x^2 + bx + c$. Cari dua bilangan yang hasil kalinya c dan jumlahnya b. Contoh kecil: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$, karena $(-2) \times (-3) = 6$ dan $(-2) + (-3) = -5$.

Langkah penyelesaian:
1. Samakan kedua fungsi: $x^2 - 4x + 1 = 2x - 4$.
2. Pindahkan semua suku ke ruas kiri (tanda berubah saat pindah ruas): $x^2 - 4x - 2x + 1 + 4 = 0$, yaitu $x^2 - 6x + 5 = 0$.
3. Faktorkan: dua bilangan dengan hasil kali 5 dan jumlah -6 adalah -1 dan -5. Jadi $(x - 1)(x - 5) = 0$.
4. Akarnya $x = 1$ atau $x = 5$. Absis B lebih besar, jadi $x_B = 5$ (dan $x_A = 1$).
5. Ordinat B: $g(5) = 2 \times 5 - 4 = 6$. Jadi $B(5, 6)$.

Cek ulang: $f(5) = 25 - 20 + 1 = 6$, sama dengan $g(5) = 6$ ✓. Untuk titik A: $f(1) = 1 - 4 + 1 = -2$ dan $g(1) = -2$ ✓, jadi $A(1, -2)$. Pada sketsa, B memang berada di kanan atas A ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $(6, 8)$: **Jebakan:** memakai jumlah kedua akar ($1 + 5 = 6$) sebagai absis B.
• B ✓ $(5, 6)$.
• C ✗ $(3, 2)$: **Jebakan:** memakai titik tengah kedua akar ($x = 3$), padahal di $x = 3$ kedua grafik tidak bertemu: $f(3) = -2$, sedangkan $g(3) = 2$.
• D ✗ $(1, -2)$: **Jebakan:** tertukar dengan titik A (absis yang lebih kecil).
• E ✗ $(-1, -6)$: **Jebakan:** salah tanda saat memfaktorkan, menulis $(x + 1)(x + 5) = 0$, lalu mengambil akar yang lebih besar, $x = -1$.

Jawaban: B.

No. 3 Kunci: E

Yang diketahui: kawat 60 m; satu sisi panjang menempel tembok; ada satu sekat sejajar sisi lebar.
Yang ditanya: luas kandang paling besar.

Konsep 1 – Model luas. Nyatakan semua ukuran dengan satu variabel, lalu tulis luas sebagai fungsi kuadrat.
Konsep 2 – Nilai maksimum fungsi kuadrat. $L(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a < 0$ mencapai nilai

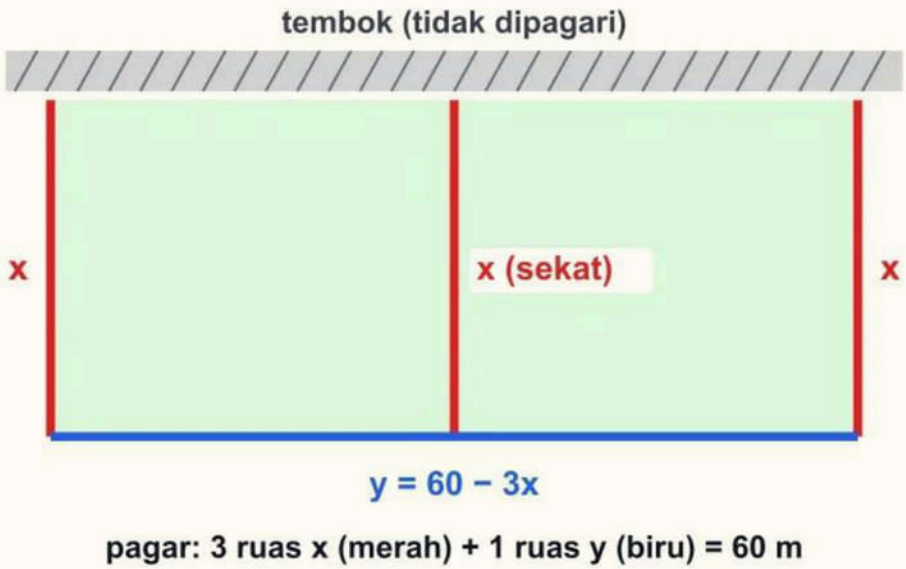
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

terbesar di $x = -\dfrac{b}{2a}$ (absis puncak).

Contoh kecil: $L(x) = -x^2 + 10x$ mencapai puncak di $x = -\dfrac{10}{2(-1)} = 5$, dengan $L(5) = -25 + 50 = 25$.

Langkah penyelesaian:

1. Misalkan lebar kandang (sisi yang tegak lurus tembok) x m dan panjangnya (sisi yang sejajar tembok) y m.
2. Pagar yang dibutuhkan: dua sisi lebar + satu sekat (juga sepanjang x) + satu sisi panjang di depan. Jadi $3x + y = 60$, sehingga $y = 60 - 3x$.



3. Luas: $L(x) = x \cdot y = x(60 - 3x) = -3x^2 + 60x$.
4. Puncak: $x = -\dfrac{60}{2 \times (-3)} = \dfrac{60}{6} = 10$ m.
5. Maka $y = 60 - 3(10) = 30$ m, dan luas maksimum $= 10 \times 30 = 300$ m^2.

Cek ulang: coba nilai di sekitar $x = 10$: $L(9) = 9 \times 33 = 297$ dan $L(11) = 11 \times 27 = 297$, keduanya lebih kecil dari 300 ✓. Panjang kawat: $3(10) + 30 = 60$ m ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 900: **Jebakan:** memakai rumus nilai puncak $-\dfrac{D}{4a}$ tetapi lupa a: $\dfrac{3.600}{4} = 900$. Seharusnya $\dfrac{3.600}{4 \times 3} = 300$.
• B ✗ 600: **Jebakan:** memasukkan $x = 10$ hanya ke suku $60x$ dan lupa suku $-3x^2$.
• C ✗ 450: **Jebakan:** lupa sekat, sehingga $2x + y = 60$ dan luas maksimum di $x = 15, y = 30$.
• D ✗ 400: **Jebakan:** $x = 10$ sudah benar, tetapi panjang dihitung $y = 60 - 2(10) = 40$ (sekat terlupa saat menghitung y).
• E ✓ 300.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 4 **Kunci: D**

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu ada atau tidaknya akar real.

Konsep 1 – Diskriminan. Persamaan $Ax^2 + Bx + C = 0$ mempunyai akar real bila $D = B^2 - 4AC \geq 0$, dan tidak mempunyai akar real bila $D < 0$.
Contoh kecil: $x^2 + 2x + 5 = 0$ mempunyai $D = 4 - 20 = -16 < 0$, jadi tidak ada akar real.
Konsep 2 – Kecukupan data. Sebuah pernyataan **cukup** bila, dengan pernyataan itu saja, jawaban pertanyaan selalu sama (selalu "ya" atau selalu "tidak") untuk semua nilai yang mungkin.

Langkah penyelesaian:
1. Di sini $A = 1, B = b, C = c$, jadi $D = b^2 - 4c$.
2. **Uji pernyataan (1):** $c < 0$. Maka $-4c > 0$ (negatif kali negatif positif). Ditambah $b^2 \geq 0$, diperoleh $D = b^2 - 4c > 0$. Jadi akar real **pasti ada → cukup**.
Contoh: $b = 0, c = -9$: $x^2 - 9 = 0$ berakar 3 dan -3.
3. **Uji pernyataan (2):** $b = c + 1$. Maka
$D = (c+1)^2 - 4c = c^2 + 2c + 1 - 4c = c^2 - 2c + 1 = (c-1)^2$.
Kuadrat bilangan real tidak pernah negatif, jadi $D \geq 0$ dan akar real **pasti ada → cukup**.
Cara lain: $x^2 + (c+1)x + c = (x+1)(x+c)$, sehingga akarnya $x = -1$ dan $x = -c$, selalu real.
Contoh: $c = 5, b = 6$: $x^2 + 6x + 5 = (x+1)(x+5)$, akar -1 dan -5.
4. Masing-masing pernyataan cukup.

Cek ulang: coba $c = 10$ pada (2): $b = 11, D = 121 - 40 = 81 \geq 0$ ✓. Coba $c = 1$: $b = 2$, $D = 4 - 4 = 0$ (akar kembar -1, tetap real) ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ **Jebakan:** mengira (2) tidak cukup karena c yang besar seolah membuat D negatif; padahal $D = (c-1)^2$ tidak pernah negatif.
- B ✗ **Jebakan:** mengira (1) tidak cukup karena b tidak diketahui; padahal $b^2 \geq 0$ berapa pun b.
- C ✗ tidak perlu digabung; masing-masing sudah cukup.
- D ✓ masing-masing cukup.
- E ✗ **Jebakan:** tidak menyusun diskriminan sehingga merasa b dan c harus diketahui angkanya.

Jawaban: D.

Latihan sub bab 2.3

No. 1 **Kunci: B**

Yang diketahui: $|2x - 5| < x + 1$. **Yang ditanya:** pernyataan mana yang benar.

Konsep 1 – Nilai mutlak. $|a|$ adalah jarak a ke 0, jadi selalu ≥ 0. Untuk $k > 0$: $|a| < k$ setara dengan $-k < a < k$.
Contoh kecil: $|a| < 3$ berarti $-3 < a < 3$.

Konsep 2 – Syarat ruas kanan. Nilai mutlak tidak pernah negatif, jadi $|2x - 5| < x + 1$ hanya mungkin bila $x + 1 > 0$.

Konsep 3 – Membagi dengan bilangan negatif membalik tanda pertidaksamaan.
Contoh kecil: $-2x < 6 \to x > -3$ (tanda $<$ berubah menjadi $>$).

Langkah penyelesaian:
1. Syarat: $x + 1 > 0$, jadi $x > -1$.
2. Dengan Konsep 1: $-(x+1) < 2x - 5 < x + 1$. Pecah menjadi dua pertidaksamaan.
3. Bagian kanan: $2x - 5 < x + 1$. Kurangi kedua ruas dengan x dan tambah 5: $x < 6$.
4. Bagian kiri: $-x - 1 < 2x - 5$. Pindahkan suku: $-x - 2x < -5 + 1$, yaitu $-3x < -4$. Bagi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dengan -3 dan balik tanda: $x > \frac{4}{3}$.

5. Gabungkan semua syarat: $\frac{4}{3} < x < 6$ (syarat $x > -1$ sudah termuat).

6. Karena $\frac{4}{3} \approx 1{,}33$ dan 6 tidak termasuk (tanda $<$), bilangan bulat yang memenuhi adalah $2, 3, 4, 5$.



Bilangan bulat yang memenuhi: 2, 3, 4, 5 (titik merah)

Uji tiap pernyataan:

• **(1) benar:** selang $2 \le x \le 5$ seluruhnya berada di dalam $\frac{4}{3} < x < 6$. Contoh ujungnya: $x = 2$: $|-1| = 1 < 3$ ✓; $x = 5$: $|5| = 5 < 6$ ✓.

• **(2) salah:** banyaknya 4, bukan 5. **Jebakan:** ikut menghitung 6, padahal di $x = 6$: $|7| = 7 < 7$ tidak benar.

• **(3) benar:** $2 + 3 + 4 + 5 = 14$.

• **(4) salah:** di $x = 1$: $|2 - 5| = 3$, sedangkan $1 + 1 = 2$, dan $3 < 2$ tidak benar. **Jebakan:** lupa membalik tanda di langkah 4 sehingga mendapat $x < \frac{4}{3}$, lalu mengira $x = 1$ memenuhi.

Cek ulang: di $x = \frac{4}{3}$: $\left|\frac{8}{3} - 5\right| = \frac{7}{3}$ dan $\frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3}$; karena $\frac{7}{3} < \frac{7}{3}$ tidak benar, batas ini memang tidak termasuk ✓. Di $x = 3$: $|1| = 1 < 4$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): pernyataan (2) salah.

• B ✓ (1) dan (3).

• C ✗ (2) dan (4): keduanya justru salah.

• D ✗ (4) saja: (4) salah.

• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 2 Kunci: A

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu $f(x)$ selalu positif atau tidak.

Konsep 1 – Definit positif. Fungsi kuadrat $ax^2 + bx + c$ bernilai positif untuk **setiap** x bila $a > 0$ dan diskriminan $D = b^2 - 4ac < 0$ (grafik di atas sumbu x, tidak menyentuhnya).
Contoh kecil: $x^2 + 2x + 5$: $a = 1 > 0$ dan $D = 4 - 20 = -16 < 0$, jadi selalu positif.
Konsep 2 – Kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya selalu sama (selalu "ya" atau selalu "tidak") untuk semua nilai yang memenuhi pernyataan itu.

Langkah penyelesaian:

1. Di sini $a = 1 > 0, b = -2p, c = q$. Diskriminan:
$D = (-2p)^2 - 4(1)(q) = 4p^2 - 4q = -4(q - p^2)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. **Uji pernyataan (1):** $q - p^2 = 3$. Maka $D = -4 \times 3 = -12 < 0$ untuk berapa pun p. Dengan $a > 0$, $f(x) > 0$ untuk setiap x. Jawabannya pasti "ya" → **cukup**.
Cara lain: $f(x) = (x-p)^2 + q - p^2 = (x-p)^2 + 3 \geq 3 > 0$.
3. **Uji pernyataan (2):** $f(1) > 0$, yaitu $1 - 2p + q > 0$. Coba dua contoh:
• $p = 0, q = 1$: $f(1) = 2 > 0$, dan $f(x) = x^2 + 1$ selalu positif → "ya".
• $p = 3, q = 6$: $f(1) = 1 - 6 + 6 = 1 > 0$, tetapi $f(3) = 9 - 18 + 6 = -3 < 0$ → "tidak".
Jawabannya bisa berbeda → **tidak cukup**.
4. Jadi (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: dengan (1), contoh $p = 2, q = 7$: $f(x) = x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$, nilai terkecilnya $3 > 0$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak.
• B ✗ **Jebakan:** mengira satu nilai positif ($f(1) > 0$) menjamin semua nilai positif; padahal nilai di dekat puncak bisa negatif.
• C ✗ **Jebakan:** mengira p dan q harus diketahui angkanya, sehingga dua pernyataan harus digabung.
• D ✗ (2) tidak cukup (lihat langkah 3).
• E ✗ **Jebakan:** tidak menyusun diskriminan, sehingga mengira kedua pernyataan tidak cukup.

Jawaban: A.

Latihan sub bab 2.4

No. 1 Kunci: E

Yang diketahui: tiga persamaan dengan bilangan k. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep – Substitusi. Nyatakan dua variabel dengan variabel ketiga, lalu masukkan ke persamaan yang tersisa. Bilangan k diperlakukan seperti angka biasa yang belum diketahui.
Contoh kecil: $a - b = 1$ dan $a + b = 7$. Dari persamaan pertama $a = b + 1$; masukkan: $(b+1) + b = 7 \to 2b = 6 \to b = 3, a = 4$.

Langkah penyelesaian:
1. Dari $x - y = 2$: $x = y + 2$.
2. Dari $y - z = k$: $z = y - k$.
3. Masukkan ke persamaan ketiga: $(y+2) + y + (y-k) = 2k + 8 \to 3y + 2 - k = 2k + 8$.
4. Pindahkan: $3y = 2k + 8 - 2 + k = 3k + 6$, sehingga $y = k + 2$.
5. Maka $x = y + 2 = k + 4$ dan $z = y - k = (k+2) - k = 2$.

Cek ulang: $x + y + z = (k+4) + (k+2) + 2 = 2k + 8$ ✓; $x - y = 2$ ✓; $y - z = k$ ✓.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** $z = 2$, dan huruf k hilang saat dihitung, jadi $z = 2$ berapa pun k.
• **(2) Benar.** $x - z = (k+4) - 2 = k + 2$. Cara lain: $x - z = (x - y) + (y - z) = 2 + k$.
• **(3) Benar.** $x = 2y \to k + 4 = 2(k+2) = 2k + 4 \to k = 0$. Cek: $k = 0$ memberi $x = 4, y = 2$, dan $4 = 2 \times 2$ ✓.
• **(4) Benar.** $x + y - 2z = (k+4) + (k+2) - 4 = 2k + 2$.

Keempat pernyataan benar.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3) saja: **Jebakan:** salah menghitung $2z$ sebagai $2 + z$ atau lupa mengalikan 2, sehingga (4) dianggap salah.
• B ✗ (1) dan (3) saja: **Jebakan:** menghitung $x - z$ sebagai $(k+4) - (k+2)$ (memakai y, bukan z), sehingga (2) dan (4) dianggap salah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C ✗ (2) dan (4) saja: **Jebakan:** mengira z pasti bergantung pada k karena k muncul di persamaan $y - z = k$.
• D ✗ (4) saja: tiga pernyataan lain juga terbukti benar.
• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: garis $2x + 3y = 6$ dan garis $4x + ky = m$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep – Kedudukan dua garis. Setiap persamaan linear dua variabel adalah sebuah garis. Penyelesaian sistem = titik potong kedua garis.
• Gradien garis $ax + by = c$ adalah $-\frac{a}{b}$.
• Gradien berbeda → garis berpotongan → **tepat satu** penyelesaian.
• Gradien sama dan garisnya berbeda → **sejajar** → **tidak ada** penyelesaian.
• Persamaan yang satu kelipatan persamaan yang lain → garis **berimpit** → **tak hingga** banyak penyelesaian.
Contoh kecil: $x + y = 2$ dan $2x + 2y = 5$. Gradien keduanya -1, tetapi $2(x + y) = 4 \neq 5$, jadi sejajar dan tidak ada penyelesaian.

Langkah penyelesaian:
1. Gradien garis pertama: $-\frac{2}{3}$. Gradien garis kedua: $-\frac{4}{k}$.
2. Kedua gradien sama bila $\frac{4}{k} = \frac{2}{3}$, yaitu $k = 6$. Untuk $k \neq 6$, garis berpotongan.
3. Untuk $k = 6$: kalikan persamaan pertama dengan $2 \rightarrow 4x + 6y = 12$. Garis kedua $4x + 6y = m$ berimpit bila $m = 12$ dan sejajar bila $m \neq 12$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** $k = 6, m = 10$: garis $4x + 6y = 12$ dan $4x + 6y = 10$ sejajar. Ruas kiri sama tetapi ruas kanan berbeda, jadi tidak ada (x, y) yang memenuhi keduanya. **Jebakan:** mengira dua persamaan yang "berbeda" pasti berpotongan di satu titik.
• **(2) Benar.** $k = 6, m = 12$: persamaan kedua tepat dua kali persamaan pertama, garisnya berimpit, sehingga setiap titik pada garis itu adalah penyelesaian.
• **(3) Salah.** $k = 3$: gradien $-\frac{4}{3}$ dan $-\frac{2}{3}$ berbeda, jadi garis berpotongan, bukan sejajar. **Jebakan:** mengira garis sejajar bila koefisien y-nya sama (3 dan 3). Yang harus sama adalah perbandingan koefisien x dan y.
• **(4) Benar.** $k = -6$: gradien kedua $-\frac{4}{-6} = \frac{2}{3}$, berbeda dari $-\frac{2}{3}$. Garis selalu berpotongan di satu titik, berapa pun m.
Contoh $m = 0$: dari $4x - 6y = 0$ dan $4x + 6y = 12$, jumlahkan: $8x = 12, x = 1{,}5, y = 1$ (satu penyelesaian).

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: titik $(1{,}5;\ 1)$ memenuhi $2(1{,}5) + 3(1) = 6$ ✓ dan $4(1{,}5) - 6(1) = 0$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah.
• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** gabungan dua salah paham di atas (konstanta berbeda dikira berpotongan; koefisien y sama dikira sejajar).
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** mengira $k = 6$ selalu berarti sejajar tanpa penyelesaian, padahal untuk

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$m = 12$ garisnya berimpit.
• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

Latihan sub bab 2.5

No. 1 Kunci: 1S 2B 3B

Yang diketahui: $f(x) = 3x - 1, g(x) = 2x + 4$. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Fungsi komposisi. $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$: kerjakan g **lebih dulu**, hasilnya dimasukkan ke f. Urutan dibaca dari kanan.
Contoh kecil: $h(x) = x + 1$ dan $k(x) = 2x$: $(h \circ k)(3) = h(6) = 7$, sedangkan $(k \circ h)(3) = k(4) = 8$. Hasilnya berbeda.
Konsep 2 – Invers. $(f \circ g)^{-1}(23) = a$ artinya $(f \circ g)(a) = 23$. Jadi cukup mencari a yang membuat $(f \circ g)(a) = 23$.

Langkah penyelesaian:
1. $(f \circ g)(x) = f(2x + 4) = 3(2x + 4) - 1 = 6x + 12 - 1 = 6x + 11$.
2. $(g \circ f)(x) = g(3x - 1) = 2(3x - 1) + 4 = 6x - 2 + 4 = 6x + 2$.

Pernyataan 1 – Salah. $(f \circ g)(1) = 6(1) + 11 = 17$. Cek bertahap: $g(1) = 6$, lalu $f(6) = 18 - 1 = 17$.
Jebakan: mengerjakan f lebih dulu: $f(1) = 2$, lalu $g(2) = 8$. Itu nilai $(g \circ f)(1)$, bukan $(f \circ g)(1)$.

Pernyataan 2 – Benar. $(g \circ f)(x) - (f \circ g)(x) = (6x + 2) - (6x + 11) = 2 - 11 = -9$. Suku $6x$ saling menghapus, jadi hasilnya -9 untuk setiap x.
Cek dengan $x = 1$: $8 - 17 = -9$ ✓.
Jebakan: mengira $f \circ g$ dan $g \circ f$ selalu sama, sehingga selisihnya 0.

Pernyataan 3 – Benar. Cari a dengan $(f \circ g)(a) = 23$: $6a + 11 = 23 \to 6a = 12 \to a = 2$. Jadi $(f \circ g)^{-1}(23) = 2$.
Cek: $g(2) = 8$, $f(8) = 24 - 1 = 23$ ✓.
Jebakan: membalik dengan urutan salah, yaitu $f^{-1}\big(g^{-1}(23)\big)$: $g^{-1}(23) = 9{,}5$, lalu $f^{-1}(9{,}5) = 3{,}5$. Urutan yang benar $g^{-1}\big(f^{-1}(23)\big) = g^{-1}(8) = 2$.

Cek ulang: ketiga hasil diperiksa dengan menghitung bertahap (g dulu, lalu f) ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: $f(x) = \dfrac{2x + 3}{x - 1}, x \neq 1$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar tentang f^{-1}.

Konsep 1 – Arti invers. $f^{-1}(p) = q$ artinya $f(q) = p$: invers "membalik" kerja fungsi. Invers **bukan** kebalikan pecahan $\dfrac{1}{f(x)}$.

Konsep 2 – Mencari rumus invers. Tulis $y = f(x)$, nyatakan x dalam y, lalu tukar nama variabel.
Contoh kecil: $y = \dfrac{x + 1}{x - 2} \to y(x - 2) = x + 1 \to xy - 2y = x + 1 \to x(y - 1) = 2y + 1 \to x = \dfrac{2y + 1}{y - 1}$, jadi invers $\dfrac{2x + 1}{x - 1}$.
Konsep 3 – Daerah asal. Pecahan tidak terdefinisi bila penyebutnya nol.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$. Kalikan kedua ruas dengan $(x-1)$: $y(x-1) = 2x+3 \rightarrow xy - y = 2x+3$.

2. Kumpulkan suku ber-x di kiri: $xy - 2x = y+3 \rightarrow x(y-2) = y+3 \rightarrow x = \dfrac{y+3}{y-2}$.

3. Tukar nama variabel: $f^{-1}(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$, untuk $x \neq 2$.

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Salah.** Rumus yang benar $\dfrac{x+3}{x-2}$. **Jebakan:** mengira invers sama dengan membalik pecahan (penyebut menjadi pembilang).

• **(2) Benar.** $f^{-1}(7) = \dfrac{7+3}{7-2} = \dfrac{10}{5} = 2$. Cek dengan arti invers: $f(2) = \dfrac{4+3}{2-1} = 7$ ✓.

• **(3) Salah.** Penyebut f^{-1} adalah $x-2$, jadi yang dikecualikan $x = 2$, bukan $x = 1$. Nilai $f^{-1}(1) = \dfrac{4}{-1} = -4$ ada, karena $f(-4) = \dfrac{-5}{-5} = 1$. **Jebakan:** menyalin syarat $x \neq 1$ milik f.

• **(4) Benar.** Memotong sumbu y berarti $x = 0$: $f^{-1}(0) = \dfrac{0+3}{0-2} = -\dfrac{3}{2}$. Cek: $f\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{-3+3}{-\frac{5}{2}} = 0$ ✓. **Jebakan:** menghitung $f(0) = -3$ (fungsi asal), bukan $f^{-1}(0)$.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang rumus invers: $f^{-1}(f(3)) = f^{-1}\left(\dfrac{9}{2}\right) = \dfrac{\frac{9}{2}+3}{\frac{9}{2}-2} = \dfrac{\frac{15}{2}}{\frac{5}{2}} = 3$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $(1), (2), (3)$: memuat (1) dan (3) yang salah.

• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** membalik pecahan dan menyalin syarat $x \neq 1$; keduanya keliru.

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** salah memindahkan suku pada langkah 2, sehingga $f^{-1}(7)$ tidak sama dengan 2.

• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

Latihan sub bab 2.6

No. 1 **Kunci: B**

Yang diketahui: $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. **Yang ditanya:** hubungan $P = \det(M) + \det(N)$ dan $Q = \det(M+N)$.

Konsep 1 – Determinan matriks 2×2: $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$ (diagonal utama dikurangi diagonal lainnya).

Contoh kecil: $\det \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 15 - 2 = 13$.

Konsep 2 – Penjumlahan matriks: jumlahkan elemen yang seletak.

Konsep 3 – Sifat penting: $\det(M+N)$ pada umumnya **tidak sama** dengan $\det(M) + \det(N)$. (Yang selalu berlaku adalah $\det(MN) = \det(M) \times \det(N)$.)

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. $\det(M) = 2 \times 4 - 1 \times 3 = 8 - 3 = 5$.
2. $\det(N) = 1 \times 3 - (-2) \times 1 = 3 + 2 = 5$.
3. $P = 5 + 5 = 10$.
4. $M + N = \begin{pmatrix} 2+1 & 1+(-2) \\ 3+1 & 4+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$.
5. $Q = 3 \times 7 - (-1) \times 4 = 21 + 4 = 25$.
6. $10 < 25$, jadi $P < Q$.

Cek ulang: perhatikan tanda pada $-(-2) \times 1 = +2$ dan $-(-1) \times 4 = +4$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ **Jebakan:** salah menjumlahkan elemen negatif, $1 + (-2)$ ditulis 3, sehingga $M + N = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ dan $Q = 21 - 12 = 9 < 10$.
• B ✓ $P = 10 < Q = 25$.
• C ✗ **Jebakan:** memakai "sifat" $\det(M + N) = \det(M) + \det(N)$ yang tidak berlaku.
• D ✗ **Jebakan:** mengira determinan jumlah matriks tidak dapat dihitung tanpa rumus khusus; padahal $M + N$ dapat dihitung dulu.

Jawaban: B.

Latihan sub bab 2.7

No. 1 Kunci: D

Yang diketahui: besar tabungan per minggu membentuk barisan aritmetika dengan suku pertama $a = 20.000$ dan beda $b = 5.000$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Suku ke-n barisan aritmetika: $U_n = a + (n-1)b$. Dari suku ke-1 ke suku ke-n ada $n - 1$ kali penambahan.
Contoh kecil: barisan $3, 7, 11, \ldots$ ($a = 3, b = 4$) mempunyai $U_5 = 3 + 4 \times 4 = 19$.
Konsep 2 – Jumlah n suku pertama: $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b) = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$.
Contoh kecil: $3 + 7 + 11 + 15 + 19 = \frac{5}{2}(3 + 19) = 55$.
Agar hitungan ringkas, semua nilai di bawah ditulis dalam ribuan rupiah (20 berarti Rp20.000).

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** $U_{10} = 20 + 9 \times 5 = 65$, yaitu Rp65.000.
Jebakan: memakai $a + nb = 20 + 10 \times 5 = 70$ (penambahan dihitung 10 kali, padahal hanya 9 kali).
• **(2) Salah.** $S_{10} = \frac{10}{2}(20 + 65) = 5 \times 85 = 425$, yaitu Rp425.000.
Jebakan: memakai $U_{10} = 70$ yang salah: $5 \times (20 + 70) = 450$.
• **(3) Salah.** $U_{12} = 20 + 11 \times 5 = 75$ dan $U_4 = 20 + 3 \times 5 = 35$. Dua kali U_4 adalah 70, bukan 75.
Jebakan: mengira tabungan sebanding dengan nomor minggu ("minggu ke-12 tiga kali minggu ke-4, jadi pasti lebih dari dua kali lipat" atau "kira-kira dua kali"). Barisan aritmetika tidak sebanding dengan n karena ada suku awal.
• **(4) Benar.** $S_{16} = \frac{16}{2}(40 + 15 \times 5) = 8 \times 115 = 920$ (Rp920.000, belum melebihi).
$S_{17} = \frac{17}{2}(40 + 16 \times 5) = \frac{17}{2} \times 120 = 1.020$ (Rp1.020.000, sudah melebihi). Jadi pertama kali melebihi Rp1.000.000 pada minggu ke-17.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan yang benar hanya (4).

Cek ulang: $S_{17} - S_{16} = 1.020 - 920 = 100 = U_{17} = 20 + 16 \times 5$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $(1), (2), (3)$: **Jebakan:** gabungan rumus $U_n = a + nb$ dan anggapan "sebanding"; ketiganya terbukti salah.

• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** salah menghitung U_{10} tetapi benar menghitung S_{10} dengan rumus $\frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$, sehingga (2) dianggap salah.

• C ✗ (2) dan (4): (2) salah karena $S_{10} = 425$ ribu.

• D ✓ (4) saja.

• E ✗ semua: $(1), (2), (3)$ salah.

Jawaban: D.

No. 2 Kunci: D

Yang diketahui: $a_{n+1} = 3a_n - 2$ dan $a_4 = 55$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Rumus rekursif. $a_{n+1} = 3a_n - 2$ artinya: suku berikutnya = tiga kali suku sekarang, dikurangi 2.

Untuk mundur, balik rumusnya: $a_n = \dfrac{a_{n+1} + 2}{3}$.

Contoh kecil: bila $a_1 = 2$, maka $a_2 = 3(2) - 2 = 4$ dan $a_3 = 3(4) - 2 = 10$.

Konsep 2 – Ganjil dan genap. Ganjil $\times$ ganjil = ganjil; ganjil $-$ genap = ganjil; genap $\times$ genap = kelipatan 4.

Uji tiap pernyataan:

1. **Pernyataan (1).** Mundur dari $a_4 = 55$:
$a_3 = \dfrac{55+2}{3} = \dfrac{57}{3} = 19, a_2 = \dfrac{19+2}{3} = 7, a_1 = \dfrac{7+2}{3} = 3.$ → **benar**.

2. **Pernyataan (2).** Maju: $a_5 = 3(55) - 2 = 165 - 2 = 163. a_6 = 3(163) - 2 = 489 - 2 = 487.$
Jadi $a_6 = 487$, bukan 489 → **salah**.
Jebakan: berhenti di $3 \times 163 = 489$ dan lupa mengurangi 2.

3. **Pernyataan (3).** $a_1 = 3$ ganjil. Bila suatu suku ganjil, maka $3\times$ (ganjil) ganjil, dan ganjil -2 tetap ganjil. Jadi suku berikutnya juga ganjil. Sifat ini menurun dari a_1 ke a_2, ke a_3, dan seterusnya, sehingga semua suku ganjil → **benar**.
Cek angka: $3, 7, 19, 55, 163, 487$ semuanya ganjil ✓.

4. **Pernyataan (4).** $a_{2027} - a_{2026} = (3a_{2026} - 2) - a_{2026} = 2a_{2026} - 2 = 2(a_{2026} - 1)$.
Dari (3), a_{2026} ganjil, jadi $a_{2026} - 1$ genap, misalnya $2t$. Maka selisihnya $2 \times 2t = 4t$, habis dibagi 4 → **benar**.
Contoh pola yang sama: $a_3 - a_2 = 19 - 7 = 12 = 4 \times 3$ ✓;
$a_5 - a_4 = 163 - 55 = 108 = 4 \times 27$ ✓.

5. Pernyataan benar: $(1), (3), (4)$ → banyaknya 3.

Cek ulang: maju dari $a_1 = 3$: $3 \to 7 \to 19 \to 55$ ✓ (cocok dengan $a_4 = 55$).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; $(1), (3), (4)$ terbukti benar.

• C ✗ 2: **Jebakan:** menganggap (4) tidak dapat dipastikan karena a_{2026} tidak dihitung, padahal bentuk $2(a_{2026} - 1)$ cukup untuk membuktikannya.

• D ✓ 3.

• E ✗ 4: **Jebakan:** lupa mengurangi 2 pada langkah terakhir, sehingga (2) dianggap benar.

Jawaban: D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 3 Kunci: A

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu jawaban "apakah $u_6 > 100$".

Konsep 1 – Barisan geometri. Setiap suku diperoleh dengan mengalikan suku sebelumnya dengan rasio r: $u_n = u_1 r^{n-1}$. Akibatnya $u_{n+2} = u_n \times r^2$.
Contoh kecil: $2, 6, 18, 54$ mempunyai $r = 3$, dan $u_3 = u_1 \times 3^2 = 18$.
Konsep 2 – Kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya selalu sama (selalu "ya" atau selalu "tidak"). Jawaban yang pasti "tidak" juga berarti cukup.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1).** $u_4 = u_2 \times r^2$, jadi $24 = 6r^2$ dan $r^2 = 4$. Suku-sukunya positif, sehingga $r = 2$ (bukan -2).
Maka $u_6 = u_4 \times r^2 = 24 \times 4 = 96$. Karena $96 < 100$, jawabannya pasti "tidak" → **cukup**.
2. **Uji pernyataan (2).** $u_5 = u_3 r^2$, jadi $u_3(1 + r^2) = 60$. Ada banyak kemungkinan:
• $r = 2$: $u_3 \times 5 = 60, u_3 = 12, u_6 = u_3 r^3 = 12 \times 8 = 96$ → "tidak".
• $r = 3$: $u_3 \times 10 = 60, u_3 = 6, u_6 = 6 \times 27 = 162$ → "ya".
Jawabannya bisa "ya" atau "tidak" → **tidak cukup**.
3. Jadi pernyataan (1) saja cukup, sedangkan (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: dari (1): $u_1 = \dfrac{u_2}{r} = 3$; barisannya $3, 6, 12, 24, 48, 96$ ✓ (suku ke-6 $= 96$).

Analisis tiap opsi:
• A ✓ (1) saja cukup; (2) saja tidak cukup.
• B ✗ **Jebakan:** mengira jumlah dua suku pada (2) sudah menentukan rasio; padahal satu persamaan dengan dua bilangan yang tidak diketahui (u_3 dan r) mempunyai banyak penyelesaian.
• C ✗ **Jebakan:** menganggap (1) tidak cukup karena r bisa -2; syarat suku positif menghapus kemungkinan itu (dan dengan $r = -2$ pun $u_6 = -96$, tetap tidak lebih dari 100).
• D ✗ **Jebakan:** hanya mencoba $r = 2$ pada (2), sehingga mengira (2) juga selalu memberi 96.
• E ✗ **Jebakan:** mengira "cukup" hanya bila jawabannya "ya"; jawaban yang pasti "tidak" juga cukup.

Jawaban: A.

No. 4 Kunci: B

Yang diketahui: tinggi awal 9 m; tiap pantulan $\dfrac{2}{3}$ tinggi sebelumnya; pantulan tak berhingga. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Barisan geometri. Tinggi pantulan membentuk barisan geometri dengan rasio $r = \dfrac{2}{3}$: pantulan ke-$n = 9 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.

Konsep 2 – Deret geometri tak hingga. Bila $-1 < r < 1$, jumlah semua sukunya $S_\infty = \dfrac{a}{1 - r}$, dengan a suku pertama.
Contoh kecil: $4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \ldots = \dfrac{4}{1 - \frac{1}{2}} = 8$.

Konsep 3 – Lintasan bola memantul. Setelah jatuh pertama, setiap pantulan ditempuh **dua kali**: naik lalu turun lagi.

Langkah penyelesaian:
1. Tinggi pantulan: ke-1 $= 9 \times \dfrac{2}{3} = 6$ m; ke-2 $= 6 \times \dfrac{2}{3} = 4$ m; ke-3 $= 4 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{8}{3}$ m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Jumlah semua tinggi pantulan: $6 + 4 + \frac{8}{3} + \ldots = \frac{6}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18$ m.

3. Panjang lintasan = jatuh pertama $+2\times$ (jumlah tinggi pantulan) $= 9 + 2 \times 18 = 45$ m.

4. Pantulan ke-5 $= 9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 9 \times \frac{32}{243} = \frac{288}{243} = \frac{32}{27}$ m.

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** Pantulan ketiga $\frac{8}{3}$ m (langkah 1). **Jebakan** yang dihindari: menghitung $9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 4$ karena salah menghitung banyak perkalian.

• **(2) Salah.** $27 = \frac{9}{1 - \frac{2}{3}}$ hanya menjumlahkan lintasan **turun** $(9 + 6 + 4 + \ldots)$; lintasan naik terlupa.

• **(3) Benar.** Lintasan seluruhnya 45 m (langkah 3).

• **(4) Salah.** $\frac{32}{27} > 1$ karena $32 > 27$; tinggi pantulan kelima sekitar $1{,}19$ m. Baru pantulan keenam ($\frac{64}{81}$ m) yang kurang dari 1 m.

Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: lintasan turun $9 + 6 + 4 + \ldots = 27$ dan lintasan naik $6 + 4 + \ldots = 18$; jumlah $27 + 18 = 45$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): (2) dan (3) tidak mungkin benar bersamaan; (2) salah.

• B ✓ (1) dan (3).

• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** lupa lintasan naik (memilih 27 m) dan salah menghitung $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ sebagai $\frac{10}{15}$ atau semacamnya.

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** mengira $9 \times \frac{32}{243}$ kurang dari 1 tanpa membandingkan 288 dengan 243.

• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

Kuis Akhir Bab 2

No. 1 Kunci: C

Yang diketahui: luas persegi panjang $= x^2 + 7x + 12$; panjang $x + p$ dan lebar $x + q$ (p, q bulat positif). **Yang ditanya:** keliling.

Prasyarat – perkalian dua suku dua. Setiap suku di kurung pertama dikalikan dengan setiap suku di kurung kedua:
$(x + p)(x + q) = x^2 + qx + px + pq = x^2 + (p + q)x + pq$.
Contoh kecil: $(x + 1)(x + 5) = x^2 + 5x + x + 5 = x^2 + 6x + 5$.

Konsep – memfaktorkan. Memfaktorkan $x^2 + bx + c$ berarti mencari dua bilangan yang **jumlahnya** b dan **hasil kalinya** c. Ini kebalikan dari perkalian di atas.

Langkah penyelesaian:

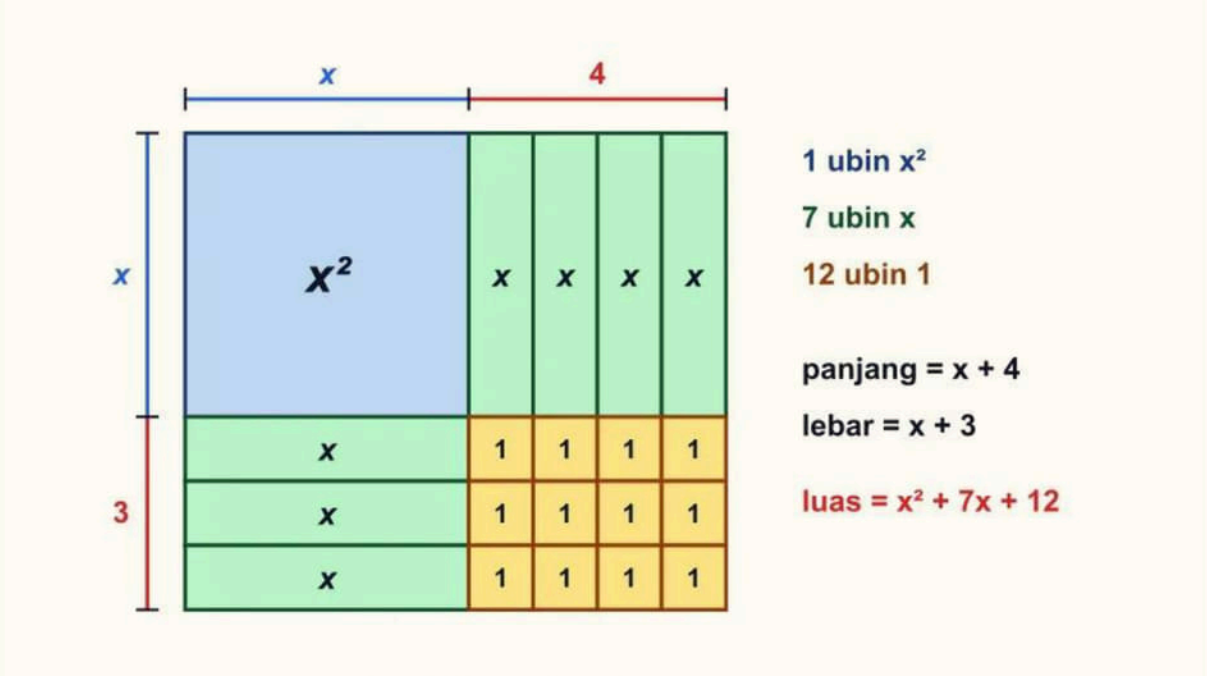
1. Luas = panjang × lebar, jadi $(x + p)(x + q) = x^2 + (p + q)x + pq$ harus sama dengan $x^2 + 7x + 12$. Akibatnya $p + q = 7$ dan $pq = 12$.

2. Daftar pasangan bilangan bulat positif yang hasil kalinya 12: 1 dan 12 (jumlah 13), 2 dan 6 (jumlah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

8), 3 dan 4 (jumlah 7). Hanya 3 dan 4 yang jumlahnya 7.
3. Jadi panjang dan lebarnya adalah $(x+4)$ m dan $(x+3)$ m.
4. Keliling persegi panjang
$= 2 \times (\text{panjang} + \text{lebar}) = 2\big((x+4)+(x+3)\big) = 2(2x+7) = 4x+14.$

Model ubin berikut memperlihatkan bahwa 1 ubin x^2, 7 ubin x, dan 12 ubin satuan tersusun tepat menjadi persegi panjang berukuran $(x+4)$ kali $(x+3)$.



Cek ulang: $(x+4)(x+3) = x^2+3x+4x+12 = x^2+7x+12$ ✓. Coba $x=1$: luas $1+7+12=20$ dan ukurannya $5\times 4 = 20$ ✓; keliling $2(5+4)=18$ dan $4(1)+14=18$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $2x+7$: **Jebakan:** hanya menjumlahkan panjang dan lebar (itu setengah keliling), lupa dikali 2.
• B ✗ $4x-14$: **Jebakan:** salah tanda, memfaktorkan menjadi $(x-4)(x-3)$; padahal $(x-4)(x-3) = x^2-7x+12$.
• C ✓ $4x+14$.
• D ✗ $4x+16$: **Jebakan:** hanya memeriksa hasil kali 12 lalu memilih 2 dan 6; padahal $(x+2)(x+6) = x^2+8x+12$.
• E ✗ $4x+26$: **Jebakan:** memilih 1 dan 12; padahal $(x+1)(x+12) = x^2+13x+12$.

Jawaban: C.

No. 2 Kunci: A

Yang diketahui: $x + \dfrac{1}{x} = 4$. **Yang ditanya:** hubungan $P = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ dan $Q = \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2$.

Prasyarat – bentuk kuadrat istimewa.
• $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
• $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
Suku $2ab$ disebut suku tengah; suku ini sering terlupa. Contoh kecil: $(3+2)^2 = 9+12+4 = 25$, bukan $9+4=13$.

Konsep: pada soal ini $a = x$ dan $b = \dfrac{1}{x}$, sehingga $ab = x\cdot\dfrac{1}{x} = 1$ dan suku tengahnya $2ab = 2$. Kita tidak perlu mencari nilai x lebih dulu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Kuadratkan kedua ruas yang diketahui: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 4^2 = 16$.
2. Uraikan ruas kiri: $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$. Jadi $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 16$.
3. Kurangi kedua ruas dengan 2: $P = x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$.
4. Uraikan Q: $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = P - 2 = 14 - 2 = 12$.
5. $P = 14$ dan $Q = 12$, jadi $P > Q$.

Cek ulang dengan nilai x: kalikan $x + \frac{1}{x} = 4$ dengan x: $x^2 - 4x + 1 = 0$, sehingga $x = 2 + \sqrt{3}$ atau $x = 2 - \sqrt{3}$. Untuk $x = 2 + \sqrt{3}$: $\frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3}$ (karena $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$). Maka $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$ dan $Q = 12$ ✓; $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}$ dan $\frac{1}{x^2} = 7 - 4\sqrt{3}$, sehingga $P = 14$ ✓.
Catatan: langkah 4 menunjukkan $P - Q = 2$ untuk **setiap** $x \neq 0$.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P = 14 > 12 = Q$.
• B ✗ **Jebakan:** salah tanda suku tengah pada Q, menulis $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 16$, sehingga $Q > P$.
• C ✗ **Jebakan:** lupa suku tengah, menganggap $(a \pm b)^2 = a^2 + b^2$; akibatnya P dianggap $4^2 = 16$ dan Q juga dianggap $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16$.
• D ✗ **Jebakan:** mengira nilai x harus diketahui dulu; padahal P dan Q dapat dihitung pasti dari $x + \frac{1}{x} = 4$.

Jawaban: A.

No. 3 Kunci: E

Yang diketahui: $x^2 + 2x + (m-4) = 0$ tidak mempunyai akar real. **Yang ditanya:** syarat nilai m.

Prasyarat 1 – diskriminan. Untuk $ax^2 + bx + c = 0$, diskriminannya $D = b^2 - 4ac$.
• $D > 0$: dua akar real yang berbeda.
• $D = 0$: satu akar real (akar kembar).
• $D < 0$: tidak ada akar real.
Contoh kecil: $x^2 + 2x + 5 = 0$ mempunyai $D = 4 - 20 = -16 < 0$, jadi tidak mempunyai akar real.

Prasyarat 2 – membagi pertidaksamaan dengan bilangan negatif. Tanda pertidaksamaan harus **dibalik**. Contoh: $-2x < 6 \rightarrow x > -3$.

Langkah penyelesaian:

1. Tentukan koefisien: $a = 1, b = 2, c = m - 4$.
2. $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m-4) = 4 - 4m + 16 = 20 - 4m$. Perhatikan $-4 \times (-4) = +16$.
3. Tidak mempunyai akar real berarti $D < 0$: $20 - 4m < 0$.
4. Kurangi kedua ruas dengan 20: $-4m < -20$.
5. Bagi kedua ruas dengan -4 (bilangan negatif, tanda dibalik): $m > 5$.

Cek ulang:
• $m = 6$: $x^2 + 2x + 2 = 0$, $D = 4 - 8 = -4 < 0$, tidak ada akar real ✓.
• $m = 5$: $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 = 0$ mempunyai akar $x = -1$, jadi $m = 5$ **tidak** termasuk ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $m > -3$: **Jebakan:** salah tanda saat menguraikan, $-4(m-4) = -4m - 16$, sehingga $D = -12 - 4m < 0$ dan $m > -3$.
• B ✗ $m > 4$: **Jebakan:** mengira cukup suku tetapnya $m - 4$ positif. Contoh $m = 4{,}5$: $D = 20 - 18 = 2 > 0$, persamaan masih mempunyai akar real.
• C ✗ $m < 5$: **Jebakan:** lupa membalik tanda saat membagi dengan -4.
• D ✗ $m \geq 5$: **Jebakan:** menganggap $D = 0$ berarti tidak ada akar; padahal $D = 0$ berarti akar kembar.
• E ✓ $m > 5$.

Jawaban: E.

No. 4 Kunci: 41

Yang diketahui: p dan q akar-akar $x^2 - 9x + 5 = 0$. **Yang ditanya:** nilai $(p+3)(q+3)$.

Prasyarat – jumlah dan hasil kali akar. Bila p dan q akar-akar $x^2 + bx + c = 0$, maka $x^2 + bx + c = (x-p)(x-q) = x^2 - (p+q)x + pq$. Dengan mencocokkan koefisien: $p + q = -b$ dan $pq = c$. Untuk bentuk umum $ax^2 + bx + c = 0$: $p + q = -\dfrac{b}{a}$ dan $pq = \dfrac{c}{a}$.
Contoh kecil: $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$, akarnya 2 dan 3; jumlahnya $5 = -(-5)$ dan hasil kalinya 6 ✓.

Konsep – memilih cara. Akar persamaan ini adalah $\dfrac{9 \pm \sqrt{61}}{2}$ (bentuk akar). Menghitung dengan bentuk akar itu panjang dan rawan salah. Lebih aman: jabarkan bentuk yang ditanya agar hanya memuat $p + q$ dan pq.

Langkah penyelesaian:
1. Dari $x^2 - 9x + 5 = 0$: $a = 1, b = -9, c = 5$. Jadi $p + q = -\dfrac{-9}{1} = 9$ dan $pq = \dfrac{5}{1} = 5$.
2. Jabarkan: $(p+3)(q+3) = pq + 3p + 3q + 9 = pq + 3(p+q) + 9$.
3. Substitusi: $5 + 3 \times 9 + 9 = 5 + 27 + 9 = 41$.

Cek ulang dengan cara lain: $x^2 - 9x + 5 = (x-p)(x-q)$ untuk setiap x. Ganti $x = -3$: ruas kanan $(-3-p)(-3-q) = (p+3)(q+3)$ (dua tanda minus dikalikan menjadi plus). Ruas kiri: $(-3)^2 - 9(-3) + 5 = 9 + 27 + 5 = 41$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Memakai $p + q = -9$ (lupa tanda minus pada rumus $-\dfrac{b}{a}$): $5 - 27 + 9 = -13$.
• Menjabarkan $(p+3)(q+3)$ hanya menjadi $pq + 9$, sehingga menjawab 14.
• Lupa suku $3 \times 3 = 9$, sehingga menjawab 32.

Jawaban: 41.

No. 5 Kunci: B

Yang diketahui: $f(x) = x^2 + 2x - 15$ dan $g(x) = 2x + 1$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

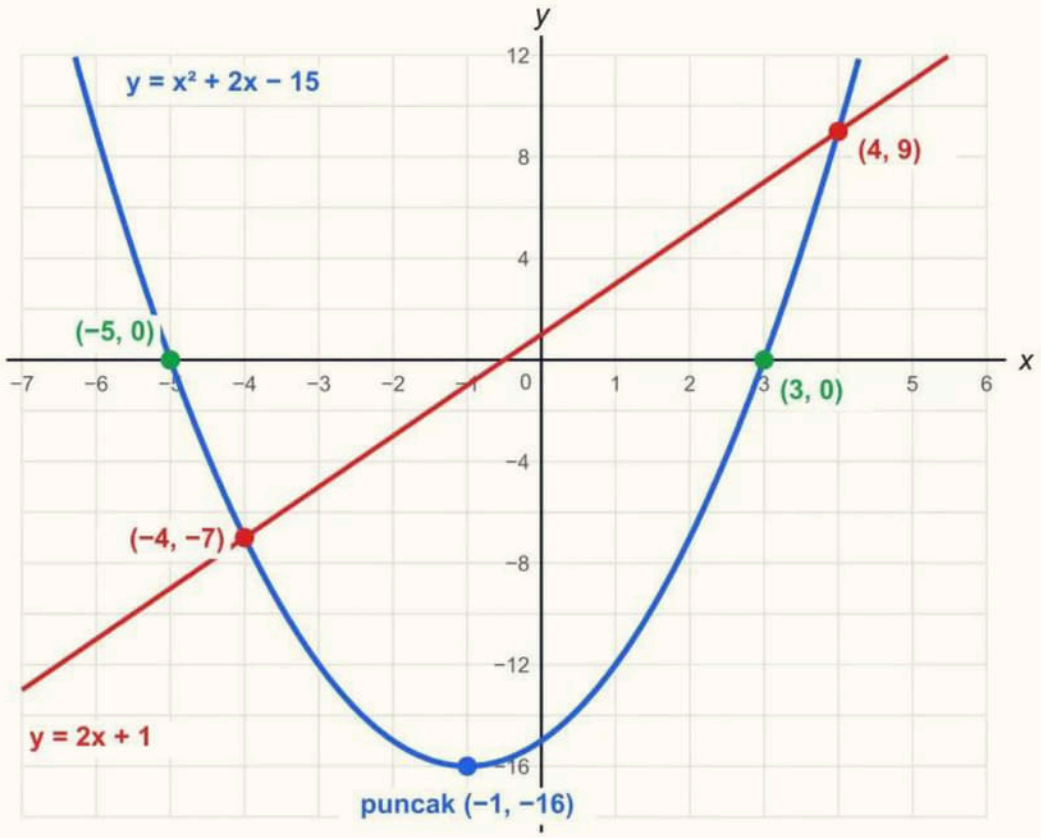
Prasyarat:
• Titik potong dengan sumbu x: selesaikan $f(x) = 0$.
• Titik puncak $y = ax^2 + bx + c$: absisnya $x_p = -\dfrac{b}{2a}$, ordinatnya $f(x_p)$. Contoh kecil: $y = x^2 - 4x$ berpuncak di $x = \dfrac{4}{2} = 2, y = 4 - 8 = -4$.
• Titik potong dua grafik: samakan rumusnya, $f(x) = g(x)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Parabola terbuka ke atas ($a > 0$) bernilai negatif hanya **di antara** kedua titik potongnya dengan sumbu x.

Uji tiap pernyataan:

1. **(1) Benar.** $x^2 + 2x - 15 = (x+5)(x-3) = 0$, jadi $x = -5$ atau $x = 3$. Cek: $(+5) \times (-3) = -15$ dan $5 + (-3) = 2$ ✓.
2. **(2) Salah.** $x_p = -\dfrac{2}{2 \cdot 1} = -1$ dan $f(-1) = 1 - 2 - 15 = -16$. Puncaknya $(-1, -16)$, bukan $(-1, -15)$.
3. **(3) Benar.** $x^2 + 2x - 15 = 2x + 1 \rightarrow x^2 - 16 = 0 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = -4$ atau $x = 4$. Titiknya $(-4, -7)$ dan $(4, 9)$; cek $f(4) = 16 + 8 - 15 = 9 = g(4)$ ✓.
4. **(4) Salah.** $f(x) < 0$ hanya untuk $-5 < x < 3$. Contoh penyangkal: $x = 4$ ada di selang $-5 < x < 5$, tetapi $f(4) = 9 > 0$.



Yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: pada gambar, parabola berada di bawah sumbu x hanya dari $x = -5$ sampai $x = 3$, dan puncaknya di bawah $y = -15$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: memuat (2). **Jebakan:** mengira titik potong dengan sumbu y, yaitu $f(0) = -15$, adalah titik puncak.

• B ✓ (1) dan (3).

• C ✗ dan D ✗: memuat (4). **Jebakan:** memakai batas $x = 5$ tanpa memeriksa bahwa akar kanan f adalah 3.

• E ✗: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 6 Kunci: E

Yang diketahui: $x^2 - 4x - 7 = 0$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat – melengkapkan kuadrat. Karena $(x-k)^2 = x^2 - 2kx + k^2$, bentuk $x^2 - 2kx$ dapat dilengkapi menjadi kuadrat sempurna dengan **menambahkan** k^2 di kedua ruas.
Contoh kecil: $x^2 - 6x = 1 \rightarrow$ tambahkan $3^2 = 9$ di kedua ruas $\rightarrow (x-3)^2 = 10$.

Langkah penyelesaian:
1. Pindahkan suku tetap: $x^2 - 4x = 7$.
2. Setengah dari koefisien x adalah -2; kuadratnya 4. Tambahkan 4 di kedua ruas: $x^2 - 4x + 4 = 11$, yaitu $(x-2)^2 = 11$.
3. Ambil akar kuadrat (ingat ada dua kemungkinan tanda): $x - 2 = \sqrt{11}$ atau $x - 2 = -\sqrt{11}$. Jadi $x = 2 + \sqrt{11}$ atau $x = 2 - \sqrt{11}$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar**, sesuai langkah 2.
• **(2) Benar**, sesuai langkah 3.
• **(3) Benar.** $\sqrt{11}$ sedikit lebih dari 3 (karena $3^2 = 9 < 11$), jadi $2 + \sqrt{11} > 0$ dan $2 - \sqrt{11} < 0$. Cara lain: hasil kali akar $= \dfrac{c}{a} = -7 < 0$, dan dua bilangan yang hasil kalinya negatif pasti berbeda tanda.
• **(4) Benar.** $(2 + \sqrt{11}) - (2 - \sqrt{11}) = \sqrt{11} + \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$.
Banyak pernyataan benar: 4.

Cek ulang dengan rumus abc: $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{44}}{2} = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{11}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** salah melengkapkan kuadrat dengan **mengurangkan** 4, sehingga $(x-2)^2 = 3$ dan akarnya $2 \pm \sqrt{3}$ (keduanya positif, selisihnya $2\sqrt{3}$); akibatnya keempat pernyataan ditolak.
• B ✗ 1: **Jebakan:** dari $(x-2)^2 = 11$ hanya menulis $x - 2 = \sqrt{11}$ (lupa tanda $\pm$), sehingga hanya ada satu akar; (2), (3), dan (4) ditolak.
• C ✗ 2: **Jebakan:** mengira $2 - \sqrt{11}$ positif karena "diawali angka 2", lalu menghitung selisih akar hanya $\sqrt{11}$; (3) dan (4) ditolak.
• D ✗ 3: **Jebakan:** menolak (4) karena menganggap selisih akar sama dengan $\sqrt{11}$.
• E ✓ 4.

Jawaban: E.

No. 7 Kunci: B

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat nilai q **pasti** (tepat satu nilai).

Prasyarat – jumlah dan hasil kali akar. Untuk $x^2 + 10x + q = 0$: $\alpha + \beta = -10$ dan $\alpha\beta = q$.
Prasyarat – bentuk kuadrat istimewa. $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$, sehingga $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$.
Contoh kecil: akar 1 dan 3: $1 + 9 = 10$, dan $(1+3)^2 - 2 \times 3 = 16 - 6 = 10$ ✓.

Konsep – kecukupan data. Sebuah pernyataan "cukup" bila nilai yang ditanya menjadi tepat satu. Untuk menunjukkan "tidak cukup", cari dua keadaan yang memenuhi pernyataan tetapi jawabannya berbeda.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1).** Dua bilangan bulat negatif yang jumlahnya -10: $(-1, -9)$, $(-2, -8)$, $(-3, -7)$, $(-4, -6)$, $(-5, -5)$. Nilai $q = \alpha\beta$ berturut-turut $9, 16, 21, 24, 25$. Nilai q tidak tunggal → **tidak cukup**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. **Uji pernyataan (2).** $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-10)^2-2q=100-2q$. Dari $100-2q=58$: $2q=42$, jadi $q=21$. Syarat akar real: $D=100-4\times 21=16\geq 0$ ✓. Nilai q tunggal → **cukup**.
3. Pernyataan (2) saja cukup, pernyataan (1) saja tidak cukup.

Cek ulang: $q=21$: $x^2+10x+21=(x+3)(x+7)=0$, akarnya -3 dan -7; $9+49=58$ ✓. Akar ini juga bulat negatif, jadi kedua pernyataan tidak bertentangan ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ **Jebakan:** hanya mencoba satu pasangan akar bulat negatif (misalnya -3 dan -7), lalu mengira (1) menentukan q.
• B ✓ hanya (2) yang cukup.
• C ✗ **Jebakan:** mengira $\alpha^2+\beta^2$ baru bisa dipakai bila akarnya diketahui satu per satu, sehingga merasa perlu bantuan (1).
• D ✗ **Jebakan:** gabungan kesalahan A: menganggap (1) juga cukup karena hanya mencoba satu pasangan.
• E ✗ **Jebakan:** tidak melihat hubungan $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$, sehingga mengira kedua pernyataan tidak cukup.

Jawaban: B.

No. 8 Kunci: B

Yang diketahui: dua pertidaksamaan, $x^2<2x+15$ dan $|2x-1|<5$. **Yang ditanya:** banyak bilangan bulat yang memenuhi yang pertama tetapi tidak memenuhi yang kedua.

Prasyarat 1 – pertidaksamaan kuadrat. Ubah menjadi $ax^2+bx+c<0$ dengan $a>0$. Parabolanya terbuka ke atas, sehingga bernilai negatif hanya **di antara** kedua akarnya.
Prasyarat 2 – nilai mutlak sebagai jarak. $|u|<r$ berarti jarak u ke 0 kurang dari r, yaitu $-r<u<r$. Contoh kecil: $|x|<2\rightarrow -2<x<2$.

Langkah penyelesaian:
1. Pertidaksamaan pertama: $x^2-2x-15<0\rightarrow(x-5)(x+3)<0$. Akarnya -3 dan 5, jadi $-3<x<5$. Bilangan bulatnya: $-2,-1,0,1,2,3,4$ (7 bilangan).
2. Pertidaksamaan kedua: $-5<2x-1<5$. Tambah 1 pada ketiga bagian: $-4<2x<6$. Bagi 2: $-2<x<3$. Bilangan bulatnya: $-1,0,1,2$.
3. Dari daftar langkah 1, buang yang ada di daftar langkah 2. Sisanya $-2,3$, dan 4, yaitu 3 bilangan.



Cek ulang setiap bilangan:
• $x=-2$: $4<-4+15=11$ ✓; $|2(-2)-1|=|-5|=5$, tidak kurang dari 5, jadi tidak memenuhi yang kedua ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• $x = 3$: $9 < 21$ ✓; $|5| = 5$, tidak memenuhi yang kedua ✓.
• $x = 4$: $16 < 23$ ✓; $|7| = 7$, tidak memenuhi yang kedua ✓.
• $x = 5$: $25 < 25$ salah, jadi 5 tidak ikut ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 2: **Jebakan:** lupa sisi negatif nilai mutlak, hanya menulis $2x - 1 < 5 \to x < 3$, sehingga -2 dianggap memenuhi yang kedua dan yang tersisa hanya 3 dan 4.
• B ✓ 3.
• C ✗ 4: **Jebakan:** menghitung bilangan bulat yang memenuhi **kedua** pertidaksamaan $(-1, 0, 1, 2)$.
• D ✗ 5: **Jebakan:** memakai $\leq$ pada pertidaksamaan pertama, sehingga -3 dan 5 ikut dihitung: $-3, -2, 3, 4, 5$.
• E ✗ 7: **Jebakan:** lupa syarat "tidak memenuhi pertidaksamaan kedua".

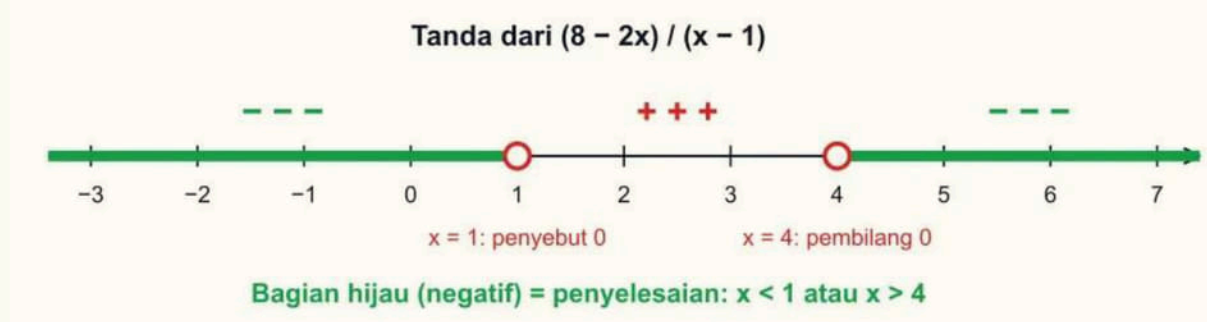
Jawaban: B.

No. 9 Kunci: C

Yang diketahui: $\dfrac{x+5}{x-1} < 3, x \neq 1$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – mengapa penyebut tidak boleh dicoret. Bila kedua ruas dikalikan $x - 1$, tanda pertidaksamaan tetap hanya jika $x - 1$ positif; jika $x - 1$ negatif, tandanya harus dibalik. Karena tanda $x - 1$ belum diketahui, cara aman: pindahkan semua suku ke satu ruas, lalu periksa tanda pecahannya. Contoh kecil: $\dfrac{1}{x} < 1$ dipenuhi oleh $x = -2$ (karena $-\dfrac{1}{2} < 1$), padahal mencoret penyebut memberi $1 < x$.

Langkah penyelesaian:
1. Pindahkan 3 ke kiri: $\dfrac{x+5}{x-1} - 3 < 0$.
2. Samakan penyebut: $\dfrac{x+5-3(x-1)}{x-1} = \dfrac{x+5-3x+3}{x-1} = \dfrac{8-2x}{x-1} < 0$.
3. Titik pemisah: pembilang 0 di $x = 4$, penyebut 0 di $x = 1$.
4. Uji satu titik di tiap bagian:
• $x = 0$: $\dfrac{8}{-1} = -8$ (negatif).
• $x = 2$: $\dfrac{4}{1} = 4$ (positif).
• $x = 5$: $\dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$ (negatif).
5. Yang dicari bagian negatif: $x < 1$ atau $x > 4$. Titik $x = 4$ tidak ikut (pecahan bernilai 0, tidak kurang dari 0).



Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** $\dfrac{3+5}{3-1} = \dfrac{8}{2} = 4$, dan 4 tidak kurang dari 3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• **(2) Benar**, sesuai langkah 5. Contoh: $x = 0$ memberi $\frac{5}{-1} = -5 < 3$ ✓.

• **(3) Salah.** Bagian $x < 1$ juga termasuk penyelesaian.

• **(4) Benar.** Bilangan bulat yang lebih dari 1 dan memenuhi harus lebih dari 4; yang terkecil 5. Cek: $\frac{10}{4} = 2{,}5 < 3$ ✓, sedangkan $x = 4$ memberi $\frac{9}{3} = 3$, tidak kurang dari 3.

Yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $x = 10$: $\frac{15}{9} \approx 1{,}7 < 3$ ✓ (memenuhi, sesuai $x > 4$); $x = 2$: $\frac{7}{1} = 7$, tidak memenuhi ✓ (sesuai bagian positif).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ dan B ✗: memuat (1) dan (3). **Jebakan:** mencoret penyebut (mengalikan silang): $x + 5 < 3x - 3 \rightarrow x > 4$, sehingga bagian $x < 1$ hilang.

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗: melewatkan (2) yang juga benar.

• E ✗: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 10 Kunci: D

Yang diketahui: misalkan harga 1 gantungan kunci g rupiah dan harga 1 pembatas buku b rupiah.
$4g + 3b = 27.000$ ... (i)
$3g + 4b = 29.000$ ... (ii)
Yang ditanya: $g + b$.

Prasyarat – sistem persamaan linear dua variabel. Dua persamaan dengan dua variabel dapat diselesaikan dengan eliminasi (menjumlahkan atau mengurangkan persamaan agar satu variabel hilang) atau substitusi.
Contoh kecil: $x + y = 5$ dan $x - y = 1$; jumlahkan: $2x = 6$, jadi $x = 3$ dan $y = 2$.

Konsep – memilih cara. Yang ditanya $g + b$, bukan g dan b satu per satu. Perhatikan koefisien kedua persamaan "bersilang" (4 dan 3, lalu 3 dan 4). Bila dijumlahkan, koefisien g dan b menjadi sama.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlahkan (i) dan (ii): $(4g + 3g) + (3b + 4b) = 27.000 + 29.000$, yaitu $7g + 7b = 56.000$.
2. Keluarkan faktor 7: $7(g + b) = 56.000$.
3. Bagi kedua ruas dengan 7: $g + b = 8.000$.

Cek ulang dengan mencari g dan b: kurangkan (ii) dengan (i):
$(3g - 4g) + (4b - 3b) = 29.000 - 27.000$, yaitu $b - g = 2.000$. Bersama $g + b = 8.000$:
$2b = 10.000$, jadi $b = 5.000$ dan $g = 3.000$. Periksa:
$4(3.000) + 3(5.000) = 12.000 + 15.000 = 27.000$ ✓ dan
$3(3.000) + 4(5.000) = 9.000 + 20.000 = 29.000$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ Rp2.000: **Jebakan:** menganggap selisih kedua harga ($29.000 - 27.000$) sebagai jawaban; padahal itu nilai $b - g$.

• B ✗ Rp3.000: **Jebakan:** berhenti setelah menemukan harga gantungan kunci saja.

• C ✗ Rp5.000: **Jebakan:** berhenti setelah menemukan harga pembatas buku saja.

• D ✓ Rp8.000.

• E ✗ Rp56.000: **Jebakan:** lupa membagi dengan 7; Rp56.000 adalah harga 7 gantungan kunci dan 7 pembatas buku.

Jawaban: D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 11 Kunci: 26

Yang diketahui: misalkan isi awal kotak merah m, kotak kuning k, dan kotak hijau h butir. **Yang ditanya:** k.

Prasyarat – membuat model dari cerita. "Memindahkan 6 butir dari A ke B" berarti A **berkurang** 6 dan B **bertambah** 6. Contoh kecil: A berisi 10, B berisi 4; setelah 3 butir dipindahkan dari A ke B, A $= 7$ dan B $= 7$.

Langkah penyelesaian:
1. Total: $m + k + h = 89$ ... (i)
2. Pemindahan pertama: $m - 6 = k + 6$, jadi $k = m - 12$ ... (ii)
3. Pemindahan kedua: merah bertambah 4, hijau berkurang 4: $m + 4 = 2(h - 4) = 2h - 8$, jadi $m = 2h - 12$ ... (iii)
4. Substitusi (ii) ke (i): $m + (m - 12) + h = 89 \rightarrow 2m + h = 101$ ... (iv)
5. Substitusi (iii) ke (iv): $2(2h - 12) + h = 101 \rightarrow 4h - 24 + h = 101 \rightarrow 5h = 125 \rightarrow h = 25$.
6. Dari (iii): $m = 2 \times 25 - 12 = 38$. Dari (ii): $k = 38 - 12 = 26$.

Cek ulang: $38 + 26 + 25 = 89$ ✓. Pemindahan pertama: merah $38 - 6 = 32$, kuning $26 + 6 = 32$, sama ✓. Pemindahan kedua: merah $38 + 4 = 42$, hijau $25 - 4 = 21$, dan $42 = 2 \times 21$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menulis $m - 6 = k$ (lupa kotak kuning juga bertambah 6): diperoleh $m = 2h - 12$, $2m + h = 95$, $5h = 119$; hasilnya bukan bilangan bulat, tanda modelnya keliru.
• Menjawab isi kotak merah (38) atau kotak hijau (25), bukan kotak kuning.

Jawaban: 26.

No. 12 Kunci: D

Yang diketahui: misalkan harga segelas jus apel a, jus jeruk j, dan jus mangga m (dalam ribu rupiah). $a + j + m = 27$. **Yang ditanya:** apakah (1) dan/atau (2) menentukan **tepat satu** nilai j.

Konsep – tidak semua variabel harus diketahui. Tiga variabel biasanya memerlukan tiga persamaan bila **ketiganya** ingin dicari. Namun di sini yang ditanya hanya j. Bila sebuah persamaan dapat ditulis memakai $(a + m)$ dan j saja, nilai $a + m = 27 - j$ dapat disubstitusikan.
Contoh kecil: $x + y + z = 10$ dan $x + 2y + z = 13$. Kurangkan: $y = 3$, walaupun x dan z tidak diketahui.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1):** $2a + 3j + 2m = 62$. Tulis ulang: $2(a + j + m) + j = 62 \rightarrow$ $2 \times 27 + j = 62 \rightarrow j = 62 - 54 = 8$. Nilai j tunggal → **cukup**.
2. **Uji pernyataan (2):** $3a + j + 3m = 65$. Tulis ulang: $3(a + m) + j = 65$, dan $a + m = 27 - j$, jadi $3(27 - j) + j = 65 \rightarrow 81 - 3j + j = 65 \rightarrow -2j = -16 \rightarrow j = 8$. Nilai j tunggal → **cukup**.
3. Masing-masing pernyataan cukup sendiri.

Cek ulang: pilih $a = 9, m = 10, j = 8$: $9 + 8 + 10 = 27$ ✓, $18 + 24 + 20 = 62$ ✓, $27 + 8 + 30 = 65$ ✓. Pilihan lain $a = 12, m = 7, j = 8$ juga memenuhi semua keterangan. Jadi a dan m memang tidak dapat ditentukan, tetapi j selalu 8 (Rp8.000). Kedua pernyataan tidak bertentangan ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ **Jebakan:** menganggap (2) tidak cukup karena koefisien j pada (2) berbeda dengan pola $a + j + m$, sehingga tidak mencoba menulisnya dengan $a + m$.
• B ✗ **Jebakan:** menganggap (1) tidak cukup karena "tiga variabel" tanpa mencoba mengurangkan $2(a + j + m)$.
• C ✗ **Jebakan:** mengira tiga variabel selalu memerlukan tiga persamaan, sehingga keterangan awal, (1), dan (2) harus dipakai bersama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D ✓ masing-masing cukup.
- E ✗ **Jebakan:** mengira karena a dan m tidak dapat ditentukan, j pun tidak dapat ditentukan.

Jawaban: D.

No. 13 Kunci: A

Yang diketahui: $f(x) = 3x - 11$ dan $g(x) = x^2 + 1$. **Yang ditanya:** $(g \circ f)(5)$.

Konsep – fungsi sebagai mesin. Fungsi menerima masukan, mengolahnya menurut aturan, lalu mengeluarkan hasil. Komposisi $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$ berarti masukan diolah **mesin f lebih dulu**, lalu hasilnya dimasukkan ke **mesin g**. Dibaca dari kanan: f dulu, kemudian g.
Contoh kecil: $f(x) = x + 1$ dan $g(x) = 2x$: $(g \circ f)(3) = g(4) = 8$, sedangkan $(f \circ g)(3) = f(6) = 7$. Urutan memengaruhi hasil.

Langkah penyelesaian:
1. Hitung isi kurung terdalam, $f(5) = 3 \times 5 - 11 = 15 - 11 = 4$.
2. Masukkan hasilnya ke g: $g(4) = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$.
3. Jadi $(g \circ f)(5) = 17$.



(g ∘ f)(5) = g(f(5)): mesin f bekerja lebih dulu, hasilnya masuk ke mesin g

Cek ulang dengan rumus komposisi: $(g \circ f)(x) = (3x - 11)^2 + 1$. Untuk $x = 5$: $(15 - 11)^2 + 1 = 16 + 1 = 17$ ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✓ 17.
- B ✗ 26: **Jebakan:** hanya menghitung $g(5) = 25 + 1 = 26$, lupa bahwa 5 harus melewati f dulu.
- C ✗ 30: **Jebakan:** mengira komposisi sama dengan penjumlahan, $f(5) + g(5) = 4 + 26 = 30$.
- D ✗ 67: **Jebakan:** urutan tertukar, menghitung $(f \circ g)(5) = f(26) = 78 - 11 = 67$.
- E ✗ 104: **Jebakan:** mengira komposisi sama dengan perkalian, $f(5) \times g(5) = 4 \times 26 = 104$.

Jawaban: A.

No. 14 Kunci: 1S 2B 3B

Yang diketahui: $f(x) = 2x - 4, g(x) = x^2$. **Yang ditanya:** benar atau salahnya tiga pernyataan.

Konsep 1 – Komposisi. $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$: g dulu, lalu f. $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$: f dulu, lalu g. Umumnya hasil keduanya berbeda.
Konsep 2 – Invers sebagai "membalik langkah". $f^{-1}(b) = a$ artinya $f(a) = b$. Mesin f "kali 2 lalu kurang 4"; mesin f^{-1} membalik urutan dan operasinya: "tambah 4 lalu bagi 2", sehingga $f^{-1}(x) = \dfrac{x + 4}{2}$. Invers **bukan** kebalikan pecahan $\dfrac{1}{f(x)}$.
Contoh kecil: $h(x) = x + 3$ mempunyai $h^{-1}(x) = x - 3$, karena $h(2) = 5$ dan $h^{-1}(5) = 2$.

Pernyataan 1 – Salah.
$(f \circ g)(-3) = f\big(g(-3)\big) = f(9) = 18 - 4 = 14$.
$(g \circ f)(-3) = g\big(f(-3)\big) = g(-6 - 4) = g(-10) = 100$.
$14 \neq 100$. **Jebakan:** mengira urutan komposisi tidak berpengaruh.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 2 – Benar.
$f^{-1}(10) = \dfrac{10+4}{2} = 7$. Cek: $f(7) = 14 - 4 = 10$ ✓.
Jebakan: mengira $f^{-1}(10) = \dfrac{1}{f(10)} = \dfrac{1}{16}$.

Pernyataan 3 – Benar.
$(g \circ f)(x) = (2x-4)^2 = 16$. Bilangan yang kuadratnya 16 ada dua, yaitu 4 dan -4:
• $2x - 4 = 4 \to 2x = 8 \to x = 4$.
• $2x - 4 = -4 \to 2x = 0 \to x = 0$.
Cek: $(2 \cdot 4 - 4)^2 = 16$ ✓ dan $(0-4)^2 = 16$ ✓.
Jebakan: hanya mengambil $2x - 4 = 4$, sehingga mengira penyelesaiannya hanya $x = 4$.

Cek ulang: $f\big(f^{-1}(x)\big) = 2 \cdot \dfrac{x+4}{2} - 4 = x$ ✓, jadi rumus invers benar.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

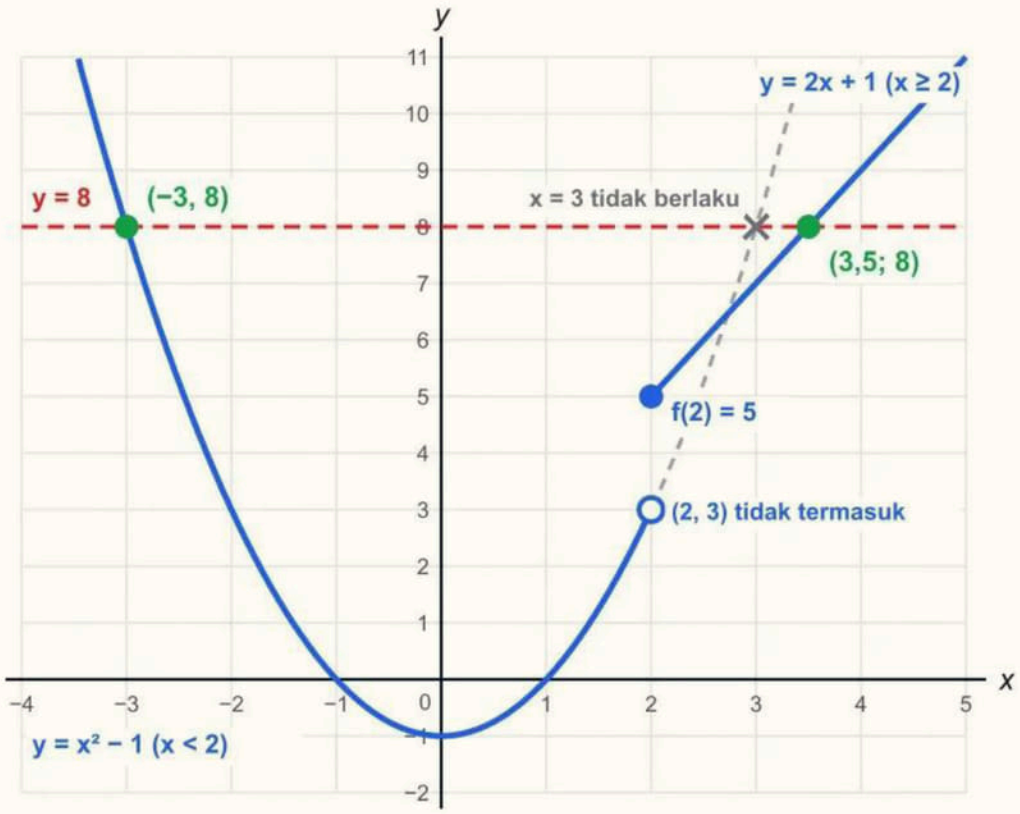
No. 15 Kunci: C

Yang diketahui: f fungsi bercabang: rumus $x^2 - 1$ dipakai bila $x < 2$, rumus $2x + 1$ dipakai bila $x \geq 2$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan benar.

Konsep – fungsi bercabang. Sebelum menghitung, periksa dulu **masukan** termasuk cabang mana. Satu masukan hanya memakai satu rumus.
Contoh kecil: $h(x) = x$ jika $x < 0$ dan $h(x) = 10$ jika $x \geq 0$. Maka $h(-3) = -3$ dan $h(0) = 10$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** $x = 2$ memenuhi $x \geq 2$, jadi dipakai rumus bawah: $f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$, bukan 3.
• **(2) Benar.** $-2 < 2$, jadi $f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3$. Lalu $3 \geq 2$, jadi $f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$.
• **(3) Benar.** Selesaikan per cabang dan periksa syarat cabangnya.
– Cabang $x < 2$: $x^2 - 1 = 8 \to x^2 = 9 \to x = 3$ atau $x = -3$. Hanya $x = -3$ yang memenuhi $x < 2$.
– Cabang $x \geq 2$: $2x + 1 = 8 \to x = 3{,}5$, memenuhi $x \geq 2$.
Penyelesaiannya $x = -3$ dan $x = 3{,}5$, tepat dua.
• **(4) Salah.** Contoh penyangkal: $f(0) = 0^2 - 1 = -1 < 0$.
Banyak pernyataan benar: 2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: $f(-3) = 9 - 1 = 8$ ✓ dan $f(3{,}5) = 7 + 1 = 8$ ✓. Pada gambar, garis $y = 8$ memotong grafik tepat di dua titik; titik $x = 3$ berada pada bagian parabola yang tidak berlaku ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0: **Jebakan:** selalu memakai rumus $2x + 1$ untuk masukan negatif, misalnya $f(-2) = -3$, sehingga (2) ditolak; lalu juga menolak (3) karena menghitung tiga penyelesaian.

• B ✗ 1: **Jebakan:** menghitung tiga penyelesaian untuk (3), yaitu -3, 3, dan $3{,}5$, tanpa memeriksa syarat cabang; hanya (2) yang diterima.

• C ✓ 2.

• D ✗ 3: **Jebakan:** menerima (1) karena memakai rumus $x^2 - 1$ untuk $x = 2$ (lupa tanda $\geq$ pada cabang bawah).

• E ✗ 4: **Jebakan:** menerima (1) dan juga (4) karena mengira "kuadrat tidak pernah negatif", lupa ada -1.

Jawaban: C.

No. 16 Kunci: B

Yang diketahui: matriks A dan B berordo 2×2. **Yang ditanya:** hubungan P = jumlah elemen BA dan Q = jumlah elemen AB.

Konsep – perkalian matriks (baris × kolom). Elemen baris ke-i kolom ke-j hasil kali XY diperoleh dari **baris ke-i matriks X** dikali **kolom ke-j matriks Y**: kalikan pasangan yang seletak, lalu jumlahkan. Karena yang diambil baris dari matriks kiri dan kolom dari matriks kanan, umumnya $XY \neq YX$.

Contoh kecil: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 3 + 2\cdot 4 \\ 0\cdot 3 + 1\cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Hitung AB (baris A × kolom B):

• baris 1, kolom 1: $3 \cdot 1 + (-1)(-2) = 3 + 2 = 5$

• baris 1, kolom 2: $3 \cdot 4 + (-1) \cdot 0 = 12$

• baris 2, kolom 1: $2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$

• baris 2, kolom 2: $2 \cdot 4 + 1 \cdot 0 = 8$

Jadi $AB = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ dan $Q = 5 + 12 + 0 + 8 = 25$.

2. Hitung BA (baris B × kolom A):

• baris 1, kolom 1: $1 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 11$

• baris 1, kolom 2: $1 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 = 3$

• baris 2, kolom 1: $(-2) \cdot 3 + 0 \cdot 2 = -6$

• baris 2, kolom 2: $(-2)(-1) + 0 \cdot 1 = 2$

Jadi $BA = \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$ dan $P = 11 + 3 - 6 + 2 = 10$.

3. $P = 10 < 25 = Q$.

Cek ulang: $\det A = 3 \cdot 1 - (-1) \cdot 2 = 5$ dan $\det B = 1 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) = 8$, sehingga determinan AB dan BA harus $5 \times 8 = 40$. Periksa: $\det(AB) = 5 \cdot 8 - 12 \cdot 0 = 40$ ✓ dan $\det(BA) = 11 \cdot 2 - 3 \cdot (-6) = 22 + 18 = 40$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** urutan tertukar, menghitung AB untuk P dan BA untuk Q, sehingga $25 > 10$.

• B ✓ $P = 10 < 25 = Q$.

• C ✗ **Jebakan:** mengira perkalian matriks bersifat komutatif ($AB = BA$), atau mengalikan elemen yang seletak saja ($3 \cdot 1, (-1) \cdot 4, 2 \cdot (-2), 1 \cdot 0$), yang memberi jumlah -5 untuk keduanya.

• D ✗ **Jebakan:** mengira hasil perkalian matriks tidak dapat dibandingkan; padahal kedua hasil kali dapat dihitung pasti.

Jawaban: B.

No. 17 Kunci: C

Yang diketahui: 1 meja → 6 kursi, 2 meja → 10 kursi, 3 meja → 14 kursi (lihat gambar). **Yang ditanya:** banyak kursi untuk 25 meja.

Prasyarat – barisan aritmetika. Barisan yang selisih dua suku berurutannya selalu sama (beda b). Suku ke-n: $U_n = a + (n-1)b$, dengan a suku pertama. Bilangan $(n-1)$ muncul karena dari suku ke-1 ke suku ke-n ada $n-1$ kali "lompatan".
Contoh kecil: $2, 5, 8, \ldots$: $a = 2, b = 3, U_4 = 2 + 3 \times 3 = 11$.

Langkah penyelesaian:

1. Barisan banyak kursi: $6, 10, 14, \ldots$ Selisihnya $10 - 6 = 4$ dan $14 - 10 = 4$, jadi $a = 6$ dan $b = 4$.
2. Mengapa bedanya 4? Setiap meja tambahan memberi 2 kursi di sisi panjang atas dan 2 kursi di sisi panjang bawah, sedangkan kursi di kedua ujung tetap 2.
3. $U_{25} = 6 + (25 - 1) \times 4 = 6 + 96 = 102$.

Cek ulang dengan cara lain (menghitung langsung): 25 meja mempunyai 25 sisi panjang atas dan 25 sisi panjang bawah, masing-masing 2 kursi: $50 \times 2 = 100$ kursi. Ditambah 1 kursi di setiap ujung: $100 + 2 = 102$ ✓. Rumus umumnya $U_n = 4n + 2$; cek $n = 3$: 14 ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 98: **Jebakan:** menghitung kursi sisi panjang untuk 24 meja saja ($4 \times 24 = 96$) lalu menambah 2 kursi ujung.

• B ✗ 100: **Jebakan:** lupa 2 kursi di kedua ujung rangkaian.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C ✓ 102.
• D ✗ 106: **Jebakan:** memakai $U_n = a + nb = 6 + 25 \times 4$ (seharusnya $n - 1$).
• E ✗ 150: **Jebakan:** mengira setiap meja tetap 6 kursi (25×6), padahal kursi di sisi pendek yang bersambung hilang.

Jawaban: C.

No. 18 Kunci: 2744

Yang ditanya: jumlah bilangan antara 100 dan 300 yang habis dibagi 7 **dan** ganjil.

Prasyarat 1 – deret aritmetika (cara Gauss). Jumlah n suku pertama $S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$: pasangkan suku pertama dengan suku terakhir, suku kedua dengan suku kedua dari belakang, dan seterusnya; setiap pasangan berjumlah sama.
Contoh kecil: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 3 \times 7 = 21$ (tiga pasangan, masing-masing berjumlah 7).
Prasyarat 2 – ganjil × ganjil. Kelipatan 7 berbentuk $7k$. Karena 7 ganjil, $7k$ ganjil hanya bila k ganjil. Jadi kelipatan 7 yang ganjil muncul **selang-seling**, dengan beda 14.

Langkah penyelesaian:
1. Kelipatan 7 pertama yang lebih dari 100: $7 \times 15 = 105$ (ganjil). ($7 \times 14 = 98$ kurang dari 100.)
2. Kelipatan 7 terakhir yang kurang dari 300: $7 \times 42 = 294$ (genap), jadi yang ganjil terakhir $7 \times 41 = 287$. ($7 \times 43 = 301$ lebih dari 300.)
3. Barisannya $105, 119, 133, \ldots, 287$ dengan beda 14.
4. Banyak suku: $105 + (n-1) \times 14 = 287 \to (n-1) \times 14 = 182 \to n - 1 = 13 \to n = 14$.
5. Jumlah: $S_{14} = \frac{14}{2}(105 + 287) = 7 \times 392 = 2.744$.

Cek ulang dengan cara lain: bilangannya $7 \times 15, 7 \times 17, \ldots, 7 \times 41$. Ada $\frac{41 - 15}{2} + 1 = 14$ bilangan ganjil dari 15 sampai 41, jumlahnya $\frac{14}{2}(15 + 41) = 7 \times 56 = 392$. Jumlah semuanya $7 \times 392 = 2.744$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Memakai semua kelipatan 7 (beda 7, dari 105 sampai 294, ada 28 suku): $14 \times 399 = 5.586$.
• Salah menghitung banyak suku menjadi $n = 13$ (lupa "+1"): $\frac{13}{2} \times 392 = 2.548$.

Jawaban: 2744.

No. 19 Kunci: D

Yang diketahui: barisan geometri, $U_3 = 12, U_6 = -96$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – barisan geometri. Setiap suku diperoleh dari suku sebelumnya dikali rasio r yang tetap. $U_n = ar^{n-1}$. Jumlah n suku pertama: $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ untuk $r \neq 1$.
Contoh kecil: $2, -4, 8, \ldots$ mempunyai $r = -2$; tanda suku-sukunya berganti-ganti.

Langkah penyelesaian:
1. Dari U_3 ke U_6 ada 3 kali perkalian dengan r: $U_6 = U_3 \cdot r^3$, sehingga $r^3 = \frac{-96}{12} = -8$.
2. Bilangan real yang pangkat tiganya -8 adalah -2, karena $(-2)^3 = -8$. Jadi $r = -2$.
3. $U_3 = ar^2$: $12 = a \times 4$, jadi $a = 3$.
4. Barisannya: $3, -6, 12, -24, 48, -96, \ldots$

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** Rasionya -2, bukan 2.
• **(2) Salah.** Suku pertamanya 3, bukan -3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• **(3) Salah.** $U_5 = 48$ (dari barisan di langkah 4), bukan -48.
• **(4) Benar.** $S_6 = 3 - 6 + 12 - 24 + 48 - 96 = -63$. Dengan rumus:
$S_6 = \dfrac{3\left((-2)^6 - 1\right)}{-2 - 1} = \dfrac{3 \times 63}{-3} = -63$ ✓.
Yang benar hanya (4).

Cek ulang: $U_3 = 3 \times (-2)^2 = 12$ ✓ dan $U_6 = 3 \times (-2)^5 = 3 \times (-32) = -96$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: memuat (1), (2), dan (3). **Jebakan:** menganggap $r^3 = -8$ menghasilkan $r = 2$ (tanda negatif hilang), lalu tanda suku-sukunya ikut kacau.
• B ✗: memuat (1) dan (3). **Jebakan:** sama, memakai $r = 2$ dan mengira U_5 negatif.
• C ✗: memuat (2). **Jebakan:** dari $12 = a \times (-2)^2$ mengira $(-2)^2 = -4$, sehingga $a = -3$.
• D ✓ hanya (4).
• E ✗: (1), (2), dan (3) salah.

Jawaban: D.

No. 20 Kunci: D

Yang diketahui: bilangan ganjil $1, 3, 5, 7, \ldots$ disusun; baris ke-n berisi n bilangan. **Yang ditanya:** jumlah bilangan pada baris ke-12.

Prasyarat 1 – bilangan ganjil ke-k adalah $2k - 1$. Contoh: bilangan ganjil ke-4 adalah $2 \times 4 - 1 = 7$.

Prasyarat 2 – jumlah $1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ (cara Gauss). Contoh:
$1 + 2 + 3 + 4 = \dfrac{4 \times 5}{2} = 10$.

Prasyarat 3 – deret aritmetika: $S_n = \dfrac{n}{2}(U_1 + U_n)$.

Langkah penyelesaian:

1. Banyak bilangan pada baris ke-1 sampai ke-11: $1 + 2 + \cdots + 11 = \dfrac{11 \times 12}{2} = 66$.
2. Jadi bilangan pertama baris ke-12 adalah bilangan ganjil ke-67: $2 \times 67 - 1 = 133$.
3. Baris ke-12 berisi 12 bilangan ganjil berurutan (beda 2). Bilangan terakhirnya $133 + 11 \times 2 = 155$.
4. Jumlah baris ke-12: $\dfrac{12}{2}(133 + 155) = 6 \times 288 = 1.728$.

Cek ulang dengan pola: jumlah baris ke-1: $1 = 1^3$; baris ke-2: $3 + 5 = 8 = 2^3$; baris ke-3: $7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$; baris ke-4: $13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$. Polanya n^3, sehingga baris ke-12: $12^3 = 1.728$ ✓. (Pola ini dipakai sebagai cek, setelah cara lengkap di atas.)

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 144: **Jebakan:** mengira jumlah baris ke-n sama dengan n^2; padahal n^2 adalah jumlah n bilangan ganjil **pertama** ($1 + 3 + \cdots$), bukan jumlah satu baris.
• B ✗ 1.331: **Jebakan:** salah menghitung baris, sebenarnya menjumlahkan baris ke-11 (11^3).
• C ✗ 1.704: **Jebakan:** menganggap bilangan pertama baris ke-12 adalah bilangan ganjil ke-66, yaitu 131: $6 \times (131 + 153) = 1.704$.
• D ✓ 1.728.
• E ✗ 2.197: **Jebakan:** menghitung baris ke-13 (13^3), misalnya karena memulai penomoran baris dari 0.

Jawaban: D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 3.1

No. 1 **Kunci: D**

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) memastikan segitiga ABC siku-siku atau tidak.

Konsep 1 – Luas segitiga dan tinggi. Bila BC dipakai sebagai alas, tinggi adalah jarak tegak lurus titik A ke garis BC. Tinggi itu tidak mungkin lebih panjang dari AB (sisi miring lebih panjang dari sisi tegak). Tinggi sama dengan AB hanya bila $AB \perp BC$, yaitu $\angle B = 90^\circ$.

Contoh kecil: sisi 3 dan 4 mengapit sudut siku-siku memberi luas $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$; bila sudutnya bukan siku-siku, luasnya kurang dari 6.

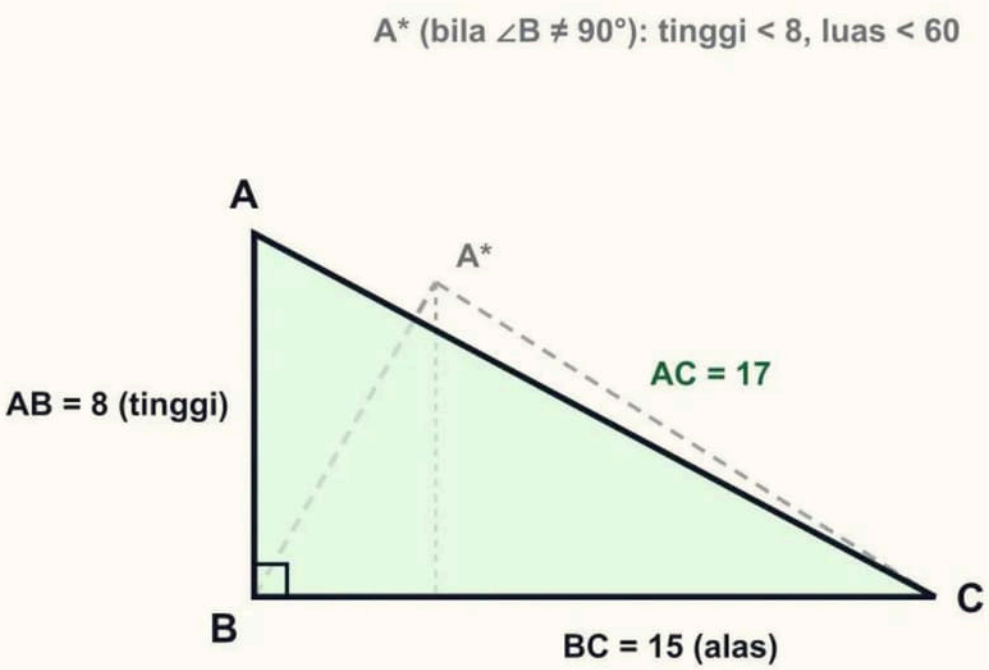
Konsep 2 – Jumlah sudut segitiga $= 180^\circ$.

Konsep 3 – Kecukupan data. Cukup berarti jawabannya pasti, untuk semua segitiga yang memenuhi.

Langkah penyelesaian:

1. **Uji pernyataan (1): luas 60 cm².** Dengan alas $BC = 15$: $\frac{1}{2} \times 15 \times t = 60$, sehingga tinggi $t = 8$. Tinggi t sama dengan $AB = 8$, padahal tinggi hanya dapat sama dengan AB bila AB tegak lurus BC. Jadi $\angle B = 90^\circ$ pasti → **cukup** (jawabannya "ya").

(Cara lain dengan trigonometri: luas $= \frac{1}{2} \times 8 \times 15 \times \sin B = 60 \sin B = 60$, sehingga $\sin B = 1$ dan $\angle B = 90^\circ$.)



2. **Uji pernyataan (2):** $\angle B = \angle A + \angle C$. Dari $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$: $\angle B + \angle B = 180^\circ$, jadi $\angle B = 90^\circ$ pasti → **cukup** (jawabannya "ya").

3. Masing-masing pernyataan cukup.

Cek ulang: bila $\angle B = 90^\circ$, sisi miring $AC = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ dan luasnya $\frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$, cocok dengan pernyataan (1) ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** mengira (2) tidak cukup karena besar setiap sudut tidak diketahui; padahal jumlah

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

sudut 180° sudah memastikan $\angle B = 90^\circ$.

• B ✗ **Jebakan:** mengira (1) tidak cukup karena panjang AC tidak diketahui, sehingga tidak dapat memakai teorema Pythagoras.

• C ✗ tidak perlu digabung; masing-masing sudah cukup.

• D ✓ masing-masing cukup.

• E ✗ **Jebakan:** merasa harus mengetahui ketiga sisi untuk memakai kebalikan teorema Pythagoras.

Jawaban: D.

Latihan sub bab 3.2

No. 1 **Kunci: D**

Yang diketahui: $B(10,1), C(7,5), D(3,5), BC = 5$. **Yang ditanya:** jarak D ke garis BC, yaitu panjang ruas tegak lurus dari D ke garis BC.

Konsep – Satu segitiga, dua pasangan alas-tinggi. Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$, dan tinggi selalu tegak lurus alasnya (boleh jatuh pada perpanjangan alas). Sisi mana pun boleh dipilih sebagai alas; luasnya tetap sama.

Jadi bila luas diketahui dan alasnya BC, tinggi dari D ke $BC = \frac{2 \times \text{luas}}{BC}$.

Contoh kecil: segitiga berluas 12 dengan sisi 6 mempunyai tinggi ke sisi itu $\frac{2 \times 12}{6} = 4$.

Langkah penyelesaian:

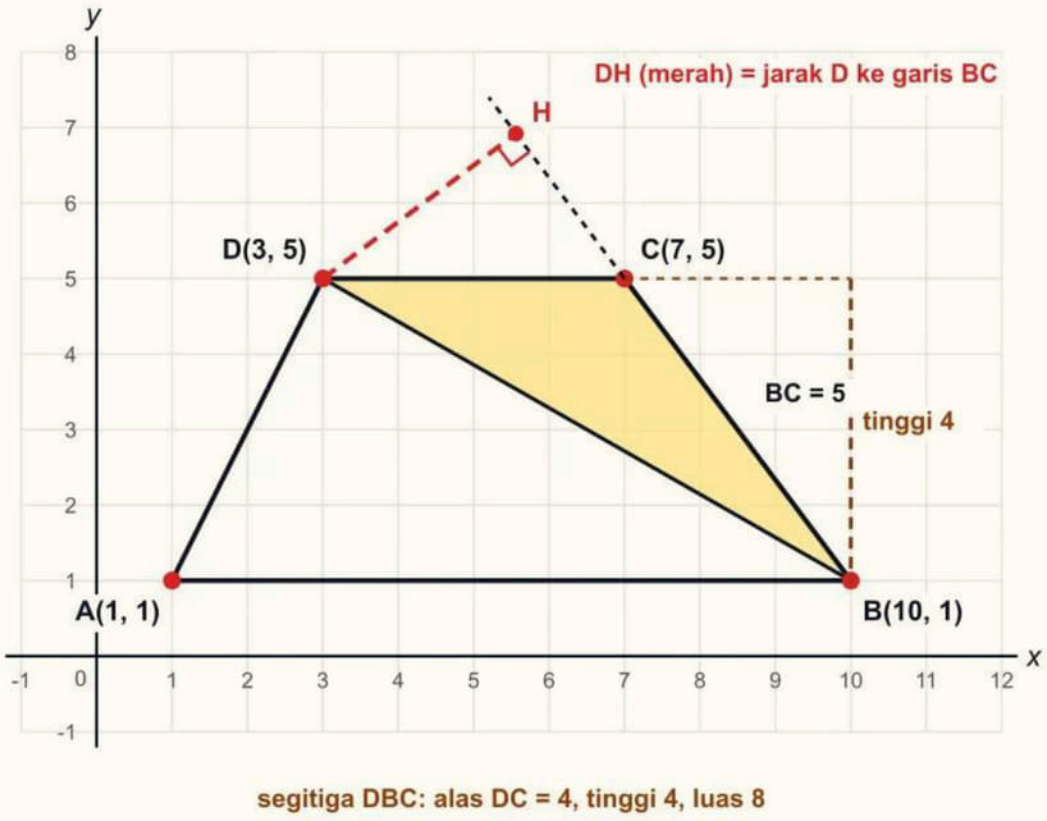
1. Hitung luas segitiga DBC dengan alas DC yang mendatar: $DC = 7 - 3 = 4$. Tinggi dari B ke garis DC $(y = 5)$ adalah selisih y: $5 - 1 = 4$.

Luas $DBC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$.

2. Sekarang pakai $BC = 5$ sebagai alas. Misalkan jarak D ke garis BC adalah h. Maka $\frac{1}{2} \times 5 \times h = 8$.

3. Kalikan kedua ruas dengan 2: $5h = 16$. Bagi dengan 5: $h = \frac{16}{5} = 3{,}2$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Perhatikan gambar: kaki tegak lurus H jatuh pada perpanjangan BC, karena itulah soal menyebut "garis yang memuat sisi BC".

Cek ulang: garis BC adalah $4x + 3y = 43$ (soal nomor 6). Rumus jarak titik ke garis memberi $\dfrac{|4(3) + 3(5) - 43|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \dfrac{|27 - 43|}{5} = \dfrac{16}{5} = 3{,}2$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $10{,}4$: **Jebakan:** memakai luas trapesium $ABCD$ (26), bukan luas segitiga DBC: $\dfrac{2 \times 26}{5}$.
- B ✗ $5{,}2$: **Jebakan:** memakai luas trapesium dan lupa mengalikan 2: $\dfrac{26}{5}$.
- C ✗ 4: **Jebakan:** memakai tinggi trapesium (jarak D ke garis AB), bukan jarak ke garis BC.
- D ✓ $3{,}2$.
- E ✗ $1{,}6$: **Jebakan:** lupa mengalikan 2, yaitu $\dfrac{8}{5}$.

Jawaban: D.

No. 2 Kunci: E

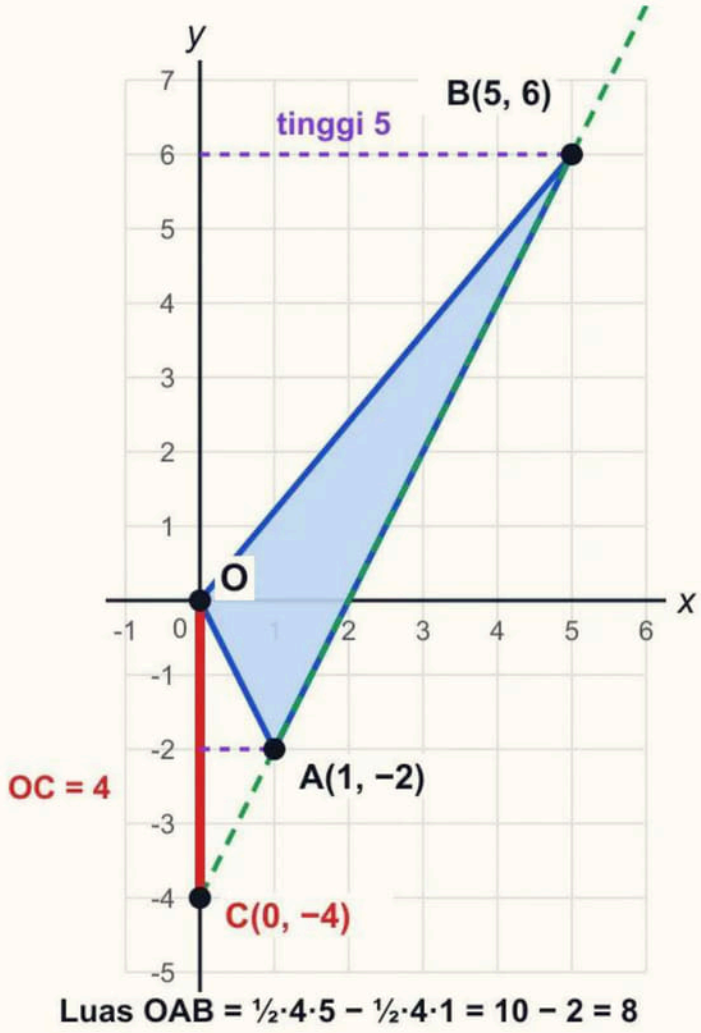
Yang diketahui: A dan B titik potong grafik f dan g; $O(0, 0)$. **Yang ditanya:** luas segitiga OAB.

Konsep 1 – Luas segitiga $= \dfrac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi, dengan tinggi diukur **tegak lurus** terhadap alas.

Konsep 2 – Alas pada sumbu y. Bila alas segitiga terletak pada sumbu y, tingginya adalah jarak mendatar titik puncak ke sumbu y, yaitu nilai absisnya (tanpa tanda negatif).
Contoh kecil: segitiga dengan titik $(0, 0)$, $(0, 4)$, dan $(3, 1)$ beralas 4 dan bertinggi 3, jadi luasnya $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Titik potong: $x^2 - 4x + 1 = 2x - 4 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow (x-1)(x-5) = 0$. Jadi $A(1, -2)$ dan $B(5, 6)$ (ordinat dari $g(1) = -2$ dan $g(5) = 6$).
2. Garis AB adalah grafik $g(x) = 2x - 4$. Garis ini memotong sumbu y di $C(0, -4)$, karena $g(0) = -4$.
3. Pada garis itu urutan titiknya C ($x = 0$), lalu A ($x = 1$), lalu B ($x = 5$). Jadi segitiga OAB = segitiga OCB dikurangi segitiga OCA.
4. Kedua segitiga beralas OC pada sumbu y, panjangnya $0 - (-4) = 4$.
5. Segitiga OCB: tinggi $= 5$ (absis B). Luas $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$.
6. Segitiga OCA: tinggi $= 1$ (absis A). Luas $= \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$.
7. Luas $OAB = 10 - 2 = 8$.



Cek ulang (cara kotak): buat persegi panjang dengan sisi $x = 0, x = 5, y = -2, y = 6$; luasnya $5 \times 8 = 40$. Di luar segitiga ada tiga segitiga siku-siku: $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ (atas), $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$ (kanan), dan $\frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$ (kiri bawah). Luas $OAB = 40 - 15 - 16 - 1 = 8$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 20: **Jebakan:** lupa $\frac{1}{2}$ dan hanya memakai segitiga OCB: $4 \times 5 = 20$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B ✗ 16: **Jebakan:** lupa $\frac{1}{2}$: $4 \times (5-1) = 16$.

• C ✗ 12: **Jebakan:** menjumlahkan $10 + 2$. Karena A dan B berada di sisi yang sama dari sumbu y, luas OCA harus dikurangkan, bukan ditambahkan.

• D ✗ 10: **Jebakan:** menganggap segitiga OAB sama dengan segitiga OCB.

• E ✓ 8.

Jawaban: E.

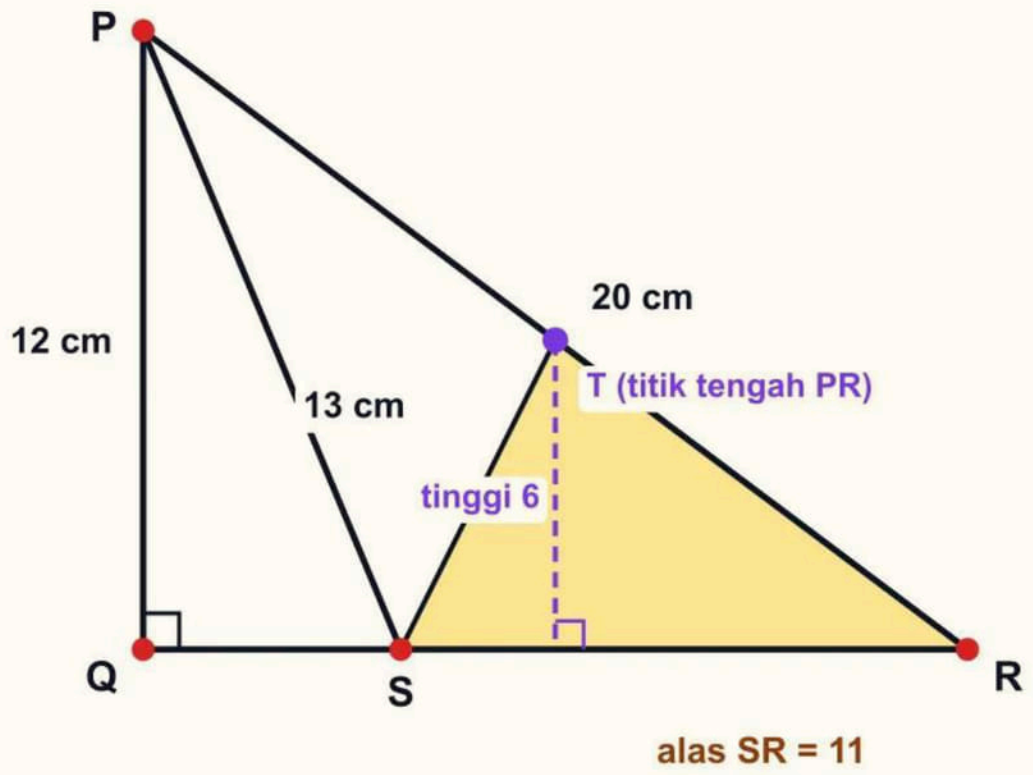
No. 3 Kunci: A

Yang diketahui: $PQ = 12, QS = 5, QR = 16, SR = 11$ (dari soal nomor 6); T titik tengah PR.
Yang ditanya: luas segitiga STR.

Konsep 1 – Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi, dengan tinggi tegak lurus alas.

Konsep 2 – Titik tengah dan tinggi. Bila T titik tengah PR, maka jarak T ke garis QR adalah setengah jarak P ke garis QR. Alasannya: dari R ke P tinggi naik sebanyak PQ secara merata, dan T berada di tengah perjalanan.
Contoh kecil: bila P berada 10 satuan di atas alas dan R tepat pada alas, titik tengah PR berada 5 satuan di atas alas.

Langkah penyelesaian:
1. Alas segitiga STR: $SR = 11$ cm (terletak pada garis QR).
2. Tinggi segitiga STR = jarak T ke garis QR = $\frac{1}{2} \times PQ = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ cm.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Luas $STR = \frac{1}{2} \times 11 \times 6 = 33$ cm².

Cek ulang (cara lain): luas segitiga $PSR = \frac{1}{2} \times SR \times PQ = \frac{1}{2} \times 11 \times 12 = 66$. Ruas ST menghubungkan S dengan titik tengah sisi di depannya, sehingga membagi segitiga PSR menjadi dua segitiga yang alasnya sama ($PT = TR$) dan tingginya sama. Jadi luas $STR = \frac{66}{2} = 33$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 33.
• B ✗ 48: **Jebakan:** mengira T membagi segitiga besar PQR menjadi dua sama besar: $\frac{1}{2} \times 96 = 48$. Segitiga STR hanya bagian dari segitiga PSR, bukan setengah PQR.
• C ✗ 66: **Jebakan:** menghitung luas segitiga PSR, lupa bahwa puncaknya T (tinggi 6), bukan P (tinggi 12).
• D ✗ 96: **Jebakan:** menghitung luas seluruh segitiga PQR: $\frac{1}{2} \times 16 \times 12$.
• E ✗ 132: **Jebakan:** memakai tinggi 12 dan lupa mengalikan $\frac{1}{2}$: 11×12.

Jawaban: A.

No. 4 Kunci: A

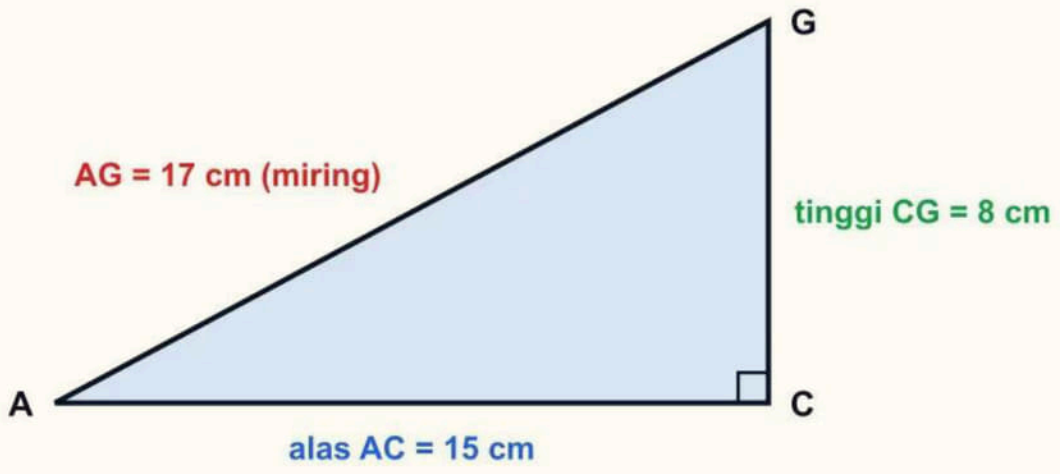
Yang diketahui: $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm, $CG = 8$ cm (dari luas $BCGF$). **Yang ditanya:** luas segitiga ACG.

Konsep 1 – Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi, dengan tinggi **tegak lurus** alas.

Contoh kecil: segitiga siku-siku dengan sisi siku 6 dan 4 berluas $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$.

Konsep 2 – Segitiga dalam balok. Rusuk tegak CG tegak lurus semua garis pada alas yang melalui C, termasuk AC. Jadi segitiga ACG siku-siku di C, dan dua sisi sikunya (AC dan CG) dapat dipakai sebagai alas dan tinggi.

Langkah penyelesaian:
1. Diagonal alas $AC = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$ cm.
2. Segitiga ACG siku-siku di C, dengan sisi siku $AC = 15$ cm dan $CG = 8$ cm.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Luas $= \frac{1}{2} \times AC \times CG = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = \frac{1}{2} \times 120 = 60\,\text{cm}^2$.

Cek ulang: segitiga ACG adalah separuh bidang diagonal $ACGE$ (persegi panjang $15 \times 8 = 120$ cm²), jadi luasnya $120 : 2 = 60$ cm² ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ 60.

• B ✗ 68: **Jebakan:** memakai sisi miring $AG = 17$ sebagai alas dengan tinggi CG: $\frac{1}{2} \times 17 \times 8$. Tinggi CG tidak tegak lurus AG.

• C ✗ 84: **Jebakan:** mengira $AC = AB + BC = 21$ (berjalan menyusuri rusuk), sehingga $\frac{1}{2} \times 21 \times 8$.

• D ✗ 120: **Jebakan:** lupa mengalikan $\frac{1}{2}$; 120 adalah luas bidang diagonal $ACGE$.

• E ✗ 127,5: **Jebakan:** memakai AG dan AC sebagai alas dan tinggi: $\frac{1}{2} \times 17 \times 15$. Kedua sisi ini tidak saling tegak lurus.

Jawaban: A.

Latihan sub bab 3.3

No. 1 **Kunci: B**

Yang diketahui: $A(1,1)$, $B(10,1)$, $C(7,5)$, $D(3,5)$, dengan AB sejajar DC. **Yang ditanya:** luas $ABCD$.

Konsep 1 – Panjang ruas mendatar dan tinggi. Ruas yang kedua ujungnya ber-y sama adalah ruas mendatar; panjangnya = selisih koordinat x. Jarak antara dua garis mendatar = selisih koordinat y. Contoh kecil: ruas dari $(2,3)$ ke $(8,3)$ panjangnya $8 - 2 = 6$.

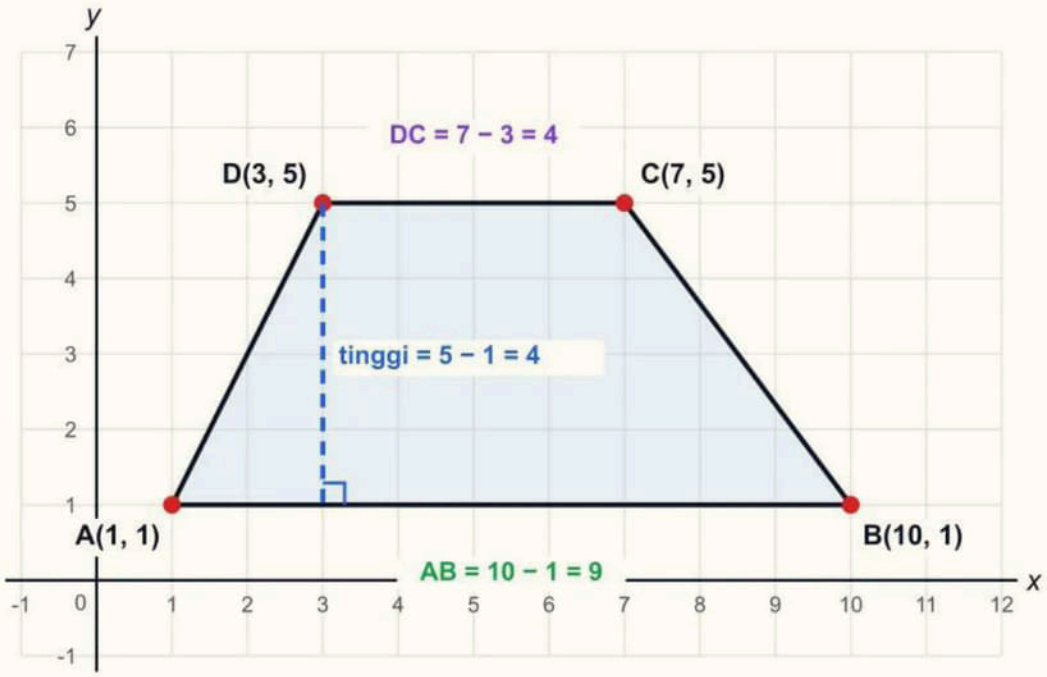
Konsep 2 – Luas trapesium. Segiempat dengan sepasang sisi sejajar adalah trapesium. Luasnya $= \frac{(\text{sisi sejajar } 1 + \text{sisi sejajar } 2)}{2} \times \text{tinggi}$, dengan tinggi = jarak tegak lurus antara kedua sisi sejajar.

Contoh kecil: sisi sejajar 6 dan 2, tinggi 3: luas $= \frac{6+2}{2} \times 3 = 12$.

Langkah penyelesaian:

1. AB mendatar (ber-y 1): panjang $AB = 10 - 1 = 9$.
2. DC mendatar (ber-y 5): panjang $DC = 7 - 3 = 4$.
3. Tinggi = jarak garis $y = 5$ ke garis $y = 1$: $5 - 1 = 4$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



4. Luas $= \dfrac{9+4}{2} \times 4 = \dfrac{13}{2} \times 4 = 26$.

Cek ulang (cara lain): potong trapesium menjadi persegi panjang di tengah (x dari 3 sampai 7): $4 \times 4 = 16$; segitiga kiri (alas $3-1=2$, tinggi 4): $\dfrac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$; segitiga kanan (alas $10-7=3$, tinggi 4): $\dfrac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$. Jumlah $16+4+6=26$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 16: **Jebakan:** hanya menghitung persegi panjang di tengah ($DC \times$ tinggi), dua segitiga di pinggir terlupa.

• B ✓ 26.

• C ✗ $32{,}5$: **Jebakan:** memakai panjang sisi miring $BC = 5$ sebagai tinggi: $\dfrac{13}{2} \times 5$. Tinggi harus tegak lurus sisi sejajar.

• D ✗ 36: **Jebakan:** menganggap bangunnya persegi panjang $AB \times$ tinggi $= 9 \times 4$.

• E ✗ 52: **Jebakan:** lupa membagi 2: $(9+4) \times 4$.

Jawaban: B.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: trapesium sama kaki (sisi sejajar 6 dan 18, kaki 10); persegi panjang (keliling 40, panjang 12). **Yang ditanya:** hubungan P (luas trapesium) dan Q (luas persegi panjang).

Konsep 1 – Luas trapesium $= \dfrac{a+b}{2} \times t$, dengan a dan b sisi sejajar dan t jarak **tegak lurus** antara keduanya (bukan panjang kaki).

Konsep 2 – Tinggi trapesium sama kaki. Tarik garis tinggi dari kedua ujung sisi pendek ke sisi panjang. Sisi panjang terbagi menjadi tiga bagian: x, sisi pendek, dan x, dengan $x = \dfrac{18-6}{2}$. Kaki, tinggi, dan x membentuk segitiga siku-siku, sehingga tinggi dicari dengan Pythagoras.

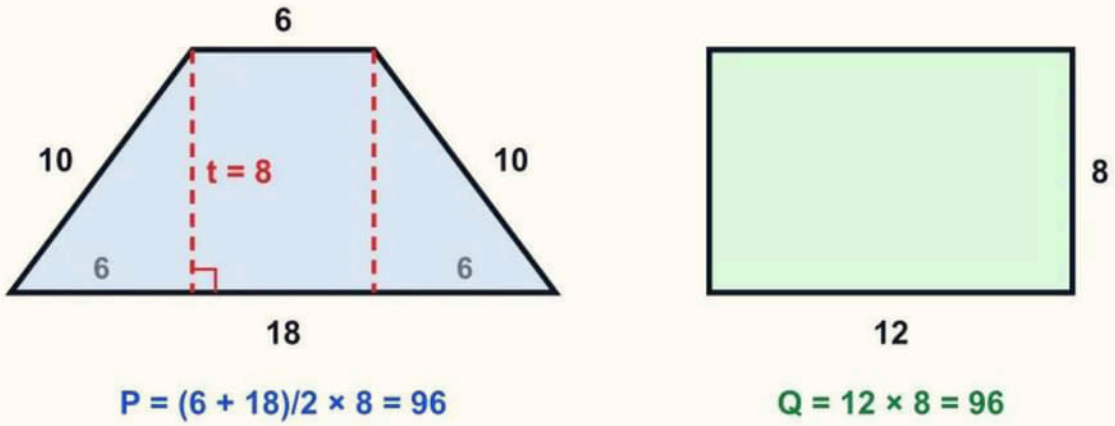
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil Pythagoras: segitiga siku-siku dengan sisi miring 5 dan satu sisi 3 memiliki sisi lain $\sqrt{25-9}=4$.

Konsep 3 – Persegi panjang: keliling $=2(p+l)$ dan luas $=p\times l$.

Langkah penyelesaian:

1. $x=\dfrac{18-6}{2}=\dfrac{12}{2}=6$ cm.
2. Tinggi: $t=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$ cm.
3. $P=\dfrac{6+18}{2}\times 8=12\times 8=96$.
4. Persegi panjang: $2(12+l)=40\rightarrow 12+l=20\rightarrow l=8$ cm.
5. $Q=12\times 8=96$.
6. Jadi $P=Q$.



Cek ulang: $6^2+8^2=36+64=100=10^2$ ✓ (segitiga siku-siku benar). Keliling persegi panjang $2(12+8)=40$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ : **Jebakan:** memakai panjang kaki (10) sebagai tinggi, sehingga $P=12\times 10=120>96$.
- B ✗ : **Jebakan:** lebar persegi panjang dihitung $40-2\times 12=16$ (lupa membagi dua), sehingga $Q=192$.
- C ✓ $P=Q=96$.
- D ✗ : **Jebakan:** mengira bentuk trapesium belum pasti. Sisi sejajar dan panjang kaki yang sama sudah menentukan tingginya.

Jawaban: C.

Latihan sub bab 3.4

No. 1 Kunci: B

Yang diketahui: jari-jari 6 cm; C pada busur besar AB; $\angle ACB=30^\circ$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Sudut pusat dan sudut keliling. Sudut keliling ($\angle ACB$, titik sudutnya pada lingkaran) dan sudut pusat ($\angle AOB$, titik sudutnya di pusat) yang menghadap busur yang sama memenuhi: sudut pusat $=2\times$ sudut keliling.
Akibatnya, semua sudut keliling yang menghadap busur yang sama besarnya sama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: sudut keliling 40° menghadap busur yang sudut pusatnya 80°.

Konsep 2 – Luas juring $= \dfrac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times \pi r^2$.

Konsep 3 – Segitiga sama kaki. $OA = OB = r$, jadi segitiga AOB sama kaki; bila sudut puncaknya 60°, kedua sudut alasnya $\dfrac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$, sehingga segitiga itu sama sisi.

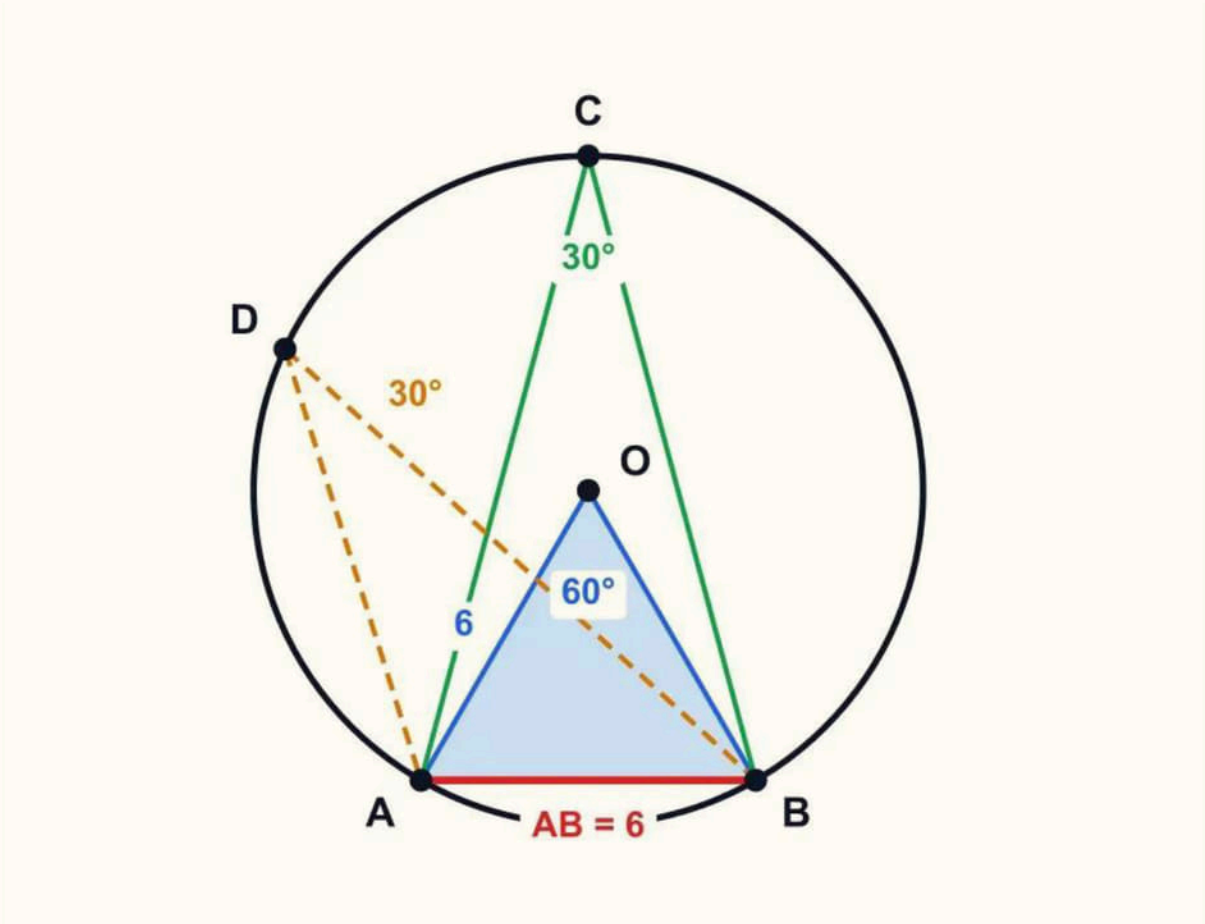
Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** $\angle AOB = 2 \times \angle ACB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$.
Jebakan: mengira sudut pusat sama dengan sudut keliling (30°).

• **(2) Salah.** Luas juring $= \dfrac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 6^2 = \dfrac{1}{6} \times 36\pi = 6\pi$ cm², bukan 3π.
Jebakan: memakai sudut keliling 30° di rumus juring: $\dfrac{30}{360} \times 36\pi = 3\pi$.

• **(3) Benar.** Segitiga AOB mempunyai $OA = OB = 6$ dan sudut puncak 60°, jadi sama sisi (Konsep 3). Maka $AB = 6$ cm.

• **(4) Salah.** $\angle ADB$ juga sudut keliling yang menghadap busur kecil AB, jadi besarnya sama dengan $\angle ACB = 30^\circ$, bukan 60°.
Jebakan: menyamakan sudut keliling di D dengan sudut pusat.



Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: keliling lingkaran 12π; busur kecil $AB = \dfrac{60}{360} \times 12\pi = 2\pi$. Tali busur $AB = 6$ lebih pendek daripada busurnya $(2\pi \approx 6{,}28)$ ✓, sesuai sifat tali busur lebih pendek daripada busur.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (2) yang salah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B ✓ (1) dan (3).
• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** tertukar antara sudut pusat dan sudut keliling (memakai 30° untuk juring, 60° untuk sudut di D).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** mengira $\angle ADB$ dua kali $\angle ACB$ karena letak D berbeda dari C.
• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: pusat $P(3,2)$, $A(7,5)$, $B(0,6)$, jari-jari 5 (soal nomor 6). **Yang ditanya:** luas juring kecil APB.

Konsep 1 – Dua garis tegak lurus. Dua garis (tidak tegak/vertikal) saling tegak lurus bila hasil kali gradiennya -1.

Contoh kecil: gradien 2 dan $-\dfrac{1}{2}$ memberi $2 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1$, jadi kedua garis tegak lurus.

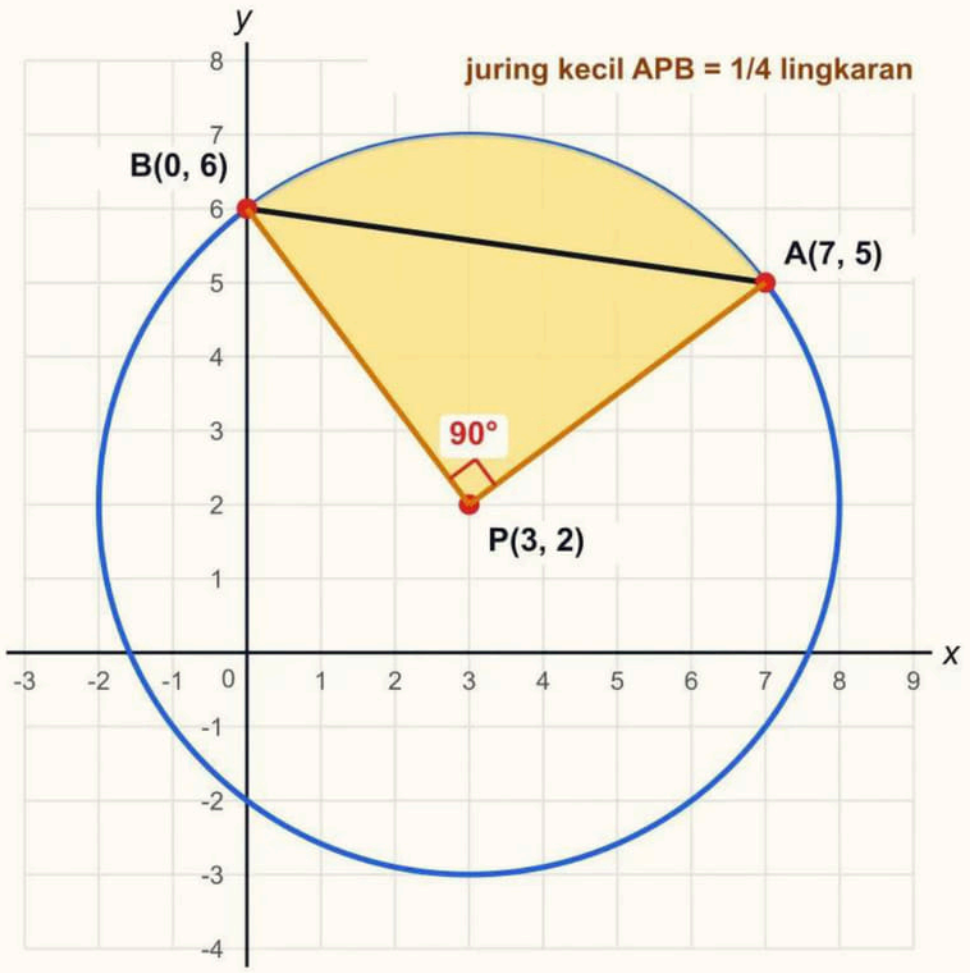
Konsep 2 – Luas juring. Juring dengan sudut pusat θ mempunyai luas $\dfrac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$. Bandingkan dengan panjang busur $\dfrac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$: luas memakai r^2, busur memakai $2r$.

Contoh kecil: juring 60° pada lingkaran berjari-jari 6: luas $\dfrac{60}{360} \times 36\pi = 6\pi$.

Langkah penyelesaian:

1. Gradien $PA = \dfrac{5-2}{7-3} = \dfrac{3}{4}$.
2. Gradien $PB = \dfrac{6-2}{0-3} = \dfrac{4}{-3} = -\dfrac{4}{3}$.
3. Hasil kali: $\dfrac{3}{4} \times \left(-\dfrac{4}{3}\right) = -1$. Jadi $PA \perp PB$ dan sudut pusat $\angle APB = 90^\circ$.
4. Luas juring kecil $= \dfrac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 5^2 = \dfrac{1}{4} \times 25\pi = \dfrac{25\pi}{4}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang (Pythagoras): bila sudut P siku-siku, maka $AB^2 = PA^2 + PB^2 = 25 + 25 = 50$. Hitung langsung: $AB^2 = (7-0)^2 + (5-6)^2 = 49 + 1 = 50$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\frac{5\pi}{2}$: **Jebakan:** memakai rumus panjang busur $\frac{1}{4} \times 2\pi \times 5$, bukan rumus luas.
- B ✗ $\frac{25\pi}{6}$: **Jebakan:** karena $PA = PB$, segitiga PAB dikira sama sisi sehingga sudut pusat dianggap 60°. Padahal $AB = \sqrt{50} \neq 5$.
- C ✓ $\frac{25\pi}{4}$.
- D ✗ $\frac{25\pi}{2}$: **Jebakan:** mengira AB diameter sehingga juring dianggap setengah lingkaran.
- E ✗ $\frac{75\pi}{4}$: **Jebakan:** menghitung juring besar (270°), padahal yang ditanya juring kecil.

Jawaban: C.

No. 3 Kunci: D

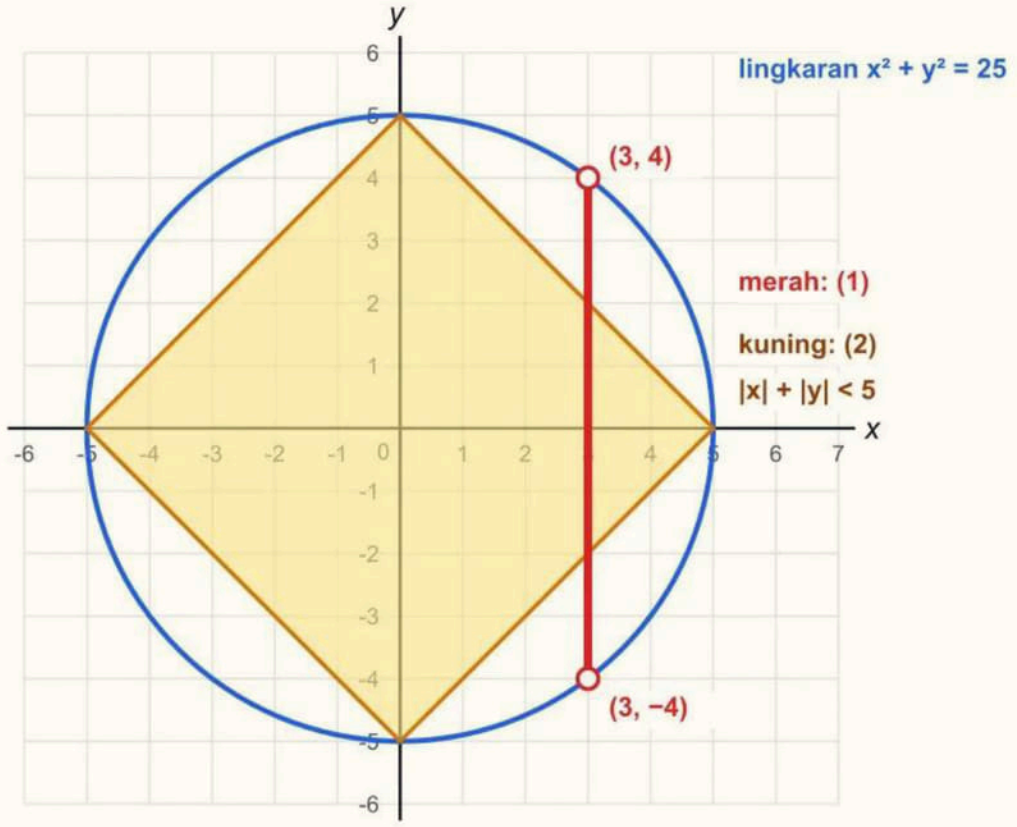
Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu T di dalam lingkaran atau tidak.

Konsep 1 – Titik di dalam lingkaran. Titik $T(a, b)$ di dalam lingkaran berpusat $O(0, 0)$ berjari-jari 5 bila jaraknya ke O kurang dari 5: $\sqrt{a^2 + b^2} < 5$, atau $a^2 + b^2 < 25$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: $(3, 3)$: $9 + 9 = 18 < 25$, jadi di dalam. $(4, 4)$: $16 + 16 = 32 > 25$, jadi di luar.
Konsep 2 – Kecukupan data. Cukup berarti jawabannya pasti sama untuk semua titik yang memenuhi pernyataan.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1):** $a = 3$ **dan** $-4 < b < 4$. Maka $a^2 = 9$. Karena $-4 < b < 4$, nilai $b^2 < 16$ (misalnya $b = 3{,}9$ memberi $b^2 = 15{,}21$). Jadi $a^2 + b^2 < 9 + 16 = 25$. Titik T pasti di dalam → **cukup**.
Perhatikan: ujung $(3, 4)$ dan $(3, -4)$ tepat pada lingkaran, tetapi ujung itu tidak termasuk karena tandanya "$<$".
2. **Uji pernyataan (2):** $|a| + |b| < 5$. Kuadratkan: $(|a| + |b|)^2 = a^2 + 2|a||b| + b^2 < 25$. Karena $2|a||b| \geq 0$, maka $a^2 + b^2 \leq (|a| + |b|)^2 < 25$. Titik T pasti di dalam → **cukup**.



Pada gambar, daerah $|a| + |b| < 5$ berbentuk belah ketupat yang titik-titik ujungnya $(\pm 5, 0)$ dan $(0, \pm 5)$ menyentuh lingkaran, dan seluruh bagian dalamnya berada di dalam lingkaran.
3. Masing-masing pernyataan cukup.

Cek ulang: contoh (1): $T(3;\ 3{,}5) \to 9 + 12{,}25 = 21{,}25 < 25$ ✓. Contoh (2): $T(4;\ 0{,}9) \to 4 + 0{,}9 = 4{,}9 < 5$ dan $16 + 0{,}81 = 16{,}81 < 25$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** mengira (2) tidak cukup karena a boleh mendekati 5; padahal saat a mendekati 5, nilai b harus mendekati 0.

• B ✗ **Jebakan:** mengira (1) tidak cukup karena b tidak diketahui angkanya; batas $-4 < b < 4$ sudah menjamin.

• C ✗ tidak perlu digabung; masing-masing sudah cukup.

• D ✓ masing-masing cukup.

• E ✗ **Jebakan:** tidak mengubah syarat "di dalam lingkaran" menjadi $a^2 + b^2 < 25$.

Jawaban: D.

Latihan sub bab 3.5

No. 1 Kunci: C

Yang diketahui: volume bola 36π cm^3; wadah tabung: jari-jari 4 cm, volume 112π cm^3. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep:

• Volume bola $= \frac{4}{3}\pi r^3$; luas permukaan bola $= 4\pi r^2$; diameter $= 2r$.

• Volume tabung $= \pi r^2 t$.

• Bola muat seluruhnya di dalam tabung bila diameter bola tidak lebih dari diameter alas **dan** tidak lebih dari tinggi tabung.

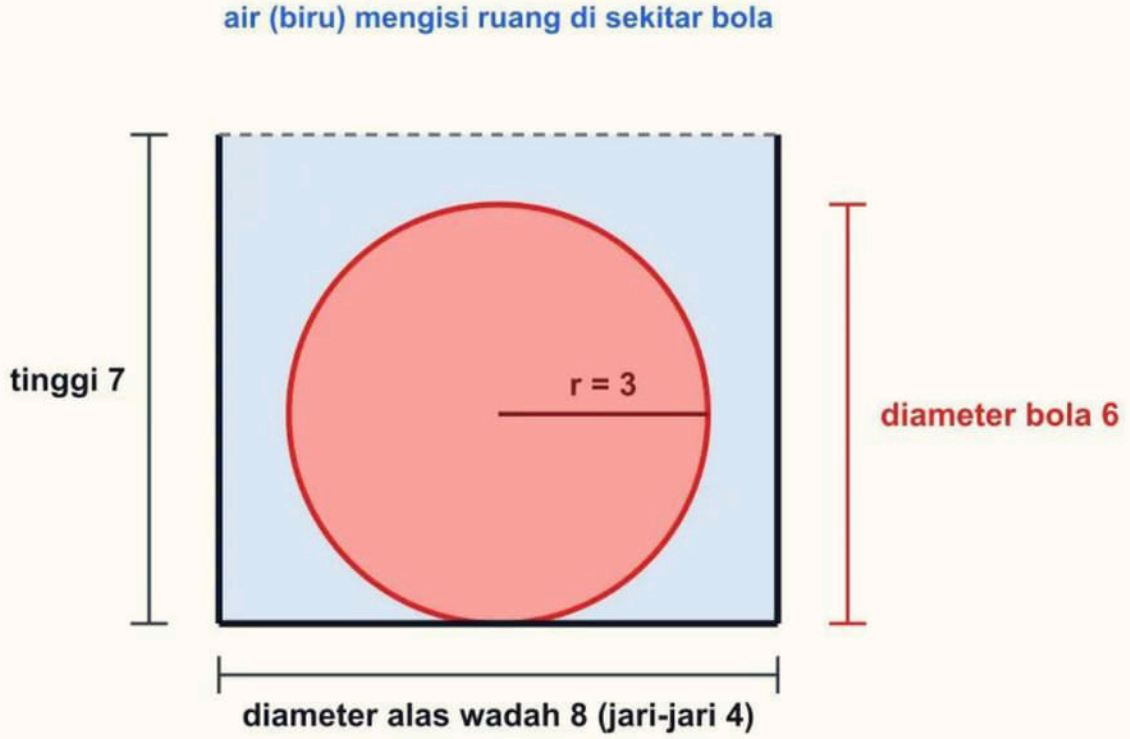
Contoh kecil: bola berjari-jari 2 (diameter 4) muat di tabung berjari-jari 3 dan tinggi 5, karena $4 \leq 6$ dan $4 \leq 5$.

Langkah penyelesaian:

1. Jari-jari bola: $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi$. Bagi dengan π: $\frac{4}{3}r^3 = 36$. Kalikan $\frac{3}{4}$: $r^3 = 27$, jadi $r = 3$ (karena $3 \times 3 \times 3 = 27$). Diameter bola 6 cm.

2. Tinggi wadah: $\pi \times 4^2 \times t = 112\pi \rightarrow 16t = 112 \rightarrow t = 7$ cm. Diameter alas wadah 8 cm.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Uji tiap pernyataan:

• **(1) Salah.** Jari-jari bola 3, dan 3 tidak lebih dari 4.
Jebakan: menyelesaikan $r^2 = 27$ (memakai pangkat dua), sehingga $r \approx 5{,}2$ dan mengira (1) benar.

• **(2) Benar.** Diameter bola $6 \leq 8$ (lebar wadah) dan $6 \leq 7$ (tinggi wadah), jadi bola masuk seluruhnya.

• **(3) Salah.** Luas permukaan $= 4\pi \times 3^2 = 36\pi$, dan $36\pi < 40\pi$.
Jebakan: memakai diameter 6 sebagai jari-jari: $4\pi \times 36 = 144\pi$, sehingga mengira (3) benar.

• **(4) Benar.** Bola tenggelam seluruhnya (tingginya 6, wadah 7), jadi bola menempati 36π cm^3 dari ruang wadah. Air yang masih dapat dituangkan $= 112\pi - 36\pi = 76\pi$ cm^3.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $\frac{4}{3}\pi \times 27 = 36\pi$ ✓ dan $\pi \times 16 \times 7 = 112\pi$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah.

• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** gabungan dua kesalahan di atas ($r^2 = 27$ dan diameter dipakai sebagai jari-jari).

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** menganggap bola tidak muat karena hanya membandingkan volume, atau lupa memeriksa tinggi wadah.

• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 2 Kunci: 1B 2S 3B

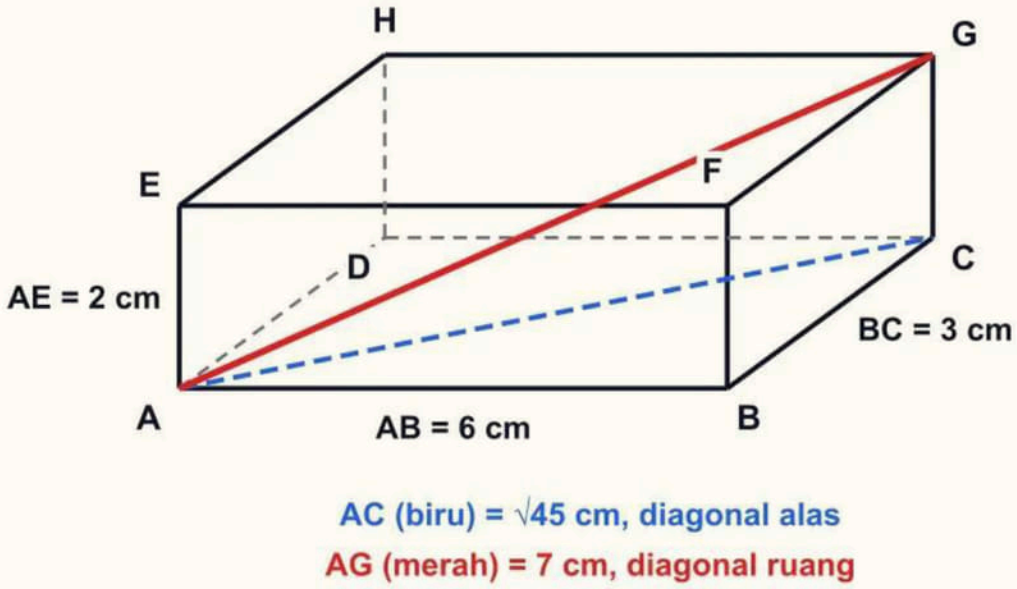
Yang diketahui: balok $6 \times 3 \times 2$ (cm). **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Diagonal balok. Diagonal sisi alas $AC = \sqrt{p^2 + l^2}$. Diagonal ruang AG adalah sisi miring segitiga siku-siku ACG (siku-siku di C, karena rusuk CG tegak lurus alas), sehingga $AG = \sqrt{AC^2 + t^2} = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: kubus rusuk 1 mempunyai diagonal ruang $\sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$.
Konsep 2 – Luas permukaan balok $= 2(pl + pt + lt)$: ada tiga pasang sisi yang sama, sehingga dikalikan 2.
Konsep 3 – Luas permukaan kubus $= 6s^2$ (enam persegi berukuran $s \times s$).

Pernyataan 1 – Benar. $AC = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$. Lalu $AG = \sqrt{45 + 2^2} = \sqrt{49} = 7$ cm.



Jebakan: berhenti di diagonal sisi $AC = \sqrt{45}$ dan menganggapnya diagonal ruang.

Pernyataan 2 – Salah. Luas permukaan
$= 2(6 \times 3 + 6 \times 2 + 3 \times 2) = 2(18 + 12 + 6) = 2 \times 36 = 72$ cm².
Jebakan: lupa mengalikan 2 sehingga mendapat 36 (angka ini juga sama dengan volume $6 \times 3 \times 2 = 36$ cm³, sehingga makin menggoda).

Pernyataan 3 – Benar. Luas kubus $= 72$: $6s^2 = 72$, $s^2 = 12$, $s = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$ cm.
Jebakan: memakai luas yang salah (36), sehingga $s^2 = 6$ dan $s = \sqrt{6}$; atau menyamakan volume, sehingga $s = \sqrt[3]{36}$.

Cek ulang: $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$ dan $6 \times 12 = 72$ ✓. $6^2 + 3^2 + 2^2 = 49 = 7^2$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm, luas sisi $BCGF = 72$ cm². **Yang ditanya:** volume balok.

Konsep 1 – Sisi balok. Sisi $BCGF$ adalah persegi panjang dengan rusuk BC (lebar) dan CG (tinggi). Jadi luas $BCGF = BC \times CG$.
Contoh kecil: persegi panjang berluas 20 dengan salah satu sisi 4 mempunyai sisi lain $20 : 4 = 5$.
Konsep 2 – Volume balok = panjang × lebar × tinggi.
Contoh kecil: balok $2 \times 3 \times 4$ bervolume 24.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Dari luas $BCGF$: $BC \times CG = 72$, yaitu $9 \times CG = 72$, sehingga $CG = 72 : 9 = 8$ cm.
2. Volume $= AB \times BC \times CG = 12 \times 9 \times 8$.
3. Hitung bertahap: $12 \times 9 = 108$, lalu $108 \times 8 = 864$ cm^3.

Cek ulang (cara lain): volume = luas $BCGF \times AB = 72 \times 12 = 864$ cm^3 ✓ (sisi $BCGF$ dianggap sebagai alas, dan AB sebagai tingginya).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 288: **Jebakan:** memakai rumus limas, $\frac{1}{3} \times 864$. Rumus $\frac{1}{3}$ hanya untuk limas dan kerucut.
• B ✗ 552: **Jebakan:** menghitung luas permukaan $2(108 + 96 + 72) = 552$ cm^2, bukan volume.
• C ✗ 648: **Jebakan:** membagi luas $BCGF$ dengan rusuk yang salah, $72 : 12 = 6$, sehingga volume $12 \times 9 \times 6$. Rusuk AB tidak berada pada sisi $BCGF$.
• D ✓ 864.
• E ✗ 7.776: **Jebakan:** mengalikan dua luas, luas alas 108 dikali luas $BCGF$ 72.

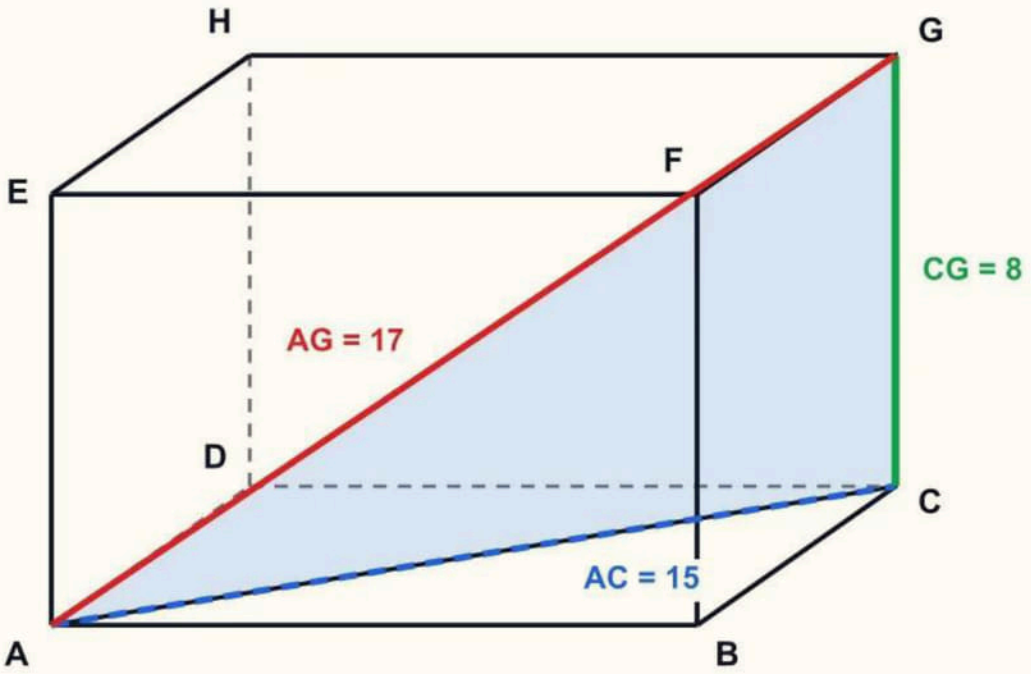
Jawaban: D.

No. 4 Kunci: B

Yang diketahui: $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm, dan dari soal nomor 6, $CG = 8$ cm (karena $9 \times CG = 72$). **Yang ditanya:** panjang AG.

Konsep 1 – Teorema Pythagoras. Pada segitiga siku-siku, (sisi miring)^2 = (sisi siku 1)^2 + (sisi siku 2)^2. Contoh kecil: sisi siku 6 dan $8 \rightarrow$ miring $= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$.
Konsep 2 – Diagonal ruang balok. Diagonal ruang menghubungkan dua titik sudut yang tidak terletak pada satu sisi. Panjangnya dicari dengan Pythagoras **dua kali**: lebih dulu diagonal alas, lalu diagonal ruang.

Langkah penyelesaian:
1. Segitiga ABC siku-siku di B (alas balok persegi panjang). Diagonal alas $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$ cm.
2. Rusuk CG tegak lurus alas, sehingga segitiga ACG siku-siku di C.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. $AG = \sqrt{AC^2 + CG^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$ cm (karena $17 \times 17 = 289$).

Cek ulang: rumus langsung diagonal ruang $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2} = \sqrt{144 + 81 + 64} = \sqrt{289} = 17$ ✓. Panjang 17 lebih dari rusuk terpanjang (12) dan lebih dari diagonal alas (15), masuk akal ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 15: **Jebakan:** berhenti di diagonal alas AC dan lupa langkah kedua.
- B ✓ 17.
- C ✗ 23: **Jebakan:** menjumlahkan $AC + CG = 15 + 8$. Sisi miring bukan jumlah dua sisi siku.
- D ✗ 29: **Jebakan:** menjumlahkan ketiga rusuk $12 + 9 + 8$.
- E ✗ 289: **Jebakan:** lupa menarik akar dari $144 + 81 + 64$.

Jawaban: B.

Latihan sub bab 3.6

No. 1 Kunci: E

Yang diketahui: $P(3, 2)$ dan $A(7, 5)$. **Yang ditanya:** jarak PA (jari-jari).

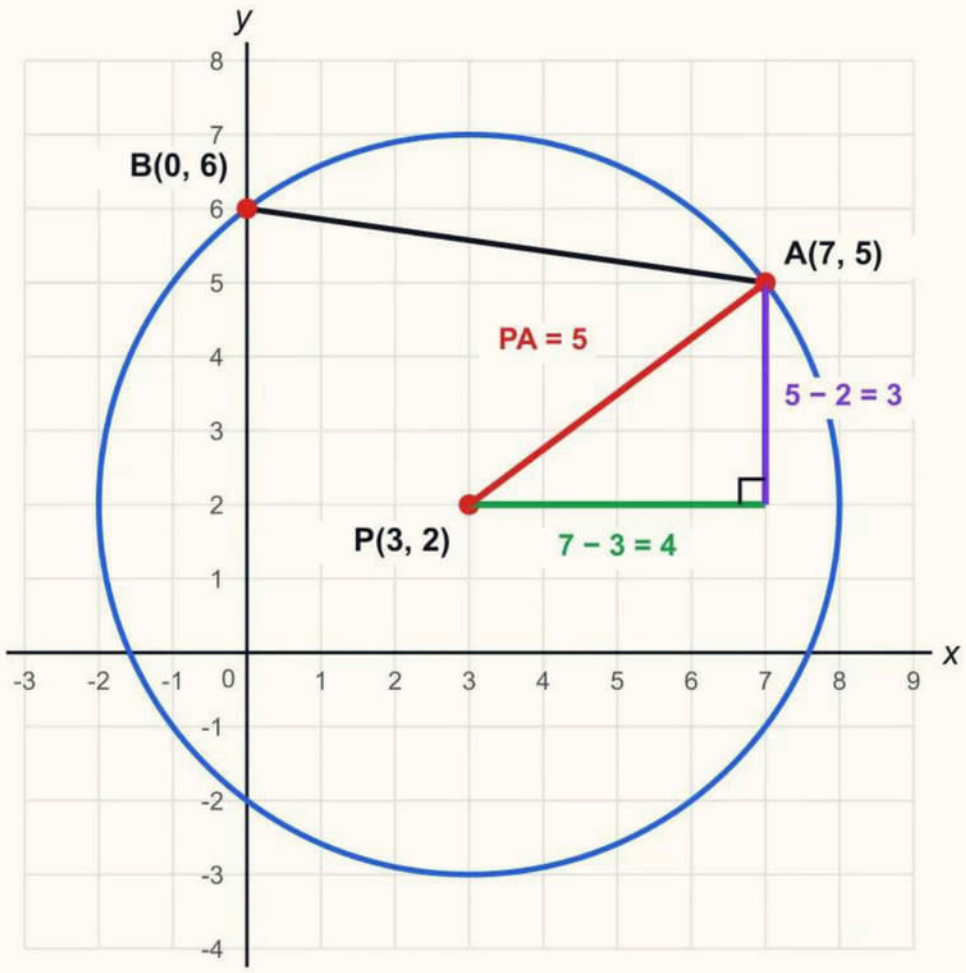
Konsep – Jarak dua titik. Jarak titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Rumus ini adalah teorema Pythagoras: selisih x dan selisih y menjadi dua sisi siku-siku, jaraknya menjadi sisi miring.
Contoh kecil: jarak $(1, 1)$ dan $(4, 5)$ adalah $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

Langkah penyelesaian:

1. Selisih x: $7 - 3 = 4$. Selisih y: $5 - 2 = 3$.
2. Kuadratkan dan jumlahkan: $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.
3. Akarkan: $PA = \sqrt{25} = 5$.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: $B(0,6)$ juga harus berjarak 5 dari P: $\sqrt{(0-3)^2+(6-2)^2} = \sqrt{9+16} = 5$ ✓. Pada gambar, lingkaran juga melalui titik $(8,2)$, yang berjarak $8-3=5$ dari P ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 25: **Jebakan:** lupa mengakarkan jumlah kuadrat.

• B ✗ $\sqrt{149}$: **Jebakan:** koordinat dijumlahkan, bukan dikurangkan: $(7+3)^2+(5+2)^2 = 100+49$.

• C ✗ $\sqrt{74}$: **Jebakan:** menghitung jarak A ke titik asal $O(0,0)$, yaitu $\sqrt{7^2+5^2}$, bukan jarak ke pusat P.

• D ✗ 7: **Jebakan:** menjumlahkan selisih tanpa kuadrat dan akar, $4+3=7$. Jarak lurus selalu lebih pendek daripada jalan "ke kanan lalu ke atas".

• E ✓ 5.

Jawaban: E.

No. 2 Kunci: A

Yang diketahui: $P(3,2)$, $A(7,5)$, $B(0,6)$; garis g melalui P dan $g \perp AB$. **Yang ditanya:** persamaan g.

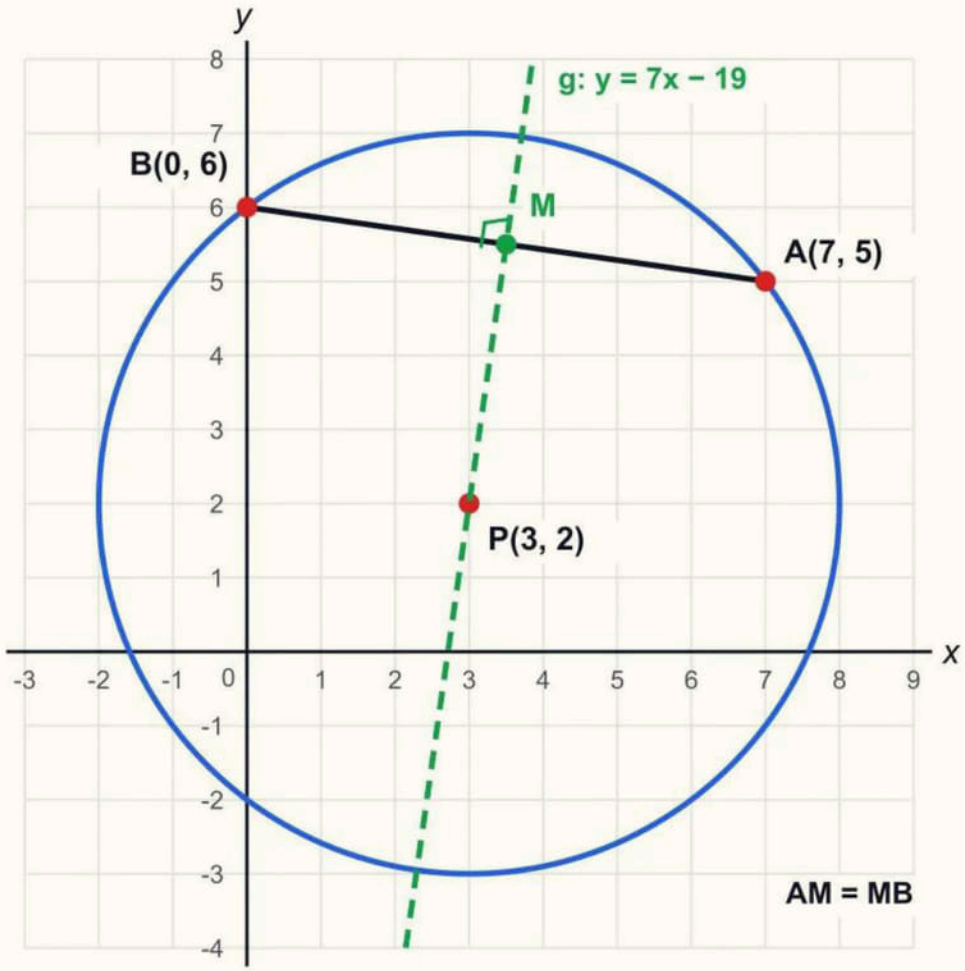
Konsep 1 – Gradien tegak lurus. Bila gradien AB adalah m, gradien garis yang tegak lurus AB adalah $-\dfrac{1}{m}$ (dibalik **dan** diganti tandanya).

Contoh kecil: gradien $\dfrac{2}{3}$ → gradien tegak lurusnya $-\dfrac{3}{2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 2 – Persamaan garis bergradien m melalui (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$.
Konsep 3 – Sifat tali busur. Garis dari pusat yang tegak lurus tali busur selalu melalui titik tengah tali busur itu.

Langkah penyelesaian:
1. Gradien $AB = \dfrac{6-5}{0-7} = \dfrac{1}{-7} = -\dfrac{1}{7}$.
2. Gradien $g = -\dfrac{1}{-\frac{1}{7}} = 7$.
3. Garis melalui $P(3, 2)$: $y - 2 = 7(x - 3) = 7x - 21$, sehingga $y = 7x - 19$.
4. Tulis dalam bentuk opsi: $7x - y = 19$.



Cek ulang: titik P: $7(3) - 2 = 19$ ✓. Titik tengah AB adalah $M\left(\dfrac{7+0}{2}, \dfrac{5+6}{2}\right) = M\left(\dfrac{7}{2}, \dfrac{11}{2}\right)$; $7 \times \dfrac{7}{2} - \dfrac{11}{2} = \dfrac{49-11}{2} = 19$ ✓ (sesuai Konsep 3).

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $7x - y = 19$.
• B ✗ $x + 7y = 17$: **Jebakan:** memakai gradien AB sendiri ($-\dfrac{1}{7}$), sehingga garisnya sejajar AB, bukan tegak lurus.
• C ✗ $7x + y = 23$: **Jebakan:** gradien hanya dibalik tanpa mengganti tanda, menjadi -7.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- D ✗ $7x - y = 44$: **Jebakan:** gradien benar, tetapi titik yang dimasukkan $A(7, 5)$, bukan pusat P.
- E ✗ $x - 7y = -11$: **Jebakan:** hanya tanda yang diganti tanpa dibalik, sehingga gradien menjadi $\frac{1}{7}$.

Jawaban: A.

No. 3 Kunci: A

Yang diketahui: garis h melalui B dan tegak lurus grafik $g(x) = 2x - 4$. **Yang ditanya:** persamaan garis h.

Konsep 1 – Gradien. Garis $y = mx + c$ memiliki gradien (kemiringan) m. Jadi gradien grafik $g(x) = 2x - 4$ adalah 2.

Konsep 2 – Dua garis tegak lurus. Hasil kali gradiennya -1: $m_1 \times m_2 = -1$. Artinya gradien yang baru adalah kebalikan pecahan **dan** berlawanan tanda.

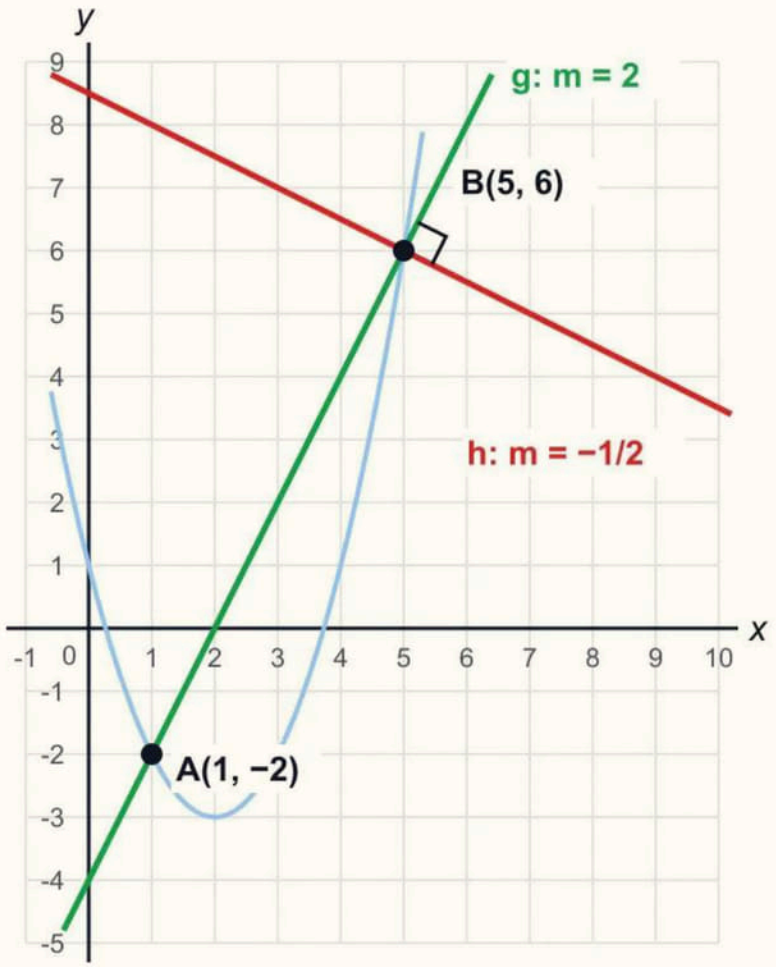
Contoh kecil: garis bergradien 3 tegak lurus garis bergradien $-\frac{1}{3}$, karena $3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$.

Konsep 3 – Garis melalui satu titik. Garis bergradien m yang melalui (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Langkah penyelesaian:

1. Titik B: dari $x^2 - 4x + 1 = 2x - 4$ diperoleh $x^2 - 6x + 5 = 0$, $(x - 1)(x - 5) = 0$. Absis B yang lebih besar, $x = 5$, dan $g(5) = 6$. Jadi $B(5, 6)$.
2. Gradien h: $2 \times m_h = -1 \rightarrow m_h = -\frac{1}{2}$.
3. Persamaan: $y - 6 = -\frac{1}{2}(x - 5)$.
4. Kalikan kedua ruas dengan 2 agar pecahan hilang: $2y - 12 = -(x - 5) = -x + 5$.
5. Pindahkan $-x$ ke ruas kiri dan -12 ke ruas kanan: $x + 2y = 5 + 12 = 17$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: titik $B(5,6)$: $5+2\times 6=17$ ✓. Dari $x+2y=17$ diperoleh $y=-\frac{1}{2}x+\frac{17}{2}$; gradiennya $-\frac{1}{2}$ dan $2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✓ $x+2y=17$.
- B ✗ $x+2y=7$: **Jebakan:** salah tanda saat membuka kurung, menulis $-(x-5)=-x-5$.
- C ✗ $x+2y=-3$: **Jebakan:** gradiennya benar, tetapi garis dibuat melalui titik $A(1,-2)$: $1+2(-2)=-3$.
- D ✗ $x-2y=-7$: **Jebakan:** lupa tanda negatif, memakai gradien $\frac{1}{2}$.
- E ✗ $2x+y=16$: **Jebakan:** hanya mengganti tanda gradien menjadi -2 tanpa membalik pecahannya.

Jawaban: A.

No. 4 Kunci: A

Yang diketahui: $A(-3,2)$; $B(5,k)$ pada garis $y=-x+1$; $Q=3\sqrt{11}$. **Yang ditanya:** hubungan P (jarak AB) dan Q.

Konsep 1 – Titik pada garis. Titik (x_0,y_0) terletak pada garis $y=-x+1$ bila $y_0=-x_0+1$.

Konsep 2 – Jarak dua titik. $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$. Rumus ini adalah Pythagoras: selisih

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

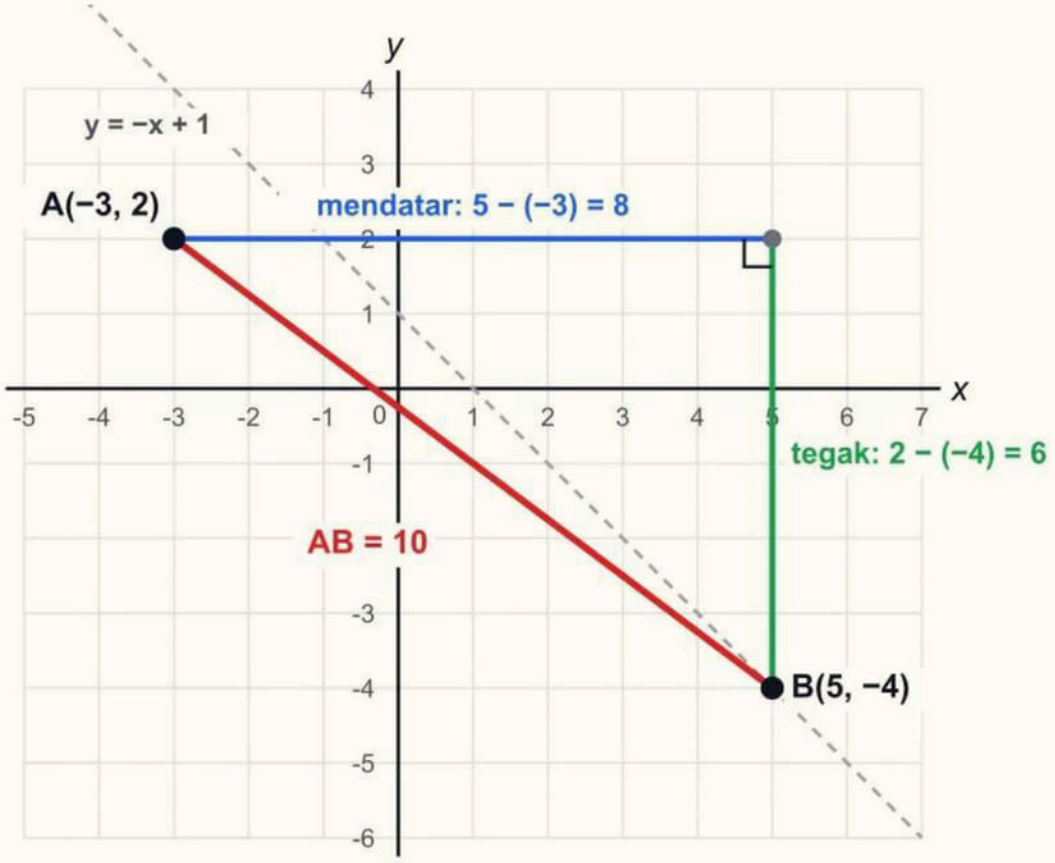
x dan selisih y menjadi dua sisi siku-siku.

Contoh kecil: jarak $(0, 0)$ ke $(3, 4)$ adalah $\sqrt{9 + 16} = 5$.

Konsep 3 – Membandingkan bentuk akar. Ubah keduanya ke bentuk $\sqrt{\ldots}$: $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$.

Langkah penyelesaian:

1. B pada garis: $k = -5 + 1 = -4$, jadi $B(5, -4)$.
2. Selisih x: $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$. Selisih y: $-4 - 2 = -6$.
3. $P = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$.



4. $Q = 3\sqrt{11} = \sqrt{9 \times 11} = \sqrt{99}$.
5. $P = \sqrt{100} > \sqrt{99} = Q$, jadi $P > Q$.

Cek ulang: $Q^2 = 9 \times 11 = 99$ dan $P^2 = 100$; karena keduanya positif dan $100 > 99$, maka $P > Q$ ✓. Titik B: $-5 + 1 = -4$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ $P = 10 > \sqrt{99} = Q$.

• B ✗ **Jebakan:** salah tanda saat menghitung selisih x: $5 - 3 = 2$, sehingga $P = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} < Q$.

• C ✗ **Jebakan:** membulatkan $3\sqrt{11} \approx 3 \times 3{,}3 = 9{,}9 \approx 10$ terlalu kasar, lalu menganggap keduanya sama. Bandingkan kuadratnya: $100 \neq 99$.

• D ✗ **Jebakan:** mengira k tidak diketahui sehingga jarak tidak dapat dihitung, padahal k ditentukan oleh garis $y = -x + 1$.

Jawaban: A.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 5 Kunci: A

Yang diketahui: $g \perp (3x - 2y = 6)$; h melalui $(-2, 5)$ dan $(4, -1)$. **Yang ditanya:** hubungan gradien g (P) dan gradien h (Q).

Konsep 1 – Gradien dari persamaan. Ubah ke bentuk $y = mx + c$; angka m adalah gradien.

Konsep 2 – Garis tegak lurus. Hasil kali gradien dua garis yang tegak lurus adalah -1:

$m_1 \times m_2 = -1$, sehingga $m_2 = -\dfrac{1}{m_1}$ (dibalik **dan** diberi tanda lawan).

Contoh kecil: garis bergradien 2 tegak lurus dengan garis bergradien $-\dfrac{1}{2}$.

Konsep 3 – Gradien dari dua titik: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Konsep 4 – Membandingkan bilangan negatif. Pada garis bilangan, bilangan yang lebih ke kanan lebih besar. Contoh: $-0{,}5 > -2$, walaupun angka 2 lebih besar dari $0{,}5$.

Langkah penyelesaian:

1. $3x - 2y = 6 \rightarrow -2y = -3x + 6 \rightarrow y = \dfrac{3}{2}x - 3$. Gradiennya $\dfrac{3}{2}$.
2. Gradien g: $P = -\dfrac{1}{\frac{3}{2}} = -\dfrac{2}{3}$.
3. Gradien h: $Q = \dfrac{-1 - 5}{4 - (-2)} = \dfrac{-6}{6} = -1$.
4. Bandingkan: $P = -\dfrac{2}{3} \approx -0{,}67$ dan $Q = -1$. Bilangan $-0{,}67$ lebih ke kanan daripada -1 pada garis bilangan, jadi $P > Q$.

Cek ulang: $\dfrac{3}{2} \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) = -1$ ✓ (memang tegak lurus). Titik $(4, -1)$ dan $(-2, 5)$ memenuhi $y = -x + 3$: $-1 = -4 + 3$ ✓ dan $5 = 2 + 3$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ $P = -\dfrac{2}{3} > -1 = Q$.

• B ✗ **Jebakan:** membandingkan tanpa tanda negatif ($\dfrac{2}{3} < 1$) sehingga mengira $P < Q$; atau hanya memberi tanda lawan tanpa membalik ($P = -\dfrac{3}{2} = -1{,}5 < -1$).

• C ✗ **Jebakan:** mengira garis yang tegak lurus selalu bergradien -1.

• D ✗ **Jebakan:** mengira gradien g tidak dapat dihitung karena tidak ada titik yang diketahui pada g. Gradien hanya bergantung pada arah garis.

Jawaban: A.

No. 6 Kunci: E

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu garis g memotong ruas AB atau tidak.

Konsep 1 – Letak titik terhadap garis. Untuk titik (x_0, y_0) dan garis $y = mx + c$, hitung $s = y_0 - (mx_0 + c)$.

$s > 0$: titik di atas garis; $s < 0$: titik di bawah garis; $s = 0$: titik pada garis.

Contoh kecil: garis $y = x$ dan titik $(2, 5)$: $s = 5 - 2 = 3 > 0$, titik di atas garis.

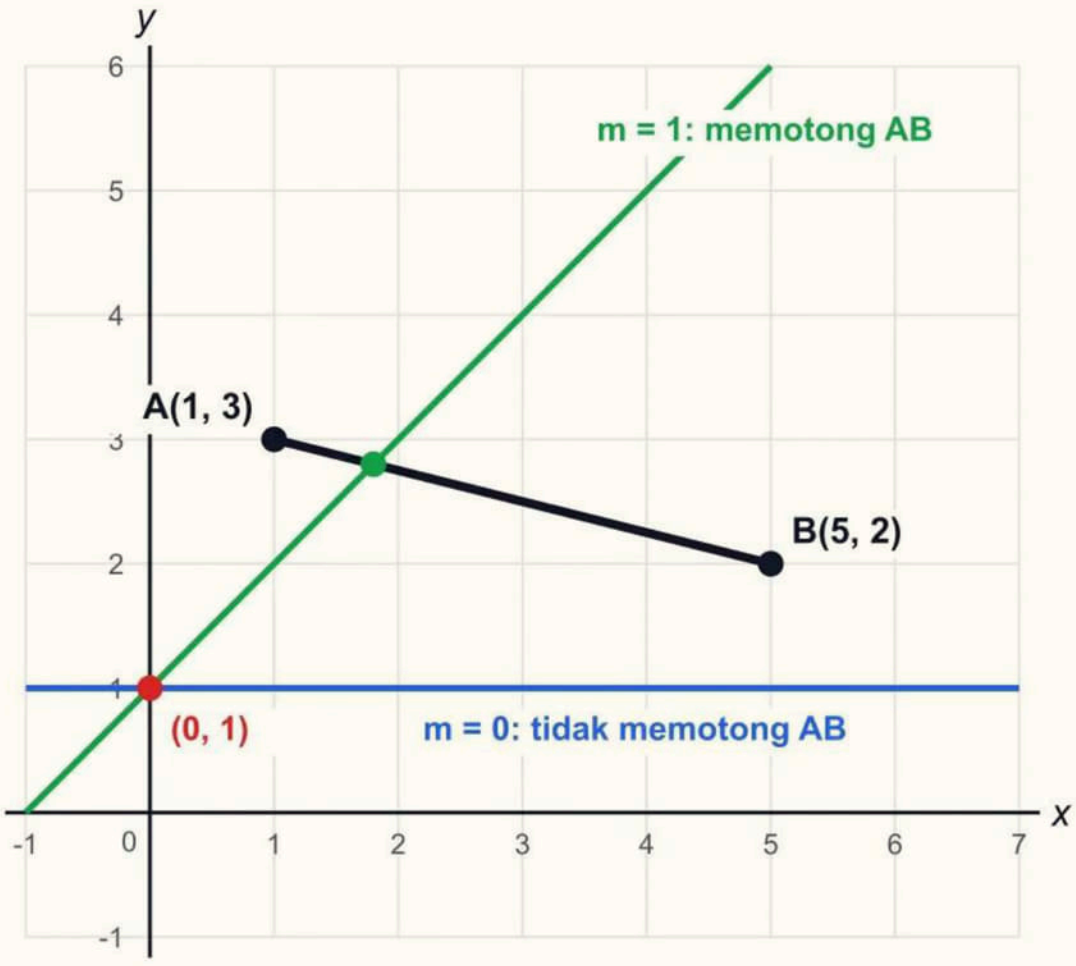
Konsep 2 – Memotong ruas garis. Garis memotong ruas AB bila A dan B berada di sisi yang berlawanan (tanda s berlawanan) atau salah satunya tepat pada garis. Bila kedua titik di sisi yang sama, garis tidak memotong ruas.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 3 – Kecukupan data. Cukup berarti jawabannya pasti sama untuk semua kemungkinan yang tersisa.

Langkah penyelesaian:

1. **Pernyataan (1) saja:** g melalui $(0, 1)$ berarti $c = 1$, tetapi m dan k belum diketahui.
• $m = 0, k = 5$: garis $y = 1$; A $(y = 3)$ dan B $(y = 5)$ sama-sama di atas → tidak memotong.
• $m = 0, k = -1$: B di bawah garis $y = 1$, A di atas → memotong.
Jawaban bisa "ya" atau "tidak" → **tidak cukup**.
2. **Pernyataan (2) saja:** $B(5, 2)$, tetapi garisnya bebas.
• Garis $y = 0$: A dan B sama-sama di atas → tidak memotong.
• Garis $y = 2{,}5$: A $(y = 3)$ di atas, B $(y = 2)$ di bawah → memotong.
→ **tidak cukup**.
3. **Gabungan (1) dan (2):** $c = 1$ dan $B(5, 2)$, tetapi gradien m masih bebas (garis dapat berputar pada titik $(0, 1)$).
$s_A = 3 - (m + 1) = 2 - m$ dan $s_B = 2 - (5m + 1) = 1 - 5m$.
• $m = 0$: $s_A = 2, s_B = 1$, keduanya positif → tidak memotong.
• $m = 1$: $s_A = 1, s_B = -4$, tanda berlawanan → memotong (di titik $(1{,}8;\ 2{,}8)$).



Jawaban masih bisa "ya" atau "tidak" → gabungan pun **tidak cukup**.

Cek ulang: dengan $m = 1$, garis $y = x + 1$ dan ruas AB $(y = 3 - \dfrac{x - 1}{4})$ bertemu di $x = 1{,}8$, yang berada di antara 1 dan 5 ✓. Dengan $m = 0$, garis $y = 1$ berada di bawah kedua ujung ruas ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ dan B ✗: satu pernyataan saja tidak mengunci garis maupun titik B.

• C ✗ **Jebakan:** mengira titik $(0, 1)$ sudah menentukan garisnya. Satu titik belum cukup; garis masih dapat berputar karena gradiennya tidak diketahui.

• D ✗ masing-masing tidak cukup (lihat langkah 1 dan 2).

• E ✓ kedua pernyataan digabung pun tidak cukup.

Jawaban: E.

Latihan sub bab 3.7

No. 1 **Kunci: C**

Yang diketahui: $PQ = 12$, $PS = 13$, $PR = 20$; dari soal nomor 6: $QS = 5$, $QR = 16$. **Yang ditanya:** $\sin \angle QPS \times \cos \angle QRP$.

Konsep – Perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku. Dilihat dari sudut yang ditanya: $\sin = \dfrac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$ dan $\cos = \dfrac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$.

"Sisi depan" adalah sisi di seberang sudut; "sisi samping" adalah sisi siku yang menempel pada sudut.

Contoh kecil: segitiga siku-siku 3-4-5; untuk sudut yang berhadapan dengan sisi 3: $\sin = \dfrac{3}{5}$ dan $\cos = \dfrac{4}{5}$.

Satu sudut harus dibaca pada segitiga siku-siku yang memuat sudut itu.

Langkah penyelesaian:

1. $\angle QPS$ adalah sudut di P pada segitiga PQS (siku-siku di Q). Sisi depan sudut P adalah $QS = 5$; sisi miring $PS = 13$.

$\sin \angle QPS = \dfrac{5}{13}$.

2. $\angle QRP$ adalah sudut di R pada segitiga PQR (siku-siku di Q). Sisi samping sudut R adalah $QR = 16$; sisi miring $PR = 20$.

$\cos \angle QRP = \dfrac{16}{20} = \dfrac{4}{5}$.

3. Kalikan: $\dfrac{5}{13} \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{20}{65} = \dfrac{4}{13}$ (pembilang dan penyebut dibagi 5).

Cek ulang: $\sin \angle QPS = \dfrac{5}{13} \approx 0{,}385$ dan $\cos \angle QRP = 0{,}8$; hasil kali $\approx 0{,}308$, sedangkan $\dfrac{4}{13} \approx 0{,}308$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $\dfrac{11}{52}$: **Jebakan:** memakai $SR = 11$ sebagai sisi samping sudut R: $\dfrac{5}{13} \times \dfrac{11}{20} = \dfrac{11}{52}$. Segitiga PSR bukan segitiga siku-siku, jadi rumus cos tidak berlaku di sana.

• B ✗ $\dfrac{3}{13}$: **Jebakan:** memakai sisi depan untuk cos sudut R: $\dfrac{5}{13} \times \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{13}$.

• C ✓ $\dfrac{4}{13}$.

• D ✗ $\dfrac{36}{65}$: **Jebakan:** menukar sin dan cos pada kedua sudut: $\dfrac{12}{13} \times \dfrac{12}{20} = \dfrac{36}{65}$.

• E ✗ $\dfrac{48}{65}$: **Jebakan:** memakai sisi samping untuk sin sudut P: $\dfrac{12}{13} \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{48}{65}$.

Jawaban: C.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Latihan sub bab 3.8

No. 1 **Kunci: 1S 2B 3B**

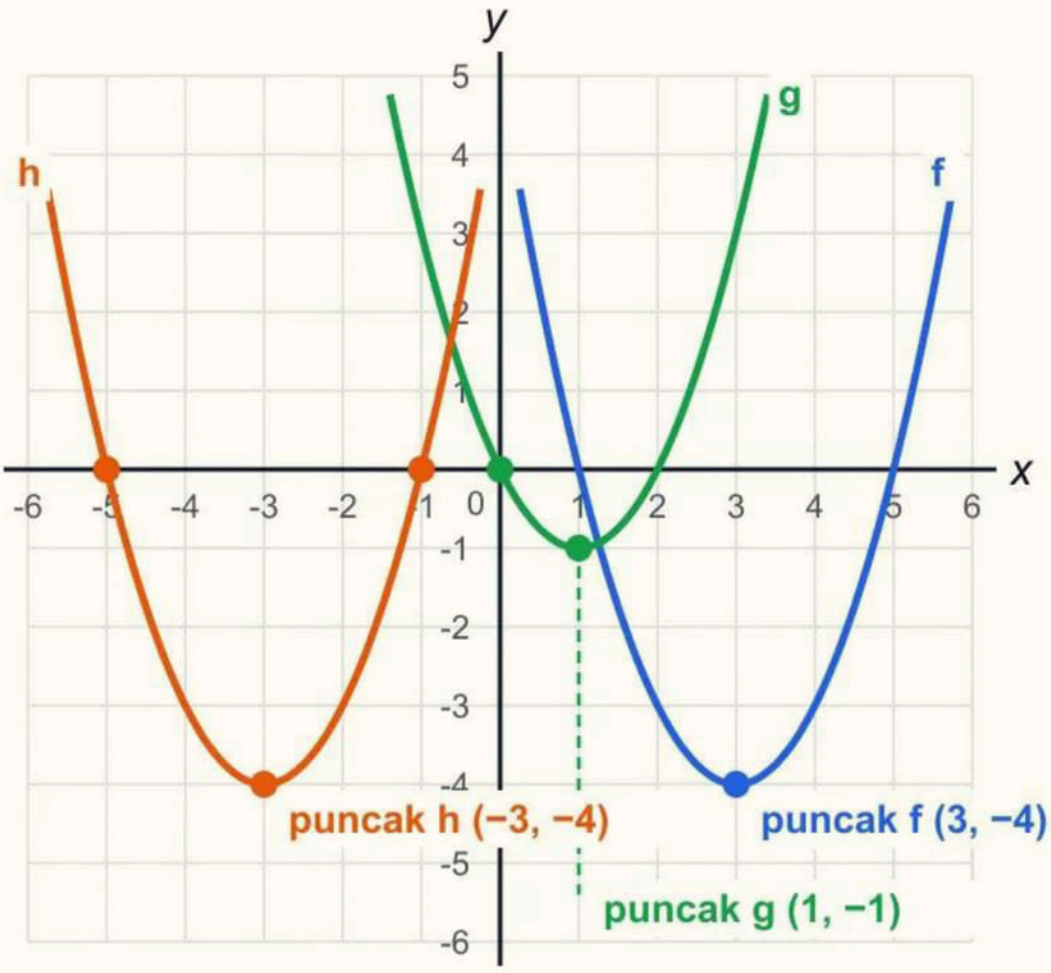
Yang diketahui: $f(x) = x^2 - 6x + 5$; g = f digeser 2 satuan ke kiri lalu 3 satuan ke atas; h = cermin f terhadap sumbu y. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Bentuk puncak. $y = (x - p)^2 + q$ berpuncak di (p, q). Ubah f dengan melengkapkan kuadrat: $x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 9 + 5 = (x - 3)^2 - 4$ (karena $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$). Jadi puncak f adalah $(3, -4)$.

Konsep 2 – Translasi (pergeseran). Geser a satuan ke **kiri**: ganti x dengan $x + a$; setiap titik berpindah a satuan ke kiri (absis **berkurang** a). Geser b satuan ke atas: tambahkan b pada rumus (ordinat bertambah b).

Konsep 3 – Cermin terhadap sumbu y: $h(x) = f(-x)$; titik (x, y) menjadi $(-x, y)$.
Contoh kecil: titik $(2, 7)$ dicerminkan terhadap sumbu y menjadi $(-2, 7)$.

Langkah penyelesaian:
1. Puncak f: $(3, -4)$. Geser 2 ke kiri: $(1, -4)$. Geser 3 ke atas: $(1, -1)$. Jadi $g(x) = (x - 1)^2 - 1$.
2. Uraikan: $g(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x$.
3. $h(x) = f(-x) = (-x)^2 - 6(-x) + 5 = x^2 + 6x + 5$.



Pernyataan 1 – Salah. Puncak g adalah $(1, -1)$, bukan $(5, -1)$. **Jebakan:** mengira "ke kiri" berarti absis ditambah: $3 + 2 = 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 2 – Benar. $g(0) = 0^2 - 2 \times 0 = 0$, jadi titik $(0, 0)$ terletak pada grafik g. **Jebakan:** hanya menggeser ke atas, $f(0) + 3 = 5 + 3 = 8$, lalu menyimpulkan grafik g melalui $(0, 8)$.

Pernyataan 3 – Benar. $h(x) = 0 \to x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5) = 0 \to x = -1$ atau $x = -5$. Cara lain: f memotong sumbu x di $x = 1$ dan $x = 5$ (karena $f(x) = (x - 1)(x - 5)$); setelah dicerminkan terhadap sumbu y, titik-titik itu pindah ke $x = -1$ dan $x = -5$. **Jebakan:** mencerminkan terhadap sumbu x; pada cermin sumbu x titik potong sumbu x tidak berubah (tetap 1 dan 5).

Cek ulang: titik $(4, -3)$ ada di grafik f karena $f(4) = 16 - 24 + 5 = -3$. Digeser 2 ke kiri dan 3 ke atas menjadi $(2, 0)$, dan memang $g(2) = 4 - 4 = 0$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Kuis Akhir Bab 3

No. 1 Kunci: B

Yang diketahui: garis k sejajar garis l; sudut antara k dan AP adalah $36°$; sudut antara l dan BP adalah $47°$. **Yang ditanya:** besar $x = \angle APB$.

Prasyarat – sudut pada dua garis sejajar. Bila dua garis sejajar dipotong oleh garis lain (disebut garis potong atau transversal), terbentuk pasangan sudut berikut.

- Sudut **berseberangan dalam** (membentuk huruf Z) sama besar.
- Sudut **sehadap** (membentuk huruf F) sama besar.
- Sudut **dalam sepihak** (membentuk huruf U) jumlahnya $180°$.

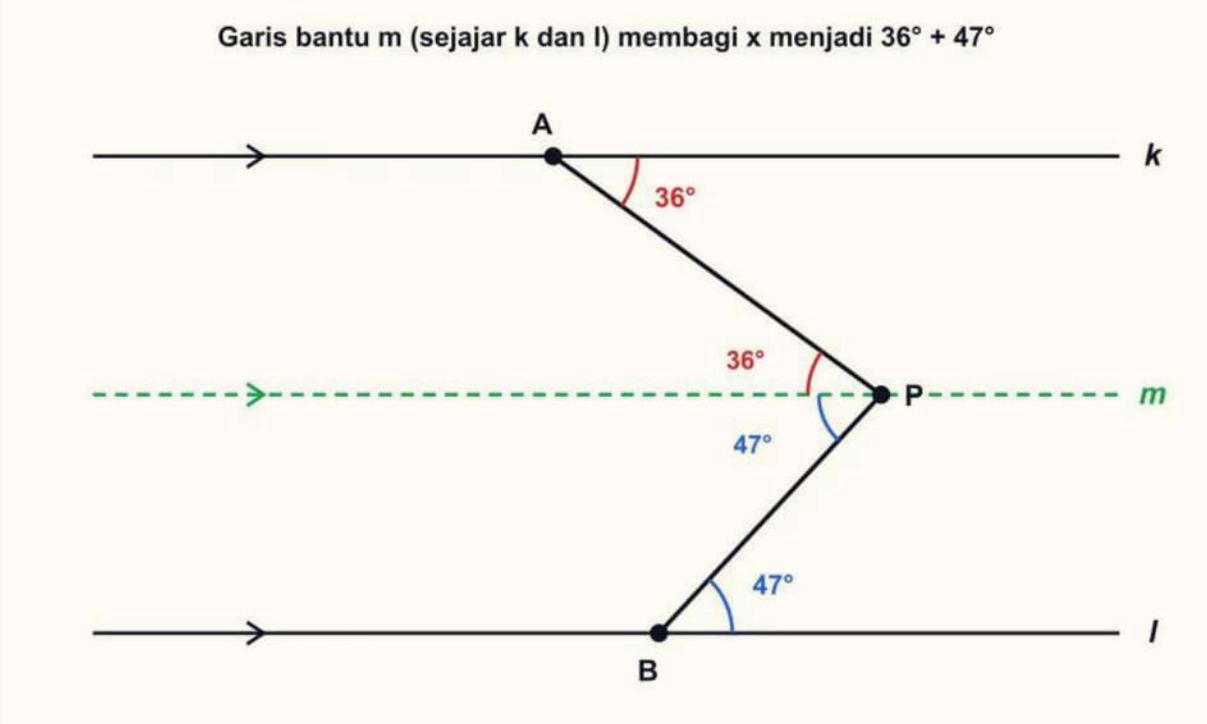
Contoh kecil: bila salah satu sudut berseberangan dalam besarnya $70°$, pasangannya juga $70°$, sedangkan pasangan sepihaknya $180° - 70° = 110°$.

Konsep – garis bantu. Titik P tidak terletak pada k maupun l, sehingga sudut x tidak mempunyai pasangan yang langsung terlihat. Caranya: tarik **garis bantu** m melalui P yang sejajar k (otomatis juga sejajar l). Garis m membelah sudut x menjadi dua bagian yang masing-masing mempunyai pasangan huruf Z.

Langkah penyelesaian:

1. Tarik garis m melalui P, sejajar k dan l.
2. Garis k dan m sejajar dan dipotong oleh ruas AP. Sudut $36°$ di titik A dan sudut antara PA dan garis m (bagian atas sudut x) membentuk huruf Z, yaitu sudut berseberangan dalam. Jadi bagian atas sudut x besarnya $36°$.
3. Dengan alasan yang sama, garis m dan l sejajar dan dipotong oleh ruas BP. Bagian bawah sudut x berseberangan dalam dengan sudut $47°$ di titik B, jadi besarnya $47°$.
4. Sudut x adalah gabungan kedua bagian: $x = 36° + 47° = 83°$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang dengan cara lain: perpanjang ruas AP melewati P sampai memotong garis l di titik Q (di sebelah kanan B). Sudut antara garis l dan AQ di titik Q berseberangan dalam dengan sudut 36° di A, jadi besarnya 36°. Pada segitiga PBQ, sudut x adalah **sudut luar** di titik P (karena A, P, Q segaris), dan sudut luar segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersebelahan dengannya: $36^\circ + 47^\circ = 83^\circ$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 11°: **Jebakan:** mengurangkan kedua sudut ($47^\circ - 36^\circ$), padahal garis bantu menunjukkan kedua bagian dijumlahkan.

• B ✓ 83°.

• C ✗ 97°: **Jebakan:** menganggap 36°, 47°, dan x adalah tiga sudut sebuah segitiga, sehingga $x = 180^\circ - 36^\circ - 47^\circ$. Ketiga sudut itu tidak berada pada satu segitiga.

• D ✗ 133°: **Jebakan:** menganggap x berpelurus dengan sudut 47° ($180^\circ - 47^\circ$).

• E ✗ 144°: **Jebakan:** menganggap x berpelurus dengan sudut 36° ($180^\circ - 36^\circ$).

Jawaban: B.

No. 2 Kunci: 13

Yang diketahui: segitiga siku-siku dengan keliling 30 m dan luas 30 m^2. **Yang ditanya:** panjang sisi miring.

Prasyarat:

• **Teorema Pythagoras:** pada segitiga siku-siku dengan sisi siku-siku a, b dan sisi miring c, berlaku $a^2 + b^2 = c^2$.

• **Luas segitiga siku-siku** $= \frac{1}{2} \times a \times b$, karena kedua sisi siku-siku saling tegak lurus sehingga yang satu menjadi alas dan yang lain menjadi tinggi.

• **Bentuk kuadrat jumlah:** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

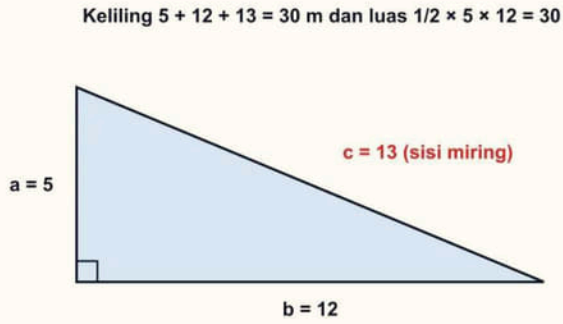
Contoh kecil: segitiga 3-4-5 mempunyai $(3+4)^2 = 49$ dan $3^2 + 4^2 + 2 \times 3 \times 4 = 25 + 24 = 49$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep: ada tiga bilangan yang belum diketahui (a, b, c) dan tiga informasi (keliling, luas, Pythagoras). Kuncinya: gabungkan ketiganya lewat $(a+b)^2$, karena bentuk ini memuat a^2+b^2 (dari Pythagoras) dan ab (dari luas).

Langkah penyelesaian:

1. Misalkan sisi siku-siku a dan b, sisi miring c.
2. Dari keliling: $a+b+c=30$, jadi $a+b=30-c$.
3. Dari luas: $\frac{1}{2}ab=30$, jadi $ab=60$.
4. Kuadratkan kedua ruas langkah 2: $(a+b)^2=(30-c)^2$.
5. Uraikan ruas kiri: $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=c^2+2\times 60=c^2+120$ (karena $a^2+b^2=c^2$ dan $ab=60$).
6. Uraikan ruas kanan: $(30-c)^2=900-60c+c^2$.
7. Samakan: $c^2+120=900-60c+c^2$. Kurangi kedua ruas dengan c^2: $120=900-60c$, sehingga $60c=780$ dan $c=13$.
8. Sisi lain: $a+b=30-13=17$ dan $ab=60$. Dua bilangan yang jumlahnya 17 dan hasil kalinya 60 adalah 5 dan 12.



Cek ulang: $5^2+12^2=25+144=169=13^2$ ✓; keliling $5+12+13=30$ ✓; luas $\frac{1}{2}\times 5\times 12=30$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Lupa faktor $\frac{1}{2}$ pada luas sehingga memakai $ab=30$: $c^2+60=900-60c+c^2$, lalu $c=14$.

• Menjawab 12, yaitu sisi siku-siku yang terpanjang, bukan sisi miring.

• Menebak tripel 3-4-5 yang diperbesar agar kelilingnya 30 (sisi $7{,}5$; 10; $12{,}5$) tanpa memeriksa luasnya: luasnya $37{,}5$, bukan 30.

Jawaban: 13.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: $PQ=15$ cm, $QR=12$ cm, tinggi dari R ke garis PQ adalah 8 cm. **Yang ditanya:** tinggi dari P ke garis QR.

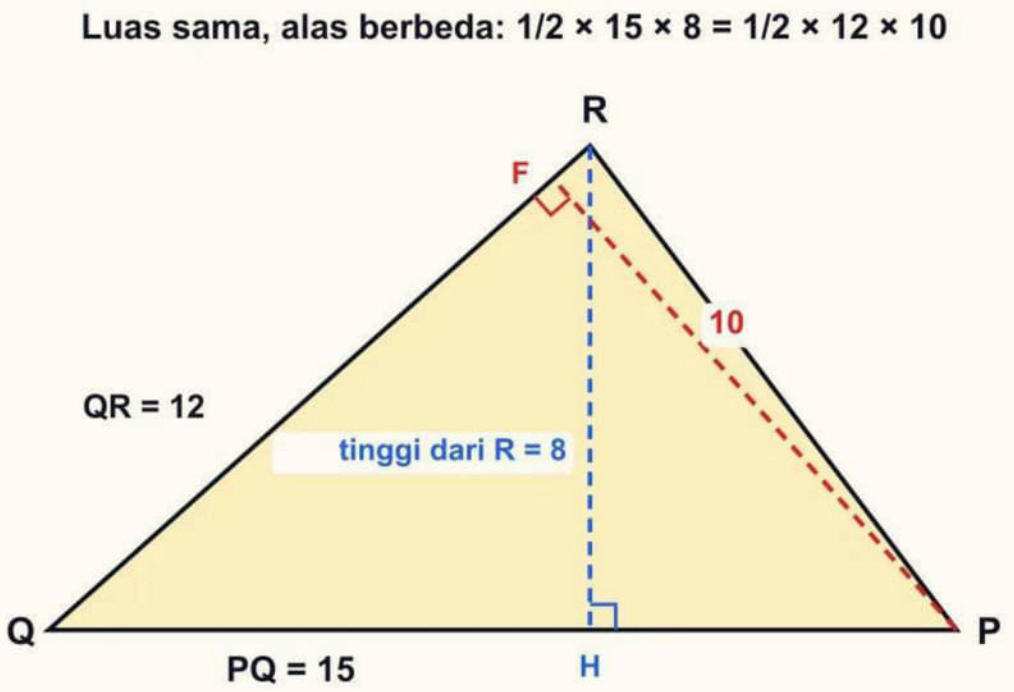
Prasyarat – luas segitiga. Luas $=\frac{1}{2}\times$ alas $\times$ tinggi, dengan tinggi **tegak lurus** alas. Setiap sisi boleh dipilih menjadi alas, asalkan tingginya adalah jarak dari titik sudut di hadapannya ke garis alas itu. Bangunnya sama, jadi luasnya sama, apa pun alas yang dipilih.

Contoh kecil: segitiga siku-siku dengan sisi $6, 8, 10$ mempunyai luas $\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$. Bila alasnya sisi 10, tingginya t memenuhi $\frac{1}{2}\times 10\times t=24$, jadi $t=4{,}8$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Hitung luas dengan alas PQ dan tinggi dari R: $\frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60$ cm².
2. Pilih alas $QR = 12$ cm dengan tinggi t dari P. Luasnya tetap 60 cm²: $\frac{1}{2} \times 12 \times t = 60$.
3. $6t = 60$, sehingga $t = 10$ cm.



Cek ulang: $\frac{1}{2} \times 12 \times 10 = 60$ ✓, sama dengan luas pada langkah 1. Tinggi dari P adalah jarak terpendek dari P ke garis QR, jadi tidak mungkin lebih panjang daripada $PQ = 15$ cm; $10 < 15$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 5 cm: **Jebakan:** lupa mengalikan 2, yaitu $t = 60 : 12$ (melupakan faktor $\frac{1}{2}$ pada rumus luas).

• B ✗ $6{,}4$ cm: **Jebakan:** memakai perbandingan terbalik, $8 \times \frac{12}{15}$. Padahal alas yang lebih pendek berpasangan dengan tinggi yang lebih panjang: $t = 8 \times \frac{15}{12} = 10$.

• C ✗ 8 cm: **Jebakan:** mengira semua tinggi sebuah segitiga sama panjang.

• D ✓ 10 cm.

• E ✗ 15 cm: **Jebakan:** mengira sisi PQ adalah tinggi dari P, seolah-olah sudut Q siku-siku. Tinggi harus tegak lurus garis QR.

Jawaban: D.

No. 4 Kunci: B

Yang diketahui: sisi segitiga 8 cm, 15 cm, dan 16 cm. **Yang ditanya:** perbandingan besar sudut terbesar (P) dengan 90° (Q).

Prasyarat:

• Sudut terbesar sebuah segitiga berhadapan dengan sisi terpanjang.

• **Kebalikan teorema Pythagoras.** Misalkan c sisi terpanjang dan a, b dua sisi lainnya.
– $a^2 + b^2 = c^2$ → sudut di hadapan c **siku-siku** (90°).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- $a^2 + b^2 > c^2$ → sudut itu **lancip** (kurang dari 90°).
- $a^2 + b^2 < c^2$ → sudut itu **tumpul** (lebih dari 90°).

Alasannya: bayangkan sisi a dan b dihubungkan engsel. Bila sudut engsel 90°, jarak kedua ujungnya tepat $\sqrt{a^2 + b^2}$. Bila engsel ditutup (sudut mengecil), kedua ujung mendekat sehingga sisi ketiga lebih pendek; bila dibuka (sudut membesar), sisi ketiga lebih panjang.
Contoh kecil: $3, 4, 5$: $9 + 16 = 25$ → siku-siku. $3, 4, 6$: $9 + 16 = 25 < 36$ → tumpul.

Langkah penyelesaian:
1. Sisi terpanjang 16 cm, jadi sudut terbesar berhadapan dengan sisi 16 cm.
2. Jumlah kuadrat dua sisi lain: $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$.
3. Kuadrat sisi terpanjang: $16^2 = 256$.
4. $289 > 256$. Artinya sisi 16 cm lebih pendek daripada sisi miring yang dibutuhkan untuk sudut siku-siku ($\sqrt{289} = 17$ cm), sehingga sudut di hadapannya **lancip**.
5. Sudut terbesar kurang dari 90°, jadi $P < Q$.

Cek ulang: segitiga 8-15-17 adalah tripel Pythagoras (siku-siku). Segitiga kita mempunyai sisi ketiga $16 < 17$, berarti engsel antara sisi 8 dan 15 "lebih tertutup" daripada siku-siku ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ : **Jebakan:** membaca tanda terbalik, yaitu mengira $a^2 + b^2 > c^2$ berarti tumpul.
• B ✓ P kurang dari Q.
• C ✗ : **Jebakan:** teringat tripel 8-15-17 lalu mengira 8-15-16 juga siku-siku tanpa menghitung.
• D ✗ : **Jebakan:** mengira besar sudut hanya dapat ditentukan dengan busur derajat; padahal kebalikan Pythagoras sudah memastikan jenis sudutnya.

Jawaban: B.

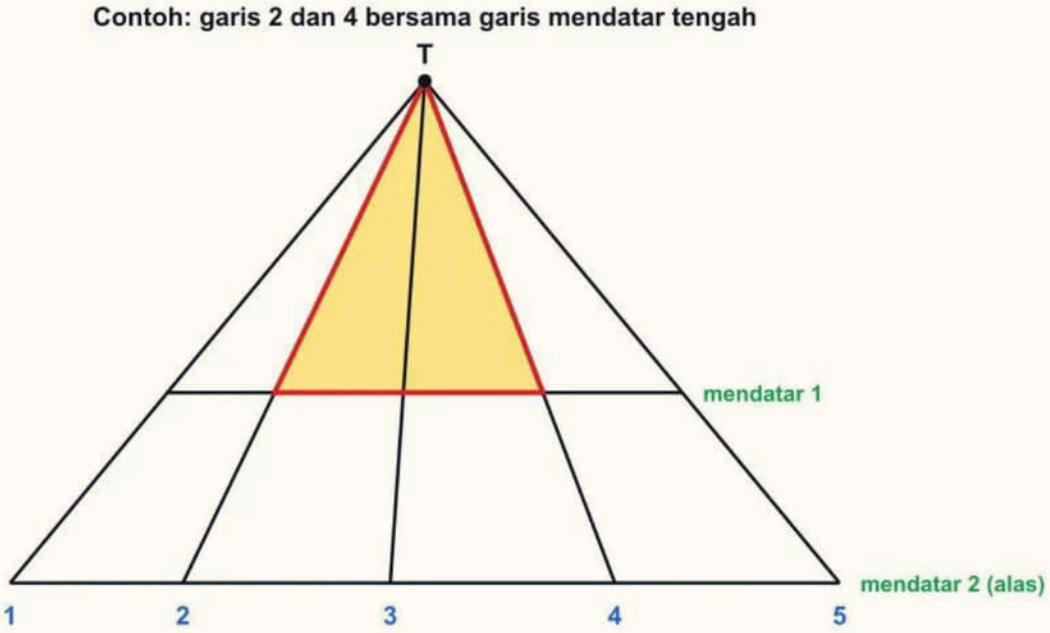
No. 5 Kunci: D

Yang ditanya: banyak segitiga dari semua ukuran (kecil, sedang, besar) pada gambar.

Konsep – menghitung secara sistematis. Menghitung satu per satu sambil melihat gambar mudah membuat segitiga terlewat atau terhitung dua kali. Lebih aman mencari **aturan** yang membentuk setiap segitiga, lalu menghitung banyak pilihannya.
Contoh kecil: segitiga dengan hanya satu ruas dari puncak ke alas mempunyai 3 garis dari puncak (dua sisi miring + satu ruas). Segitiganya: dua segitiga kecil dan satu segitiga besar, yaitu 3 segitiga. Ini sama dengan banyak cara memilih 2 dari 3 garis.

Langkah penyelesaian:
1. Beri nomor garis yang keluar dari T, dari kiri ke kanan: garis 1 (sisi kiri), 2, 3, 4, dan 5 (sisi kanan). Ada 5 garis.
2. Garis mendatar ada 2: garis mendatar tengah dan alas. Keduanya sejajar, sehingga tidak mungkin menjadi dua sisi dari segitiga yang sama.
3. Akibatnya, setiap segitiga pada gambar tersusun dari **dua garis yang keluar dari** T (keduanya bertemu di T) dan **satu garis mendatar**.
4. Banyak cara memilih 2 dari 5 garis yang keluar dari T:
$(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5), (4,5)$, yaitu 10 pasangan.
5. Setiap pasangan dapat dipasangkan dengan 2 garis mendatar. Banyak segitiga $= 10 \times 2 = 20$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang per lapisan: dengan garis mendatar tengah saja, segitiga yang dibentuk dua garis bersebelahan ada 4, berselang satu ada 3, berselang dua ada 2, dan yang terbesar 1: $4+3+2+1=10$. Dengan alas juga 10. Jumlahnya 20 ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 8: **Jebakan:** hanya menghitung segitiga dari dua garis yang **bersebelahan** (4 di setiap lapisan).

• B ✗ 10: **Jebakan:** lupa bahwa garis mendatar tengah juga membentuk segitiga; hanya menghitung segitiga yang alasnya di alas besar.

• C ✗ 12: **Jebakan:** hanya menghitung 4 garis dari T (lupa salah satu sisi miring), sehingga $6\times 2=12$.

• D ✓ 20.

• E ✗ 30: **Jebakan:** menganggap ada 3 garis mendatar (titik T ikut dihitung sebagai garis), sehingga $10\times 3=30$.

Jawaban: D.

No. 6 Kunci: B

Yang diketahui: segi-n beraturan (semua sisi sama panjang dan semua sudut sama besar) dengan sudut dalam 140°. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – sudut dan diagonal poligon.

• **Sudut luar** di sebuah titik sudut adalah sudut antara satu sisi dan **perpanjangan** sisi sebelahnya. Sudut dalam dan sudut luar di titik yang sama berpelurus: jumlahnya 180°.

• Jumlah semua sudut luar poligon cembung $=360^\circ$. Alasannya: bila kita berjalan menyusuri tepi poligon sampai kembali ke titik awal, kita berbelok tepat satu putaran penuh.

• Jumlah sudut dalam segi-$n=(n-2)\times 180^\circ$, karena dari satu titik sudut, poligon dapat dipotong menjadi $n-2$ segitiga.

• Banyak diagonal $=\dfrac{n(n-3)}{2}$. Alasannya: dari setiap titik sudut dapat ditarik diagonal ke $n-3$ titik lain (bukan ke dirinya sendiri dan bukan ke dua tetangganya). Hasil $n(n-3)$ menghitung setiap diagonal **dua kali** (dari kedua ujungnya), maka dibagi 2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: persegi ($n = 4$): sudut dalam 90°, sudut luar $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, dan $4 \times 90^\circ = 360^\circ$ ✓; diagonal $\dfrac{4 \times 1}{2} = 2$ ✓.

Langkah penyelesaian:

1. Sudut luar $= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.
2. Semua sudut luar sama besar dan jumlahnya 360°, jadi $n = \dfrac{360^\circ}{40^\circ} = 9$.
3. Uji tiap pernyataan:
   - **(1) Benar.** $n = 9$.
   - **(2) Salah.** Banyak diagonal $= \dfrac{9 \times (9-3)}{2} = \dfrac{54}{2} = 27$, bukan 54.
   - **(3) Benar.** $(9-2) \times 180^\circ = 7 \times 180^\circ = 1.260^\circ$.
   - **(4) Salah.** Sudut luar 40°, bukan 220°.
4. Yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: 9 sudut dalam masing-masing 140° berjumlah $9 \times 140^\circ = 1.260^\circ$ ✓, sama dengan hasil rumus pada (3).

Analisis tiap opsi:

- A ✗ (1), (2), dan (3): **Jebakan:** lupa membagi 2 pada rumus diagonal, sehingga menerima $9 \times 6 = 54$.
- B ✓ (1) dan (3).
- C ✗ (2) dan (4): (2) dan (4) keduanya salah. **Jebakan:** mengira sudut luar $= 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$ (sudut di luar bangun yang mengelilingi titik sudut), padahal sudut luar adalah pelurus sudut dalam.
- D ✗ hanya (4): (4) salah dan (1) terlewat.
- E ✗ semua benar: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 7 Kunci: A

Yang diketahui: trapesium $ABCD$, $AB \parallel DC$, $AB = 14$ cm, $DC = 6$ cm. **Yang ditanya:** apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat luasnya **pasti**.

Prasyarat – luas trapesium. Luas $= \dfrac{1}{2} \times (\text{jumlah sisi sejajar}) \times \text{tinggi}$. Di sini jumlah sisi sejajar sudah diketahui, yaitu $14 + 6 = 20$ cm. Jadi pertanyaannya sama dengan: **apakah tinggi trapesium dapat dipastikan?**

Konsep – kecukupan data. Sebuah pernyataan "cukup" bila dengan pernyataan itu jawaban menjadi satu nilai pasti. Untuk menunjukkan "tidak cukup", cukup tunjukkan **dua bangun** yang memenuhi pernyataan tetapi luasnya berbeda.

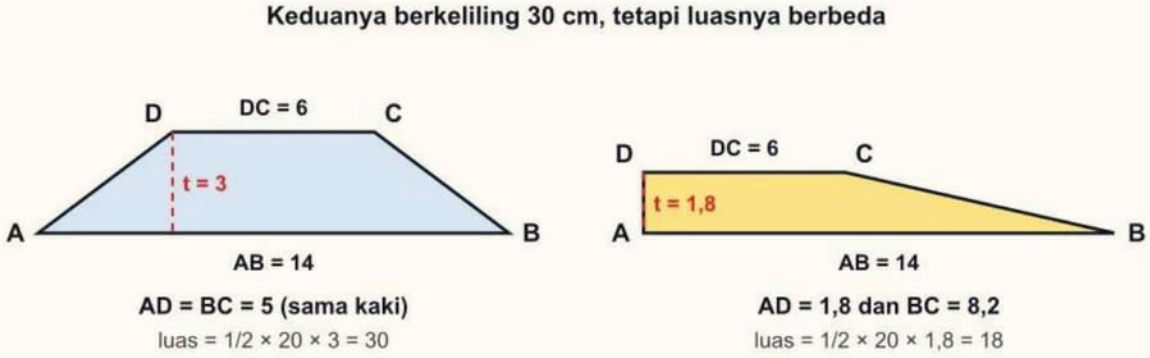
Langkah penyelesaian:

1. **Uji pernyataan (1).** $AD = BC$ berarti trapesium sama kaki, sehingga bentuknya simetris.
   - Tarik garis tinggi dari D dan C ke AB. Bagian tengah alas sama dengan $DC = 6$ cm, jadi sisa alas $14 - 6 = 8$ cm terbagi rata di kiri dan kanan: masing-masing 4 cm.
   - Pythagoras pada segitiga siku-siku di kiri (sisi miring $AD = 5$, alas 4): tinggi $= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ cm.
   - Luas $= \dfrac{1}{2} \times 20 \times 3 = 30$ cm². Nilainya pasti → (1) **cukup**.
2. **Uji pernyataan (2).** Keliling 30 cm berarti $AD + BC = 30 - 20 = 10$ cm. Pembagian 10 cm itu ke AD dan BC tidak diketahui.
   - Bila $AD = BC = 5$ cm, luasnya 30 cm² (langkah 1).
   - Bila trapesium siku-siku dengan AD tegak lurus alas, misalnya $AD = 1{,}8$ cm, maka $BC = 10 - 1{,}8 = 8{,}2$ cm. Cek: kaki BC menutup selisih alas 8 cm dan tinggi $1{,}8$ cm, dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$8^2 + 1{,}8^2 = 64 + 3{,}24 = 67{,}24 = 8{,}2^2$ ✓. Luasnya $\frac{1}{2} \times 20 \times 1{,}8 = 18$ cm².

• Dua trapesium sama-sama berkeliling 30 cm tetapi luasnya berbeda → (2) **tidak cukup**.



Cek ulang: pernyataan (1) memberi keliling $14 + 6 + 5 + 5 = 30$ cm, jadi (1) dan (2) tidak bertentangan; hanya saja (2) tidak memaksa kedua kaki sama panjang.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.

• B ✗: **Jebakan:** mengira (1) tidak cukup karena tingginya tidak disebut, dan dari keliling (2) langsung membagi dua jumlah kaki ($10 : 2 = 5$), padahal tidak ada keterangan bahwa trapesium sama kaki.

• C ✗: gabungan tidak diperlukan karena (1) sudah cukup sendiri.

• D ✗: (2) tidak cukup, seperti contoh dua trapesium di atas. **Jebakan:** menganggap keliling yang sama pasti memberi luas yang sama.

• E ✗: **Jebakan:** mengira tinggi harus diketahui langsung; padahal pada (1) tinggi dapat dicari dengan Pythagoras.

Jawaban: A.

No. 8 Kunci: C

Yang diketahui: A, B, C, D pada lingkaran berpusat O; AB diameter; $\angle BAC = 26°$. **Yang ditanya:** $\angle ADC$.

Prasyarat – sudut pada lingkaran.

• **Sudut pusat** mempunyai titik sudut di pusat O; **sudut keliling** mempunyai titik sudut pada lingkaran.

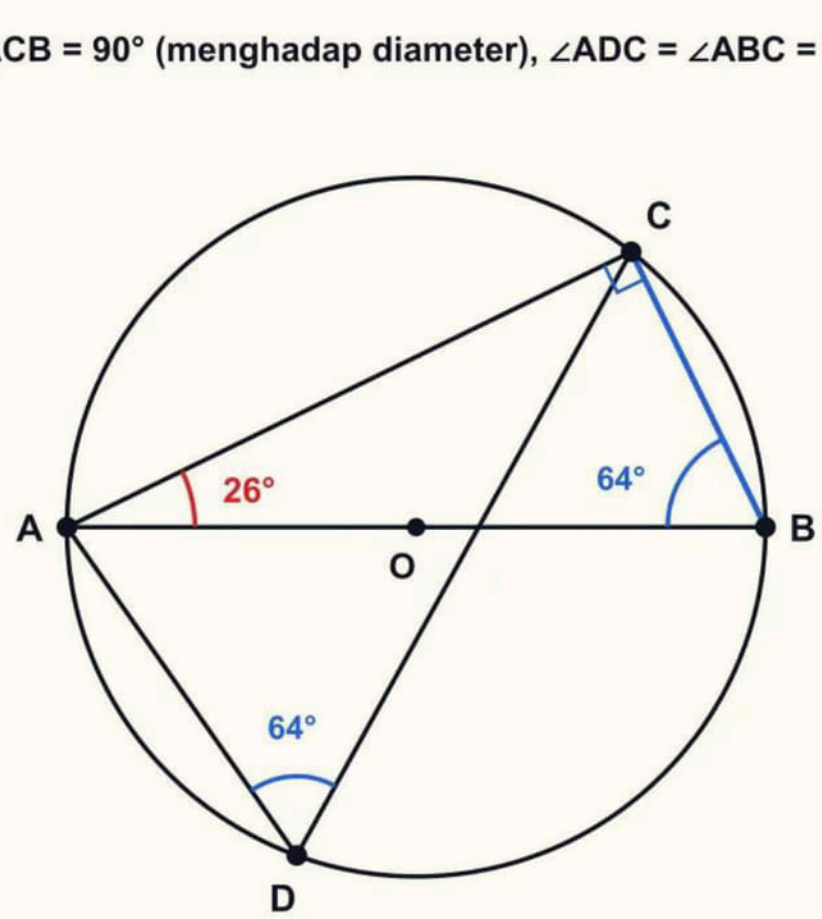
• Sudut keliling $= \frac{1}{2} \times$ sudut pusat yang menghadap busur yang sama.

• Akibatnya: (a) sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama besarnya sama; (b) sudut keliling yang menghadap diameter besarnya $90°$, karena sudut pusatnya $180°$ (garis lurus).
Contoh kecil: bila sudut pusat yang menghadap busur PQ besarnya $100°$, setiap sudut keliling yang menghadap busur PQ besarnya $50°$.

Langkah penyelesaian:

1. $\angle ACB$ adalah sudut keliling yang menghadap diameter AB, jadi $\angle ACB = 90°$.
2. Pada segitiga ABC: $\angle ABC = 180° - 90° - 26° = 64°$.
3. $\angle ABC$ dan $\angle ADC$ sama-sama sudut keliling yang menghadap busur AC (busur kecil di bagian atas yang tidak memuat B maupun D). Karena menghadap busur yang sama, besarnya sama: $\angle ADC = 64°$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang dengan sudut pusat: $\angle BOC$ adalah sudut pusat yang menghadap busur BC, sama seperti sudut keliling $\angle BAC$, jadi $\angle BOC = 2 \times 26^\circ = 52^\circ$. Karena AOB garis lurus, $\angle AOC = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$. Sudut keliling $\angle ADC$ menghadap busur AC yang sama, jadi $\angle ADC = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 26°: **Jebakan:** mengira $\angle ADC$ sama dengan $\angle BAC$, padahal keduanya menghadap busur yang berbeda (BC dan AC).

• B ✗ 52°: **Jebakan:** menjawab sudut pusat $\angle BOC$, bukan sudut yang ditanya.

• C ✓ 64°.

• D ✗ 116°: **Jebakan:** memakai busur AC yang besar (yang memuat D): $\frac{1}{2} \times 232^\circ = 116^\circ$. Sudut di D menghadap busur di seberangnya, bukan busur tempat D berada.

• E ✗ 128°: **Jebakan:** menjawab sudut pusat $\angle AOC$ tanpa membaginya 2.

Jawaban: C.

No. 9 Kunci: 176

Yang diketahui: panjang lengan 42 cm, sudut putar 120°, gerak pergi lalu kembali. **Yang ditanya:** panjang lintasan ujung lengan.

Prasyarat – keliling lingkaran dan panjang busur.

• Ujung lengan yang berputar pada poros bergerak di sepanjang lingkaran yang berpusat di poros, dengan jari-jari sama dengan panjang lengan.

• Keliling lingkaran $= 2\pi r$.

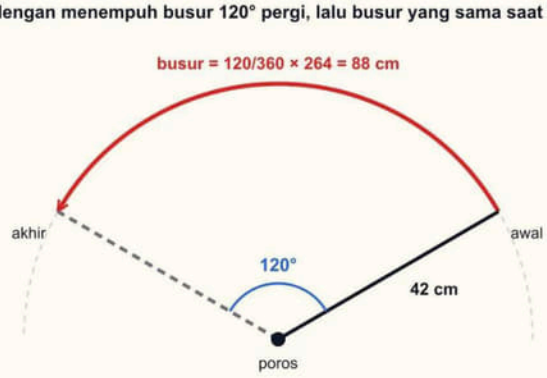
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• **Busur** adalah bagian dari keliling lingkaran. Panjang busur $= \dfrac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times 2\pi r$, karena satu putaran penuh (360°) menempuh seluruh keliling.

Contoh kecil: lingkaran berjari-jari 7 cm mempunyai keliling $2 \times \dfrac{22}{7} \times 7 = 44$ cm; busur 90° panjangnya $\dfrac{90}{360} \times 44 = \dfrac{1}{4} \times 44 = 11$ cm.

Langkah penyelesaian:

1. Jari-jari lintasan ujung lengan $r = 42$ cm.
2. Keliling lingkaran: $2 \times \dfrac{22}{7} \times 42 = 2 \times 22 \times 6 = 264$ cm.
3. Busur 120°: $\dfrac{120}{360} \times 264 = \dfrac{1}{3} \times 264 = 88$ cm. Ini lintasan saat **pergi**.
4. Saat **kembali**, ujung lengan menempuh busur yang sama, 88 cm.
5. Panjang lintasan satu ayunan $= 88 + 88 = 176$ cm.



Cek ulang: pergi dan kembali sama dengan berputar total 240°; $\dfrac{240}{360} \times 264 = \dfrac{2}{3} \times 264 = 176$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Hanya menghitung lintasan pergi: 88 cm.
• Menghitung keliling lingkaran penuh: 264 cm.
• Memakai rumus luas juring ($\dfrac{120}{360} \times \pi r^2 = 1.848$), padahal yang ditanya panjang lintasan, bukan luas daerah yang disapu.

Jawaban: 176.

No. 10 Kunci: 1B 2S 3B

Yang diketahui: balok $12 \times 8 \times 6$ (cm). **Yang ditanya:** benar atau salahnya tiga pernyataan.

Prasyarat:

• **Diagonal ruang** balok $= \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$. Alasannya: Pythagoras dua kali. Diagonal alas d memenuhi $d^2 = p^2 + l^2$. Diagonal ruang adalah sisi miring segitiga siku-siku yang sisi siku-sikunya d (mendatar di alas) dan rusuk tegak t, sehingga (diagonal ruang)$^2 = d^2 + t^2 = p^2 + l^2 + t^2$.
• **Luas permukaan** balok $= 2(pl + pt + lt)$, yaitu jumlah luas enam sisi (tiga pasang sisi yang sama).
• **Volume** balok $= p \times l \times t$.

Contoh kecil: kubus $1 \times 1 \times 1$ mempunyai luas permukaan 6 dan volume 1; diagonal ruangnya $\sqrt{1 + 1 + 1} = \sqrt{3}$.

Pernyataan 1 – Benar.

1. Kuadrat diagonal ruang $= 12^2 + 8^2 + 6^2 = 144 + 64 + 36 = 244$.
2. Bandingkan dengan $16^2 = 256$. Karena $244 < 256$, diagonal ruang $= \sqrt{244} < \sqrt{256} = 16$ cm

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(sekitar $15{,}6$ cm).
Jebakan: menjumlahkan rusuk ($12 + 8 + 6 = 26$) seolah-olah diagonal ruang, lalu menyimpulkan "lebih dari 16".

Pernyataan 2 – Salah.
1. Luas permukaan $= 2(12 \times 8 + 12 \times 6 + 8 \times 6) = 2(96 + 72 + 48) = 2 \times 216 = 432$ cm².
2. Bilangan 576 adalah **volume** kotak ($12 \times 8 \times 6 = 576$ cm³), bukan luas permukaan.
Jebakan: mencampuradukkan volume (isi, satuan cm³) dengan luas permukaan (kertas pembungkus, satuan cm²).

Pernyataan 3 – Benar.
1. Ukuran baru $24 \times 16 \times 12$, volumenya $24 \times 16 \times 12 = 4.608$ cm³.
2. $\dfrac{4.608}{576} = 8$. Alasannya: setiap ukuran dikali 2, jadi volume dikali $2 \times 2 \times 2 = 8$.
Jebakan: mengira volume ikut menjadi 2 kali saja.

Cek ulang: $\sqrt{244} \approx 15{,}62$ karena $15{,}62^2 \approx 244$ ✓; dan $576 \times 8 = 4.608$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

No. 11 Kunci: E

Yang diketahui: kubus rusuk 12 cm; limas $T.ABCD$ dengan T pusat kubus dibuang. **Yang ditanya:** volume kayu yang tersisa.

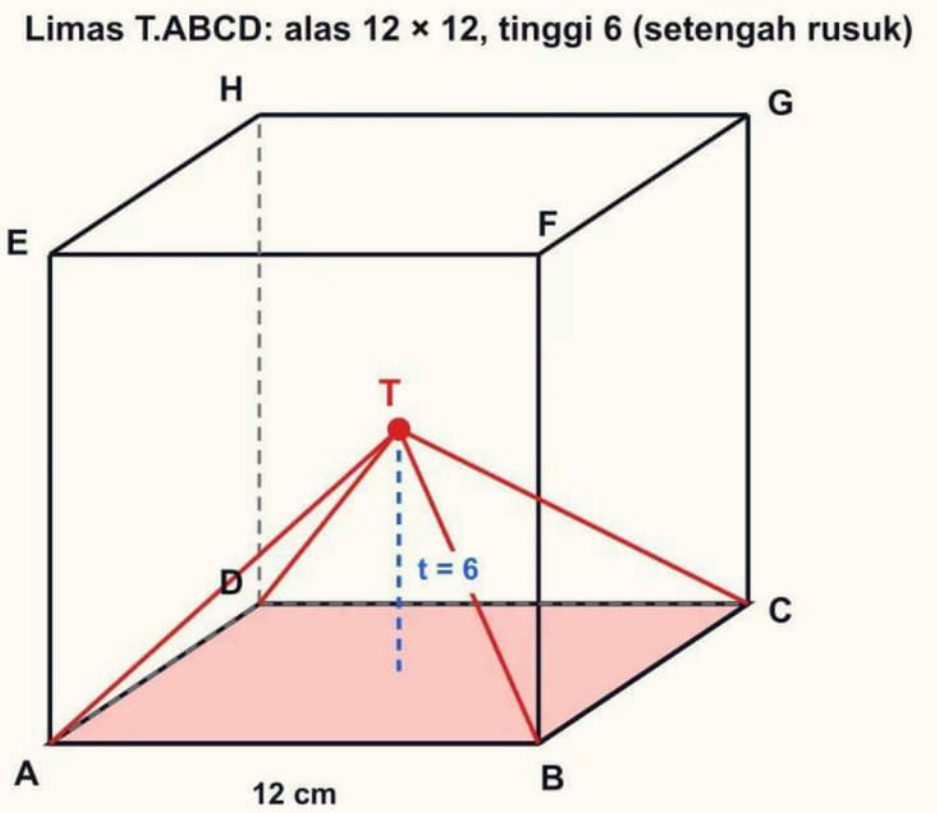
Prasyarat – volume limas. Volume limas $= \dfrac{1}{3} \times$ luas alas $\times$ tinggi.

Mengapa $\dfrac{1}{3}$? Hubungkan pusat kubus T ke keenam sisi kubus. Kubus terbagi tepat menjadi 6 limas yang sama, masing-masing beralas satu sisi kubus dan tingginya setengah rusuk. Untuk kubus rusuk s: volume satu limas $= \dfrac{s^3}{6} = \dfrac{1}{3} \times s^2 \times \dfrac{s}{2}$, cocok dengan rumus.

Contoh kecil: kubus rusuk 2 bervolume 8; satu limas dari pusat bervolume $\dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$, dan rumusnya $\dfrac{1}{3} \times 4 \times 1 = \dfrac{4}{3}$ ✓.

Langkah penyelesaian:
1. Volume kubus $= 12 \times 12 \times 12 = 1.728$ cm³.
2. Luas alas limas $= 12 \times 12 = 144$ cm².
3. Tinggi limas = jarak T ke alas $ABCD$ = setengah rusuk $= 6$ cm (titik pusat berada tepat di tengah-tengah tinggi kubus).
4. Volume limas $= \dfrac{1}{3} \times 144 \times 6 = 288$ cm³.
5. Volume kayu tersisa $= 1.728 - 288 = 1.440$ cm³.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: limas $T.ABCD$ adalah satu dari enam limas yang membagi kubus, jadi volumenya $1.728 : 6 = 288$ ✓, dan sisanya $5 \times 288 = 1.440$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 288 cm³: **Jebakan:** menjawab volume limas yang dibuang, bukan volume yang tersisa.

• B ✗ 576 cm³: **Jebakan:** memakai tinggi limas 12 cm (seluruh rusuk) sehingga volume limas $\frac{1}{3} \times 144 \times 12 = 576$, lalu berhenti di situ.

• C ✗ 864 cm³: **Jebakan:** lupa faktor $\frac{1}{3}$, sehingga limas $= 144 \times 6 = 864$ dan sisanya $1.728 - 864 = 864$.

• D ✗ 1.152 cm³: **Jebakan:** memakai tinggi 12 cm, sehingga sisanya $1.728 - 576 = 1.152$.

• E ✓ 1.440 cm³.

Jawaban: E.

No. 12 Kunci: D

Yang diketahui: bola berjari-jari r tepat di dalam tabung; kerucut beralas dan bertinggi sama dengan tabung. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat – rumus bangun ruang sisi lengkung.

• Tabung: volume $= \pi r^2 t$; luas permukaan $= 2\pi r^2$ (alas dan tutup) $+ 2\pi r t$ (selimut).

• Kerucut: volume $= \frac{1}{3}\pi r^2 t$ (sepertiga tabung yang alas dan tingginya sama).

• Bola: volume $= \frac{4}{3}\pi r^3$; luas permukaan $= 4\pi r^2$.

Langkah 1 – ukuran tabung. Bola menyinggung selimut, jadi jari-jari tabung $= r$. Bola menyinggung alas dan tutup, jadi tinggi tabung = diameter bola $= 2r$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 2 – hitung semua besaran dalam r.

• Volume tabung $= \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$.

• Volume bola $= \frac{4}{3}\pi r^3$.

• Volume kerucut $= \frac{1}{3}\pi r^2 \times 2r = \frac{2}{3}\pi r^3$.

• Luas permukaan tabung $= 2\pi r^2 + 2\pi r \times 2r = 2\pi r^2 + 4\pi r^2 = 6\pi r^2$.

• Luas permukaan bola $= 4\pi r^2$.

Langkah 3 – uji tiap pernyataan.

• **(1) Benar.** $\frac{2}{3} \times 2\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$ = volume bola.

• **(2) Salah.** $\frac{1}{3} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{9}\pi r^3$, sedangkan volume kerucut $\frac{2}{3}\pi r^3$. Perbandingan yang tepat: volume kerucut $= \frac{1}{2}$ volume bola.

• **(3) Benar.** $\frac{2}{3} \times 6\pi r^2 = 4\pi r^2$ = luas permukaan bola.

• **(4) Benar.** $\frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{6}{3}\pi r^3 = 2\pi r^3$ = volume tabung.

Yang benar: (1), (3), dan (4), yaitu 3 pernyataan.

Cek ulang dengan angka: ambil $r = 3$. Volume tabung $= \pi \times 9 \times 6 = 54\pi$, volume bola $= \frac{4}{3}\pi \times 27 = 36\pi$, volume kerucut $= \frac{1}{3}\pi \times 9 \times 6 = 18\pi$. Maka $36\pi = \frac{2}{3} \times 54\pi$ ✓, $18\pi \neq \frac{1}{3} \times 36\pi = 12\pi$ ✓ (pernyataan 2 memang salah), dan $36\pi + 18\pi = 54\pi$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0: **Jebakan:** memakai tinggi tabung r (bukan $2r$). Dengan tinggi r, volume tabung πr^3, volume kerucut $\frac{1}{3}\pi r^3$, dan luas permukaan tabung $4\pi r^2$, sehingga keempat pernyataan tampak salah.

• B ✗ 1: **Jebakan:** dua kesalahan sekaligus, yaitu luas permukaan tabung hanya dihitung selimutnya (menolak (3)) dan tinggi kerucut dianggap r (volume kerucut $\frac{1}{3}\pi r^3$, sehingga menolak (4)).

• C ✗ 2: **Jebakan:** menolak (3) karena hanya membandingkan dengan selimut tabung ($4\pi r^2$, sama dengan luas bola) dan lupa alas serta tutup ikut dihitung.

• D ✓ 3.

• E ✗ 4: **Jebakan:** menerima (2) karena teringat angka $\frac{1}{3}$ dari rumus kerucut; padahal $\frac{1}{3}$ itu perbandingan kerucut dengan **tabung**, bukan dengan bola.

Jawaban: D.

No. 13 Kunci: A

Yang diketahui: $A(-5, 6)$, $B(7, -2)$, M titik tengah AB. **Yang ditanya:** jarak OM.

Prasyarat:

• **Titik tengah** dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$, yaitu rata-rata koordinat-x dan rata-rata koordinat-y.

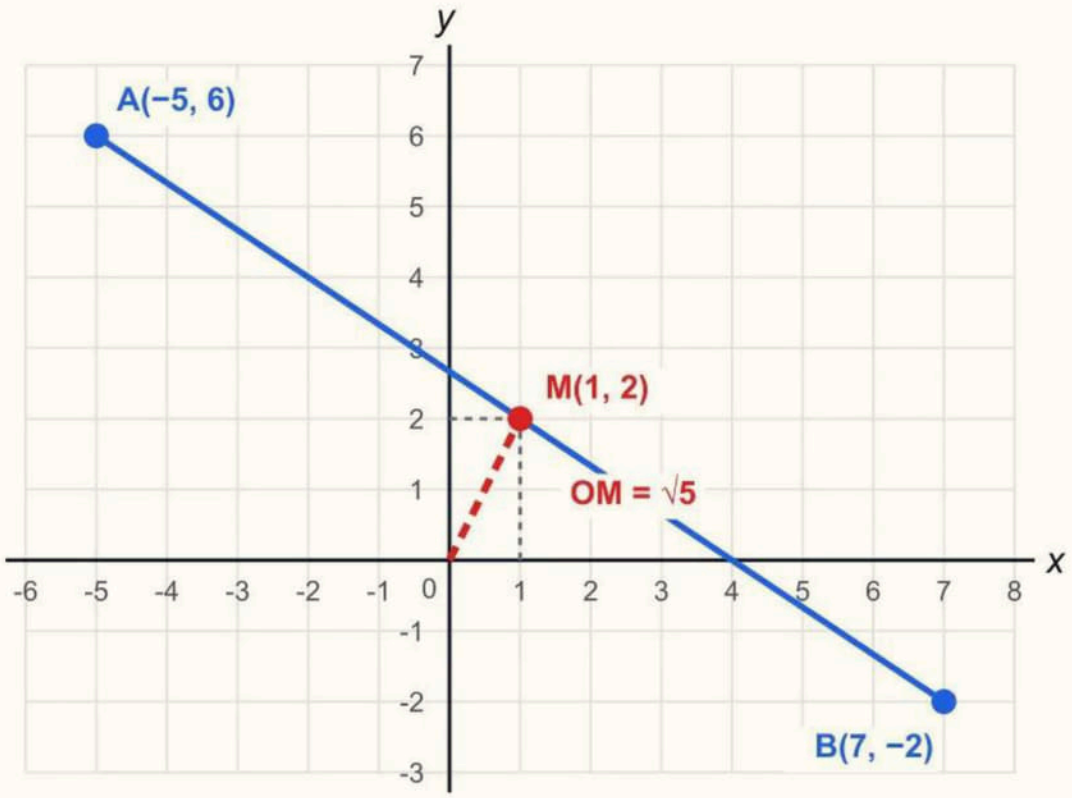
• **Jarak dua titik** $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Rumus ini adalah teorema Pythagoras: selisih x dan selisih y menjadi dua sisi siku-siku, jaraknya menjadi sisi miring.

Contoh kecil: titik tengah $(0, 0)$ dan $(4, 2)$ adalah $(2, 1)$; jarak $(0, 0)$ ke $(3, 4)$ adalah $\sqrt{9 + 16} = 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Koordinat-x titik M: $\dfrac{-5+7}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$.
2. Koordinat-y titik M: $\dfrac{6+(-2)}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$. Jadi $M(1, 2)$.
3. Jarak $OM = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.



Cek ulang: M harus berjarak sama ke A dan B.
$AM = \sqrt{(1+5)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$ dan
$MB = \sqrt{(7-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✓ $\sqrt{5}$.
- B ✗ $\sqrt{17}$: **Jebakan:** salah tanda pada -2, yaitu $\dfrac{6+2}{2} = 4$, sehingga $M(1, 4)$ dan $OM = \sqrt{1+16}$.
- C ✗ $2\sqrt{5}$: **Jebakan:** lupa membagi 2, sehingga $M(2, 4)$ dan $OM = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
- D ✗ $2\sqrt{13}$: **Jebakan:** mengurangkan koordinat lalu membagi 2, sehingga mendapat $(6, -4)$ dan jaraknya $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ (ini setengah panjang AB, bukan jarak OM).
- E ✗ $4\sqrt{13}$: **Jebakan:** menjawab panjang $AB = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$.

Jawaban: A.

No. 14 Kunci: C

Yang diketahui: $A(-1, -2)$, $B(5, 1)$, $C(2, 7)$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Prasyarat:

• **Gradien** garis melalui dua titik $= \dfrac{\text{perubahan } y}{\text{perubahan } x} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ("naik dibagi maju").

• Dua garis **tegak lurus** bila hasil kali gradiennya -1. Alasannya: memutar arah (a, b) sejauh 90° menghasilkan arah $(-b, a)$; gradiennya berubah dari $\dfrac{b}{a}$ menjadi $\dfrac{a}{-b}$, dan $\dfrac{b}{a} \times \dfrac{a}{-b} = -1$.

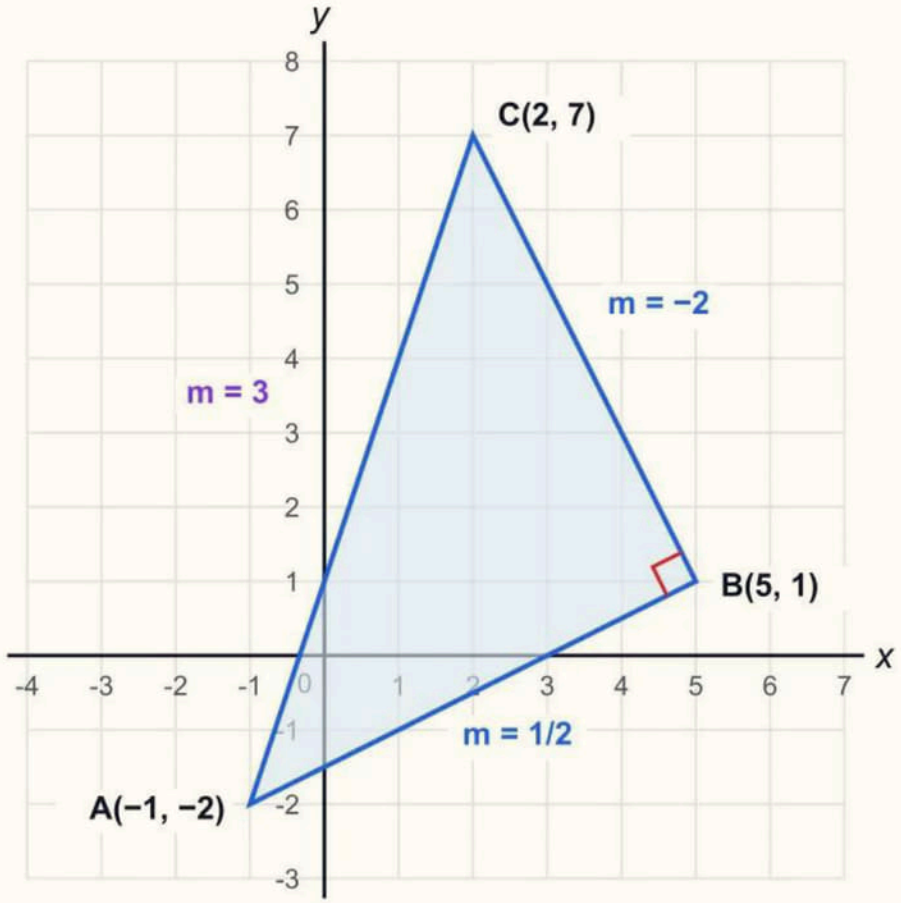
• Jarak dua titik dari Pythagoras; luas segitiga siku-siku $= \dfrac{1}{2} \times$ hasil kali kedua sisi siku-sikunya.

Contoh kecil: gradien garis melalui $(0, 0)$ dan $(2, 6)$ adalah $\dfrac{6}{2} = 3$; garis bergradien 3 tegak lurus garis bergradien $-\dfrac{1}{3}$ karena $3 \times \left(-\dfrac{1}{3}\right) = -1$.

Langkah penyelesaian:

1. **(1) Salah.** $m_{AC} = \dfrac{7 - (-2)}{2 - (-1)} = \dfrac{9}{3} = 3$, bukan $\dfrac{1}{3}$.
2. **(2) Benar.** $m_{AB} = \dfrac{1 - (-2)}{5 - (-1)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ dan $m_{BC} = \dfrac{7 - 1}{2 - 5} = \dfrac{6}{-3} = -2$. Hasil kalinya $\dfrac{1}{2} \times (-2) = -1$, jadi AB tegak lurus BC dan $\angle ABC = 90^\circ$.
3. **(3) Salah.** $AC = \sqrt{(2+1)^2 + (7+2)^2} = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$. Bilangan $6\sqrt{5}$ adalah $AB + BC$, bukan AC.
4. **(4) Benar.** $AB = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}$ dan $BC = \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = \sqrt{45}$. Karena siku-siku di B, luas $= \dfrac{1}{2} \times \sqrt{45} \times \sqrt{45} = \dfrac{45}{2} = 22{,}5$.
5. Yang benar: (2) dan (4).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: bila siku-siku di B, Pythagoras harus berlaku: $AB^2 + BC^2 = 45 + 45 = 90 = AC^2$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): **Jebakan:** gradien dihitung terbalik ($\frac{\text{perubahan } x}{\text{perubahan } y} = \frac{3}{9}$), dan AC dikira sama dengan $AB + BC$.

• B ✗ (1) dan (3): kedua pernyataan itu salah, seperti pada A.

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗ hanya (4): melewatkan (2). **Jebakan:** mengira tegak lurus berarti gradiennya berkebalikan saja ($\frac{1}{2}$ dan 2), tanpa tanda negatif.

• E ✗ semua benar: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 15 Kunci: 41

Yang diketahui: segilima $ABCDE$ pada petak satuan (gambar). **Yang ditanya:** luas daerahnya.

Langkah 1 – baca koordinat dari gambar. $A(-4, 0), B(0, -3), C(4, 1), D(2, 5), E(-2, 5)$.

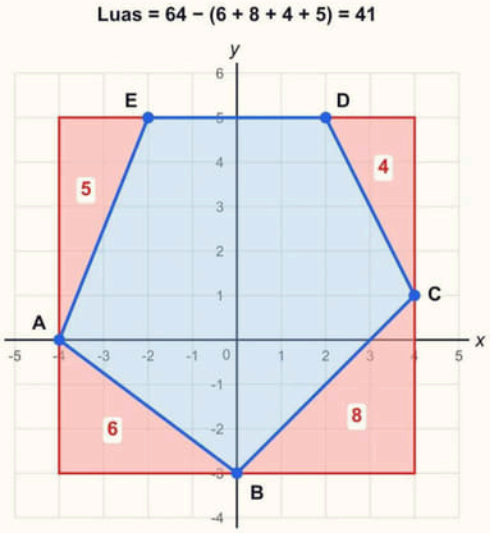
Konsep – persegi panjang pembungkus. Sisi-sisi segilima miring sehingga petaknya tidak dapat dihitung utuh. Caranya: buat persegi panjang terkecil yang membungkus bangun (sisi-sisinya mendatar dan tegak), lalu kurangi daerah di luar bangun. Daerah di luar bangun berupa segitiga siku-siku yang luasnya mudah dihitung ($\frac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: segitiga dengan titik $(0,0)$, $(2,1)$, $(1,2)$ dibungkus persegi $2 \times 2 = 4$; tiga segitiga di luarnya berluas 1, $\frac{1}{2}$, dan 1; luas segitiga $= 4 - 2{,}5 = 1{,}5$.

Langkah penyelesaian:

2. Koordinat-x terkecil -4 dan terbesar $4 \rightarrow$ lebar 8. Koordinat-y terkecil -3 dan terbesar $5 \rightarrow$ tinggi 8. Luas pembungkus $= 8 \times 8 = 64$.
3. Segitiga di luar bangun (lihat gambar):
• Kiri bawah, antara A dan B: sisi siku-siku 3 (dari $y = 0$ turun ke $y = -3$) dan 4 (dari $x = -4$ ke $x = 0$). Luas $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$.
• Kanan bawah, antara B dan C: sisi 4 dan 4. Luas $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$.
• Kanan atas, antara C dan D: sisi 4 (dari $y = 1$ ke $y = 5$) dan 2 (dari $x = 2$ ke $x = 4$). Luas $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$.
• Kiri atas, antara E dan A: sisi 2 (dari $x = -4$ ke $x = -2$) dan 5 (dari $y = 0$ ke $y = 5$). Luas $\frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 5$.
• Sisi DE menempel pada tepi atas pembungkus, jadi tidak ada daerah sisa di sana.
4. Jumlah daerah di luar $= 6 + 8 + 4 + 5 = 23$.
5. Luas segilima $= 64 - 23 = 41$ satuan luas.



Cek ulang dengan cara lain: potong segilima dengan garis mendatar $y = 0$ dan $y = 1$ sehingga menjadi tiga bagian: segitiga A-B-$(3,0)$ di bawah sumbu-x berluas $\frac{1}{2} \times 7 \times 3 = 10{,}5$ (titik $(3,0)$ adalah titik potong BC dengan sumbu-x); trapesium antara $y = 0$ dan $y = 1$ berluas $\frac{1}{2} \times (7 + 7{,}6) \times 1 = 7{,}3$ (pada $y = 1$, sisi EA berada di $x = -3{,}6$); dan bagian atas berupa trapesium dengan sisi sejajar $7{,}6$ dan 4 setinggi 4: $\frac{1}{2} \times (7{,}6 + 4) \times 4 = 23{,}2$. Jumlahnya $10{,}5 + 7{,}3 + 23{,}2 = 41$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Lupa salah satu segitiga pojok, misalnya hasil $64 - 18 = 46$ (lupa segitiga kiri atas yang berluas 5).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Menghitung daerah pojok sebagai persegi panjang (lupa $\frac{1}{2}$): $64 - 46 = 18$.

• Salah membaca koordinat karena menghitung garis petak, bukan jarak antargaris.

Jawaban: 41.

No. 16 Kunci: A

Yang diketahui: $A(-3, 2)$, $B(5, 6)$; garis g melalui titik tengah AB dan tegak lurus AB. **Yang ditanya:** perbandingan ordinat titik potong g dengan sumbu-y (P) dan 5 (Q).

Prasyarat:

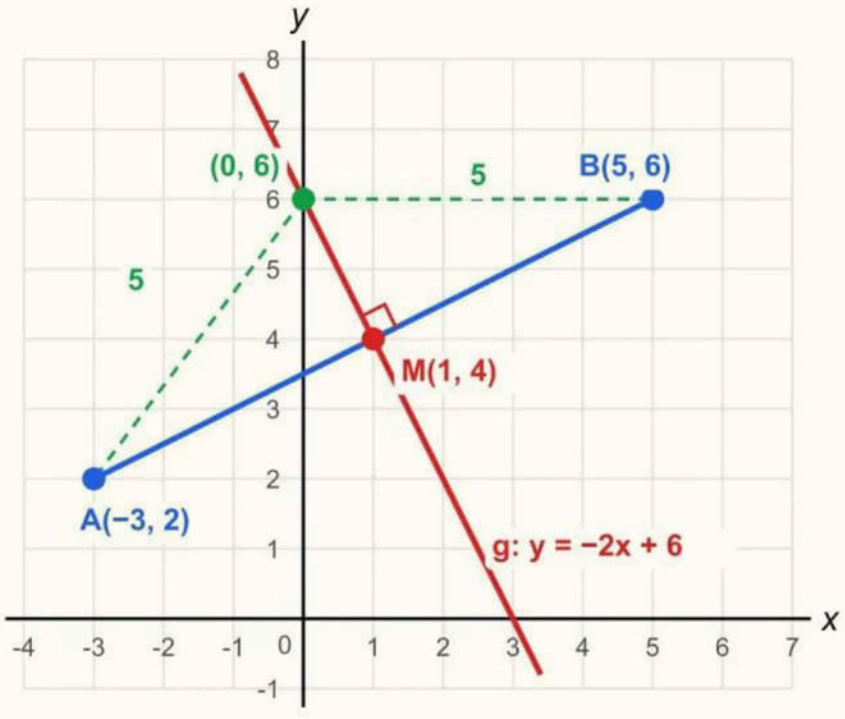
• Titik tengah = rata-rata koordinat.

• Garis-garis tegak lurus: $m_1 \times m_2 = -1$, jadi $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ (dibalik **dan** diberi tanda berlawanan).

• Persamaan garis melalui (x_1, y_1) dengan gradien m: $y - y_1 = m(x - x_1)$. Titik potong dengan sumbu-y diperoleh dengan mengganti $x = 0$.
Contoh kecil: garis bergradien 2 melalui $(1, 3)$ adalah $y - 3 = 2(x - 1)$, yaitu $y = 2x + 1$; titik potongnya dengan sumbu-y adalah $(0, 1)$.

Langkah penyelesaian:

1. Titik tengah AB: $M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = M(1, 4)$.
2. Gradien AB: $m_{AB} = \frac{6-2}{5-(-3)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.
3. Gradien g: $m_g = -\frac{1}{1/2} = -2$, karena $\frac{1}{2} \times (-2) = -1$.
4. Persamaan g: $y - 4 = -2(x - 1)$, sehingga $y = -2x + 2 + 4 = -2x + 6$.
5. Untuk $x = 0$: $y = 6$. Jadi $P = 6$.
6. $P = 6 > 5 = Q$.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang dengan sifat garis sumbu: setiap titik pada garis g (garis tegak lurus yang melalui titik tengah) berjarak sama ke A dan B. Titik $(0, 6)$: jarak ke A $= \sqrt{(0+3)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = 5$ dan jarak ke $B = \sqrt{(0-5)^2 + (6-6)^2} = 5$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ P lebih dari Q.

• B ✗ : **Jebakan:** lupa tanda negatif ($m_g = 2$, sehingga $y = 2x + 2$ dan $P = 2$) atau hanya mengambil tanda negatif tanpa membalik ($m_g = -\frac{1}{2}$, sehingga $y = -\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}$ dan $P = 4{,}5$). Keduanya memberi $P < 5$.

• C ✗ : **Jebakan:** mengira garis tegak lurus selalu bergradien -1, sehingga $y - 4 = -(x - 1)$, yaitu $y = -x + 5$ dan $P = 5$.

• D ✗ : **Jebakan:** mengira garis g belum tertentu; padahal satu titik (M) dan satu gradien (-2) sudah menentukan tepat satu garis.

Jawaban: A.

No. 17 Kunci: D

Yang diketahui: garis ℓ melalui $A(2, 1)$. **Yang ditanya:** apakah (1) dan/atau (2) memastikan titik potong ℓ dengan sumbu-y.

Prasyarat:

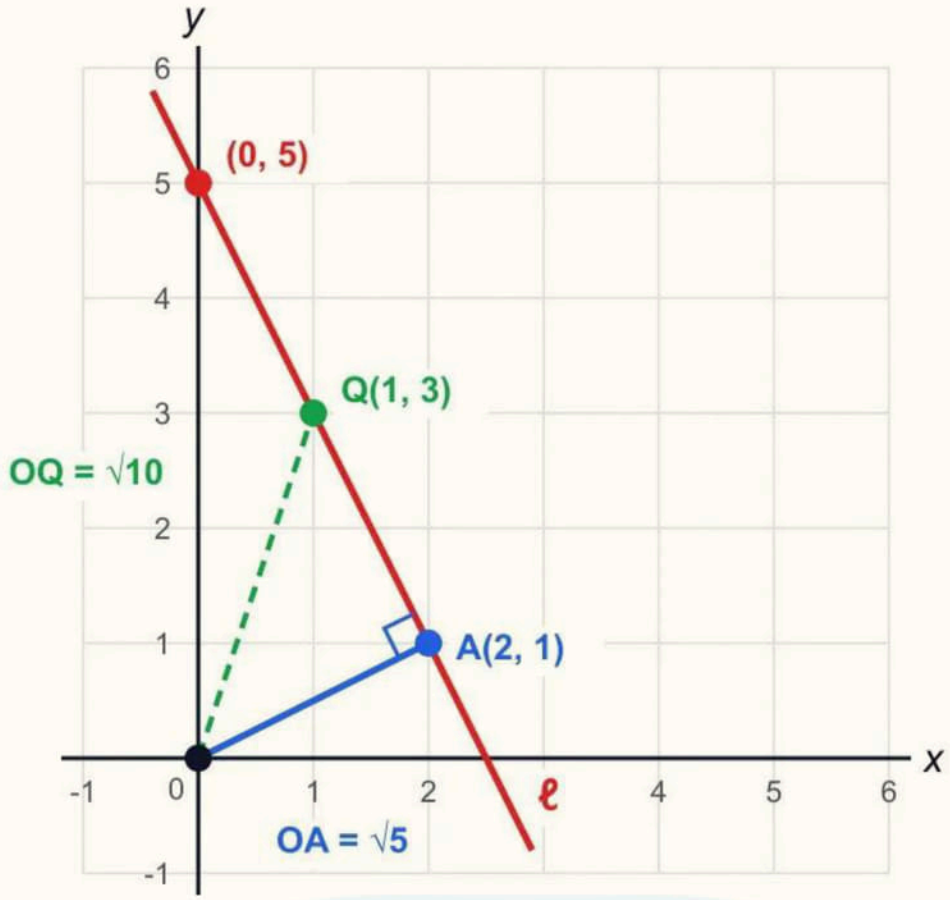
• Sebuah garis tertentu (tunggal) bila diketahui **satu titik** dan **gradiennya**. Di sini titiknya sudah ada (A), jadi yang perlu dipastikan hanya gradien ℓ.

• **Jarak terpendek dari sebuah titik ke sebuah garis** adalah ruas yang **tegak lurus** garis itu. Alasannya: bila H kaki tegak lurus dari O ke garis dan Q titik lain pada garis, segitiga OHQ siku-siku di H, sehingga OQ (sisi miring) lebih panjang daripada OH.
Contoh kecil: titik $(0, 3)$ dan garis $y = 0$ (sumbu-x). Titik terdekat pada sumbu-x adalah $(0, 0)$, tepat di bawahnya; titik lain seperti $(4, 0)$ berjarak $\sqrt{16+9} = 5 > 3$.

Langkah penyelesaian:

1. **Uji pernyataan (1).** $m_{OA} = \dfrac{1-0}{2-0} = \dfrac{1}{2}$, jadi $m_\ell = -2$. Persamaan ℓ: $y - 1 = -2(x - 2)$, yaitu $y = -2x + 5$. Titik potong dengan sumbu-y: $(0, 5)$. Jawabannya pasti $5 \rightarrow$ (1) **cukup**.
2. **Uji pernyataan (2).** Misalkan ℓ **tidak** tegak lurus OA. Tarik ruas dari O yang tegak lurus ℓ, dengan kaki H yang berbeda dari A. Segitiga OHA siku-siku di H, sehingga OA (sisi miring) lebih panjang daripada OH. Artinya H lebih dekat ke O daripada A, bertentangan dengan pernyataan (2).
3. Jadi pernyataan (2) memaksa OA tegak lurus ℓ, sama dengan pernyataan (1). Garisnya sama, $y = -2x + 5$, dan jawabannya pasti $5 \rightarrow$ (2) **cukup**.
4. Masing-masing pernyataan cukup sendiri.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: pada garis $y = -2x + 5$, titik $Q(1, 3)$ berjarak $OQ = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ dan titik $(0, 5)$ berjarak 5; keduanya lebih jauh daripada $OA = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ ✓. Jadi A memang titik terdekat pada garis itu.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ : **Jebakan:** mengira (2) hanya memberi keterangan "jarak", bukan arah garis, sehingga dianggap tidak cukup.

• B ✗ : (1) juga cukup, karena gradien OA dapat dihitung dan dibalik.

• C ✗ : gabungan tidak diperlukan; masing-masing sudah cukup.

• D ✓ masing-masing cukup.

• E ✗ : **Jebakan:** mengira persamaan garis memerlukan dua titik yang diketahui.

Jawaban: D.

No. 18 Kunci: B

Yang diketahui: segitiga KLM siku-siku di L, $\sin K = \dfrac{5}{13}$. **Yang ditanya:** $\tan M$.

Prasyarat – perbandingan trigonometri. Pada segitiga siku-siku, untuk sebuah sudut lancip:

• $\sin = \dfrac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}, \cos = \dfrac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}, \tan = \dfrac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}}$.

• "Sisi depan" dan "sisi samping" **bergantung pada sudut yang dipakai**. Sisi yang di depan sudut K menjadi sisi samping bagi sudut M.

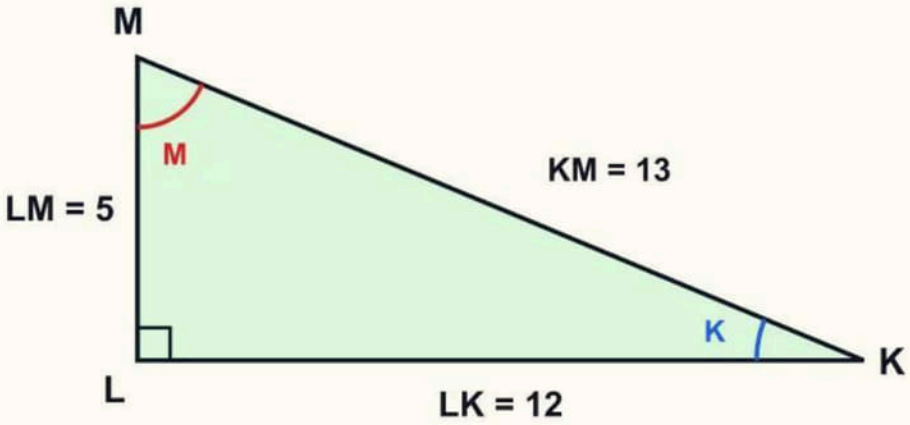
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: segitiga 3-4-5 dengan sudut α di hadapan sisi 3: $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\tan\alpha = \frac{3}{4}$; untuk sudut lancip yang lain, $\tan = \frac{4}{3}$.

Langkah penyelesaian:

1. Sisi miring (di hadapan sudut siku-siku L) adalah KM. Sisi di depan sudut K adalah LM.
2. $\sin K = \frac{LM}{KM} = \frac{5}{13}$. Karena yang penting perbandingannya, ambil $LM = 5$ dan $KM = 13$.
3. Sisi ketiga dengan Pythagoras: $LK = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$.
4. Untuk sudut M: sisi depan M adalah $LK = 12$ dan sisi samping M adalah $LM = 5$.
5. $\tan M = \frac{12}{5}$.

tan M = sisi depan M : sisi samping M = 12 : 5



Cek ulang dengan sudut berpenyiku: $K + M = 90^\circ$, sehingga $\tan M = \frac{1}{\tan K}$. Karena $\tan K = \frac{LM}{LK} = \frac{5}{12}$, maka $\tan M = \frac{12}{5}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\frac{13}{5}$: **Jebakan:** membalik $\sin K$ ($\frac{\text{miring}}{\text{depan } K}$), padahal tangen tidak memakai sisi miring.
- B ✓ $\frac{12}{5}$.
- C ✗ $\frac{13}{12}$: **Jebakan:** memakai $\frac{\text{miring}}{\text{depan } M}$, yaitu kebalikan $\sin M$.
- D ✗ $\frac{12}{13}$: **Jebakan:** menghitung $\sin M$ (atau $\cos K$), bukan $\tan M$.
- E ✗ $\frac{5}{12}$: **Jebakan:** menghitung $\tan K$, yaitu sudut tertukar; sisi depan dan samping ditentukan dari sudut M.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 19 Kunci: C

Yang diketahui: $A(1,1)$, $B(5,1)$, $C(1,4)$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat – aturan transformasi (pusat O).

• Translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$: $(x,y) \to (x+a, y+b)$. Bangun hanya bergeser; bentuk dan ukurannya tetap.

• Refleksi terhadap garis $y = x$: $(x,y) \to (y,x)$ (koordinat bertukar tempat).

• Dilatasi faktor k: $(x,y) \to (kx, ky)$. Setiap panjang dikali $|k|$, sehingga luas dikali k^2. Tanda negatif hanya membuat bayangan berada di seberang pusat.

• Rotasi 90° **berlawanan** arah jarum jam: $(x,y) \to (-y,x)$. Rotasi 90° **searah** jarum jam: $(x,y) \to (y,-x)$.

Contoh kecil: titik $(1,0)$ diputar 90° berlawanan arah jarum jam berpindah ke $(0,1)$ (naik ke sumbu-y positif), sesuai rumus $(-0,1)$; diputar searah jarum jam berpindah ke $(0,-1)$.

Langkah 1 – luas segitiga asal. AB mendatar sepanjang $5-1=4$ dan AC tegak sepanjang $4-1=3$, siku-siku di A. Luas $= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$.

Langkah 2 – uji tiap pernyataan.

• **(1) Benar.** Translasi tidak mengubah ukuran, jadi luas bayangan tetap 6.

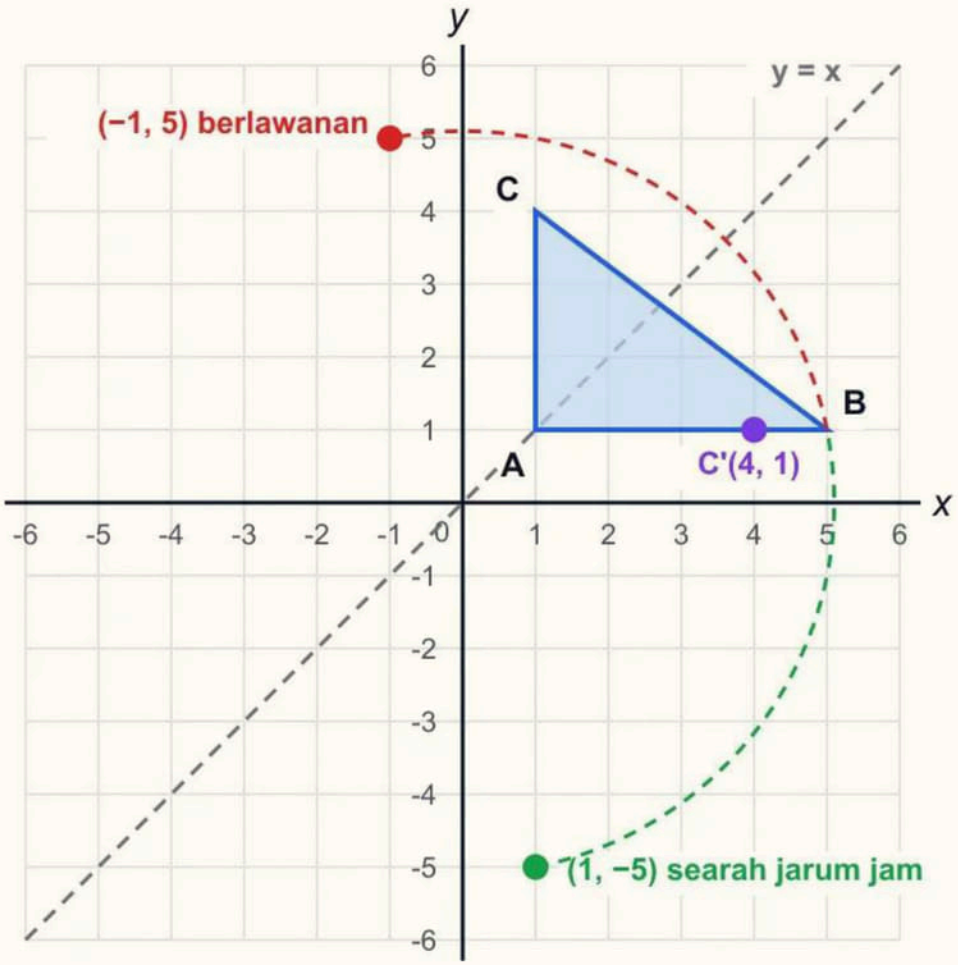
• **(2) Benar.** $C(1,4) \to (4,1)$ (koordinat ditukar).

• **(3) Salah.** Panjang dikali $|-2| = 2$, luas dikali $(-2)^2 = 4$: luas bayangan $= 6 \times 4 = 24$, bukan 12.

• **(4) Salah.** Searah jarum jam: $B(5,1) \to (1,-5)$. Titik $(-1,5)$ adalah hasil rotasi **berlawanan** arah jarum jam.

Yang benar: (1) dan (2), yaitu 2 pernyataan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: bayangan dilatasi: $A'(-2,-2)$, $B'(-10,-2)$, $C'(-2,-8)$; alasnya 8, tingginya 6, luas $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ✓. Rotasi: B di kuadran I dekat sumbu-x positif; diputar searah jarum jam seperempat putaran, berpindah ke dekat sumbu-y negatif, yaitu $(1,-5)$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0: **Jebakan:** mengira translasi ikut mengubah luas sehingga menolak (1), dan menukar koordinat sekaligus mengubah tandanya pada refleksi $y = x$ (mendapat $(-4,-1)$) sehingga menolak (2).

• B ✗ 1: **Jebakan:** melakukan salah satu dari dua kesalahan pada A.

• C ✓ 2.

• D ✗ 3: **Jebakan:** menerima (3) karena mengira luas ikut dikali 2 (seperti panjang), atau menerima (4) karena arah rotasi tertukar.

• E ✗ 4: **Jebakan:** kedua kesalahan pada D terjadi bersamaan.

Jawaban: C.

No. 20 Kunci: E

Yang diketahui: $P(-2,3)$, $g : y = 2x + 1$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat:

• Refleksi terhadap sumbu-x: $(x,y) \to (x,-y)$. Refleksi terhadap sumbu-y: $(x,y) \to (-x,y)$. Refleksi terhadap $y = x$: $(x,y) \to (y,x)$. Rotasi 180° pusat O: $(x,y) \to (-x,-y)$.

• **Komposisi** "A dilanjutkan B" berarti kerjakan A lebih dulu, lalu hasilnya dikenai B. Urutan bisa

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

mengubah hasil.

• **Bayangan garis oleh translasi** $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$: setiap titik (x, y) pada g berpindah ke $(x', y') = (x + a, y + b)$. Jadi $x = x' - a$ dan $y = y' - b$; substusikan ke persamaan g.

Contoh kecil: garis $y = x$ ditranslasi $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ (naik 2) menjadi $y' - 2 = x'$, yaitu $y = x + 2$.

Langkah penyelesaian:

1. **(1) Benar.** $x = x' - 3$ dan $y = y' + 1$. Substitusi: $y' + 1 = 2(x' - 3) + 1 = 2x' - 5$, sehingga $y' = 2x' - 6$. Cek dengan satu titik: $(0, 1)$ pada g berpindah ke $(3, 0)$, dan $2 \times 3 - 6 = 0$ ✓.
2. **(2) Benar.** Translasi dulu: $(-2 + 4, 3 - 1) = (2, 2)$. Lalu refleksi sumbu-x: $(2, -2)$.
3. **(3) Benar.** $(x, y) \to (x, -y)$ oleh refleksi sumbu-x, lalu $\to (-x, -y)$ oleh refleksi sumbu-y. Hasilnya sama dengan rotasi $180°$: $(x, y) \to (-x, -y)$, untuk setiap titik.
4. **(4) Benar.** Refleksi $y = x$ dulu: $(-2, 3) \to (3, -2)$. Lalu refleksi sumbu-y: $(3, -2) \to (-3, -2)$.
5. Keempat pernyataan benar.

Cek ulang urutan: bila urutan pada (2) dibalik (refleksi dulu), hasilnya $(-2, -3) \to (2, -4)$, berbeda. Bila urutan pada (4) dibalik (sumbu-y dulu), hasilnya $(2, 3) \to (3, 2)$, juga berbeda. Pernyataan (2) dan (4) memakai urutan yang tertulis, jadi hasil pada langkah 2 dan 4 yang berlaku.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): **Jebakan:** mengerjakan (4) dengan urutan terbalik (sumbu-y dulu) sehingga mendapat $(3, 2)$ dan menolak (4).
• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** urutan komposisi pada (2) dan (4) sama-sama dibalik.
• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** pada (1) mengganti x dengan $x + 3$ (bukan $x - 3$) sehingga mendapat $y = 2x + 6$; dan pada (3) mengira dua refleksi tidak mungkin sama dengan sebuah rotasi.
• D ✗ hanya (4): melewatkan tiga pernyataan lain yang juga benar.
• E ✓ semua benar.

Jawaban: E.

Latihan sub bab 4.1

No. 1 Kunci: A

Yang diketahui: laki-laki: 36 ikut, 84 tidak; perempuan: 54 ikut, 81 tidak. **Yang ditanya:** hubungan P dan Q.

Konsep – Persentase "di antara" (bagian dari keseluruhan yang mana). Persentase $= \dfrac{\text{bagian}}{\text{keseluruhan}} \times 100\%$. Kata "di antara ..." menunjukkan **keseluruhan** (penyebut). Dua persentase dengan bagian yang sama dapat berbeda bila keseluruhannya berbeda.

Contoh kecil: di kelas ada 10 siswa berkacamata, 4 di antaranya perempuan; siswa perempuan ada 20. Persentase perempuan di antara yang berkacamata $= \dfrac{4}{10} = 40\%$, sedangkan persentase berkacamata di antara perempuan $= \dfrac{4}{20} = 20\%$.

Langkah penyelesaian:

1. Semua siswa yang ikut: $36 + 54 = 90$.
2. Semua siswa perempuan: $54 + 81 = 135$.
3. $P = \dfrac{54}{90} \times 100\% = 60\%$ (keseluruhannya: siswa yang ikut).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. $Q = \dfrac{54}{135} \times 100\% = 40\%$ (keseluruhannya: siswa perempuan).
5. $60\% > 40\%$, jadi $P > Q$.

Cek ulang: total siswa $36 + 84 + 54 + 81 = 255$ ✓. $\dfrac{54}{90} = \dfrac{6}{10}$ dan $\dfrac{54}{135} = \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{10}$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P = 60\% > Q = 40\%$.
• B ✗ **Jebakan:** untuk P memakai seluruh siswa sebagai penyebut, $\dfrac{54}{255} \approx 21\%$, sehingga P tampak lebih kecil dari Q.
• C ✗ **Jebakan:** kedua kuantitas sama-sama membicarakan "54 siswa perempuan yang ikut", lalu dianggap sama, padahal penyebutnya berbeda (90 dan 135).
• D ✗ **Jebakan:** mengira kalimat yang mirip tidak dapat dibandingkan; padahal kedua persentase dapat dihitung dari tabel.

Jawaban: A.

Latihan sub bab 4.2

No. 1 Kunci: B

Yang diketahui: sembilan data tinggi tanaman, lalu ditambah satu data 68 cm. **Yang ditanya:** median sepuluh data.

Konsep – Median. Median adalah nilai tengah setelah data **diurutkan** dari kecil ke besar.

• Banyak data ganjil n: median = data ke-$\dfrac{n+1}{2}$.
• Banyak data genap n: median = rata-rata data ke-$\dfrac{n}{2}$ dan data ke-$\left(\dfrac{n}{2}+1\right)$.

Contoh kecil: data $3, 8, 5, 6 \rightarrow$ urutkan: $3, 5, 6, 8$. Ada 4 data (genap), jadi median $= \dfrac{5+6}{2} = 5{,}5$.

Langkah penyelesaian:
1. Gabungkan kesepuluh data: $72, 85, 64, 90, 78, 70, 88, 81, 75, 68$.
2. Urutkan dari kecil ke besar: $64, 68, 70, 72, 75, 78, 81, 85, 88, 90$.
3. Banyak data $n = 10$ (genap). Data tengahnya adalah data ke-5 dan ke-6, yaitu 75 dan 78.
4. Median $= \dfrac{75+78}{2} = \dfrac{153}{2} = 76{,}5$.

Cek ulang: di sebelah kiri pasangan tengah ada 4 data $(64, 68, 70, 72)$ dan di sebelah kanannya juga 4 data $(81, 85, 88, 90)$ ✓. Sebagai pembanding, median sembilan data awal adalah data ke-5 dari $64, 70, 72, 75, 78, 81, 85, 88, 90$, yaitu 78. Data baru 68 lebih kecil dari 78, jadi median wajar bergeser turun ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 78: **Jebakan:** mengira menambah satu data tidak mengubah median, sehingga memakai median sembilan data awal.
• B ✓ $76{,}5$.
• C ✗ 75: **Jebakan:** memakai rumus data ganjil, hanya mengambil data ke-5, padahal banyak data sekarang genap.
• D ✗ $73{,}5$: **Jebakan:** salah menentukan pasangan tengah, memakai data ke-4 dan ke-5, yaitu $\frac{72+75}{2}=73{,}5$.
• E ✗ 73: **Jebakan:** merata-ratakan median lama dengan data baru, $\frac{78+68}{2}=73$.

Jawaban: B.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: 10 skor: $7, 5, 9, 6, 7, 10, 5, 8, 7, 6$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep:
• **Rata-rata** = jumlah data : banyak data.
• **Median** = nilai tengah setelah data **diurutkan**. Banyak data genap → rata-rata dua nilai tengah.
• **Modus** = nilai yang paling sering muncul.
• **Jangkauan** = data terbesar − data terkecil.

Contoh kecil: data $2, 4, 4, 6$: rata-rata 4, median $\frac{4+4}{2}=4$, modus 4, jangkauan $6-2=4$.

Langkah penyelesaian:
1. Urutkan: $5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 10$.
2. Jumlah: $5+5+6+6+7+7+7+8+9+10=70$. Rata-rata $=70:10=7$.
3. Banyak data 10 (genap): nilai tengah adalah data ke-5 dan ke-6, yaitu 7 dan 7. Median $=\frac{7+7}{2}=7$.
4. Frekuensi:

Skor	5	6	7	8	9	10
Banyak siswa	2	2	3	1	1	1

Skor 7 paling sering (3 kali), jadi modus $=7$.
5. Jangkauan $=10-5=5$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** Rata-rata 7 = median 7.
• **(2) Salah.** Modus 7 sama dengan median 7, tidak lebih.
Jebakan: membaca "lebih dari" sebagai "lebih dari atau sama dengan".
• **(3) Benar.** Jangkauan 5 < rata-rata 7.
• **(4) Salah.** Mengganti 10 menjadi 20 hanya mengubah data terbesar. Data ke-5 dan ke-6 tetap 7 dan 7, jadi median tetap 7 (yang berubah rata-rata dan jangkauan).
Jebakan: mengira semua ukuran ikut berubah bila satu data berubah.

Pernyataan benar: (1) dan (3) → banyaknya 2.

Cek ulang: jumlah frekuensi $2+2+3+1+1+1=10$ ✓, dan $2(5)+2(6)+3(7)+8+9+10=10+12+21+27=70$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** menghitung median tanpa mengurutkan data (data ke-5 dan ke-6 asli: 7 dan 10, median $8{,}5$), sehingga (1) dan (3) terlihat salah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B ✗ 1: **Jebakan:** median dihitung tanpa urutan $(8,5)$, sehingga (1) dianggap salah, sedangkan (3) tetap benar.
• C ✓ 2.
• D ✗ 3: **Jebakan:** menganggap (2) atau (4) benar (lihat jebakan di atas).
• E ✗ 4: (2) dan (4) salah.

Jawaban: C.

No. 3 Kunci: E

Yang diketahui: tabel nilai 20 siswa. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep – Ukuran data:
• **Rata-rata** $= \dfrac{\text{jumlah (nilai} \times \text{frekuensi)}}{\text{banyak data}}$.
• **Median** = nilai tengah setelah data diurutkan. Untuk 20 data, median = rata-rata data ke-10 dan ke-11.
• **Modus** = nilai dengan frekuensi terbesar.
• **Jangkauan** = nilai terbesar − nilai terkecil (yang dikurangkan **nilai**, bukan frekuensi).
Contoh kecil: data $2, 3, 3, 8$: rata-rata $\dfrac{16}{4} = 4$, median $\dfrac{3+3}{2} = 3$, modus 3, jangkauan $8 - 2 = 6$.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah nilai: $5 \times 2 + 6 \times 4 + 7 \times 7 + 8 \times 5 + 9 \times 2 = 10 + 24 + 49 + 40 + 18 = 141$.
2. Rata-rata $= \dfrac{141}{20} = 7{,}05$.
3. Posisi data setelah diurutkan: nilai 5 → data ke-1–2; nilai 6 → ke-3–6; nilai 7 → ke-7–13; nilai 8 → ke-14–18; nilai 9 → ke-19–20.
4. Data ke-10 dan ke-11 sama-sama bernilai 7, jadi median $= 7$.
5. Modus $= 7$ (frekuensinya 7, paling besar).
6. Jangkauan $= 9 - 5 = 4$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) benar:** $7{,}05 > 7$. **Jebakan:** membulatkan rata-rata menjadi 7 lalu menganggapnya sama dengan median.
• **(2) benar:** modus 7 = median 7.
• **(3) benar:** jangkauan 4. **Jebakan:** mengurangkan frekuensi terbesar dan terkecil ($7 - 2 = 5$).
• **(4) benar:** data menjadi 21, sehingga median = data ke-11. Nilai 10 menempati urutan terakhir, sehingga data ke-11 tetap nilai 7 (data ke-7 sampai ke-13 bernilai 7). **Jebakan:** mengira menambah nilai besar pasti menaikkan median; yang pasti naik adalah rata-ratanya.
Banyak pernyataan benar: 4.

Cek ulang: setelah nilai 10 ditambahkan, rata-rata menjadi $\dfrac{151}{21} \approx 7{,}19$ (berubah), tetapi median tetap 7 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0, B ✗ 1: terlalu sedikit; keempat pernyataan terbukti benar.
• C ✗ 2: biasanya akibat dua jebakan sekaligus, misalnya pembulatan rata-rata pada (1) dan frekuensi pada (3).
• D ✗ 3: biasanya karena salah satu jebakan, misalnya mengira median pada (4) ikut naik.
• E ✓ 4.

Jawaban: E.

No. 4 Kunci: C

Yang diketahui: XII-A: 30 siswa, rata-rata 72; XII-B: 20 siswa, rata-rata 80. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Jumlah nilai = rata-rata × banyak siswa.

Konsep 2 – Rata-rata gabungan $= \dfrac{\text{jumlah nilai semua siswa}}{\text{banyak semua siswa}} = \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$. Hasilnya lebih dekat ke rata-rata kelompok yang anggotanya lebih banyak.

Contoh kecil: 3 siswa rata-rata 60 dan 1 siswa bernilai 80: rata-rata gabungan $\dfrac{180 + 80}{4} = 65$, lebih dekat ke 60.

Langkah penyelesaian:

1. Jumlah nilai XII-A: $30 \times 72 = 2.160$. Jumlah nilai XII-B: $20 \times 80 = 1.600$.
2. Rata-rata gabungan: $\dfrac{2.160 + 1.600}{50} = \dfrac{3.760}{50} = 75{,}2$.

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Salah.** Rata-rata gabungan $75{,}2$, bukan 76. **Jebakan:** merata-ratakan dua rata-rata, $\dfrac{72 + 80}{2} = 76$, padahal banyak siswa kedua kelas berbeda.

• **(2) Benar.** Jarak $75{,}2$ ke 72 adalah $3{,}2$; jarak ke 80 adalah $4{,}8$. Jadi lebih dekat ke 72 (kelas XII-A lebih banyak siswanya).

• **(3) Salah.** Pindah kelas tidak mengubah jumlah nilai seluruh siswa (3.760) maupun banyak seluruh siswa (50). Jadi rata-rata gabungan tetap $75{,}2$. **Jebakan:** mengira rata-rata gabungan ikut berubah karena rata-rata tiap kelas berubah.

• **(4) Benar.** Kelas XII-B tinggal 19 siswa dengan jumlah nilai $1.600 - 90 = 1.510$. Rata-ratanya $\dfrac{1.510}{19} \approx 79{,}47 < 80$. Alasan tanpa menghitung: nilai yang keluar (90) lebih tinggi dari rata-rata kelas (80), sehingga rata-ratanya turun.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4) → banyaknya 2.

Cek ulang: rata-rata XII-A baru $\dfrac{2.160 + 90}{31} = \dfrac{2.250}{31} \approx 72{,}58$; gabungan $\dfrac{2.250 + 1.510}{50} = \dfrac{3.760}{50} = 75{,}2$ ✓ (tidak berubah).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0: **Jebakan:** menganggap (2) dan (4) tidak dapat dipastikan.

• B ✗ 1: **Jebakan:** hanya mengakui (4), karena (2) dinilai dengan rata-rata gabungan 76 yang salah (tepat di tengah).

• C ✓ 2.

• D ✗ 3: **Jebakan:** menganggap (3) benar karena rata-rata tiap kelas berubah.

• E ✗ 4: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 5 Kunci: A

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu apakah rata-rata kelima nilai lebih dari 12.

Konsep 1 – Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}$. **Median** lima data = data ke-3 setelah diurutkan. **Jangkauan** = data terbesar − data terkecil.

Konsep 2 – Kecukupan data: cukup bila jawabannya pasti; tidak cukup bila ada contoh "ya" dan contoh "tidak".

Langkah penyelesaian:

1. Ubah pertanyaan menjadi syarat untuk x. Rata-rata $= \dfrac{8 + 10 + 15 + 17 + x}{5} = \dfrac{50 + x}{5}$. Rata-

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

rata lebih dari 12 bila $50 + x > 60$, yaitu $x > 10$. Jadi pertanyaannya sama dengan "apakah $x > 10$?".

2. **Uji pernyataan (1).** Lihat letak x saat data diurutkan:

• bila $x \leq 10$, data ke-3 adalah 10, sehingga median 10;

• bila $10 < x < 15$, data ke-3 adalah x, sehingga median bukan 15;

• bila $x \geq 15$, data ke-3 adalah 15, sehingga median 15.

Jadi median 15 berarti $x \geq 15$, dan pasti $x > 10$. Jawaban pasti "ya" → **cukup**.

3. **Uji pernyataan (2).**

• Bila $8 \leq x \leq 17$: terbesar 17, terkecil 8, jangkauan 9.

• Bila $x < 8$: jangkauan $17 - x > 9$. Bila $x > 17$: jangkauan $x - 8 > 9$.

Jadi jangkauan 9 berarti $8 \leq x \leq 17$. Contoh $x = 9$: rata-rata $\frac{59}{5} = 11{,}8$ → "tidak". Contoh $x = 16$: rata-rata $\frac{66}{5} = 13{,}2$ → "ya". Ada dua jawaban → **tidak cukup**.

4. Pernyataan (1) saja cukup, pernyataan (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: $x = 15$ memenuhi (1): data $8, 10, 15, 15, 17$, median 15, rata-rata $\frac{65}{5} = 13 > 12$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1) saja cukup.

• B ✗ : **Jebakan:** mengira jangkauan 9 menentukan nilai x; padahal x boleh bernilai berapa saja dari 8 sampai 17.

• C ✗ : pernyataan (1) sudah cukup tanpa (2).

• D ✗ : pernyataan (2) tidak cukup (contoh $x = 9$ dan $x = 16$).

• E ✗ : **Jebakan:** mengira median 15 tidak membatasi x; padahal median 15 memaksa $x \geq 15$.

Jawaban: A.

Latihan sub bab 4.3

No. 1 Kunci: C

Yang diketahui: skor Elang $3, 5, 7, 9, 11$; skor Rajawali $4, 4, 7, 10, 10$. **Yang ditanya:** hubungan simpangan rata-rata (SR) kedua regu.

Konsep – Simpangan rata-rata. $SR = \frac{\text{jumlah } |x_i - \bar{x}|}{n}$: rata-rata jarak setiap data ke rata-ratanya.

Tanda mutlak dipakai agar jarak tidak bernilai negatif.

Contoh kecil: data $1, 3, 5$ → rata-rata 3; jarak $2, 0, 2$; $SR = \frac{4}{3}$.

Jangkauan (terbesar − terkecil) dan ragam (rata-rata kuadrat jarak) adalah ukuran lain; hasilnya bisa berbeda arah dengan SR.

Langkah penyelesaian:

1. Elang: rata-rata $= \frac{3 + 5 + 7 + 9 + 11}{5} = \frac{35}{5} = 7$. Jarak ke 7: $4, 2, 0, 2, 4$, jumlah 12.

$P = \frac{12}{5} = 2{,}4$.

2. Rajawali: rata-rata $= \frac{4 + 4 + 7 + 10 + 10}{5} = \frac{35}{5} = 7$. Jarak ke 7: $3, 3, 0, 3, 3$, jumlah 12.

$Q = \frac{12}{5} = 2{,}4$.

3. Jadi $P = Q$.

Cek ulang: kedua rata-rata sama (7) dan kedua jumlah jarak sama ($4 + 2 + 0 + 2 + 4 = 12$ dan $3 + 3 + 0 + 3 + 3 = 12$) ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** membandingkan jangkauan (Elang $11 - 3 = 8$, Rajawali $10 - 4 = 6$) atau ragam (Elang $\frac{16 + 4 + 0 + 4 + 16}{5} = 8$, Rajawali $\frac{9 + 9 + 0 + 9 + 9}{5} = 7{,}2$), bukan simpangan rata-rata.

• B ✗ **Jebakan:** mengira Rajawali lebih menyebar karena empat datanya jauh dari rata-rata (3 satuan), tanpa menghitung.

• C ✓ $P = Q = 2{,}4$.

• D ✗ **Jebakan:** mengira dua data yang berbeda tidak dapat dibandingkan. Kedua SR dapat dihitung tepat.

Jawaban: C.

Latihan sub bab 4.4

No. 1 Kunci: 35

Yang diketahui: angka yang tersedia 1 sampai 7; bilangan tiga angka; angka-angkanya berbeda (tiap angka paling banyak dipakai sekali). Syarat: genap, lebih dari 400, kurang dari 700. **Yang ditanya:** banyak bilangan.

Konsep 1 – Aturan perkalian. Bila tempat pertama dapat diisi p cara, tempat kedua q cara, dan tempat ketiga r cara, maka banyak susunan $= p \times q \times r$.
Contoh kecil: dari 2 baju dan 3 celana dapat dibuat $2 \times 3 = 6$ pasangan.

Konsep 2 – Syarat tiap tempat.

• Bilangan genap: angka satuannya genap. Dari angka yang tersedia, angka genap hanya 2, 4, 6.

• Lebih dari 400 dan kurang dari 700: angka ratusannya 4, 5, atau 6 (angka 7 di ratusan membuat bilangan ≥ 712, terlalu besar).

• Angka ratusan 4 dan 6 juga genap, sehingga bisa "berebut" dengan angka satuan. Karena itu hitungan dipisah per kasus.

Langkah penyelesaian: isi tempat bersyarat lebih dulu (ratusan, lalu satuan), baru puluhan.

1. **Kasus ratusan 4.** Satuan genap selain 4: 2 atau $6 \to 2$ cara. Puluhan: 7 angka dikurangi 2 yang sudah dipakai $\to 5$ cara. Banyaknya $1 \times 5 \times 2 = 10$.
2. **Kasus ratusan 6.** Satuan genap selain 6: 2 atau $4 \to 2$ cara. Puluhan 5 cara. Banyaknya $1 \times 5 \times 2 = 10$.
3. **Kasus ratusan 5.** Satuan boleh 2, 4, atau $6 \to 3$ cara (tidak ada yang terpakai di ratusan). Puluhan 5 cara. Banyaknya $1 \times 5 \times 3 = 15$.
4. Jumlahkan semua kasus: $10 + 10 + 15 = 35$.

Cek ulang: contoh kasus ratusan 4 dengan satuan 2: $412, 432, 452, 462, 472$ (tepat 5 bilangan, puluhan bukan 4 dan bukan 2) ✓. Semua bilangan berratusan 4 paling kecil $412 > 400$ ✓, dan berratusan 6 paling besar $674 < 700$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Tidak memisah kasus: $3 \times 5 \times 3 = 45$ (lupa bahwa satuan tidak boleh sama dengan ratusan 4 atau 6).

• Ikut memakai ratusan 7: menambah $1 \times 5 \times 3 = 15$, menjadi 50.

• Lupa syarat angka berbeda pada puluhan (7 cara): $14 + 14 + 21 = 49$.

Jawaban: 35.

No. 2 Kunci: 900

Yang diketahui: kata KARTIKA terdiri atas 7 huruf: K, A, R, T, I, K, A. Huruf K muncul 2 kali, huruf A muncul 2 kali, huruf R, T, I masing-masing 1 kali. **Yang ditanya:** banyak susunan dengan kedua K tidak berdampingan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Permutasi dengan unsur kembar. Banyak susunan n benda yang memuat k_1 benda kembar jenis pertama, k_2 benda kembar jenis kedua, dan seterusnya adalah $\dfrac{n!}{k_1!\,k_2!\cdots}$. Pembagian diperlukan karena menukar dua huruf yang sama tidak menghasilkan susunan baru.

Contoh kecil: kata ADA mempunyai $\dfrac{3!}{2!} = 3$ susunan: ADA, AAD, DAA.

Konsep 2 – Cara "semua dikurangi yang dilarang". Banyak susunan yang K-nya tidak berdampingan = (semua susunan) − (susunan yang K-nya berdampingan).

Konsep 3 – Menghitung yang berdampingan. Dua huruf yang harus berdampingan dianggap satu blok.

Langkah penyelesaian:

1. Semua susunan: $n = 7$, K kembar 2, A kembar 2. Banyaknya $\dfrac{7!}{2! \times 2!} = \dfrac{5040}{4} = 1260$.
2. Susunan dengan kedua K berdampingan: anggap "KK" satu blok. Benda yang disusun: [KK], A, R, T, I, A, yaitu 6 benda dengan A kembar 2. Di dalam blok, kedua K sama sehingga tidak ada susunan tambahan. Banyaknya $\dfrac{6!}{2!} = \dfrac{720}{2} = 360$.
3. Susunan dengan K tidak berdampingan: $1260 - 360 = 900$.

Cek ulang (cara menyisipkan): susun dulu 5 huruf selain K (A, R, T, I, A): $\dfrac{5!}{2!} = 60$ cara. Di antara dan di ujung kelima huruf itu ada 6 celah. Kedua K (kembar) diletakkan di 2 celah berbeda: $C(6, 2) = 15$ cara. Banyaknya $60 \times 15 = 900$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Tidak membagi dengan faktorial huruf kembar: $7! - 2 \times 6! = 5040 - 1440 = 3600$.

• Hanya membagi untuk huruf K, lupa huruf A juga kembar: $\dfrac{7!}{2!} - 6! = 2520 - 720 = 1800$.

• Lupa membagi $2!$ untuk huruf A saat menghitung blok: $1260 - 720 = 540$.

• Menjawab 1260 (lupa syarat tidak berdampingan) atau 360 (menjawab yang berdampingan).

Jawaban: 900.

No. 3 Kunci: 285

Yang diketahui: 7 siswa kelas XI, 5 siswa kelas XII; dipilih 4 siswa; paling sedikit 2 dari kelas XII. **Yang ditanya:** banyak cara memilih.

Konsep 1 – Kombinasi. Memilih r orang dari n orang tanpa memperhatikan urutan:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \times (n - r)!}.$$

Contoh kecil: memilih 2 dari 4 orang: $C(4, 2) = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ cara. Urutan tidak diperhatikan, karena anggota tim tidak punya jabatan.

Konsep 2 – "Paling sedikit". "Paling sedikit 2" berarti 2, 3, atau 4. Hitung tiap kasus, lalu jumlahkan. Dalam satu kasus, pilihan kelas XII dan kelas XI dikalikan (aturan perkalian).

Langkah penyelesaian:

1. **Kasus 2 siswa XII + 2 siswa XI:** $C(5, 2) \times C(7, 2) = \dfrac{5 \times 4}{2} \times \dfrac{7 \times 6}{2} = 10 \times 21 = 210$.
2. **Kasus 3 siswa XII + 1 siswa XI:** $C(5, 3) \times C(7, 1) = 10 \times 7 = 70$.
3. **Kasus 4 siswa XII:** $C(5, 4) = 5$.
4. Jumlahkan: $210 + 70 + 5 = 285$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang (cara komplemen): semua tim tanpa syarat $C(12,4) = \dfrac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{24} = 495$.

Kurangi tim yang melanggar syarat:

• 0 siswa XII: $C(7,4) = 35$.

• 1 siswa XII: $C(5,1) \times C(7,3) = 5 \times 35 = 175$.

Hasilnya $495 - 35 - 175 = 285$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Hanya menghitung "tepat 2" siswa XII: jawabannya 210.

• Memilih 2 siswa XII dulu, lalu 2 siswa bebas dari 10 sisa: $10 \times C(10,2) = 10 \times 45 = 450$. Cara ini menghitung tim yang sama berkali-kali.

• Memakai permutasi (memperhatikan urutan), sehingga hasilnya jauh lebih besar.

Jawaban: 285.

No. 4 Kunci: 96

Yang diketahui: 4 tiang pada satu garis lurus (tepi utara) dan 6 tiang pada garis lurus lain yang sejajar (tepi selatan); total 10 tiang. **Yang ditanya:** banyak segitiga yang titik sudutnya tiga tiang.

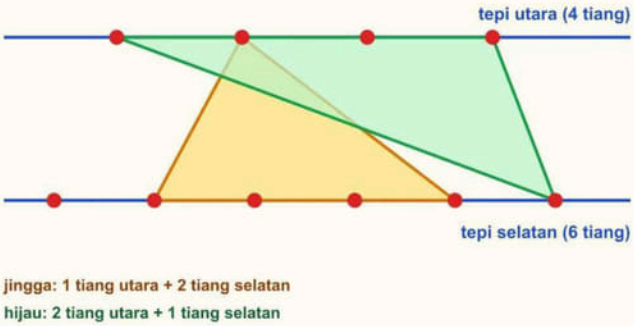
Konsep 1 – Kombinasi. Banyak cara memilih r benda dari n benda tanpa memperhatikan urutan: $C(n,r) = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$. Untuk $r = 2$: $C(n,2) = \dfrac{n(n-1)}{2}$; untuk $r = 3$: $C(n,3) = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$.

Contoh kecil: dari 4 titik dipilih 3: $C(4,3) = \dfrac{4 \times 3 \times 2}{6} = 4$ cara.

Konsep 2 – Syarat segitiga. Tiga titik membentuk segitiga hanya bila ketiganya **tidak segaris**. Tiga tiang dari tepi yang sama terletak pada satu garis lurus, jadi tidak membentuk segitiga.

Langkah penyelesaian (cara 1: kelompokkan menurut asal tiang):

1. Segitiga yang mungkin harus memakai tiang dari kedua tepi: 1 tiang utara $+2$ tiang selatan, atau 2 tiang utara $+1$ tiang selatan.



2. 1 utara $+2$ selatan: $C(4,1) \times C(6,2) = 4 \times \dfrac{6 \times 5}{2} = 4 \times 15 = 60$.

3. 2 utara $+1$ selatan: $C(4,2) \times C(6,1) = \dfrac{4 \times 3}{2} \times 6 = 6 \times 6 = 36$.

4. Jumlahkan: $60 + 36 = 96$.

Cek ulang (cara 2: semua pilihan dikurangi yang segaris): semua cara memilih 3 dari 10 tiang: $C(10,3) = \dfrac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$. Pilihan yang segaris: 3 tiang utara $C(4,3) = 4$ dan 3 tiang selatan $C(6,3) = 20$. Hasilnya $120 - 4 - 20 = 96$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kesalahan yang sering terjadi:

- Lupa membuang pilihan yang segaris, menjawab $C(10, 3) = 120$.
- Hanya membuang salah satu kelompok segaris: $120 - 20 = 100$ atau $120 - 4 = 116$.
- Memakai permutasi (urutan diperhatikan), sehingga hasilnya 6 kali lebih besar.

Jawaban: 96.

Latihan sub bab 4.5

No. 1 Kunci: C

Yang diketahui: dua dadu seimbang dilempar sekali. **Yang ditanya:** peluang hasil kali mata dadu **lebih dari** 20.

Konsep 1 – Peluang. $P = \dfrac{\text{banyak hasil yang diinginkan}}{\text{banyak semua hasil yang mungkin}}$, asalkan setiap hasil sama mungkin muncul.

Konsep 2 – Ruang sampel dua dadu. Dadu pertama 6 kemungkinan dan dadu kedua 6 kemungkinan, jadi ada $6 \times 6 = 36$ pasangan berurutan. Pasangan $(4, 6)$ dan $(6, 4)$ adalah dua hasil **berbeda** (dadu pertama 4 dan dadu kedua 6, atau sebaliknya).

Contoh kecil: peluang jumlah mata dadu 3 adalah $\dfrac{2}{36}$, dari $(1, 2)$ dan $(2, 1)$.

Langkah penyelesaian:

1. Banyak semua hasil: 36.
2. Buat tabel hasil kali (baris = dadu pertama, kolom = dadu kedua). Hasil kali yang lebih dari 20 dicetak tebal:

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	**24**
5	5	10	15	20	**25**	**30**
6	6	12	18	**24**	**30**	**36**

3. Hasil yang diinginkan: $(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \to 6$ hasil. Perhatikan $(4, 5)$ dan $(5, 4)$ hasil kalinya tepat 20, jadi **tidak** lebih dari 20.
4. Peluang $= \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$ (pembilang dan penyebut dibagi 6).

Cek ulang: di luar diagonal ada dua pasang, yaitu $(4, 6)/(6, 4)$ dan $(5, 6)/(6, 5) \to 4$ hasil; di diagonal ada $(5, 5)$ dan $(6, 6) \to 2$ hasil. Total 6 ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\dfrac{1}{9}$: **Jebakan:** menganggap $(4, 6)$ dan $(6, 4)$ sama, sehingga hanya 4 hasil: $\dfrac{4}{36}$.
- B ✗ $\dfrac{5}{36}$: **Jebakan:** melewatkan pasangan kembar $(5, 5)$.
- C ✓ $\dfrac{1}{6}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗ $\frac{4}{21}$: **Jebakan:** memakai 21 pasangan tak berurutan sebagai ruang sampel. Pasangan tak berurutan tidak sama mungkin, karena pasangan kembar hanya muncul dengan satu cara.
• E ✗ $\frac{2}{9}$: **Jebakan:** menghitung "lebih dari **atau sama dengan** 20", sehingga $(4,5)$ dan $(5,4)$ ikut terhitung: $\frac{8}{36}$.

Jawaban: C.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: dua dadu (merah dan biru) dilempar sekali. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep – Ruang sampel dua dadu. Setiap hasil ditulis pasangan (merah, biru). Banyak hasil $= 6 \times 6 = 36$, semuanya sama mungkin. Peluang $= \frac{\text{banyak hasil yang diinginkan}}{36}$.
Contoh kecil: jumlah mata 3 diperoleh dari $(1,2)$ dan $(2,1)$, jadi peluangnya $\frac{2}{36}$.

Uji tiap pernyataan:

1. **Pernyataan (1).** Jumlah 7: $(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) \rightarrow 6$ hasil. Peluang $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \rightarrow$ **benar**.
2. **Pernyataan (2).** Jumlah yang prima: $2, 3, 5, 7, 11$.

Jumlah	2	3	5	7	11
Banyak hasil	1	2	4	6	2

Total $1 + 2 + 4 + 6 + 2 = 15$ hasil. Peluang $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$, bukan $\frac{1}{2} \rightarrow$ **salah**.
Jebakan: mengira kira-kira separuh jumlah adalah prima, atau menganggap tiap jumlah (2 sampai 12) sama mungkin.

3. **Pernyataan (3).** Hasil kali ganjil hanya bila **kedua** mata ganjil: $3 \times 3 = 9$ hasil. Hasil kali genap $= 36 - 9 = 27$ hasil. Peluang $\frac{27}{36} = \frac{3}{4} \rightarrow$ **benar**.
4. **Pernyataan (4).** Hasil dengan mata sama (kembar): 6. Sisanya 30 dibagi rata: merah lebih besar 15, biru lebih besar 15. Peluang $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$, bukan $\frac{1}{2} \rightarrow$ **salah**.
Jebakan: lupa ada kemungkinan kedua mata sama, sehingga mengira "merah lebih besar" dan "biru lebih besar" masing-masing separuh.
5. Pernyataan benar: (1) dan $(3) \rightarrow$ banyaknya 2.

Cek ulang: pada (4), $15 + 15 + 6 = 36$ ✓. Pada (3), $27 + 9 = 36$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; (1) dan (3) terbukti benar. **Jebakan** untuk B: menghitung "genap" hanya bila kedua mata genap (9 hasil), sehingga (3) dianggap salah.
• C ✓ 2.
• D ✗ 3: **Jebakan:** lupa hasil kembar pada (4), sehingga (4) dianggap benar.
• E ✗ 4: **Jebakan:** menganggap (2) dan (4) benar tanpa menghitung banyak hasilnya.

Jawaban: C.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 3 Kunci: B

Yang diketahui: 5 merah, 3 biru, 2 hijau (total 10); diambil 2 sekaligus. **Yang ditanya:** hubungan P (peluang sewarna) dan $Q = \frac{1}{3}$.

Konsep 1 – Kombinasi. Banyak cara memilih 2 benda dari n benda (urutan tidak diperhatikan): $C(n,2) = \frac{n(n-1)}{2}$.

Contoh kecil: dari 4 siswa dipilih 2 wakil: $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ cara.

Konsep 2 – Peluang $= \frac{\text{banyak hasil yang diinginkan}}{\text{banyak semua hasil}}$.

"Diambil sekaligus" berarti kelereng pertama tidak dikembalikan.

Langkah penyelesaian:

1. Semua hasil: $C(10,2) = \frac{10 \times 9}{2} = 45$.
2. Keduanya merah: $C(5,2) = \frac{5 \times 4}{2} = 10$.
3. Keduanya biru: $C(3,2) = \frac{3 \times 2}{2} = 3$.
4. Keduanya hijau: $C(2,2) = 1$.
5. Sewarna: $10 + 3 + 1 = 14$. Jadi $P = \frac{14}{45}$.
6. Samakan penyebut: $Q = \frac{1}{3} = \frac{15}{45}$. Karena $14 < 15$, maka $P < Q$.

Cek ulang: hitung pasangan berbeda warna: merah-biru $5 \times 3 = 15$, merah-hijau $5 \times 2 = 10$, biru-hijau $3 \times 2 = 6$, jumlah 31. Sewarna + berbeda warna $= 14 + 31 = 45$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** menghitung seolah kelereng dikembalikan: $\left(\frac{5}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{38}{100} = 0{,}38 > \frac{1}{3}$.

• B ✓ $P = \frac{14}{45} < \frac{15}{45} = Q$.

• C ✗ **Jebakan:** mengira karena ada 3 warna, peluang sewarna $= \frac{1}{3}$. Banyak kelereng tiap warna berbeda, jadi peluangnya tidak sama rata.

• D ✗ **Jebakan:** mengira hasil acak membuat hubungan tidak dapat ditentukan. Peluang adalah bilangan tetap yang dapat dihitung.

Jawaban: B.

No. 4 Kunci: E

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu apakah peluang merah lebih dari $\frac{1}{4}$.

Konsep 1 – Peluang. Peluang terambil merah $= \frac{\text{banyak bola merah}}{\text{banyak semua bola}}$.

Contoh kecil: 2 merah dari 10 bola memberi peluang $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Konsep 2 – Kecukupan data. Tidak cukup bila ada dua kemungkinan isi kotak yang memenuhi pernyataan tetapi memberi jawaban berbeda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian: misalkan banyak bola merah m, putih w, kuning k (semuanya bilangan asli). Peluang merah $= \dfrac{m}{m+w+k}$.

1. **Pernyataan (1) saja** ($w = 6$): m dan k bebas.

• $m = 10, k = 1$: $\dfrac{10}{17} > \dfrac{1}{4}$ → "ya".

• $m = 1, k = 1$: $\dfrac{1}{8} < \dfrac{1}{4}$ → "tidak".

→ **tidak cukup**.

2. **Pernyataan (2) saja** ($k = 2m$): peluang $= \dfrac{m}{3m+w}$, dan w bebas.

• $m = 5, w = 1$: $\dfrac{5}{16} > \dfrac{1}{4}$ → "ya".

• $m = 1, w = 10$: $\dfrac{1}{13} < \dfrac{1}{4}$ → "tidak".

→ **tidak cukup**.

3. **Gabungan (1) dan (2):** $w = 6, k = 2m$, peluang $= \dfrac{m}{3m+6}$. Nilai m masih bebas.

Syarat lebih dari $\dfrac{1}{4}$: $\dfrac{m}{3m+6} > \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 4m > 3m + 6 \Leftrightarrow m > 6$ (penyebut positif, jadi boleh dikali silang).

• $m = 7$: $\dfrac{7}{27} \approx 0{,}26 > 0{,}25$ → "ya".

• $m = 2$: $\dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6} < \dfrac{1}{4}$ → "tidak".

→ gabungan pun **tidak cukup**.

Cek ulang: $m = 6$ memberi tepat $\dfrac{6}{24} = \dfrac{1}{4}$ (tidak lebih), sesuai batas $m > 6$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ dan B ✗: satu pernyataan saja tidak menentukan perbandingan merah terhadap seluruh bola.

• C ✗ **Jebakan:** mengira setelah digabung semua banyak bola diketahui. Banyak bola merah m tetap belum diketahui, dan jawabannya berubah di sekitar $m = 6$.

• D ✗ **Jebakan:** mengira pernyataan (2) menetapkan peluang merah $\dfrac{1}{3}$ (merah : kuning $= 1 : 2$), padahal bola putih ikut dihitung.

• E ✓ kedua pernyataan digabung pun tidak cukup.

Jawaban: E.

Kuis Akhir Bab 4

No. 1 Kunci: B

Yang diketahui: 600 siswa; jalan kaki 15%, sepeda 72°, angkutan umum 30%, mobil pribadi 18%, sepeda motor tidak diberi keterangan. **Yang ditanya:** banyak siswa yang naik sepeda motor.

Prasyarat – diagram lingkaran. Satu lingkaran penuh mewakili **seluruh** data. Satu lingkaran penuh $= 360^\circ = 100\%$. Karena itu besar sudut juring dapat diubah menjadi persen:

$$\text{persen} = \frac{\text{sudut juring}}{360^\circ} \times 100\%$$

Contoh kecil: juring 90° berarti $\dfrac{90}{360} = \dfrac{1}{4} = 25\%$ dari seluruh data.

Langkah penyelesaian:

1. Satuan pada diagram belum sama (ada persen dan ada derajat). Ubah juring sepeda ke persen:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\frac{72}{360} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$.

2. Jumlahkan persen semua juring yang diketahui: $15\% + 20\% + 30\% + 18\% = 83\%$.

3. Kelima juring bersama-sama membentuk 100%, jadi juring sepeda motor $= 100\% - 83\% = 17\%$.

4. Banyak siswa yang naik sepeda motor $= 17\% \times 600 = \frac{17}{100} \times 600 = 17 \times 6 = 102$ siswa.

Cek ulang: jalan kaki $15\% \times 600 = 90$, sepeda $20\% \times 600 = 120$, angkutan umum $30\% \times 600 = 180$, mobil pribadi $18\% \times 600 = 108$, sepeda motor 102. Jumlahnya $90 + 120 + 180 + 108 + 102 = 600$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $61{,}2$: **Jebakan:** menghitung besar sudut juring sepeda motor, yaitu $17\% \times 360^\circ = 61{,}2^\circ$, lalu berhenti. Yang ditanya banyak siswa, bukan besar sudut.

• B ✓ 102.

• C ✗ 120: **Jebakan:** menaksir dari gambar bahwa juring sepeda motor sama besar dengan juring sepeda ($72^\circ = 20\%$), sehingga $20\% \times 600 = 120$. Ukuran juring harus dihitung, bukan ditaksir.

• D ✗ 150: **Jebakan:** menganggap 72° berarti 72 siswa, sehingga $600 - 90 - 72 - 180 - 108 = 150$.

• E ✗ 222: **Jebakan:** lupa menghitung juring sepeda, sehingga sepeda motor dianggap $100\% - (15\% + 30\% + 18\%) = 37\%$ dan $37\% \times 600 = 222$.

Jawaban: B.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: diagram batang banyak bibit per bulan. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – membaca sumbu tegak. Perhatikan angka terbawah pada sumbu tegak: 240, bukan 0 (tanda patahan pada sumbu menunjukkan bagian 0 sampai 240 tidak digambar). Akibatnya **tinggi batang tidak sebanding** dengan nilainya. Nilai harus dibaca dari angka garis bantu, bukan dari tinggi batang.

Contoh kecil: bila sumbu dimulai dari 90, batang bernilai 100 setinggi 10 satuan dan batang bernilai 110 setinggi 20 satuan. Batang kedua tampak dua kali lebih tinggi, padahal nilainya hanya 10% lebih besar.

Langkah 1 – baca nilai setiap bulan (setiap garis bantu bernilai 20):

Bulan	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun
Banyak bibit	260	300	280	340	320	360

Langkah 2 – uji tiap pernyataan.

• **(1) Salah.** Dua kali banyak bibit Januari adalah $2 \times 260 = 520$, sedangkan Juni hanya 360. Jadi $360 < 520$.

• **(2) Benar.** Perubahan dibanding bulan sebelumnya: Februari $300 - 260 = +40$; Maret $280 - 300 = -20$; April $340 - 280 = +60$; Mei $320 - 340 = -20$; Juni $360 - 320 = +40$. Kenaikan terbesar $+60$, terjadi pada April.

• **(3) Salah.** Penurunan $300 - 280 = 20$ batang. Persen penurunan $= \frac{20}{300} \times 100\% \approx 6{,}7\%$, kurang dari 10%. Persen perubahan selalu dibagi nilai **awal** (Februari), yaitu 300.

• **(4) Benar.** Jumlah $260 + 300 + 280 + 340 + 320 + 360 = 1.860$. Rata-rata $= \frac{1.860}{6} = 310$.

Yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $310 \times 6 = 1.860$ ✓; 10% dari 300 adalah 30, sedangkan penurunannya hanya 20 ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ dan B ✗: memuat (1) dan (3). **Jebakan:** membandingkan tinggi batang. Batang Juni (6 kotak di atas 240) tampak 6 kali batang Januari (1 kotak), dan batang Maret (2 kotak) tampak turun sepertiga dari Februari (3 kotak), padahal sumbu tidak dimulai dari 0.

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗: hanya (4). **Jebakan:** mengira kenaikan terbesar terjadi pada Juni karena batang Juni paling tinggi; yang ditanya adalah **kenaikan** dibanding bulan sebelumnya (Juni $+40$, April $+60$).

• E ✗: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: 8 data yang belum diurutkan. **Yang ditanya:** median.

Prasyarat – median. Median adalah nilai yang letaknya **di tengah setelah data diurutkan**.

• Banyak data ganjil: median = data yang tepat di tengah.

• Banyak data genap: median = rata-rata dua data tengah.

Contoh kecil: data $7, 2, 5$ diurutkan menjadi $2, 5, 7$; mediannya 5. Data $9, 1, 4, 6$ diurutkan menjadi $1, 4, 6, 9$; mediannya $\dfrac{4+6}{2} = 5$.

Langkah penyelesaian:

1. Urutkan dari yang terkecil: $75, 75, 84, 88, 92, 99, 108, 120$. Cek banyaknya tetap 8 data.
2. Banyak data $n = 8$ (genap), jadi dua data tengah adalah data ke-4 dan ke-5 (ada 3 data di kiri dan 3 data di kanannya).
3. Data ke-$4 = 88$ dan data ke-$5 = 92$.
4. Median $= \dfrac{88+92}{2} = \dfrac{180}{2} = 90$.



Cek ulang: ada 4 data yang kurang dari 90 $(75, 75, 84, 88)$ dan 4 data yang lebih dari 90 $(92, 99, 108, 120)$ ✓. Median memang membagi data menjadi dua bagian sama banyak.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 75: **Jebakan:** tertukar dengan modus (nilai yang paling sering muncul).

• B ✗ $79{,}5$: **Jebakan:** lupa mengurutkan, lalu mengambil data ke-4 dan ke-5 dari catatan asli: $\dfrac{84+75}{2} = 79{,}5$.

• C ✗ 88: **Jebakan:** hanya mengambil data ke-4, lupa bahwa banyak data genap sehingga ada dua data tengah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✓ 90.
• E ✗ 92: **Jebakan:** hanya mengambil data ke-5.

Jawaban: D.

No. 4 Kunci: 43

Yang diketahui: 12 anggota berusia rata-rata 17 tahun; 13 orang (anggota + pelatih) berusia rata-rata 19 tahun. **Yang ditanya:** usia pelatih.

Prasyarat – rata-rata dan jumlah. Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}$, sehingga **jumlah data = rata-rata × banyak data**. Bekerja dengan jumlah lebih aman daripada bekerja dengan rata-rata.
Contoh kecil: rata-rata 3 bilangan adalah 5, berarti jumlahnya $3 \times 5 = 15$. Jika satu bilangan ditambahkan dan rata-rata 4 bilangan menjadi 6, jumlahnya 24, jadi bilangan tambahan itu $24 - 15 = 9$.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah usia 12 anggota $= 12 \times 17 = 204$ tahun.
2. Jumlah usia 13 orang $= 13 \times 19 = 247$ tahun.
3. Selisih kedua jumlah hanya berasal dari pelatih, jadi usia pelatih $= 247 - 204 = 43$ tahun.

Cek ulang: $\dfrac{204 + 43}{13} = \dfrac{247}{13} = 19$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 2 (selisih rata-rata $19 - 17$), padahal selisih rata-rata bukan usia orang.
• Menjawab 21 dengan menganggap rata-rata baru adalah rata-rata dari 17 dan usia pelatih: $\dfrac{17 + x}{2} = 19$. Cara ini salah karena anggota ada 12 orang, bukan 1.
• Memakai 12×19 untuk jumlah baru (lupa banyak orang bertambah menjadi 13), sehingga menjawab $228 - 204 = 24$.

Jawaban: 43.

No. 5 Kunci: D

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat nilai x **pasti** (tepat satu nilai).

Prasyarat – median 4 data. Setelah diurutkan, median adalah rata-rata data ke-2 dan ke-3. Letak x dalam urutan belum diketahui, jadi semua kemungkinan letak harus diperiksa.
Konsep – kecukupan data. Sebuah pernyataan "cukup" bila nilai yang ditanya menjadi tepat satu. Kita tidak harus menghitung jawabannya; cukup memastikan jawabannya tunggal. Namun, menghitung adalah cara paling aman untuk memastikannya.

Langkah penyelesaian:
1. **Uji pernyataan (1).** Periksa setiap letak x:

Letak x	Data terurut	Median
$x \le 60$	$x, 60, 90, 120$	$\dfrac{60 + 90}{2} = 75$
$60 \le x \le 90$	$60, x, 90, 120$	$\dfrac{x + 90}{2}$
$90 \le x \le 120$	$60, 90, x, 120$	$\dfrac{90 + x}{2}$
$x \ge 120$	$60, 90, 120, x$	$\dfrac{90 + 120}{2} = 105$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Baris pertama dan terakhir tidak pernah memberi median 90. Pada baris kedua dan ketiga, $\frac{x+90}{2} = 90 \rightarrow x + 90 = 180 \rightarrow x = 90$. Jadi x pasti 90 → **cukup**.

2. **Uji pernyataan (2).** Jumlah keempat skor $= 4 \times 90 = 360$. Maka $60 + 90 + 120 + x = 360 \rightarrow 270 + x = 360 \rightarrow x = 90$. Nilai x tunggal → **cukup**.

3. Masing-masing pernyataan cukup sendiri.

Cek ulang: dengan $x = 90$, data terurut $60, 90, 90, 120$; median $\frac{90+90}{2} = 90$ ✓ dan rata-rata $\frac{360}{4} = 90$ ✓. Contoh lain: $x = 100$ memberi median $\frac{90+100}{2} = 95$, bukan 90 ✓ (jadi tidak ada nilai lain).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** mengira banyak nilai x dapat menghasilkan rata-rata 90; padahal jumlah keempat skor harus tepat 360, sehingga x hanya satu.

• B ✗ **Jebakan:** mengira median 90 dicapai oleh setiap x di antara 60 dan 120 karena "angka 90 sudah ada di tengah". Untuk 4 data, median adalah rata-rata **dua** data tengah, sehingga x ikut menentukan median.

• C ✗ **Jebakan:** menggabungkan kedua pernyataan sebelum menguji masing-masing pernyataan sendiri-sendiri.

• D ✓ masing-masing cukup.

• E ✗ **Jebakan:** gabungan kedua kesalahan pada A dan B.

Jawaban: D.

No. 6 Kunci: C

Yang diketahui: tabel frekuensi 20 siswa. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat – membaca tabel frekuensi. Baris "Banyak siswa" adalah frekuensi: nilai 1 muncul 8 kali, nilai 2 muncul 6 kali, dan seterusnya.

• Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah (nilai} \times \text{frekuensi)}}{\text{jumlah frekuensi}}$.

• Median: cari letak data tengah memakai frekuensi kumulatif (frekuensi yang dijumlah berurutan).

• Modus: nilai dengan frekuensi terbesar (nilainya, bukan frekuensinya).

Contoh kecil: nilai 2 (frekuensi 3) dan nilai 5 (frekuensi 1) memberi rata-rata $\frac{2 \times 3 + 5 \times 1}{4} = \frac{11}{4}$, dan modusnya 2.

Langkah penyelesaian:

1. Jumlah nilai × frekuensi: $0 \times 3 + 1 \times 8 + 2 \times 6 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 0 + 8 + 12 + 6 + 4 = 30$. Rata-rata $= \frac{30}{20} = 1{,}5$.

2. Frekuensi kumulatif: nilai 0 menempati data ke-1 sampai ke-3; nilai 1 menempati data ke-4 sampai ke-11; nilai 2 menempati data ke-12 sampai ke-17; dan seterusnya.

3. $n = 20$ (genap), dua data tengah adalah data ke-10 dan ke-11. Keduanya bernilai 1, jadi median $= \frac{1+1}{2} = 1$.

4. Frekuensi terbesar adalah 8, milik nilai 1. Modus $= 1$.

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** Rata-rata $1{,}5$ (langkah 1).

• **(2) Salah.** Median 1, bukan 2.

• **(3) Benar.** Modus $1 < 1{,}5$ = rata-rata.

• **(4) Salah.** Dengan siswa baru, $n = 21$ (ganjil), median adalah data ke-11. Data ke-11 tetap bernilai 1

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

(nilai 1 menempati data ke-4 sampai ke-11; nilai 4 yang baru masuk di urutan paling belakang). Median tetap 1.
Banyak pernyataan benar: 2.

Cek ulang: untuk median, hitung dari kanan: nilai 4, 3, dan 2 bersama-sama hanya $1 + 2 + 6 = 9$ data, kurang dari setengah (10), sehingga data tengah memang jatuh pada nilai 1 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** membagi 30 dengan 5 (banyak kolom), sehingga rata-rata dianggap 6, dan menganggap modus adalah frekuensi terbesar 8; akibatnya (1) dan (3) ikut ditolak.
• B ✗ 1: **Jebakan:** menghitung rata-rata tanpa frekuensi, $\frac{0+1+2+3+4}{5} = 2$, sehingga (1) ditolak (hanya (3) yang diterima).
• C ✓ 2.
• D ✗ 3: **Jebakan:** mengambil nilai tengah dari baris nilai $0, 1, 2, 3, 4$ sebagai median, sehingga (2) dianggap benar.
• E ✗ 4: **Jebakan:** selain kesalahan pada D, mengira menambah data besar selalu menggeser median.

Jawaban: C.

No. 7 Kunci: A

Yang diketahui: 7 nilai dengan rata-rata 70 dan median 68; ditambah nilai 64 dan 76. **Yang ditanya:** hubungan P = rata-rata 9 nilai dan Q = median 9 nilai.

Prasyarat 1 – rata-rata lewat jumlah. Jumlah data = rata-rata × banyak data. Contoh kecil: 4 data berata-rata 10 berjumlah 40.
Prasyarat 2 – median ditentukan oleh letak. Median 7 data adalah data ke-4 setelah diurutkan: ada 3 data di kirinya dan 3 data di kanannya. Median **tidak** bergantung pada besar data lain, hanya pada letaknya.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah 7 nilai awal $= 7 \times 70 = 490$.
2. Jumlah 9 nilai $= 490 + 64 + 76 = 630$, sehingga $P = \frac{630}{9} = 70$.
3. Data ke-4 (median awal) bernilai 68; ada 3 nilai yang tidak lebih dari 68 di kirinya dan 3 nilai yang tidak kurang dari 68 di kanannya.
4. Nilai 64 lebih kecil dari 68, jadi masuk ke sebelah kiri; nilai 76 lebih besar dari 68, jadi masuk ke sebelah kanan. Sekarang ada 4 nilai di kiri dan 4 nilai di kanan nilai 68 tadi.
5. Median 9 data adalah data ke-5, yaitu nilai yang mempunyai 4 data di kiri dan 4 data di kanan: tetap 68. Jadi $Q = 68$.
6. $P = 70 > 68 = Q$.

Cek ulang dengan contoh data: $60, 62, 66, 68, 72, 78, 84$ (jumlah 490, median 68 ✓). Setelah ditambah: $60, 62, 64, 66, 68, 72, 76, 78, 84$; data ke-$5 = 68$ ✓ dan rata-rata $\frac{630}{9} = 70$ ✓. Contoh lain $50, 67, 68, 68, 70, 80, 87$ juga memberi $P = 70$ dan $Q = 68$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P = 70 > 68 = Q$.
• B ✗ **Jebakan:** mengira nilai 76 "mendorong" median ke kanan sehingga median baru $\frac{68+76}{2} = 72$, lalu $70 < 72$.
• C ✗ **Jebakan:** menghitung median baru sebagai nilai tengah kedua data tambahan, $\frac{64+76}{2} = 70$, sehingga $P = Q$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗ **Jebakan:** mengira median baru tidak dapat ditentukan karena ketujuh nilai awal tidak diketahui satu per satu; padahal letak 64 dan 76 terhadap 68 sudah menentukan median.

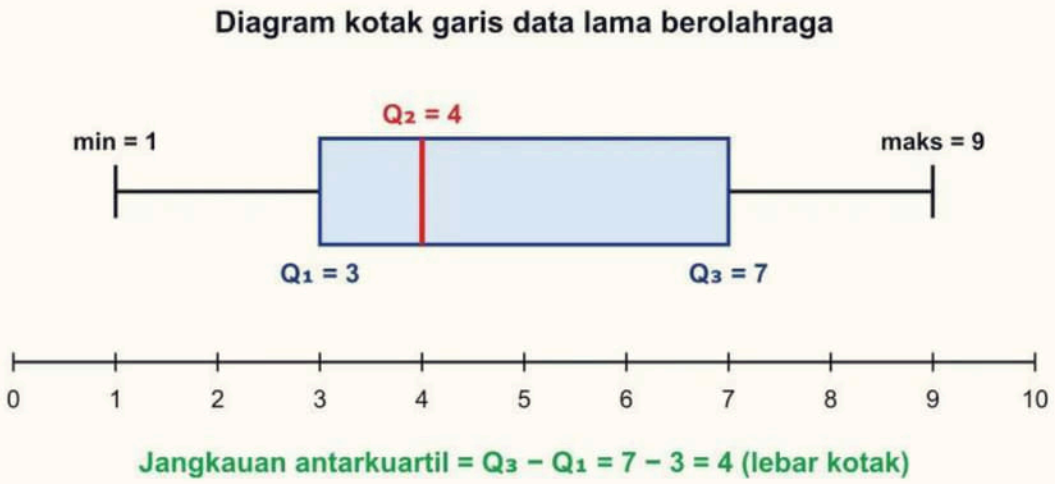
Jawaban: A.

No. 8 Kunci: C

Yang diketahui: diagram titik 15 data. **Yang ditanya:** jangkauan antarkuartil $= Q_3 - Q_1$.

Prasyarat – kuartil. Kuartil membagi data terurut menjadi empat bagian sama banyak.
• Q_2 (kuartil tengah) = median seluruh data.
• Q_1 (kuartil bawah) = median dari data di **kiri** Q_2.
• Q_3 (kuartil atas) = median dari data di **kanan** Q_2.
Untuk n ganjil, data Q_2 sendiri tidak ikut ke bagian kiri maupun kanan.
Contoh kecil: $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$: $Q_2 = 5$; kiri $1, 2, 4$ sehingga $Q_1 = 2$; kanan $7, 8, 9$ sehingga $Q_3 = 8$; jangkauan antarkuartil $8 - 2 = 6$.

Langkah penyelesaian:
1. Baca diagram (banyak titik di atas setiap angka = banyak siswa) lalu tulis datanya berurutan: $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 9$. Cek banyaknya: $1 + 2 + 3 + 2 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 = 15$ ✓.
2. $n = 15$, jadi Q_2 = data ke-$8 = 4$.
3. Bagian kiri: data ke-1 sampai ke-7, yaitu $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4$. Median 7 data ini adalah data ke-4: $Q_1 = 3$.
4. Bagian kanan: data ke-9 sampai ke-15, yaitu $5, 5, 6, 7, 7, 8, 9$. Median-nya data ke-4 dari bagian ini: $Q_3 = 7$.
5. Jangkauan antarkuartil $= Q_3 - Q_1 = 7 - 3 = 4$ jam.



Cek ulang dengan rumus letak: Q_1 di data ke-$\frac{1}{4}(n+1) = 4$ dan Q_3 di data ke-$\frac{3}{4}(n+1) = 12$. Data ke-$4 = 3$ dan data ke-$12 = 7$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 2: **Jebakan:** menghitung simpangan kuartil, yaitu setengah dari jangkauan antarkuartil ($\frac{4}{2} = 2$).

• B ✗ $3{,}5$: **Jebakan:** memasukkan data Q_2 ke kedua bagian, sehingga bagian kiri $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4$ ($Q_1 = 3$) dan bagian kanan $4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 9$ ($Q_3 = 6{,}5$); selisihnya $3{,}5$.

• C ✓ 4.

• D ✗ 7: **Jebakan:** berhenti pada Q_3, lupa mengurangkan Q_1.

• E ✗ 8: **Jebakan:** menghitung jangkauan (data terbesar − data terkecil $= 9 - 1$), bukan jangkauan antarkuartil.

Jawaban: C.

No. 9 Kunci: 1B 2S 3B

Yang diketahui: data $5, 9, 11, 13, 17$ ($n = 5$). **Yang ditanya:** benar atau salahnya tiga pernyataan.

Prasyarat – ukuran penyebaran. Ketiganya mengukur seberapa jauh data menyebar dari rata-rata.

• Simpangan rata-rata $= \dfrac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$ (rata-rata **jarak** ke rata-rata; jarak selalu positif).

• Ragam $= \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ dan simpangan baku = akar ragam.

Contoh kecil: data $2, 4, 6$: rata-rata 4; jaraknya $2, 0, 2$; simpangan rata-rata $\frac{4}{3}$; ragam $\frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3}$.

Langkah penyelesaian:

1. Rata-rata $\bar{x} = \dfrac{5 + 9 + 11 + 13 + 17}{5} = \dfrac{55}{5} = 11$.

2. Selisih tiap data dengan rata-rata:

x_i	5	9	11	13	17
$x_i - \bar{x}$	-6	-2	0	2	6
$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	6	2	0	2	6
$(x_i - \bar{x})^2$	36	4	0	4	36

3. Simpangan rata-rata $= \dfrac{6 + 2 + 0 + 2 + 6}{5} = \dfrac{16}{5} = 3{,}2$.

4. Ragam $= \dfrac{36 + 4 + 0 + 4 + 36}{5} = \dfrac{80}{5} = 16$, jadi simpangan baku $s = \sqrt{16} = 4$.

Pernyataan 1 – Benar. Simpangan rata-rata $3{,}2$ (langkah 3).
Jebakan: menjumlahkan selisih bertanda, $-6 - 2 + 0 + 2 + 6 = 0$, lalu mengira simpangan rata-rata 0.

Pernyataan 2 – Salah. Bila setiap data ditambah 5, datanya menjadi $10, 14, 16, 18, 22$ dengan rata-rata 16. Selisih ke rata-rata tetap $-6, -2, 0, 2, 6$, jadi simpangan bakunya tetap 4, bukan 9. Menggeser semua data tidak mengubah jarak antardata.
Jebakan: menambahkan 5 juga pada simpangan baku ($4 + 5 = 9$).

Pernyataan 3 – Benar. Bila setiap data dikali 2, datanya $10, 18, 22, 26, 34$ dengan rata-rata 22; selisihnya $-12, -4, 0, 4, 12$ (semua menjadi 2 kali). Ragam $= \dfrac{144 + 16 + 0 + 16 + 144}{5} = 64$ dan simpangan baku $= 8 = 2 \times 4$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan: mengira simpangan baku dikali 4 (tertukar dengan ragam yang dikali $2^2 = 4$), sehingga menolak nilai 8.

Cek ulang: $4^2 = 16$ ✓ dan $8^2 = 64 = 4 \times 16$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

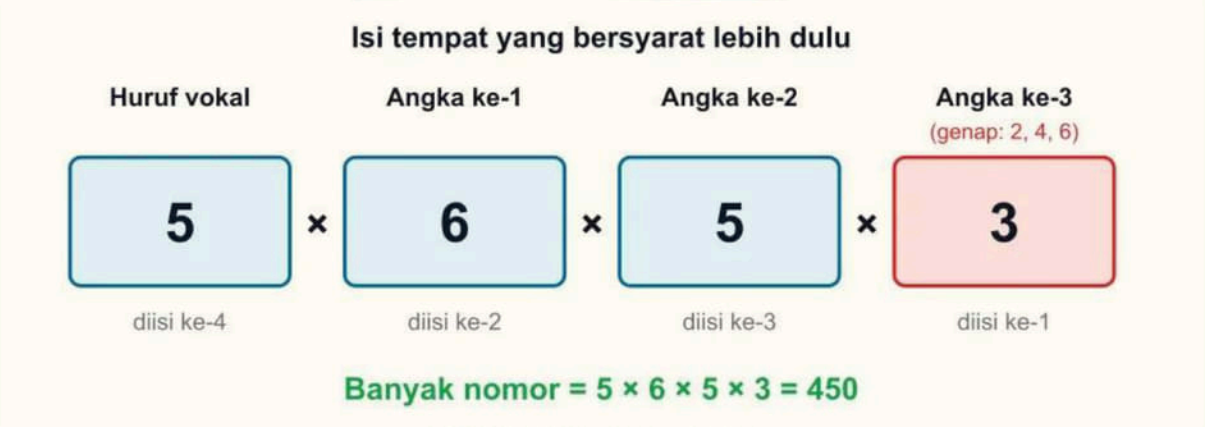
No. 10 Kunci: B

Yang diketahui: nomor = 1 huruf vokal + 3 angka berbeda dari 1–7, angka terakhir genap. **Yang ditanya:** banyak nomor.

Prasyarat – aturan perkalian (kotak isian). Bila suatu susunan diisi tempat demi tempat, dan tempat pertama dapat diisi dengan a cara, tempat kedua dengan b cara, dan seterusnya, maka banyak susunan $= a \times b \times \ldots$

Kiat: isi lebih dulu tempat yang **bersyarat**, baru tempat yang bebas.
Contoh kecil: bilangan dua angka berbeda dari $1, 2, 3$ yang genap: satuan harus 2 (1 cara), puluhan dari sisa angka (2 cara), jadi $2 \times 1 = 2$ bilangan (12 dan 32).

Langkah penyelesaian:
1. Huruf vokal: 5 pilihan (A, I, U, E, O). Huruf tidak memengaruhi angka.
2. Angka ke-3 (bersyarat genap) diisi lebih dulu: angka genap di antara 1–7 adalah $2, 4, 6$, jadi 3 pilihan.
3. Angka ke-1: dari 7 angka, satu sudah dipakai di angka ke-3, sisa 6 pilihan.
4. Angka ke-2: dua angka sudah dipakai, sisa 5 pilihan.
5. Banyak nomor $= 5 \times 6 \times 5 \times 3 = 450$.



Cek ulang: untuk satu huruf, misalnya A, dan angka terakhir 2: dua angka pertama dipilih berurutan dari $1, 3, 4, 5, 6, 7$, ada $6 \times 5 = 30$ cara. Untuk tiga angka genap: $3 \times 30 = 90$. Untuk lima huruf: $5 \times 90 = 450$ ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ 90: **Jebakan:** lupa mengalikan dengan 5 pilihan huruf vokal.
- B ✓ 450.
- C ✗ 630: **Jebakan:** mengisi dari kiri tanpa memperhatikan syarat: angka ke-1 7 pilihan, angka ke-2 6 pilihan, angka ke-3 tetap dianggap 3 pilihan genap, sehingga $5 \times 7 \times 6 \times 3 = 630$. Padahal angka genap mungkin sudah terpakai di depan.
- D ✗ 735: **Jebakan:** lupa syarat angka berbeda: $5 \times 7 \times 7 \times 3 = 735$.
- E ✗ 1.050: **Jebakan:** lupa syarat genap: $5 \times 7 \times 6 \times 5 = 1.050$.

Jawaban: B.

No. 11 Kunci: 1440

Yang diketahui: 4 siswa dan 3 guru (semuanya orang berbeda) berjajar; dua guru tidak boleh berdampingan. **Yang ditanya:** banyak susunan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Prasyarat – permutasi. Banyak cara menyusun n orang berbeda dalam satu baris adalah $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 1$. Contoh kecil: 3 orang dapat disusun dalam $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ cara.

Konsep – metode sekat. Untuk syarat "tidak berdampingan", susun dulu kelompok yang **bebas** (siswa). Celah di antara dan di ujung barisan siswa disebut **sekat**. Setiap guru masuk ke sekat yang berbeda, sehingga di antara dua guru selalu ada siswa.
Contoh kecil: 2 siswa dan 2 guru. Siswa: $2! = 2$ cara, membentuk 3 sekat (_ S _ S _). Guru menempati 2 sekat berbeda secara berurutan: $3 \times 2 = 6$ cara. Total $2 \times 6 = 12$.

Langkah penyelesaian:
1. Susun 4 siswa: $4! = 24$ cara.
2. Barisan 4 siswa mempunyai 5 sekat: satu di kiri, tiga di antara siswa, satu di kanan.
3. Guru pertama memilih sekat: 5 cara; guru kedua: 4 sekat tersisa; guru ketiga: 3 sekat tersisa. Jadi $5 \times 4 \times 3 = 60$ cara (urutan diperhatikan karena gurunya berbeda orang).
4. Banyak susunan $= 24 \times 60 = 1.440$.



Cek ulang dengan cara lain: tanpa syarat ada $7! = 5.040$ susunan. Peluang tiga guru tidak ada yang berdampingan $= \dfrac{1.440}{5.040} = \dfrac{2}{7}$. Hitungan lain: posisi tiga guru dipilih dari 7 posisi dengan tidak ada dua yang berurutan sebanyak 10 himpunan posisi dari $\binom{7}{3} = 35$, dan $\dfrac{10}{35} = \dfrac{2}{7}$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa menyusun guru (hanya memilih sekat): $24 \times \binom{5}{3} = 24 \times 10 = 240$.
• Hanya memakai 3 sekat di antara siswa (lupa kedua ujung): $24 \times 3 \times 2 \times 1 = 144$.
• Lupa menyusun siswa: menjawab 60.
• Mengabaikan syarat: $7! = 5.040$.

Jawaban: 1440.

No. 12 Kunci: C

Yang diketahui: pilih 4 dari 8 lagu; urutan tidak diperhatikan; lagu K (Kicir-Kicir) dan lagu A (Ampar-Ampar Pisang) tidak boleh terpilih keduanya. **Yang ditanya:** banyak cara memilih.

Prasyarat – kombinasi. Bila urutan **tidak** diperhatikan, banyak cara memilih r dari n benda berbeda adalah

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Contoh kecil: memilih 2 dari $\{a, b, c\}$: ab, ac, bc, ada $\binom{3}{2} = 3$ cara (ab sama dengan ba).

Langkah penyelesaian (cara komplemen):
1. Tanpa syarat: $\binom{8}{4} = \dfrac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \dfrac{1.680}{24} = 70$ cara.
2. Pilihan yang dilarang (K dan A sama-sama terpilih): K dan A sudah masuk, tinggal memilih 2 lagu dari 6 lagu lain: $\binom{6}{2} = \dfrac{6 \times 5}{2} = 15$ cara.
3. Banyak cara yang memenuhi $= 70 - 15 = 55$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang dengan pembagian kasus:
• Tanpa K dan tanpa A: pilih 4 dari 6 lagu lain, $\binom{6}{4} = 15$.
• Tepat satu dari K atau A: pilih salah satunya (2 cara), lalu 3 dari 6 lagu lain, $\binom{6}{3} = 20$; jadi $2 \times 20 = 40$.
• Total $15 + 40 = 55$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 15: **Jebakan:** hanya menghitung kasus tanpa K dan tanpa A (atau hanya menghitung pilihan yang dilarang).
• B ✗ 40: **Jebakan:** hanya menghitung kasus "tepat satu dari K atau A", lupa kasus tidak memilih keduanya.
• C ✓ 55.
• D ✗ 70: **Jebakan:** mengabaikan syarat larangan.
• E ✗ 1.680: **Jebakan:** memakai permutasi ($8 \times 7 \times 6 \times 5$), padahal urutan lagu tidak diperhatikan.

Jawaban: C.

No. 13 Kunci: E

Yang diketahui: angka 0–5; bilangan tiga angka berbeda; ratusan $\neq 0$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – aturan perkalian dengan angka 0. Angka 0 tidak boleh di depan. Bila syarat di belakang (satuan) bisa berupa 0 atau bukan 0, **bagi menjadi kasus**, karena banyak pilihan angka depan bergantung pada apakah 0 sudah terpakai.
Contoh kecil: bilangan dua angka berbeda dari $0, 1, 2$ yang genap: satuan 0 → puluhan 1 atau 2 (2 bilangan); satuan 2 → puluhan hanya 1 (1 bilangan); total 3 ($10, 20, 12$).

Uji tiap pernyataan (urutan kotak: ratusan – puluhan – satuan):
1. **(1) Benar.** Ratusan: 5 pilihan (1–5). Puluhan: 5 pilihan (sisa 5 angka, 0 boleh). Satuan: 4 pilihan. Total $5 \times 5 \times 4 = 100$.
2. **(2) Benar.** Satuan genap: 0, 2, atau 4.
• Satuan 0: ratusan 5 pilihan, puluhan 4 pilihan → $5 \times 4 = 20$.
• Satuan 2 atau 4 (2 pilihan): ratusan 4 pilihan (bukan 0, bukan angka satuan), puluhan 4 pilihan → $2 \times 4 \times 4 = 32$.
• Total $20 + 32 = 52$.
3. **(3) Benar.** Lebih dari 300 berarti ratusan 3, 4, atau 5 (3 pilihan); bilangan 300 sendiri tidak dapat dibentuk karena angkanya berulang. Puluhan 5 pilihan, satuan 4 pilihan → $3 \times 5 \times 4 = 60$.
4. **(4) Benar.** Habis dibagi 5 berarti satuan 0 atau 5.
• Satuan 0: $5 \times 4 = 20$ (sama seperti di atas).
• Satuan 5: ratusan 4 pilihan (1–4), puluhan 4 pilihan → 16.
• Total $20 + 16 = 36$.
Semua pernyataan benar.

Cek ulang: banyak bilangan ganjil $= 100 - 52 = 48$. Hitung dengan kotak isian: satuan $1, 3$, atau 5 (3 pilihan), ratusan 4 pilihan, puluhan 4 pilihan → $3 \times 4 \times 4 = 48$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: menolak (4). **Jebakan:** pada (4), menganggap kasus satuan 0 dan satuan 5 sama, sehingga $2 \times 4 \times 4 = 32$.
• B ✗: menolak (2) dan (4). **Jebakan:** kesalahan pada A ditambah tidak membagi kasus pada (2): satuan genap 3 pilihan, ratusan 4, puluhan 4, sehingga $3 \times 4 \times 4 = 48$.
• C ✗: menolak (1) dan (3). **Jebakan:** lupa angka 0 tidak boleh di depan sehingga (1) dihitung $6 \times 5 \times 4 = 120$; lalu pada (3) mengira "lebih dari 300" hanya ratusan 4 dan 5, sehingga $2 \times 5 \times 4 = 40$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗: hanya (4). **Jebakan:** gabungan kesalahan pada C dan kesalahan pada (2) seperti di B (48).
• E ✓ semua benar.

Jawaban: E.

No. 14 Kunci: 85

Yang diketahui: kartu 1–11; diambil 3 sekaligus (kombinasi). **Yang ditanya:** banyak cara agar jumlah nomor genap.

Prasyarat – sifat ganjil dan genap.
• genap + genap = genap; ganjil + ganjil = genap; ganjil + genap = ganjil.
• Jumlah tiga bilangan genap **jika banyak bilangan ganjilnya genap**, yaitu 0 atau 2.
Contoh kecil: $2+4+6=12$ (nol ganjil, genap); $1+3+4=8$ (dua ganjil, genap); $1+2+4=7$ (satu ganjil, ganjil); $1+3+5=9$ (tiga ganjil, ganjil).

Langkah penyelesaian:
1. Kelompokkan kartu: ganjil $1, 3, 5, 7, 9, 11$ (6 kartu); genap $2, 4, 6, 8, 10$ (5 kartu).
2. Bagi kasus menurut banyak kartu ganjil:

Kasus	Cara memilih	Banyak
0 ganjil, 3 genap	$\binom{5}{3}$	10
2 ganjil, 1 genap	$\binom{6}{2} \times \binom{5}{1} = 15 \times 5$	75

3. Kedua kasus tidak mungkin terjadi bersamaan, jadi dijumlahkan: $10 + 75 = 85$.

Cek ulang dengan komplemen: semua cara $\binom{11}{3} = \dfrac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$. Jumlah ganjil terjadi bila banyak kartu ganjil 1 atau 3: $\binom{6}{1}\binom{5}{2} + \binom{6}{3} = 6 \times 10 + 20 = 80$. Maka jumlah genap $= 165 - 80 = 85$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa kasus tiga kartu genap: menjawab 75.
• Memasukkan kasus tiga kartu ganjil (padahal ganjil + ganjil + ganjil = ganjil): $85 + 20 = 105$.
• Menganggap setengah dari semua cara: $165 : 2$ bukan bilangan bulat, tanda cara itu keliru.
• Memakai urutan (permutasi): $85 \times 3! = 510$.

Jawaban: 85.

No. 15 Kunci: A

Yang ditanya: apakah (1) dan/atau (2) menentukan banyak peserta n secara **tunggal**.

Prasyarat – banyak pertandingan. Setiap pertandingan mempertemukan 2 peserta, dan pasangan (A, B) sama dengan (B, A). Jadi banyak pertandingan $= \binom{n}{2} = \dfrac{n(n-1)}{2}$. Setiap peserta melawan semua peserta lain, jadi setiap peserta bermain $n-1$ kali.
Contoh kecil: 4 peserta A, B, C, D: AB, AC, AD, BC, BD, CD $= 6 = \dfrac{4 \times 3}{2}$ pertandingan; setiap peserta bermain 3 kali.

Langkah penyelesaian:
1. Tabel banyak pertandingan untuk beberapa nilai n:

n	7	8	9	10	11
$\dfrac{n(n-1)}{2}$	21	28	36	45	55

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Banyak pertandingan selalu bertambah bila n bertambah.

2. **Uji pernyataan (1).** Nilai antara 30 dan 40 hanya 36 (karena $28 < 30$ dan $45 > 40$), yaitu $n = 9$. Jadi n tunggal → **cukup**, walaupun keterangannya berupa rentang.

3. **Uji pernyataan (2).** $n - 1$ kelipatan 4: $n - 1 = 4, 8, 12, \ldots$, sehingga $n = 5, 9, 13, \ldots$ Ada banyak kemungkinan → **tidak cukup**.

4. Pernyataan (1) saja cukup, pernyataan (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: $n = 9$: $\dfrac{9 \times 8}{2} = 36$, dan $30 < 36 < 40$ ✓. Setiap peserta bermain 8 kali, kelipatan 4, jadi kedua pernyataan tidak bertentangan ✓. Contoh penyangkal untuk (2): $n = 5$ (setiap peserta bermain 4 kali) dan $n = 13$ (bermain 12 kali) sama-sama memenuhi (2).

Analisis tiap opsi:

• A ✓ hanya (1) yang cukup.

• B ✗ **Jebakan:** mengira keterangan berbentuk rentang ("lebih dari ... dan kurang dari ...") tidak pernah menghasilkan jawaban tunggal, sekaligus mengira kelipatan 4 yang masuk akal hanya 8.

• C ✗ **Jebakan:** mengira (1) memberi banyak kemungkinan sehingga harus dibantu (2) untuk menyaringnya.

• D ✗ **Jebakan:** pada (2) hanya mencoba $n - 1 = 8$, lupa $n - 1 = 4$ atau 12 juga mungkin.

• E ✗ **Jebakan:** menganggap kedua pernyataan sama-sama memberi rentang nilai tanpa mencoba menghitung tabel.

Jawaban: A.

No. 16 Kunci: B

Yang diketahui: 3 makanan, 4 minuman; satu pasangan dipilih acak. **Yang ditanya:** peluang (soto **dan** bukan teh).

Prasyarat – peluang dari ruang sampel. Ruang sampel S = himpunan semua hasil yang mungkin dan sama peluangnya. Peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Contoh kecil: memilih acak satu baju dari 2 (merah, biru) dan satu celana dari 2 (hitam, putih) memberi $2 \times 2 = 4$ pasangan; peluang (merah, hitam) $= \dfrac{1}{4}$.

Langkah penyelesaian:

1. Banyak pasangan $n(S) = 3 \times 4 = 12$ (aturan perkalian).

2. Daftar pasangan dengan soto:

Makanan	Teh	Jus jeruk	Susu	Air mineral
Nasi goreng	✗	✗	✗	✗
Soto	✗	✓	✓	✓
Bakso	✗	✗	✗	✗

Pasangan yang memenuhi (✓): (soto, jus jeruk), (soto, susu), (soto, air mineral). Jadi $n(A) = 3$.

3. $P(A) = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang dengan perkalian peluang: peluang memilih soto $\frac{1}{3}$, peluang minuman bukan teh $\frac{3}{4}$; pilihan makanan dan minuman saling bebas, sehingga $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\frac{1}{12}$: **Jebakan:** salah membaca "bukan teh" menjadi "teh", sehingga hanya (soto, teh).
- B ✓ $\frac{1}{4}$.
- C ✗ $\frac{1}{3}$: **Jebakan:** hanya menghitung peluang memilih soto, lupa syarat minuman.
- D ✗ $\frac{3}{7}$: **Jebakan:** menganggap ruang sampel $3 + 4 = 7$ pilihan (dijumlah, bukan dikali) dan kejadiannya 3 minuman bukan teh.
- E ✗ $\frac{5}{6}$: **Jebakan:** membaca "dan" sebagai "atau": soto atau bukan teh $= \frac{4 + 9 - 3}{12} = \frac{10}{12}$.

Jawaban: B.

No. 17 Kunci: E

Yang diketahui: 5 putra, 4 putri (9 orang); 3 orang diundi sekaligus. **Yang ditanya:** peluang tepat 2 putra (berarti 1 putri).

Prasyarat – peluang dengan kombinasi. "Diambil sekaligus" berarti urutan tidak diperhatikan dan tidak ada yang terpilih dua kali, sehingga banyak hasil dihitung dengan kombinasi $\binom{n}{r}$.
Contoh kecil: dari 2 putra dan 1 putri dipilih 2 orang: $\binom{3}{2} = 3$ pasangan; tepat 1 putra: $\binom{2}{1} \times \binom{1}{1} = 2$; peluangnya $\frac{2}{3}$.

Langkah penyelesaian:

1. Banyak semua cara: $n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$.
2. Tepat 2 putra dan 1 putri: pilih 2 dari 5 putra, $\binom{5}{2} = 10$, **dan** pilih 1 dari 4 putri, $\binom{4}{1} = 4$. Karena kedua pilihan dilakukan bersama, dikalikan: $n(A) = 10 \times 4 = 40$.
3. $P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$.

Cek ulang dengan diagram urutan: peluang urutan putra–putra–putri $= \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{80}{504}$.
Letak siswa putri dapat di urutan ke-1, ke-2, atau ke-3 (3 kemungkinan, masing-masing peluangnya sama), jadi $3 \times \frac{80}{504} = \frac{240}{504} = \frac{10}{21}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\frac{5}{42}$: **Jebakan:** lupa memilih siswa putri, sehingga $\frac{10}{84} = \frac{5}{42}$.
- B ✗ $\frac{10}{63}$: **Jebakan:** hanya menghitung satu urutan (putra–putra–putri), $\frac{80}{504} = \frac{10}{63}$, lupa dikali 3.
- C ✗ $\frac{1}{6}$: **Jebakan:** menjumlahkan pilihan putra dan putri ($10 + 4 = 14$), padahal harus dikalikan; $\frac{14}{84} = \frac{1}{6}$.
- D ✗ $\frac{100}{243}$: **Jebakan:** menganggap pengundian dengan pengembalian:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$3 \times \left(\frac{5}{9}\right)^2 \times \frac{4}{9} = \frac{300}{729} = \frac{100}{243}$.

• E ✓ $\frac{10}{21}$.

Jawaban: E.

No. 18 Kunci: B

Yang diketahui: $P(\text{Dina lolos}) = 0{,}7$, $P(\text{Raka lolos}) = 0{,}8$, saling bebas. **Yang ditanya:** hubungan P (tepat satu lolos) dan Q (hasil keduanya sama).

Prasyarat 1 – komplemen. Peluang suatu kejadian tidak terjadi $= 1 -$ peluang kejadian itu. Jadi $P(\text{Dina tidak lolos}) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$ dan $P(\text{Raka tidak lolos}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$.

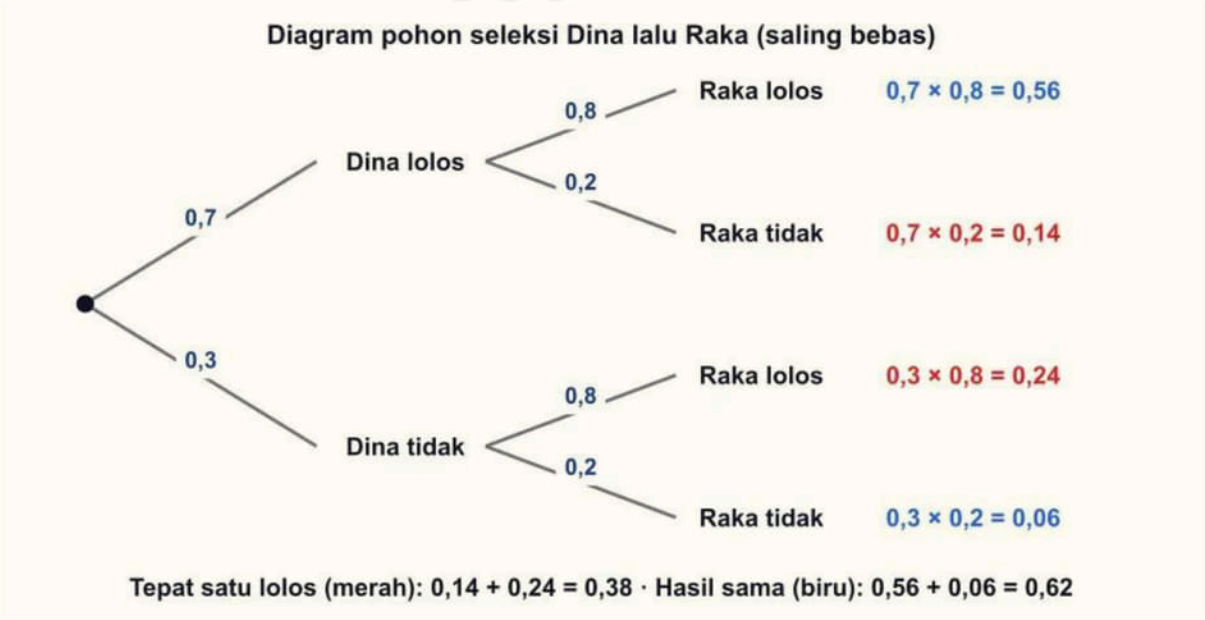
Prasyarat 2 – kejadian saling bebas. Bila A dan B saling bebas, $P(A \text{ dan } B) = P(A) \times P(B)$.

Contoh kecil: dua koin dilempar; peluang keduanya gambar $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Prasyarat 3 – kejadian saling lepas. Bila dua kejadian tidak mungkin terjadi bersamaan, peluang salah satunya terjadi = jumlah peluangnya.

Langkah penyelesaian:

1. Ada empat kemungkinan hasil (lihat diagram pohon):
• Dina lolos, Raka lolos: $0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56$
• Dina lolos, Raka tidak: $0{,}7 \times 0{,}2 = 0{,}14$
• Dina tidak, Raka lolos: $0{,}3 \times 0{,}8 = 0{,}24$
• Dina tidak, Raka tidak: $0{,}3 \times 0{,}2 = 0{,}06$
2. P = tepat satu lolos $= 0{,}14 + 0{,}24 = 0{,}38$ (dua kemungkinan yang saling lepas).
3. Q = hasil sama $= 0{,}56 + 0{,}06 = 0{,}62$.
4. $0{,}38 < 0{,}62$, jadi $P < Q$.



Cek ulang: keempat peluang berjumlah $0{,}56 + 0{,}14 + 0{,}24 + 0{,}06 = 1$ ✓. Kejadian "tepat satu lolos" dan "hasil sama" saling komplemen, sehingga $P + Q = 0{,}38 + 0{,}62 = 1$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** menghitung P sebagai "paling sedikit satu lolos", $1 - 0{,}3 \times 0{,}2 = 0{,}94$, sehingga $P > Q$.
• B ✓ $P = 0{,}38 < 0{,}62 = Q$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C ✗ **Jebakan:** mengira dua kejadian yang saling komplemen selalu berpeluang sama, masing-masing $\frac{1}{2}$.
• D ✗ **Jebakan:** mengira peluang gabungan tidak dapat dihitung tanpa mengetahui hasil seleksi peserta lain; padahal keterangan saling bebas sudah cukup untuk mengalikan peluang.

Jawaban: B.

No. 19 Kunci: D

Yang diketahui: 10 kartu dari kata MATEMATIKA. **Yang ditanya:** banyak pernyataan benar.

Prasyarat – yang sama peluangnya adalah setiap KARTU, bukan setiap jenis huruf. Hitung dulu banyak kartu tiap huruf:

Huruf	M	A	T	E	I	K
Banyak kartu	2	3	2	1	1	1

Cek: $2+3+2+1+1+1=10$ ✓.

Contoh kecil: kata ADA (3 kartu): peluang huruf A $=\frac{2}{3}$, bukan $\frac{1}{2}$ (walaupun jenis hurufnya hanya A dan D).

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** Kartu A ada 3 dari 10: $\frac{3}{10}$.

• **(2) Benar.** Kartu M atau T: $2+2=4$ kartu (tidak ada kartu yang berhuruf M sekaligus T). Peluangnya $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

• **(3) Salah.** Dua kartu sekaligus: $n(S)=\binom{10}{2}=45$; keduanya A: $\binom{3}{2}=3$. Peluangnya $\frac{3}{45}=\frac{1}{15}$, bukan $\frac{9}{100}$.

• **(4) Benar.** Komplemen: $1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ (ada 7 kartu yang bukan A).

Banyak pernyataan benar: 3.

Cek ulang (3) dengan cara urutan: kartu pertama A: $\frac{3}{10}$; kartu kedua A dari 9 kartu tersisa: $\frac{2}{9}$. Hasilnya $\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0: **Jebakan:** menganggap setiap **jenis** huruf (6 jenis) berpeluang sama: huruf A $\frac{1}{6}$, M atau T $\frac{2}{6}$, bukan A $\frac{5}{6}$; ketiga pernyataan itu ditolak, dan (3) juga ditolak.

• B ✗ 1: **Jebakan:** membaca "M atau T" sebagai "M dan T sekaligus" (peluangnya 0) dan menghitung "bukan A" sebagai $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ (menganggap hanya ada satu kartu A); hanya (1) yang diterima.

• C ✗ 2: **Jebakan:** hanya kesalahan "bukan A" $= \frac{9}{10}$, sehingga (4) ditolak.

• D ✓ 3.

• E ✗ 4: **Jebakan:** pada (3) menghitung seolah-olah kartu dikembalikan: $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$, padahal dua kartu diambil sekaligus.

Jawaban: D.

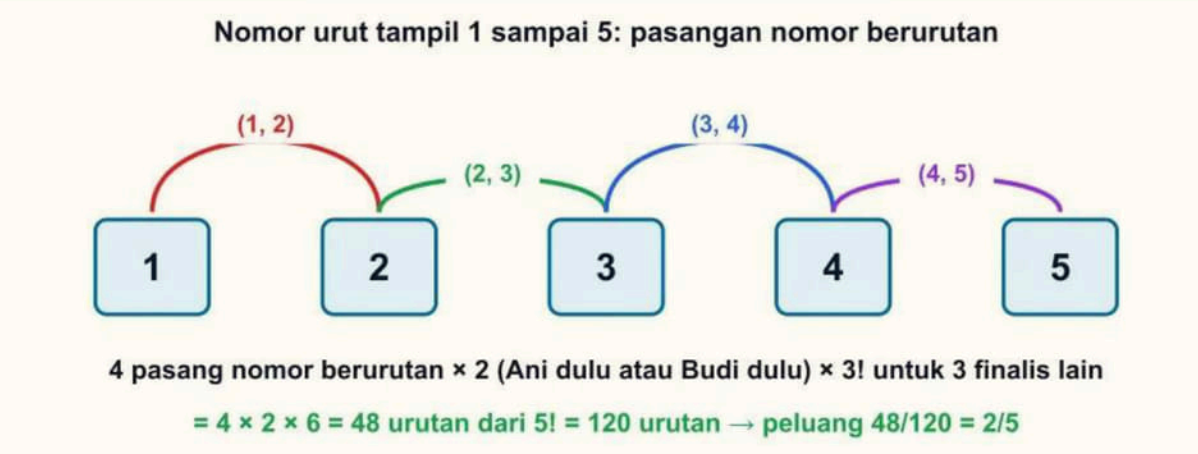
No. 20 Kunci: D

Yang diketahui: 5 finalis diundi nomor urutnya; semua susunan sama peluangnya. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat – ruang sampel permutasi. Banyak semua susunan 5 orang $= 5! = 120$. Peluang suatu kejadian = banyak susunan yang memenuhi dibagi 120.
Contoh kecil: 3 orang A, B, C ($3! = 6$ susunan: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA). Peluang A pertama $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; peluang A dan B berurutan: ABC, BAC, CAB, CBA $= \frac{4}{6}$.

Uji tiap pernyataan:

1. **(1) Salah.** Pasangan nomor berurutan ada 4: (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5). Untuk setiap pasangan, Ani dan Budi dapat bertukar tempat (2 cara), dan 3 finalis lain mengisi 3 nomor sisa ($3! = 6$ cara). Banyak susunan $= 4 \times 2 \times 6 = 48$; peluangnya $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$, bukan $\frac{1}{5}$.



2. **(2) Salah.** Ani di nomor 1: sisa 4 orang menyusun $4! = 24$ cara; Ani di nomor 5: juga 24 cara. Jumlahnya 48, peluangnya $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$.

3. **(3) Salah.** Ani di nomor 1 dan Budi di nomor 5: tiga orang lain mengisi nomor 2–4 dalam $3! = 6$ cara; peluangnya $\frac{6}{120} = \frac{1}{20}$. Cara lain: $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}$, karena setelah Ani mendapat nomor 1, Budi hanya memilih dari 4 nomor sisa.

4. **(4) Benar.** Pasangkan setiap susunan dengan susunan yang posisi Ani dan Budi-nya ditukar. Pada

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

tepat satu dari dua susunan itu Ani lebih dahulu. Jadi tepat setengah dari 120 susunan, yaitu 60, memenuhi; peluangnya $\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$.

Yang benar hanya (4).

Cek ulang (4): banyak cara memilih 2 nomor untuk Ani dan Budi $= \binom{5}{2} = 10$; pada setiap pilihan, Ani mengambil nomor yang lebih kecil (1 cara), lalu $3! = 6$ untuk yang lain: $10 \times 6 = 60$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: memuat (1), (2), dan (3) yang semuanya salah. **Jebakan:** gabungan ketiga kesalahan pada B dan C.

• B ✗: (1) dan (3). **Jebakan:** pada (1) lupa Ani dan Budi dapat bertukar tempat ($\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$), dan pada (3) mengalikan $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$, seolah-olah Budi masih bisa memilih nomor 1.

• C ✗: (2) dan (4). **Jebakan:** pada (2) hanya menghitung "Ani tampil pertama" dan lupa "atau tampil terakhir".

• D ✓ hanya (4).

• E ✗: (1), (2), dan (3) salah.

Jawaban: D.

Kuis Akhir Bab 5

No. 1 Kunci: 60

Yang diketahui: bentuk $\left(\sqrt{12} + \sqrt{27}\right)^2 - \sqrt{75} \times \sqrt{3}$. **Yang ditanya:** nilainya (berupa bilangan bulat).

Prasyarat – menyederhanakan bentuk akar.

• Untuk $a, b \geq 0$ berlaku $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. Karena itu, cari faktor bilangan kuadrat $(4, 9, 16, 25, \ldots)$ di bawah tanda akar. Contoh kecil: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

• Akar sejenis dijumlahkan seperti suku sejenis: $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ (sama seperti $2x + 4x = 6x$).

• Kuadrat bentuk $a\sqrt{3}$: $\left(a\sqrt{3}\right)^2 = a^2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 = a^2 \times 3$.

Langkah penyelesaian:

1. $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$, karena 4 adalah faktor kuadrat dari 12.
2. $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$, karena 9 adalah faktor kuadrat dari 27.
3. Keduanya sejenis ($\sqrt{3}$), jadi $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.
4. Kuadratkan: $\left(5\sqrt{3}\right)^2 = 5^2 \times 3 = 25 \times 3 = 75$.
5. $\sqrt{75} \times \sqrt{3} = \sqrt{75 \times 3} = \sqrt{225} = 15$.
6. Hasil akhir: $75 - 15 = 60$.

Cek ulang dengan cara lain: jabarkan $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$\left(\sqrt{12} + \sqrt{27}\right)^2 = 12 + 2\sqrt{12 \times 27} + 27 = 12 + 2\sqrt{324} + 27 = 12 + 2 \times 18 + 27 = 75$ ✓.

Lalu $75 - 15 = 60$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Menganggap $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, sehingga menghitung $12 + 27 - 15 = 24$. Suku tengah $2ab$ terlupa.

• Menjumlahkan di bawah akar: $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{39}$, lalu $39 - 15 = 24$. Padahal

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$.

• Lupa mengkuadratkan angka 5: $\left(5\sqrt{3}\right)^2 = 5 \times 3 = 15$, sehingga menjawab $15 - 15 = 0$.

Jawaban: 60.

No. 2 Kunci: E

Yang diketahui: p dan q bilangan prima, $p + q = 25, p < q$. **Yang ditanya:** $q^2 - p^2$.

Prasyarat – bilangan prima dan genap-ganjil.

• Bilangan prima adalah bilangan asli lebih dari 1 yang faktornya hanya 1 dan bilangan itu sendiri: $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$

• 2 adalah **satu-satunya** bilangan prima genap; bilangan genap lain habis dibagi 2, jadi bukan prima.

• ganjil + ganjil = genap, sedangkan genap + ganjil = ganjil. Contoh kecil: $3 + 5 = 8$ (genap), $2 + 7 = 9$ (ganjil).

Langkah penyelesaian:

1. 25 adalah bilangan ganjil. Bila p dan q keduanya prima ganjil, jumlahnya genap, tidak mungkin 25. Jadi salah satunya harus prima genap, yaitu 2.
2. Karena $p < q$, maka $p = 2$ dan $q = 25 - 2 = 23$. Bilangan 23 memang prima (tidak habis dibagi 2, 3, maupun bilangan lain antara 1 dan 23).
3. $q^2 - p^2 = 23^2 - 2^2 = 529 - 4 = 525$.

Cek ulang dengan bentuk selisih kuadrat:

$q^2 - p^2 = (q - p)(q + p) = (23 - 2)(23 + 2) = 21 \times 25 = 525$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 625: **Jebakan:** menghitung $(p + q)^2 = 25^2$, bukan $q^2 - p^2$.

• B ✗ 533: **Jebakan:** menjumlahkan kuadratnya, $529 + 4$, padahal yang diminta selisih.

• C ✗ 529: **Jebakan:** hanya menghitung $q^2 = 23^2$ dan lupa mengurangkan p^2.

• D ✗ 527: **Jebakan:** lupa mengkuadratkan p, yaitu $529 - 2$.

• E ✓ 525.

Jawaban: E.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: 6 anggota fotografi dan 3 anggota jurnalistik (seluruhnya 9 orang); jabatan ketua, wakil ketua, sekretaris tanpa rangkap; ketua dan wakil ketua dari klub berbeda. **Yang ditanya:** banyak susunan panitia.

Prasyarat – aturan perkalian dan pembagian kasus.

• Bila langkah pertama dapat dilakukan dengan m cara dan langkah kedua dengan n cara, kedua langkah bersama dapat dilakukan dengan $m \times n$ cara.

• Jabatan berbeda berarti **urutan penting**: Ani ketua–Budi wakil berbeda dengan Budi ketua–Ani wakil.

• Bila ada beberapa kasus yang tidak mungkin terjadi bersamaan (kata "atau"), banyak cara tiap kasus **dijumlahkan**.

Contoh kecil: memilih ketua dan wakil dari 3 orang: $3 \times 2 = 6$ cara.

Langkah penyelesaian:

1. **Kasus 1:** ketua dari fotografi (6 pilihan) dan wakil dari jurnalistik (3 pilihan): $6 \times 3 = 18$ cara.
2. **Kasus 2:** ketua dari jurnalistik (3 pilihan) dan wakil dari fotografi (6 pilihan): $3 \times 6 = 18$ cara.
3. Banyak pasangan ketua–wakil: $18 + 18 = 36$ cara.
4. Sekretaris dipilih dari orang yang tersisa: $9 - 2 = 7$ pilihan (tidak boleh rangkap).
5. Banyak susunan panitia: $36 \times 7 = 252$.

Cek ulang dengan komplemen (kebalikan syarat):

• Tanpa syarat: $9 \times 8 \times 7 = 504$ susunan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Ketua dan wakil dari klub **sama**: fotografi–fotografi $6 \times 5 = 30$, jurnalistik–jurnalistik $3 \times 2 = 6$, jumlah 36; dengan sekretaris: $36 \times 7 = 252$.
• Yang memenuhi syarat: $504 - 252 = 252$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 504: **Jebakan:** mengabaikan syarat "klub berbeda", sehingga menghitung $9 \times 8 \times 7$.
• B ✗ 468: **Jebakan:** memakai komplemen tetapi lupa mengalikan 36 susunan terlarang dengan 7 pilihan sekretaris: $504 - 36$.
• C ✗ 324: **Jebakan:** sekretaris dipilih dari 9 orang (36×9), padahal ketua dan wakil tidak boleh merangkap.
• D ✓ 252.
• E ✗ 126: **Jebakan:** hanya menghitung kasus 1 (ketua dari fotografi): 18×7, kasus 2 terlupa.

Jawaban: D.

No. 4 Kunci: 258

Yang diketahui: lama latihan membentuk barisan aritmetika; $U_3 + U_7 = 34$ dan $U_{10} = 32$. **Yang ditanya:** jumlah 12 suku pertama, S_{12}.

Prasyarat – barisan dan deret aritmetika.
• Barisan aritmetika: setiap suku diperoleh dengan menambah beda b yang tetap. Suku pertama a, suku kedua $a + b$, suku ketiga $a + 2b$, jadi suku ke-n adalah $U_n = a + (n-1)b$.
• Jumlah n suku pertama: $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$, berasal dari cara Gauss (suku pertama + suku terakhir, dikali banyak pasangan).
Contoh kecil: barisan $2, 5, 8, 11$ mempunyai $a = 2, b = 3$; $U_4 = 2 + 3 \times 3 = 11$ dan $S_4 = \frac{4}{2}(4 + 9) = 26$, sama dengan $2 + 5 + 8 + 11$.

Langkah penyelesaian:
1. $U_3 = a + 2b$ dan $U_7 = a + 6b$, sehingga $U_3 + U_7 = 2a + 8b = 34$. Bagi kedua ruas dengan 2: $a + 4b = 17$.
2. $U_{10} = a + 9b = 32$.
3. Kurangkan persamaan langkah 2 dengan persamaan langkah 1 (agar a hilang): $(a + 9b) - (a + 4b) = 32 - 17$, jadi $5b = 15$ dan $b = 3$.
4. Substitusi ke $a + 4b = 17$: $a + 12 = 17$, jadi $a = 5$.
5. $S_{12} = \frac{12}{2}(2 \times 5 + 11 \times 3) = 6 \times (10 + 33) = 6 \times 43 = 258$.

Cek ulang dengan menulis barisannya: $5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38$.
$U_3 + U_7 = 11 + 23 = 34$ ✓, $U_{10} = 32$ ✓. Pasangkan suku pertama dan terakhir: $5 + 38 = 43$, ada 6 pasang, jadi jumlahnya $6 \times 43 = 258$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab suku ke-12 saja, yaitu $U_{12} = 5 + 11 \times 3 = 38$, padahal yang ditanya lama latihan **seluruhnya**.
• Memakai n di tempat $n - 1$: $6 \times (10 + 12 \times 3) = 276$.
• Menghitung jumlah sampai hari ke-10 saja: $S_{10} = 5 \times (10 + 27) = 185$.

Jawaban: 258.

No. 5 Kunci: B

Yang diketahui: kubus besar berusuk 12 cm, seluruh permukaan luarnya dicat, lalu dipotong menjadi kubus kecil berusuk 3 cm. **Yang ditanya:** luas total permukaan kubus kecil yang tidak terkena cat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Prasyarat – luas permukaan kubus. Kubus mempunyai 6 sisi berbentuk persegi. Bila rusuknya s, luas permukaannya $6 \times s^2$. Contoh kecil: kubus berusuk 2 cm mempunyai luas permukaan $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$.

Konsep: memotong kubus tidak mengubah volume, tetapi **menambah luas permukaan**, karena setiap potongan membuka bidang baru. Cat hanya ada pada permukaan luar kubus besar, jadi bidang potong yang baru tidak tercat.

Langkah penyelesaian:

1. Banyak potongan sepanjang satu rusuk: $12 : 3 = 4$. Banyak kubus kecil: $4 \times 4 \times 4 = 64$.
2. Luas permukaan satu kubus kecil: $6 \times 3^2 = 54 \text{ cm}^2$. Luas permukaan semua kubus kecil: $64 \times 54 = 3.456 \text{ cm}^2$.
3. Bagian yang tercat sama dengan permukaan luar kubus besar: $6 \times 12^2 = 6 \times 144 = 864 \text{ cm}^2$. Pemotongan tidak menambah cat.
4. Bagian yang tidak tercat: $3.456 - 864 = 2.592 \text{ cm}^2$.

Cek ulang dengan menghitung sisi kecil per jenis kubus:

• 8 kubus di pojok, masing-masing 3 sisi tercat → 24 sisi.
• Kubus di rusuk (bukan pojok): 12 rusuk × 2 kubus = 24 kubus, masing-masing 2 sisi tercat → 48 sisi.
• Kubus di tengah muka: 6 muka × 4 kubus = 24 kubus, masing-masing 1 sisi tercat → 24 sisi.
• 8 kubus di bagian dalam tidak tercat. (Cek banyak kubus: $8 + 24 + 24 + 8 = 64$ ✓.)

Sisi tercat: $24 + 48 + 24 = 96$; seluruh sisi kecil: $64 \times 6 = 384$; sisi tidak tercat: $384 - 96 = 288$. Luasnya $288 \times 9 = 2.592 \text{ cm}^2$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 3.456: **Jebakan:** menghitung seluruh permukaan kubus kecil, lupa mengurangkan bagian yang tercat.
• B ✓ 2.592.
• C ✗ 864: **Jebakan:** menghitung bagian yang **tercat**, bukan yang tidak tercat.
• D ✗ 432: **Jebakan:** hanya menghitung 8 kubus dalam yang sama sekali tidak tercat (8×54), padahal kubus lain juga mempunyai sisi yang tidak tercat.
• E ✗ 288: **Jebakan:** berhenti pada banyak sisi kecil yang tidak tercat (288 sisi) dan lupa mengalikannya dengan luas satu sisi, 9 cm^2.

Jawaban: B.

No. 6 Kunci: A

Yang diketahui: $f(x) = x^2 - 2x - 8$ dan $g(x) = 2x + 4$. **Yang ditanya:** semua x dengan $f(x) < g(x)$.

Prasyarat.

• $f(x) < g(x)$ artinya pada nilai x itu grafik f berada **di bawah** grafik g.
• Pertidaksamaan kuadrat diselesaikan dengan: pindahkan semua suku ke satu ruas → faktorkan → cari pembuat nol → uji satu titik di setiap daerah.

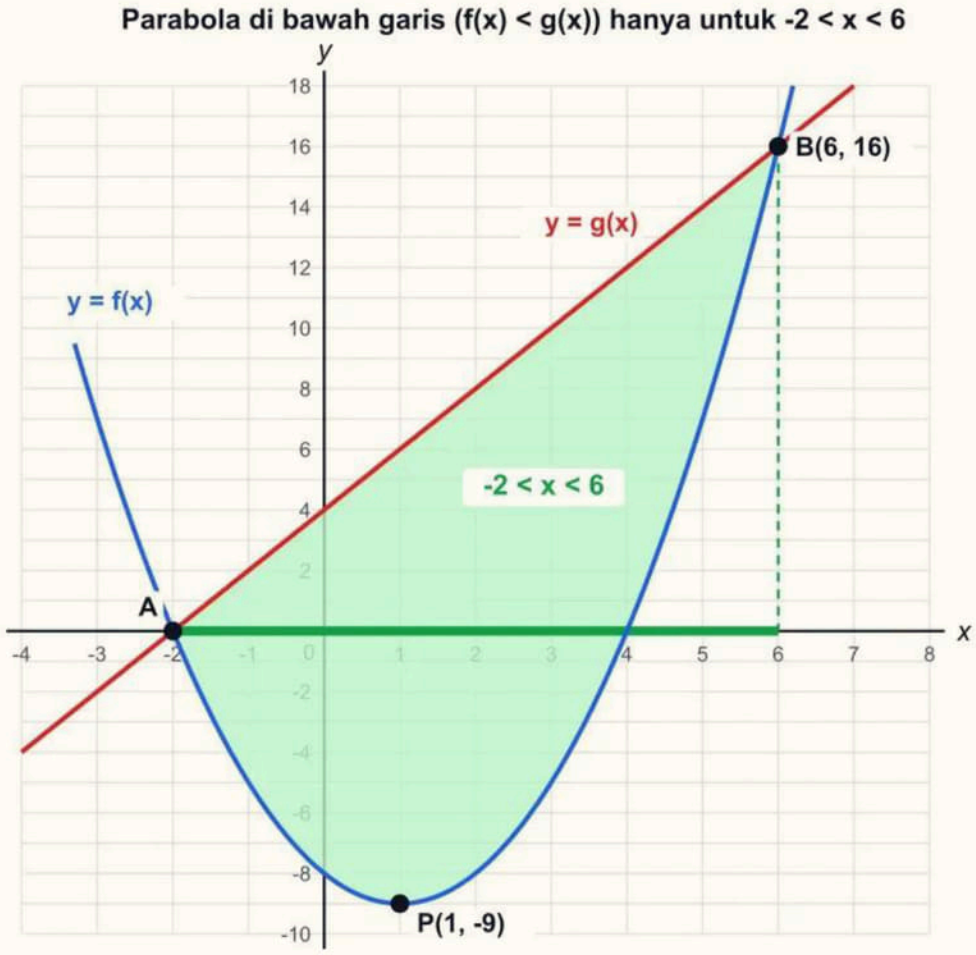
Contoh kecil: $x^2 - 1 < 0 \to (x - 1)(x + 1) < 0$, pembuat nol -1 dan 1. Uji $x = 0$: $-1 < 0$ benar, jadi penyelesaiannya $-1 < x < 1$.

Langkah penyelesaian:

1. $x^2 - 2x - 8 < 2x + 4$. Kurangi kedua ruas dengan $2x + 4$: $x^2 - 4x - 12 < 0$.
2. Faktorkan: cari dua bilangan yang hasil kalinya -12 dan jumlahnya -4, yaitu -6 dan 2. Jadi $(x - 6)(x + 2) < 0$; pembuat nolnya $x = -2$ dan $x = 6$.
3. Uji satu titik di setiap daerah:
   • $x = -3$: $(-9)(-1) = 9$, positif → tidak memenuhi.
   • $x = 0$: $(-6)(2) = -12$, negatif → memenuhi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• $x = 7$: $(1)(9) = 9$, positif → tidak memenuhi.
4. Jadi $-2 < x < 6$.



Cek ulang dengan gambar dan titik potong: $f(6) = 36 - 12 - 8 = 16$ dan $g(6) = 12 + 4 = 16$, jadi $B(6, 16)$ adalah titik potong kedua. Di antara A dan B parabola berada di bawah garis; contohnya $x = 1$: $f(1) = -9 < g(1) = 6$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $-2 < x < 6$.
• B ✗ $-2 < x < 4$: **Jebakan:** memakai titik potong grafik f dengan sumbu x ($f(x) = 0$ di $x = -2$ dan $x = 4$), yaitu menyelesaikan $f(x) < 0$.
• C ✗ $-2 < x < 16$: **Jebakan:** memakai ordinat titik B (yaitu 16) sebagai batas nilai x.
• D ✗ $x < -2$ atau $x > 6$: **Jebakan:** tanda terbalik; ini daerah $f(x) > g(x)$ (parabola di atas garis).
• E ✗ $x < -2$ atau $x > 4$: **Jebakan:** daerah $f(x) > 0$, tidak berhubungan dengan garis g.

Jawaban: A.

No. 7 Kunci: E

Yang diketahui: P titik puncak $f(x) = x^2 - 2x - 8$; garis $g(x) = 2x + 4$. **Yang ditanya:** persamaan garis melalui P yang tegak lurus g.

Prasyarat.

• Titik puncak parabola $y = ax^2 + bx + c$ mempunyai absis $x_p = -\dfrac{b}{2a}$ dan ordinat $y_p = f(x_p)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: $y = x^2 - 6x + 5 \to x_p = \dfrac{6}{2} = 3, y_p = 9 - 18 + 5 = -4$.

• Gradien garis $y = mx + c$ adalah m. Dua garis **tegak lurus** bila hasil kali gradiennya -1. Contoh: garis bergradien 3 tegak lurus garis bergradien $-\dfrac{1}{3}$, karena $3 \times \left(-\dfrac{1}{3}\right) = -1$.

• Garis bergradien m melalui (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Langkah penyelesaian:

1. Puncak: $a = 1, b = -2$, jadi $x_p = -\dfrac{-2}{2 \times 1} = 1$ dan $y_p = 1 - 2 - 8 = -9$. Jadi $P(1, -9)$, sesuai titik terendah parabola pada gambar.
2. Gradien g adalah 2. Gradien garis yang tegak lurus: $m = -\dfrac{1}{2}$, karena $2 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1$.
3. Garis melalui $P(1, -9)$: $y - (-9) = -\dfrac{1}{2}(x - 1)$, yaitu $y + 9 = -\dfrac{1}{2}(x - 1)$.
4. Kalikan kedua ruas dengan 2 agar pecahan hilang: $2y + 18 = -x + 1$.
5. Pindahkan semua suku ke ruas kiri: $x + 2y + 18 - 1 = 0$, jadi $x + 2y + 17 = 0$.

Cek ulang:

• Titik P: $1 + 2(-9) + 17 = 1 - 18 + 17 = 0$ ✓.

• Gradien: $x + 2y + 17 = 0 \to y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{17}{2}$, gradiennya $-\dfrac{1}{2}$, dan $-\dfrac{1}{2} \times 2 = -1$ ✓.

Analisis tiap opsi (keempat pengecoh juga melalui sebuah titik yang masuk akal, jadi gradien harus dicek):

• A ✗ $2x - y - 11 = 0$: **Jebakan:** memakai gradien 2 (garis **sejajar** g, bukan tegak lurus). Garis ini memang melalui P: $2 + 9 - 11 = 0$.

• B ✗ $2x + y + 7 = 0$: **Jebakan:** gradien hanya diubah tandanya menjadi -2, tidak dibalik.

• C ✗ $x - 2y - 19 = 0$: **Jebakan:** gradien hanya dibalik menjadi $\dfrac{1}{2}$, tandanya tidak diubah.

• D ✗ $x + 2y + 11 = 0$: **Jebakan:** gradiennya benar, tetapi puncak salah dihitung $x_p = \dfrac{b}{2a} = -1$, sehingga P dikira $(-1, -5)$.

• E ✓ $x + 2y + 17 = 0$.

Jawaban: E.

No. 8 Kunci: D

Yang diketahui: $A(-2, 0)$; B titik potong kedua grafik; P puncak grafik f. **Yang ditanya:** luas segitiga ABP.

Prasyarat.

• Dari soal nomor 6: $B(6, 16)$ (karena $x^2 - 4x - 12 = 0$ memberi $x = 6$ dan $g(6) = 16$). Dari soal nomor 7: $P(1, -9)$.

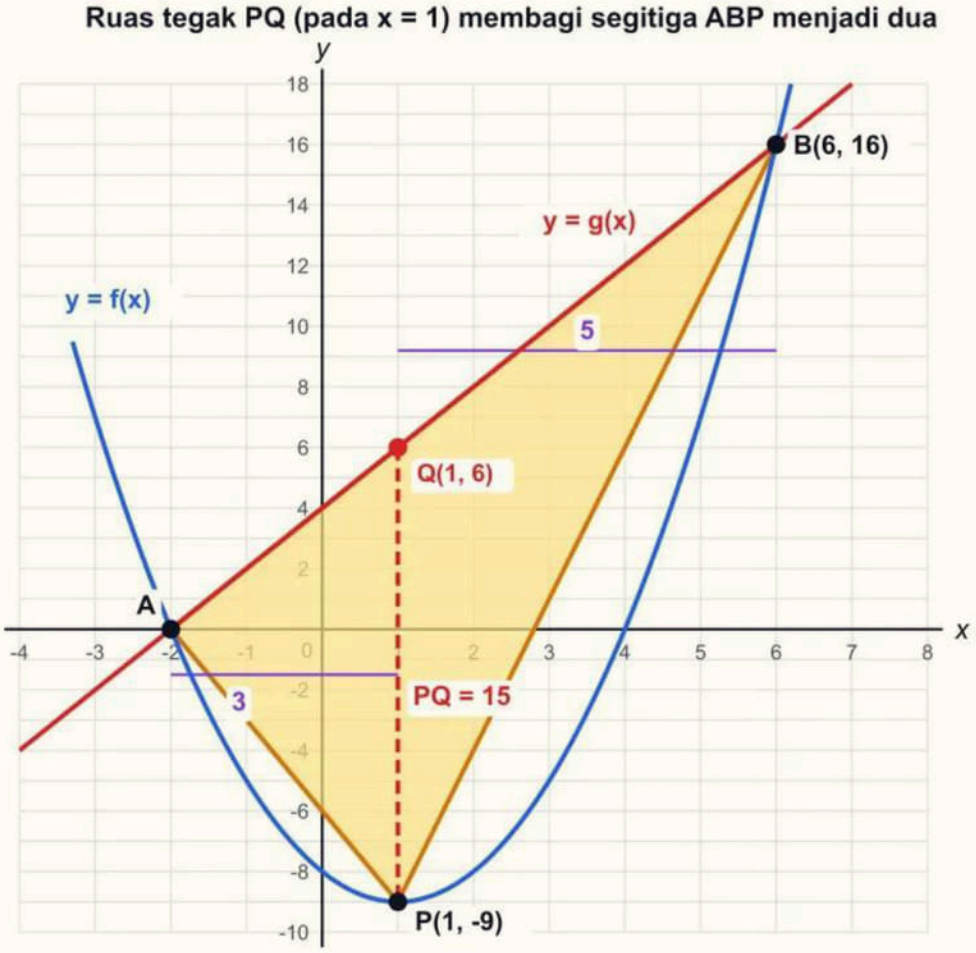
• Luas segitiga $= \dfrac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$, dengan tinggi **tegak lurus** alas.

• Panjang ruas tegak (sejajar sumbu y) = selisih ordinat; jarak mendatar = selisih absis. Contoh kecil: ruas dari $(3, -1)$ ke $(3, 4)$ panjangnya $4 - (-1) = 5$.

Konsep – potong dengan ruas tegak. Sisi-sisi segitiga ABP miring, jadi alas dan tinggi tidak terbaca dari petak. Tarik ruas tegak dari P ke sisi AB (yaitu ke grafik g) di titik Q. Segitiga terbagi menjadi segitiga APQ dan BPQ yang beralas sama, yaitu PQ (tegak), dengan tinggi berupa jarak **mendatar** dari A dan dari B ke garis $x = 1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Q terletak pada garis AB (grafik g) dengan $x = 1$: $g(1) = 2 \times 1 + 4 = 6$, jadi $Q(1, 6)$.
2. $PQ = 6 - (-9) = 15$.
3. Segitiga APQ: alas $PQ = 15$, tinggi = jarak mendatar A ke garis $x = 1$, yaitu $1 - (-2) = 3$. Luasnya $\frac{1}{2} \times 15 \times 3 = 22{,}5$.
4. Segitiga BPQ: alas $PQ = 15$, tinggi $6 - 1 = 5$. Luasnya $\frac{1}{2} \times 15 \times 5 = 37{,}5$.
5. Luas $ABP = 22{,}5 + 37{,}5 = 60$. (Ringkasnya: $\frac{1}{2} \times 15 \times (3 + 5) = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60$.)



Cek ulang dengan persegi panjang pembungkus: persegi panjang dengan $-2 \le x \le 6$ dan $-9 \le y \le 16$ luasnya $8 \times 25 = 200$. Kurangi tiga segitiga siku-siku di luar ABP:
• kiri atas $(A, (-2, 16), B)$: $\frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64$;
• kiri bawah $(A, (-2, -9), P)$: $\frac{1}{2} \times 9 \times 3 = 13{,}5$;
• kanan bawah $(P, (6, -9), B)$: $\frac{1}{2} \times 5 \times 25 = 62{,}5$.
$200 - (64 + 13{,}5 + 62{,}5) = 200 - 140 = 60$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 22,5: **Jebakan:** hanya menghitung segitiga kiri APQ.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B ✗ 36: **Jebakan:** memakai jarak P ke sumbu x (9) sebagai panjang PQ: $\frac{1}{2} \times 9 \times 8$.

• C ✗ 45: **Jebakan:** memakai jarak mendatar antara akar-akar f (-2 sampai 4, yaitu 6) sebagai lebar: $\frac{1}{2} \times 15 \times 6$.

• D ✓ 60.

• E ✗ 120: **Jebakan:** lupa faktor $\frac{1}{2}$: 15×8.

Jawaban: D.

No. 9 Kunci: C

Yang diketahui: 36 kendaraan (motor dan mobil) dengan 104 roda; tarif motor Rp20.000,00 dan mobil Rp50.000,00. **Yang ditanya:** total tarif.

Prasyarat – sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Dua informasi tentang dua besaran yang belum diketahui ditulis sebagai dua persamaan, lalu salah satu variabel dihilangkan (eliminasi). Contoh kecil: $x + y = 5$ dan $x - y = 1$; jumlahkan kedua persamaan: $2x = 6$, jadi $x = 3$ dan $y = 2$.

Langkah penyelesaian:

1. Misalkan banyak motor m dan banyak mobil n. Banyak kendaraan: $m + n = 36$. Banyak roda: $2m + 4n = 104$.
2. Kalikan persamaan pertama dengan 2 agar koefisien m sama: $2m + 2n = 72$.
3. Kurangkan dari persamaan roda: $(2m + 4n) - (2m + 2n) = 104 - 72$, jadi $2n = 32$ dan $n = 16$ mobil.
4. $m = 36 - 16 = 20$ motor.
5. Total tarif: $20 \times 20.000 + 16 \times 50.000 = 400.000 + 800.000 = 1.200.000$, yaitu Rp1.200.000,00.

Cek ulang: $20 + 16 = 36$ kendaraan ✓; roda $20 \times 2 + 16 \times 4 = 40 + 64 = 104$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ Rp720.000,00: **Jebakan:** menganggap semua kendaraan motor: 36×20.000.

• B ✗ Rp960.000,00: **Jebakan:** membagi 32 dengan 4 (bukan 2) sehingga mobil dikira 8 dan motor 28: $28 \times 20.000 + 8 \times 50.000 = 560.000 + 400.000$.

• C ✓ Rp1.200.000,00.

• D ✗ Rp1.320.000,00: **Jebakan:** banyak motor dan mobil tertukar (motor 16, mobil 20): $320.000 + 1.000.000$.

• E ✗ Rp1.800.000,00: **Jebakan:** menganggap semua kendaraan mobil: 36×50.000.

Jawaban: C.

No. 10 Kunci: 27

Yang diketahui: 45 peserta; rata-rata gabungan 75; rata-rata pagi 66; rata-rata sore 81. **Yang ditanya:** banyak peserta sesi sore.

Prasyarat – rata-rata dan jumlah data. Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}$, sehingga jumlah data = rata-rata × banyak data. Rata-rata gabungan dihitung dari **jumlah** seluruh data, bukan dengan merata-ratakan dua rata-rata. Contoh kecil: 3 data berata-rata 10 jumlahnya 30.

Langkah penyelesaian:

1. Misalkan banyak peserta sore n, maka banyak peserta pagi $45 - n$.
2. Jumlah skor seluruh peserta: $75 \times 45 = 3.375$.
3. Jumlah skor pagi: $66(45 - n) = 2.970 - 66n$. Jumlah skor sore: $81n$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Jumlah pagi + jumlah sore = jumlah seluruh: $2.970 - 66n + 81n = 3.375$.
5. $15n = 3.375 - 2.970 = 405$, jadi $n = 27$.

Cek ulang: pagi 18 orang, jumlah skor $18 \times 66 = 1.188$; sore 27 orang, jumlah skor $27 \times 81 = 2.187$. Total $1.188 + 2.187 = 3.375$, dan $3.375 : 45 = 75$ ✓.
Cara lain: skor pagi berjarak $75 - 66 = 9$ di bawah rata-rata gabungan, skor sore berjarak $81 - 75 = 6$ di atasnya. Kelompok yang lebih dekat ke rata-rata gabungan adalah kelompok yang lebih banyak, dengan perbandingan terbalik: pagi : sore $= 6 : 9 = 2 : 3$. Sore $= \frac{3}{5} \times 45 = 27$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Perbandingan tidak dibalik (pagi : sore $= 9 : 6$), sehingga menjawab 18, yaitu banyak peserta **pagi**.
• Merata-ratakan dua rata-rata, $\frac{66 + 81}{2} = 73{,}5$, lalu mengira kedua sesi sama banyak; hasilnya $22{,}5$ yang bukan bilangan bulat dan rata-ratanya tidak 75.

Jawaban: 27.

No. 11 Kunci: B

Yang diketahui: n bersisa 2 jika dibagi 5 dan bersisa 3 jika dibagi 4. **Yang ditanya:** pernyataan yang **pasti** benar (benar untuk setiap n yang memenuhi).

Prasyarat – sisa pembagian. "n bersisa r jika dibagi m" berarti $n = m \times k + r$ dengan k bilangan cacah dan $0 \le r < m$. Contoh kecil: $17 = 5 \times 3 + 2$, jadi 17 bersisa 2 jika dibagi 5.

Konsep – cara menjawab soal pernyataan. Uji setiap pernyataan **terpisah**. Pernyataan "pasti benar" harus berlaku untuk semua n yang memenuhi; satu contoh yang membuatnya salah sudah cukup untuk menolaknya.

Langkah penyelesaian:
1. Bilangan yang bersisa 2 jika dibagi 5: $2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47, \ldots$
2. Bilangan yang bersisa 3 jika dibagi 4: $3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, \ldots$
3. Yang muncul di kedua daftar: $7, 27, 47, \ldots$ Selisihnya 20 = KPK dari 5 dan 4. Jadi $n = 20k + 7$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$).
4. Uji tiap pernyataan:
• (1) $n = 20k + 7$ dengan $7 < 20$, jadi sisanya 7 → **benar**.
• (2) sisanya 7, bukan 5 → **salah**.
• (3) $n + 13 = 20k + 20 = 20(k + 1)$ → habis dibagi 20 → **benar**.
• (4) contoh $n = 7$: $7^2 = 49 = 4 \times 12 + 1$, sisanya 1, bukan 3 → **salah**. (Secara umum $n = 4j + 3$ memberi $n^2 = 16j^2 + 24j + 9 = 4(4j^2 + 6j + 2) + 1$, sisanya selalu 1.)
5. Yang pasti benar: (1) dan (3).

Cek ulang dengan $n = 27$: $27 = 5 \times 5 + 2$ ✓ dan $27 = 4 \times 6 + 3$ ✓; $27 = 20 + 7$ ✓; $27 + 13 = 40$ ✓; $27^2 = 729 = 4 \times 182 + 1$, sisanya 1 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: memuat (2) yang salah. **Jebakan:** menjumlahkan kedua sisa ($2 + 3 = 5$) untuk pembagian oleh 20.
• B ✓ (1) dan (3).
• C ✗: (2) dan (4) keduanya salah.
• D ✗: **Jebakan:** mengira sisa n^2 sama dengan sisa n (yaitu 3); padahal $3^2 = 9$ bersisa 1 jika dibagi 4.
• E ✗: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 12 Kunci: D

Yang diketahui: $x^2 - 9x + c = 0$ berakar α dan β, dengan $\alpha = 2\beta$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat.

• Untuk $ax^2 + bx + c = 0$: jumlah akar $\alpha + \beta = -\dfrac{b}{a}$ dan hasil kali akar $\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$. Contoh kecil: $x^2 - 5x + 6 = 0$ berakar 2 dan 3; jumlahnya 5, hasil kalinya 6.
• Diskriminan $D = b^2 - 4ac$: $D > 0 \rightarrow$ dua akar real berbeda; $D = 0 \rightarrow$ satu akar real (kembar); $D < 0 \rightarrow$ tidak ada akar real.
• Persamaan kuadrat yang akar-akarnya p dan q: $x^2 - (p+q)x + pq = 0$.

Langkah penyelesaian:

1. $\alpha + \beta = -\dfrac{-9}{1} = 9$. Dengan $\alpha = 2\beta$: $2\beta + \beta = 9$, jadi $\beta = 3$ dan $\alpha = 6$.
2. $c = \alpha\beta = 6 \times 3 = 18$. Cek: $6^2 - 9 \times 6 + 18 = 36 - 54 + 18 = 0$ ✓ dan $9 - 27 + 18 = 0$ ✓.
3. Uji tiap pernyataan:
• (1) $\alpha - \beta = 6 - 3 = 3$, bukan $2 \rightarrow$ **salah**.
• (2) $\alpha^2 + \beta^2 = 36 + 9 = 45$, bukan $81 \rightarrow$ **salah**.
• (3) $x^2 - 9x + 21 = 0$: $D = 81 - 4 \times 21 = 81 - 84 = -3 < 0$, jadi **tidak** mempunyai akar real $\rightarrow$ **salah**.
• (4) Akar baru 7 dan 4: jumlah 11, hasil kali 28, sehingga persamaannya $x^2 - 11x + 28 = 0 \rightarrow$ **benar**.
4. Hanya pernyataan (4) yang benar.

Cek ulang (4): $7^2 - 11 \times 7 + 28 = 49 - 77 + 28 = 0$ ✓ dan $4^2 - 44 + 28 = 0$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: (1), (2), (3) semuanya salah. **Jebakan (2):** menghitung $(\alpha + \beta)^2 = 81$ dan lupa mengurangkan $2\alpha\beta$: $\alpha^2 + \beta^2 = 81 - 36 = 45$.
• B ✗: (1) dan (3) salah. **Jebakan (3):** mengira menambah suku tetap tidak mengubah banyak akar; padahal diskriminan berubah dari 9 menjadi -3.
• C ✗: (2) salah.
• D ✓ hanya (4).
• E ✗: tiga pernyataan lainnya salah.

Jawaban: D.

No. 13 Kunci: C

Yang diketahui: jari-jari 13 cm, tali busur $AB = 24$ cm. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Prasyarat.

• $OA = OB = 13$ (jari-jari), jadi segitiga OAB sama kaki.
• Ruas dari O yang tegak lurus tali busur jatuh tepat di **titik tengah** tali busur. Alasannya: dua segitiga siku-siku OMA dan OMB mempunyai sisi miring sama (13) dan sisi tegak OM yang sama, sehingga sisi ketiganya (MA dan MB) juga sama (Pythagoras).
• Teorema Pythagoras: pada segitiga siku-siku, $(\text{sisi miring})^2$ = jumlah kuadrat dua sisi lainnya. Contoh kecil: $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$.
• Jenis sudut dari panjang sisi: bila c sisi di depan sudut, sudut itu tumpul jika $c^2 > a^2 + b^2$, siku-siku jika sama, lancip jika kurang.

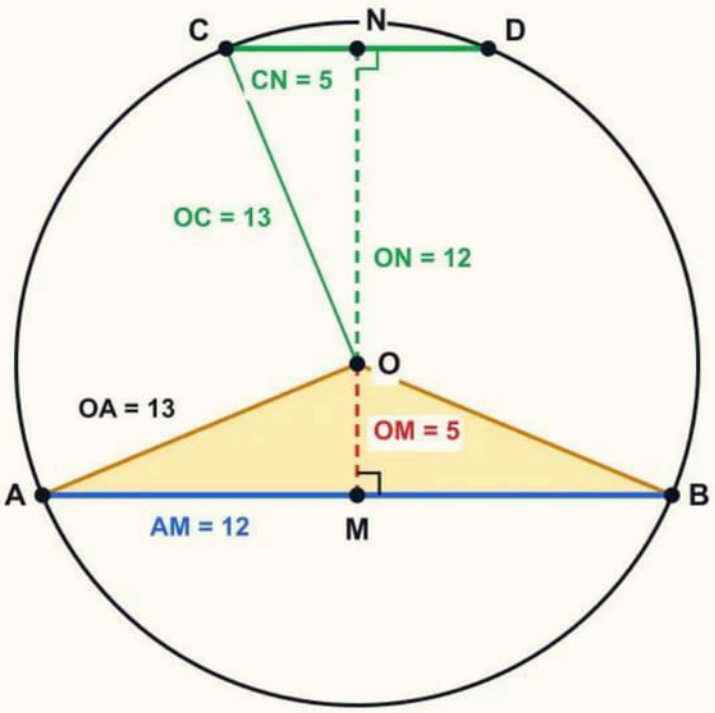
Langkah penyelesaian:

1. Misalkan M titik tengah AB; $OM \perp AB$ dan $AM = 24 : 2 = 12$.
2. $OM = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$. Jadi jarak O ke AB adalah 5 cm $\rightarrow (1)$ **salah**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Luas $OAB = \frac{1}{2} \times AB \times OM = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60\ \text{cm}^2 \rightarrow (2)$ **benar**.
4. Sudut AOB berada di depan sisi AB. $AB^2 = 576$, sedangkan $OA^2 + OB^2 = 169 + 169 = 338$. Karena $576 > 338$, sudut AOB **tumpul** $\rightarrow (3)$ **salah**.
5. Tali busur CD yang berjarak $ON = 12$ dari O: setengah panjangnya $CN = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$, jadi $CD = 10$ cm $\rightarrow (4)$ **benar**.
6. Yang benar: (2) dan (4).

Garis dari O yang tegak lurus tali busur membagi tali busur sama panjang



Cek ulang: segitiga siku-siku OMA bersisi $5, 12, 13$ (tripel Pythagoras) ✓. Makin jauh tali busur dari pusat, makin pendek tali busurnya: jarak $5 \rightarrow$ panjang 24, jarak $12 \rightarrow$ panjang 10 ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗: memuat (1) dan (3) yang salah. **Jebakan (1):** mengira jarak O ke AB sama dengan $AM = 12$.
- B ✗: (1) dan (3) salah. **Jebakan (3):** mengira sudut pusat pada segitiga sama kaki selalu lancip.
- C ✓ (2) dan (4).
- D ✗: pernyataan (2) juga benar.
- E ✗: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 14 Kunci: C

Yang diketahui: 4 merah, 3 biru, 1 hijau (seluruhnya 8 bola); diambil 2 bola sekaligus. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat.

- Mengambil sekaligus berarti urutan tidak penting $\rightarrow$ kombinasi: $C(n, 2) = \frac{n(n-1)}{2}$. Contoh kecil:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

dari 4 bola diambil 2: $\dfrac{4 \times 3}{2} = 6$ cara.

• Peluang $= \dfrac{\text{banyak cara yang diinginkan}}{\text{banyak semua cara}}$.

• Komplemen: $P(\text{bukan } A) = 1 - P(A)$, berguna untuk "paling sedikit satu".

Konsep – cara menjawab "banyaknya pernyataan benar". Uji keempat pernyataan satu per satu, beri tanda benar/salah, lalu hitung tanda benarnya.

Langkah penyelesaian:

1. Banyak semua cara: $C(8,2) = \dfrac{8 \times 7}{2} = 28$.

2. (1) Dua merah: $C(4,2) = 6$. Peluang $\dfrac{6}{28} = \dfrac{3}{14}$ → **benar**.

3. (2) Sama warna: merah–merah 6, biru–biru $C(3,2) = 3$, hijau–hijau 0 (hanya ada satu hijau); jumlah 9. Berbeda warna: $28 - 9 = 19$. Peluang $\dfrac{19}{28}$ → **benar**.

4. (3) Tanpa bola biru: dipilih dari 5 bola bukan biru, $C(5,2) = 10$. Paling sedikit satu biru: $28 - 10 = 18$. Peluang $\dfrac{18}{28} = \dfrac{9}{14}$, bukan $\dfrac{15}{28}$ → **salah**.

5. (4) Hijau ikut terambil: hijau (1 cara) dipasangkan dengan salah satu dari 7 bola lain, jadi 7 cara. Peluang $\dfrac{7}{28} = \dfrac{1}{4}$, bukan $\dfrac{1}{8}$ → **salah**.

6. Banyak pernyataan benar: 2.

Cek ulang (3) dengan cara langsung: tepat satu biru $3 \times 5 = 15$ cara, dua biru 3 cara; jumlah 18 ✓.

Analisis tiap opsi:

• 0 dan 1 ✗: pernyataan (1) dan (2) benar.

• 2 ✓.

• 3 ✗: **Jebakan (3):** $\dfrac{15}{28}$ adalah peluang **tepat** satu biru; kasus dua biru terlupa.

• 4 ✗: **Jebakan (4):** $\dfrac{1}{8}$ adalah peluang terambil hijau bila hanya **satu** bola yang diambil.

Jawaban: C.

No. 15 Kunci: D

Yang diketahui: $f(x) = 2x + 5, g(x) = x^2 - 3$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Prasyarat.

• $(f \circ g)(x) = f(g(x))$: masukkan x ke mesin g dulu, hasilnya ke mesin f. Contoh kecil: $f(x) = x + 1, g(x) = 2x$: $(f \circ g)(3) = f(6) = 7$, sedangkan $(g \circ f)(3) = g(4) = 8$.

• $f^{-1}(a) = b$ berarti $f(b) = a$ (invers membalik mesin).

• Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai dua akar real berbeda bila $D = b^2 - 4ac > 0$.

Langkah penyelesaian:

1. (1) $g(2) = 4 - 3 = 1$, lalu $f(1) = 2 + 5 = 7$ → **benar**.

2. (2) $f(-2) = -4 + 5 = 1$, lalu $g(1) = 1 - 3 = -2$ → **benar**.

3. (3) Cari b dengan $f(b) = 11$: $2b + 5 = 11$, jadi $b = 3$. Maka $f^{-1}(11) = 3$, bukan 27 → **salah**.

4. (4) $(f \circ g)(x) = 2(x^2 - 3) + 5 = 2x^2 - 1$ dan $(g \circ f)(x) = (2x + 5)^2 - 3 = 4x^2 + 20x + 22$. Samakan: $2x^2 - 1 = 4x^2 + 20x + 22 \to 0 = 2x^2 + 20x + 23$.
$D = 20^2 - 4 \times 2 \times 23 = 400 - 184 = 216 > 0$, jadi ada tepat dua bilangan real x → **benar**.

5. Banyak pernyataan benar: 3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang (4): akarnya $x = \dfrac{-20 \pm \sqrt{216}}{4} \approx -1{,}33$ dan $\approx -8{,}67$. Untuk $x \approx -1{,}33$:
$2x^2 - 1 \approx 2{,}52$ dan $(2x+5)^2 - 3 \approx (2{,}35)^2 - 3 \approx 2{,}52$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• $0, 1, 2$ ✗: tiga pernyataan benar.
• 3 ✓.
• 4 ✗: **Jebakan (3):** menghitung $f(11) = 27$, padahal yang diminta $f^{-1}(11)$ (membalik mesin).

Jawaban: D.

No. 16 Kunci: 1S 2B 3B

Yang diketahui: kode = 2 huruf (dari 5 huruf) diikuti 3 angka (dari 10 angka); urutan diperhatikan.
Yang ditanya: benar atau salahnya tiga pernyataan.

Prasyarat – aturan perkalian dengan kotak isian. Gambar satu kotak untuk setiap tempat, tulis banyak pilihan di tiap kotak, lalu kalikan. "Tidak boleh berulang" berarti pilihan berkurang satu setiap kali satu huruf/angka terpakai. Isi dulu kotak yang bersyarat.
Contoh kecil: kode 2 angka dari $1, 2, 3$ tanpa pengulangan: $3 \times 2 = 6$ kode (12, 13, 21, 23, 31, 32).

Pernyataan 1 – Salah.
Huruf: $5 \times 4 = 20$ pilihan; angka: $10 \times 9 \times 8 = 720$ pilihan. Banyak kode $20 \times 720 = 14.400$, bukan 7.200.
Jebakan: memakai kombinasi untuk huruf, $C(5, 2) = 10$, sehingga $10 \times 720 = 7.200$. Urutan huruf diperhatikan (BD ≠ DB), jadi harus permutasi.

Pernyataan 2 – Benar.
Setiap tempat bebas: $5 \times 5 \times 10 \times 10 \times 10 = 25 \times 1.000 = 25.000$.
Jebakan: mengurangi pilihan pada kotak berikutnya, padahal pengulangan boleh.

Pernyataan 3 – Benar.
Huruf: $5 \times 4 = 20$. Angka pertama: 9 pilihan (1 sampai 9). Angka kedua: 9 pilihan (0 boleh dipakai lagi, tetapi satu angka sudah terpakai: $10 - 1$). Angka ketiga: 8 pilihan. Banyak kode
$20 \times 9 \times 9 \times 8 = 20 \times 648 = 12.960$.
Jebakan: menulis angka kedua 8 pilihan (lupa bahwa 0 kembali tersedia), sehingga
$20 \times 9 \times 8 \times 7 = 10.080$.

Cek ulang pernyataan 3 dengan komplemen: kode tanpa pengulangan yang angka pertamanya 0:
$20 \times 1 \times 9 \times 8 = 1.440$. Maka $14.400 - 1.440 = 12.960$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

No. 17 Kunci: B

Yang diketahui: $N(n)$ = banyak bilangan prima $\leq n$. **Yang ditanya:** hubungan $P = N(30) - N(20)$ dan $Q = N(50) - N(40)$.

Prasyarat.
• Bilangan prima hanya mempunyai dua faktor, 1 dan dirinya sendiri. Untuk memeriksa bilangan sampai 50, cukup dicoba pembagi 2, 3, 5, dan 7 (karena $7 \times 7 = 49$ dan $11 \times 11 = 121 > 50$).
• Membaca definisi baru: $N(30) - N(20)$ adalah banyak prima yang **lebih dari** 20 dan **paling besar** 30 (prima sampai 20 ikut terhitung di $N(30)$, lalu dikurangkan lagi).

Konsep – perbandingan kuantitas P dan Q. Pilihan D ("tidak dapat ditentukan") hanya benar bila hubungan P dan Q dapat berubah, biasanya karena ada variabel. Di soal ini P dan Q adalah bilangan tertentu, jadi hubungannya pasti dapat ditentukan.

Langkah penyelesaian:
1. Bilangan 21 sampai 30: $21 = 3 \times 7$, 22 genap, 23 prima, 24 genap, $25 = 5 \times 5$, 26 genap,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$27 = 3 \times 9$, 28 genap, 29 prima, 30 genap. Prima: 23 dan 29, jadi $P = 2$.
2. Bilangan 41 sampai 50: 41 prima, 42 genap, 43 prima, 44 genap, $45 = 5 \times 9$, 46 genap, 47 prima, 48 genap, $49 = 7 \times 7$, 50 genap. Prima: 41, 43, 47, jadi $Q = 3$.
3. $P = 2 < Q = 3$.

Cek ulang dengan menghitung N satu per satu: prima ≤ 20: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \rightarrow N(20) = 8$; ditambah $23, 29 \rightarrow N(30) = 10$; ditambah $31, 37 \rightarrow N(40) = 12$; ditambah $41, 43, 47 \rightarrow N(50) = 15$. $P = 10 - 8 = 2$ dan $Q = 15 - 12 = 3$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: **Jebakan:** mengira bilangan prima makin jarang pada bilangan yang lebih besar sehingga P pasti lebih besar. Itu hanya kecenderungan umum, tidak berlaku untuk setiap rentang.
• B ✓ P kurang dari Q.
• C ✗: **Jebakan:** menganggap 21 atau 27 prima (bilangan ganjil dikira prima), sehingga $P = 3 = Q$.
• D ✗: P dan Q bilangan tertentu, jadi hubungannya dapat ditentukan.

Jawaban: B.

No. 18 Kunci: A

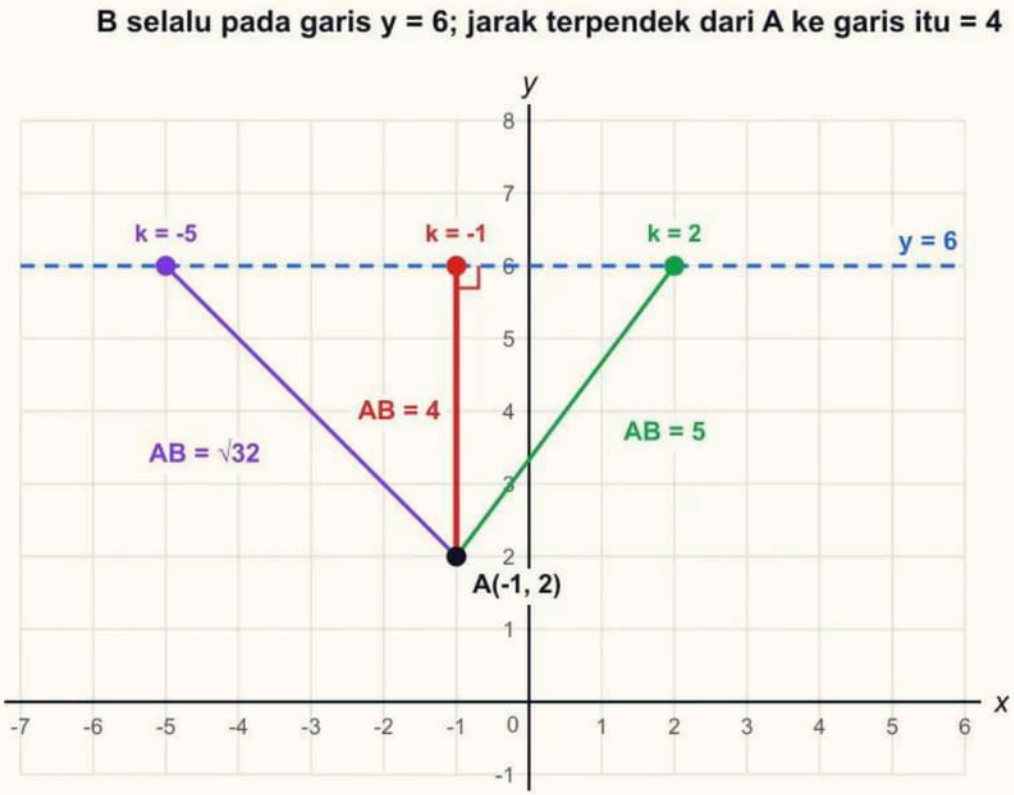
Yang diketahui: $A(-1, 2)$, $B(k, 6)$, k sembarang bilangan real. **Yang ditanya:** hubungan $P = AB$ dan $Q = \sqrt{15}$.

Prasyarat – jarak dua titik. Jarak (x_1, y_1) ke (x_2, y_2) adalah $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ (berasal dari Pythagoras). Contoh kecil: jarak $(0, 0)$ ke $(3, 4)$ adalah $\sqrt{9 + 16} = 5$.

Konsep – P/Q dengan variabel. Coba beberapa nilai k, termasuk nilai "aneh" (nol, negatif, nilai yang membuat suatu bagian menjadi nol). Bila semua nilai memberi hubungan yang sama, cari alasan umumnya; bila ada dua nilai yang memberi hubungan berbeda, jawabannya D.

Langkah penyelesaian:
1. $P = AB = \sqrt{(k + 1)^2 + (6 - 2)^2} = \sqrt{(k + 1)^2 + 16}$.
2. Coba beberapa nilai: $k = 2$: $\sqrt{9 + 16} = 5$; $k = -5$: $\sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$; $k = -1$ (nilai yang membuat $k + 1 = 0$): $\sqrt{0 + 16} = 4$. Ketiganya lebih dari $\sqrt{15} \approx 3{,}87$.
3. Alasan umum: $(k + 1)^2 \geq 0$ untuk setiap k, sehingga $P \geq \sqrt{16} = 4$. Nilai terkecil P adalah 4, terjadi saat $k = -1$.
4. Karena $4 = \sqrt{16} > \sqrt{15}$, maka $P > Q$ untuk **setiap** k.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang dengan kuadrat: kedua kuantitas positif, jadi bandingkan kuadratnya:
$P^2 = (k+1)^2 + 16 \geq 16 > 15 = Q^2$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ P lebih dari Q.
• B ✗: **Jebakan:** salah menaksir $\sqrt{15}$ lebih dari 4 (misalnya mengira $\sqrt{15} \approx 4{,}5$), sehingga untuk $k = -1$ dikira $P < Q$.
• C ✗: **Jebakan:** mencari k agar $AB = \sqrt{15}$; ternyata $(k+1)^2 = -1$, yang tidak mungkin.
• D ✗: **Jebakan:** mengira karena k tidak diketahui, hubungannya pasti tidak dapat ditentukan; padahal semua nilai k memberi $P > Q$.

Jawaban: A.

No. 19 Kunci: A

Yang diketahui: $x > 0, y > 0$. **Yang ditanya:** apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat nilai $\frac{x}{y}$ **tunggal**.

Prasyarat.
• $a^0 = 1$ untuk $a \neq 0$, dan untuk $a > 0, a \neq 1$: $a^m = a^n$ berarti $m = n$. Contoh kecil: $2^t = 1 = 2^0$ memberi $t = 0$.
• Bila $U^2 = V^2$, maka $U = V$ **atau** $U = -V$. Contoh kecil: $t^2 = 49$ memberi $t = 7$ atau $t = -7$.

Konsep – kecukupan data. Sebuah pernyataan "cukup" bila dengan pernyataan itu jawabannya pasti satu nilai (tidak harus benar-benar dihitung sampai akhir). Urutan uji baku: (1) saja → (2) saja → gabungan (hanya bila keduanya tidak cukup sendiri-sendiri).

Langkah penyelesaian:

1. **Uji (1) saja.** $9^x = (3^2)^x = 3^{2x}$ dan $27^y = (3^3)^y = 3^{3y}$. Jadi $\frac{3^{2x}}{3^{3y}} = 3^{2x-3y} = 1 = 3^0$, sehingga

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$2x - 3y = 0$, yaitu $2x = 3y$ dan $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$. Satu nilai → (1) **cukup**.

Contoh: $x = 3, y = 2$: $9^3 = 729$ dan $27^2 = 729$, hasil baginya 1 ✓.

2. **Uji (2) saja.** $(x + y)^2 = (5(x - y))^2$ memberi dua kemungkinan:

• $x + y = 5(x - y) \rightarrow x + y = 5x - 5y \rightarrow 6y = 4x \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$;

• $x + y = -5(x - y) \rightarrow x + y = -5x + 5y \rightarrow 6x = 4y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$.

Keduanya mungkin untuk x, y positif: $x = 3, y = 2$ memberi $25 = 25 \times 1$ ✓, dan $x = 2, y = 3$ memberi $25 = 25 \times 1$ ✓. Dua nilai berbeda → (2) **tidak cukup**.

3. Karena (1) sudah cukup sendiri dan (2) tidak, gabungan tidak perlu diuji.

Cek ulang: $x = 3, y = 2$ memenuhi kedua pernyataan, jadi kedua pernyataan tidak saling bertentangan ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak.

• B ✗: **Jebakan:** mengira "$= 1$" pada (1) tidak memberi informasi, dan hanya memakai kemungkinan positif pada (2).

• C ✗: (1) sudah cukup tanpa (2).

• D ✗: **Jebakan:** lupa kemungkinan $x + y = -5(x - y)$, sehingga (2) dikira hanya memberi $\frac{3}{2}$.

• E ✗: (1) memberi jawaban tunggal.

Jawaban: A.

No. 20 Kunci: B

Yang diketahui: $P(4, 2)$ didilatasi dengan pusat O dan faktor skala $k \neq 0$. **Yang ditanya:** apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat nilai k tunggal.

Prasyarat – dilatasi dengan pusat O. Dilatasi faktor k memetakan (x, y) ke (kx, ky). Bila k negatif, bayangan berada di **seberang** O. Jarak bayangan ke O sama dengan $|k|$ kali jarak semula. Contoh kecil: $(1, 3)$ dengan $k = -2$ menjadi $(-2, -6)$.

Konsep – kecukupan data. Uji (1) saja → (2) saja → gabungan. Pernyataan cukup bila hanya ada **satu** nilai k yang memenuhi.

Langkah penyelesaian:

1. $P' = (4k, 2k)$ dan $OP = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

2. **Uji (1) saja.** $OP' = |k| \times 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$, jadi $|k| = 3$: $k = 3$ atau $k = -3$.

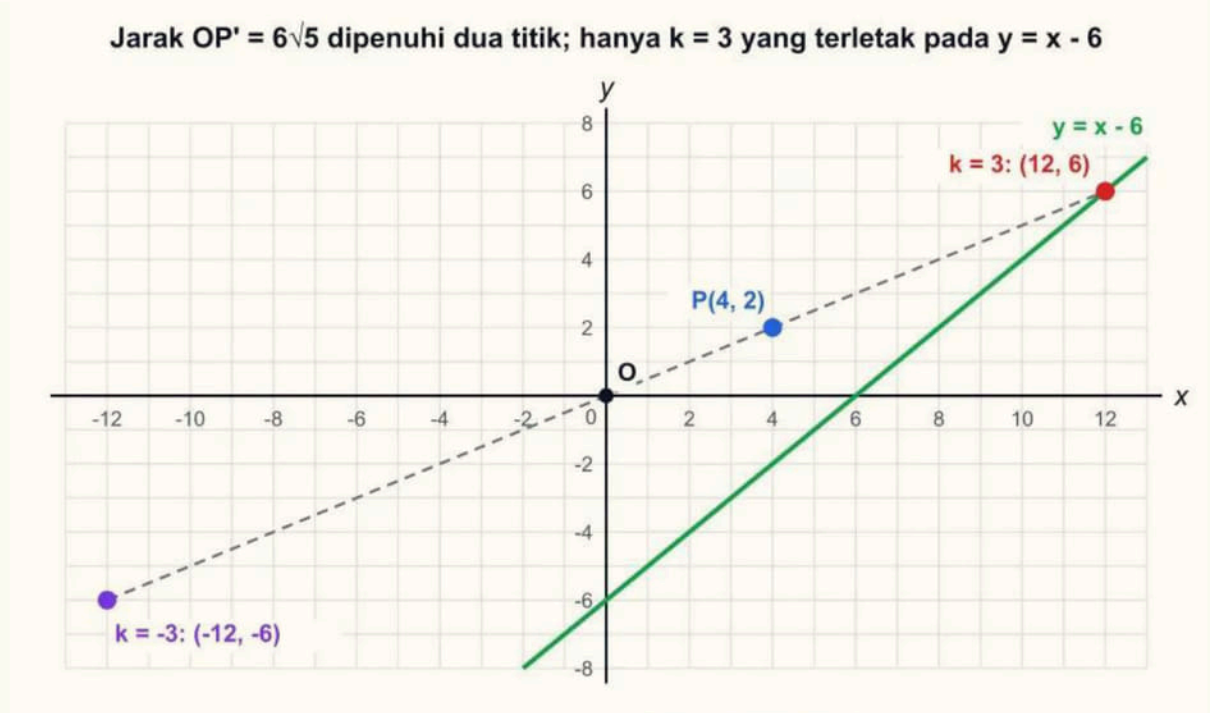
Cek $k = -3$: $P' = (-12, -6)$, jaraknya $\sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ ✓. Dua nilai → (1) **tidak cukup**.

3. **Uji (2) saja.** $P'(4k, 2k)$ pada $y = x - 6$: $2k = 4k - 6$, jadi $2k = 6$ dan $k = 3$. Satu nilai → (2) **cukup**.

Cek: $P' = (12, 6)$ dan $12 - 6 = 6$ ✓.

4. (2) saja cukup, (1) saja tidak.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: $k = 3$ memenuhi kedua pernyataan sekaligus, jadi keduanya tidak bertentangan ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: **Jebakan:** lupa faktor skala boleh negatif, sehingga (1) dikira hanya memberi $k = 3$; selain itu (2) sebenarnya cukup.

• B ✓ (2) saja cukup, (1) saja tidak.

• C ✗: (2) sudah cukup tanpa (1).

• D ✗: **Jebakan:** sama seperti A, $k = -3$ terlupa sehingga (1) dikira cukup.

• E ✗: (2) memberi jawaban tunggal.

Jawaban: B.

Simulasi 1 — Soal Asli SNBT 2024

No. 1 Kunci: 5

Yang diketahui: $12 + 24 : 3 = (16)^{\frac{1}{2}} \times m$. **Yang ditanya:** nilai m.

Konsep 1 – Urutan operasi hitung. Tanda : berarti bagi. Bila tidak ada tanda kurung, **kali dan bagi dikerjakan lebih dulu**, baru tambah dan kurang.

Contoh kecil: $2 + 6 : 2 = 2 + 3 = 5$. Hasilnya bukan $(2 + 6) : 2 = 4$, karena tidak ada tanda kurung di sekitar $2 + 6$.

Konsep 2 – Pangkat setengah sama dengan akar kuadrat: $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$.

Contoh kecil: $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$, karena $3 \times 3 = 9$.

Langkah penyelesaian:

1. Ruas kiri memuat tambah dan bagi. Bagi dikerjakan lebih dulu: $24 : 3 = 8$.
2. Lalu tambahkan: $12 + 8 = 20$. Jadi ruas kiri bernilai 20.
3. Ruas kanan: $(16)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$, karena $4 \times 4 = 16$.
4. Persamaannya menjadi $20 = 4 \times m$.
5. Bagi kedua ruas dengan 4 agar m tinggal sendiri: $m = 20 : 4 = 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: ruas kanan $4 \times 5 = 20$, ruas kiri $12 + 8 = 20$. Keduanya sama ✓. Nilai 5 juga bilangan cacah, sesuai perintah soal ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjumlah dulu: $(12 + 24) : 3 = 36 : 3 = 12$, sehingga $4m = 12$ dan $m = 3$. Ini melanggar urutan operasi.
• Mengira $16^{\frac{1}{2}}$ sama dengan $16 \times \dfrac{1}{2} = 8$, sehingga $8m = 20$ dan $m = 2{,}5$ (bukan bilangan cacah, tanda ada yang salah).
• Berhenti di 20 dan lupa membagi dengan 4.

Jawaban: 5.

No. 2 Kunci: 36

Yang diketahui: lima angka $0, 1, 2, 3, 4$ disusun semuanya (lima angka berbeda, tiap angka dipakai tepat sekali). Syarat: angka pertama bukan 0, angka terakhir 1 atau 3. **Yang ditanya:** banyak susunan.

Konsep 1 – Aturan perkalian (pengisian tempat). Bila langkah pertama dapat dilakukan dengan p cara dan langkah kedua dengan q cara, maka keduanya dapat dilakukan dengan $p \times q$ cara.
Contoh kecil: 2 baju dan 3 celana memberi $2 \times 3 = 6$ pasangan pakaian.

Konsep 2 – Isi tempat yang bersyarat lebih dulu. Tempat yang punya syarat (di sini: tempat terakhir dan tempat pertama) diisi paling awal, agar syaratnya tidak terlanggar.

Langkah penyelesaian: bayangkan lima kotak: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐.
1. **Kotak terakhir** harus 1 atau 3 → 2 cara.
2. **Kotak pertama:** satu angka sudah dipakai di kotak terakhir, jadi tersisa 4 angka, dan salah satunya 0. Angka 0 dilarang di depan, jadi tinggal 3 pilihan → 3 cara.
Contoh: bila kotak terakhir 1, sisa angka $\{0, 2, 3, 4\}$, dan kotak pertama boleh 2, 3, atau 4.
3. **Kotak kedua, ketiga, keempat:** tersisa 3 angka (sekarang 0 boleh dipakai karena bukan di depan). Kotak kedua 3 cara, kotak ketiga 2 cara, kotak keempat 1 cara → $3 \times 2 \times 1 = 6$ cara.
4. Kalikan semuanya: $2 \times 3 \times 6 = 36$.

Cek ulang: hitung per angka terakhir.
• Berakhiran 1: kotak pertama 3 cara, tengah 6 cara → 18 susunan. Contoh yang diawali 2: 20341, 20431, 23041, 23401, 24031, 24301 (tepat 6 ✓).
• Berakhiran 3: dengan cara yang sama → 18 susunan.
• Jumlah $18 + 18 = 36$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa larangan 0 di depan: $2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$.
• Hanya menghitung satu kemungkinan angka terakhir (misalnya hanya 1): 18.
• Mengisi kotak pertama lebih dulu dengan 4 cara, lalu tidak tahu apakah angka 1 atau 3 sudah terpakai, sehingga hitungan kacau.

Jawaban: 36.

No. 3 Kunci: 72

Yang diketahui: lima huruf berbeda D, R, E, A, M disusun semuanya. Syarat: D dan R tidak boleh bersebelahan. **Yang ditanya:** banyak susunan.

Konsep 1 – Permutasi (menyusun semua benda berbeda). Banyak cara menyusun n benda berbeda dalam satu baris adalah $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$.
Contoh kecil: huruf A, B, C dapat disusun $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ cara: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Konsep 2 – Hitung kebalikannya. Menghitung "tidak berdampingan" secara langsung sulit. Lebih mudah:
$$\text{tidak berdampingan} = \text{semua susunan} - \text{susunan yang berdampingan}$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 3 – Mengikat. Untuk menghitung susunan yang D dan R berdampingan, anggap D dan R terikat menjadi satu "blok".

Langkah penyelesaian:
1. Semua susunan tanpa syarat: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$.
2. D dan R berdampingan: ikat menjadi blok [DR]. Sekarang ada 4 benda: [DR], E, A, M. Banyak susunannya $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.
3. Di dalam blok, urutannya bisa DR atau RD → 2 cara.
4. Susunan yang berdampingan: $24 \times 2 = 48$.
5. Susunan yang tidak berdampingan: $120 - 48 = 72$.

Cek ulang dengan cara lain (cara sekat): susun dulu E, A, M: $3! = 6$ cara. Di antara dan di pinggir ketiga huruf itu ada 4 celah: $_\,\mathrm{E}\,_\,\mathrm{A}\,_\,\mathrm{M}\,_$. D dan R diletakkan di dua celah **berbeda** (agar tidak bersebelahan): D punya 4 pilihan celah, R punya 3 pilihan → 12 cara. Total $6 \times 12 = 72$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa bahwa blok bisa DR atau RD, sehingga yang berdampingan dihitung 24 dan jawabannya $120 - 24 = 96$.
• Menjawab banyak susunan yang **berdampingan** (48), padahal yang ditanya yang **tidak** berdampingan.
• Hanya menghitung $5! = 120$ dan lupa syaratnya.

Jawaban: 72.

No. 4 Kunci: C

Yang diketahui: tiga bilangan $\frac{10}{11}$, $0{,}9$, dan $1 - (9{,}1\%)$. **Yang ditanya:** urutannya dari terkecil ke terbesar.

Konsep 1 – Samakan bentuknya. Bilangan dalam bentuk berbeda (pecahan, desimal, persen) lebih mudah dibandingkan bila semuanya diubah ke **desimal**.

Konsep 2 – Persen: $p\% = \frac{p}{100}$. Contoh kecil: $25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$. Jadi $9{,}1\% = \frac{9{,}1}{100} = 0{,}091$.

Konsep 3 – Membandingkan desimal. Tambahkan nol di belakang agar banyak angka di belakang koma sama, lalu bandingkan angka demi angka dari kiri.
Contoh kecil: $0{,}5$ dan $0{,}48$ → tulis $0{,}50$ dan $0{,}48$. Angka pertama di belakang koma sudah berbeda: $5 > 4$, jadi $0{,}5 > 0{,}48$ (walaupun $0{,}48$ tampak lebih panjang).

Langkah penyelesaian:
1. Ubah $\frac{10}{11}$ ke desimal dengan pembagian bersusun $10 : 11$: hasilnya $0{,}909090\ldots$ (angka 90 berulang terus).
2. $0{,}9$ sudah desimal.
3. $1 - (9{,}1\%) = 1 - 0{,}091 = 0{,}909$.
4. Tulis ketiganya dengan lima angka di belakang koma:
• $0{,}9 = 0{,}90000$
• $1 - (9{,}1\%) = 0{,}90900$
• $\frac{10}{11} = 0{,}90909\ldots$
5. Bandingkan dari kiri. Angka pertama sama (9), angka kedua sama (0). Angka ketiga: 0, 9, 9. Jadi $0{,}9$ yang terkecil.
6. Bandingkan $0{,}90900$ dan $0{,}90909$: angka keempat sama (0), angka kelima $0 < 9$. Jadi $0{,}909 < \frac{10}{11}$.
7. Urutan dari terkecil: $0{,}9$; $1 - (9{,}1\%)$; $\frac{10}{11}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang (jarak ke 1): bilangan yang lebih jauh dari 1 lebih kecil.
• $1 - 0{,}9 = 0{,}1$
• $1 - 0{,}909 = 0{,}091$
• $1 - \frac{10}{11} = \frac{1}{11} = 0{,}0909\ldots$
Jarak terbesar milik $0{,}9$ (terkecil), jarak terkecil milik $\frac{10}{11}$ (terbesar) ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: **Jebakan:** membaca $9{,}1\%$ sebagai $0{,}91$, sehingga $1 - 0{,}91 = 0{,}09$ tampak paling kecil, lalu menganggap $0{,}9$ lebih besar dari $0{,}9090\ldots$
• B ✗: **Jebakan:** kesalahan yang sama ($9{,}1\% = 0{,}91$); urutan $0{,}9$ dan $\frac{10}{11}$ sudah benar, tetapi letak $1 - (9{,}1\%)$ salah.
• C ✓ $0{,}9$; $1 - (9{,}1\%)$; $\frac{10}{11}$.
• D ✗: $\frac{10}{11}$ justru yang terbesar, bukan terkecil.
• E ✗: **Jebakan:** urutannya terbalik (dari terbesar ke terkecil).

Jawaban: C.

No. 5 Kunci: C

Yang diketahui: jarak vertikal titik (x_0, y_0) ke garis $y = ax + b$ adalah $|y_0 - (ax_0 + b)|$. Garis $m : y = 2x - 1$, jadi $a = 2$ dan $b = -1$. **Yang ditanya:** rata-rata jarak vertikal tiga titik ke garis m.

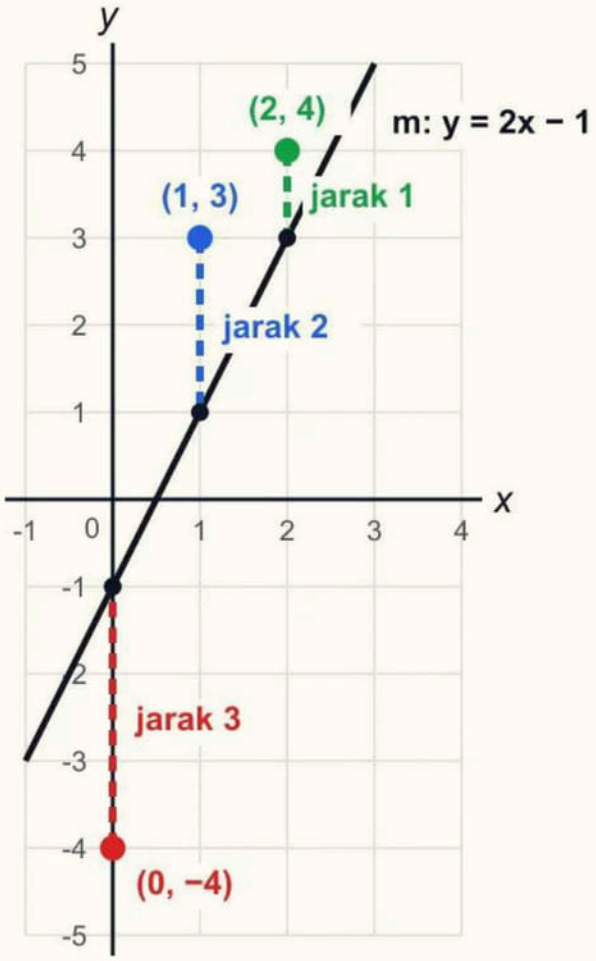
Konsep 1 – Arti rumusnya. $ax_0 + b$ adalah nilai y **garis** tepat di bawah/di atas titik (pada x yang sama). Jadi jarak vertikal = selisih y titik dan y garis, diukur tegak (lurus ke atas atau ke bawah). Contoh dari gambar soal: garis l pada gambar adalah $y = x + 1$ dan $A(1, 4)$. Di $x = 1$, garis bernilai $1 + 1 = 2$. Jaraknya $|4 - 2| = 2$, cocok dengan gambar.

Konsep 2 – Nilai mutlak. $|n|$ adalah jarak bilangan n dari 0, jadi selalu tidak negatif. Contoh: $|-3| = 3$ dan $|3| = 3$.

Konsep 3 – Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah semua nilai}}{\text{banyak nilai}}$.

Langkah penyelesaian:
1. Titik $(0, -4)$: nilai garis di $x = 0$ adalah $2(0) - 1 = -1$. Jarak $= |-4 - (-1)| = |-4 + 1| = |-3| = 3$.
2. Titik $(1, 3)$: nilai garis di $x = 1$ adalah $2(1) - 1 = 1$. Jarak $= |3 - 1| = |2| = 2$.
3. Titik $(2, 4)$: nilai garis di $x = 2$ adalah $2(2) - 1 = 3$. Jarak $= |4 - 3| = |1| = 1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



4. Jumlah jarak: $3 + 2 + 1 = 6$.

5. Rata-rata: $\frac{6}{3} = 2$.

Cek ulang: pada gambar, titik $(0, -4)$ berada 3 satuan di bawah garis (garis di $y = -1$), titik $(1, 3)$ berada 2 satuan di atas garis, dan titik $(2, 4)$ berada 1 satuan di atas garis ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0: **Jebakan:** lupa nilai mutlak. Tanpa mutlak, $(-3) + 2 + 1 = 0$, sehingga rata-ratanya 0. Padahal jarak tidak pernah negatif.

• B ✗ 1: **Jebakan:** membagi jumlah 6 dengan 6 (banyak angka koordinat), padahal yang dirata-rata adalah 3 titik.

• C ✓ 2.

• D ✗ 3: **Jebakan:** hanya mengambil jarak titik pertama (jarak terbesar).

• E ✗ 4: **Jebakan:** mengambil koordinat y titik terakhir; bila dihitung benar, rata-ratanya 2.

Jawaban: C.

No. 6 Kunci: C

Yang diketahui: jarak horizontal titik (x_0, y_0) ke garis $x = ay + b$ adalah $|x_0 - (ay_0 + b)|$. Garis $m : x = 2y - 1$, jadi $a = 2$ dan $b = -1$. **Yang ditanya:** rata-rata jarak horizontal tiga titik ke garis m.

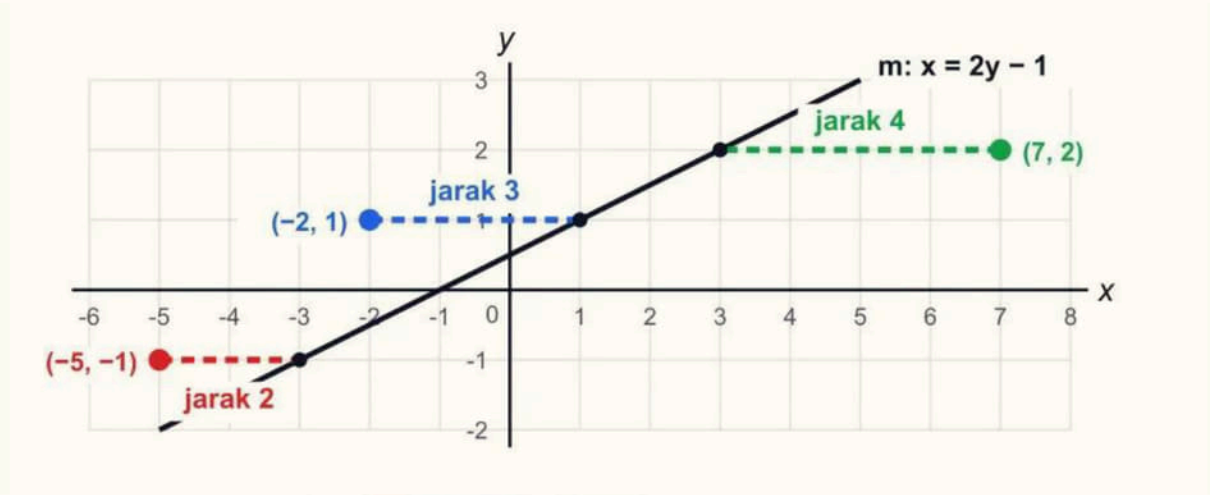
Konsep 1 – Arti rumusnya. Garis ditulis dalam bentuk "$x = \ldots$". Bila y_0 dimasukkan, $ay_0 + b$ adalah nilai x **garis** pada ketinggian yang sama dengan titik. Jarak horizontal = selisih x titik dan x garis,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

diukur mendatar (ke kiri atau ke kanan).
Contoh dari gambar soal: garis l pada gambar adalah $x = y + 1$ dan $P(5, 2)$. Pada $y = 2$, garis berada di $x = 2 + 1 = 3$. Jaraknya $|5 - 3| = 2$, cocok dengan gambar.

Konsep 2 – Nilai mutlak selalu tidak negatif: $|-2| = 2$. **Rata-rata** $= \dfrac{\text{jumlah}}{\text{banyak}}$.

Langkah penyelesaian:
1. Titik $(-5, -1)$: masukkan $y = -1$ ke garis: $x = 2(-1) - 1 = -2 - 1 = -3$. Jarak $= |-5 - (-3)| = |-5 + 3| = |-2| = 2$.
2. Titik $(-2, 1)$: $y = 1 \to x = 2(1) - 1 = 1$. Jarak $= |-2 - 1| = |-3| = 3$.
3. Titik $(7, 2)$: $y = 2 \to x = 2(2) - 1 = 3$. Jarak $= |7 - 3| = |4| = 4$.



4. Jumlah jarak: $2 + 3 + 4 = 9$.
5. Rata-rata: $\dfrac{9}{3} = 3$.

Cek ulang: pada gambar, titik $(-5, -1)$ berada 2 satuan di kiri garis, titik $(-2, 1)$ berada 3 satuan di kiri garis, dan titik $(7, 2)$ berada 4 satuan di kanan garis ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ $\dfrac{2}{3}$: **Jebakan:** tidak memakai nilai mutlak, sehingga sebagian jarak negatif dan rata-ratanya menjadi sangat kecil (bahkan bisa negatif: $\dfrac{-2 - 3 + 4}{3} = -\dfrac{1}{3}$). Jarak tidak pernah negatif.
- B ✗ 2: **Jebakan:** hanya menghitung jarak titik pertama.
- C ✓ 3.
- D ✗ 6: bukan hasil rata-rata ketiga jarak; jumlahnya 9, bukan 18.
- E ✗ 9: **Jebakan:** berhenti di jumlah jarak dan lupa membagi dengan 3.

Jawaban: C.

No. 7 Kunci: E

Yang diketahui: $a + b = 2, b + c = 2k, a + c = 6$ (solusi dimasukkan ke ketiga persamaan). **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep – Menjumlahkan semua persamaan. Pada sistem ini setiap variabel muncul tepat dua kali. Bila ketiga persamaan dijumlahkan, kita mendapat jumlah $a + b + c$. Setelah itu setiap variabel dapat dicari dengan **mengurangkan** satu persamaan dari jumlah tersebut.
Contoh kecil: bila $p + q = 5$ dan $p + q + r = 9$, maka $r = 9 - 5 = 4$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Jumlahkan ketiga persamaan: $(a+b)+(b+c)+(a+c)=2+2k+6$.
2. Ruas kiri: a muncul dua kali, b dua kali, c dua kali → $2a+2b+2c$. Ruas kanan: $8+2k$.
3. Bagi kedua ruas dengan 2: $a+b+c=4+k$.
4. Cari a: $a=(a+b+c)-(b+c)=(4+k)-2k=4-k$.
5. Cari b: $b=(a+b+c)-(a+c)=(4+k)-6=k-2$.
6. Cari c: $c=(a+b+c)-(a+b)=(4+k)-2=k+2$.

Cek ulang: $a+b=(4-k)+(k-2)=2$ ✓; $b+c=(k-2)+(k+2)=2k$ ✓; $a+c=(4-k)+(k+2)=6$ ✓.

Uji tiap pernyataan:

• (1): $2a+b+c=2(4-k)+(k-2)+(k+2)=8-2k+k-2+k+2=8$. Suku k saling menghilangkan ($-2k+k+k=0$), jadi hasilnya 8 untuk k berapa pun → **benar**.
(Cara lain: $2a+b+c=(a+b)+(a+c)=2+6=8$.)

• (2): $a=4-k$ (langkah 4) → **benar**.

• (3): $b=k-2$ (langkah 5) → **benar**.

• (4): $c=k+2$. Bila $k=-3$: $c=-3+2=-1$ → **benar**.
Periksa lengkap untuk $k=-3$: $a=7, b=-5, c=-1$. Maka $a+b=2$ ✓, $b+c=-6=2(-3)$ ✓, $a+c=6$ ✓.

Keempat pernyataan benar.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: melewatkan (4). **Jebakan:** salah menulis $c=k-2$ (tertukar dengan b), sehingga untuk $k=-3$ diperoleh $c=-5$.

• B ✗: melewatkan (2) dan (4) yang juga benar.

• C ✗: **Jebakan:** mengira (1) bergantung pada k sehingga tidak selalu benar, padahal suku k saling menghilangkan.

• D ✗: hanya (4), padahal (1)–(3) juga benar.

• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

No. 8 Kunci: C

Yang diketahui: $2r-s-t=1, r-s=a, s+t=5$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep – Eliminasi dengan menjumlahkan. Bila dua persamaan dijumlahkan dan ada suku yang berlawanan tanda, suku itu hilang.
Contoh kecil: $(p-q=1)+(q=3)$ memberi $p=4$, karena $-q+q=0$.
Perhatikan bahwa $-s-t=-(s+t)$. Jadi persamaan pertama dan ketiga cocok dijumlahkan.

Langkah penyelesaian:

1. Jumlahkan persamaan pertama dan ketiga: $(2r-s-t)+(s+t)=1+5$.
2. Suku $-s$ dan $+s$ hilang, suku $-t$ dan $+t$ hilang. Tersisa $2r=6$, jadi $r=3$.
3. Dari persamaan kedua: $3-s=a$, sehingga $s=3-a$.
4. Dari persamaan ketiga: $t=5-s=5-(3-a)=5-3+a=2+a$.

Cek ulang: $2r-s-t=6-(3-a)-(2+a)=6-3+a-2-a=1$ ✓; $s+t=(3-a)+(2+a)=5$ ✓.

Uji tiap pernyataan:

• (1): $r=3$, bukan 1 → **salah**.

• (2): bila $a=1$, $s=3-1=2$ → **benar**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• (3): $r+t=3+(2+a)=5+a$. Bila $a \neq 0$, maka $5+a \neq 5$. Contoh $a=1$: $r+t=6 \rightarrow$ **salah**.
• (4): $2r+s+t=2(3)+(s+t)=6+5=11 \rightarrow$ **benar** (untuk a berapa pun).

Yang benar: (2) dan (4).

Analisis tiap opsi:
• A ✗: **Jebakan:** (1) muncul bila persamaan pertama dikurangkan (bukan dijumlahkan) dengan persamaan ketiga; (3) benar hanya bila $a=0$.
• B ✗: memuat (1) dan (3) yang salah.
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗: melewatkan (2) yang benar.
• E ✗: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 9 Kunci: E

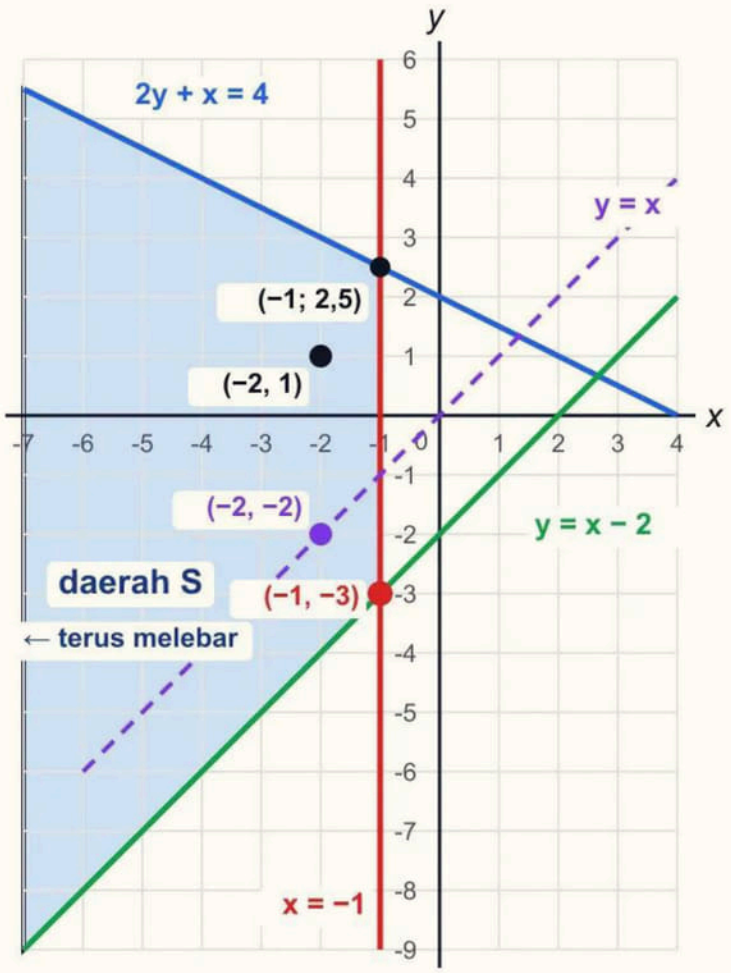
Yang diketahui: S = semua titik (x, y) yang memenuhi ketiga pertidaksamaan sekaligus. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Menguji titik. Sebuah titik ada di S bila koordinatnya, setelah dimasukkan, memenuhi **ketiga** pertidaksamaan. Tanda $\leq$ dan $\geq$ memuat "sama dengan", jadi titik yang tepat di garis batas tetap termasuk.
Konsep 2 – Kuadran. Kuadran I: $x>0, y>0$; kuadran II: $x<0, y>0$; kuadran III: $x<0, y<0$; kuadran IV: $x>0, y<0$.
Konsep 3 – Luas tidak berhingga artinya daerahnya tidak tertutup: terus meluas tanpa batas ke suatu arah.

Langkah penyelesaian:
1. Tulis ulang batasnya:
• $x \leq -1$: daerah di **kiri** garis tegak $x=-1$ (termasuk garisnya).
• $2y+x \leq 4 \rightarrow 2y \leq 4-x \rightarrow y \leq \dfrac{4-x}{2}$: daerah di **bawah** garis $y=\dfrac{4-x}{2}$.
• $y \geq x-2$: daerah di **atas** garis $y=x-2$.
2. Ukur lebar S (dari batas bawah sampai batas atas) di beberapa nilai x:
• $x=-1$: batas atas $\dfrac{4-(-1)}{2}=2{,}5$, batas bawah $-1-2=-3$. Lebar $5{,}5$.
• $x=-5$: batas atas $\dfrac{4+5}{2}=4{,}5$, batas bawah $-5-2=-7$. Lebar $11{,}5$.

Makin ke kiri, batas atas makin naik dan batas bawah makin turun. Kedua garis miring tidak pernah bertemu di kiri $x=-1$ (keduanya bertemu di $x=\dfrac{8}{3}$, yang ada di kanan). Jadi daerah S terus melebar ke kiri tanpa ujung.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. Uji tiap pernyataan:

• (1): daerah S tidak tertutup di sebelah kiri, jadi luasnya tidak berhingga → **benar**.

• (2): ambil titik $(-2, 1)$ ($x < 0, y > 0$, kuadran II). Uji: $-2 \leq -1$ ✓; $2(1) + (-2) = 0 \leq 4$ ✓; $1 \geq -2 - 2 = -4$ ✓. Titik ini ada di S → **benar**.

• (3): cari titik di garis $y = x$ yang ada di S, misalnya $(-2, -2)$. Uji: $-2 \leq -1$ ✓; $2(-2) + (-2) = -6 \leq 4$ ✓; $-2 \geq -2 - 2 = -4$ ✓. Garis $y = x$ melewati S → **benar**.

• (4): titik $(-1, -3)$. Uji: $-1 \leq -1$ ✓ (sama dengan, termasuk); $2(-3) + (-1) = -7 \leq 4$ ✓; $-3 \geq -1 - 2 = -3$ ✓ (sama dengan, termasuk). Titik ini tepat di pojok S → **benar**.

Cek ulang: pada gambar, titik $(-2, 1)$ dan $(-2, -2)$ ada di dalam arsiran, dan $(-1, -3)$ tepat di titik pojok bawah arsiran ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: melewatkan (4). **Jebakan:** mengira titik di garis batas tidak termasuk, padahal tandanya $\leq$ dan $\geq$.

• B ✗: melewatkan (2) dan (4).

• C ✗: **Jebakan:** mengira daerah tertutup (luasnya berhingga) karena ada tiga garis, seperti segitiga.

• D ✗: hanya (4).

• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

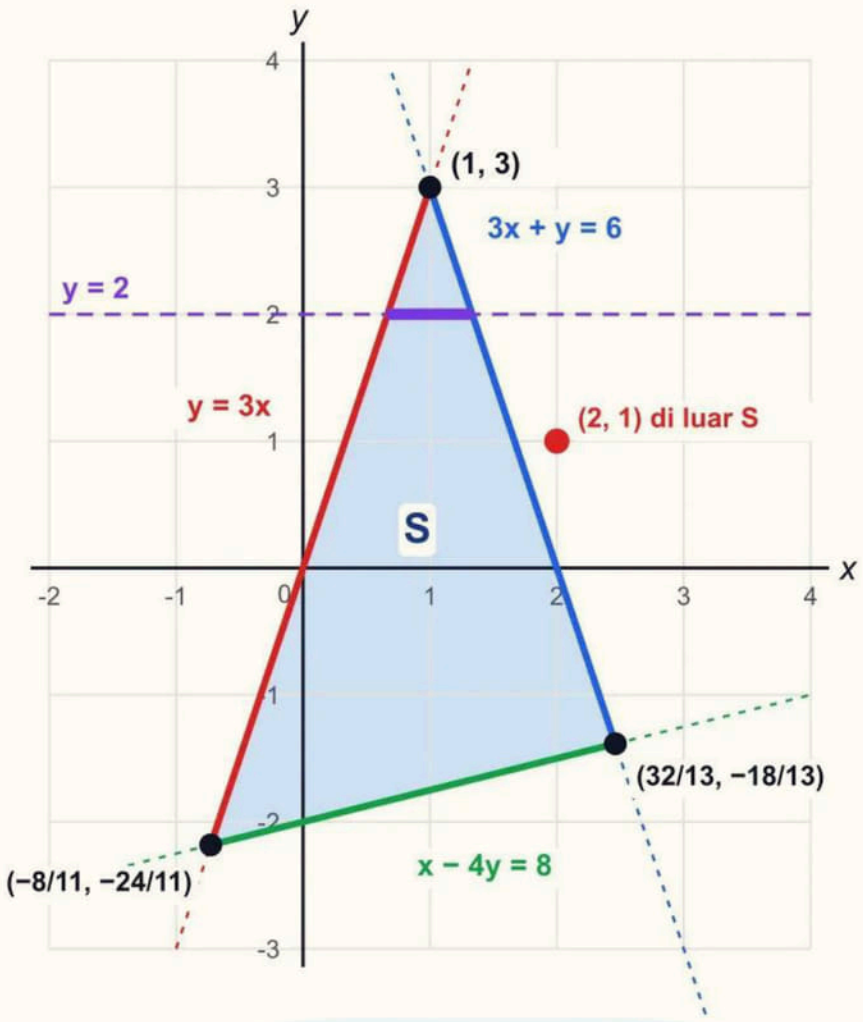
No. 10 Kunci: A

Yang diketahui: S = semua titik yang memenuhi ketiga pertidaksamaan. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Titik sudut daerah adalah titik potong dua garis batas. Titik potong dicari dengan menyelesaikan dua persamaan garis bersama-sama (substitusi).
Contoh kecil: $y = x$ dan $x + y = 4 \rightarrow x + x = 4 \rightarrow x = 2, y = 2$.
Konsep 2 – Menguji titik: masukkan koordinat ke **semua** pertidaksamaan; satu saja gagal berarti titik di luar S.

Langkah penyelesaian:
1. Garis batasnya: $3x + y = 6$, $x - 4y = 8$, dan $y = 3x$ (dari $3x \geq y$).
2. Titik potong $3x + y = 6$ dan $y = 3x$: ganti y dengan $3x \rightarrow 3x + 3x = 6 \rightarrow 6x = 6 \rightarrow x = 1, y = 3$. Titik $(1, 3)$.
3. Titik potong $3x + y = 6$ dan $x - 4y = 8$: dari persamaan pertama $y = 6 - 3x$. Masukkan ke persamaan kedua: $x - 4(6 - 3x) = 8 \rightarrow x - 24 + 12x = 8 \rightarrow 13x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{13}$. Lalu $y = 6 - 3 \cdot \frac{32}{13} = \frac{78}{13} - \frac{96}{13} = -\frac{18}{13}$. Titik $\left(\frac{32}{13}, -\frac{18}{13}\right)$.
4. Titik potong $x - 4y = 8$ dan $y = 3x$: $x - 4(3x) = 8 \rightarrow x - 12x = 8 \rightarrow -11x = 8 \rightarrow x = -\frac{8}{11}$, $y = 3 \cdot \left(-\frac{8}{11}\right) = -\frac{24}{11}$. Titik $\left(-\frac{8}{11}, -\frac{24}{11}\right)$.
5. Pastikan bagian dalam segitiga memang memenuhi: uji $(1, 0)$: $3 + 0 = 3 \leq 6$ ✓; $1 - 0 = 1 \leq 8$ ✓; $3 \geq 0$ ✓. Jadi S adalah daerah di dalam segitiga dengan tiga titik sudut di atas.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



6. Uji tiap pernyataan:

• (1): tiga titik sudut dan daerahnya tertutup → batasnya segitiga → **benar**.

• (2): titik sudut $\left(-\frac{8}{11}, -\frac{24}{11}\right)$ punya $x < 0$ dan $y < 0$, jadi di kuadran III. Titik di dalam S dekat pojok itu, misalnya $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{8}{5}\right)$: $3x + y = -1{,}5 - 1{,}6 = -3{,}1 \leq 6$ ✓;

$x - 4y = -0{,}5 + 6{,}4 = 5{,}9 \leq 8$ ✓; $3x = -1{,}5 \geq -1{,}6$ ✓ → **benar**.

• (3): masukkan $y = 2$: $3x + 2 \leq 6 \rightarrow x \leq \frac{4}{3}$; $x - 8 \leq 8 \rightarrow x \leq 16$; $3x \geq 2 \rightarrow x \geq \frac{2}{3}$. Jadi titik dengan $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}$ pada garis $y = 2$ ada di S, misalnya $(1, 2)$ → **benar**.

• (4): titik $(2, 1)$: $3(2) + 1 = 7$, padahal harus ≤ 6 → gagal → **salah**.

Cek ulang: pada gambar, ruas tebal ungu di garis $y = 2$ berada di dalam segitiga, dan titik $(2, 1)$ berada di luar sisi biru ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1), (2), dan (3).

• B ✗: melewatkan (2). **Jebakan:** hanya melihat dua titik sudut pertama yang tidak ada di kuadran III.

• C ✗: **Jebakan:** (4) dikira benar karena hanya diuji ke pertidaksamaan kedua dan ketiga ($2 - 4 = -2 \leq 8$ ✓, $6 \geq 1$ ✓), lupa pertidaksamaan pertama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗: (4) justru salah.
• E ✗: (4) salah.

Jawaban: A.

No. 11 Kunci: D

Yang diketahui: $a_{n+1} = 3 + 2a_n$ dan $a_5 = 53$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Rumus rekursif. Rumus $a_{n+1} = 3 + 2a_n$ artinya: suku berikutnya = 3 ditambah dua kali suku sekarang.

Untuk mundur (mencari suku sebelumnya), balik rumusnya: $a_n = \dfrac{a_{n+1} - 3}{2}$.

Contoh kecil: bila $a_1 = 1$, maka $a_2 = 3 + 2(1) = 5$ dan $a_3 = 3 + 2(5) = 13$.

Konsep 2 – Ganjil/genap. $2\times$ (bilangan bulat) selalu genap; genap $+3$ selalu ganjil.

Konsep 3 – Bilangan prima: bilangan asli lebih dari 1 yang faktornya hanya 1 dan dirinya sendiri $(2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots)$.

Uji tiap pernyataan:

1. **Pernyataan (1).** Maju: $a_6 = 3 + 2(53) = 3 + 106 = 109$. $a_7 = 3 + 2(109) = 3 + 218 = 221$. Jadi $a_7 = 221$, bukan 100 → **salah**.

2. **Pernyataan (2).** Mundur: $a_4 = \dfrac{53 - 3}{2} = \dfrac{50}{2} = 25$. $a_3 = \dfrac{25 - 3}{2} = \dfrac{22}{2} = 11$. Faktor 11 hanya 1 dan 11, jadi prima → **benar**.

3. **Pernyataan (3).** Mundur lagi: $a_2 = \dfrac{11 - 3}{2} = 4$ dan $a_1 = \dfrac{4 - 3}{2} = \dfrac{1}{2}$ (bukan bulat).

Mulai $a_2 = 4$, semua suku bulat (bulat kali 2 ditambah 3 tetap bulat). Untuk $n \geq 2$, $a_{n+1} = 2a_n + 3$: $2a_n$ genap, ditambah 3 menjadi ganjil. Jadi semua suku mulai a_3 ganjil: $a_3 = 11, a_4 = 25, a_5 = 53, \ldots$ Karena $2024 \geq 3$, a_{2024} ganjil → **benar**.

4. **Pernyataan (4).** $a_{11} = 3 + 2a_{10}$, jadi $a_{10} + a_{11} = a_{10} + 3 + 2a_{10} = 3a_{10} + 3 = 3(a_{10} + 1)$. Karena a_{10} bulat, $3(a_{10} + 1)$ adalah kelipatan 3 → **benar**.

Contoh pola yang sama dengan angka: $a_4 + a_5 = 25 + 53 = 78 = 3 \times 26$ ✓.

5. Pernyataan benar: (2), (3), (4) → banyaknya 3.

Cek ulang: maju dari $a_2 = 4$: $4 \to 11 \to 25 \to 53$ ✓ (cocok dengan $a_5 = 53$).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; (2), (3), (4) terbukti benar.

• C ✗ 2: **Jebakan:** menganggap (3) tidak pasti karena $a_1 = \dfrac{1}{2}$ bukan bulat, padahal sejak a_2 semua suku bulat dan sejak a_3 semuanya ganjil.

• D ✓ 3.

• E ✗ 4: **Jebakan:** tidak menghitung a_7 dan menebak (1) benar; nilai sebenarnya 221.

Jawaban: D.

No. 12 Kunci: D

Yang diketahui: $a_{n+1} = 2 - 5a_n$ dan $a_4 = -8$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Rumus rekursif. Suku berikutnya = 2 dikurangi lima kali suku sekarang. Untuk mundur: $5a_n = 2 - a_{n+1}$, jadi $a_n = \dfrac{2 - a_{n+1}}{5}$.

Konsep 2 – Tanda hasil kali: $-5\times$ (negatif) = positif; $-5\times$ (positif) = negatif.

Konsep 3 – Sisa pembagian oleh 5. Bilangan berbentuk $5p + 2$ (p bulat) bersisa 2 bila dibagi 5. Contoh: $12 = 5(2) + 2$ dan $-8 = 5(-2) + 2$. Selisih dua bilangan yang sisanya sama selalu kelipatan 5: $(5p + 2) - (5q + 2) = 5(p - q)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Uji tiap pernyataan:

1. **Pernyataan (1).** $a_3 = \dfrac{2 - a_4}{5} = \dfrac{2 - (-8)}{5} = \dfrac{10}{5} = 2$. Bilangan bulat → **benar**.
(Cek: $a_4 = 2 - 5(2) = -8$ ✓.)
2. **Pernyataan (2).** $a_5 = 2 - 5a_4 = 2 - 5(-8) = 2 + 40 = 42$. Jadi $a_5 = 42$, bukan -38 → **salah**.
3. **Pernyataan (3).** Mulai $a_3 = 2$, setiap suku bulat (bulat dikali -5 ditambah 2 tetap bulat), dan tidak ada yang nol.
• Bila a_n negatif, $-5a_n$ positif, sehingga $a_{n+1} = 2 + (\text{positif})$ juga positif.
• Bila a_n bulat positif (paling kecil 1), $-5a_n \le -5$, sehingga $a_{n+1} \le 2 - 5 = -3$, negatif.
Jadi tandanya bergantian: $a_3 = 2$ (positif), $a_4 = -8$ (negatif), $a_5 = 42$ (positif), $a_6 = 2 - 210 = -208$ (negatif), ... Suku berindeks **genap** mulai a_4 selalu negatif. Karena 2002 genap, a_{2002} negatif → **benar**.
4. **Pernyataan (4).** Untuk $n \ge 4$: $a_n = 2 - 5a_{n-1} = 5 \times (-a_{n-1}) + 2$, dengan a_{n-1} bulat. Jadi setiap suku mulai a_4 bersisa 2 bila dibagi 5 (contoh: $-8 = 5(-2) + 2$, $42 = 5(8) + 2$). Maka $a_{40} - a_{30} = (5p + 2) - (5q + 2) = 5(p - q)$, kelipatan 5 → **benar**.
5. Pernyataan benar: (1), (3), (4) → banyaknya 3.

Cek ulang: contoh selisih dua suku: $a_5 - a_4 = 42 - (-8) = 50 = 5 \times 10$ ✓, sesuai pola pada pernyataan (4).

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0, B ✗ 1: terlalu sedikit.
• C ✗ 2: **Jebakan:** ragu pada (3) atau (4) karena indeksnya besar, lalu menganggapnya tidak pasti. Pola tanda dan pola sisa berlaku untuk semua suku.
• D ✓ 3.
• E ✗ 4: **Jebakan:** salah tanda saat menghitung a_5: $2 - 5(-8)$ dihitung $2 - 40 = -38$, padahal $-5 \times (-8) = +40$.

Jawaban: D.

No. 13 Kunci: B

Yang diketahui: 9 data yang sudah urut: $15, 20, 20, 25, 25, 25, 30, 30, 45$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep – Ukuran data:
• **Rata-rata** $= \dfrac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}$.
• **Median** = nilai tengah setelah data diurutkan. Untuk 9 data, nilai tengahnya data ke-5 (ada 4 data di kiri dan 4 di kanan).
• **Modus** = nilai yang paling sering muncul.
• **Jangkauan** = data terbesar − data terkecil.

Langkah penyelesaian:
1. Median: data ke-5 adalah 25.
2. Modus: 25 muncul 3 kali (paling sering), jadi modus $= 25$.
3. Jumlah data: $15 + (20 \times 2) + (25 \times 3) + (30 \times 2) + 45 = 15 + 40 + 75 + 60 + 45 = 235$.
4. Rata-rata: $\dfrac{235}{9} = 26{,}11\ldots$ (karena $9 \times 26 = 234$, sisa 1).
5. Jangkauan: $45 - 15 = 30$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Ukuran	Nilai
Median	25
Modus	25
Rata-rata	$26{,}1$
Jangkauan	30

Uji tiap pernyataan:
• (1): median 25 lebih dari modus 25? Keduanya sama, tidak ada yang lebih → **salah**.
• (2): rata-rata $26{,}1$ kurang dari 25? Tidak → **salah**.
• (3): modus 25 kurang dari jangkauan 30? Ya → **benar**.
• (4): median 25 lebih dari jangkauan 30? Tidak → **salah**.

Banyak pernyataan benar: 1.

Cek ulang: $9 \times 26{,}11 \approx 235$ ✓; data ke-5 dihitung dari kiri dan kanan sama-sama 25 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: (3) benar.
• B ✓ 1.
• C ✗ 2: **Jebakan:** menganggap (1) benar padahal median sama dengan modus ("lebih dari" tidak termasuk "sama dengan").
• D ✗ 3 dan E ✗ 4: **Jebakan:** menebak rata-rata 25 (nilai paling sering) tanpa menghitung, atau salah menghitung jangkauan.

Jawaban: B.

No. 14 Kunci: D

Yang diketahui: 9 data urut: $2, 2, 2, 3, 4, 5, 10, 12, 14$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep:
• **Rata-rata** $= \dfrac{\text{jumlah}}{\text{banyak}}$; **median** = data ke-$5$ (untuk 9 data urut); **modus** = nilai paling sering; **jangkauan** = terbesar $-$ terkecil.
• **Barisan aritmetika:** selisih dua suku berurutan selalu sama (disebut beda). Contoh: $10, 7, 4$ beda -3. Beda boleh negatif.
• **Bilangan prima:** hanya punya faktor 1 dan dirinya sendiri $(2, 3, 5, 7, \ldots)$.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah: $2 + 2 + 2 + 3 + 4 + 5 + 10 + 12 + 14 = 54$. Rata-rata $= \dfrac{54}{9} = 6$.
2. Median: data ke-$5 = 4$.
3. Modus: 2 (muncul 3 kali).
4. Jangkauan: $14 - 2 = 12$.

Uji tiap pernyataan:
• (1): urutan yang disebut: rata-rata, median, modus $= 6, 4, 2$. Selisih: $4 - 6 = -2$ dan $2 - 4 = -2$. Selisihnya sama, jadi barisan aritmetika dengan beda -2 → **benar**.
• (2): rata-rata $6 = 2 \times 3$, punya faktor 2 dan 3, jadi bukan prima → **salah**.
• (3): modus 2 kurang dari median 4 → **benar**.
• (4): median 4 kurang dari jangkauan 12 → **benar**.

Banyak pernyataan benar: 3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: $6 \times 9 = 54$ ✓; data ke-5 dari kiri $(2, 2, 2, 3, \mathbf{4})$ dan dari kanan $(14, 12, 10, 5, \mathbf{4})$ sama ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0, B ✗ 1: terlalu sedikit.

• C ✗ 2: **Jebakan:** mengira barisan aritmetika harus naik, sehingga $6, 4, 2$ ditolak. Beda negatif tetap barisan aritmetika.

• D ✓ 3.

• E ✗ 4: **Jebakan:** menganggap 6 prima.

Jawaban: D.

No. 15 Kunci: 1B 2B 3S

Yang diketahui: $f(x) = x^2 - 2x + 1$ dan $g(x) = f(x + 1)$. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Kuadrat sempurna. $(x - 1)^2 = (x - 1)(x - 1) = x^2 - x - x + 1 = x^2 - 2x + 1$. Jadi $f(x) = (x - 1)^2$.

Konsep 2 – Arti $f(x + 1)$. Setiap x di rumus f diganti dengan $(x + 1)$.

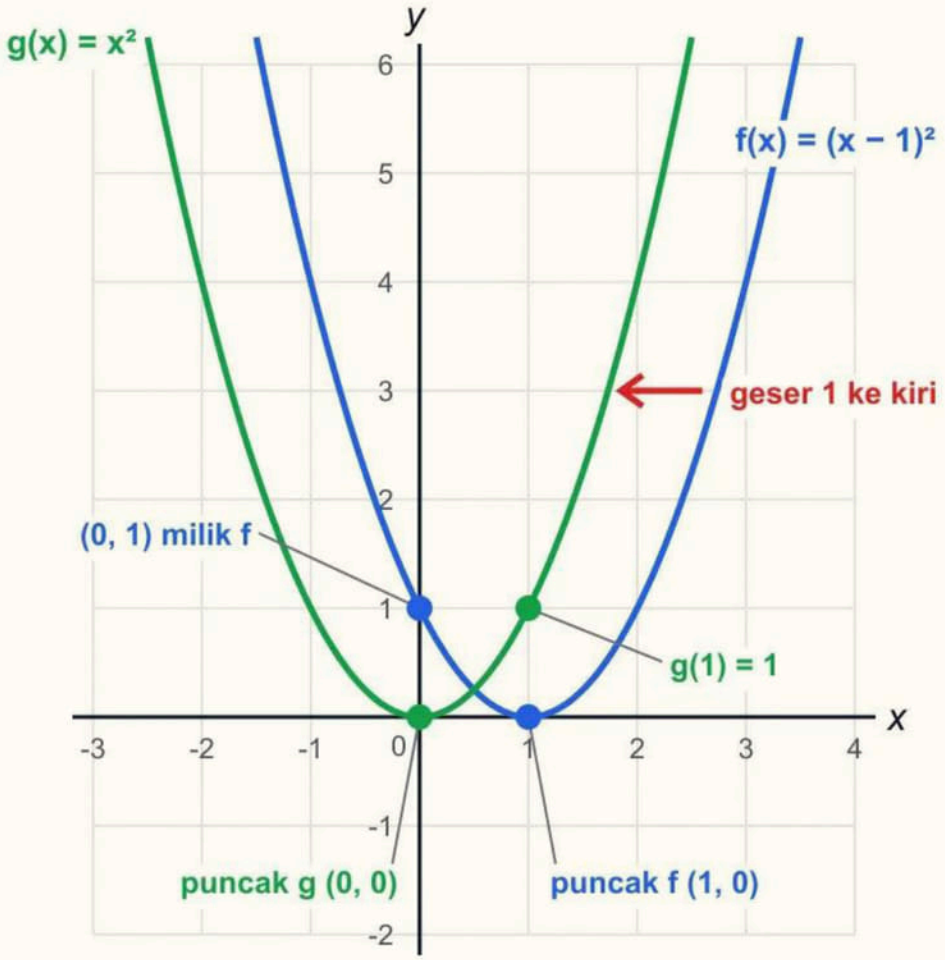
Contoh kecil: bila $h(x) = 3x$, maka $h(x + 1) = 3(x + 1) = 3x + 3$.

Konsep 3 – Pergeseran grafik. $y = f(x + p)$ dengan $p > 0$ adalah grafik f yang **digeser p satuan ke kiri**. Alasannya: nilai yang dicapai f di $x = 1$ dicapai g di $x = 0$, yaitu 1 satuan lebih kiri.

Langkah penyelesaian:

1. $f(x) = (x - 1)^2$.
2. $g(x) = f(x + 1) = \big((x + 1) - 1\big)^2 = x^2$.
3. Puncak f: $(1, 0)$ (karena $(x - 1)^2 = 0$ saat $x = 1$). Puncak g: $(0, 0)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Pernyataan 1 – Benar. $g(1) = 1^2 = 1$. Cek dengan rumus awal:
$g(1) = f(1+1) = f(2) = 4 - 4 + 1 = 1$ ✓.

Pernyataan 2 – Benar. Puncak berpindah dari $(1, 0)$ ke $(0, 0)$, yaitu 1 satuan ke kiri. Bentuk $g(x) = f(x+1)$ memang pergeseran 1 satuan ke kiri (Konsep 3).
Jebakan: melihat tanda "$+1$" lalu mengira geser ke kanan. Cek dengan puncak: puncak g ada di kiri puncak f.

Pernyataan 3 – Salah. Garis $x = 0$ adalah sumbu y. Grafik g memotongnya di $x = 0$: $g(0) = 0^2 = 0$, jadi titiknya $(0, 0)$, bukan $(0, 1)$.
Jebakan: menghitung $f(0) = 1$ (grafik f, bukan g). Titik $(0, 1)$ ada di grafik f.

Cek ulang: pada gambar, titik $(1, 1)$ ada di kurva hijau g ✓ dan kurva g melewati $(0, 0)$ ✓.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

No. 16 Kunci: 1S 2B 3B

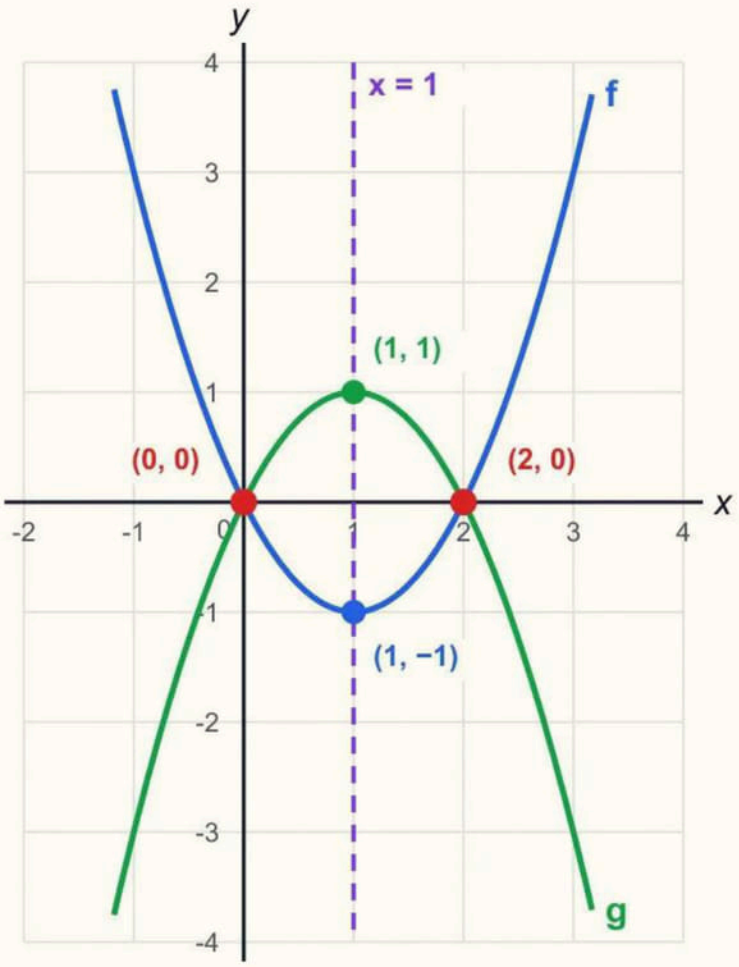
Yang diketahui: $f(x) = (x-1)^2 - 1$; grafik g = cermin grafik f terhadap sumbu x. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Pencerminan terhadap sumbu x. Titik (x, y) berpindah ke $(x, -y)$: posisi kiri-kanan tetap, tanda y berbalik. Jadi $g(x) = -f(x)$.
Contoh kecil: cermin titik $(2, 3)$ terhadap sumbu x adalah $(2, -3)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 2 – Puncak dan sumbu simetri. Pada $y = (x - p)^2 + q$, puncaknya (p, q) dan sumbu simetrinya garis tegak $x = p$.

Langkah penyelesaian:
1. $g(x) = -f(x) = -\big((x-1)^2 - 1\big) = -(x-1)^2 + 1$.
2. Puncak f: $(1, -1)$, terbuka ke atas. Puncak g: $(1, 1)$, terbuka ke bawah.



Pernyataan 1 – Salah. $f(1) = (1-1)^2 - 1 = 0 - 1 = -1$. $g(1) = -f(1) = -(-1) = 1$. Karena $1 \neq -1$, maka $g(1) \neq f(1)$.
Jebakan: mengira titik di garis $x = 1$ tidak berubah saat dicerminkan. Yang tidak berubah hanya titik **di sumbu x** (yang y-nya 0).

Pernyataan 2 – Benar. Titik potong: $g(x) = f(x) \to -f(x) = f(x) \to 2f(x) = 0 \to f(x) = 0$.
$(x-1)^2 - 1 = 0 \to (x-1)^2 = 1 \to x - 1 = 1$ atau $x - 1 = -1 \to x = 2$ atau $x = 0$.
Titik potongnya $(0, 0)$ dan $(2, 0)$: dua titik berbeda.
Cek: $f(0) = 1 - 1 = 0$ dan $g(0) = -0 = 0$ ✓.

Pernyataan 3 – Benar. $g(x) = -(x-1)^2 + 1$ berbentuk $-(x-p)^2 + q$ dengan $p = 1$. Sumbu simetrinya $x = 1$. Pencerminan terhadap sumbu x tidak menggeser grafik ke kiri atau kanan, jadi sumbu simetri f ($x = 1$) tetap menjadi sumbu simetri g.

Cek ulang: pada gambar, kurva hijau g simetris terhadap garis putus-putus $x = 1$ ✓, dan kedua kurva bertemu tepat di dua titik merah ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 17 Kunci: 1B 2B 3S

Yang diketahui: luas alas kerucut $= 25\pi$, volume kerucut $= 75\pi$. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep:

• Alas kerucut berbentuk lingkaran: luas alas $= \pi r^2$ (r = jari-jari). Diameter $d = 2r$.

• Volume kerucut $= \frac{1}{3} \times$ luas alas $\times\, t$.

• Volume tabung $= \pi r^2 \times t$.

• Sebuah tabung "memuat" kerucut bila kerucut dapat dimasukkan seluruhnya ke dalam tabung.

Langkah penyelesaian:

1. Jari-jari: $\pi r^2 = 25\pi \to r^2 = 25 \to r = 5$ (panjang selalu positif). Diameter $d = 2 \times 5 = 10$.

2. Tinggi: $75\pi = \frac{1}{3} \times 25\pi \times t$. Kalikan kedua ruas dengan 3: $225\pi = 25\pi \times t$. Bagi dengan 25π: $t = 9$.

Pernyataan 1 – Benar. Tinggi kerucut 9, dan $9 < 10$.

Jebakan: lupa faktor $\frac{1}{3}$, sehingga $t = \frac{75\pi}{25\pi} = 3$. Hasilnya tetap "kurang dari 10", tetapi angkanya salah dan bisa menyesatkan pernyataan lain.

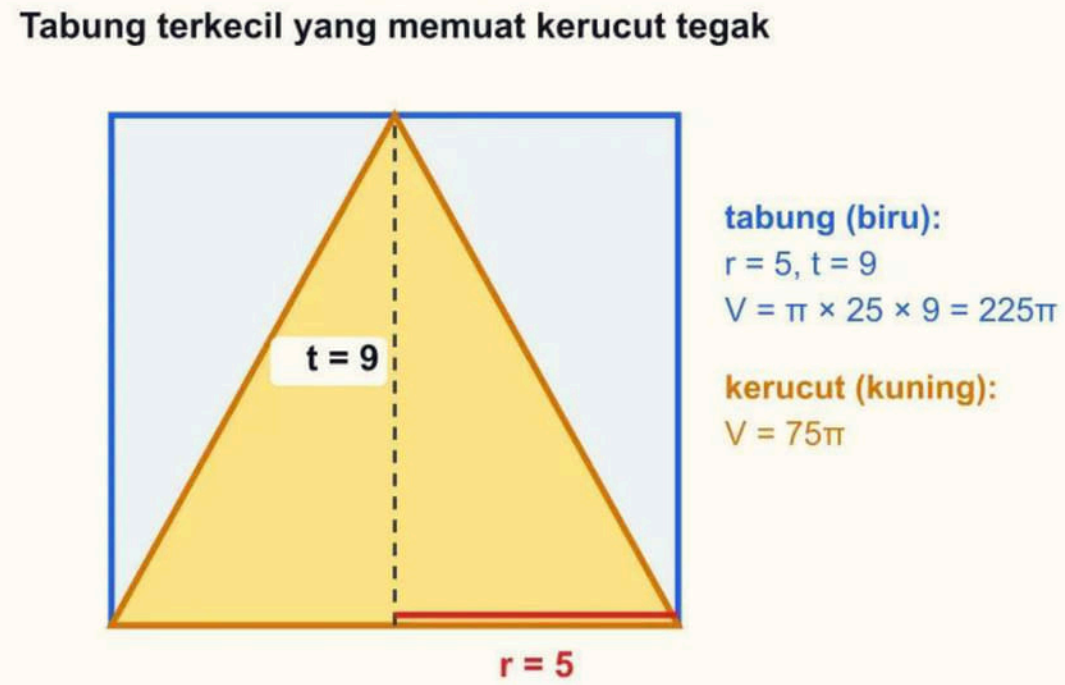
Pernyataan 2 – Benar. Diameter $10 > 6$.

Jebakan: memakai jari-jari (5) sebagai diameter, sehingga mengira $5 < 6$.

Pernyataan 3 – Salah.

• Taruh kerucut tegak di dasar tabung. Alas kerucut (lingkaran berdiameter 10) harus muat di dasar tabung, jadi jari-jari tabung paling kecil 5. Puncak kerucut setinggi 9, jadi tinggi tabung paling kecil 9.

• Tabung terkecil yang memuat kerucut tegak: $r = 5, t = 9$, volumenya $\pi \times 5^2 \times 9 = 225\pi$.



• Bila kerucut dibaringkan, alasnya berdiri tegak, sehingga tabung perlu tinggi paling sedikit 10 (diameter alas) dan jari-jari paling sedikit 5: volumenya paling sedikit $\pi \times 25 \times 10 = 250\pi$, lebih besar lagi. Posisi miring juga memerlukan tabung yang lebih besar dari 200π.

• Karena $200\pi < 225\pi$, tabung bervolume 200π terlalu kecil untuk memuat kerucut.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jebakan: hanya membandingkan volume: $75\pi < 200\pi$, lalu menyimpulkan "muat". Volume tabung yang lebih besar belum menjamin bentuknya cukup lebar **dan** cukup tinggi.

Cek ulang: $\frac{1}{3} \times 25\pi \times 9 = \frac{225\pi}{3} = 75\pi$ ✓.

Jawaban: Benar, Benar, Salah.

No. 18 Kunci: 1B 2S 3B

Yang diketahui: tabung dengan $r = 10$ dan volume 500π. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep:

• Volume tabung $= \pi r^2 t$.

• Luas selimut tabung $= 2\pi rt$ (selimut dibuka menjadi persegi panjang: panjangnya keliling alas $2\pi r$, lebarnya tinggi t).

• Nilai $\pi \approx 3{,}14$.

• Diagonal persegi bersisi s adalah $s\sqrt{2}$ (dari Pythagoras: $\sqrt{s^2 + s^2}$).

Langkah penyelesaian:

1. Tinggi: $\pi \times 10^2 \times t = 500\pi \rightarrow 100\pi t = 500\pi \rightarrow t = \frac{500\pi}{100\pi} = 5$.
2. Luas selimut: $2\pi \times 10 \times 5 = 100\pi \approx 100 \times 3{,}14 = 314$.

Pernyataan 1 – Benar. Tinggi tabung 5 (langkah 1).

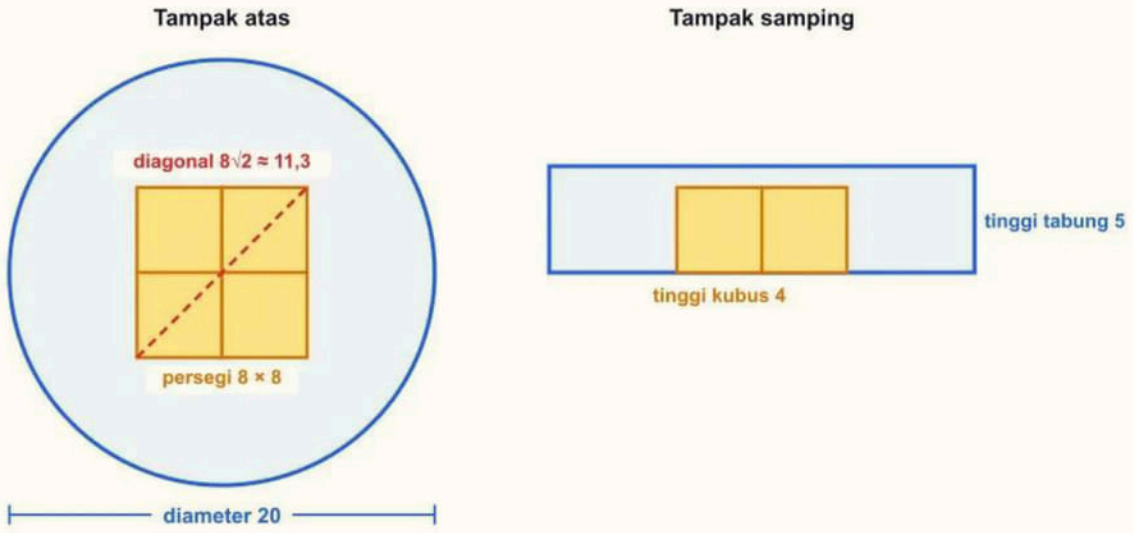
Pernyataan 2 – Salah. Luas selimut $100\pi \approx 314$, dan $314 > 300$. Jadi tidak kurang dari 300.
Jebakan: berhenti di "100π", lalu membandingkan 100 dengan 300 dan lupa mengalikan $\pi \approx 3{,}14$.

Pernyataan 3 – Benar.

• Tinggi: kubus setinggi 4 dan tabung setinggi 5, jadi kubus muat secara tegak ($4 \leq 5$). Kubus tidak dapat ditumpuk (dua kubus setinggi $8 > 5$), jadi keempatnya harus diletakkan berdampingan di dasar tabung.

• Dasar: susun keempat kubus 2×2. Dilihat dari atas, susunan ini berupa persegi bersisi $4 + 4 = 8$.

• Persegi muat di dalam lingkaran bila diagonalnya tidak lebih dari diameter (letakkan pusat persegi di pusat lingkaran). Diagonal $= 8\sqrt{2} \approx 8 \times 1{,}41 = 11{,}3$, diameter dasar $= 2 \times 10 = 20$. Karena $11{,}3 \leq 20$, susunan muat.



Jebakan: mencoba menumpuk kubus (tinggi $8 > 5$) lalu menyimpulkan tidak muat, padahal kubus cukup diletakkan berdampingan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: volume tabung $500\pi \approx 1570$ jauh lebih besar dari volume empat kubus $4 \times 4^3 = 256$; ini sejalan dengan kesimpulan bahwa kubus muat (dan ukuran panjang, lebar, tinggi sudah diperiksa satu per satu) ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

No. 19 Kunci: B

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu jawaban "apakah $f(1) \times g(1) > 0$?" (pasti "ya" atau pasti "tidak").

Konsep 1 – Tanda hasil kali: positif $\times$ positif $=$ positif; negatif $\times$ positif $=$ negatif; $0\times$ apa pun $= 0$.
Konsep 2 – Kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya menjadi pasti. Bila masih ada contoh yang memberi "ya" dan contoh lain yang memberi "tidak", pernyataan itu **tidak cukup**.

Langkah penyelesaian:
1. $f(1) = \dfrac{a}{1^2+1} = \dfrac{a}{2}$ dan $g(1) = 1^2 + b = 1 + b$.
2. $f(1) \times g(1) = \dfrac{a}{2} \times (1+b) = \dfrac{a(1+b)}{2}$. Tandanya ditentukan oleh tanda a dan tanda $1+b$.
3. **Uji pernyataan (1):** $a - 1 < 0$ berarti $a < 1$; $b > 0$ berarti $1 + b > 1$ (positif).
   • Contoh $a = \dfrac{1}{2}, b = 1$: hasil kali $= \dfrac{\frac{1}{2} \times 2}{2} = \dfrac{1}{2} > 0 \rightarrow$ "ya".
   • Contoh $a = -2, b = 1$: hasil kali $= \dfrac{-2 \times 2}{2} = -2$, tidak lebih dari $0 \rightarrow$ "tidak".
   Jawaban bisa "ya" atau "tidak" → **tidak cukup**. (Syarat $a < 1$ tidak menentukan apakah a positif atau negatif.)
4. **Uji pernyataan (2):** $a < 0$ (negatif) dan $b + 1 > 0$ (positif). Negatif $\times$ positif $=$ negatif, lalu dibagi 2 tetap negatif. Jadi $f(1) \times g(1) < 0$ untuk semua a dan b yang memenuhi.
   Jawabannya pasti "tidak". Jawaban pasti (walaupun "tidak") tetap berarti **cukup**.
   Contoh: $a = -1, b = 0$: hasil kali $= \dfrac{-1 \times 1}{2} = -\dfrac{1}{2} \rightarrow$ "tidak" ✓.
5. Pernyataan (2) saja cukup, pernyataan (1) saja tidak cukup.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: **Jebakan:** dari $b > 0$ dan "a kurang dari 1" langsung mengira a positif.
• B ✓ (2) saja cukup.
• C ✗: pernyataan (2) sudah cukup sendiri.
• D ✗: pernyataan (1) tidak cukup.
• E ✗: **Jebakan:** mengira "cukup" hanya bila jawabannya "ya". Jawaban pasti "tidak" juga berarti cukup.

Jawaban: B.

No. 20 Kunci: B

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu garis $y = mx + 1$ memotong segitiga KLM atau tidak.

Konsep 1 – Garis $y = mx + 1$ selalu melewati titik $(0, 1)$, karena di $x = 0$ nilainya $m \cdot 0 + 1 = 1$. Angka m adalah gradien (kemiringan).
Konsep 2 – Memotong ruas di sumbu x. Sisi KL terletak di sumbu x dari $x = 0$ sampai $x = 6$. Bila sebuah garis berada **di atas** sumbu x pada $x = 0$ dan **di bawah** sumbu x pada $x = 6$, garis itu pasti menyeberangi sumbu x di antara keduanya, yaitu memotong sisi KL.
Konsep 3 – Kecukupan data: cukup bila jawabannya pasti; tidak cukup bila ada contoh "ya" dan contoh "tidak".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. **Uji pernyataan (2):** $m < -\frac{1}{6}$. Kalikan dengan 6 (bilangan positif, tanda tidak berbalik): $6m < -1$, jadi $6m + 1 < 0$.

• Di $x = 0$: garis bernilai $1 > 0$ (di atas K).

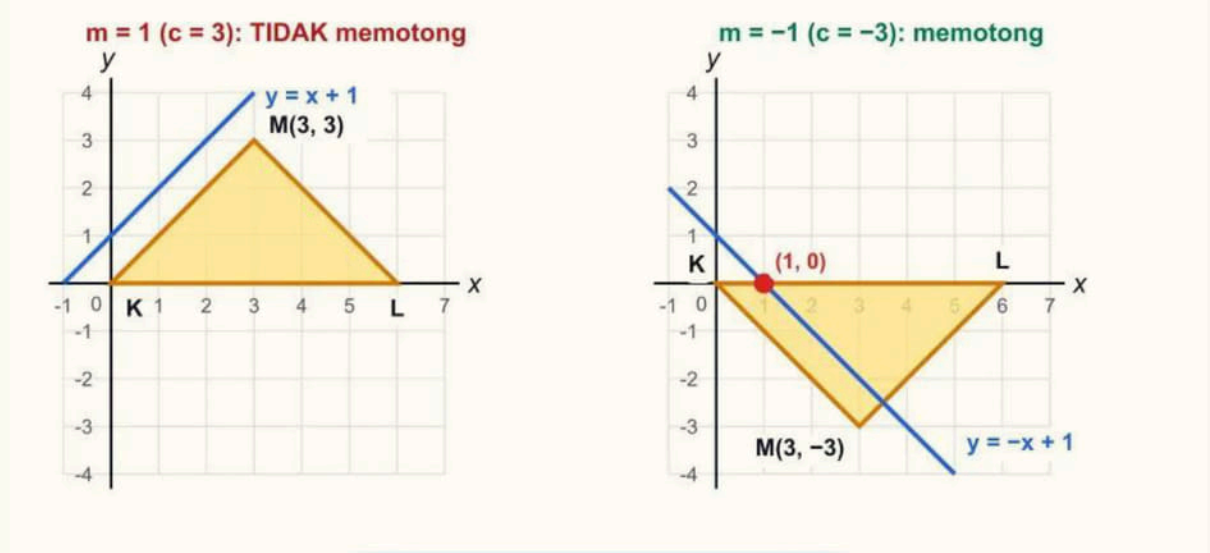
• Di $x = 6$: garis bernilai $6m + 1 < 0$ (di bawah L).

Menurut Konsep 2, garis memotong sisi KL. Jawabannya pasti "ya" → **cukup**. (Ini berlaku berapa pun nilai c.)

2. **Uji pernyataan (1):** $c = 3m$, jadi $M = (3, 3m)$. Coba dua nilai m:

• $m = 1$: $M(3, 3)$, garis $y = x + 1$. Sisi KM terletak pada garis $y = x$. Seluruh segitiga berada di bawah atau tepat pada garis $y = x$, sedangkan garis $y = x + 1$ sejajar dengannya dan selalu 1 satuan lebih tinggi. Jadi garis tidak menyentuh segitiga → "tidak".

• $m = -1$: $M(3, -3)$, garis $y = -x + 1$. Di $x = 0$ nilainya $1 > 0$; di $x = 6$ nilainya $-5 < 0$. Garis memotong KL di $(1, 0)$ → "ya".



Ada contoh "ya" dan contoh "tidak" → pernyataan (1) **tidak cukup**.

3. Pernyataan (2) saja cukup, pernyataan (1) saja tidak cukup.

Cek ulang: untuk (2), contoh $m = -1$ ($-1 < -\frac{1}{6}$ ✓): garis memotong KL di $(1, 0)$, sesuai gambar kanan ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: **Jebakan:** hanya mencoba satu nilai m di pernyataan (1) (misalnya $m = -1$) lalu mengira jawabannya selalu "ya".

• B ✓ (2) saja cukup.

• C ✗: pernyataan (2) sudah cukup tanpa (1).

• D ✗: pernyataan (1) tidak cukup (contoh $m = 1$).

• E ✗: **Jebakan:** merasa nilai c harus diketahui. Pada pernyataan (2), garis memotong sisi KL yang tidak bergantung pada c.

Jawaban: B.

Simulasi 2 — Soal Asli SNBT 2025

No. 1 Kunci: E

Yang diketahui: $4 \div \frac{1}{2} = \sqrt{t}$. **Yang ditanya:** nilai t.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Membagi dengan pecahan. Membagi dengan pecahan sama dengan mengalikan dengan kebalikannya: $a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b}$.
Contoh kecil: $6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$. Artinya, di dalam 6 ada 12 buah "setengah".

Konsep 2 – Akar kuadrat. $\sqrt{t} = n$ artinya $n \times n = t$ (dengan $n \geq 0$).
Contoh kecil: $\sqrt{25} = 5$ karena $5 \times 5 = 25$.

Langkah penyelesaian:
1. Hitung ruas kiri. Kebalikan dari $\frac{1}{2}$ adalah $\frac{2}{1} = 2$. Jadi $4 \div \frac{1}{2} = 4 \times 2 = 8$.
2. Persamaan menjadi $\sqrt{t} = 8$.
3. Menurut Konsep 2, t adalah bilangan yang akarnya 8, yaitu $t = 8 \times 8 = 64$.
(Cara lain: kuadratkan kedua ruas, $(\sqrt{t})^2 = 8^2$, sehingga $t = 64$.)

Cek ulang: $\sqrt{64} = 8$ karena $8 \times 8 = 64$ ✓, dan $4 \div \frac{1}{2} = 8$ ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ 2: **Jebakan:** menghitung $4 \div 2$ (membagi dengan 2, bukan dengan $\frac{1}{2}$).
- B ✗ 4: bila $t = 4$, maka $\sqrt{t} = 2$, bukan 8.
- C ✗ 8: **Jebakan:** berhenti pada $\sqrt{t} = 8$ dan lupa mencari t.
- D ✗ 16: **Jebakan:** mengkuadratkan angka 4 di ruas kiri, bukan hasil pembagiannya.
- E ✓ 64.

Jawaban: E.

No. 2 Kunci: C

Yang diketahui: $f(x) = x^2 - rx + 33$ dan titik $T(2, 17)$ ada pada grafiknya. **Yang ditanya:** nilai r.

Konsep: titik (a, b) terletak pada grafik f artinya bila $x = a$ dimasukkan ke rumus, hasilnya b. Ditulis $f(a) = b$.
Pada titik $T(2, 17)$: $x = 2$ dan $y = 17$, jadi $f(2) = 17$.

Langkah penyelesaian:
1. Ganti setiap x dengan 2: $f(2) = 2^2 - r \cdot 2 + 33$.
2. Hitung bagian yang sudah berupa angka: $2^2 = 4$, dan $r \cdot 2$ ditulis $2r$. Jadi $f(2) = 4 - 2r + 33$.
3. Gabungkan angka-angkanya: $4 + 33 = 37$. Jadi $f(2) = 37 - 2r$.
4. Karena $f(2) = 17$, kita dapat persamaan $37 - 2r = 17$.
5. Kurangi kedua ruas dengan 37: $-2r = 17 - 37 = -20$.
6. Bagi kedua ruas dengan -2: $r = \dfrac{-20}{-2} = 10$ (negatif dibagi negatif hasilnya positif).

Cek ulang: $f(2) = 4 - 10 \cdot 2 + 33 = 4 - 20 + 33 = 17$ ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ -17 dan D ✗ 17: **Jebakan:** mengira nilai y (17) adalah nilai r.
- B ✗ -10: **Jebakan:** salah tanda, menulis $4 + 2r + 33 = 17$ sehingga $r = -10$.
- C ✓ 10.
- E ✗ 25: bila $r = 25$, $f(2) = 4 - 50 + 33 = -13$, bukan 17.

Jawaban: C.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: sembilan bilangan diurutkan dari terbesar ke terkecil; u = bilangan di posisi ke-3, t = bilangan di posisi ke-8. **Yang ditanya:** $(2 \times u) - t$.

Konsep: saat mengurutkan, bilangan yang muncul dua kali tetap ditulis dua kali, karena setiap bilangan menempati satu posisi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Cari dari yang terbesar. Angka 8 muncul dua kali, jadi ditulis $8, 8$. Lalu $7, 6, 5$. Angka 4 muncul dua kali: $4, 4$. Lalu 3 dan 2.
2. Hasil urutan beserta posisinya:

Posisi	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bilangan	8	8	**7**	6	5	4	4	**3**	2

3. Periksa banyaknya: ada 9 bilangan, sama dengan soal ✓.
4. Posisi ke-3 adalah 7, jadi $u = 7$. Posisi ke-8 adalah 3, jadi $t = 3$.
5. $2 \times u = 2 \times 7 = 14$.
6. $(2 \times u) - t = 14 - 3 = 11$.

Cek ulang: urutkan dari terkecil: $2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 8$. Posisi ke-3 dari terbesar sama dengan posisi ke-7 dari terkecil, yaitu 7 ✓. Posisi ke-8 dari terbesar sama dengan posisi ke-2 dari terkecil, yaitu 3 ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 14: **Jebakan:** lupa mengurangi t.
- B ✗ 13: **Jebakan:** mengambil posisi ke-2 untuk u ($u = 8$): $16 - 3 = 13$.
- C ✗ 12: **Jebakan:** mengambil posisi ke-9 untuk t ($t = 2$): $14 - 2 = 12$.
- D ✓ 11.
- E ✗ 10: **Jebakan:** mengambil posisi ke-7 untuk t ($t = 4$): $14 - 4 = 10$.

Jawaban: D.

No. 4 Kunci: C

Yang ditanya: banyak persegi (segi empat dengan keempat sisi sama panjang) pada gambar.

Konsep: persegi pada gambar bisa berukuran 1×1 (satu petak) atau lebih besar, misalnya 2×2 (gabungan empat petak). Sebuah persegi hanya dihitung bila **keempat sisinya berupa garis yang tergambar utuh**. Agar tidak ada yang terlewat atau terhitung dua kali, hitung per ukuran dan beri nama setiap persegi dengan titik pojok kiri-bawahnya (pakai angka sumbu di gambar).

Langkah 1 – Persegi 1×1. Periksa bagian demi bagian:

- Blok atas (x dari 0 sampai 2, y dari 2 sampai 4): garis $x = 1$ dan $y = 3$ membaginya menjadi 4 petak → **4 persegi**.
- Baris tengah (y dari 1 sampai 2): bagian x 0–2 tidak punya garis tegak di $x = 1$, jadi bagian itu persegi panjang 2×1, **bukan persegi**. Bagian x 2–4 terbagi oleh garis $x = 3$ → **2 persegi**.
- Baris bawah (y dari 0 sampai 1): bagian x 0–2 terbagi oleh garis $x = 1$ → **2 persegi**. Bagian x 2–4 tidak punya garis di $x = 3$, jadi persegi panjang 2×1, bukan persegi.
- Jumlah persegi 1×1: $4 + 2 + 2 = 8$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Langkah 2 – Persegi 2×2. Periksa setiap kemungkinan pojok kiri-bawah:

• Pojok $(0, 2)$: sisi $y = 2, y = 4, x = 0, x = 2$ lengkap → ✓.

• Pojok $(0, 1)$: sisi bawah $y = 1$ dan sisi atas $y = 3$ sama-sama tergambar dari $x = 0$ sampai $x = 2$; sisi kiri $x = 0$ dan sisi kanan $x = 2$ juga lengkap → ✓. (Persegi ini paling sering terlewat.)

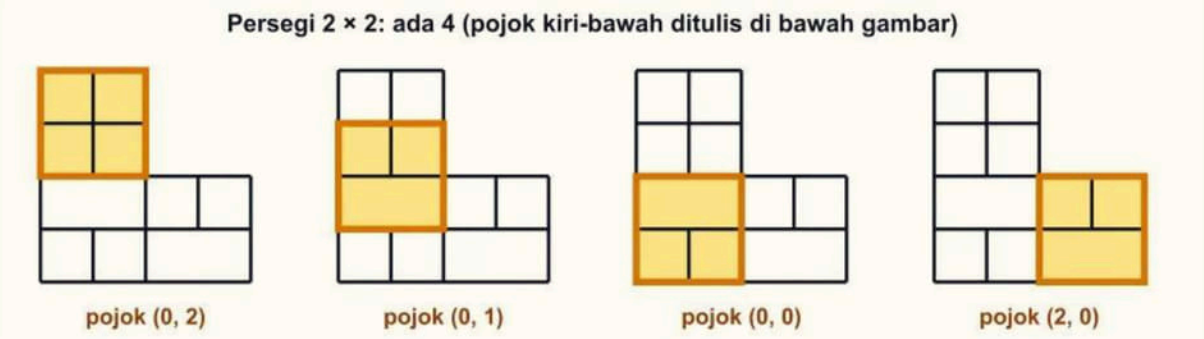
• Pojok $(0, 0)$: sisi $y = 0, y = 2, x = 0, x = 2$ lengkap → ✓.

• Pojok $(2, 0)$: sisi $y = 0$ dan $y = 2$ dari $x = 2$ sampai 4, sisi $x = 2$ dan $x = 4$ dari $y = 0$ sampai 2 → ✓.

• Pojok $(1, 0), (1, 1), (1, 2)$: sisi kirinya garis $x = 1$, padahal garis $x = 1$ terputus antara $y = 1$ dan $y = 2$ (dan untuk pojok $(1, 2)$ tidak ada sisi kanan $x = 3$ di bagian atas) → ✗.

• Pojok $(2, 1)$: sisi kanan $x = 4$ hanya sampai $y = 2$ dan sisi atas $y = 3$ tidak ada di x 2–4 → ✗.

• Jumlah persegi 2×2: 4.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah 3 – Persegi 3×3 atau lebih besar. Bagian bangun yang tingginya 3 petak atau lebih hanya selebar 2 petak (x 0–2), jadi persegi 3×3 tidak muat → 0.

Langkah 4 – Jumlahkan: $8 + 4 = 12$.

Cek ulang: dua belas persegi di atas semuanya berbeda (ukuran atau pojoknya berbeda), dan setiap persegi sudah diperiksa keempat sisinya ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 8: **Jebakan:** hanya menghitung persegi 1×1.
• B ✗ 10: **Jebakan:** persegi 2×2 terhitung 2 saja (biasanya pojok $(0, 1)$ dan $(2, 0)$ terlewat).
• C ✓ 12.
• D ✗ 14: **Jebakan:** ikut menghitung persegi 2×2 yang salah satu sisinya terputus.
• E ✗ 20: **Jebakan:** ikut menghitung persegi panjang 2×1 dan bentuk yang sisinya tidak lengkap.

Jawaban: C.

No. 5 Kunci: E

Yang ditanya: nilai $[1 - [2])$.

Konsep 1 – Operasi baru. Lambang $[x)$ adalah aturan buatan soal. Rumusnya berbeda menurut jenis bilangan x:
• x **ganjil** (..., $-3, -1, 1, 3$, ...) → pakai baris pertama.
• x **genap taknegatif** ($0, 2, 4$, ...; "taknegatif" artinya 0 atau positif) → pakai baris kedua.
• x **genap negatif** (..., $-4, -2$) → pakai baris ketiga.

Konsep 2 – Urutan pengerjaan. Seperti tanda kurung biasa, kerjakan dari yang paling dalam. Di $[1 - [2])$, bagian paling dalam adalah $[2)$.

Langkah penyelesaian:
1. Hitung $[2)$. Bilangan 2 genap dan tidak negatif, jadi pakai baris kedua:
$[2) = \dfrac{2^2 + 2}{2} = \dfrac{4 + 2}{2} = \dfrac{6}{2} = 3.$
2. Ganti $[2)$ dengan 3: $[1 - [2)) = [1 - 3) = [-2)$.
3. Tentukan jenis -2: -2 habis dibagi 2 (genap) dan kurang dari 0 (negatif). Jadi pakai baris ketiga: $[x) = 2x^2 + 1$.
4. Hitung $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$ (negatif kali negatif hasilnya positif).
5. $2 \times 4 = 8$, lalu $8 + 1 = 9$. Jadi $[-2) = 9$.

Cek ulang: baris yang dipakai sudah sesuai jenis bilangannya: 2 → baris kedua ✓, -2 → baris ketiga ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ -7: **Jebakan:** membaca soal sebagai $[1) - [2)$. Karena 1 ganjil, $[1) = \dfrac{1 + 3}{1 - 2} = \dfrac{4}{-1} = -4$, lalu $-4 - 3 = -7$. Hasil yang sama juga muncul bila $(-2)^2$ salah dihitung menjadi -4: $2(-4) + 1 = -7$.
• B ✗ 3: **Jebakan:** memakai baris kedua untuk -2: $\dfrac{4 + 2}{2} = 3$, padahal -2 negatif.
• C ✗ 4: **Jebakan:** salah tanda, menghitung $1 + [2) = 4$.
• D ✗ 8: **Jebakan:** baris sudah benar, tetapi lupa menambah 1.
• E ✓ 9.

Jawaban: E.

No. 6 Kunci: A

Yang diketahui: grafik f dan g berpotongan di $K(a, b)$ dan $L(c, d)$, dengan $b > d$. **Yang ditanya:** nilai a.

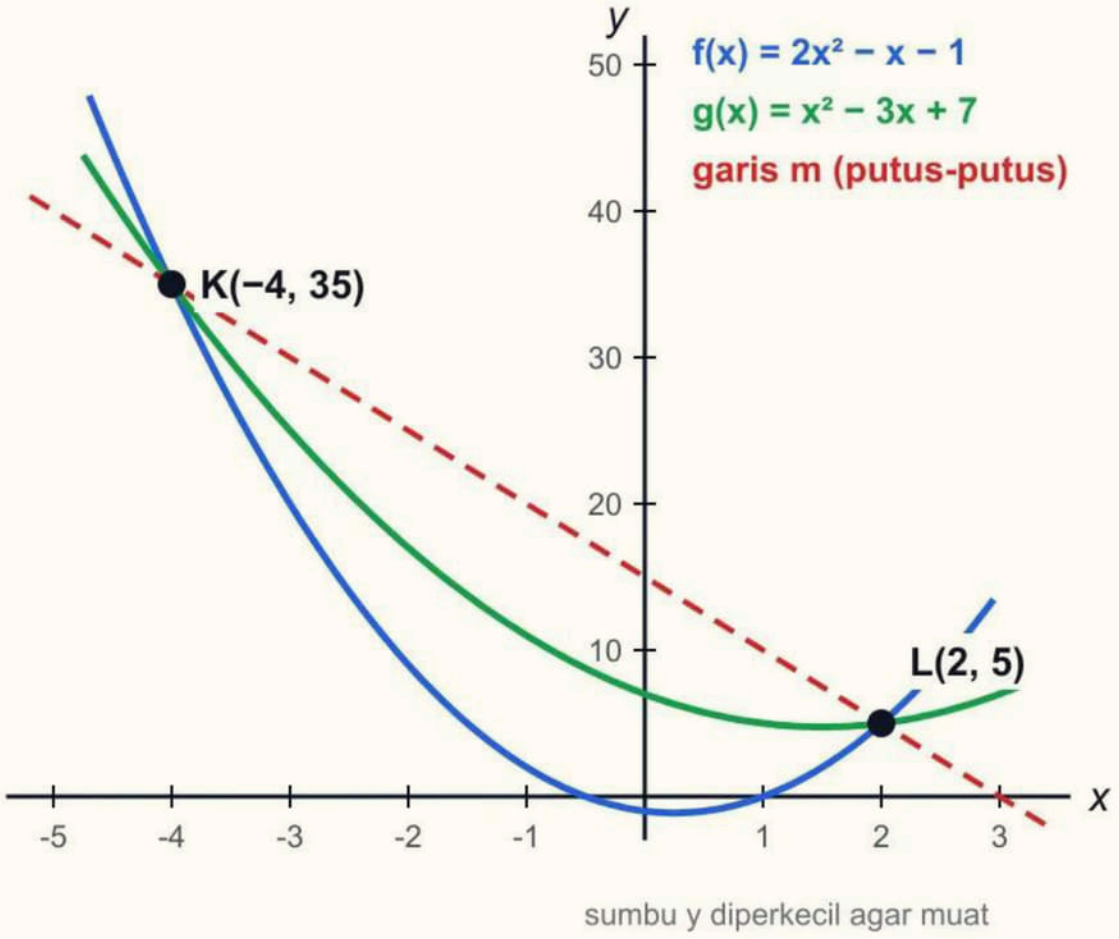
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Titik potong. Titik potong dua grafik berada di kedua grafik sekaligus, jadi nilai y-nya sama: $f(x) = g(x)$.

Konsep 2 – Memfaktorkan $x^2 + px + q$. Cari dua bilangan yang **hasil kalinya** q dan **jumlahnya** p. Contoh: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ karena $2 \times 3 = 6$ dan $2 + 3 = 5$.

Langkah penyelesaian:

1. Samakan: $2x^2 - x - 1 = x^2 - 3x + 7$.
2. Pindahkan semua suku ke ruas kiri (kurangi kedua ruas dengan x^2, tambah $3x$, kurangi 7): $2x^2 - x^2 - x + 3x - 1 - 7 = 0$.
3. Sederhanakan suku sejenis: $2x^2 - x^2 = x^2$; $-x + 3x = 2x$; $-1 - 7 = -8$. Hasilnya $x^2 + 2x - 8 = 0$.
4. Faktorkan: cari dua bilangan dengan hasil kali -8 dan jumlah 2. Pasangannya 4 dan -2, karena $4 \times (-2) = -8$ dan $4 + (-2) = 2$. Jadi $(x + 4)(x - 2) = 0$.
5. Hasil kali bernilai 0 bila salah satu faktornya 0: $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$, atau $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$.
6. Cari nilai y untuk setiap x (pakai g yang angkanya lebih kecil):
   - $x = -4$: $g(-4) = (-4)^2 - 3(-4) + 7 = 16 + 12 + 7 = 35$.
   - $x = 2$: $g(2) = 2^2 - 3(2) + 7 = 4 - 6 + 7 = 5$.
7. Dua titik potong: $(-4, 35)$ dan $(2, 5)$.
8. Syarat $b > d$ berarti K adalah titik dengan y lebih besar. Karena $35 > 5$, $K = (-4, 35)$. Jadi $a = -4$.



Cek ulang: dengan f: $f(-4) = 2(16) - (-4) - 1 = 32 + 4 - 1 = 35$ ✓ dan $f(2) = 8 - 2 - 1 = 5$ ✓. Kedua fungsi memberi y yang sama.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:
- A ✓ -4.
- B ✗ -2: **Jebakan:** jumlah kedua akar ($-4 + 2 = -2$), bukan salah satu akar.
- C ✗ 0: $x = 0$ bukan titik potong ($f(0) = -1, g(0) = 7$).
- D ✗ 2: **Jebakan:** memilih titik yang y-nya lebih kecil, padahal yang diminta $b > d$.
- E ✗ 4: **Jebakan:** salah tanda saat memfaktorkan, menjadi $(x - 4)(x + 2)$.

Jawaban: A.

No. 7 Kunci: A

Yang diketahui: garis m melalui titik potong K dan L. **Yang ditanya:** gradien garis m.

Konsep – Gradien. Gradien (kemiringan) garis yang melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2):

$$m = \frac{\text{perubahan } y}{\text{perubahan } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Titik mana yang disebut pertama boleh bebas, asalkan urutannya sama di pembilang dan penyebut.

Langkah penyelesaian:

1. Dari soal nomor 6, titik potongnya $(-4, 35)$ dan $(2, 5)$.
2. Ambil titik pertama $(x_1, y_1) = (-4, 35)$ dan titik kedua $(x_2, y_2) = (2, 5)$.
3. Perubahan y: $y_2 - y_1 = 5 - 35 = -30$.
4. Perubahan x: $x_2 - x_1 = 2 - (-4) = 2 + 4 = 6$ (mengurangi bilangan negatif sama dengan menambah).
5. Gradien: $m = \dfrac{-30}{6} = -5$.

Cek ulang: tukar urutan titik: $\dfrac{35 - 5}{-4 - 2} = \dfrac{30}{-6} = -5$ ✓, hasilnya sama. Pada gambar di soal nomor 6, garis m turun dari kiri ke kanan, sesuai dengan gradien negatif ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✓ -5.
- B ✗ $-\frac{1}{5}$: **Jebakan:** pembilang dan penyebut tertukar ($\frac{6}{-30}$).
- C ✗ 1: tidak diperoleh dari selisih koordinat kedua titik.
- D ✗ $\frac{1}{5}$: **Jebakan:** ini gradien garis yang **tegak lurus** garis m (dipakai di soal nomor 8).
- E ✗ 5: **Jebakan:** urutan pengurangan berbeda di pembilang dan penyebut, misalnya $\frac{35-5}{2-(-4)}$.

Jawaban: A.

No. 8 Kunci: E

Yang diketahui: garis $y = px + q$ tegak lurus garis m (gradien -5, soal nomor 7) dan melalui titik $(1, 1)$. **Yang ditanya:** $p + q$.

Konsep 1: pada garis $y = px + q$, angka p adalah gradiennya.
Konsep 2 – Garis tegak lurus. Dua garis tegak lurus bila hasil kali gradiennya -1: $m_1 \times m_2 = -1$.
Konsep 3 – Titik pada garis. Titik $(1, 1)$ ada pada garis, jadi bila $x = 1$ dimasukkan, hasilnya $y = 1$.

Langkah penyelesaian:

1. Gradien garis m adalah -5.
2. Syarat tegak lurus: $p \times (-5) = -1$. Bagi kedua ruas dengan -5: $p = \dfrac{-1}{-5} = \dfrac{1}{5}$.
3. Masukkan titik $(1, 1)$: $1 = \dfrac{1}{5} \times 1 + q$, jadi $1 = \dfrac{1}{5} + q$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

4. Kurangi kedua ruas dengan $\frac{1}{5}$: $q = 1 - \frac{1}{5} = \frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

5. $p + q = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{5}{5} = 1$.

Cek ulang: garis $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$ di $x = 1$ memberi $y = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1$ ✓, dan $\frac{1}{5} \times (-5) = -1$ ✓.

Cara cepat (pakai setelah memahami cara lengkap): masukkan $(1, 1)$ ke $y = px + q$:
$1 = p \cdot 1 + q$, yaitu $p + q = 1$. Jadi untuk garis mana pun yang melalui $(1, 1)$, nilai $p + q$ pasti 1.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ -5: **Jebakan:** menuliskan gradien garis m sebagai jawaban.

• B ✗ -1, C ✗ $-\frac{3}{5}$, D ✗ $\frac{3}{5}$: **Jebakan:** nilai-nilai ini muncul bila q salah dihitung, misalnya salah memindahkan ruas sehingga $q = p - 1$. Bila garis benar melalui $(1, 1)$, maka $p + q = 1$.

• E ✓ 1.

Jawaban: E.

No. 9 Kunci: D

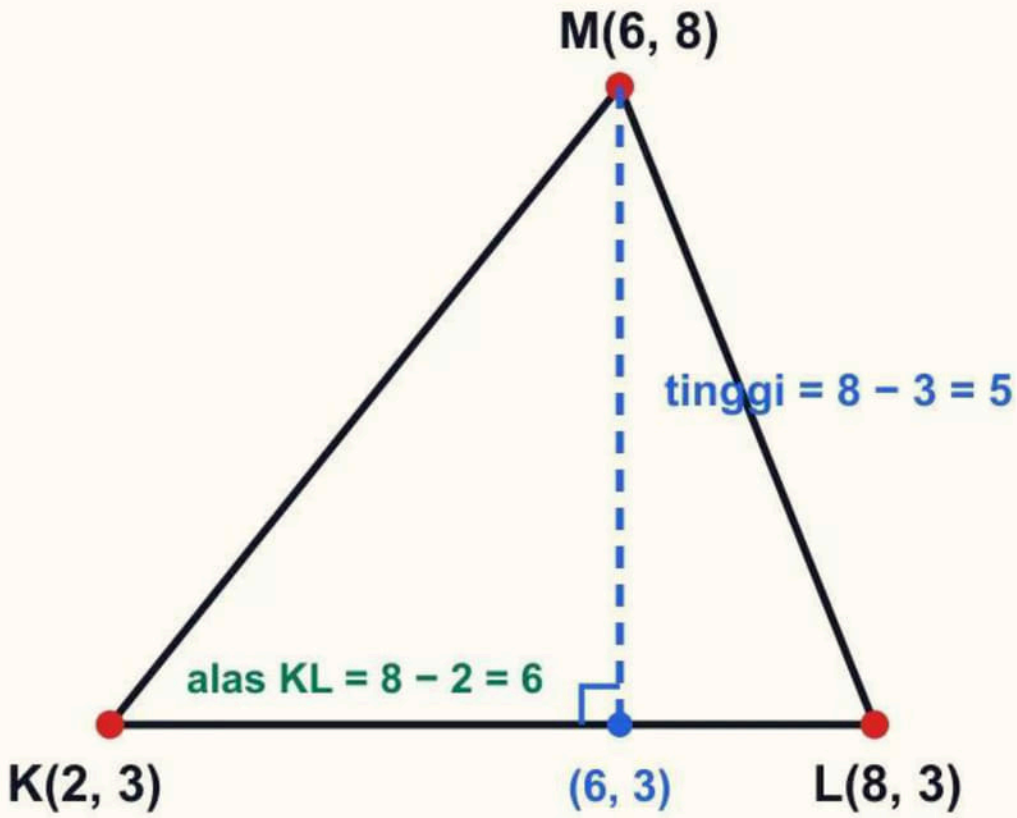
Yang diketahui: $K(2, 3)$, $L(8, 3)$, $M(6, 8)$. **Yang ditanya:** jarak titik M ke ruas garis KL.

Konsep – Jarak titik ke garis. Jarak titik ke garis adalah panjang ruas yang ditarik dari titik itu **tegak lurus** (membentuk sudut siku-siku) ke garis. Ini jarak terpendek, bukan jarak ke salah satu ujung garis.

Langkah penyelesaian:

1. Titik K dan L sama-sama punya $y = 3$, jadi ruas KL mendatar dan terletak pada garis $y = 3$.
2. Garis yang tegak lurus garis mendatar adalah garis tegak (vertikal). Tarik garis tegak dari $M(6, 8)$ ke bawah sampai $y = 3$. Titik kakinya $(6, 3)$.
3. Titik $(6, 3)$ berada di antara K ($x = 2$) dan L ($x = 8$), jadi kakinya tepat di ruas KL ✓.
4. Panjang ruas tegak dari $(6, 8)$ ke $(6, 3)$ adalah selisih y: $8 - 3 = 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: jarak M ke ujung-ujungnya lebih panjang:
$KM = \sqrt{(6-2)^2 + (8-3)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41} \approx 6{,}4$ dan
$LM = \sqrt{(8-6)^2 + (3-8)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29} \approx 5{,}4$. Keduanya lebih dari 5, sesuai bahwa jarak tegak lurus adalah yang terpendek ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ $\sqrt{41}$: **Jebakan:** ini panjang sisi miring KM, bukan jarak tegak lurus.
- B ✗ 6: **Jebakan:** ini panjang KL sendiri $(8-2)$.
- C ✗ $3\sqrt{29}$: **Jebakan:** bentuk akar yang mengecoh; $LM = \sqrt{29}$ adalah sisi miring, dan dikali 3 pun tidak ada dasarnya.
- D ✓ 5.
- E ✗ 3: **Jebakan:** mengambil $y_K = 3$ sebagai jarak.

Jawaban: D.

No. 10 Kunci: B

Yang ditanya: luas segitiga KLM.

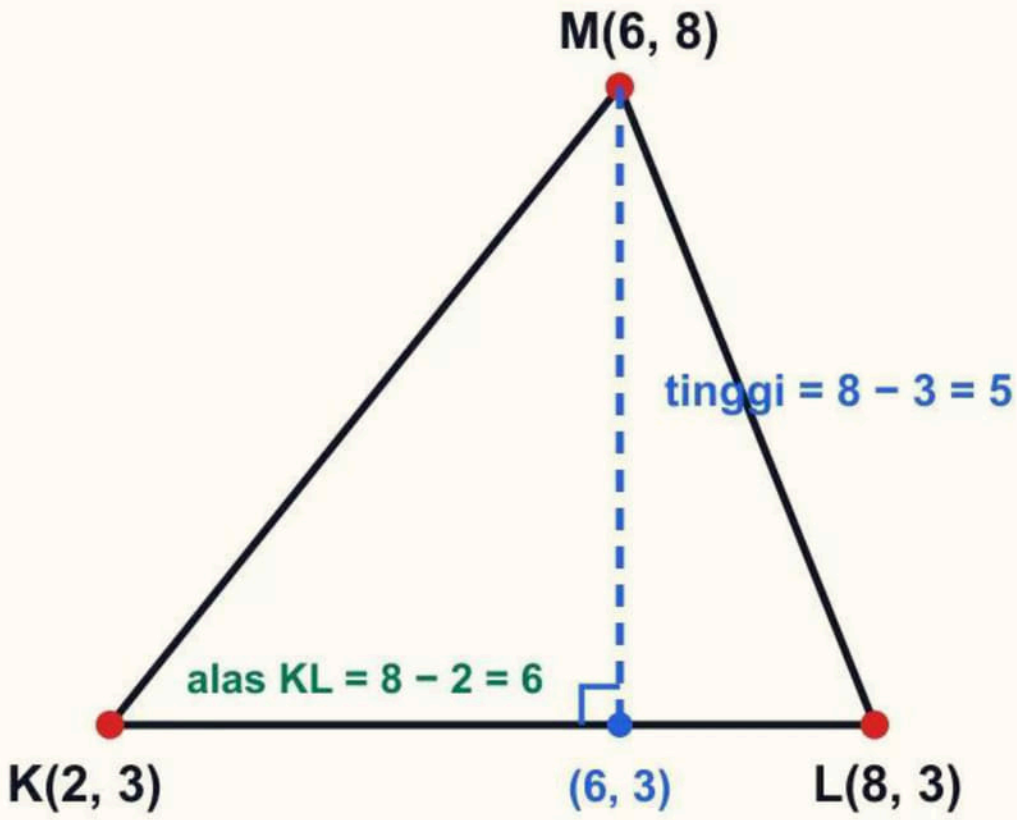
Konsep: luas segitiga $= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$. Tinggi harus **tegak lurus** alas. Pilih alas yang mendatar agar tingginya mudah dicari.

Langkah penyelesaian:

1. Pilih alas KL. Karena K dan L punya y sama, panjangnya selisih x: $KL = 8 - 2 = 6$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Tinggi = jarak M ke KL = 5 (soal nomor 9).
3. Luas $= \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = \frac{1}{2} \times 30 = 15$.



Cek ulang: segitiga ini berada di dalam persegi panjang x 2–8, y 3–8 yang luasnya $6 \times 5 = 30$. Segitiga dengan alas di sisi bawah dan puncak di sisi atas persegi panjang luasnya setengah persegi panjang itu: $30 \div 2 = 15$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 9: **Jebakan:** memakai tinggi 3 (nilai y titik K): $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$.
- B ✓ 15.
- C ✗ $3\sqrt{29}$: **Jebakan:** memakai sisi miring $LM = \sqrt{29}$ sebagai tinggi: $\frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{29}$.
- D ✗ 18: **Jebakan:** tinggi 3 yang salah dan lupa $\frac{1}{2}$: 6×3.
- E ✗ $3\sqrt{41}$: **Jebakan:** memakai sisi miring $KM = \sqrt{41}$ sebagai tinggi.

Jawaban: B.

No. 11 Kunci: D

Yang diketahui: volume limas $V = 30$, alasnya segitiga KLM. **Yang ditanya:** tinggi limas.

Konsep – Limas. Limas adalah bangun ruang dengan satu alas (di sini segitiga) dan sisi-sisi tegak berbentuk segitiga yang bertemu di satu titik puncak. Tinggi limas adalah jarak tegak lurus dari puncak ke bidang alas. Rumus volumenya:

$$V = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Luas alas = luas segitiga KLM = 15 (soal nomor 10).
2. Masukkan ke rumus: $30 = \frac{1}{3} \times 15 \times t$.
3. Hitung $\frac{1}{3} \times 15 = 5$. Persamaan menjadi $30 = 5 \times t$.
4. Bagi kedua ruas dengan 5: $t = 30 \div 5 = 6$.

Cek ulang: $\frac{1}{3} \times 15 \times 6 = 5 \times 6 = 30$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 2: **Jebakan:** lupa faktor $\frac{1}{3}$, menghitung $t = 30 \div 15$.

• B ✗ $\frac{30}{41}\sqrt{41}$: **Jebakan:** memakai luas alas yang salah $3\sqrt{41}$ (dari sisi miring KM sebagai tinggi alas): $t = \frac{90}{3\sqrt{41}} = \frac{30}{41}\sqrt{41}$.

• C ✗ $\frac{20}{29}\sqrt{29}$: bentuk akar yang mengecoh; bila dimasukkan, volumenya $\frac{100}{29}\sqrt{29} \approx 18{,}6$, bukan 30.

• D ✓ 6.

• E ✗ 10: **Jebakan:** menghitung $t = 30 \div 3$ (membagi volume dengan 3 dan melupakan luas alas).

Jawaban: D.

No. 12 Kunci: A

Yang ditanya: bilangan mana saja yang merupakan faktor persekutuan dari $49^2 + 49$ dan $12^2 - 2^2$.

Konsep:

• **Faktor** (pembagi) suatu bilangan adalah bilangan yang membaginya tanpa sisa. Contoh: faktor 12 adalah $1, 2, 3, 4, 6, 12$.

• **Faktor persekutuan** dua bilangan adalah bilangan yang membagi **keduanya** tanpa sisa.

• **FPB** (faktor persekutuan terbesar) adalah faktor persekutuan yang paling besar. Semua faktor persekutuan adalah faktor dari FPB.

Langkah penyelesaian:

1. Bilangan pertama: $49^2 + 49 = 49 \times 49 + 49 \times 1 = 49 \times (49 + 1) = 49 \times 50 = 2450$.
2. Bilangan kedua: $12^2 - 2^2 = 144 - 4 = 140$.
3. Faktorisasi prima (pecah menjadi perkalian bilangan prima):
   • $2450 = 49 \times 50 = (7 \times 7) \times (2 \times 5 \times 5) = 2 \times 5^2 \times 7^2$.
   • $140 = 10 \times 14 = (2 \times 5) \times (2 \times 7) = 2^2 \times 5 \times 7$.
4. FPB: ambil faktor prima yang ada di **kedua** bilangan dengan pangkat **terkecil**: $2^1, 5^1, 7^1$. Jadi FPB $= 2 \times 5 \times 7 = 70$.
5. Uji setiap pilihan: apakah membagi 70 tanpa sisa?

Pilihan	Dibagi ke 70	Membagi 2450?	Membagi 140?	Faktor persekutuan?
(1) 10	$70 \div 10 = 7$	245 ✓	14 ✓	ya
(2) 14	$70 \div 14 = 5$	175 ✓	10 ✓	ya
(3) 35	$70 \div 35 = 2$	70 ✓	4 ✓	ya
(4) 50	1 sisa 20	49 ✓	2 sisa 40 ✗	tidak

6. Yang benar: pernyataan (1), (2), dan (3).

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1), (2), (3).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

- B ✗: melewatkan 14, padahal 14 membagi kedua bilangan.
- C ✗: memasukkan 50 dan melewatkan 10 dan 35.
- D ✗: **Jebakan:** 50 memang membagi 2450, tetapi **tidak** membagi 140.
- E ✗: 50 bukan faktor persekutuan.

Jawaban: A.

No. 13 Kunci: B

Yang ditanya: nilai $f(3)$ yang **tidak mungkin**.

Konsep:
- $a < f(x) < b$ artinya $f(x)$ **lebih dari** a **dan kurang dari** b.
- Tanda $<$ tidak termasuk "sama dengan". Jadi $f(x)$ tidak boleh sama dengan a atau b.
- $3x^2$ artinya $3 \times (x^2)$, bukan $(3x)^2$.

Langkah penyelesaian:
1. Syarat $x \leq 4$ terpenuhi karena $3 \leq 4$, jadi aturan berlaku untuk $x = 3$.
2. Batas bawah: $3^{x-1} = 3^{3-1} = 3^2 = 3 \times 3 = 9$.
3. Batas atas: $3x^2 + 1 = 3 \times 3^2 + 1 = 3 \times 9 + 1 = 27 + 1 = 28$.
4. Jadi $9 < f(3) < 28$: $f(3)$ harus lebih dari 9 dan kurang dari 28.
5. Uji setiap pilihan:
- (1) 7: kurang dari 9 → **tidak mungkin**.
- (2) 12: lebih dari 9 dan kurang dari 28 → mungkin.
- (3) 9: sama dengan 9, padahal harus **lebih** dari 9 → **tidak mungkin**.
- (4) 24: lebih dari 9 dan kurang dari 28 → mungkin.

6. Yang tidak mungkin: (1) dan (3).

Analisis tiap opsi:
- A ✗: memasukkan 12, padahal 12 mungkin.
- B ✓ (1) dan (3).
- C ✗: **Jebakan:** terbalik, memilih nilai yang justru mungkin.
- D ✗: $24 < 28$, jadi 24 mungkin.
- E ✗: tidak semua nilai mustahil.

Jawaban: B.

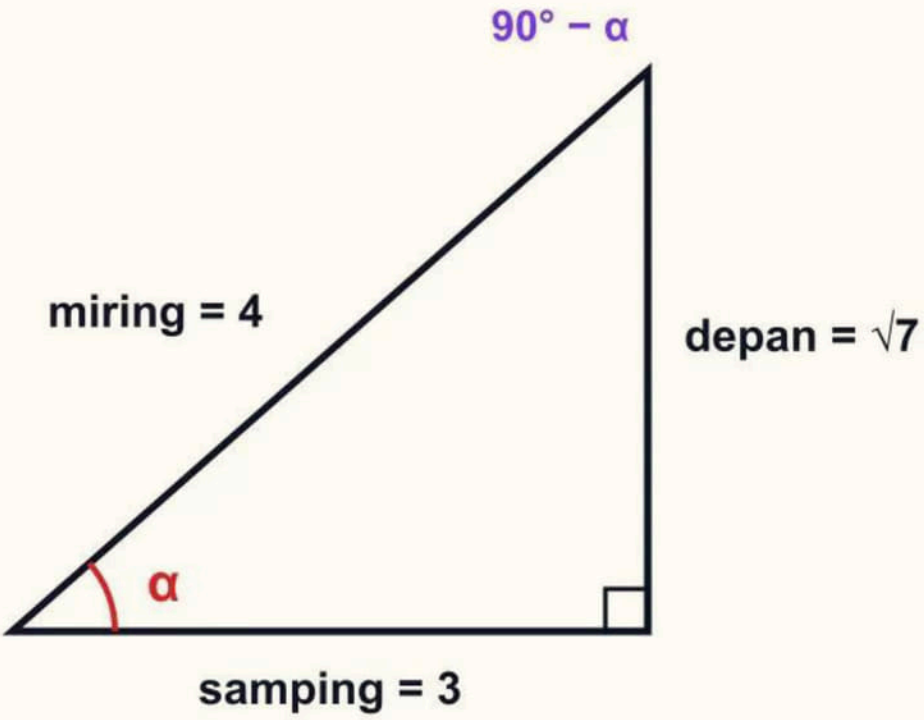
No. 14 Kunci: C

Yang diketahui: α sudut lancip dan $\cos\alpha = \frac{3}{4}$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep – Perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku dengan sudut α:
- $\sin\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}, \cos\alpha = \dfrac{\text{samping}}{\text{miring}}, \tan\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}}$.
- Teorema Pythagoras: $\text{miring}^2 = \text{depan}^2 + \text{samping}^2$.
- Sudut $90^\circ - \alpha$ adalah sudut lancip yang lain di segitiga yang sama. Untuk sudut itu, sisi depan dan sisi samping **bertukar**.

Langkah penyelesaian:
1. $\cos\alpha = \frac{3}{4}$, jadi samping $= 3$ dan miring $= 4$.
2. Cari sisi depan: $\text{depan}^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$, jadi depan $= \sqrt{7}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ dan $\tan\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

4. Untuk sudut $90^\circ - \alpha$: depan $= 3$, samping $= \sqrt{7}$, jadi $\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{3}{\sqrt{7}}$.

5. Uji setiap pernyataan:

• (1) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{7}}$? Tidak, $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Lagi pula $\frac{4}{\sqrt{7}}$ lebih dari 1 (karena $4 > \sqrt{7} \approx 2{,}65$), padahal nilai sinus tidak pernah lebih dari 1 → **salah**.

• (2) $\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{3}{\sqrt{7}}$ → **benar**.

• (3) Bandingkan $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ dan $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Penyebutnya sama, jadi bandingkan 3 dan $\sqrt{7}$. Karena $3 = \sqrt{9}$ dan $\sqrt{9} > \sqrt{7}$, maka $\cos\alpha > \sin\alpha$. Pernyataan "$\cos\alpha < \sin\alpha$" → **salah**.

• (4) $\tan\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$ → **benar**.

6. Yang benar: (2) dan (4).

Analisis tiap opsi:

• A ✗: memasukkan (1) dan (3) yang salah.

• B ✗: **Jebakan:** (1) memakai kebalikan sinus; (3) tertukar antara cos dan sin.

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗: melewatkan (2) yang benar.

• E ✗: ada dua pernyataan yang salah.

Jawaban: C.

No. 15 Kunci: D

Yang ditanya: apakah $\frac{L_2}{L_1}$ lebih dari, kurang dari, atau sama dengan $\frac{1}{3}$.

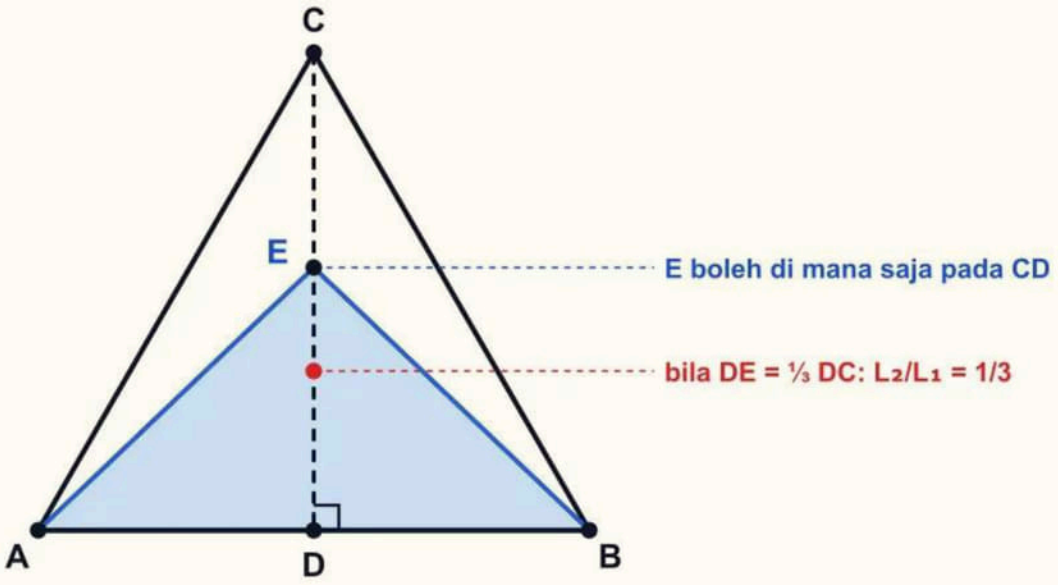
Konsep:

• Pada segitiga sama sisi, garis dari satu titik sudut ke titik tengah sisi di depannya **tegak lurus** sisi itu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Jadi CD adalah tinggi segitiga ABC.
• Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi.
• Soal perbandingan kuantitas: bila P bisa lebih besar **dan** bisa lebih kecil dari Q (tergantung hal yang tidak diketahui), jawabannya "tidak dapat ditentukan".

Langkah penyelesaian:
1. Hitung tinggi CD. Segitiga ADC siku-siku di D dengan $AC = 4$ dan $AD = 2$ (setengah dari AB): $CD^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$, jadi $CD = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
2. $L_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.
3. Titik E ada pada CD. Karena CD tegak lurus AB, tinggi segitiga ABE adalah DE. Misalkan $DE = h$. Nilai h bisa dari 0 (bila E di D) sampai $2\sqrt{3}$ (bila E di C).
4. $L_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times h = 2h$.
5. $P = \dfrac{L_2}{L_1} = \dfrac{2h}{4\sqrt{3}} = \dfrac{h}{2\sqrt{3}} = \dfrac{DE}{DC}$. Artinya, P adalah perbandingan tinggi E terhadap tinggi C.



Luas ABE (biru) = ½ × AB × DE; makin tinggi E, makin besar luasnya

6. Coba tiga letak E:
• E di tengah CD: $\frac{DE}{DC} = \frac{1}{2}$, jadi $P = \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$.
• E dekat D, misalnya $DE = \frac{1}{10}DC$: $P = \frac{1}{10} < \frac{1}{3}$.
• $DE = \frac{1}{3}DC$ (titik berat segitiga): $P = \frac{1}{3}$, sama dengan Q.
7. Ketiga hubungan bisa terjadi, dan soal tidak menyebutkan letak E. Jadi hubungan P dan Q tidak dapat ditentukan.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: hanya benar bila E lebih tinggi dari $\frac{1}{3}$ tinggi CD.
• B ✗: hanya benar bila E lebih rendah dari $\frac{1}{3}$ tinggi CD.
• C ✗: **Jebakan:** menganggap E adalah titik berat, padahal soal tidak menyebutnya.
• D ✓ tidak dapat ditentukan.

Jawaban: D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 16 Kunci: A

Yang ditanya: hubungan P (hasil operasi dengan bilangan prima a) dan $Q = 3$.

Konsep:

• **Operasi baru:** cocokkan setiap angka dengan huruf di posisi yang sama pada definisi, lalu masukkan ke rumus.

• **Bilangan prima:** bilangan asli lebih dari 1 yang faktornya hanya 1 dan dirinya sendiri: $2, 3, 5, 7, 11, \ldots$ Prima terkecil adalah 2.

Langkah penyelesaian:

1. Cocokkan posisi:
• baris atas $x, t, b \leftrightarrow 3, 7, 5 \rightarrow x = 3, t = 7, b = 5$;
• baris tengah $y \leftrightarrow 6 \rightarrow y = 6$;
• baris bawah $u, c \leftrightarrow a, 2 \rightarrow u = a, c = 2$.
2. Bagian pertama rumus: $u \cdot c \cdot x - t \cdot u - u = a \cdot 2 \cdot 3 - 7 \cdot a - a = 6a - 7a - a$.
3. Sederhanakan: $6a - 7a = -a$, lalu $-a - a = -2a$.
4. Bagian kedua rumus: $b - y = 5 - 6 = -1$.
5. $P = (-2a) \times (-1) = 2a$ (negatif kali negatif hasilnya positif).
6. Karena a prima, nilai a paling kecil 2. Jadi $P = 2a$ paling kecil $2 \times 2 = 4$. Contoh: $a = 2 \Rightarrow P = 4$; $a = 3 \Rightarrow P = 6$; $a = 5 \Rightarrow P = 10$.
7. $Q = 3$. Nilai P yang paling kecil pun (4) sudah lebih dari 3. Jadi $P > Q$ untuk setiap bilangan prima a.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ P lebih dari Q.
• B ✗ : **Jebakan:** salah urutan pengurangan $(6 - 5 = 1)$ sehingga $P = -2a$ menjadi negatif.
• C ✗ : $P = 3$ hanya terjadi bila $a = 1{,}5$, padahal a prima.
• D ✗ : **Jebakan:** merasa nilai a tidak diketahui, padahal syarat "prima" sudah menjamin $a \geq 2$.

Jawaban: A.

No. 17 Kunci: B

Yang ditanya: hubungan $P = z^2 - (x^2 + y^2)$ dengan $Q = 17$.

Konsep:

• **Eliminasi:** dua persamaan yang dikurangkan dapat menghilangkan variabel yang sama.
• **Bilangan kuadrat tidak pernah negatif:** $x^2 \geq 0$ untuk setiap bilangan x (contoh: $3^2 = 9$, $(-3)^2 = 9, 0^2 = 0$).

Langkah penyelesaian:

1. Perhatikan persamaan kedua dan ketiga. Persamaan ketiga sama dengan persamaan kedua ditambah $2f$. Kurangkan persamaan ketiga dengan persamaan kedua:
$(2d + 5e + 2f) - (2d + 5e) = 4 - (-4)$, sehingga $2f = 8$ dan $f = 4$. Jadi $z = 4$.
2. Masukkan $f = 4$ ke persamaan pertama: $4d + 10e - 4 = -12$, jadi $4d + 10e = -8$. Bagi kedua ruas dengan 2: $2d + 5e = -4$. Ini **sama persis** dengan persamaan kedua.
3. Jadi untuk d dan e hanya ada satu syarat, yaitu $2d + 5e = -4$. Satu persamaan dengan dua variabel punya banyak solusi. Contoh: $d = -2, e = 0$ (karena $2(-2) + 0 = -4$ ✓) dan $d = 3, e = -2$ (karena $6 - 10 = -4$ ✓). Artinya x dan y **tidak tunggal**.
4. Walaupun x dan y tidak tunggal, kita tetap bisa membandingkan.
$P = z^2 - (x^2 + y^2) = 4^2 - (x^2 + y^2) = 16 - (x^2 + y^2)$.
5. Karena $x^2 \geq 0$ dan $y^2 \geq 0$, jumlahnya $x^2 + y^2 \geq 0$. Mengurangi 16 dengan bilangan yang tidak negatif memberi hasil paling besar 16. Jadi $P \leq 16$.
6. $Q = 17$, dan $P \leq 16 < 17$. Jadi $P < Q$ untuk **setiap** solusi.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang dengan contoh: $d=-2, e=0$: $P=16-(4+0)=12<17$ ✓. $d=3, e=-2$: $P=16-(9+4)=3<17$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗: P tidak pernah lebih dari 16.
- B ✓ P kurang dari Q.
- C ✗: $P=17$ membutuhkan $x^2+y^2=-1$, dan itu mustahil.
- D ✗: **Jebakan:** melihat x dan y tidak tunggal lalu menyimpulkan "tidak dapat ditentukan", padahal $P<17$ untuk semua solusi.

Jawaban: B.

Catatan penyusun: sumber teks memakai huruf c pada persamaan pertama dan kedua; di sini ditulis e agar sesuai dengan variabel d, e, f pada soal.

No. 18 Kunci: E

Yang diketahui: data $1, 4, 7, 3, b, 8$ dengan rata-rata $5\frac{1}{3}$; jangkauan dikurangi rata-rata sama dengan $\frac{Q}{15}$. **Yang ditanya:** Q.

Konsep:

- **Rata-rata** $=\dfrac{\text{jumlah semua data}}{\text{banyak data}}$, sehingga jumlah data = rata-rata × banyak data.
- **Jangkauan** = data terbesar − data terkecil.
- **Pecahan campuran:** $5\frac{1}{3}=\dfrac{5\times 3+1}{3}=\dfrac{16}{3}$.

Langkah penyelesaian:

1. Ubah rata-rata: $5\frac{1}{3}=\frac{16}{3}$.
2. Jumlah semua data $=\frac{16}{3}\times 6=\frac{96}{3}=32$.
3. Jumlah data yang sudah diketahui: $1+4+7+3+8=23$.
4. $b=32-23=9$.
5. Urutkan data: $1, 3, 4, 7, 8, 9$. Terbesar 9, terkecil 1. Jangkauan $=9-1=8$.
6. Jangkauan dikurangi rata-rata: $8-\frac{16}{3}$. Samakan penyebut: $8=\frac{24}{3}$. Jadi $\frac{24}{3}-\frac{16}{3}=\frac{8}{3}$.
7. $\frac{Q}{15}=\frac{8}{3}$. Kalikan kedua ruas dengan 15: $Q=\frac{8}{3}\times 15=8\times 5=40$.

Cek ulang: dengan $b=9$, rata-rata $=\frac{1+4+7+3+9+8}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$ ✓; dan $\frac{40}{15}=\frac{8}{3}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 8: **Jebakan:** berhenti di jangkauan.
- B ✗ 16: **Jebakan:** memakai pembilang rata-rata ($\frac{16}{3}$).
- C ✗ 24: **Jebakan:** mengambil pembilang $\frac{24}{3}$ (nilai 8 yang diubah penyebutnya) sebagai jawaban.
- D ✗ 32: **Jebakan:** ini jumlah semua data.
- E ✓ 40.

Jawaban: E.

No. 19 Kunci: E

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu a_{2025} genap atau tidak.

Konsep:

- **Genap dan ganjil:** genap ± genap = genap; ganjil ± ganjil = genap; genap ± ganjil = ganjil.
- **Barisan aritmetika dengan beda -3:** setiap suku berikutnya = suku sebelumnya dikurangi 3.
- **Soal kecukupan data:** sebuah pernyataan "cukup" bila dengan pernyataan itu jawaban pertanyaan menjadi pasti (pasti "ya" atau pasti "tidak").

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Karena 3 ganjil, mengurangi 3 selalu mengubah genap menjadi ganjil dan ganjil menjadi genap. Contoh $a_1 = 10$: barisannya $10, 7, 4, 1, \ldots$ (genap, ganjil, genap, ganjil, ...).
2. Jadi suku urutan ganjil $(a_1, a_3, a_5, \ldots)$ sejenis dengan a_1, sedangkan suku urutan genap kebalikannya. Karena 2025 ganjil, a_{2025} sejenis dengan a_1. Pertanyaannya sama dengan: "apakah a_1 genap?"
3. **Uji pernyataan (1).** $a_2 = a_1 - 3$, jadi $a_1 + a_2 = a_1 + a_1 - 3 = 2a_1 - 3$. Bilangan $2a_1$ selalu genap, dan genap dikurangi 3 (ganjil) hasilnya ganjil. Jadi $a_1 + a_2$ **selalu ganjil**, berapa pun a_1.
Contoh: $a_1 = 10 \to 10 + 7 = 17$ (ganjil); $a_1 = 11 \to 11 + 8 = 19$ (ganjil).
Pernyataan (1) benar untuk a_1 genap maupun ganjil, jadi tidak membantu → **tidak cukup**.
4. **Uji pernyataan (2).** $a_2 + a_3 = (a_1 - 3) + (a_1 - 6) = 2a_1 - 9$, juga **selalu ganjil → tidak cukup**.
5. **Gabungan (1) dan (2).** Keduanya selalu benar untuk a_1 berapa pun, jadi digabung pun kita tetap tidak tahu a_1 genap atau ganjil → **tidak cukup**.

Analisis tiap opsi:

• A, B, dan D ✗ : **Jebakan:** mengira pernyataan memberi informasi genap/ganjil, padahal jumlah dua suku berurutan barisan ini selalu ganjil.
• C ✗ : gabungan tidak menambah informasi.
• E ✓ kedua pernyataan tidak cukup.

Jawaban: E.

No. 20 Kunci: D

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu ada atau tidaknya bilangan real r dengan $f(r) = g(r)$.

Konsep:

• **Diskriminan:** persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$ punya penyelesaian bilangan real bila diskriminan $D = B^2 - 4AC \geq 0$.
• **Bilangan asli:** $1, 2, 3, \ldots$ (bulat dan positif).

Langkah penyelesaian:

1. Tulis $f(r) = g(r)$: $2r^2 + br = r^2 - d$.
2. Pindahkan semua ke ruas kiri: $2r^2 - r^2 + br + d = 0$, yaitu $r^2 + br + d = 0$. Di sini $A = 1$, $B = b, C = d$.
3. Diskriminan: $D = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot d = b^2 - 4d$. Pertanyaannya menjadi: apakah $b^2 - 4d \geq 0$?
4. **Uji pernyataan (1):** $b - 5d = 0$, jadi $b = 5d$. Maka $D = (5d)^2 - 4d = 25d^2 - 4d = d(25d - 4)$.
Karena $d \geq 1$: d positif, dan $25d - 4 \geq 25 - 4 = 21$ juga positif. Positif kali positif hasilnya positif, jadi $D > 0$ dan r **pasti ada → cukup**.
Contoh: $d = 1, b = 5$: $D = 25 - 4 = 21 > 0$.
5. **Uji pernyataan (2):** $b > d + 1$. Karena b dan d bilangan bulat, $b > d + 1$ berarti $b \geq d + 2$.
Maka $b^2 \geq (d + 2)^2 = d^2 + 4d + 4$, sehingga $D = b^2 - 4d \geq d^2 + 4d + 4 - 4d = d^2 + 4$.
Nilai $d^2 + 4$ selalu positif, jadi $D > 0$ dan r **pasti ada → cukup**.
Contoh: $d = 1, b = 3$: $D = 9 - 4 = 5 > 0$.
6. Pernyataan (1) saja cukup dan pernyataan (2) saja juga cukup.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ dan B ✗ : **Jebakan:** menganggap salah satu pernyataan kurang, padahal masing-masing menjamin $D > 0$.
• C ✗ : tidak perlu digabung.
• D ✓ masing-masing cukup.
• E ✗ : **Jebakan:** tidak menyusun persamaan kuadrat dan diskriminannya.

Jawaban: D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Simulasi 3 — Soal Asli SNBT 2026

No. 1 Kunci: 480

Yang diketahui: enam digit $1, 2, 3, 4, 5, 7$, masing-masing dipakai tepat satu kali. **Yang ditanya:** banyak susunan (permutasi) yang digit genapnya tidak berdampingan.

Konsep 1 – Permutasi. Permutasi adalah susunan berurutan; urutan diperhatikan. Banyak cara menyusun n benda berbeda dalam satu baris adalah $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$ (dibaca "n faktorial").
Contoh kecil: huruf A, B, C dapat disusun $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ cara, yaitu ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Konsep 2 – Genap dan ganjil. Digit genap habis dibagi 2. Di antara $1, 2, 3, 4, 5, 7$, digit genapnya hanya 2 dan 4. Empat digit lainnya $(1, 3, 5, 7)$ ganjil.

Konsep 3 – Cara sisip (celah). Agar dua benda tidak berdampingan, susun dulu benda-benda lain, lalu sisipkan benda yang dilarang berdampingan ke **celah yang berbeda**. Satu celah hanya diisi satu benda, sehingga kedua benda itu pasti dipisahkan oleh benda lain.

Langkah penyelesaian (cara sisip):
1. Susun dulu empat digit ganjil $1, 3, 5, 7$. Banyak caranya $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.
2. Empat digit dalam satu baris membentuk 5 celah: satu celah sebelum digit pertama, tiga celah di antara digit, dan satu celah sesudah digit terakhir. Polanya: _ 1 _ 3 _ 5 _ 7 _.



3. Masukkan digit 2 ke salah satu celah: ada 5 pilihan.
4. Masukkan digit 4 ke celah lain. Celah yang sudah berisi 2 tidak boleh dipakai, karena nanti 2 dan 4 bersebelahan. Jadi tersisa 4 pilihan.
5. Banyak cara menempatkan 2 dan $4 = 5 \times 4 = 20$. Ini sama dengan permutasi $P(5, 2) = \dfrac{5!}{3!} = 5 \times 4 = 20$. Urutan diperhatikan, karena "2 di celah 1, 4 di celah 3" menghasilkan bilangan yang berbeda dengan "4 di celah 1, 2 di celah 3".
6. Kaidah perkalian: langkah pertama (24 cara) diikuti langkah kedua (20 cara), sehingga totalnya $24 \times 20 = 480$.

Cek ulang (cara komplemen = semua dikurangi yang dilarang):
1. Semua susunan tanpa syarat: $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$.
2. Susunan yang 2 dan 4 berdampingan: anggap "2 4" sebagai satu blok. Sekarang ada 5 benda (blok dan $1, 3, 5, 7$) yang disusun dalam $5! = 120$ cara. Di dalam blok, urutannya bisa "2 4" atau "4 2", yaitu 2 cara. Jadi ada $2 \times 120 = 240$ susunan yang berdampingan.
3. Yang tidak berdampingan $= 720 - 240 = 480$ ✓, sama dengan hasil cara sisip.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 240: itu banyak susunan yang **berdampingan**, padahal yang ditanya yang **tidak** berdampingan.
• Menjawab 600: lupa bahwa isi blok bisa "2 4" atau "4 2", sehingga yang dikurangkan hanya 120 ($720 - 120 = 600$).
• Menjawab 240 lewat cara sisip: memakai kombinasi $C(5, 2) = 10$ (lupa 2 dan 4 bisa bertukar celah), sehingga $24 \times 10 = 240$.

Jawaban: 480.

No. 2 Kunci: 144

Yang diketahui: enam huruf berbeda A, I, O, B, C, D, masing-masing dipakai satu kali. **Yang ditanya:** banyak susunan yang huruf vokalnya tidak berdampingan.

Konsep 1 – Vokal dan konsonan. Huruf vokal adalah A, I, U, E, O. Di soal ini vokalnya A, I, O (3 huruf), sedangkan konsonannya B, C, D (3 huruf).

Konsep 2 – Arti "vokal tidak berdampingan". Tidak boleh ada **dua** vokal yang bersebelahan. Contoh: ABICOD boleh (setiap vokal dipisah konsonan). ABCIOD tidak boleh, karena I dan O bersebelahan.

Konsep 3 – Cara sisip. Susun dulu konsonan, lalu taruh setiap vokal di celah yang berbeda. Karena satu celah hanya berisi satu vokal, dua vokal pasti dipisah konsonan.

Konsep 4 – Permutasi $P(n, r)$. Banyak cara mengisi r tempat secara berurutan dengan r benda berbeda yang dipilih dari n tempat: $P(n, r) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$. Contoh kecil: $P(4, 2) = \dfrac{4!}{2!} = 4 \times 3 = 12$.

Langkah penyelesaian:
1. Susun tiga konsonan B, C, D: $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ cara.
2. Tiga konsonan dalam satu baris membentuk 4 celah: _ B _ C _ D _ (sebelum B, antara B dan C, antara C dan D, sesudah D).



3. Vokal A memilih celah: 4 pilihan. Vokal I memilih celah lain: 3 pilihan. Vokal O memilih celah yang belum terisi: 2 pilihan. Jadi cara menempatkan vokal $= 4 \times 3 \times 2 = 24 = P(4, 3)$.
4. Kaidah perkalian: total $= 6 \times 24 = 144$.

Cek ulang (lewat pola posisi): beri nomor posisi 1 sampai 6. Tiga vokal harus menempati tiga posisi yang tidak bersebelahan. Pola yang mungkin hanya $(1, 3, 5)$, $(1, 3, 6)$, $(1, 4, 6)$, dan $(2, 4, 6)$, yaitu 4 pola. Untuk setiap pola, vokal disusun $3! = 6$ cara dan konsonan mengisi tiga posisi sisanya $3! = 6$ cara. Totalnya $4 \times 6 \times 6 = 144$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 24: memakai kombinasi $C(4,3) = 4$ untuk memilih celah (lupa urutan vokal), lalu $6 \times 4 = 24$.
• Menjawab 576: menghitung $6! - 3! \times 4! = 720 - 144$. Cara ini hanya membuang susunan yang **ketiga** vokalnya menempel menjadi satu blok; susunan seperti ABCIOD (dua vokal bersebelahan) masih ikut terhitung.
• Menjawab 36: menganggap hanya ada 3 celah (lupa celah paling depan atau paling belakang), sehingga $3! \times 3! = 36$.

Jawaban: 144.

No. 3 Kunci: A

Yang diketahui: grid 5×5. Setiap baris (dibaca dari kiri ke kanan) dan setiap kolom (dibaca dari atas ke bawah) membentuk satu persamaan. **Yang ditanya:** $Q + P$.

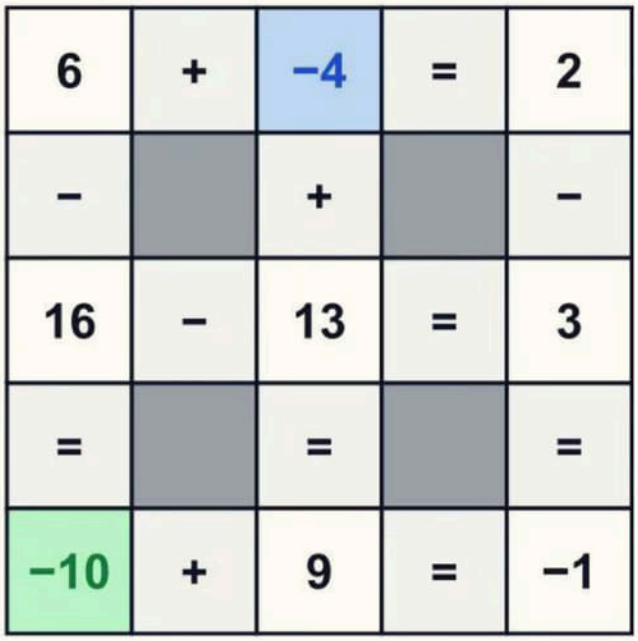
Konsep 1 – Membaca grid. Baca isi kotak satu per satu sesuai arah. Baris 1 berbunyi $6 + P = 2$. Kolom 1 (dari atas ke bawah) berbunyi $6 - 16 = Q$. Kotak abu-abu tua kosong dilewati saja.

Konsep 2 – Mencari bilangan yang belum diketahui. Lakukan operasi yang sama pada kedua ruas. Contoh kecil: $5 + x = 8$; kurangi kedua ruas dengan 5, maka $x = 8 - 5 = 3$.

Konsep 3 – Bilangan bulat negatif. $2 - 6$ artinya dari 2 mundur 6 langkah pada garis bilangan, hasilnya -4. Menambah bilangan negatif sama dengan mengurangi: $-10 + (-4) = -10 - 4 = -14$.

Langkah penyelesaian:
1. Tulis semua persamaan pada grid:
• Baris 1: $6 + P = 2$.
• Baris 3: $16 - 13 = 3$.
• Baris 5: $Q + 9 = -1$.
• Kolom 1: $6 - 16 = Q$.
• Kolom 3: $P + 13 = 9$.
• Kolom 5: $2 - 3 = -1$.
2. Dari baris 1, kurangi kedua ruas dengan 6: $P = 2 - 6 = -4$.
3. Dari kolom 1: $Q = 6 - 16 = -10$.
4. $Q + P = -10 + (-4) = -14$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: masukkan $P = -4$ dan $Q = -10$ ke persamaan yang belum dipakai.
• Kolom 3: $P + 13 = -4 + 13 = 9$ ✓.
• Baris 5: $Q + 9 = -10 + 9 = -1$ ✓.
• Baris 3 dan kolom 5 (tanpa huruf): $16 - 13 = 3$ ✓ dan $2 - 3 = -1$ ✓.
Semua persamaan terpenuhi.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ -14.
• B ✗ -10: **Jebakan:** ini nilai Q saja; P lupa ditambahkan.
• C ✗ -4: **Jebakan:** ini nilai P saja.
• D ✗ 6: **Jebakan:** menghitung $P - Q = -4 - (-10) = 6$, padahal yang ditanya $Q + P$.
• E ✗ 14: **Jebakan:** tanda negatif hilang (mengira $P = 4$ dan $Q = 10$).

Jawaban: A.

No. 4 Kunci: B

Yang diketahui: $f(x) = ax + b - 1$; grafiknya melalui titik $(1, 5)$ dan $(3, 15)$. **Yang ditanya:** $a + b$.

Konsep 1 – Titik pada grafik. Titik (p, q) terletak pada grafik f artinya bila $x = p$ dimasukkan ke rumus, hasilnya q; ditulis $f(p) = q$. Contoh: titik $(1, 5)$ berarti $f(1) = 5$.

Konsep 2 – Eliminasi. Bila dua persamaan memuat suku yang sama, kurangkan keduanya agar suku itu hilang. Contoh kecil: $3x + y = 10$ dan $x + y = 4$; dikurangkan menjadi $2x = 6$, jadi $x = 3$.

Langkah penyelesaian:
1. Dari titik $(1, 5)$: $f(1) = a \cdot 1 + b - 1 = 5$, yaitu $a + b - 1 = 5$ ... (i).
2. Dari titik $(3, 15)$: $f(3) = a \cdot 3 + b - 1 = 15$, yaitu $3a + b - 1 = 15$ ... (ii).
3. Kurangkan (ii) dengan (i): $(3a + b - 1) - (a + b - 1) = 15 - 5$. Suku b dan -1 saling menghapus, tersisa $2a = 10$, jadi $a = 5$.
4. Masukkan $a = 5$ ke (i): $5 + b - 1 = 5$, yaitu $b + 4 = 5$, sehingga $b = 1$.
5. $a + b = 5 + 1 = 6$.

Cara cepat (pakai setelah memahami cara lengkap): persamaan (i) sudah memuat $a + b$. Tambahkan 1 ke kedua ruas $a + b - 1 = 5$, hasilnya $a + b = 6$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: dengan $a = 5$ dan $b = 1$, fungsinya $f(x) = 5x + 1 - 1 = 5x$. Maka $f(1) = 5$ ✓ dan $f(3) = 15$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 1: **Jebakan:** menuliskan nilai b saja.
- B ✓ 6.
- C ✗ 11: bila $a + b = 11$, maka $f(1) = a + b - 1 = 10$, bukan 5.
- D ✗ 13: bila $a + b = 13$, maka $f(1) = 12$, bukan 5.
- E ✗ 15: **Jebakan:** menuliskan nilai $f(3)$ dari titik kedua.

Jawaban: B.

No. 5 Kunci: B

Yang diketahui: $f(x) = x^2 - bx + 11$ melalui $(1, 6)$, $(a, 3)$, dan $(a + 3, 6)$. **Yang ditanya:** $a \cdot b$.

Konsep 1 – Titik pada grafik. Titik (p, q) pada grafik artinya $f(p) = q$.

Konsep 2 – Kuadrat sempurna. $(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3) = x^2 - 3x - 3x + 9 = x^2 - 6x + 9$. Jadi bentuk $x^2 - 6x + 9$ dapat ditulis $(x - 3)^2$.

Konsep 3 – Simetri parabola. Grafik $f(x) = (x - h)^2 + k$ berbentuk parabola dengan titik puncak (h, k) dan sumbu simetri garis tegak $x = h$. Dua titik **berbeda** pada parabola yang nilai y-nya sama letaknya simetris terhadap sumbu itu, sehingga titik tengah kedua nilai x-nya adalah h.

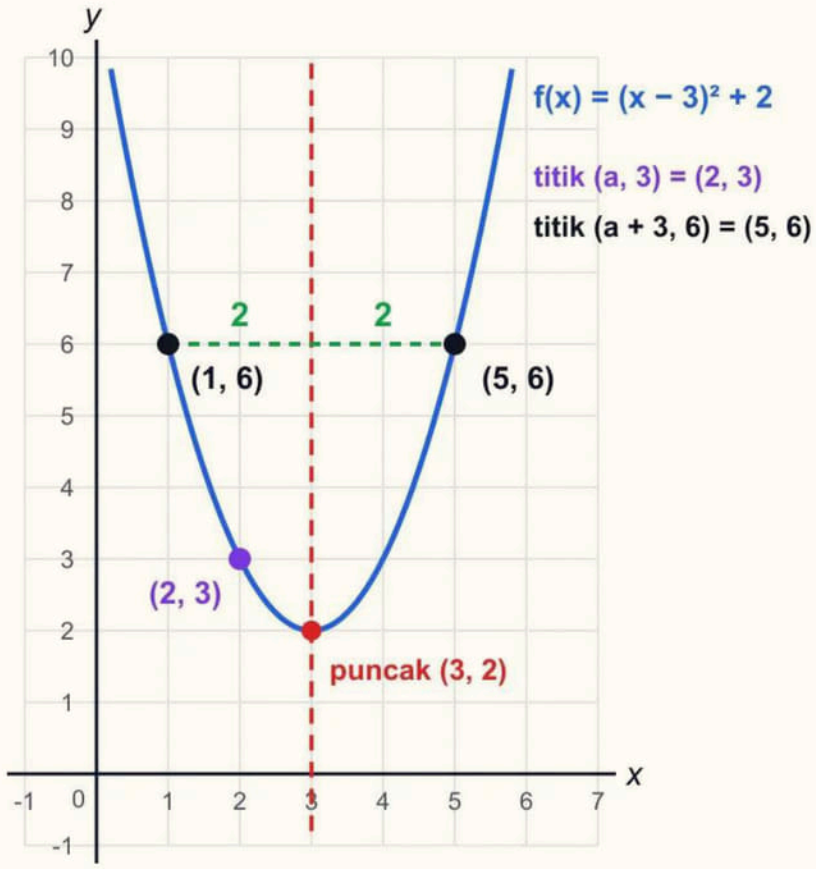
Contoh kecil: pada $y = x^2$ (sumbu $x = 0$), titik $(-2, 4)$ dan $(2, 4)$ sama tinggi, dan $\dfrac{-2 + 2}{2} = 0$.

Langkah penyelesaian:

1. Titik $(1, 6)$: $f(1) = 1^2 - b \cdot 1 + 11 = 12 - b$. Karena $f(1) = 6$, maka $12 - b = 6$, jadi $b = 6$.
2. Fungsinya menjadi $f(x) = x^2 - 6x + 11$. Pecah $11 = 9 + 2$:
$f(x) = (x^2 - 6x + 9) + 2 = (x - 3)^2 + 2$. Puncaknya $(3, 2)$ dan sumbu simetrinya $x = 3$.
3. Titik $(1, 6)$ dan $(a + 3, 6)$ sama-sama memiliki $y = 6$. Ada dua kemungkinan:
   - Keduanya titik yang sama: $a + 3 = 1$, jadi $a = -2$.
   - Keduanya titik berbeda yang simetris terhadap $x = 3$: titik tengahnya 3, jadi $\dfrac{1 + (a + 3)}{2} = 3$.

   Kalikan kedua ruas dengan 2: $a + 4 = 6$, sehingga $a = 2$. (Artinya: $x = 1$ berjarak 2 di kiri sumbu, jadi pasangannya berjarak 2 di kanan sumbu, yaitu $x = 5 = a + 3$.)
4. Uji kedua kemungkinan dengan titik ketiga $(a, 3)$, yaitu $f(a)$ harus bernilai 3:
   - $a = -2$: $f(-2) = (-2 - 3)^2 + 2 = 25 + 2 = 27$, bukan 3 → ditolak.
   - $a = 2$: $f(2) = (2 - 3)^2 + 2 = 1 + 2 = 3$ ✓ → diterima.
5. Jadi $a = 2$ dan $b = 6$, sehingga $a \cdot b = 2 \times 6 = 12$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang dengan rumus awal: $f(1) = 1 - 6 + 11 = 6$ ✓; $f(2) = 4 - 12 + 11 = 3$ ✓; $f(5) = 25 - 30 + 11 = 6$ ✓.
Cara lain (tanpa simetri): dari $f(a) = 3$: $(a-3)^2 + 2 = 3$, jadi $(a-3)^2 = 1$, sehingga $a - 3 = 1$ atau $a - 3 = -1$, yaitu $a = 4$ atau $a = 2$. Dari $f(a+3) = 6$: $(a+3-3)^2 + 2 = 6$, jadi $a^2 = 4$, yaitu $a = 2$ atau $a = -2$. Nilai yang memenuhi keduanya hanya $a = 2$ ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ 6: **Jebakan:** menuliskan nilai b saja (seolah-olah $a = 1$).
- B ✓ 12.
- C ✗ 15: memerlukan $a = 2{,}5$, padahal $f(2{,}5) = 0{,}25 + 2 = 2{,}25$, bukan 3.
- D ✗ 18: **Jebakan:** memakai $a = 3$ (letak sumbu simetri), padahal $f(3) = 2$, bukan 3.
- E ✗ 24: **Jebakan:** memakai $a = 4$ dari $f(a) = 3$ tanpa memeriksa titik $(a+3, 6)$; padahal $f(7) = 16 + 2 = 18$, bukan 6.

Jawaban: B.

No. 6 Kunci: D

Yang diketahui: $f(x) = x^2 - qx + 11$ melalui $(3, 2)$, $(p, 6)$, dan $(p+4, 6)$. **Yang ditanya:** $2p + q$.

Konsep 1 – Titik pada grafik. Titik (m, n) pada grafik artinya $f(m) = n$.

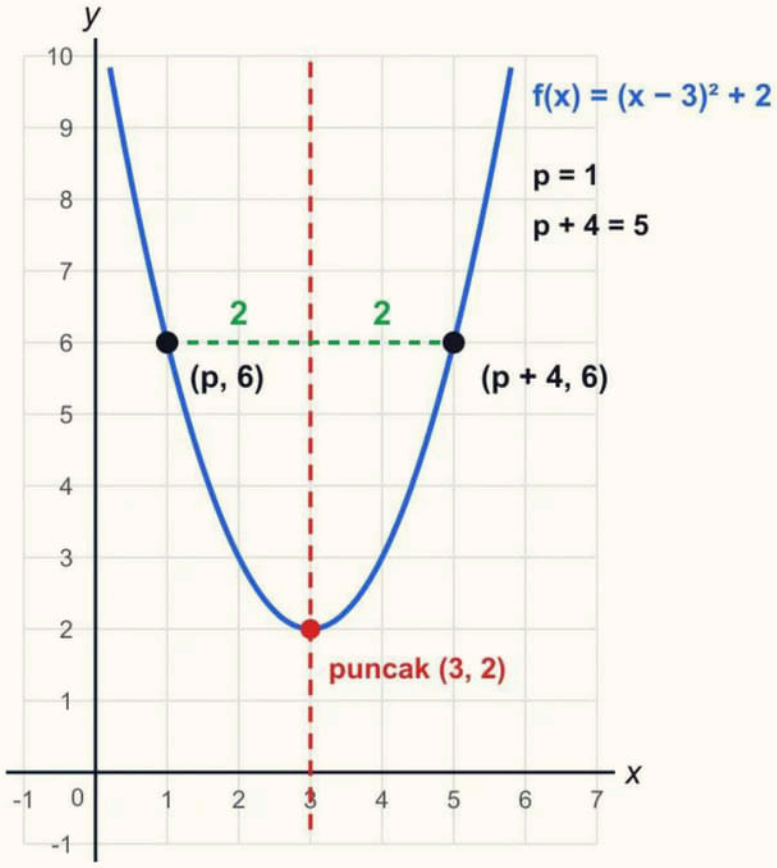
Konsep 2 – Simetri parabola. Parabola $f(x) = (x-h)^2 + k$ memiliki sumbu simetri $x = h$. Dua titik berbeda yang nilai y-nya sama letaknya simetris terhadap sumbu, sehingga rata-rata kedua nilai x-

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

nya sama dengan h. Contoh kecil: pada $y = (x-1)^2$, titik $(0,1)$ dan $(2,1)$ sama tinggi, dan $\frac{0+2}{2} = 1$.

Langkah penyelesaian:

1. Titik $(3,2)$: $f(3) = 3^2 - 3q + 11 = 9 - 3q + 11 = 20 - 3q$. Karena $f(3) = 2$: $20 - 3q = 2$, jadi $3q = 18$ dan $q = 6$.
2. Fungsinya $f(x) = x^2 - 6x + 11 = (x^2 - 6x + 9) + 2 = (x-3)^2 + 2$. Sumbu simetrinya $x = 3$ dan puncaknya $(3,2)$, yaitu titik pertama pada soal.
3. Titik $(p, 6)$ dan $(p+4, 6)$ memiliki y yang sama, dan nilai x-nya berbeda 4 (jadi keduanya titik yang berbeda). Maka keduanya simetris terhadap $x = 3$: $\frac{p + (p+4)}{2} = 3$.
4. Kalikan kedua ruas dengan 2: $2p + 4 = 6$, jadi $2p = 2$ dan $p = 1$. (Artinya: kedua titik berjarak 2 dari sumbu, di $x = 1$ dan $x = 5$.)
5. $2p + q = 2 \times 1 + 6 = 8$.



sumbu simetri x = 3 (garis merah putus-putus)

Cek ulang: $f(1) = 1 - 6 + 11 = 6$ ✓ dan $f(5) = 25 - 30 + 11 = 6$ ✓.

Cara lain (tanpa simetri): $f(p) = 6$ memberi $(p-3)^2 = 4$, jadi $p = 1$ atau $p = 5$. $f(p+4) = 6$ memberi $(p+1)^2 = 4$, jadi $p = 1$ atau $p = -3$. Yang memenuhi keduanya hanya $p = 1$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 5: **Jebakan:** menuliskan $p + 4 = 5$.
- B ✗ 6: **Jebakan:** menuliskan nilai q saja.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C ✗ 7: **Jebakan:** menghitung $p + q$, lupa mengalikan p dengan 2.
• D ✓ 8.
• E ✗ 10: memerlukan $p = 2$, padahal $f(2) = 3$, bukan 6.

Jawaban: D.

No. 7 Kunci: B

Yang diketahui: $g(x) = ax^2 - 4x + 6$ melalui $(b-1, 4)$, $(2, 6)$, dan $(b+2, 22)$. **Yang ditanya:** $a + b$.

Konsep 1 – Titik pada grafik. Titik (m, n) pada grafik artinya $g(m) = n$. Mulailah dari titik yang koordinatnya berupa angka lengkap, yaitu $(2, 6)$.

Konsep 2 – Pemisalan. Bila bentuk $b - 1$ muncul berulang, beri nama sementara, misalnya $t = b - 1$, agar hitungan lebih ringkas.

Konsep 3 – Kuadrat sempurna. $t^2 - 2t + 1 = (t-1)^2$, karena $(t-1)(t-1) = t^2 - t - t + 1$. Kuadrat suatu bilangan bernilai 0 hanya bila bilangan itu sendiri 0.

Langkah penyelesaian:
1. Titik $(2, 6)$: $g(2) = a \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 6 = 4a - 8 + 6 = 4a - 2$. Karena $g(2) = 6$: $4a - 2 = 6$, jadi $4a = 8$ dan $a = 2$.
2. Fungsinya $g(x) = 2x^2 - 4x + 6$.
3. Titik $(b-1, 4)$: misalkan $t = b - 1$. Maka $g(t) = 4$, yaitu $2t^2 - 4t + 6 = 4$.
4. Kurangi kedua ruas dengan 4: $2t^2 - 4t + 2 = 0$. Bagi kedua ruas dengan 2: $t^2 - 2t + 1 = 0$.
5. Menurut Konsep 3: $(t-1)^2 = 0$, jadi $t - 1 = 0$ dan $t = 1$.
6. Kembalikan pemisalan: $b - 1 = 1$, jadi $b = 2$.
7. Periksa titik ketiga $(b+2, 22) = (4, 22)$: $g(4) = 2 \cdot 16 - 16 + 6 = 32 - 16 + 6 = 22$ ✓. Jadi $b = 2$ memenuhi semua titik.
8. $a + b = 2 + 2 = 4$.

Cek ulang: $g(1) = 2 - 4 + 6 = 4$ ✓ (titik $(b-1, 4) = (1, 4)$), $g(2) = 8 - 8 + 6 = 6$ ✓, $g(4) = 22$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 3: **Jebakan:** berhenti di $t = 1$ dan mengira $b = 1$, padahal $t = b - 1$.
• B ✓ 4.
• C ✗ 6: **Jebakan:** memakai $b + 2 = 4$ sebagai nilai b, sehingga $2 + 4 = 6$.
• D ✗ 9 dan E ✗ 11: dengan $a = 2$, nilai ini memerlukan $b = 7$ atau $b = 9$; padahal $g(6) = 72 - 24 + 6 = 54$ dan $g(8) = 128 - 32 + 6 = 102$, keduanya bukan 4.

Jawaban: B.

No. 8 Kunci: C

Yang diketahui: k = banyak bilangan genap positif kurang dari 30 yang bersisa 2 atau 3 bila dibagi 5. **Yang ditanya:** hubungan $P = k$ dengan $Q = 6$.

Konsep 1 – Sisa pembagian. $17 \div 5 = 3$ sisa 2, karena $17 = 5 \times 3 + 2$. Kelipatan 5 selalu berakhiran 0 atau 5. Jadi bilangan bersisa 2 berakhiran 2 atau 7, dan bilangan bersisa 3 berakhiran 3 atau 8.

Konsep 2 – Bilangan genap berakhiran 0, 2, 4, 6, atau 8.

Konsep 3 – Kata "atau". Bilangan dihitung bila memenuhi salah satu syarat sisa (sisa 2 **atau** sisa 3). Satu bilangan tidak mungkin punya dua sisa sekaligus, jadi tidak ada yang terhitung dua kali.

Langkah penyelesaian:
1. Daftar bilangan positif kurang dari 30 menurut sisanya, lalu pilih yang genap:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sisa jika dibagi 5	Bilangan positif kurang dari 30	Yang genap
2	$2, 7, 12, 17, 22, 27$	$2, 12, 22$
3	$3, 8, 13, 18, 23, 28$	$8, 18, 28$

2. Bilangan yang memenuhi: $2, 8, 12, 18, 22, 28$. Banyaknya $k = 6$.
3. $P = k = 6$ dan $Q = 6$, jadi $P = Q$.

Cek ulang: $28 = 5 \times 5 + 3$ (sisa 3) ✓; $22 = 5 \times 4 + 2$ (sisa 2) ✓. Bilangan genap lain, misalnya 4 (sisa 4) dan 10 (sisa 0), memang tidak memenuhi.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ : **Jebakan:** lupa syarat genap, sehingga menghitung 12 bilangan ($2, 3, 7, 8, \ldots, 27, 28$) dan mengira $P > Q$.
• B ✗ : **Jebakan:** membaca "atau" sebagai "dan", atau hanya menghitung satu jenis sisa (3 bilangan), sehingga $P < Q$.
• C ✓ P sama dengan Q.
• D ✗ : nilai k dapat dihitung pasti, jadi hubungannya dapat ditentukan.

Jawaban: C.

No. 9 Kunci: E

Yang diketahui: luas lingkaran 9π; panjang busur $MN = \pi$. **Yang ditanya:** pernyataan mana yang benar.

Konsep 1 – Rumus lingkaran dengan jari-jari r: luas $= \pi r^2$ dan keliling $= 2\pi r$.

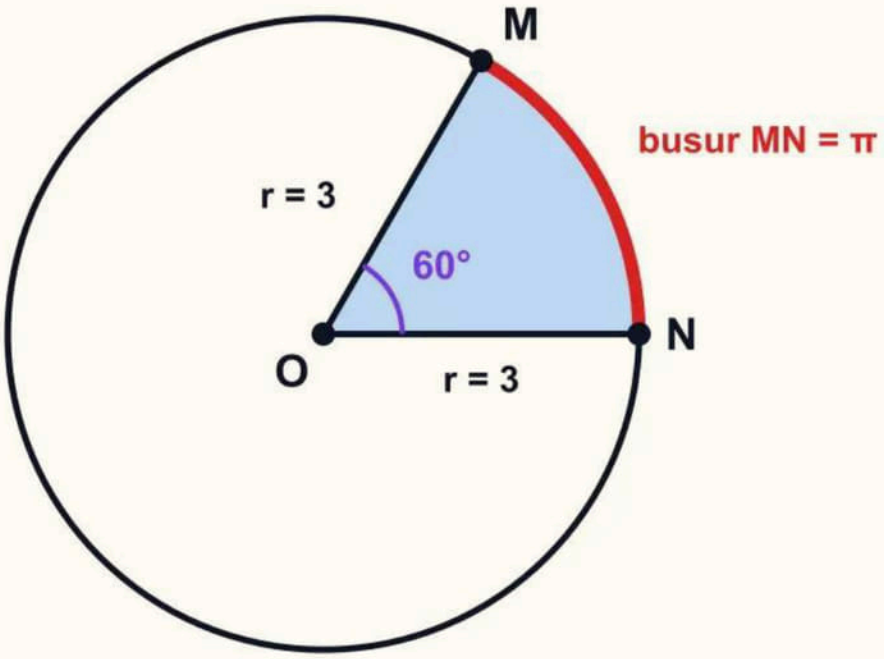
Konsep 2 – Busur dan juring. Busur adalah bagian dari keliling lingkaran. Juring adalah daerah seperti potongan pizza yang dibatasi dua jari-jari dan sebuah busur. Bila sudut pusatnya θ, maka busur dan juring sama-sama mengambil bagian $\dfrac{\theta}{360^\circ}$ dari lingkaran:

• panjang busur $= \dfrac{\theta}{360^\circ} \times$ keliling;
• luas juring $= \dfrac{\theta}{360^\circ} \times$ luas lingkaran.

Contoh kecil: lingkaran berjari-jari 2 memiliki keliling 4π; busur dengan sudut pusat 90° panjangnya $\dfrac{90}{360} \times 4\pi = \dfrac{1}{4} \times 4\pi = \pi$.

Langkah penyelesaian:
1. Luas $\pi r^2 = 9\pi$. Bagi kedua ruas dengan π: $r^2 = 9$. Panjang jari-jari selalu positif, jadi $r = 3$. Pernyataan (1) **benar**.
2. Keliling $= 2\pi \times 3 = 6\pi$. Pernyataan (2) **benar**.
3. Busur MN adalah bagian $\dfrac{\pi}{6\pi} = \dfrac{1}{6}$ dari keliling. Jadi sudut pusatnya $\angle MON = \dfrac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$. Pernyataan (4) **benar**.
4. Juring MON juga $\dfrac{1}{6}$ bagian lingkaran: luasnya $\dfrac{1}{6} \times 9\pi = \dfrac{9\pi}{6} = \dfrac{3}{2}\pi$ (pembilang dan penyebut dibagi 3). Pernyataan (3) **benar**.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



keliling = 2 × π × 3 = 6π; luas = π × 3² = 9π

juring MON (biru) = 60°/360° = 1/6 bagian lingkaran

5. Keempat pernyataan benar.

Cek ulang: busur dengan sudut 60°: $\frac{60}{360} \times 2\pi \times 3 = \frac{1}{6} \times 6\pi = \pi$ ✓, sesuai soal.

Analisis tiap opsi:

• A ✗: melewatkan (4). **Jebakan:** membandingkan busur dengan **luas** ($\frac{\pi}{9\pi} = \frac{1}{9}$), sehingga sudutnya dikira 40°; padahal busur harus dibandingkan dengan keliling.

• B ✗: melewatkan (2) dan (4) yang benar.

• C ✗: melewatkan (1) dan (3). **Jebakan:** menghitung luas juring dengan keliling ($\frac{1}{6} \times 6\pi = \pi$), sehingga (3) dikira salah.

• D ✗: tiga pernyataan lain juga benar.

• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

No. 10 Kunci: C

Yang diketahui: barisan geometri dengan rasio $r = -3$ dan $U_5 = 1$. **Yang ditanya:** pernyataan mana yang benar.

Konsep 1 – Barisan geometri. Setiap suku diperoleh dari suku sebelumnya dikali rasio: $U_{n+1} = U_n \times r$. Rumus umumnya $U_n = U_1 \times r^{n-1}$. Contoh kecil: $2, 6, 18, 54$ memiliki rasio 3.

Konsep 2 – Tanda hasil kali. Negatif kali negatif hasilnya positif; positif kali negatif hasilnya negatif. Akibatnya, bila rasio negatif, tanda suku-sukunya **berganti-ganti**. Contoh: rasio -2 dari suku 1:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$1, -2, 4, -8, 16, \ldots$
Pangkat genap dari bilangan negatif bernilai positif: $(-3)^4 = 81$.

Konsep 3 – Pernyataan umum. Pernyataan tentang "dua suku yang berurutan" harus berlaku untuk **setiap** pasangan suku berurutan. Satu contoh yang tidak memenuhi sudah membuat pernyataan itu salah.

Langkah penyelesaian:

1. Cari U_1: $U_5 = U_1 \times (-3)^4 = U_1 \times 81$. Karena $U_5 = 1$: $81\,U_1 = 1$, jadi $U_1 = \dfrac{1}{81}$.
2. Tulis beberapa suku (kalikan -3 setiap melangkah):

Suku	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
Nilai	$\frac{1}{81}$	$-\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{3}$	1	-3
Tanda	positif	negatif	positif	negatif	positif	negatif

3. **Pernyataan (1):** $U_1 = \dfrac{1}{81}$ bernilai positif → (1) **salah**.
4. **Pernyataan (2):** $U_9 = U_5 \times (-3)^4 = 1 \times 81 = 81$, positif → (2) **benar**. (Polanya: suku urutan ganjil selalu positif.)
5. **Pernyataan (3):** $U_n + U_{n+1} = U_n + (-3)U_n = -2U_n$. Tandanya kebalikan tanda U_n, jadi berganti-ganti. Contoh: $U_1 + U_2 = \dfrac{1}{81} - \dfrac{3}{81} = -\dfrac{2}{81}$ (negatif), tetapi $U_2 + U_3 = -\dfrac{3}{81} + \dfrac{9}{81} = \dfrac{6}{81}$ (positif). Tidak selalu negatif → (3) **salah**.
6. **Pernyataan (4):** $U_n \times U_{n+1} = U_n \times (-3)U_n = -3\,U_n^2$. Karena U_n tidak pernah 0, maka U_n^2 selalu positif, dan -3 kali bilangan positif selalu negatif. Contoh: $U_4 \times U_5 = -\dfrac{1}{3} \times 1 = -\dfrac{1}{3}$ dan $U_5 \times U_6 = 1 \times (-3) = -3$ → (4) **benar**.
7. Yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: dari tabel, setiap dua suku berurutan selalu berbeda tanda (satu positif, satu negatif). Hasil kalinya pasti negatif ✓, sedangkan tanda jumlahnya bergantung pada suku yang lebih jauh dari nol ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗: memuat (1) dan (3) yang salah.
- B ✗: **Jebakan:** mengira U_1 negatif karena rasionya negatif, dan menguji (3) hanya dengan $U_1 + U_2$.
- C ✓ (2) dan (4).
- D ✗: melewatkan (2) yang benar.
- E ✗: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 11 Kunci: 84

Yang diketahui: bilangan lima angka antara 10.000 dan 20.000, kelipatan 5, semua angkanya berbeda, dan angka ke-1 + angka ke-3 + angka ke-5 $= 9$. **Yang ditanya:** banyak bilangan seperti itu.

Konsep 1 – Kaidah perkalian (aturan pengisian tempat). Bila tempat pertama dapat diisi m cara dan sesudahnya tempat kedua dapat diisi n cara, maka keduanya dapat diisi $m \times n$ cara. Contoh kecil: kode dua angka berbeda dari $\{1, 2, 3\}$: angka pertama 3 pilihan, angka kedua 2 pilihan, jadi $3 \times 2 = 6$ kode.

Konsep 2 – Kaidah penjumlahan. Bila soal terpecah menjadi beberapa kasus yang tidak mungkin terjadi bersamaan, hasil tiap kasus dijumlahkan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 3 – Kelipatan 5 selalu berakhiran 0 atau 5.

Konsep 4 – Isi dulu tempat yang bersyarat. Tempat yang dibatasi syarat diisi lebih dahulu, baru tempat yang bebas.

Langkah penyelesaian: beri nama tempat angka dari kiri: angka ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, ke-5.
1. Bilangan berada di antara 10.000 dan 20.000, jadi angka ke-1 harus 1.
2. Bilangan kelipatan 5, jadi angka ke-5 adalah 0 atau 5.
3. Syarat jumlah: $1 + (\text{angka ke-3}) + (\text{angka ke-5}) = 9$, jadi angka ke-3 + angka ke-5 $= 8$.
• Kasus A: angka ke-5 $= 0$, maka angka ke-3 $= 8$. Angka yang terpakai: $1, 8, 0$ (berbeda ✓).
• Kasus B: angka ke-5 $= 5$, maka angka ke-3 $= 3$. Angka yang terpakai: $1, 3, 5$ (berbeda ✓).
4. Isi angka ke-2 dan ke-4. Ada 10 angka (0 sampai 9) dan 3 sudah terpakai, jadi tersisa 7 angka. Angka ke-2: 7 pilihan. Angka ke-4 harus berbeda dari angka ke-2: 6 pilihan. Setiap kasus memberi $7 \times 6 = 42$ bilangan.
• Kasus A: angka sisa $2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
• Kasus B: angka sisa $0, 2, 4, 6, 7, 8, 9$. Angka 0 boleh dipakai di tempat ke-2 karena bukan angka terdepan.
5. Kedua kasus tidak mungkin terjadi bersamaan (angka ke-5 berbeda), jadi totalnya $42 + 42 = 84$.

Kasus	Angka ke-1	Angka ke-2	Angka ke-3	Angka ke-4	Angka ke-5	Banyak
A	1	7 pilihan	8	6 pilihan	0	42
B	1	7 pilihan	3	6 pilihan	5	42

Cek ulang dengan contoh: 12.840: $1 + 8 + 0 = 9$ ✓, berakhiran 0 ✓, angkanya berbeda ✓. 10.325: $1 + 3 + 5 = 9$ ✓, berakhiran 5 ✓, angkanya berbeda ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa syarat "angkanya berbeda", sehingga angka ke-2 dan ke-4 masing-masing diberi 10 pilihan: $2 \times 100 = 200$.
• Hanya memakai kasus angka ke-5 $= 0$ (lupa berakhiran 5 juga kelipatan 5), sehingga menjawab 42.
• Menganggap 0 tidak boleh di tempat ke-2, sehingga kasus B hanya $6 \times 6 = 36$ dan totalnya 78.

Jawaban: 84.

No. 12 Kunci: E

Yang diketahui: empat langkah perhitungan yang seharusnya semuanya bernilai 25. **Yang ditanya:** langkah mana yang nilainya bukan 25 (harus diganti).

Konsep 1 – Pangkat. $10^2 = 10 \times 10 = 100$, bukan 10 dan bukan 20.

Konsep 2 – Pecahan dan perkalian. $\dfrac{a \times b}{c} = a \times \dfrac{b}{c}$. Membalik pecahan mengubah nilainya: $\dfrac{30}{120}$ berbeda dengan $\dfrac{120}{30}$.

Konsep 3 – Menyederhanakan pecahan. Bagi pembilang dan penyebut dengan bilangan yang sama. Contoh: $\dfrac{30}{120}$; bagi keduanya dengan 30, hasilnya $\dfrac{1}{4}$.

Langkah penyelesaian: hitung nilai setiap langkah.
1. Langkah (1): $\dfrac{10^2 \times 30}{120} = \dfrac{100 \times 30}{120} = \dfrac{3000}{120} = 25$, karena $120 \times 25 = 3000$. Bernilai 25 ✓.
2. Langkah (2): $100 \times \dfrac{120}{30} = 100 \times 4 = 400$. **Bukan** 25. Kesalahannya: pecahan terbalik;

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

seharusnya $100 \times \frac{30}{120}$.

3. Langkah (3): $10 \times \frac{30}{120} = 10 \times \frac{1}{4} = \frac{10}{4} = 2{,}5$. **Bukan** 25. Kesalahannya: 10^2 ditulis 10; seharusnya $100 \times \frac{30}{120}$.

4. Langkah (4): $100 \times \frac{1}{4} = \frac{100}{4} = 25$ ✓.

Langkah	Nilai	Harus diganti?
(1)	25	tidak
(2)	400	ya
(3)	2,5	ya
(4)	25	tidak

5. Yang harus diganti: langkah (2) dan (3).

Cek ulang: urutan yang benar misalnya $\frac{10^2 \times 30}{120} \to 100 \times \frac{30}{120} \to 100 \times \frac{1}{4} \to 25$; setiap langkah bernilai 25 ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗: langkah (1) sudah bernilai 25, jadi tidak perlu diganti.
- B ✗: memuat (1) yang benar dan melewatkan (2).
- C ✗: **Jebakan:** langkah (4) bentuknya berbeda dari langkah (1), tetapi nilainya tetap 25.
- D ✗: langkah (4) justru benar.
- E ✓ (2) dan (3).

Jawaban: E.

No. 13 Kunci: 146

Yang diketahui: $p \times q \times r = 2.431$, ketiganya bilangan prima, dan $p < q < r$. **Yang ditanya:** $r^2 - (p \times q)$.

Konsep 1 – Bilangan prima adalah bilangan asli lebih dari 1 yang faktornya hanya 1 dan dirinya sendiri: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \ldots$ (bilangan 1 bukan prima).

Konsep 2 – Faktorisasi dengan mencoba pembagi prima berurutan. Coba bagi dengan 2, lalu 3, 5, 7, 11, dan seterusnya, sampai ketemu pembagi yang habis. Ciri habis dibagi yang membantu:
- habis dibagi 2: bilangan genap;
- habis dibagi 3: jumlah angka-angkanya habis dibagi 3;
- habis dibagi 5: berakhiran 0 atau 5;
- habis dibagi 11: (jumlah angka di posisi ganjil) dikurangi (jumlah angka di posisi genap) habis dibagi 11 (boleh 0).

Langkah penyelesaian:

1. 2.431 ganjil, jadi tidak habis dibagi 2.
2. Jumlah angkanya $2 + 4 + 3 + 1 = 10$, tidak habis dibagi 3. Jadi 2.431 tidak habis dibagi 3.
3. Berakhiran 1, jadi tidak habis dibagi 5.
4. Coba 7: $7 \times 347 = 2.429$, sisa 2. Tidak habis.
5. Coba 11: ciri habis dibagi 11 memberi $(2 + 3) - (4 + 1) = 0$, jadi habis. Memang $11 \times 221 = 2.431$.
6. Lanjutkan dengan 221. Pembagi $2, 3, 5, 7$ tidak perlu dicoba lagi (kalau 221 habis dibagi bilangan itu,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2.431 juga habis dibagi). Coba 11: $11 \times 20 = 220$, sisa 1. Coba 13: $13 \times 17 = 221$ ✓.
7. Jadi $2.431 = 11 \times 13 \times 17$, dan ketiganya prima. Karena $p < q < r$: $p = 11, q = 13, r = 17$.
8. $r^2 = 17^2 = 289$ dan $p \times q = 11 \times 13 = 143$.
9. $r^2 - (p \times q) = 289 - 143 = 146$.

Cek ulang: $11 \times 13 = 143$ dan $143 \times 17 = 1.430 + 1.001 = 2.431$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Berhenti di $2.431 = 11 \times 221$ dan mengira 221 prima; padahal $221 = 13 \times 17$.
• Salah urutan, misalnya mengambil $r = 11$ (bilangan terkecil), sehingga $121 - 221 = -100$.
• Menghitung 17^2 sebagai $17 \times 2 = 34$, sehingga $34 - 143 = -109$.

Jawaban: 146.

No. 14 Kunci: 22

Yang diketahui: $a \times b \times c = 182$, dengan a, b, c bilangan prima yang berbeda. **Yang ditanya:** $a + b + c$.

Konsep – Faktorisasi prima. Setiap bilangan asli lebih dari 1 dapat ditulis sebagai perkalian bilangan prima dengan satu cara saja (urutan tidak dihitung). Caranya: bagi berulang dengan bilangan prima terkecil yang habis membagi. Contoh kecil: $30 = 2 \times 15 = 2 \times 3 \times 5$.
Ingat: 1 bukan bilangan prima, jadi tidak boleh dipakai.

Langkah penyelesaian:
1. 182 genap, jadi habis dibagi 2: $182 = 2 \times 91$.
2. 91 ganjil (tidak habis dibagi 2); jumlah angkanya $9 + 1 = 10$ (tidak habis dibagi 3); berakhiran 1 (tidak habis dibagi 5).
3. Coba 7: $7 \times 13 = 91$ ✓. Jadi 91 bukan prima.
4. $182 = 2 \times 7 \times 13$. Ketiganya prima dan berbeda.
5. $a + b + c = 2 + 7 + 13 = 22$.

Cek ulang: $2 \times 7 = 14$ dan $14 \times 13 = 182$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Mengira 91 prima, lalu menjawab $2 + 91 = 93$ (padahal itu hanya dua bilangan, dan $91 = 7 \times 13$).
• Memakai 1 sebagai salah satu bilangan ($1 \times 2 \times 91$), padahal 1 bukan prima.
• Salah membagi, misalnya $182 \div 2 = 81$, sehingga faktorisasinya kacau.

Jawaban: 22.

No. 15 Kunci: A

Yang diketahui: dipilih acak satu bilangan dua digit yang kedua digitnya ganjil dan berbeda. **Yang ditanya:** hubungan P = peluang digit puluhan lebih dari digit satuan, dengan $Q = \frac{1}{3}$.

Konsep 1 – Peluang. Bila semua hasil sama mungkin, peluang $= \frac{\text{banyak hasil yang diinginkan}}{\text{banyak semua hasil yang mungkin}}$. Contoh kecil: peluang mata dadu genap $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Konsep 2 – Digit ganjil ada lima: $1, 3, 5, 7, 9$.

Langkah penyelesaian:
1. Banyak semua bilangan: digit puluhan 5 pilihan; digit satuan harus ganjil dan berbeda, jadi 4 pilihan. Totalnya $5 \times 4 = 20$ bilangan.
2. Daftar semua bilangan menurut digit puluhan, lalu hitung yang digit puluhannya lebih besar:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Puluhan	Bilangan	Puluhan lebih dari satuan
1	13, 15, 17, 19	0
3	31, 35, 37, 39	1 (yaitu 31)
5	51, 53, 57, 59	2
7	71, 73, 75, 79	3
9	91, 93, 95, 97	4

3. Banyak yang diinginkan: $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$.
4. $P = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.
5. Bandingkan $\dfrac{1}{2}$ dengan $\dfrac{1}{3}$. Samakan penyebut menjadi 6: $\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{6}$ dan $\dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{6}$. Karena $3 > 2$, maka $P > Q$.

Cek ulang (cara pasangan): setiap pasangan dua digit berbeda, misalnya $\{3, 7\}$, membentuk tepat dua bilangan: 37 (puluhan lebih kecil) dan 73 (puluhan lebih besar). Jadi tepat setengah dari 20 bilangan memiliki puluhan lebih besar: $P = \dfrac{1}{2}$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ P lebih dari Q.
• B ✗: **Jebakan:** membagi dengan semua bilangan dua digit (90), sehingga $P = \dfrac{10}{90} = \dfrac{1}{9}$ dan tampak lebih kecil dari Q.
• C ✗: **Jebakan:** menganggap ada tiga kemungkinan sama besar (puluhan lebih besar, lebih kecil, atau sama), sehingga $P = \dfrac{1}{3}$; padahal kedua digit berbeda, jadi "sama" tidak mungkin.
• D ✗: semua bilangan dapat didaftar, jadi peluangnya dapat dihitung pasti.

Jawaban: A.

No. 16 Kunci: B

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu bahwa a^3 terkecil atau tidak.

Konsep 1 – Soal kecukupan data. Sebuah pernyataan disebut **cukup** bila, untuk setiap nilai a yang memenuhi pernyataan itu, jawaban pertanyaannya selalu sama: selalu "ya" **atau** selalu "tidak". Jawaban yang pasti "tidak" juga berarti cukup. Bila ada nilai yang memberi "ya" dan nilai lain yang memberi "tidak", pernyataan itu **tidak cukup**.

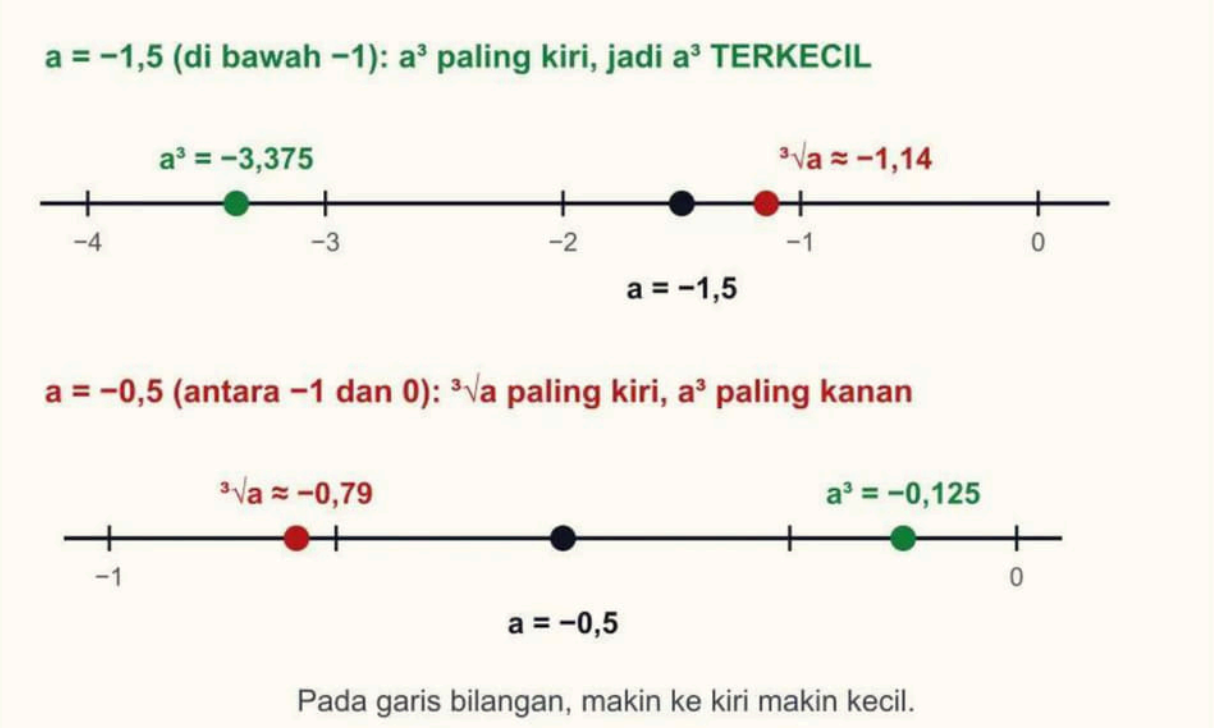
Konsep 2 – Membandingkan bilangan negatif. Pada garis bilangan, makin ke kiri makin kecil. Jadi $-3 < -1$: bilangan negatif yang lebih jauh dari 0 justru lebih kecil.

Konsep 3 – Pangkat tiga dan akar pangkat tiga. $a^3 = a \times a \times a$; bila a negatif, hasilnya tetap negatif. $\sqrt[3]{a}$ adalah bilangan yang bila dipangkatkan tiga menghasilkan a; contoh: $\sqrt[3]{-8} = -2$ karena $(-2)^3 = -8$.
• Bilangan yang jaraknya ke 0 **lebih dari** 1: dipangkatkan tiga makin jauh dari 0 (contoh: $2^3 = 8$), diakarpangkattigakan makin dekat ke 0.
• Bilangan yang jaraknya ke 0 **kurang dari** 1: kebalikannya. Contoh: $0{,}5^3 = 0{,}125$ (makin dekat ke 0) dan $\sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Coba dua nilai contoh:

a	a^3	$\sqrt[3]{a}$	Bilangan terkecil	a^3 terkecil?
$-1{,}5$	$-3{,}375$	$\approx -1{,}14$	a^3	ya
$-0{,}5$	$-0{,}125$	$\approx -0{,}79$	$\sqrt[3]{a}$	tidak



2. **Uji pernyataan (1):** $-2 < a < -\frac{1}{9}$. Nilai $a = -1{,}5$ memenuhi (karena $-2 < -1{,}5$ dan $-1{,}5 < -0{,}11$), dan jawabannya "ya". Nilai $a = -0{,}5$ juga memenuhi (karena $-0{,}5 < -0{,}11$), tetapi jawabannya "tidak". Jawaban tidak pasti → pernyataan (1) **tidak cukup**.
3. **Uji pernyataan (2):** $-1 < a < 0$. Tulis $a = -m$ dengan $0 < m < 1$. Maka $a^3 = -m^3$. Karena $m < 1$, mengalikan dengan m membuat bilangan positif mengecil, jadi $m^3 < m$. Akibatnya $-m^3 > -m$, yaitu $a^3 > a$. Ada bilangan (a) yang lebih kecil dari a^3, jadi a^3 **pasti bukan** yang terkecil, untuk setiap a di rentang ini. Jawabannya selalu "tidak" → pernyataan (2) **cukup**.
4. Pernyataan (2) saja cukup, pernyataan (1) saja tidak cukup.

Cek ulang: ambil nilai lain di rentang (2), misalnya $a = -0{,}2$: $a^3 = -0{,}008$, lebih besar dari $a = -0{,}2$. Jadi a^3 memang bukan yang terkecil ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗: **Jebakan:** menguji pernyataan (1) dengan satu nilai saja (misalnya $a = -1{,}5$), lalu menyimpulkan "cukup".
• B ✓ pernyataan (2) saja cukup.
• C ✗: pernyataan (2) sendiri sudah cukup, tidak perlu digabung.
• D ✗: pernyataan (1) tidak cukup.
• E ✗: **Jebakan:** mengira jawaban "tidak" berarti "tidak cukup"; padahal jawaban yang pasti "tidak" tetap cukup.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 17 Kunci: D

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu bahwa a^2 terkecil atau tidak.

Konsep 1 – Soal kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya pasti, baik pasti "ya" maupun pasti "tidak", untuk setiap nilai yang memenuhi pernyataan.

Konsep 2 – Tanda bilangan berpangkat.
• $a^2 = a \times a$. Negatif kali negatif hasilnya positif, jadi untuk a negatif, $a^2 > 0$. Contoh: $(-0{,}5)^2 = 0{,}25$.
• $a^3 = a \times a \times a$ tetap negatif bila a negatif. Contoh: $(-0{,}5)^3 = -0{,}125$.
• $\sqrt[3]{a}$ untuk a negatif juga negatif. Contoh: $\sqrt[3]{-8} = -2$.
• Setiap bilangan positif lebih besar daripada setiap bilangan negatif.

Langkah penyelesaian:
1. Untuk **setiap** a negatif: $a < 0$, $\sqrt[3]{a} < 0$, $a^3 < 0$, tetapi $a^2 > 0$.
2. Jadi a^2 selalu lebih besar daripada tiga bilangan lainnya. a^2 justru yang **terbesar**, sehingga jawaban pertanyaan selalu "tidak".
3. **Pernyataan (1):** semua a dengan $-2 < a < -\frac{1}{9}$ negatif, jadi jawabannya pasti "tidak" → **cukup**.
4. **Pernyataan (2):** semua a dengan $-1 < a < 0$ negatif, jadi jawabannya pasti "tidak" → **cukup**.
5. Masing-masing pernyataan cukup.

Cek ulang dengan contoh: $a = -1{,}5$: $a^2 = 2{,}25$, sedangkan $a = -1{,}5$, $a^3 = -3{,}375$, $\sqrt[3]{a} \approx -1{,}14$; a^2 terbesar ✓. $a = -0{,}5$: $a^2 = 0{,}25$, sedangkan tiga lainnya negatif ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ dan B ✗: **Jebakan:** terbawa soal serupa tentang a^3 yang jawabannya bergantung pada rentang a; di sini yang ditanya a^2, yang selalu positif.
• C ✗: tidak perlu digabung, karena masing-masing sudah cukup.
• D ✓ pernyataan (1) saja cukup dan pernyataan (2) saja cukup.
• E ✗: **Jebakan:** mengira jawaban "tidak" berarti "tidak cukup".

Jawaban: D.

No. 18 Kunci: 17

Yang diketahui: N = hasil kali empat bilangan prima pertama; biaya $= N \times 150$ rupiah. **Yang ditanya:** jumlah semua faktor prima yang berbeda dari angka biaya.

Konsep 1 – Bilangan prima pertama. Bilangan prima: $2, 3, 5, 7, 11, \ldots$ Bilangan 1 **bukan** prima (faktornya hanya satu). Jadi empat bilangan prima pertama adalah $2, 3, 5, 7$.

Konsep 2 – Faktor prima yang berbeda. Tulis bilangan sebagai perkalian bilangan prima (faktorisasi prima), lalu ambil setiap bilangan prima **satu kali saja**, tanpa melihat pangkatnya. Contoh kecil: $12 = 2^2 \times 3$; faktor prima berbedanya 2 dan 3, jumlahnya 5 (bukan $2 + 2 + 3 = 7$).

Langkah penyelesaian:
1. $N = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$.
2. Biaya $= 210 \times 150 = 31.500$ rupiah.
3. Faktorkan setiap bagian agar lebih ringan: $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ dan $150 = 2 \times 75 = 2 \times 3 \times 25 = 2 \times 3 \times 5^2$.
4. Gabungkan: $31.500 = (2 \times 3 \times 5 \times 7) \times (2 \times 3 \times 5^2) = 2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$.
5. Faktor prima yang berbeda: $2, 3, 5, 7$. Jumlahnya $2 + 3 + 5 + 7 = 17$.

Cek ulang: $2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7 = 4 \times 9 \times 125 \times 7 = 36 \times 875 = 31.500$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjumlahkan setiap faktor sebanyak pangkatnya: $2 + 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 + 7 = 32$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Menganggap 1 prima, sehingga $N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 = 30$, biaya $4.500 = 2^2 \times 3^2 \times 5^3$, dan jumlahnya 10.
• Menjumlahkan angka-angka bilangan biaya ($3 + 1 + 5 + 0 + 0 = 9$), padahal yang diminta faktor prima.

Jawaban: 17.

No. 19 Kunci: 49

Yang diketahui: v dan i bilangan prima, dan $v^3 + i^2 = 196$. **Yang ditanya:** $(v \times i) + (i - v)$.

Konsep 1 – Bilangan prima: $2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$ (bilangan 1 bukan prima).

Konsep 2 – Membatasi kemungkinan. Karena i^2 positif, v^3 harus kurang dari 196. Pangkat tiga tumbuh cepat, jadi hanya sedikit nilai v yang perlu dicoba.

Konsep 3 – Bilangan kuadrat. i^2 harus bilangan kuadrat, yaitu hasil sebuah bilangan bulat dikali dirinya sendiri: $1, 4, 9, 16, \ldots, 64, 81, \ldots, 169, 196$.

Langkah penyelesaian:
1. Pangkat tiga bilangan prima: $2^3 = 8, 3^3 = 27, 5^3 = 125, 7^3 = 343$. Karena $343 > 196$, nilai v hanya mungkin 2, 3, atau 5.
2. Coba setiap kemungkinan:

v	v^3	$i^2 = 196 - v^3$	Apakah bilangan kuadrat?	i
2	8	188	tidak ($13^2 = 169, 14^2 = 196$)	–
3	27	169	ya, $13^2 = 169$	13 (prima)
5	125	71	tidak ($8^2 = 64, 9^2 = 81$)	–

3. Satu-satunya pasangan: $v = 3$ dan $i = 13$.
4. $v \times i = 3 \times 13 = 39$.
5. $i - v = 13 - 3 = 10$.
6. $(v \times i) + (i - v) = 39 + 10 = 49$.

Cek ulang: $3^3 + 13^2 = 27 + 169 = 196$ ✓, dan 3 serta 13 sama-sama prima ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menukar urutan pengurangan menjadi $v - i = -10$, sehingga menjawab $39 - 10 = 29$.
• Hanya mencoba $v = 2$, mendapat 188 yang bukan bilangan kuadrat, lalu berhenti; semua kemungkinan v harus dicoba.
• Menghitung v^3 sebagai $3 \times v$ (misalnya $3^3 = 9$), sehingga semua hasil berikutnya salah.

Jawaban: 49.

No. 20 Kunci: 8550

Yang diketahui: 16 ayam hitam dan 14 ayam putih (10 di antaranya betina). Dipilih 4 ayam dengan **tepat** 2 ayam betina putih. **Yang ditanya:** banyak cara memilih.

Konsep 1 – Kombinasi. Kombinasi adalah cara **memilih** tanpa memperhatikan urutan. Rumusnya $C(n, r) = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$. Untuk memilih 2 benda: $C(n, 2) = \dfrac{n \times (n-1)}{2}$.

Contoh kecil: memilih 2 dari $\{A, B, C\}$ menghasilkan AB, AC, BC, yaitu 3 cara $= C(3, 2) = \dfrac{3 \times 2}{2}$.

Pilihan AB dan BA dianggap sama karena ayamnya sama.

Konsep 2 – Arti "tepat 2". Tepat 2 artinya tidak kurang dan tidak lebih. Jadi 2 ayam lainnya **tidak boleh** ayam betina putih.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 3 – Kaidah perkalian. Memilih bagian pertama lalu bagian kedua: banyak caranya dikalikan.

Langkah penyelesaian:

1. Bagi ayam menjadi dua kelompok:
• Ayam betina putih: 10 ekor.
• Bukan betina putih: 16 ayam hitam ditambah $14 - 10 = 4$ ayam jantan putih, jadi 20 ekor.
Periksa: $10 + 20 = 30 = 16 + 14$ ✓.
2. Pilih 2 dari 10 ayam betina putih: $C(10, 2) = \dfrac{10 \times 9}{2} = 45$ cara.
3. Pilih 2 dari 20 ayam yang bukan betina putih: $C(20, 2) = \dfrac{20 \times 19}{2} = 190$ cara.
4. Kaidah perkalian: $45 \times 190 = 8.550$ cara.

Cek ulang: $45 \times 190 = 45 \times 200 - 45 \times 10 = 9.000 - 450 = 8.550$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Memilih 2 ayam lainnya dari semua 28 ayam sisa: $45 \times C(28, 2) = 45 \times 378 = 17.010$. Cara ini ikut menghitung pilihan dengan 3 atau 4 betina putih.
• Memilih 2 ayam lainnya hanya dari ayam hitam: $45 \times C(16, 2) = 45 \times 120 = 5.400$ (lupa 4 ayam jantan putih).
• Memakai permutasi (urutan diperhatikan): $P(10, 2) \times P(20, 2) = 90 \times 380$, padahal memilih ayam tidak memperhatikan urutan.

Jawaban: 8550.

Simulasi 4 — Prediksi SNBT 2027 — 1

No. 1 Kunci: 28

Yang diketahui: bentuk $\left(\sqrt{75} - \sqrt{27}\right)^2 + \sqrt{8} \times \sqrt{32}$. **Yang ditanya:** nilainya.

Konsep 1 – Menyederhanakan akar. Pecah bilangan di dalam akar menjadi (bilangan kuadrat) $\times$ (sisa), lalu keluarkan akar bilangan kuadratnya: $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$.
Contoh kecil: $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$, karena $\sqrt{4} = 2$.
Konsep 2 – Akar sejenis dijumlah/dikurangkan seperti suku aljabar. $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, sama seperti $5p - 3p = 2p$.
Konsep 3 – Perkalian akar. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, dan $\left(k\sqrt{a}\right)^2 = k^2 \times a$.
Contoh kecil: $\sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$; $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 9 \times 2 = 18$.

Langkah penyelesaian:

1. $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$, karena 25 bilangan kuadrat (5×5).
2. $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$, karena $9 = 3 \times 3$.
3. Isi kurung: $5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ (akar sejenis, Konsep 2).
4. Kuadratkan: $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$.
5. Bagian kedua: $\sqrt{8} \times \sqrt{32} = \sqrt{8 \times 32} = \sqrt{256} = 16$, karena $16 \times 16 = 256$.
6. Jumlahkan: $12 + 16 = 28$.

Cek ulang: dengan desimal, $\sqrt{75} \approx 8{,}660$ dan $\sqrt{27} \approx 5{,}196$; selisihnya $\approx 3{,}464$ dan kuadratnya $\approx 12{,}00$ ✓. Lalu $\sqrt{8} \approx 2{,}828$ dan $\sqrt{32} \approx 5{,}657$; hasil kalinya $\approx 16{,}00$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Menganggap $\left(\sqrt{75} - \sqrt{27}\right)^2 = 75 - 27 = 48$, sehingga hasil akhirnya $48 + 16 = 64$. Kuadrat

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

selisih tidak sama dengan selisih kuadrat.

• Menghitung $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 2 \times 3 = 6$ (lupa mengkuadratkan angka 2), sehingga hasilnya $6 + 16 = 22$.

• Menjumlahkan isi akar pada perkalian: $\sqrt{8} \times \sqrt{32} = \sqrt{40}$, sehingga hasil akhirnya tidak bulat (tanda ada langkah yang salah).

Jawaban: 28.

No. 2 Kunci: D

Yang diketahui: suhu awal -14°C (pukul 06.00); naik 3°C per jam sampai 10.00; lalu turun 5°C per jam. **Yang ditanya:** suhu pukul 13.00.

Konsep 1 – Naik berarti ditambah, turun berarti dikurangi. Pada garis bilangan, menambah berarti bergeser ke kanan dan mengurangi berarti bergeser ke kiri, termasuk ketika bilangannya negatif. Contoh kecil: $-5 + 3 = -2$ (dari -5 geser 3 langkah ke kanan), sedangkan $-2 - 4 = -6$ (dari -2 geser 4 langkah ke kiri).
Konsep 2 – Lama waktu. Banyak jam dari pukul a sampai pukul b adalah $b - a$. Contoh kecil: dari 07.00 sampai 09.00 ada $9 - 7 = 2$ jam.

Langkah penyelesaian:
1. Lama suhu naik: dari 06.00 sampai 10.00 ada $10 - 6 = 4$ jam.
2. Kenaikan total: $4 \times 3 = 12^\circ$C. Suhu pukul 10.00: $-14 + 12 = -2^\circ$C (dari -14 geser 12 langkah ke kanan).
3. Lama suhu turun: dari 10.00 sampai 13.00 ada $13 - 10 = 3$ jam.
4. Penurunan total: $3 \times 5 = 15^\circ$C. Suhu pukul 13.00: $-2 - 15 = -17^\circ$C.

Cek ulang (per jam): 06.00: $-14 \rightarrow$ 07.00: $-11 \rightarrow$ 08.00: $-8 \rightarrow$ 09.00: $-5 \rightarrow$ 10.00: $-2 \rightarrow$ 11.00: $-7 \rightarrow$ 12.00: $-12 \rightarrow$ 13.00: -17 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 11°C: **Jebakan:** mengabaikan tanda negatif suhu awal: $14 + 12 - 15 = 11$.
• B ✗ -7°C: **Jebakan:** mengurangkan 5 hanya sekali ($-2 - 5$), padahal penurunan berlangsung 3 jam.
• C ✗ -14°C: **Jebakan:** menghitung 06.00–10.00 sebagai 5 jam (menghitung titik jam, bukan selang), sehingga suhu pukul 10.00 menjadi 1°C dan pukul 13.00 menjadi $1 - 15 = -14$.
• D ✓ -17°C.
• E ✗ -22°C: **Jebakan:** menghitung 10.00–13.00 sebagai 4 jam: $-2 - 20 = -22$.

Jawaban: D.

No. 3 Kunci: B

Yang diketahui: kode 4 angka dari 0–9; angka pertama bukan 0; angka terakhir ganjil; semua angka berbeda. **Yang ditanya:** banyak kode.

Konsep – Aturan perkalian. Bila tempat pertama dapat diisi p cara, tempat kedua q cara, dan seterusnya, banyak susunan = hasil kali banyak cara tiap tempat.
Contoh kecil: kode 2 angka berbeda dari angka $1, 2, 3$: tempat pertama 3 cara, tempat kedua 2 cara (tidak boleh sama), jadi $3 \times 2 = 6$ kode.
Kiat: isi lebih dulu tempat yang punya syarat paling ketat, baru tempat yang bebas.

Langkah penyelesaian:
1. **Angka terakhir** (syarat: ganjil): $1, 3, 5, 7, 9 \rightarrow 5$ cara.
2. **Angka pertama** (syarat: bukan 0 dan berbeda dari angka terakhir): angka 1–9 ada 9; satu di antaranya sudah dipakai di angka terakhir (angka ganjil pasti termasuk 1–9). Jadi $9 - 1 = 8$ cara.
3. **Angka kedua**: dari 10 angka (0–9), dua sudah dipakai $\rightarrow 8$ cara. Angka 0 boleh dipakai di sini.
4. **Angka ketiga**: tiga angka sudah dipakai $\rightarrow 7$ cara.
5. Banyak kode $= 5 \times 8 \times 8 \times 7 = 2.240$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang (cara lain, pisah kasus): kode dengan angka pertama ganjil: angka pertama 5 cara, angka terakhir ganjil lain 4 cara, tengah $8 \times 7 \to 5 \times 4 \times 56 = 1.120$. Kode dengan angka pertama genap bukan 0 $(2, 4, 6, 8)$: 4 cara, angka terakhir 5 cara, tengah $8 \times 7 \to 4 \times 5 \times 56 = 1.120$. Jumlah 2.240 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 1.680: **Jebakan:** lupa bahwa angka 0 boleh dipakai di tengah, sehingga tempat kedua dan ketiga dianggap 7 dan 6 cara: $5 \times 8 \times 7 \times 6$.
• B ✓ 2.240.
• C ✗ 2.520: **Jebakan:** angka pertama dianggap 9 cara (lupa bahwa angka pertama tidak boleh sama dengan angka terakhir): $5 \times 9 \times 8 \times 7$.
• D ✗ 3.240: **Jebakan:** mengisi dari kiri ($9 \times 9 \times 8$) lalu memberi angka terakhir 5 cara, padahal sebagian angka ganjil mungkin sudah terpakai: $9 \times 9 \times 8 \times 5$.
• E ✗ 4.500: **Jebakan:** mengabaikan syarat angka berbeda: $9 \times 10 \times 10 \times 5$.

Jawaban: B.

No. 4 Kunci: 250

Yang diketahui: penjualan Senin–Jumat $124, 131, 118, 140, 127$; Minggu $= 2\times$ Sabtu; rata-rata 7 hari $= 145$. **Yang ditanya:** penjualan hari Minggu.

Konsep – Rata-rata dan jumlah data. Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}$, sehingga jumlah data = rata-rata $\times$ banyak data.
Contoh kecil: rata-rata 4 bilangan adalah 10, maka jumlah keempat bilangan $= 4 \times 10 = 40$. Bila tiga bilangan berjumlah 28, bilangan keempat $= 40 - 28 = 12$.

Langkah penyelesaian:
1. Misalkan penjualan hari Sabtu $= s$ roti. Maka penjualan hari Minggu $= 2s$ roti.
2. Jumlah penjualan Senin–Jumat: $124 + 131 + 118 + 140 + 127 = 640$.
3. Jumlah penjualan 7 hari $= 7 \times 145 = 1.015$.
4. Jumlah Sabtu dan Minggu $= 1.015 - 640 = 375$. Jadi $s + 2s = 3s = 375$.
5. Bagi dengan 3: $s = 125$. Penjualan hari Minggu $= 2 \times 125 = 250$.

Cek ulang: $640 + 125 + 250 = 1.015$ dan $1.015 : 7 = 145$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 125, padahal 125 adalah penjualan hari **Sabtu**, bukan Minggu.
• Menjawab 375, yaitu jumlah Sabtu dan Minggu, tanpa memisahkan keduanya.
• Menulis $s + 2s$ sebagai $2s$, sehingga $s = 187{,}5$ (bukan bilangan bulat; tanda ada langkah yang salah).
• Memakai 6 hari: $6 \times 145 - 640 = 230$, lalu $3s = 230$ tidak menghasilkan bilangan bulat.

Jawaban: 250.

No. 5 Kunci: C

Yang diketahui: $100 < n < 200$; n dibagi 7 bersisa 3; n dibagi 9 bersisa 5. **Yang ditanya:** n terkecil.

Konsep – Sisa pembagian. "n dibagi 9 bersisa 5" artinya $n = 9k + 5$ untuk suatu bilangan cacah k, yaitu n termasuk barisan $5, 14, 23, 32, \ldots$ (selalu bertambah 9).
Contoh kecil: $23 = 9 \times 2 + 5$, jadi 23 dibagi 9 bersisa 5.
Strategi: daftar bilangan yang memenuhi satu syarat (pilih pembagi yang lebih besar agar daftarnya lebih pendek), lalu uji syarat lainnya satu per satu.

Langkah penyelesaian:
1. Bilangan berbentuk $9k + 5$ yang lebih dari 100: $9 \times 11 + 5 = 104$, lalu $113, 122, 131, \ldots$
2. Uji sisa pembagian oleh 7:
• $104 = 7 \times 14 + 6 \to$ sisa 6 ✗.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• $113 = 7 \times 16 + 1 \rightarrow$ sisa 1 ✗.
• $122 = 7 \times 17 + 3 \rightarrow$ sisa 3 ✓.
3. Jadi bilangan terkecil yang memenuhi kedua syarat dan lebih dari 100 adalah 122.

Cek ulang: $122 = 9 \times 13 + 5$ (sisa 5) ✓ dan $122 = 7 \times 17 + 3$ (sisa 3) ✓. Bilangan berikutnya yang memenuhi adalah $122 + \text{KPK}(7, 9) = 122 + 63 = 185$, lebih besar, sehingga 122 memang yang paling sedikit.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 59: **Jebakan:** 59 memenuhi kedua syarat sisa, tetapi tidak lebih dari 100.
• B ✗ 104: **Jebakan:** hanya memeriksa syarat pembagian oleh 9; 104 dibagi 7 bersisa 6.
• C ✓ 122.
• D ✗ 134: **Jebakan:** mengurangkan kedua sisa sekaligus dan mengira $n - 8$ kelipatan 63, sehingga $n = 63 \times 2 + 8$; padahal 134 dibagi 7 bersisa 1.
• E ✗ 138: **Jebakan:** sisa tertukar (sisa 5 untuk pembagi 7 dan sisa 3 untuk pembagi 9).

Jawaban: C.

No. 6 Kunci: E

Yang diketahui: garis Layanan Hemat melalui titik $(0, 13)$ dan $(5, 23)$, dengan y dalam ribu rupiah.
Yang ditanya: tarif per kilometer.

Konsep – Gradien sebagai laju perubahan. Gradien garis melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Pada grafik biaya terhadap jarak, gradien = tambahan biaya untuk setiap tambahan 1 km, yaitu tarif per kilometer. Titik potong dengan sumbu tegak ($x = 0$) adalah biaya awal.
Contoh kecil: garis biaya melalui $(0, 4)$ dan $(2, 10)$: $m = \dfrac{10 - 4}{2 - 0} = 3$, artinya tarifnya 3 ribu rupiah per km dan biaya awalnya 4 ribu rupiah.

Langkah penyelesaian:
1. Baca dua titik pada garis biru (Layanan Hemat): $(0, 13)$ dan $(5, 23)$.
2. Perubahan biaya: $23 - 13 = 10$ ribu rupiah. Perubahan jarak: $5 - 0 = 5$ km.
3. Gradien: $m = \dfrac{10}{5} = 2$ ribu rupiah per km, yaitu Rp2.000 per km.

Cek ulang: biaya awal Rp13.000; untuk 5 km biayanya $13 + 5 \times 2 = 23$ ribu rupiah, cocok dengan titik $(5, 23)$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ Rp13.000: **Jebakan:** membaca titik potong sumbu tegak (biaya awal) sebagai tarif per km.
• B ✗ Rp10.000: **Jebakan:** berhenti pada perubahan biaya $23 - 13$ tanpa membaginya dengan perubahan jarak 5 km.
• C ✗ Rp4.600: **Jebakan:** membagi biaya total dengan jarak, $23 : 5 = 4{,}6$; cara ini ikut membagi biaya awal yang seharusnya tidak dihitung per km.
• D ✗ Rp3.000: **Jebakan:** memakai garis merah (Layanan Kilat): $\dfrac{19 - 7}{4 - 0} = 3$.
• E ✓ Rp2.000.

Jawaban: E.

No. 7 Kunci: A

Yang diketahui: Layanan Kilat melalui $(0, 7)$ dan $(4, 19)$; Layanan Hemat melalui $(0, 13)$ dan $(5, 23)$.
Yang ditanya: jarak ketika biaya keduanya sama.

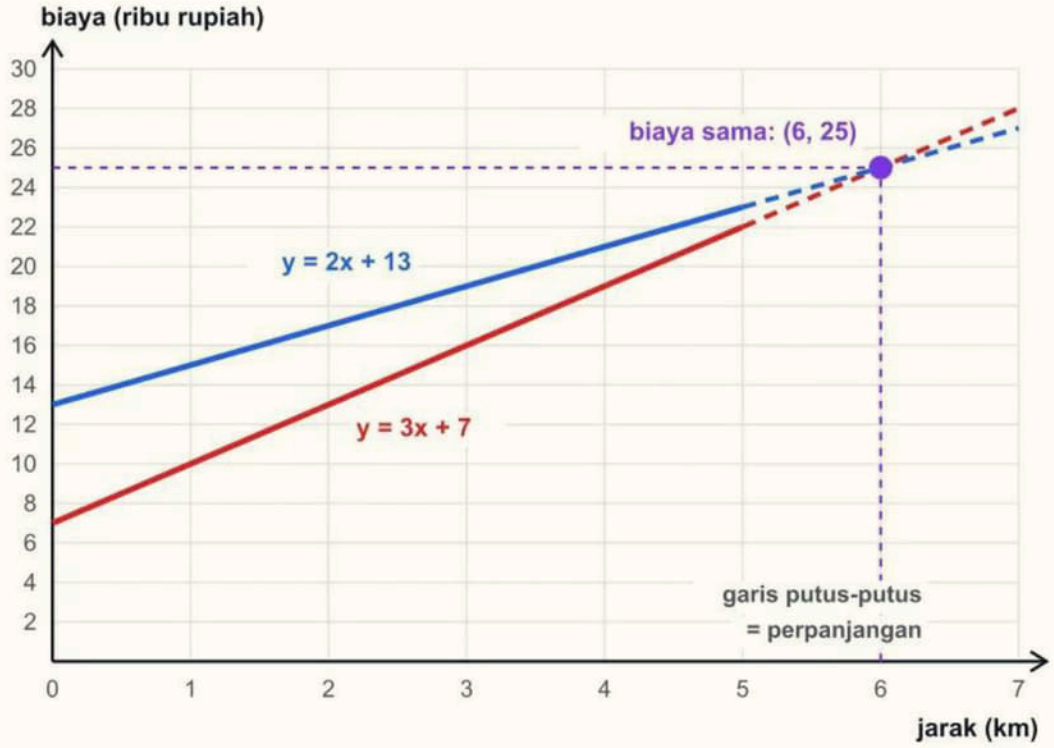
Konsep 1 – Persamaan garis dari biaya awal dan tarif. Garis yang memotong sumbu tegak di $(0, c)$ dan bergradien m mempunyai persamaan $y = mx + c$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 2 – Biaya sama = titik potong dua garis. Biaya sama artinya nilai y kedua garis sama untuk x yang sama. Samakan kedua rumus, lalu selesaikan persamaan linear satu variabel. Saat memindahkan suku ke ruas lain, tandanya berubah.
Contoh kecil: $4x + 1 = x + 10 \rightarrow 4x - x = 10 - 1 \rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3$.

Langkah penyelesaian:

1. Layanan Kilat: biaya awal 7, gradien $\dfrac{19-7}{4-0} = \dfrac{12}{4} = 3$. Persamaan: $y = 3x + 7$.
2. Layanan Hemat: biaya awal 13, gradien $\dfrac{23-13}{5-0} = 2$ (soal nomor 6). Persamaan: $y = 2x + 13$.
3. Samakan: $3x + 7 = 2x + 13$.
4. Pindahkan $2x$ ke kiri dan 7 ke kanan: $3x - 2x = 13 - 7$, sehingga $x = 6$.



Educational Institutions

Cek ulang: untuk 6 km, Layanan Kilat: $3(6) + 7 = 25$ ribu rupiah; Layanan Hemat: $2(6) + 13 = 25$ ribu rupiah ✓. Masuk akal juga: pada $x = 0$ Layanan Kilat lebih murah 6 ribu, dan setiap km selisihnya berkurang $3 - 2 = 1$ ribu, jadi selisih habis setelah $6 : 1 = 6$ km.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ 6.
• B ✗ 4: **Jebakan:** salah tanda saat memindahkan suku: $3x + 2x = 13 + 7$, sehingga $5x = 20$.
• C ✗ 3: **Jebakan:** membagi selisih biaya awal 6 dengan tarif Layanan Hemat saja $(6 : 2)$, bukan dengan selisih tarif.
• D ✗ 2: **Jebakan:** membagi selisih biaya awal 6 dengan tarif Layanan Kilat saja $(6 : 3)$.
• E ✗ $1{,}2$: **Jebakan:** membagi selisih biaya awal dengan jumlah tarif $(6 : 5)$, padahal yang menentukan adalah selisih tarif.

Jawaban: A.

No. 8 Kunci: D

Yang diketahui: garis Prima sejajar garis Kilat $(y = 3x + 7)$; pada $x = 4$, biaya Prima = biaya Hemat $(y = 2x + 13)$. **Yang ditanya:** persamaan garis Prima.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Garis sejajar mempunyai gradien yang sama. Bila garis g sejajar garis bergradien 3, gradien g juga 3.
Konsep 2 – Persamaan garis dari gradien dan satu titik. Garis bergradien m melalui (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$.
Contoh kecil: gradien 2 melalui $(1, 5)$: $y - 5 = 2(x - 1) \to y = 2x - 2 + 5 = 2x + 3$.

Langkah penyelesaian:
1. Gradien Layanan Kilat $= 3$ (dari soal nomor 7), jadi gradien Layanan Prima juga 3.
2. Biaya Layanan Hemat untuk 4 km: $y = 2(4) + 13 = 21$. Jadi garis Prima melalui titik $(4, 21)$.
3. $y - 21 = 3(x - 4) \to y - 21 = 3x - 12$.
4. Tambahkan 21 pada kedua ruas: $y = 3x - 12 + 21 = 3x + 9$.

Cek ulang: untuk $x = 4$: $3(4) + 9 = 21$, sama dengan biaya Layanan Hemat ✓. Gradien 3 sama dengan Layanan Kilat ✓. Artinya Layanan Prima: biaya awal Rp9.000 dan tarif Rp3.000 per km.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $y = 3x + 33$: **Jebakan:** salah tanda di dalam kurung, $y - 21 = 3(x + 4)$, sehingga $y = 3x + 12 + 21$.
• B ✗ $y = 3x + 21$: **Jebakan:** memakai biaya 21 pada jarak 4 km sebagai biaya awal (titik potong sumbu tegak), padahal biaya awal terjadi pada $x = 0$.
• C ✗ $y = 3x + 17$: **Jebakan:** lupa mengalikan 4 dengan gradien 3: $y - 21 = 3x - 4$, sehingga $y = 3x + 17$.
• D ✓ $y = 3x + 9$.
• E ✗ $y = 2x + 13$: **Jebakan:** memakai gradien Layanan Hemat, padahal yang sejajar adalah Layanan Kilat; garis ini justru garis Layanan Hemat sendiri.

Jawaban: D.

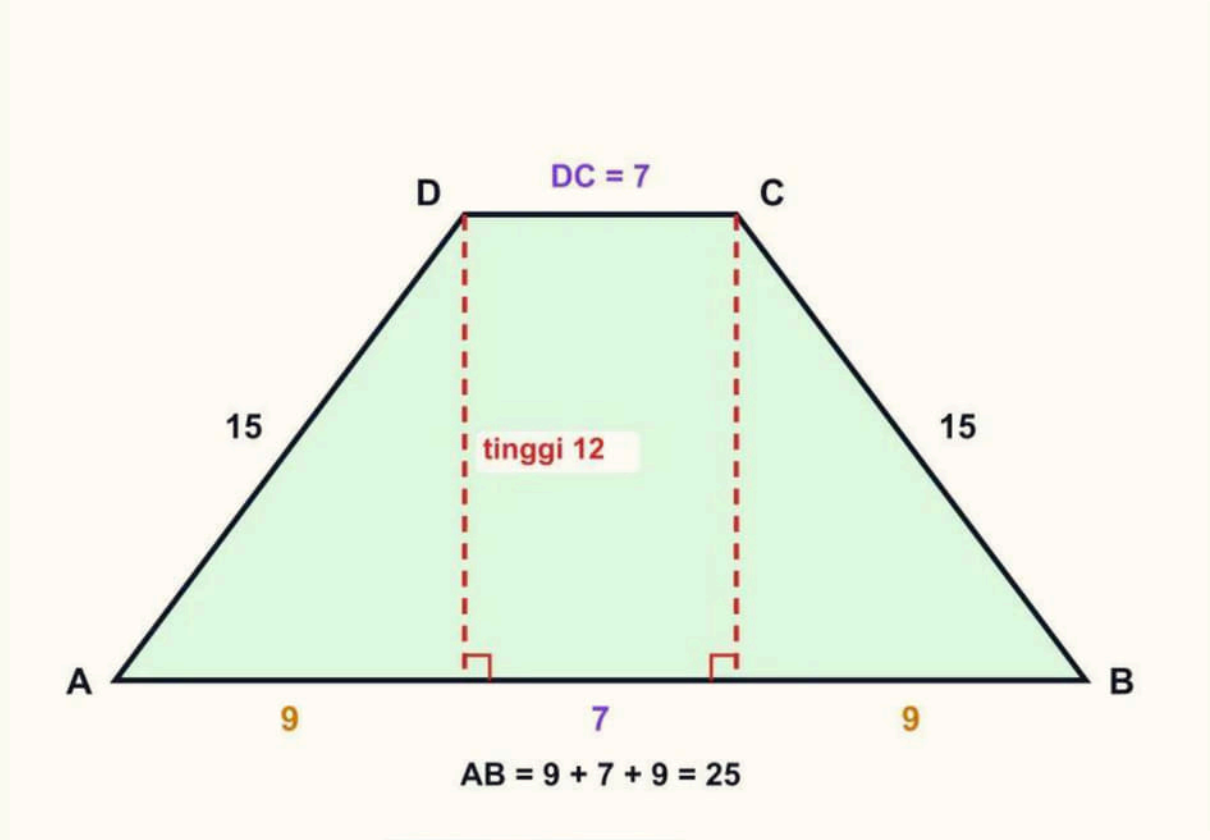
No. 9 Kunci: B

Yang diketahui: trapesium sama kaki; sisi sejajar 7 m dan 25 m; kaki 15 m. **Yang ditanya:** luas.

Konsep 1 – Luas trapesium $= \dfrac{\text{jumlah sisi sejajar}}{2} \times \text{tinggi}$. Tinggi adalah jarak tegak lurus antara kedua sisi sejajar, **bukan** panjang kaki.
Konsep 2 – Tinggi trapesium sama kaki. Tarik garis tinggi dari kedua ujung sisi atas. Sisi bawah terbagi menjadi tiga bagian: tengah sama dengan sisi atas, dan dua bagian pinggir sama panjang, masing-masing $\dfrac{\text{sisi bawah} - \text{sisi atas}}{2}$. Setiap bagian pinggir membentuk segitiga siku-siku dengan kaki trapesium sebagai sisi miring.
Konsep 3 – Teorema Pythagoras: sisi miring^2 = sisi siku-siku^2 + sisi siku-siku^2.
Contoh kecil: sisi miring 5 dan satu sisi siku-siku 3: sisi lainnya $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$.

Langkah penyelesaian:
1. Bagian pinggir sisi bawah: $\dfrac{25 - 7}{2} = \dfrac{18}{2} = 9$ m.
2. Tinggi: $t = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$ m.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. Luas $= \dfrac{7+25}{2} \times 12 = 16 \times 12 = 192\,\text{m}^2$.

Cek ulang (cara lain): persegi panjang di tengah $7 \times 12 = 84$, ditambah dua segitiga siku-siku masing-masing $\dfrac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$. Jumlah $84 + 54 + 54 = 192$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 96: **Jebakan:** tinggi dihitung $15 - 9 = 6$ (mengurangkan panjang sisi, bukan kuadratnya), sehingga $16 \times 6 = 96$.

• B ✓ 192.

• C ✗ 240: **Jebakan:** memakai panjang kaki 15 sebagai tinggi: 16×15.

• D ✗ 300: **Jebakan:** menganggap kebun persegi panjang dengan panjang 25: 25×12.

• E ✗ 384: **Jebakan:** lupa membagi 2: $(7 + 25) \times 12$.

Jawaban: B.

No. 10 Kunci: 94

Yang diketahui: nomor kupon 100 sampai 300. **Yang ditanya:** banyak nomor yang habis dibagi 3 atau habis dibagi 5.

Konsep 1 – Banyak kelipatan k dari 1 sampai N adalah hasil bagi $N : k$ yang dibulatkan ke bawah. Untuk rentang a sampai b: (banyak kelipatan sampai b) − (banyak kelipatan sampai $a - 1$).
Contoh kecil: kelipatan 4 dari 1 sampai 30 ada 7 ($30 : 4 = 7{,}5 \to 7$).
Konsep 2 – Prinsip "atau" (inklusi–eksklusi). Banyak anggota "A atau B" = banyak A + banyak B − banyak yang termasuk keduanya. Bilangan yang habis dibagi 3 dan 5 sekaligus adalah kelipatan 15, dan bilangan ini terhitung dua kali bila hanya dijumlahkan.
Contoh kecil: dari 1 sampai 15: kelipatan 3 ada 5, kelipatan 5 ada 3, kelipatan 15 ada 1; jadi "habis dibagi 3 atau 5" ada $5 + 3 - 1 = 7$ (yaitu $3, 5, 6, 9, 10, 12, 15$).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Kelipatan 3: sampai 300 ada $300 : 3 = 100$; sampai 99 ada $99 : 3 = 33$. Dari 100 sampai 300: $100 - 33 = 67$.
2. Kelipatan 5: sampai 300 ada 60; sampai 99 ada 19 ($99 : 5 = 19{,}8 \to 19$). Dari 100 sampai 300: $60 - 19 = 41$.
3. Kelipatan 15: sampai 300 ada 20; sampai 99 ada 6 ($99 : 15 = 6{,}6 \to 6$). Dari 100 sampai 300: $20 - 6 = 14$.
4. Habis dibagi 3 atau 5: $67 + 41 - 14 = 94$.

Cek ulang: kelipatan 3 pada rentang itu adalah $102, 105, \ldots, 300$: banyaknya $\frac{300 - 102}{3} + 1 = 66 + 1 = 67$ ✓. Kelipatan 15: $105, 120, \ldots, 300$: $\frac{300 - 105}{15} + 1 = 13 + 1 = 14$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Lupa mengurangi kelipatan 15: $67 + 41 = 108$.
• Menghitung dari 1 sampai 300: $100 + 60 - 20 = 140$ (lupa nomor mulai dari 100).
• Mengurangkan banyak kelipatan sampai 100, bukan sampai 99, sehingga nomor 100 (kelipatan 5) tidak terhitung: $67 + 40 - 14 = 93$.

Jawaban: 94.

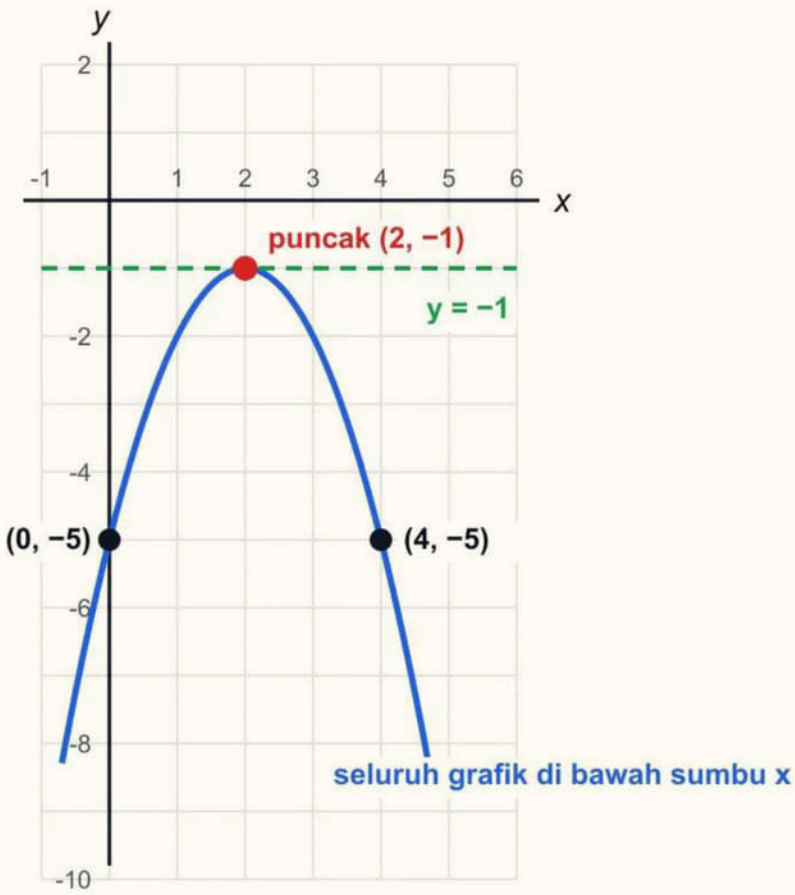
No. 11 Kunci: C

Yang diketahui: $f(x) = -x^2 + 4x + c$ melalui $(0, -5)$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Titik potong sumbu y. Titik potong sumbu y terjadi saat $x = 0$, sehingga $f(0) = c$.
Konsep 2 – Diskriminan. Untuk $ax^2 + bx + c$, $D = b^2 - 4ac$. $D > 0$: grafik memotong sumbu x di dua titik; $D = 0$: menyinggung di satu titik; $D < 0$: tidak memotong sumbu x.
Konsep 3 – Arah dan puncak parabola. $a < 0$ berarti parabola terbuka ke bawah; puncaknya di $x = -\frac{b}{2a}$.
Contoh kecil: $g(x) = -x^2 + 2x - 3$: $a = -1, D = 4 - 12 = -8 < 0$, terbuka ke bawah dan tidak menyentuh sumbu x, jadi seluruh grafiknya di bawah sumbu x.

Langkah penyelesaian:
1. $f(0) = c = -5$, jadi $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ dengan $a = -1, b = 4, c = -5$.
2. $D = 4^2 - 4(-1)(-5) = 16 - 20 = -4 < 0$.
3. Puncak: $x = -\frac{4}{2(-1)} = 2$, dan $f(2) = -4 + 8 - 5 = -1$. Puncaknya $(2, -1)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Uji tiap pernyataan:

• **(1) Salah.** $D < 0$, jadi grafik tidak memotong sumbu x sama sekali.
Jebakan: menghitung $D = 16 + 20 = 36$ karena salah tanda pada $-4ac$.

• **(2) Benar.** Parabola terbuka ke bawah ($a < 0$) dan titik tertingginya $(2, -1)$ berada di bawah sumbu x. Jadi semua nilai $f(x) \leq -1 < 0$.

• **(3) Salah.** Puncaknya $(2, -1)$, bukan $(2, 1)$.
Jebakan: salah tanda saat menghitung $f(2)$, misalnya menulis $-x^2$ sebagai $+4$ untuk $x = 2$: $4 + 8 - 5 = 7$, atau mengira nilai puncak positif.

• **(4) Benar.** $-x^2 + 4x - 5 = -1 \rightarrow -x^2 + 4x - 4 = 0 \rightarrow$ kalikan -1: $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow$ hanya $x = 2$. Pada gambar, garis $y = -1$ menyentuh parabola tepat di puncaknya.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $f(0) = -5$ ✓; $f(4) = -16 + 16 - 5 = -5$ (simetris terhadap $x = 2$) ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah.

• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** salah tanda pada diskriminan dan pada nilai puncak sekaligus.

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** mengira (2) salah karena c negatif dianggap tidak cukup; padahal yang menentukan adalah $a < 0$ dan $D < 0$.

• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 12 Kunci: D

Yang diketahui: segitiga PQR siku-siku di Q; $PQ = 20$ cm; $PR = 29$ cm (sisi miring, karena berhadapan dengan sudut siku-siku). **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

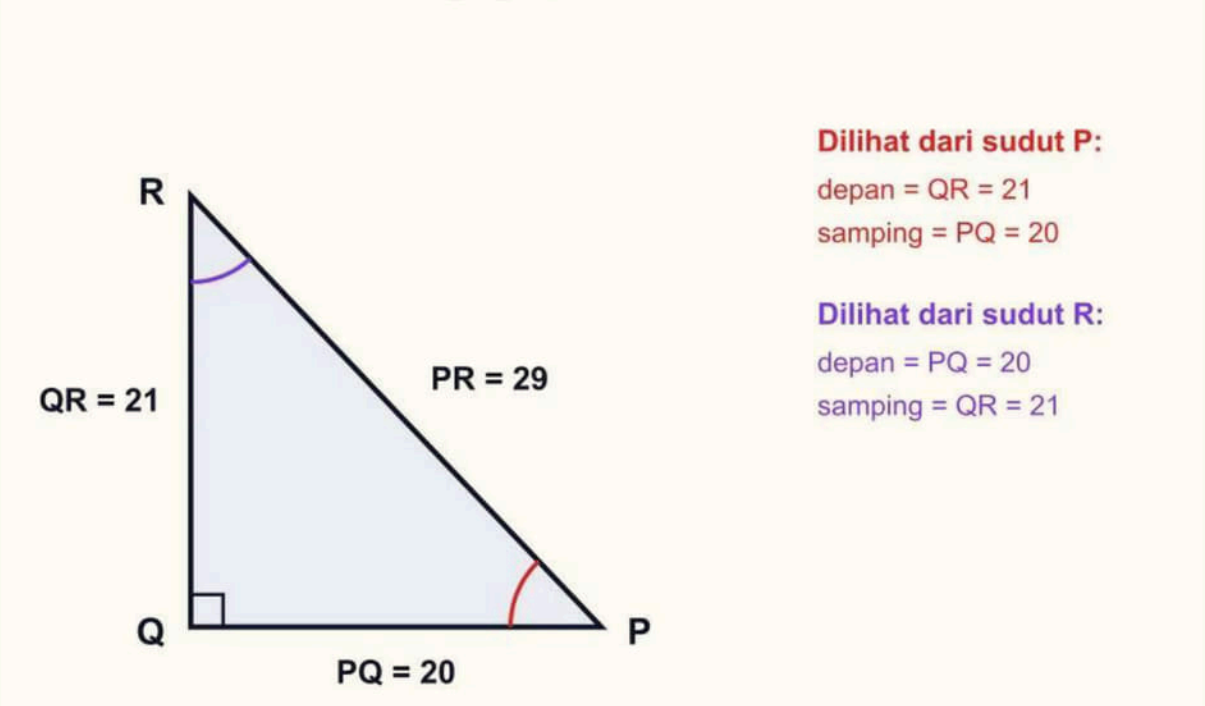
Konsep 1 – Teorema Pythagoras: miring^2 = sisi siku-siku^2 + sisi siku-siku^2.

Konsep 2 – Perbandingan trigonometri (dilihat dari sudut yang ditanya): $\sin = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}$, $\cos = \dfrac{\text{samping}}{\text{miring}}$, $\tan = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}}$. Sisi "depan" dan "samping" bergantung pada sudut yang dipakai.

Contoh kecil: segitiga 3-4-5 dengan sisi 3 di depan sudut β: $\sin\beta = \dfrac{3}{5}$, $\tan\beta = \dfrac{3}{4}$; untuk sudut lancip lainnya, $\tan = \dfrac{4}{3}$.

Langkah penyelesaian:

1. $QR = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{841 - 400} = \sqrt{441} = 21$ cm.
2. Dari sudut P: depan $= QR = 21$, samping $= PQ = 20$, miring $= 29$.
3. Dari sudut R: depan $= PQ = 20$, samping $= QR = 21$, miring $= 29$.



Uji tiap pernyataan:

• **(1) Salah.** $\sin P = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}} = \dfrac{21}{29}$.

Jebakan: memakai $PQ = 20$ sebagai sisi depan karena huruf P ada pada nama sisi PQ; padahal PQ

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

menempel pada sudut P (sisi samping).

• **(2) Salah.** $\tan R = \dfrac{PQ}{QR} = \dfrac{20}{21}$.

Jebakan: yang ditulis $\dfrac{21}{20}$ adalah $\tan P$, bukan $\tan R$.

• **(3) Salah.** $\sin P \times \cos P = \dfrac{21}{29} \times \dfrac{20}{29} = \dfrac{420}{841}$. Bandingkan dengan $\dfrac{1}{2}$: kali silang $420 \times 2 = 840$ dan $841 \times 1 = 841$. Karena $840 < 841$, maka $\dfrac{420}{841} < \dfrac{1}{2}$.

Jebakan: membulatkan $\dfrac{420}{841} \approx 0{,}5$ lalu menganggapnya lebih dari $\dfrac{1}{2}$; nilai tepatnya $0{,}4994\ldots$

• **(4) Benar.** $\tan P \times \tan R = \dfrac{21}{20} \times \dfrac{20}{21} = 1$.

Pernyataan yang benar: (4) saja.

Cek ulang: $20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841 = 29^2$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): ketiganya salah.

• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** sisi depan dan samping sudut P tertukar serta pembulatan pada (3).

• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** memakai $\tan P$ sebagai $\tan R$ pada (2).

• D ✓ (4) saja.

• E ✗ semua: (1), (2), dan (3) salah.

Jawaban: D.

No. 13 Kunci: B

Yang diketahui: tabung $r = 6, t = 10$; kerucut $r = 6, t = 8$, menempel di tutup tabung. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Volume. Tabung: $\pi r^2 t$. Kerucut: $\dfrac{1}{3}\pi r^2 t$. Volume gabungan = jumlah volume bagian-bagiannya.

Konsep 2 – Luas permukaan. Selimut tabung $= 2\pi rt$; alas tabung $= \pi r^2$; selimut kerucut $= \pi rs$ dengan s = garis pelukis, $s = \sqrt{r^2 + t^2}$.

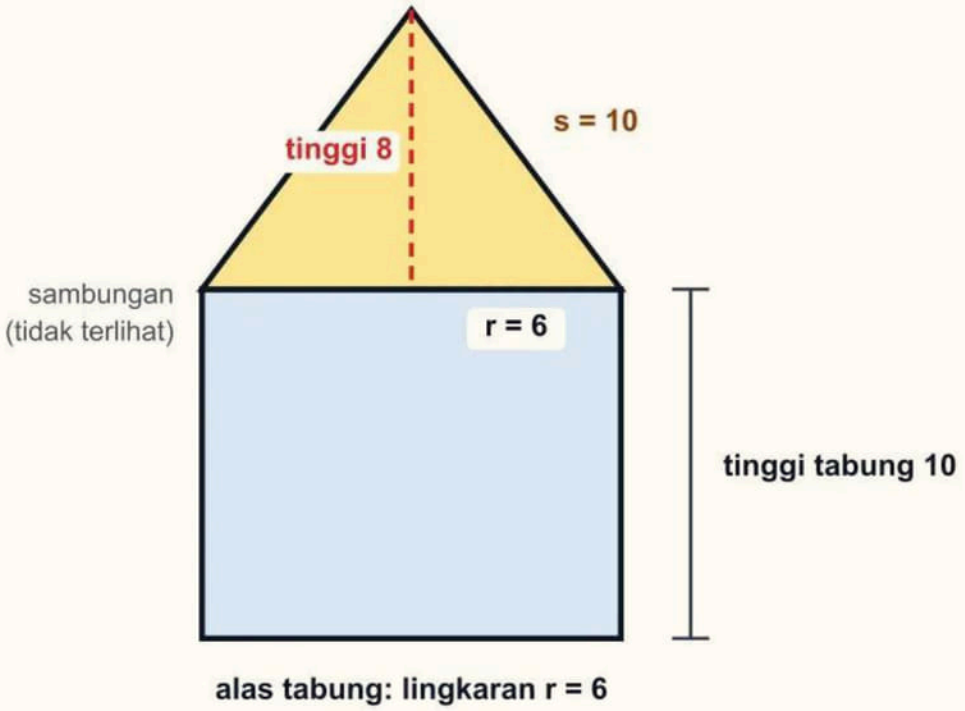
Pada benda gabungan, bagian yang saling menempel (tutup tabung dan alas kerucut) **tidak** termasuk permukaan luar.

Contoh kecil: dua kubus bersisi 1 ditempel menjadi balok $2 \times 1 \times 1$; luasnya 10, bukan $6 + 6 = 12$, karena dua sisi yang menempel hilang.

Langkah penyelesaian:

1. Volume tabung $= \pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi$.
2. Volume kerucut $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = \dfrac{1}{3} \times 288\pi = 96\pi$.
3. Garis pelukis kerucut: $s = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



4. Permukaan luar: alas tabung $\pi \times 36 = 36\pi$; selimut tabung $2\pi \times 6 \times 10 = 120\pi$; selimut kerucut $\pi \times 6 \times 10 = 60\pi$.

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** $360\pi + 96\pi = 456\pi$ cm^3.

• **(2) Salah.** Luas yang dicat $= 36\pi + 120\pi + 60\pi = 216\pi$ cm^2.

Jebakan: ikut menghitung tutup tabung (36π) yang tertutup kerucut: $216\pi + 36\pi = 252\pi$.

• **(3) Benar.** $96\pi : 360\pi = 96 : 360$; bagi keduanya dengan 24: $4 : 15$.

• **(4) Salah.** Selimut kerucut $= \pi rs = 60\pi$ cm^2.

Jebakan: memakai tinggi kerucut 8 sebagai pengganti garis pelukis: $\pi \times 6 \times 8 = 48\pi$.

Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: kerucut dan tabung dengan alas sama mempunyai perbandingan volume $\frac{1}{3} \times 8 : 10 = 8 : 30 = 4 : 15$ ✓, sama dengan hasil (3).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (2) yang salah.

• B ✓ (1) dan (3).

• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** menghitung tutup tabung yang tertutup dan memakai tinggi sebagai garis pelukis.

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** lupa membagi 3 pada volume kerucut (288π), sehingga (1) dan (3) terlihat salah, lalu memakai tinggi sebagai garis pelukis.

• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 14 Kunci: D

Yang diketahui: total 480 siswa; Olahraga 30%, Seni 25%, Pramuka 15%, Robotik $72°$, Jurnalistik tidak dicantumkan. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Persen dan sudut pada diagram lingkaran. Satu lingkaran penuh $= 360° = 100\%$. Jadi $1\% = 3{,}6°$, dan persentase $= \dfrac{\text{sudut}}{360°} \times 100\%$.

Contoh kecil: juring $90°$ mewakili $\dfrac{90}{360} = \dfrac{1}{4} = 25\%$.

Konsep 2 – Banyak anggota $=$ persentase $\times$ total. Contoh kecil: 10% dari 200 siswa $= 20$ siswa.

Langkah penyelesaian:

1. Ubah sudut Robotik menjadi persen: $\dfrac{72}{360} \times 100\% = 20\%$.
2. Persentase Jurnalistik $= 100\% - (30\% + 25\% + 20\% + 15\%) = 100\% - 90\% = 10\%$.
3. Ringkasan:

Ekstrakurikuler	Olahraga	Seni	Robotik	Pramuka	Jurnalistik
Persen	30%	25%	20%	15%	10%
Banyak siswa	144	120	96	72	48

Uji tiap pernyataan:

- **(1) Benar.** $20\% \times 480 = 96$ siswa.
- **(2) Benar.** $10\% \times 360° = 36°$.
- **(3) Salah.** Robotik 96 siswa, Seni 120 siswa; $96 < 120$.

Jebakan: membandingkan angka yang tertulis di diagram, 72 (derajat) dengan 25 (persen), padahal satuannya berbeda.

- **(4) Benar.** Olahraga atau Seni $= 30\% + 25\% = 55\%$, lebih dari 50% (264 dari 480 siswa, sedangkan separuhnya 240).

Pernyataan yang benar: (1), (2), (4) → banyaknya 3.

Cek ulang: $144 + 120 + 96 + 72 + 48 = 480$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; tiga pernyataan terbukti benar.
- C ✗ 2: **Jebakan:** menganggap 72 sebagai persen, sehingga Jurnalistik dihitung negatif atau sudutnya salah dan (1) atau (2) dianggap salah.
- D ✓ 3.
- E ✗ 4: **Jebakan:** menganggap (3) benar karena $72 > 25$ (membandingkan derajat dengan persen).

Jawaban: D.

No. 15 Kunci: E

Yang ditanya: banyak pernyataan perbandingan yang benar.

Konsep 1 – Ubah ke desimal. Pecahan diubah ke desimal dengan membagi pembilang oleh penyebut. Bandingkan desimal setelah banyak angka di belakang koma disamakan.

Contoh kecil: $\dfrac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ dan $0{,}33 = 0{,}330$; karena $0{,}333 > 0{,}330$, maka $\dfrac{1}{3} > 0{,}33$.

Konsep 2 – Membandingkan bilangan negatif. Pada garis bilangan, bilangan yang lebih kiri lebih kecil. Di antara dua bilangan negatif, yang angkanya (tanpa tanda) lebih besar justru lebih kecil.
Contoh kecil: $-5 < -2$, karena -5 berada lebih kiri.

Konsep 3 – Mengurangkan pecahan: samakan penyebut dulu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Uji tiap pernyataan:

1. **(1) Benar.** $\frac{4}{9} = 0{,}444\ldots$ (angka 4 berulang). Bandingkan dengan $0{,}440$: $0{,}444 > 0{,}440$.

Jebakan: membulatkan $\frac{4}{9}$ menjadi $0{,}44$ lalu menganggap keduanya sama.

2. **(2) Benar.** $-\frac{3}{4} = -0{,}75$. Karena $0{,}75 > 0{,}7$, bilangan $-0{,}75$ berada lebih kiri, jadi $-0{,}75 < -0{,}7$.

Jebakan: membandingkan tanpa tanda negatif ($0{,}75 > 0{,}7$) lalu mengira $-0{,}75 > -0{,}7$.

3. **(3) Benar.** $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12} = 0{,}0833\ldots$, dan $0{,}0833 > 0{,}0800$.

Jebakan: mengurangkan pembilang dan penyebut langsung, $\frac{5-3}{6-4} = 1$ (hasilnya tetap lebih dari $0{,}08$, tetapi caranya salah); atau membulatkan $\frac{1}{12}$ menjadi $0{,}08$ lalu menganggapnya sama.

4. **(4) Benar.** $\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0{,}875$, dan $0{,}870 < 0{,}875 < 0{,}880$.

Keempat pernyataan benar → banyaknya 4.

Cek ulang dengan kali silang: (1) $\frac{4}{9}$ vs $\frac{44}{100}$: $400 > 396$ ✓. (3) $\frac{1}{12}$ vs $\frac{8}{100}$: $100 > 96$ ✓. (4) $\frac{7}{8} = \frac{875}{1.000}$, di antara $\frac{870}{1.000}$ dan $\frac{880}{1.000}$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0 dan B ✗ 1: **Jebakan:** gabungan kesalahan pembulatan dan tanda negatif pada beberapa pernyataan.

• C ✗ 2: **Jebakan:** membulatkan $\frac{4}{9}$ dan $\frac{1}{12}$ terlalu cepat, sehingga (1) dan (3) dianggap "sama dengan", bukan "lebih dari".

• D ✗ 3: **Jebakan:** salah membandingkan bilangan negatif pada (2).

• E ✓ 4.

Jawaban: E.

No. 16 Kunci: 1B 2S 3S

Yang diketahui: barisan aritmetika $u_3 = 26$, $u_8 = 41$; ada 20 baris. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Barisan aritmetika. Setiap suku bertambah dengan beda b yang sama: $u_n = u_1 + (n-1)b$.
Dari dua suku: $u_8 - u_3 = 5b$, karena dari baris ke-3 ke baris ke-8 ada $8 - 3 = 5$ kali penambahan.
Konsep 2 – Jumlah n suku pertama: $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$.

Contoh kecil: $2, 5, 8, 11$: $b = 3$, $S_4 = \frac{4}{2}(2 + 11) = 26$ (cek: $2 + 5 + 8 + 11 = 26$).

Langkah penyelesaian:

1. $5b = 41 - 26 = 15$, jadi $b = 3$.
2. $u_1 = u_3 - 2b = 26 - 6 = 20$.
3. Rumus suku: $u_n = 20 + (n-1) \times 3 = 3n + 17$.

Pernyataan 1 – Benar. $u_{20} = 3(20) + 17 = 60 + 17 = 77$ kursi.
Jebakan: menghitung $u_{20} = 20 + 20 \times 3 = 80$ (memakai n, bukan $n - 1$).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 2 – Salah. $S_{20} = \frac{20}{2}(20 + 77) = 10 \times 97 = 970$ kursi, bukan 1.000.

Jebakan: memakai $u_{20} = 80$ dari kesalahan di atas: $10 \times (20 + 80) = 1.000$.

Pernyataan 3 – Salah. Misalkan $u_n = 60$: $3n + 17 = 60 \rightarrow 3n = 43 \rightarrow n = 14{,}33\ldots$, bukan bilangan asli. Baris ke-14 berisi 59 kursi dan baris ke-15 berisi 62 kursi, jadi tidak ada baris berisi tepat 60.

Jebakan: mengira setiap bilangan di antara 20 dan 77 pasti muncul sebagai banyak kursi suatu baris.

Cek ulang: $u_3 = 3(3) + 17 = 26$ ✓ dan $u_8 = 3(8) + 17 = 41$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Salah.

No. 17 Kunci: A

Yang diketahui: $a + b = 2$ dan $a^2 - b^2 = 16$. **Yang ditanya:** hubungan $P = (a - b)^2$ dan $Q = a^2 - b^2$.

Konsep 1 – Selisih dua kuadrat: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
Contoh kecil: $7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$, dan $(7 + 3)(7 - 3) = 10 \times 4 = 40$.
Konsep 2 – Kuadrat selisih berbeda dengan selisih kuadrat. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, umumnya tidak sama dengan $a^2 - b^2$.
Contoh kecil: $(5 - 1)^2 = 16$, sedangkan $5^2 - 1^2 = 24$.

Langkah penyelesaian:
1. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \rightarrow 16 = 2 \times (a - b) \rightarrow a - b = 8$.
2. $P = (a - b)^2 = 8^2 = 64$.
3. $Q = a^2 - b^2 = 16$ (diketahui).
4. $64 > 16$, jadi $P > Q$.

Cek ulang: dari $a + b = 2$ dan $a - b = 8$: jumlahkan → $2a = 10$, $a = 5$, lalu $b = 2 - 5 = -3$. Periksa: $5^2 - (-3)^2 = 25 - 9 = 16$ ✓ dan $(5 - (-3))^2 = 8^2 = 64$ ✓. Nilai a dan b tunggal, jadi hubungannya pasti.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P = 64 > 16 = Q$.
• B ✗ **Jebakan:** mengira $a - b = \sqrt{16} = 4$ (seolah $a^2 - b^2 = (a - b)^2$), lalu salah menghitung P lebih kecil.
• C ✗ **Jebakan:** menganggap $(a - b)^2 = a^2 - b^2$, sehingga $P = Q$.
• D ✗ **Jebakan:** mengira dua persamaan yang memuat kuadrat tidak dapat diselesaikan, padahal pemfaktoran $a^2 - b^2$ memberi $a - b$ secara pasti.

Jawaban: A.

No. 18 Kunci: C

Yang ditanya: hubungan P (tepat 2 angka dari 4 koin) dan Q (tepat 1 angka dari 3 koin).

Konsep 1 – Ruang sampel koin. Setiap koin mempunyai 2 hasil, jadi n koin mempunyai 2^n hasil yang sama mungkin.
Konsep 2 – Memilih posisi. Banyak hasil dengan tepat k sisi angka dari n koin $= C(n, k)$, yaitu banyak cara memilih koin mana yang menunjukkan angka.
Contoh kecil: 2 koin: hasilnya AA, AG, GA, GG (4 hasil). Tepat satu angka: AG dan GA (2 hasil $= C(2, 1)$), jadi peluangnya $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Langkah penyelesaian:
1. P: semua hasil $2^4 = 16$. Tepat 2 angka: $C(4, 2) = \frac{4 \times 3}{2} = 6$ (AAGG, AGAG, AGGA, GAAG, GAGA,

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

GGAA). $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

2. Q: semua hasil $2^3 = 8$. Tepat 1 angka: $C(3,1) = 3$ (AGG, GAG, GGA). $Q = \frac{3}{8}$.

3. $P = Q = \frac{3}{8}$.

Cek ulang: untuk 3 koin, peluang $0, 1, 2, 3$ angka adalah $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}$ (jumlah 1 ✓). Untuk 4 koin: $\frac{1}{16}, \frac{4}{16}, \frac{6}{16}, \frac{4}{16}, \frac{1}{16}$ (jumlah 1 ✓).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** mengira "tepat dua angka dari empat koin" sama dengan setengah, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, lebih besar dari $\frac{3}{8}$.

• B ✗ **Jebakan:** menganggap hasil pelemparan 4 koin hanya 5 macam (0 sampai 4 angka) sehingga $P = \frac{1}{5}$, dan hasil 3 koin 4 macam sehingga $Q = \frac{1}{4}$; padahal kelima/keempat macam itu tidak sama mungkin.

• C ✓ $P = Q = \frac{3}{8}$.

• D ✗ **Jebakan:** mengira hasil acak tidak dapat dibandingkan; peluang adalah bilangan tetap yang dapat dihitung.

Jawaban: C.

No. 19 Kunci: E

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu sistem mempunyai tepat satu penyelesaian atau tidak.

Konsep 1 – Syarat penyelesaian tunggal. Sistem $\begin{cases} px + qy = r \\ sx + ty = u \end{cases}$ mempunyai tepat satu penyelesaian bila $pt - qs \neq 0$ (kedua garis tidak sejajar). Bila $pt - qs = 0$, kedua garis sejajar atau berimpit, sehingga penyelesaiannya tidak ada atau tak hingga banyaknya.
Contoh kecil: $x + 2y = 3$ dan $2x + 4y = 5$: $1 \times 4 - 2 \times 2 = 0$, kedua garis sejajar, tidak ada penyelesaian.
Konsep 2 – Kecukupan data. Pernyataan cukup bila jawabannya selalu sama ("ya" semua atau "tidak" semua) untuk setiap nilai yang mungkin. Untuk menunjukkan tidak cukup, cukup temukan dua contoh yang jawabannya berbeda.

Langkah penyelesaian:
1. Di sini $p = a, q = 2, s = 6, t = b$. Penyelesaian tunggal bila $ab - 12 \neq 0$, yaitu $ab \neq 12$.
2. **Pernyataan (1) saja:** $a + b = 7$.
• $a = 3, b = 4$: $ab = 12 \rightarrow$ sistem $3x + 2y = 4$ dan $6x + 4y = 8$ (berimpit) → **tidak** tunggal.
• $a = 1, b = 6$: $ab = 6 \neq 12 \rightarrow$ tunggal.
Jawaban berbeda → **tidak cukup**.
3. **Pernyataan (2) saja:** a, b bulat dengan $a > b$.
• $a = 4, b = 3$: $ab = 12 \rightarrow 4x + 2y = 4$ dan $6x + 3y = 8$ (sejajar) → tidak tunggal.
• $a = 5, b = 1$: $ab = 5 \rightarrow$ tunggal.
→ **tidak cukup**.
4. **Gabungan (1) dan (2):** pasangan bulat dengan $a + b = 7$ dan $a > b$, misalnya $(4, 3), (5, 2), (6, 1), (7, 0), (8, -1)$, dan seterusnya.
• $(4, 3)$: $ab = 12 \rightarrow$ tidak tunggal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• $(5, 2)$: $ab = 10$ → tunggal.
Jawaban masih berbeda → gabungan pun **tidak cukup**.

Cek ulang: untuk $(5, 2)$: $5x + 2y = 4$ dan $6x + 2y = 8$; kurangkan: $x = 4$, lalu $2y = 4 - 20 = -16$, $y = -8$. Penyelesaian tunggal $(4, -8)$ ✓. Untuk $(4, 3)$: persamaan pertama dikali $\frac{3}{2}$ menjadi $6x + 3y = 6$, padahal persamaan kedua $6x + 3y = 8$; tidak ada penyelesaian ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ dan B ✗: masing-masing pernyataan masih memberi jawaban "ya" dan "tidak" (langkah 2 dan 3).
• C ✗ **Jebakan:** mencari pasangan bulat yang membuat $ab = 12$, menemukan $(4, 3)$, lalu mengira itu satu-satunya kemungkinan; padahal $(5, 2)$ dan lainnya juga memenuhi kedua pernyataan.
• D ✗ masing-masing tidak cukup.
• E ✓ kedua pernyataan digabung pun tidak cukup.

Jawaban: E.

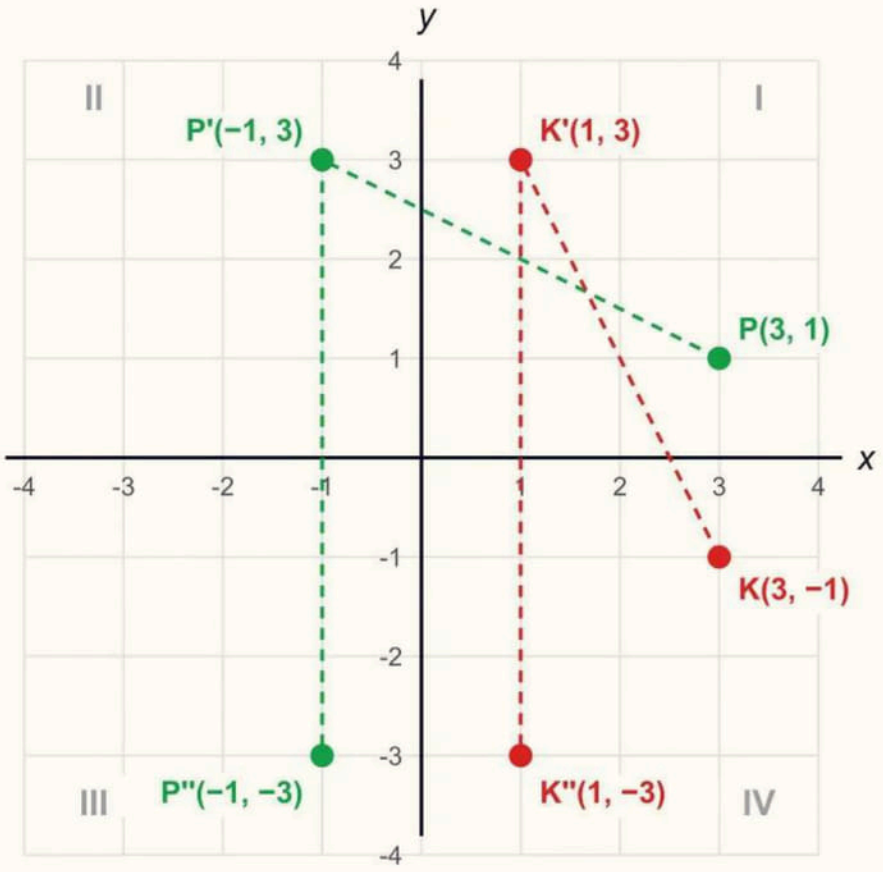
No. 20 Kunci: A

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu P'' berada di kuadran III atau tidak.

Konsep 1 – Rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O: $(x, y) \to (-y, x)$.
Contoh kecil: $(2, 5) \to (-5, 2)$.
Konsep 2 – Pencerminan terhadap sumbu x: $(x, y) \to (x, -y)$. Contoh kecil: $(-5, 2) \to (-5, -2)$.
Konsep 3 – Kuadran III: titik dengan $x < 0$ dan $y < 0$.
Konsep 4 – Tanda hasil kali dan jumlah. $ab > 0$ artinya a dan b bertanda sama (keduanya positif atau keduanya negatif). Bila juga $a + b > 0$, keduanya tidak mungkin negatif, jadi keduanya positif.

Langkah penyelesaian:
1. Rotasi: $P(a, b) \to P'(-b, a)$. Pencerminan: $P'(-b, a) \to P''(-b, -a)$.
2. P'' di kuadran III bila $-b < 0$ dan $-a < 0$, yaitu $a > 0$ dan $b > 0$.
3. **Pernyataan (1) saja:** $ab > 0$ dan $a + b > 0 \to a$ dan b keduanya positif (Konsep 4) → P'' **pasti** di kuadran III → **cukup**.
4. **Pernyataan (2) saja:** $a > b$.
• $a = 3, b = 1$: $P''(-1, -3)$ → kuadran III (ya).
• $a = 3, b = -1$: $P''(1, -3)$ → kuadran IV (tidak).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Jawaban berbeda → **tidak cukup**.

Cek ulang: contoh untuk (1): $a = 2, b = 5$ ($ab = 10 > 0, a + b = 7 > 0$): $P'(-5, 2), P''(-5, -2)$, kuadran III ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.
- B ✗ **Jebakan:** mengira $a > b$ membuat koordinat bayangan selalu negatif, padahal b dapat negatif.
- C ✗ **Jebakan:** mengira $ab > 0$ belum menentukan tanda (bisa keduanya negatif), lupa bahwa $a + b > 0$ menyingkirkan kemungkinan itu.
- D ✗ **Jebakan:** menganggap (2) juga cukup karena hanya mencoba contoh dengan a dan b positif.
- E ✗ (1) sudah cukup.

Jawaban: A.

Simulasi 5 — Prediksi SNBT 2027 — 2

No. 1 Kunci: 77

Yang diketahui: lantai $6{,}6$ m $\times$ $4{,}2$ m; ubin persegi sama besar, sisi bilangan bulat (cm), tidak dipotong, sebesar mungkin. **Yang ditanya:** banyak ubin.

Konsep 1 – Satuan. 1 m $= 100$ cm. Jadi $6{,}6$ m $= 660$ cm dan $4{,}2$ m $= 420$ cm. Bekerja dalam cm membuat semua ukuran bilangan bulat.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 2 – FPB (Faktor Persekutuan Terbesar). Ubin bersisi s cm menutup lantai tanpa dipotong bila s membagi habis panjang **dan** lebar lantai. Jadi s harus faktor persekutuan 660 dan 420. Ubin terbesar berarti s = FPB.
Cara mencari FPB: faktorkan prima, lalu ambil faktor prima yang **sama** dengan pangkat **terkecil**.
Contoh kecil: lantai 12×8. FPB$(12, 8) = 4$, jadi ubin 4×4; banyaknya
$(12 : 4) \times (8 : 4) = 3 \times 2 = 6$ ubin.

Langkah penyelesaian:
1. Faktorisasi prima: $660 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11$ dan $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$.
2. Faktor yang sama: 2^2, 3, dan 5. FPB $= 4 \times 3 \times 5 = 60$. Jadi sisi ubin 60 cm.
3. Banyak ubin sepanjang sisi panjang: $660 : 60 = 11$ ubin.
4. Banyak ubin sepanjang sisi lebar: $420 : 60 = 7$ ubin.
5. Ubin tersusun 11 baris kali 7 kolom: $11 \times 7 = 77$ ubin.

Cek ulang: luas lantai $660 \times 420 = 277.200$ cm², luas satu ubin $60 \times 60 = 3.600$ cm², dan $277.200 : 3.600 = 77$ ✓. Sisi 60 memang terbesar: 11 dan 7 tidak mempunyai faktor persekutuan selain 1 ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab panjang sisi ubin (60), padahal yang ditanya banyak ubin.
• Memakai faktor persekutuan yang bukan terbesar, misalnya 30: $22 \times 14 = 308$ ubin (ubin lebih kecil, lebih banyak).
• Memakai KPK, padahal ubin harus **membagi** ukuran lantai, bukan kelipatannya.
• Membuang angka desimal (6 m dan 4 m), sehingga perhitungan menjadi salah sejak awal.

Jawaban: 77.

No. 2 Kunci: D

Yang diketahui: bentuk $\dfrac{2^{-3} \times 4^2 + 5^0}{3^{-1}}$. **Yang ditanya:** nilainya.

Konsep 1 – Pangkat negatif. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ (untuk $a \neq 0$). Pangkat negatif tidak membuat bilangan menjadi negatif; ia membuat bilangan menjadi kebalikan.
Contoh kecil: $10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{100}$.

Konsep 2 – Pangkat nol. $a^0 = 1$ untuk setiap $a \neq 0$. Contoh kecil: $7^0 = 1$ (bukan 0 dan bukan 7).

Konsep 3 – Membagi dengan pecahan. Membagi dengan $\dfrac{1}{n}$ sama dengan mengalikan dengan n.
Contoh kecil: $4 : \dfrac{1}{2} = 4 \times 2 = 8$.

Langkah penyelesaian:
1. $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$.
2. $4^2 = 16$, sehingga $2^{-3} \times 4^2 = \dfrac{16}{8} = 2$.
3. $5^0 = 1$, sehingga pembilang $= 2 + 1 = 3$.
4. Penyebut: $3^{-1} = \dfrac{1}{3}$.
5. $\dfrac{3}{\frac{1}{3}} = 3 : \dfrac{1}{3} = 3 \times 3 = 9$.

Cek ulang: hasil 9 dikali penyebut $\dfrac{1}{3}$ harus kembali ke pembilang: $9 \times \dfrac{1}{3} = 3$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:
• A ✗ -1: **Jebakan:** menganggap $3^{-1} = -3$ (pangkat negatif dikira membuat bilangan negatif), sehingga $3 : (-3) = -1$.
• B ✗ 1: **Jebakan:** membagi dengan $\frac{1}{3}$ dikerjakan seperti mengalikan dengan $\frac{1}{3}$: $3 \times \frac{1}{3} = 1$.
• C ✗ 6: **Jebakan:** menganggap $5^0 = 0$, sehingga pembilang 2 dan hasil $2 \times 3 = 6$.
• D ✓ 9.
• E ✗ 21: **Jebakan:** menganggap $5^0 = 5$, sehingga pembilang 7 dan hasil $7 \times 3 = 21$.

Jawaban: D.

No. 3 Kunci: A

Yang diketahui: 11 data waktu (menit). **Yang ditanya:** $Q_3 - Q_1$.

Konsep – Kuartil data tunggal. Kuartil membagi data yang sudah **diurutkan** menjadi empat bagian sama banyak.
• Q_2 = median (nilai tengah seluruh data).
• Q_1 = median dari separuh data di bawah Q_2; Q_3 = median dari separuh data di atas Q_2.
• Untuk n data, letak Q_1 = data ke-$\frac{n+1}{4}$ dan letak Q_3 = data ke-$\frac{3(n+1)}{4}$.
Contoh kecil: data $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ($n = 7$): Q_1 = data ke-$2 = 2$, $Q_2 = 4$, Q_3 = data ke-$6 = 6$.
Jangkauan antarkuartil $= Q_3 - Q_1$ (berbeda dengan jangkauan = data terbesar − data terkecil, dan berbeda dengan simpangan kuartil $= \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$).

Langkah penyelesaian:
1. Urutkan data: $7, 9, 12, 14, 15, 16, 18, 21, 25, 27, 30$.
2. $n = 11$, median = data ke-$6 = 16$.
3. Separuh bawah (lima data sebelum median): $7, 9, 12, 14, 15 \rightarrow$ nilai tengahnya $Q_1 = 12$.
4. Separuh atas (lima data sesudah median): $18, 21, 25, 27, 30 \rightarrow$ nilai tengahnya $Q_3 = 25$.
5. $Q_3 - Q_1 = 25 - 12 = 13$.

Cek ulang dengan rumus letak: $\frac{11+1}{4} = 3 \rightarrow$ data ke-$3 = 12$ ✓; $\frac{3 \times 12}{4} = 9 \rightarrow$ data ke-$9 = 25$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 13.
• B ✗ 11: **Jebakan:** tidak mengurutkan data. Data ke-3 dan ke-9 pada urutan asli adalah 25 dan 14, lalu selisihnya ditulis 11.
• C ✗ 9: **Jebakan:** menghitung $Q_3 - Q_2 = 25 - 16$, bukan $Q_3 - Q_1$.
• D ✗ $6{,}5$: **Jebakan:** menghitung simpangan kuartil $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$, padahal yang ditanya jangkauan antarkuartil.
• E ✗ 4: **Jebakan:** menghitung $Q_2 - Q_1 = 16 - 12$.

Jawaban: A.

No. 4 Kunci: 120

Yang diketahui: dua dadu dilempar 216 kali; bonus bila selisih mata dadu ≥ 2. **Yang ditanya:** frekuensi harapan mendapat bonus.

Konsep 1 – Ruang sampel dua dadu. Hasil ditulis sebagai pasangan (dadu pertama, dadu kedua). Banyaknya $6 \times 6 = 36$. Pasangan $(1, 3)$ dan $(3, 1)$ adalah dua hasil **berbeda**.
Konsep 2 – Frekuensi harapan. $F_h = P(A) \times n$, dengan n banyak percobaan.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: peluang muncul angka pada satu koin $\frac{1}{2}$; dilempar 40 kali, frekuensi harapannya $\frac{1}{2} \times 40 = 20$.

Langkah penyelesaian:

1. Kelompokkan 36 pasangan menurut selisihnya:

Selisih	0	1	2	3	4	5
Banyak pasangan	6	10	8	6	4	2

Contoh: selisih 5 hanya $(1, 6)$ dan $(6, 1)$; selisih 1 ada lima pasangan naik $(1, 2), \ldots, (5, 6)$ dan lima kebalikannya.

2. Selisih paling sedikit 2: $8 + 6 + 4 + 2 = 20$ pasangan.

3. Peluang bonus $= \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

4. Frekuensi harapan $= \frac{5}{9} \times 216 = 5 \times 24 = 120$.

Cek ulang (cara komplemen): selisih 0 atau 1 ada $6 + 10 = 16$ pasangan, frekuensi harapannya $\frac{16}{36} \times 216 = 96$. Maka $216 - 96 = 120$ ✓. Jumlah baris tabel $6 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 36$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Hanya menghitung selisih tepat 2: $\frac{8}{36} \times 216 = 48$.

• Menganggap $(1, 3)$ dan $(3, 1)$ satu hasil, sehingga hanya 10 pasangan dari 36: $\frac{10}{36} \times 216 = 60$.

• Membaca "paling sedikit 2" sebagai "lebih dari 2": $\frac{12}{36} \times 216 = 72$.

Jawaban: 120.

No. 5 Kunci: B

Yang diketahui: a dan b bulat, $-5 \leq a < b \leq 3$ (jadi a dan b berbeda dan a lebih kecil). **Yang ditanya:** nilai terbesar $a \times b$.

Konsep – Tanda hasil kali. Positif $\times$ positif = positif; negatif $\times$ negatif = positif; berbeda tanda = negatif; bila ada 0, hasilnya 0.
Agar hasil kali besar, kedua bilangan harus **bertanda sama** dan nilai mutlaknya (jaraknya dari 0) sebesar mungkin.
Contoh kecil: $(-4) \times (-3) = 12$ lebih besar daripada $2 \times 3 = 6$.

Langkah penyelesaian:

1. **Kasus keduanya positif.** Bilangan positif yang tersedia $1, 2, 3$. Dengan $a < b$, pasangan terbesar $a = 2, b = 3$: hasil 6.

2. **Kasus keduanya negatif.** Bilangan negatif yang tersedia $-5, -4, -3, -2, -1$. Nilai mutlak terbesar dipakai: $a = -5$ dan $b = -4$ (syarat $a < b$ terpenuhi karena $-5 < -4$). Hasil $(-5) \times (-4) = 20$.

3. **Kasus berbeda tanda atau ada nol.** Hasilnya negatif atau 0, jadi tidak mungkin terbesar.

4. Bandingkan: $20 > 6$. Nilai terbesar $= 20$.

Cek ulang: pasangan negatif lain lebih kecil: $(-5)(-3) = 15, (-4)(-3) = 12, (-5)(-2) = 10$ ✓. Pasangan $a = b = -5$ tidak boleh karena a harus kurang dari b ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 25: **Jebakan:** mengabaikan syarat $a < b$ dan memakai $a = b = -5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B ✓ 20.
• C ✗ 9: **Jebakan:** mengabaikan syarat $a < b$ dan memilih bilangan terbesar dua kali, 3×3.
• D ✗ 6: **Jebakan:** mengira hasil kali terbesar selalu dari bilangan positif terbesar, lalu lupa bahwa negatif kali negatif juga positif.
• E ✗ -15: **Jebakan:** memilih a terkecil (-5) dan b terbesar (3) karena $a < b$; itu justru memberi hasil kali terkecil.

Jawaban: B.

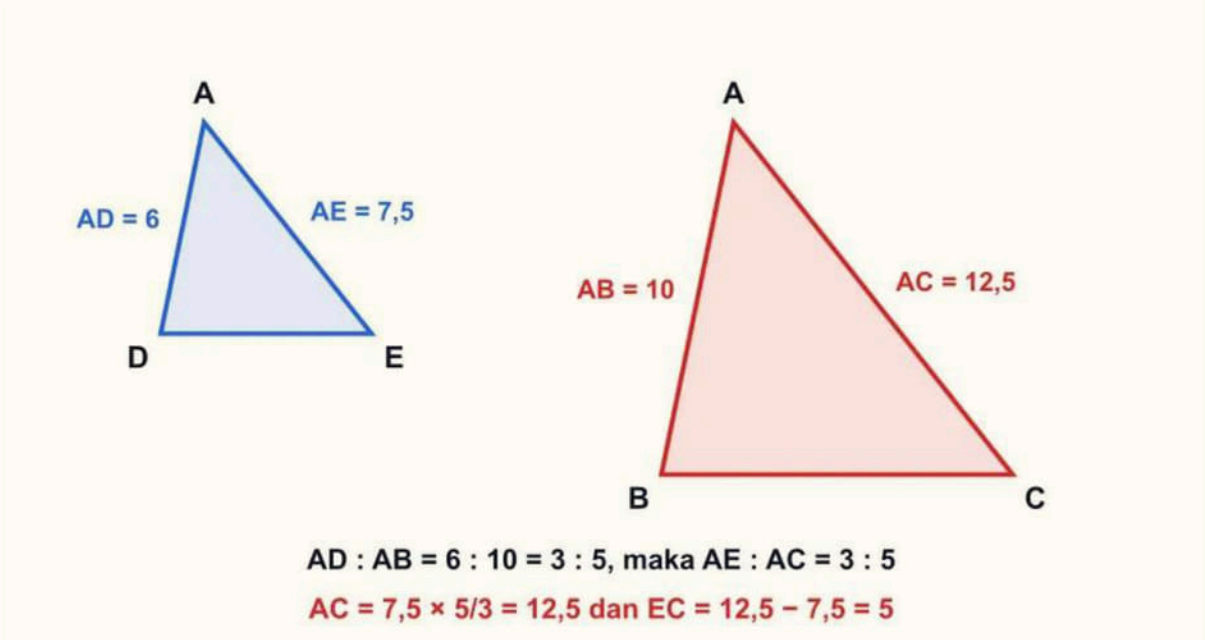
No. 6 Kunci: C

Yang diketahui: $AD = 6$, $DB = 4$, $AE = 7{,}5$ (cm), $DE \parallel BC$. **Yang ditanya:** panjang EC.

Konsep 1 – Segitiga sebangun. Karena DE sejajar BC, sudut ADE sama dengan sudut ABC (sudut sehadap), dan sudut A dimiliki kedua segitiga. Dua segitiga dengan dua pasang sudut sama besar adalah **sebangun**: segitiga ADE sebangun dengan segitiga ABC.

Konsep 2 – Sisi bersesuaian sebanding. Pada segitiga sebangun, $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC}$. Pasangkan sisi segitiga kecil dengan sisi segitiga besar yang **letaknya sama**.
Contoh kecil: segitiga bersisi 3 dan 4 diperbesar dua kali menjadi 6 dan 8; perbandingannya $\dfrac{3}{6} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.

Langkah penyelesaian:
1. $AB = AD + DB = 6 + 4 = 10$.
2. Perbandingan sisi: $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$.
3. Sisi bersesuaian pada AC: $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{3}{5}$, jadi $AC = 7{,}5 \times \dfrac{5}{3} = 12{,}5$.
4. $EC = AC - AE = 12{,}5 - 7{,}5 = 5$.



Cek ulang (cara lain): garis sejajar membagi kedua sisi dengan perbandingan sama: $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$, yaitu $\dfrac{6}{4} = \dfrac{7{,}5}{EC}$. Maka $EC = \dfrac{7{,}5 \times 4}{6} = 5$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 3: **Jebakan:** membandingkan EC dengan AE seperti DB dengan AB: $EC = 7{,}5 \times \frac{4}{10}$. Pasangan sisinya tidak sesuai (DB bagian bawah, AB sisi utuh).
• B ✗ 4: **Jebakan:** mengira EC sama dengan DB karena letaknya "sama-sama bagian bawah". Kedua sisi AB dan AC tidak sama panjang.
• C ✓ 5.
• D ✗ 11,25: **Jebakan:** perbandingan terbalik, $\frac{EC}{AE} = \frac{AD}{DB}$, sehingga $EC = 7{,}5 \times \frac{6}{4}$.
• E ✗ 12,5: **Jebakan:** berhenti di panjang AC dan lupa mengurangi AE.

Jawaban: C.

No. 7 Kunci: E

Yang diketahui: segitiga ADE sebangun dengan segitiga ABC (lihat soal nomor 6), $AD = 6$, $AB = 10$. **Yang ditanya:** luas ADE : luas ABC.

Konsep – Perbandingan luas bangun sebangun. Bila perbandingan sisi dua bangun sebangun $a : b$, maka perbandingan luasnya $a^2 : b^2$.
Alasannya: luas segitiga $= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$. Bila bangun diperbesar k kali, alas menjadi k kali **dan** tinggi juga k kali, sehingga luas menjadi $k \times k = k^2$ kali.
Contoh kecil: persegi bersisi 1 dan bersisi 2. Sisi $1 : 2$, luas $1 : 4$.

Langkah penyelesaian:
1. Perbandingan sisi bersesuaian: $AD : AB = 6 : 10 = 3 : 5$.
2. Perbandingan luas $= 3^2 : 5^2 = 9 : 25$.

Cek ulang dengan angka: misalkan tinggi segitiga ABC dari C ke AB adalah t. Tinggi segitiga ADE dari E ke AB adalah $\frac{3}{5}t$ (karena $AE : AC = 3 : 5$). Luas $ADE = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3}{5}t = \frac{9}{5}t$ dan luas $ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times t = 5t$. Perbandingannya $\frac{9}{5}t : 5t = 9 : 25$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $9 : 4$: **Jebakan:** mengkuadratkan perbandingan $AD : DB = 6 : 4 = 3 : 2$. Ruas DB bukan sisi segitiga ABC.
• B ✗ $3 : 2$: **Jebakan:** memakai $AD : DB$ tanpa dikuadratkan.
• C ✗ $3 : 5$: **Jebakan:** memakai perbandingan sisi untuk luas (lupa mengkuadratkan).
• D ✗ $9 : 16$: **Jebakan:** membandingkan luas ADE dengan luas trapesium $DBCE$ ($25 - 9 = 16$ bagian), bukan dengan seluruh segitiga ABC.
• E ✓ $9 : 25$.

Jawaban: E.

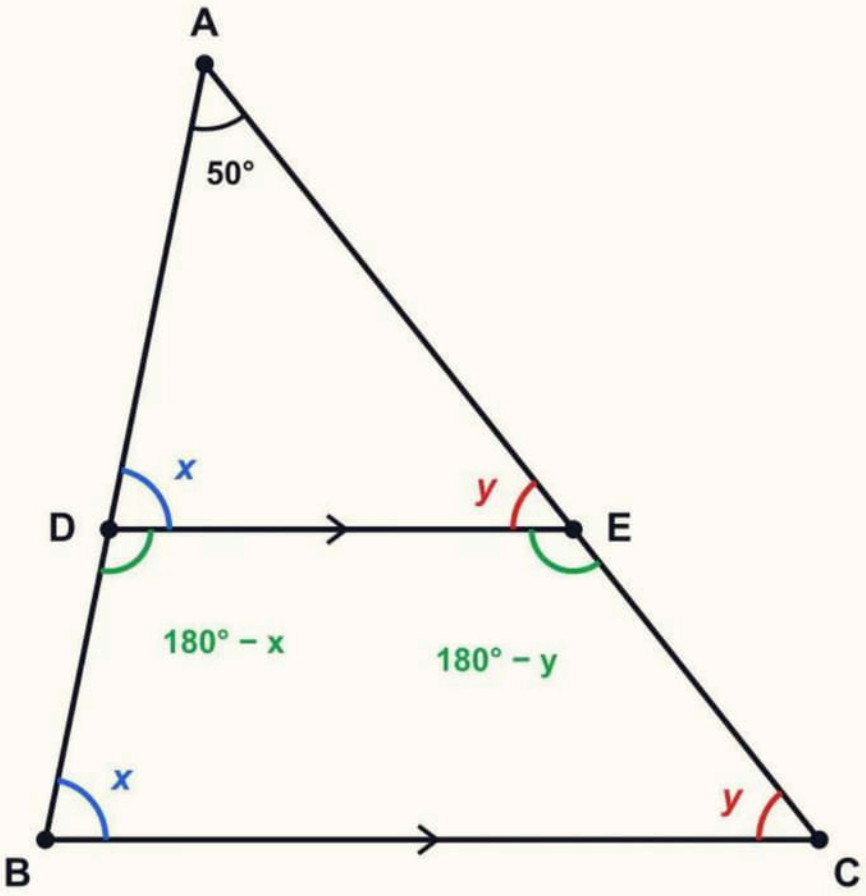
No. 8 Kunci: D

Yang diketahui: $\angle BAC = 50°$, D pada AB, E pada AC, $DE \parallel BC$. **Yang ditanya:** $\angle BDE + \angle CED$.

Konsep 1 – Sudut berpelurus. Dua sudut yang bersebelahan pada satu garis lurus berjumlah $180°$. Karena A, D, B segaris, $\angle ADE + \angle BDE = 180°$. Begitu pula $\angle AED + \angle CED = 180°$.
Konsep 2 – Jumlah sudut segitiga $= 180°$.
Konsep 3 – Sudut sehadap. Dua garis sejajar dipotong satu garis: sudut yang letaknya sama besar. Di sini $\angle ADE = \angle ABC$ dan $\angle AED = \angle ACB$.
Contoh kecil: bila sudut di satu titik pada garis lurus $70°$, sudut di sebelahnya $180° - 70° = 110°$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Pada segitiga ADE: $\angle ADE + \angle AED = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.
2. $\angle BDE = 180^\circ - \angle ADE$ dan $\angle CED = 180^\circ - \angle AED$ (sudut berpelurus).
3. Jumlahkan: $\angle BDE + \angle CED = 360^\circ - (\angle ADE + \angle AED) = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$.



x + y = 180° − 50° = 130°, jadi (180° − x) + (180° − y) = 360° − 130° = 230°

Educational Institutions

Cek ulang (cara lain): $DBCE$ adalah segiempat, jumlah sudutnya 360°.
$\angle B + \angle C = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ (segitiga ABC). Maka
$\angle BDE + \angle CED = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 50°: **Jebakan:** mengira jumlah kedua sudut sama dengan sudut puncak $\angle BAC$.
• B ✗ 130°: **Jebakan:** menjumlahkan $\angle ADE + \angle AED$ (sudut di dalam segitiga kecil), bukan pelurusnya.
• C ✗ 180°: **Jebakan:** mengira $\angle BDE$ dan $\angle CED$ sepasang sudut dalam sepihak. Pasangan dalam sepihak yang benar adalah $\angle BDE$ dengan $\angle DBC$, dan $\angle CED$ dengan $\angle ECB$.
• D ✓ 230°.
• E ✗ 310°: **Jebakan:** menganggap $\angle BDE$, $\angle CED$, dan $\angle A$ berjumlah 360°, sehingga $360^\circ - 50^\circ$.

Jawaban: D.

No. 9 Kunci: B

Yang diketahui: $f(x) = \dfrac{x}{15.000}$ (rupiah ke dolar), $g(d) = 150d - 300$ (dolar ke yen), hasil akhir 15.000 yen. **Yang ditanya:** $(g \circ f)^{-1}(15.000)$, yaitu rupiah awal.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Fungsi invers. $h^{-1}(y) = x$ artinya $h(x) = y$. Untuk mencari invers, operasi dibalik **dan** urutannya dibalik.
Contoh kecil: $h(x) = 2x + 3$. Untuk $h^{-1}(11)$: kurangi 3 dulu ($11 - 3 = 8$), baru bagi 2 ($8 : 2 = 4$). Cek: $h(4) = 11$ ✓.
Konsep 2 – Invers komposisi. $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$: tahap f dulu, lalu g. Untuk membalik, buka tahap terakhir lebih dulu: $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Langkah penyelesaian:
1. Buka tahap 2: cari d dengan $g(d) = 15.000$. $150d - 300 = 15.000 \to 150d = 15.300 \to d = 102$ dolar.
2. Buka tahap 1: cari x dengan $f(x) = 102$. $\dfrac{x}{15.000} = 102 \to x = 102 \times 15.000 = 1.530.000$.
3. Jadi Rika harus menukarkan $1.530.000$ rupiah.

Cek ulang (cara rumus): $(g \circ f)(x) = 150 \times \dfrac{x}{15.000} - 300 = \dfrac{x}{100} - 300$. Dari $\dfrac{x}{100} - 300 = 15.000$ diperoleh $x = 100 \times 15.300 = 1.530.000$ ✓. Uji maju: $f(1.530.000) = 102$ dan $g(102) = 15.300 - 300 = 15.000$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ $1.545.000$: **Jebakan:** biaya 300 yen diubah ke rupiah dengan dikali 150 (45.000), lalu ditambahkan ke $1.500.000$. Seharusnya 300 yen $= 2$ dolar $= 30.000$ rupiah.
• B ✓ $1.530.000$.
• C ✗ $1.500.300$: **Jebakan:** menambahkan 300 (yen) langsung ke rupiah; satuannya tercampur.
• D ✗ $1.500.000$: **Jebakan:** melupakan biaya layanan ($15.000 : 150 = 100$ dolar).
• E ✗ $1.470.000$: **Jebakan:** saat membalik, biaya dikurangkan, bukan ditambahkan: $\dfrac{15.000 - 300}{150} = 98$ dolar.

Jawaban: B.

No. 10 Kunci: 180

Yang diketahui: 1.250 siswa; 36% ikut ekstrakurikuler sains; $0{,}4$ bagian dari peserta itu kelas XII.
Yang ditanya: banyak siswa kelas XII peserta sains.

Konsep 1 – Persen dan desimal. $a\% = \dfrac{a}{100}$. Contoh kecil: $36\% = 0{,}36$ dan 25% dari 80 adalah $0{,}25 \times 80 = 20$.
Konsep 2 – "Bagian dari bagian". Kata "dari siswa yang mengikuti" berarti persentase kedua dihitung dari hasil tahap pertama, bukan dari seluruh siswa.

Langkah penyelesaian:
1. Peserta ekstrakurikuler sains: $36\% \times 1.250 = 0{,}36 \times 1.250 = 450$ siswa.
2. Kelas XII di antara peserta itu: $0{,}4 \times 450 = 180$ siswa.

Cek ulang: $0{,}36 \times 0{,}4 = 0{,}144$, dan $0{,}144 \times 1.250 = 180$ ✓. Hasilnya lebih kecil dari 450, masuk akal karena kelas XII hanya sebagian peserta ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Berhenti di langkah 1 dan menjawab 450.
• Menghitung $0{,}4$ bagian dari seluruh siswa: $0{,}4 \times 1.250 = 500$.
• Menjumlahkan persen: $36\% + 40\% = 76\%$, lalu $0{,}76 \times 1.250 = 950$.
• Membaca $0{,}4$ sebagai $0{,}4\%$, sehingga hasilnya $1{,}8$ (bukan bilangan cacah).

Jawaban: 180.

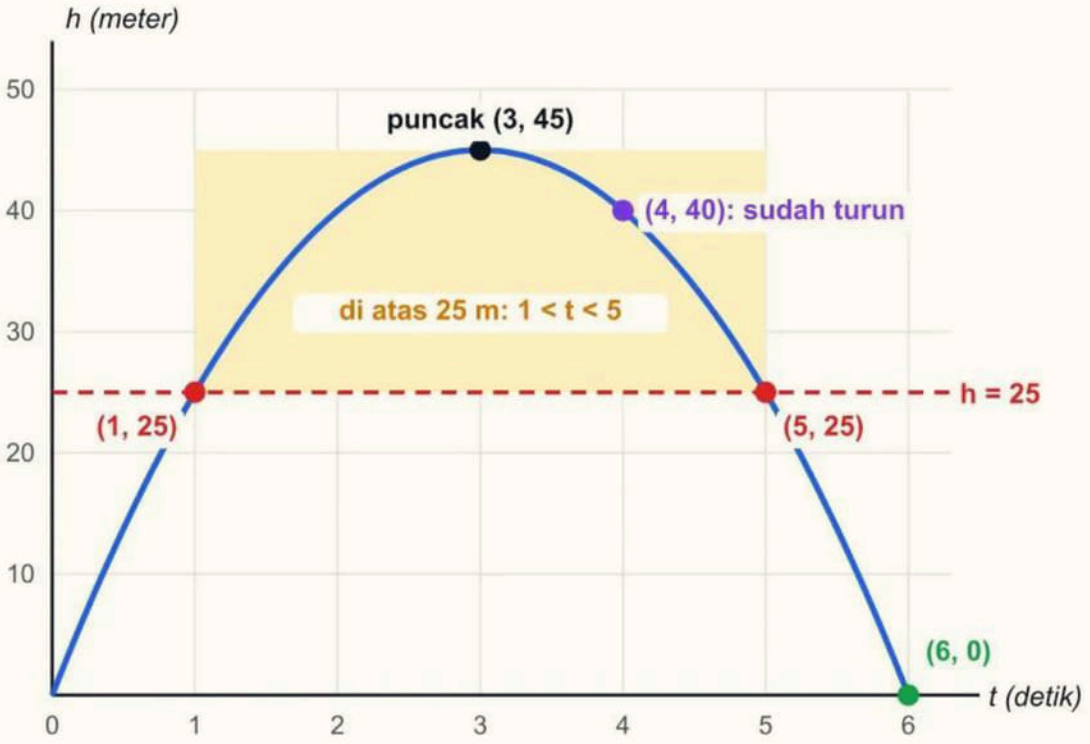
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 11 Kunci: C

Yang diketahui: $h(t) = 30t - 5t^2$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Akar persamaan kuadrat. Waktu saat roket berada pada ketinggian k adalah penyelesaian $h(t) = k$. Persamaan kuadrat dapat mempunyai dua akar, artinya ketinggian itu dicapai dua kali (saat naik dan saat turun).
Contoh kecil: $t^2 - 5t + 6 = 0 \rightarrow (t-2)(t-3) = 0 \rightarrow t = 2$ atau $t = 3$.
Konsep 2 – Puncak parabola. Untuk $h(t) = at^2 + bt + c$ dengan $a < 0$, grafik terbuka ke bawah; puncaknya di $t = -\dfrac{b}{2a}$. Sebelum puncak grafik naik, sesudah puncak grafik turun.

Langkah penyelesaian:
1. Ketinggian 25 m: $30t - 5t^2 = 25 \rightarrow$ bagi -5 dan pindahkan: $t^2 - 6t + 5 = 0 \rightarrow (t-1)(t-5) = 0 \rightarrow t = 1$ atau $t = 5$.
2. Kembali ke tanah: $30t - 5t^2 = 0 \rightarrow 5t(6-t) = 0 \rightarrow t = 0$ (saat diluncurkan) atau $t = 6$.
3. Puncak: $t = -\dfrac{30}{2 \times (-5)} = 3$, dengan $h(3) = 90 - 45 = 45$ m.



Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** Ketinggian 25 m dicapai dua kali, yaitu $t = 1$ (naik) dan $t = 5$ (turun).
Jebakan: berhenti setelah menemukan satu akar.
• **(2) Benar.** Dari langkah 2, roket menyentuh tanah lagi saat $t = 6$.
• **(3) Salah.** Puncak di $t = 3$, jadi saat $t = 4$ roket sudah turun. Cek: $h(3) = 45$ dan $h(4) = 120 - 80 = 40$; ketinggiannya berkurang.
Jebakan: melihat $h(4) = 40$ lebih tinggi dari $h(1) = 25$ lalu mengira roket masih naik.
• **(4) Benar.** Roket lebih tinggi dari 25 m untuk $1 < t < 5$, lamanya $5 - 1 = 4$ detik.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $h(1) = 30 - 5 = 25$ ✓, $h(5) = 150 - 125 = 25$ ✓, $h(6) = 180 - 180 = 0$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah.
• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** hanya menemukan akar $t = 1$, lalu menganggap roket masih naik setelahnya.
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** lupa bahwa $5t(6 - t) = 0$ mempunyai akar $t = 6$ selain $t = 0$.
• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

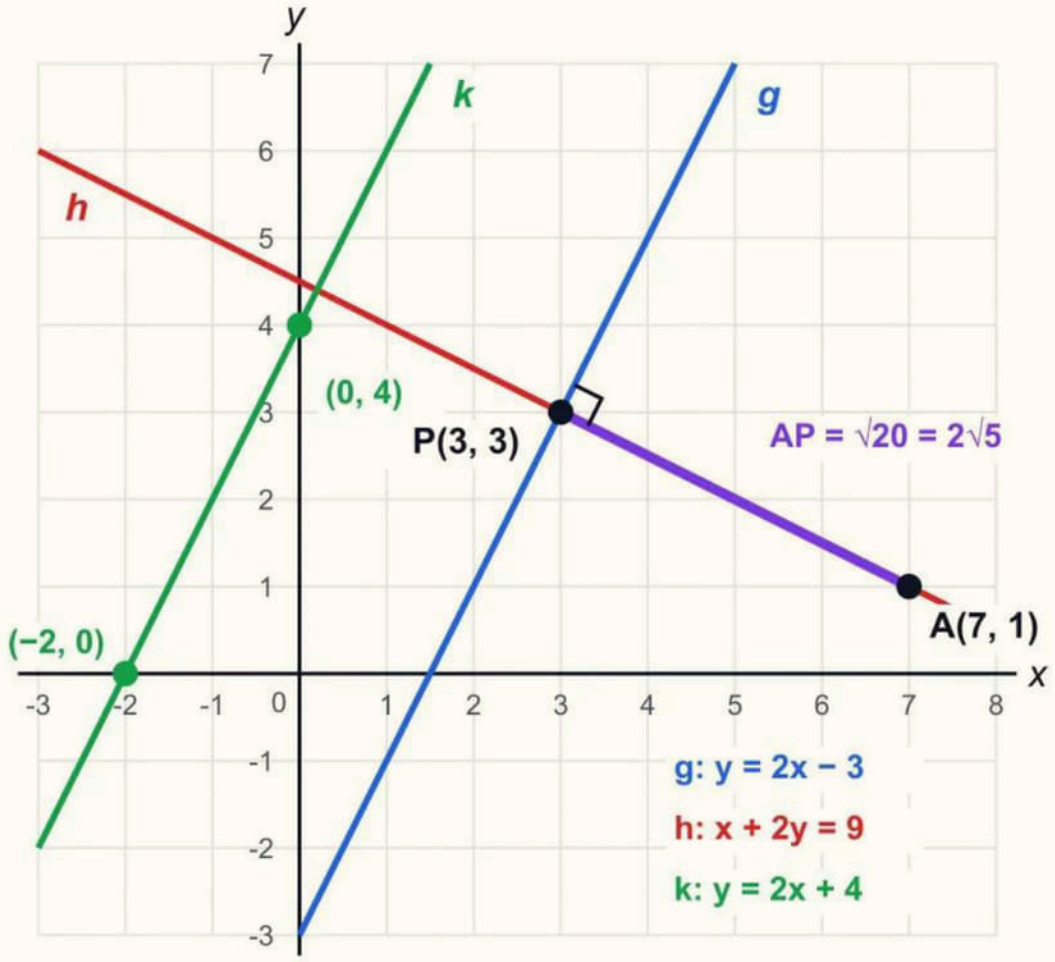
No. 12 Kunci: E

Yang diketahui: $g : 2x - y = 3$, $A(7, 1)$, h melalui A dan tegak lurus g, k melalui $(0, 4)$ dan sejajar g.
Yang ditanya: pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Gradien. Tulis garis dalam bentuk $y = mx + c$; angka m adalah gradien. Contoh kecil: $3x - y = 1 \to y = 3x - 1$, gradien 3.
Konsep 2 – Sejajar dan tegak lurus. Garis sejajar mempunyai gradien sama. Garis tegak lurus mempunyai gradien yang hasil kalinya -1: $m_1 \times m_2 = -1$. Contoh kecil: tegak lurus gradien 3 adalah gradien $-\frac{1}{3}$.
Konsep 3 – Jarak titik ke garis adalah panjang ruas **tegak lurus** dari titik ke garis.

Langkah penyelesaian:
1. $g : 2x - y = 3 \to y = 2x - 3$, gradien g adalah 2.
2. Gradien h: $2 \times m_h = -1 \to m_h = -\frac{1}{2}$. Melalui $A(7, 1)$: $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 7)$. Kalikan 2: $2y - 2 = -x + 7 \to x + 2y = 9$.
3. Titik potong g dan h: masukkan $y = 2x - 3$ ke $x + 2y = 9$: $x + 4x - 6 = 9 \to 5x = 15 \to x = 3$, $y = 2(3) - 3 = 3$. Titiknya $P(3, 3)$.
4. Garis k: gradien 2, melalui $(0, 4) \to y = 2x + 4$. Memotong sumbu x bila $y = 0$: $2x + 4 = 0 \to x = -2$.
5. Karena h tegak lurus g dan melalui A, kaki tegak lurus dari A ke g adalah $P(3, 3)$. Jarak A ke g $= AP = \sqrt{(7 - 3)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Uji tiap pernyataan:

- **(1) Benar** (langkah 2). Cek: A: $7 + 2(1) = 9$ ✓.
- **(2) Benar** (langkah 3). Cek di g: $2(3) - 3 = 3$ ✓; di h: $3 + 6 = 9$ ✓.
- **(3) Benar** (langkah 4).
- **(4) Benar** (langkah 5). Cek dengan rumus jarak titik ke garis: $\frac{|2(7) - 1 - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$ ✓.

Keempat pernyataan benar.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ (1), (2), dan (3) saja: **Jebakan:** mengukur jarak A ke sembarang titik pada g (misalnya $(0, -3)$, jaraknya $\sqrt{65}$), bukan ke kaki tegak lurusnya, sehingga (4) dianggap salah.
- B ✗ (1) dan (3) saja: **Jebakan:** salah menyelesaikan sistem persamaan pada langkah 3, sehingga (2) dan (4) ikut dianggap salah.
- C ✗ (2) dan (4) saja: **Jebakan:** gradien tegak lurus ditulis $\frac{1}{2}$ (lupa tanda negatif) dan gradien k diambil dari garis h, sehingga (1) dan (3) dianggap salah.
- D ✗ (4) saja: tiga pernyataan lain juga terbukti benar.
- E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 13 Kunci: D

Yang diketahui: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 11 & 2 \end{pmatrix}$, $AX = B$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Invers matriks 2×2. Untuk $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\det M = ad - bc$ dan

$M^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ (tukar a dan d, beri tanda negatif pada b dan c).

Konsep 2 – Urutan perkalian matriks penting. Pada umumnya $PQ \neq QP$. Dari $AX = B$, kalikan A^{-1} **dari kiri**: $X = A^{-1}B$ (bukan BA^{-1}).

Konsep 3 – Perkalian matriks: baris kiri dikali kolom kanan. Contoh kecil:
$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \\ 0 \cdot 3 + 1 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Langkah penyelesaian:

1. $\det A = 2 \times 3 - 1 \times 5 = 1$, sehingga $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.
2. $X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 + (-1) \cdot 11 & 3 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 \\ -5 \cdot 4 + 2 \cdot 11 & -5 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.
3. Cek: $AX = \begin{pmatrix} 2+2 & 2-1 \\ 5+6 & 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 11 & 2 \end{pmatrix} = B$ ✓.

Uji tiap pernyataan:

- **(1) Salah.** Matriks itu adalah $BA^{-1} = \begin{pmatrix} 4 \cdot 3 + 1 \cdot (-5) & 4 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \\ 11 \cdot 3 + 2 \cdot (-5) & 11 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$, bukan $A^{-1}B$.

Jebakan: mengalikan A^{-1} dari kanan.

- **(2) Salah.** $\det X = 1 \times (-1) - 1 \times 2 = -3$. Cek: $\det X = \dfrac{\det B}{\det A} = \dfrac{8 - 11}{1} = -3$.

Jebakan: menghitung determinan sebagai $bc - ad$ sehingga tandanya terbalik.

- **(3) Salah.** $XA = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 1 \cdot 5 & 1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \\ 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 5 & 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \neq B$.

Jebakan: mengira perkalian matriks bersifat komutatif, sehingga $XA = AX$.

- **(4) Benar.** $1 + 1 + 2 + (-1) = 3$.

Pernyataan yang benar hanya (4).

Analisis tiap opsi:

- A ✗ (1), (2), dan (3): ketiganya salah (gabungan tiga jebakan di atas).
- B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** menganggap urutan perkalian matriks tidak penting.
- C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** tanda determinan terbalik ($bc - ad$).
- D ✓ (4) saja.
- E ✗ semua: (1), (2), dan (3) salah.

Jawaban: D.

No. 14 Kunci: C

Yang diketahui: 6 putra, 4 putri (total 10). **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Kombinasi (memilih tanpa memperhatikan urutan): $C(n, r) = \dfrac{n!}{r!\,(n - r)!}$.

Contoh kecil: memilih 2 dari 4 siswa: $C(4, 2) = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$.

Konsep 2 – Permutasi (urutan/jabatan diperhatikan): $P(n, r) = \dfrac{n!}{(n - r)!}$. Contoh kecil: ketua dan

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

wakil dari 4 siswa: $4 \times 3 = 12$.

Konsep 3 – Komplemen. "Paling sedikit satu" = semua cara dikurangi cara "tidak ada sama sekali".

Uji tiap pernyataan:

1. **(1)** $C(10,4) = \dfrac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \dfrac{5.040}{24} = 210 \rightarrow$ **benar**.
2. **(2)** Pilih 2 putri dari 4 **dan** 2 putra dari 6: $C(4,2) \times C(6,2) = 6 \times 15 = 90 \rightarrow$ **benar**.
Kata "dan" berarti dikalikan (setiap pilihan putri dipasangkan dengan setiap pilihan putra).
3. **(3)** Semua cara 210; cara tanpa putri (semua putra) $C(6,4) = 15$. Paling sedikit satu putri $= 210 - 15 = 195$, bukan $336 \rightarrow$ **salah**.
Jebakan: "pilih 1 putri dulu (4 cara), lalu 3 dari 9 sisanya (84 cara)": $4 \times 84 = 336$. Cara ini menghitung tim yang sama berkali-kali (tim berisi dua putri terhitung dua kali).
4. **(4)** Jabatan berbeda, urutan penting: $P(10,3) = 10 \times 9 \times 8 = 720$, bukan $120 \rightarrow$ **salah**.
Jebakan: memakai kombinasi $C(10,3) = 120$, padahal Andi-ketua-Budi-sekretaris berbeda dengan Budi-ketua-Andi-sekretaris.
5. Pernyataan benar: (1) dan $(2) \rightarrow$ banyaknya 2.

Cek ulang: jumlah tim menurut banyak putri: 0 putri 15, 1 putri $4 \times 20 = 80$, 2 putri 90, 3 putri $4 \times 6 = 24$, 4 putri 1. Totalnya $15 + 80 + 90 + 24 + 1 = 210$ ✓, dan paling sedikit satu putri $= 80 + 90 + 24 + 1 = 195$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 0: (1) dan (2) terbukti benar.
- B ✗ 1: **Jebakan:** pada (2) menjumlahkan $C(4,2) + C(6,2) = 21$ (bukan mengalikan), sehingga (2) dianggap salah.
- C ✓ 2.
- D ✗ 3: **Jebakan:** menganggap (3) benar (4×84) atau (4) benar (memakai kombinasi untuk jabatan).
- E ✗ 4: (3) dan (4) salah.

Jawaban: C.

No. 15 Kunci: E

Yang ditanya: banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Bilangan prima: bilangan asli lebih dari 1 yang faktornya hanya 1 dan dirinya sendiri. Angka 1 **bukan** prima. Bilangan prima terkecil: $2, 3, 5, 7, 11, \ldots$

Konsep 2 – Cara memeriksa prima. Untuk bilangan n, cukup dicoba pembagi prima yang tidak lebih dari $\sqrt{n}$. Contoh kecil: 49; $\sqrt{49} = 7$, dan $49 = 7 \times 7$, jadi 49 bukan prima.

Konsep 3 – Ganjil dan genap. Semua bilangan prima selain 2 adalah ganjil. Ganjil $+$ ganjil = genap. Contoh kecil: $3 + 5 = 8$.

Uji tiap pernyataan:

1. **(1)** Bilangan 21 sampai 39: $21 = 3 \times 7, 25 = 5 \times 5, 27 = 3 \times 9, 33 = 3 \times 11, 35 = 5 \times 7, 39 = 3 \times 13$ (bukan prima; bilangan genap juga bukan prima). Yang prima: $23, 29, 31, 37 \rightarrow$ tepat $4 \rightarrow$ **benar**.
2. **(2)** Prima yang lebih dari 2 semuanya ganjil, dan ganjil $+$ ganjil = genap $\rightarrow$ **benar**. Contoh: $7 + 11 = 18, 13 + 13 = 26$.
3. **(3)** $91 = 7 \times 13$, jadi 91 bukan prima $\rightarrow$ **benar**.
4. **(4)** Tiga prima terkecil $2, 3, 5$: $2 \times 3 \times 5 = 30 \rightarrow$ **benar**.
5. Keempat pernyataan benar $\rightarrow$ banyaknya 4.

Cek ulang: untuk 91, coba pembagi prima $\leq \sqrt{91} \approx 9{,}5$: $91 : 7 = 13$ tanpa sisa ✓. Untuk 37: tidak habis dibagi $2, 3, 5$ (cukup sampai $\sqrt{37} \approx 6{,}1$), jadi prima ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; keempat pernyataan dapat dibuktikan.

• C ✗ 2: **Jebakan:** menganggap 91 prima (karena ganjil dan tidak habis dibagi 3 atau 5) **dan** menganggap 1 prima sehingga hasil kali tiga prima terkecil $1 \times 2 \times 3 = 6$.

• D ✗ 3: **Jebakan:** salah satu kesalahan di atas, misalnya menganggap 91 prima, atau ikut menghitung 39 sebagai prima sehingga (1) dianggap salah.

• E ✓ 4.

Jawaban: E.

No. 16 Kunci: 1S 2B 3B

Yang diketahui: kerucut $r = 6$ cm, $t = 8$ cm; bola $r = 3$ cm. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep:

• Garis pelukis kerucut $s = \sqrt{r^2 + t^2}$ (sisi miring segitiga siku-siku dengan sisi r dan t).

• Luas selimut kerucut $= \pi r s$ (memakai garis pelukis, **bukan** tinggi). Luas alas $= \pi r^2$.

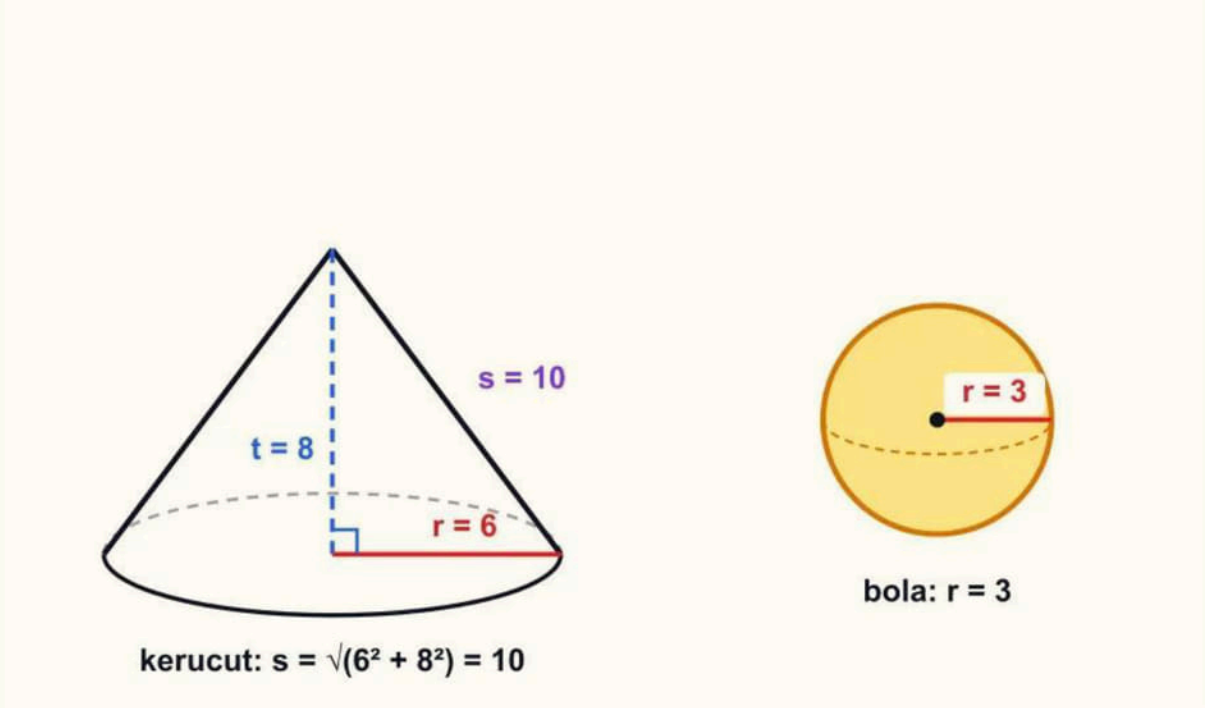
• Volume kerucut $= \dfrac{1}{3}\pi r^2 t$.

• Volume bola $= \dfrac{4}{3}\pi r^3$; luas permukaan bola $= 4\pi r^2$.

Contoh kecil: kerucut $r = 3, t = 4$: $s = \sqrt{9 + 16} = 5$, luas selimut $= \pi \times 3 \times 5 = 15\pi$.

Langkah penyelesaian:

1. $s = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ cm.



2. Luas selimut kerucut $= \pi \times 6 \times 10 = 60\pi$ cm^2.

3. Volume kerucut $= \dfrac{1}{3}\pi \times 36 \times 8 = 96\pi$ cm^3.

4. Volume bola $= \dfrac{4}{3}\pi \times 27 = 36\pi$ cm^3.

5. Luas alas kerucut $= \pi \times 6^2 = 36\pi$ cm^2; luas permukaan bola $= 4\pi \times 3^2 = 36\pi$ cm^2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 1 – Salah. Luas selimut 60π cm², bukan 48π cm².
Jebakan: memakai tinggi sebagai pengganti garis pelukis: $\pi \times 6 \times 8 = 48\pi$.

Pernyataan 2 – Benar. Dua kali volume bola $= 72\pi$, dan $96\pi > 72\pi$.
Jebakan: lupa mengkuadratkan jari-jari pada volume kerucut: $\frac{1}{3}\pi \times 6 \times 8 = 16\pi$. Karena $16\pi < 72\pi$, siswa lalu mengira pernyataan ini salah. Tulis rumus $\frac{1}{3}\pi r^2 t$ lengkap sebelum memasukkan angka.

Pernyataan 3 – Benar. Keduanya 36π cm².
Jebakan: memakai πr^2 untuk luas permukaan bola (9π), sehingga mengira tidak sama.

Cek ulang: $6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$ ✓; $\frac{96\pi}{36\pi} = \frac{8}{3} \approx 2{,}67 > 2$ ✓.

Jawaban: Salah, Benar, Benar.

No. 17 Kunci: A

Yang diketahui: $|x - 4| < 6$. **Yang ditanya:** hubungan P (banyak bilangan bulat penyelesaian) dan Q (selisih penyelesaian bulat terbesar dan terkecil).

Konsep 1 – Nilai mutlak sebagai jarak. $|x - a|$ adalah jarak x ke a pada garis bilangan. Untuk $b > 0$: $|x - a| < b \Leftrightarrow -b < x - a < b \Leftrightarrow a - b < x < a + b$.
Contoh kecil: $|x - 1| < 2 \rightarrow -1 < x < 3$; bilangan bulatnya $0, 1, 2$.
Konsep 2 – Banyak bilangan bulat berurutan. Dari m sampai n (keduanya ikut) ada $n - m + 1$ bilangan, bukan $n - m$. Contoh kecil: dari 3 sampai 7 ada $3, 4, 5, 6, 7$, yaitu $7 - 3 + 1 = 5$ bilangan.

Langkah penyelesaian:
1. $|x - 4| < 6 \rightarrow -6 < x - 4 < 6 \rightarrow$ tambahkan 4: $-2 < x < 10$.
2. Tanda "$<$" berarti -2 dan 10 tidak ikut. Bilangan bulatnya $-1, 0, 1, \ldots, 9$.
3. Q: terbesar 9, terkecil -1, selisih $9 - (-1) = 10$.
4. P: banyaknya $9 - (-1) + 1 = 11$.
5. $P = 11 > 10 = Q$.

Cek ulang: hitung satu per satu: $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \rightarrow 11$ bilangan ✓. Ujung: $|(-1) - 4| = 5 < 6$ ✓; $|(-2) - 4| = 6$, tidak kurang dari 6 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P = 11 > Q = 10$.
• B ✗ **Jebakan:** hanya menghitung bilangan bulat positif 1 sampai 9 (lupa 0 dan -1), sehingga $P = 9 < Q$.
• C ✗ **Jebakan:** mengira banyak bilangan sama dengan selisih ujungnya (10), lupa menambah 1.
• D ✗ **Jebakan:** mengira x bilangan real membuat hubungan tidak tentu; P dan Q keduanya bilangan tetap.

Jawaban: A.

No. 18 Kunci: B

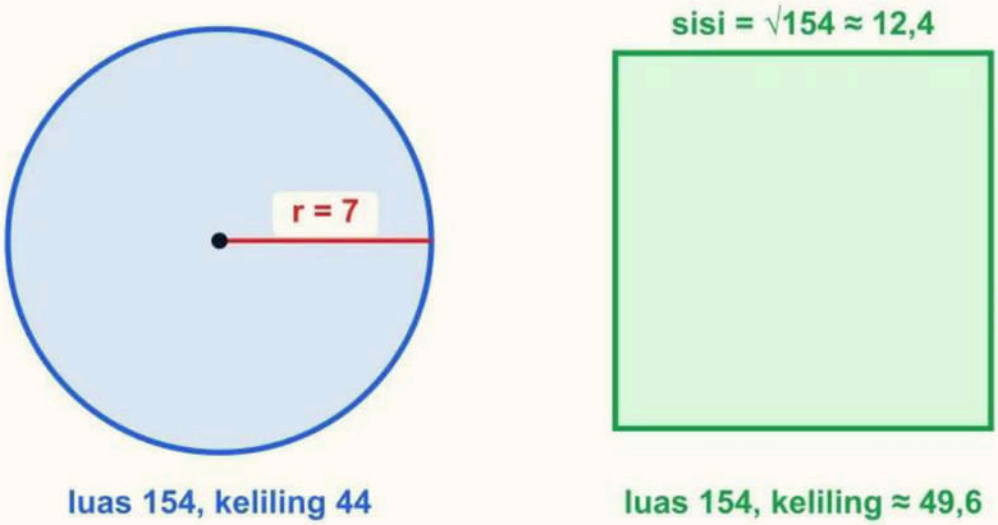
Yang diketahui: luas lingkaran = luas persegi = 154 m², $\pi = \frac{22}{7}$. **Yang ditanya:** hubungan P (keliling lingkaran) dan Q (keliling persegi).

Konsep:
• Luas lingkaran $= \pi r^2$, keliling lingkaran $= 2\pi r$.
• Luas persegi $= s^2$, keliling persegi $= 4s$.
• Membandingkan bentuk akar: $a < \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2 < b$ (untuk $a > 0$). Contoh kecil: $3 < \sqrt{10}$ karena $9 < 10$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Lingkaran: $\frac{22}{7}r^2 = 154 \to r^2 = 154 \times \frac{7}{22} = 49 \to r = 7$ m.
2. $P = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$ m.
3. Persegi: $s^2 = 154 \to s = \sqrt{154}$ m. Maka $Q = 4\sqrt{154}$ m.
4. Bandingkan 44 dengan $4\sqrt{154}$: bagi keduanya dengan $4 \to 11$ dengan $\sqrt{154}$. Karena $11^2 = 121 < 154$, maka $11 < \sqrt{154}$.
5. Jadi $P < Q$.



Cek ulang: $\sqrt{154} \approx 12{,}41$ (karena $12{,}41^2 \approx 154{,}0$), jadi $Q \approx 49{,}6 > 44$ ✓. Ini sesuai sifat umum: untuk luas yang sama, lingkaran mempunyai keliling terkecil.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** menganggap $r^2 = 154 \times \frac{7}{22} = 49$ sebagai $r = 49$ atau memakai diameter 14 sebagai jari-jari, sehingga keliling lingkaran 88 m terlihat lebih besar.
• B ✓ $P = 44 < Q \approx 49{,}6$.
• C ✗ **Jebakan:** mengira luas sama berarti keliling juga sama.
• D ✗ **Jebakan:** mengira $\sqrt{154}$ yang tidak bulat membuat perbandingan tidak dapat ditentukan; padahal bentuk akar dapat dibandingkan dengan mengkuadratkan.

Jawaban: B.

No. 19 Kunci: E

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu a_{20} positif atau tidak.

Konsep 1 – Barisan aritmetika. $a_n = a_1 + (n-1)b$, dengan b beda. Suku-suku berjarak sama: $a_3 + a_7 = 2a_5$ (karena a_5 tepat di tengah a_3 dan a_7).
Contoh kecil: $2, 5, 8, 11, 14$: $a_1 + a_5 = 2 + 14 = 16 = 2 \times 8 = 2a_3$.
Konsep 2 – Kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya selalu sama (selalu "ya" atau selalu "tidak") untuk semua kemungkinan. Untuk menunjukkan **tidak cukup**, cari dua contoh yang memenuhi syarat tetapi jawabannya berbeda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. **Pernyataan (1) saja.** $2a_5 = 28 \to a_5 = 14$. Maka $a_{20} = a_5 + 15b = 14 + 15b$, dengan b belum diketahui.

• $b = 1$: $a_{20} = 29$ (positif). • $b = -2$: $a_{20} = -16$ (negatif). → **tidak cukup**.

2. **Pernyataan (2) saja.** $a_{10} < a_5$ berarti $5b < 0$, jadi $b < 0$ (barisan turun). Suku awalnya bebas.

• $a_1 = 100, b = -1$: $a_{20} = 81$ (positif). • $a_1 = 0, b = -1$: $a_{20} = -19$ (negatif). → **tidak cukup**.

3. **Gabungan (1) dan (2).** $a_{20} = 14 + 15b$ dengan $b < 0$.

• $b = -\frac{1}{2}$: $a_{20} = 14 - 7{,}5 = 6{,}5$ (positif).

• $b = -1$: $a_{20} = 14 - 15 = -1$ (negatif).

Jawaban masih bisa "ya" atau "tidak" → gabungan pun **tidak cukup**.

Cek ulang: $a_{20} > 0 \Leftrightarrow 14 + 15b > 0 \Leftrightarrow b > -\frac{14}{15}$. Syarat $b < 0$ masih memuat nilai di atas dan di bawah $-\frac{14}{15}$, jadi tandanya tidak pasti ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** mengira $a_3 + a_7 = 28$ sudah menentukan seluruh barisan; padahal itu hanya memberi a_5.

• B ✗ **Jebakan:** mengira barisan turun pasti akhirnya negatif pada suku ke-20; suku awalnya bisa sangat besar.

• C ✗ **Jebakan:** mengira dua pernyataan pasti memberi dua persamaan; pernyataan (2) hanya ketidaksamaan ($b < 0$), bukan nilai b.

• D ✗ masing-masing tidak cukup (langkah 1 dan 2).

• E ✓ gabungan pun tidak cukup.

Jawaban: E.

No. 20 Kunci: A

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu median 9 nilai gabungan lebih dari 70 atau tidak.

Konsep 1 – Median data ganjil. Untuk 9 data yang diurutkan, median adalah data ke-5. Artinya ada 4 data di bawahnya dan 4 data di atasnya; median juga sama dengan data ke-5 bila dihitung dari yang terbesar.

Contoh kecil: $1, 3, 4, 8, 9$ → median data ke-$3 = 4$.

Konsep 2 – Kecukupan data. Cukup bila jawabannya pasti sama untuk semua kemungkinan; tidak cukup bila ada dua contoh dengan jawaban berbeda.

Langkah penyelesaian:

1. **Pernyataan (1) saja.** Ada 5 nilai (kelompok Merah) yang semuanya lebih dari 72. Urutkan 9 nilai dari yang terbesar: lima nilai teratas paling sedikit memuat kelima nilai itu, sehingga nilai ke-5 dari atas lebih dari 72.

Karena median = nilai ke-5 dari atas, median $> 72 > 70$. Jawaban pasti "ya" → **cukup**.

Contoh: Merah $73, 75, 80, 85, 90$ dan Biru $0, 10, 20, 30$ (sangat rendah). Data urut: $0, 10, 20, 30, 73, 75, 80, 85, 90$; median $73 > 70$ ✓.

2. **Pernyataan (2) saja.** Nilai kelompok Merah bebas.

• Biru $60, 66, 70, 80$ (median $\frac{66 + 70}{2} = 68$), Merah $90, 90, 90, 90, 90$: data urut $60, 66, 70, 80, 90, 90, 90, 90, 90$, median 90 → "ya".

• Biru sama, Merah $50, 50, 50, 50, 50$: data urut $50, 50, 50, 50, 50, 60, 66, 70, 80$, median 50 → "tidak".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

→ **tidak cukup**.
3. Pernyataan (1) saja cukup, pernyataan (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: pada contoh langkah 1, nilai Biru dibuat serendah mungkin dan median tetap 73; nilai Biru tidak dapat menurunkan median di bawah nilai Merah terkecil ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.
• B ✗ **Jebakan:** mengira median kelompok Biru (68) menentukan median gabungan; kelompok Merah yang lebih banyak anggotanya ikut menentukan.
• C ✗ **Jebakan:** mengira nilai kelompok Biru harus diketahui dulu sebelum median gabungan dapat dipastikan.
• D ✗ **Jebakan:** menganggap median $68 < 70$ pasti membuat median gabungan kurang dari 70, sehingga (2) dikira cukup.
• E ✗ pernyataan (1) sudah cukup.

Jawaban: A.

Simulasi 6 — Prediksi SNBT 2027 — 3

No. 1 Kunci: 70

Yang diketahui: suhu awal -18°C pukul 13.00; selama listrik padam (13.00–13.50) suhu naik 3°C tiap 10 menit; setelah listrik menyala suhu turun 3°C tiap 4 menit sampai -18°C. **Yang ditanya:** lama waktu (menit) dari 13.00 sampai suhu kembali -18°C.

Konsep 1 – Penjumlahan dengan bilangan negatif. Suhu naik berarti ditambah, suhu turun berarti dikurangi. Pada garis bilangan, menambah berarti bergerak ke kanan (menuju nol lalu positif). Contoh kecil: $-10 + 4 = -6$ (dari -10 bergerak 4 langkah ke kanan). Hasilnya tetap negatif karena 4 lebih kecil daripada 10.
Konsep 2 – Laju tetap. Bila suhu berubah a°C setiap t menit, maka perubahan sebesar p°C membutuhkan $\frac{p}{a}$ kali selang, yaitu $\frac{p}{a} \times t$ menit.
Contoh kecil: turun 2°C tiap 5 menit; untuk turun 8°C perlu $8 : 2 = 4$ selang, yaitu $4 \times 5 = 20$ menit.

Langkah penyelesaian:
1. Lama listrik padam: 13.00 sampai 13.50, yaitu 50 menit. Banyak selang 10 menit: $50 : 10 = 5$ selang.
2. Kenaikan suhu selama padam: $5 \times 3 = 15^\circ$C.
3. Suhu pukul 13.50: $-18 + 15 = -3^\circ$C. (Dari -18 bergerak 15 langkah ke kanan; belum sampai nol karena $15 < 18$.)
4. Suhu harus turun dari -3°C ke -18°C. Besar penurunan: $-3 - (-18) = -3 + 18 = 15^\circ$C.
5. Banyak selang 4 menit: $15 : 3 = 5$ selang, yaitu $5 \times 4 = 20$ menit.
6. Total waktu sejak listrik padam: $50 + 20 = 70$ menit.

Cek ulang: pukul 13.50 suhu -3°C; setelah 20 menit (pukul 14.10) suhu $-3 - 15 = -18^\circ$C ✓. Dari 13.00 ke 14.10 memang 70 menit ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 20: hanya menghitung waktu setelah listrik menyala, lupa 50 menit selama listrik padam.
• Mengira suhu pukul 13.50 adalah 15°C (lupa suhu awal negatif). Penurunannya lalu dianggap $15 + 18 = 33^\circ$C, butuh $11 \times 4 = 44$ menit, sehingga totalnya 94.
• Menghitung $15 : 3 = 5$ lalu lupa mengalikan dengan 4 menit, sehingga totalnya $50 + 5 = 55$.

Jawaban: 70.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 2 Kunci: A

Yang diketahui: $\overline{73p52}$ habis dibagi 9; $\overline{4q869}$ habis dibagi 11; p dan q angka 0–9. **Yang ditanya:** $p+q$.

Konsep 1 – Ciri habis dibagi 9. Sebuah bilangan habis dibagi 9 bila **jumlah semua angkanya** habis dibagi 9.
Contoh kecil: $4.725 \to 4+7+2+5=18$, dan 18 habis dibagi 9, jadi 4.725 habis dibagi 9 ($4.725 = 9 \times 525$).
Konsep 2 – Ciri habis dibagi 11. Beri nomor posisi angka dari kanan (satuan = posisi 1). Hitung (jumlah angka di posisi ganjil) $-$ (jumlah angka di posisi genap). Bilangan habis dibagi 11 bila selisih itu 0, 11, -11, atau kelipatan 11 lainnya.
Contoh kecil: $9.163 \to$ posisi ganjil: $3+1=4$; posisi genap: $6+9=15$; selisih $4-15=-11$, jadi 9.163 habis dibagi 11 ($9.163 = 11 \times 833$).

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah angka $\overline{73p52}$: $7+3+p+5+2=17+p$.
2. $17+p$ harus kelipatan 9. Karena p antara 0 dan 9, nilai $17+p$ antara 17 dan 26. Satu-satunya kelipatan 9 di rentang itu adalah 18, jadi $p=1$.
3. Angka $\overline{4q869}$ dari kanan: posisi 1 = 9, posisi 2 = 6, posisi 3 = 8, posisi 4 = q, posisi 5 = 4.
4. Posisi ganjil: $9+8+4=21$. Posisi genap: $6+q$.
5. Selisih: $21-(6+q)=15-q$. Untuk q dari 0 sampai 9, nilai $15-q$ antara 6 dan 15. Kelipatan 11 di rentang itu hanya 11, jadi $15-q=11$ dan $q=4$.
6. $p+q=1+4=5$.

Cek ulang: $73.152 : 9 = 8.128$ (tanpa sisa) ✓ dan $44.869 : 11 = 4.079$ (tanpa sisa) ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 5.
• B ✗ 7: **Jebakan:** memakai ciri habis dibagi 9 untuk bilangan kedua (jumlah semua angka $27+q$ dibuat kelipatan 11), sehingga $q=6$ dan $p+q=7$.
• C ✗ 8: **Jebakan:** memakai ciri habis dibagi 3 untuk bilangan pertama ($17+p=21$ habis dibagi 3), sehingga $p=4$ dan $p+q=8$. Habis dibagi 3 belum tentu habis dibagi 9.
• D ✗ 12: **Jebakan:** memakai selisih posisi ganjil-genap (ciri 11) untuk bilangan pertama: $(2+p+7)-(5+3)=p+1$ dibuat kelipatan 9, sehingga $p=8$ dan $p+q=12$.
• E ✗ 14: **Jebakan:** kedua ciri tertukar sekaligus ($p=8$ dan $q=6$).

Jawaban: A.

No. 3 Kunci: C

Yang diketahui: 6 orang berbeda duduk berjajar; ketua (K) dan wakil (W) berdampingan; sekretaris (S) tidak di kedua ujung. **Yang ditanya:** banyak susunan duduk.

Konsep 1 – Permutasi berjajar. n orang berbeda dapat disusun berjajar dalam $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 1$ cara.
Contoh kecil: 3 orang dapat berjajar dalam $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ cara.
Konsep 2 – Syarat berdampingan (cara "ikat"). Orang yang harus berdampingan diikat menjadi satu kelompok. Kelompok dihitung sebagai satu "orang", lalu isi kelompok juga dapat bertukar tempat.
Contoh kecil: Ani, Budi, Cici dengan Ani-Budi berdampingan: kelompok [AB] dan Cici $\to 2! = 2$ cara, dikali $2! = 2$ urutan di dalam kelompok $\to 4$ cara.
Konsep 3 – Komplemen. Banyak yang memenuhi = banyak semua (dengan syarat pertama) $-$ banyak yang melanggar syarat kedua.

Langkah penyelesaian:
1. Ikat K dan W menjadi satu kelompok. Sekarang ada 5 "unit": [KW], S, bendahara, dua anggota.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

2. Susunan 5 unit: $5! = 120$. Urutan di dalam kelompok (KW atau WK): 2. Jadi susunan dengan K-W berdampingan: $120 \times 2 = 240$.
3. Hitung susunan yang melanggar, yaitu S duduk di ujung kiri. S dipasang di kursi paling kiri; sisa 4 unit ([KW] dan tiga orang lain) disusun $4! = 24$ cara, dikali 2 urutan K-W: 48.
4. S di ujung kanan juga 48 cara. Total yang melanggar: $48 + 48 = 96$.
5. Banyak cara yang memenuhi: $240 - 96 = 144$.

Cek ulang (cara lain): pilih dulu kursi untuk S. S boleh di kursi ke-2, 3, 4, atau 5.
• S di kursi ke-2 atau ke-5: untuk S di kursi ke-2, kursi yang masih kosong adalah 1, 3, 4, 5, 6. Pasangan kursi kosong yang berdampingan adalah (3,4), (4,5), (5,6) → 3 pasang (kursi 1 tidak berdampingan dengan kursi kosong lain). Untuk tiap pasang: 2 urutan K-W dan $3! = 6$ susunan tiga orang lain → $3 \times 2 \times 6 = 36$. Sama untuk kursi ke-5: 36.
• S di kursi ke-3: pasangan kosong (1,2), (4,5), (5,6) → 3 pasang → 36. Sama untuk kursi ke-4: 36.
Total $4 \times 36 = 144$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 72: **Jebakan:** lupa bahwa K dan W dapat bertukar tempat di dalam kelompok (tidak dikali 2): $120 - 48 = 72$.
• B ✗ 96: **Jebakan:** yang dihitung justru susunan yang melanggar (S di ujung), lalu dijadikan jawaban.
• C ✓ 144.
• D ✗ 192: **Jebakan:** hanya membuang susunan S di salah satu ujung: $240 - 48$.
• E ✗ 240: **Jebakan:** lupa syarat sekretaris tidak di ujung.

Jawaban: C.

No. 4 Kunci: 6

Yang diketahui: 32 siswa; frekuensi 4, 6, x, 9, y untuk 1 sampai 5 buku; median 3; modus tunggal 4.
Yang ditanya: nilai y terbesar yang mungkin.

Konsep 1 – Median data berfrekuensi. Median adalah nilai tengah setelah data diurutkan. Untuk n data genap, median = rata-rata data ke-$\frac{n}{2}$ dan ke-$\left(\frac{n}{2}+1\right)$. Posisi data dibaca dari **frekuensi kumulatif** (frekuensi yang dijumlahkan berurutan).
Contoh kecil: nilai 1, 2, 3 dengan frekuensi 2, 3, 1 (6 data): data ke-1–2 bernilai 1, ke-3–5 bernilai 2, ke-6 bernilai 3. Median = rata-rata data ke-3 dan ke-4 $= \frac{2+2}{2} = 2$.

Konsep 2 – Modus tunggal. Modus adalah nilai dengan frekuensi terbesar. "Hanya satu modus, yaitu 4" berarti frekuensi nilai 4 (yaitu 9) **lebih besar** daripada frekuensi setiap nilai lain; tidak boleh ada yang sama dengan 9.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah siswa: $4 + 6 + x + 9 + y = 32$, sehingga $x + y = 13$, atau $y = 13 - x$. Supaya y besar, x harus sekecil mungkin.
2. **Syarat median.** $n = 32$, jadi median = rata-rata data ke-16 dan ke-17. Agar median 3, kedua data itu harus bernilai 3.
Data bernilai 1 dan 2 menempati posisi ke-1 sampai ke-10 ($4 + 6 = 10$). Data bernilai 3 menempati posisi ke-11 sampai ke-$(10 + x)$.
Data ke-17 harus bernilai 3, jadi $10 + x \geq 17$, yaitu $x \geq 7$.
3. **Syarat modus.** $x < 9$ dan $y < 9$. Dari $y = 13 - x < 9$ diperoleh $x > 4$.
4. Gabungan syarat: $x \geq 7$ dan $x < 9$, jadi $x = 7$ atau $x = 8$.
5. y terbesar terjadi saat $x = 7$: $y = 13 - 7 = 6$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: frekuensi $4, 6, 7, 9, 6$ (jumlah 32 ✓). Data ke-11 sampai ke-17 bernilai 3, jadi data ke-16 dan ke-17 bernilai 3, median 3 ✓. Frekuensi terbesar hanya 9 (nilai 4), modus tunggal 4 ✓. Bila $y = 7$, maka $x = 6$ dan data ke-17 bernilai 4, median menjadi $3{,}5$ ✗.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Hanya memakai syarat modus ($x > 4$), sehingga menjawab $y = 13 - 5 = 8$.

• Mengira median cukup ditentukan oleh data ke-16 saja ($x \geq 6$), sehingga menjawab 7.

• Membolehkan frekuensi lain sama dengan 9 (modus ganda), sehingga syaratnya $y \leq 9$ dan jawabannya keliru.

Jawaban: 6.

No. 5 Kunci: D

Yang diketahui: $\dfrac{9^{x+1}}{3^{x-2}} = 27\sqrt{3}$. **Yang ditanya:** nilai x.

Konsep 1 – Samakan basis. Persamaan eksponen paling mudah diselesaikan bila kedua ruas ditulis dengan basis yang sama. Di sini semua bilangan dapat ditulis sebagai pangkat dari 3: $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$.

Konsep 2 – Sifat pangkat.

• $(a^m)^n = a^{m \times n}$. Contoh kecil: $(3^2)^4 = 3^8$.

• $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. Contoh kecil: $\dfrac{3^7}{3^2} = 3^5$.

• $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Contoh kecil: $3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{2}}$.

Konsep 3. Jika $3^A = 3^B$, maka $A = B$.

Langkah penyelesaian:

1. Pembilang: $9^{x+1} = (3^2)^{x+1} = 3^{2(x+1)} = 3^{2x+2}$. Ingat: angka 2 dikalikan ke **seluruh** $x + 1$.

2. Ruas kiri: $\dfrac{3^{2x+2}}{3^{x-2}} = 3^{(2x+2)-(x-2)}$. Kurangkan dengan hati-hati:

$(2x + 2) - (x - 2) = 2x + 2 - x + 2 = x + 4$. Jadi ruas kiri $= 3^{x+4}$.

3. Ruas kanan: $27\sqrt{3} = 3^3 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{3+\frac{1}{2}} = 3^{\frac{7}{2}}$.

4. Samakan pangkat: $x + 4 = \dfrac{7}{2}$, sehingga $x = \dfrac{7}{2} - 4 = \dfrac{7}{2} - \dfrac{8}{2} = -\dfrac{1}{2}$.

Cek ulang: dengan $x = -\dfrac{1}{2}$: $9^{x+1} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$ dan $3^{x-2} = 3^{-\frac{5}{2}}$. Ruas kiri $= 3 \div 3^{-\frac{5}{2}} = 3^{1+\frac{5}{2}} = 3^{\frac{7}{2}}$, sama dengan ruas kanan ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $\frac{9}{2}$: **Jebakan:** dua kesalahan sekaligus, yaitu 9^{x+1} ditulis 3^{2x+1} dan tanda minus di depan kurung terlewat: $(2x+1)-x-2=x-1=\frac{7}{2}$.

• B ✗ $\frac{7}{2}$: **Jebakan:** tanda minus di depan kurung tidak dibagikan ke -2: $(2x+2)-x-2=x$, sehingga $x=\frac{7}{2}$.

• C ✗ $\frac{1}{2}$: **Jebakan:** 9^{x+1} ditulis 3^{2x+1} (angka 2 hanya dikalikan ke x), sehingga ruas kiri 3^{x+3} dan $x=\frac{1}{2}$.

• D ✓ $-\frac{1}{2}$.

• E ✗ $-\frac{5}{2}$: **Jebakan:** mengira $27\sqrt{3}=\sqrt{27}=3^{\frac{3}{2}}$, sehingga $x+4=\frac{3}{2}$.

Jawaban: D.

No. 6 Kunci: B

Yang diketahui (dibaca dari gambar): grafik memotong sumbu x di $(-2,0)$ dan $(4,0)$; puncaknya $(1,9)$; grafik terbuka ke bawah. **Yang ditanya:** rumus $f(x)$.

Konsep – Bentuk titik potong. Bila grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x di $x=p$ dan $x=q$, maka $f(x)=a(x-p)(x-q)$ untuk suatu bilangan $a\neq 0$. Nilai a dicari dengan memasukkan satu titik lain (misalnya puncak).

• $a<0$: grafik terbuka ke bawah; $a>0$: terbuka ke atas.

Contoh kecil: memotong sumbu x di 1 dan 3 serta melalui $(0,6)$: $f(x)=a(x-1)(x-3)$, $f(0)=3a=6$, jadi $a=2$.

Langkah penyelesaian:

1. Titik potong $x=-2$ dan $x=4$: $f(x)=a(x-(-2))(x-4)=a(x+2)(x-4)$.
2. Masukkan puncak $(1,9)$: $f(1)=a(1+2)(1-4)=a\times 3\times(-3)=-9a$.
3. $-9a=9$, sehingga $a=-1$. Tanda negatif cocok dengan gambar (terbuka ke bawah).
4. Jabarkan: $(x+2)(x-4)=x^2-4x+2x-8=x^2-2x-8$. Dikali -1: $f(x)=-x^2+2x+8$.

Cek ulang: $f(-2)=-4-4+8=0$ ✓, $f(4)=-16+8+8=0$ ✓, $f(1)=-1+2+8=9$ ✓. Sumbu simetri $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2(-1)}=1$ ✓, tepat di tengah -2 dan 4.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ x^2-2x-8: **Jebakan:** memakai $a=1$ tanpa menghitungnya. Titik potongnya benar, tetapi grafiknya terbuka ke atas dan $f(1)=-9$, bukan 9.

• B ✓ $-x^2+2x+8$.

• C ✗ $-x^2-2x+8$: **Jebakan:** tanda titik potong terbalik, yaitu $-(x-2)(x+4)$. Grafik ini memotong sumbu x di 2 dan -4.

• D ✗ $-x^2+2x+9$: **Jebakan:** mengira bilangan konstanta (c) sama dengan nilai puncak 9. Konstanta adalah titik potong dengan sumbu y, yaitu $f(0)=8$.

• E ✗ $-x^2+x+8$: **Jebakan:** rumus sumbu simetri ditulis $x=-\frac{b}{a}$ (lupa angka 2), sehingga $b=1$. Grafik ini tidak melalui $(4,0)$ karena $-16+4+8=-4$.

Jawaban: B.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 7 Kunci: E

Yang diketahui: grafik pada gambar, yaitu $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ (lihat soal nomor 6: titik potong -2 dan 4, puncak $(1, 9)$); $f(p) = 8$ dan $p \neq 0$. **Yang ditanya:** $f(p + 3)$.

Konsep 1 – Nilai fungsi. $f(p) = 8$ artinya: bila x diganti p, hasilnya 8. Dari persamaan itu nilai p dapat dicari.

Konsep 2 – Simetri parabola. Dua titik pada parabola yang sama tinggi letaknya simetris terhadap sumbu simetri. Bila sumbunya $x = 1$, maka pasangan $x = 0$ adalah $x = 2$ (jarak 1 ke kiri dan ke kanan).

Contoh kecil: pada $g(x) = x^2 - 6x$ (sumbu $x = 3$), $g(1) = -5$ dan $g(5) = -5$, karena 1 dan 5 sama-sama berjarak 2 dari 3.

Langkah penyelesaian:

1. Dari gambar, $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ (cara mencarinya seperti soal nomor 6).
2. $f(p) = 8$: $-p^2 + 2p + 8 = 8$. Kurangi kedua ruas dengan 8: $-p^2 + 2p = 0$.
3. Faktorkan: $p(-p + 2) = 0$, sehingga $p = 0$ atau $p = 2$. Karena $p \neq 0$, maka $p = 2$.
   (Dengan simetri: $f(0) = 8$, dan pasangan simetris $x = 0$ terhadap sumbu $x = 1$ adalah $x = 2$.)
4. $p + 3 = 5$. Hitung $f(5) = -(5)^2 + 2(5) + 8 = -25 + 10 + 8 = -7$.

Cek ulang: $f(2) = -4 + 4 + 8 = 8$ ✓. Juga $x = 5$ berjarak 4 dari sumbu $x = 1$, sama dengan $x = -3$; $f(-3) = -9 - 6 + 8 = -7$ ✓ (sama tinggi).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 11: **Jebakan:** menganggap $f(p + 3) = f(p) + 3 = 8 + 3$. Menambah 3 pada x tidak sama dengan menambah 3 pada hasil fungsi.
• B ✗ 9: **Jebakan:** salah tanda saat memfaktorkan sehingga $p = -2$, lalu $f(-2 + 3) = f(1) = 9$.
• C ✗ 5: **Jebakan:** memakai $p = 0$ (padahal $p \neq 0$), sehingga $f(3) = -9 + 6 + 8 = 5$.
• D ✗ -4: **Jebakan:** rumus fungsi dari gambar salah karena sumbu simetri ditulis $x = -\dfrac{b}{a}$ (lupa angka 2), sehingga $f(x) = -x^2 + x + 8$. Dari $f(p) = 8$ diperoleh $p(1 - p) = 0$, jadi $p = 1$, lalu $f(4) = -16 + 4 + 8 = -4$.
• E ✓ -7.

Jawaban: E.

No. 8 Kunci: A

Yang diketahui (dari gambar): puncak $(1, 9)$; titik potong dengan sumbu x positif adalah $(4, 0)$ (titik $(-2, 0)$ berada di sumbu x negatif). **Yang ditanya:** persamaan garis melalui $(1, 9)$ dan $(4, 0)$.

Konsep 1 – Gradien. $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, dengan urutan titik yang sama di atas dan di bawah.

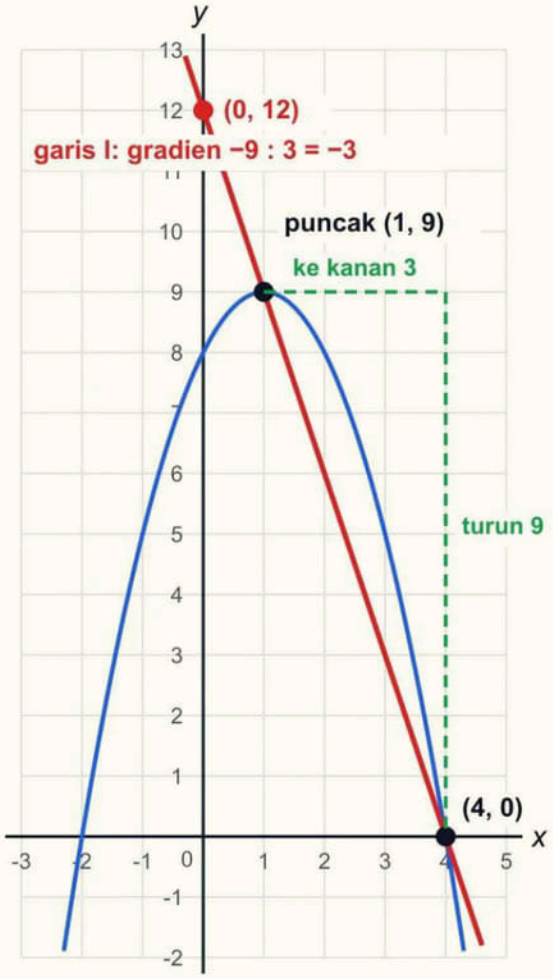
Contoh kecil: melalui $(0, 5)$ dan $(2, 1)$: $m = \dfrac{1 - 5}{2 - 0} = -2$.

Konsep 2 – Persamaan garis. $y - y_1 = m(x - x_1)$, lalu disederhanakan menjadi $y = mx + c$. Bilangan c adalah titik potong garis dengan sumbu y.

Langkah penyelesaian:

1. Gradien: $m = \dfrac{0 - 9}{4 - 1} = \dfrac{-9}{3} = -3$. Gradien negatif cocok dengan gambar: dari puncak ke $(4, 0)$ garis turun ke kanan.
2. Pakai titik $(4, 0)$: $y - 0 = -3(x - 4)$, sehingga $y = -3x + 12$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: titik $(1, 9)$: $-3(1) + 12 = 9$ ✓. Titik $(4, 0)$: $-3(4) + 12 = 0$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ $y = -3x + 12$.

• B ✗ $y = 3x + 6$: **Jebakan:** memakai titik potong $(-2, 0)$, padahal yang diminta titik potong dengan sumbu x **positif**. Garis ini melalui $(1, 9)$ dan $(-2, 0)$.

• C ✗ $y = -3x + 4$: **Jebakan:** gradien benar, tetapi bilangan 4 (absis titik potong) langsung dipakai sebagai konstanta c.

• D ✗ $y = 3x - 12$: **Jebakan:** salah tanda gradien karena urutan titik di pembilang dan penyebut berbeda, $\dfrac{0 - 9}{1 - 4} = 3$. Garis ini melalui $(4, 0)$ tetapi tidak melalui $(1, 9)$.

• E ✗ $y = -3x + 8$: **Jebakan:** gradien benar, tetapi konstanta diambil dari titik potong **parabola** dengan sumbu y, yaitu $(0, 8)$. Konstanta garis ℓ adalah titik potong **garis** ℓ dengan sumbu y, yaitu $(0, 12)$. Garis $y = -3x + 8$ tidak melalui $(1, 9)$ karena $-3 + 8 = 5$.

Jawaban: A.

No. 9 Kunci: D

Yang diketahui: tabung $r = 4$ cm, tinggi 20 cm, air 12 cm; 6 bola pejal $r = 2$ cm, tenggelam seluruhnya. **Yang ditanya:** tinggi air setelah bola dimasukkan.

Konsep 1 – Air naik sebesar volume benda yang tenggelam. Benda yang tenggelam seluruhnya mendesak air sebanyak volume benda itu. Air yang terdesak naik dan membentuk "tabung tambahan"

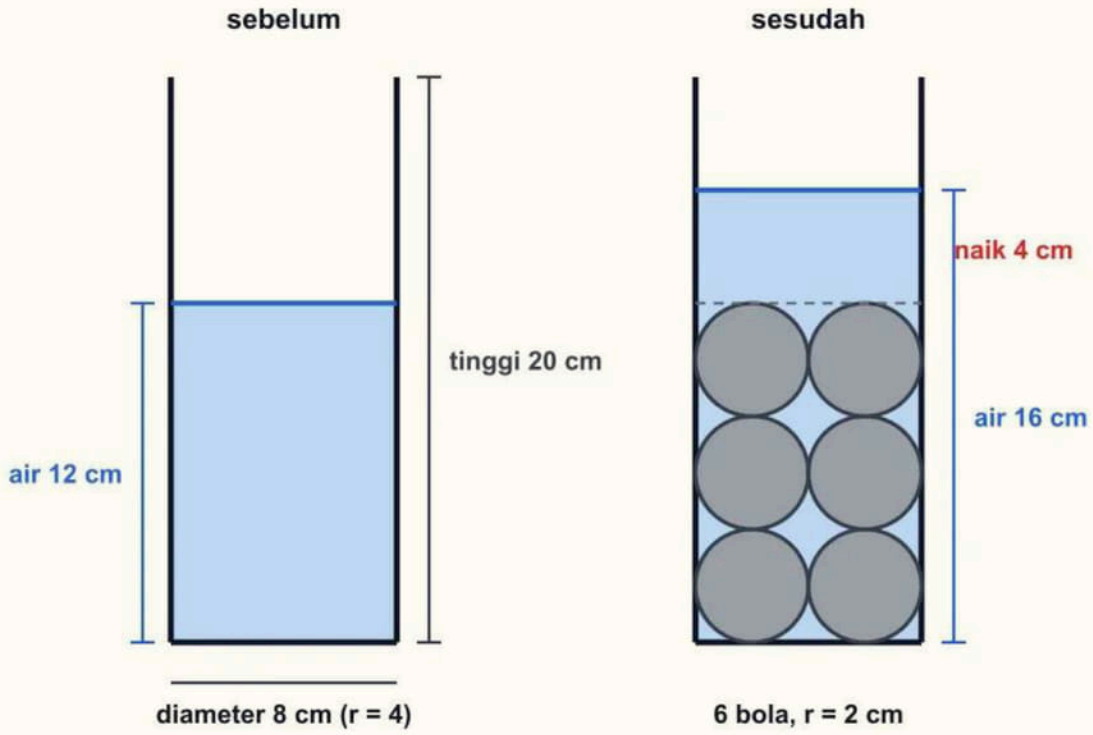
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

setinggi kenaikan air:
volume semua benda = luas alas tabung × kenaikan air.
Contoh kecil: batu bervolume 50 cm^3 dimasukkan ke gelas beralas 25 cm^2; air naik $50 : 25 = 2$ cm.

Konsep 2 – Rumus. Volume bola $= \frac{4}{3}\pi r^3$. Luas alas tabung $= \pi r^2$.

Langkah penyelesaian:

1. Volume satu bola: $\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8 = \frac{32}{3}\pi$ cm^3.
2. Volume 6 bola: $6 \times \frac{32}{3}\pi = 64\pi$ cm^3.
3. Luas alas tabung: $\pi \times 4^2 = 16\pi$ cm^2.
4. Kenaikan air: $64\pi : 16\pi = 4$ cm.
5. Tinggi air sekarang: $12 + 4 = 16$ cm. Nilai ini kurang dari 20 cm, jadi air memang tidak tumpah.



Cek ulang: volume air semula $16\pi \times 12 = 192\pi$. Setelah bola masuk, ruang setinggi 16 cm berisi air dan bola: $16\pi \times 16 = 256\pi = 192\pi + 64\pi$ ✓. Bola tersusun 3 lapis × 2 bola, setinggi $3 \times 4 = 12$ cm, di bawah permukaan air 16 cm, jadi benar-benar tenggelam ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 13: **Jebakan:** memakai diameter 8 sebagai jari-jari tabung: luas alas 64π, kenaikan 1 cm.
- B ✗ 14: **Jebakan:** volume bola memakai r^2: $\frac{4}{3}\pi \times 4 \times 6 = 32\pi$, kenaikan 2 cm.
- C ✗ 15: **Jebakan:** lupa faktor $\frac{4}{3}$: $\pi \times 8 \times 6 = 48\pi$, kenaikan 3 cm.
- D ✓ 16.
- E ✗ 18: **Jebakan:** memakai rumus luas permukaan bola $4\pi r^2$: $16\pi \times 6 = 96\pi$, kenaikan 6 cm.

Jawaban: D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 10 Kunci: 16

Yang diketahui: rencana 12 siswa selama 20 hari; setelah 4 hari, tim menjadi $12 + 4 = 16$ siswa.
Yang ditanya: total lama pekerjaan.

Konsep – Perbandingan berbalik nilai. Untuk pekerjaan yang sama, makin banyak pekerja makin sedikit harinya. Hasil kali (banyak pekerja $\times$ banyak hari) tetap. Hasil kali ini dapat dibaca sebagai "jumlah kerja" dalam satuan siswa-hari.
Contoh kecil: pekerjaan yang selesai oleh 6 orang dalam 4 hari bernilai $6 \times 4 = 24$ orang-hari; bila dikerjakan 8 orang, selesai dalam $24 : 8 = 3$ hari.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah kerja seluruh mural: $12 \times 20 = 240$ siswa-hari.
2. Kerja yang sudah dilakukan dalam 4 hari pertama: $12 \times 4 = 48$ siswa-hari.
3. Sisa kerja: $240 - 48 = 192$ siswa-hari.
4. Sisa kerja dikerjakan 16 siswa: $192 : 16 = 12$ hari.
5. Total sejak hari pertama: $4 + 12 = 16$ hari.

Cek ulang: tanpa tambahan siswa, sisa 192 siswa-hari dikerjakan 12 siswa dalam 16 hari, sehingga total $4 + 16 = 20$ hari, sesuai rencana ✓. Dengan tambahan siswa, pekerjaan selesai lebih cepat ($16 < 20$), masuk akal ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Menjawab 12: hanya menghitung sisa hari setelah siswa bergabung, lupa 4 hari pertama.
• Memakai perbandingan berbalik untuk seluruh pekerjaan ($\frac{12 \times 20}{16} = 15$), padahal 4 hari pertama dikerjakan hanya oleh 12 siswa.
• Memakai perbandingan senilai: sisa 16 hari dikali $\frac{16}{12}$, sehingga hasilnya bukan bilangan bulat dan lebih lama dari rencana (tidak masuk akal).

Jawaban: 16.

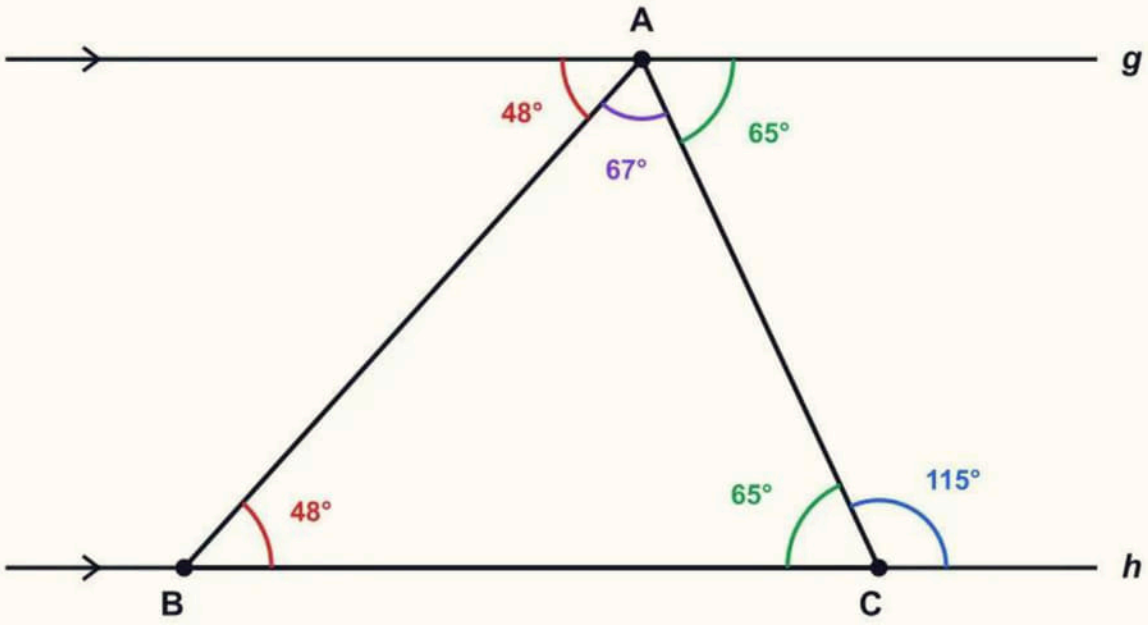
No. 11 Kunci: B

Yang diketahui (dari gambar): $g \parallel h$; sudut antara garis g (ke kiri) dan AB di titik A adalah 48°; sudut luar di C (antara CA dan perpanjangan garis h ke kanan) adalah 115°. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Sudut dalam berseberangan. Bila dua garis sejajar dipotong garis ketiga, sudut dalam berseberangan (letaknya di antara kedua garis sejajar, di sisi berbeda dari garis pemotong) sama besar.
Contoh kecil: garis $p \parallel q$ dipotong garis t; sudut 70° di bawah p (kanan t) sama dengan sudut di atas q (kiri t), yaitu 70°.
Konsep 2 – Sudut berpelurus. Dua sudut yang membentuk garis lurus berjumlah 180°.
Konsep 3 – Jumlah sudut segitiga $= 180^\circ$.

Langkah penyelesaian:
1. Garis AB memotong g dan h. Sudut 48° di A (di bawah g, di kiri AB) dan $\angle ABC$ (di atas h, di kanan AB) adalah sudut dalam berseberangan. Jadi $\angle ABC = 48^\circ$.
2. $\angle ACB$ dan sudut luar 115° berpelurus: $\angle ACB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$.
3. $\angle BAC = 180^\circ - 48^\circ - 65^\circ = 67^\circ$.
4. Garis AC memotong g dan h. Sudut antara g (ke kanan) dan AC di titik A berseberangan dalam dengan $\angle ACB$, jadi besarnya 65°.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** $\angle ABC = 48^\circ$ (langkah 1).
• **(2) Salah.** $\angle ACB = 65^\circ$. **Jebakan:** mengira sudut luar 115° adalah sudut dalam segitiga.
• **(3) Benar.** $\angle BAC = 67^\circ$ (langkah 3).
• **(4) Salah.** Sudut itu 65°. **Jebakan:** mengira sudut antara g dan AC sama dengan $\angle BAC$ karena sama-sama berada di titik A.

Cek ulang: di titik A, tiga sudut di bawah garis g membentuk garis lurus: $48^\circ + 67^\circ + 65^\circ = 180^\circ$ ✓. Sudut luar $115^\circ = 48^\circ + 67^\circ$ (sudut luar = jumlah dua sudut dalam yang tidak bersisian) ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (2) yang salah.
• B ✓ (1) dan (3).
• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** gabungan dua kesalahan di atas (sudut luar dianggap sudut dalam, dan sudut di A tertukar).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** hanya melihat titik A dan mengira semua sudut di A sama dengan $\angle BAC$.
• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 12 Kunci: C

Yang diketahui: (dalam ribu rupiah)
$2x + y + z = 55$ ... (i)
$x + 2y + z = 60$ ... (ii)
$x + y + 2z = 65$ ... (iii)
Yang ditanya: pernyataan yang benar.

Konsep – Menjumlahkan semua persamaan. Bila setiap variabel muncul dengan pola koefisien yang sama, menjumlahkan semua persamaan sering langsung memberi $x + y + z$. Setelah itu tiap variabel dicari dengan mengurangkan.
Contoh kecil: $a + b = 5, b + c = 7, a + c = 6$. Jumlahkan: $2(a + b + c) = 18$, jadi $a + b + c = 9$, lalu $c = 9 - 5 = 4, a = 9 - 7 = 2, b = 9 - 6 = 3$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. Jumlahkan (i), (ii), (iii): $4x + 4y + 4z = 55 + 60 + 65 = 180$. Bagi 4: $x + y + z = 45$.
2. (i) dapat ditulis $x + (x + y + z) = 55$, jadi $x + 45 = 55$ dan $x = 10$.
3. (ii) ditulis $y + (x + y + z) = 60$, jadi $y = 15$.
4. (iii) ditulis $z + (x + y + z) = 65$, jadi $z = 20$.
5. Harga tiket A Rp10.000, tiket B Rp15.000, tiket C Rp20.000.

Cek ulang: (i) $20 + 15 + 20 = 55$ ✓; (ii) $10 + 30 + 20 = 60$ ✓; (iii) $10 + 15 + 40 = 65$ ✓.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** $x + y + z = 45$. **Jebakan:** jumlah 180 dibagi 3 (karena ada tiga persamaan), padahal setiap variabel muncul 4 kali dalam jumlah itu ($2 + 1 + 1 = 4$).
• **(2) Benar.** Rata-rata harga tiket A dan C: $\dfrac{10 + 20}{2} = 15 = y$.
• **(3) Salah.** $z - x = 20 - 10 = 10$, jadi tiket C lebih mahal Rp10.000. **Jebakan:** (iii) − (ii) memberi $z - y = 5$, lalu y tertukar dengan x.
• **(4) Benar.** $3(10) + 2(15) + 20 = 30 + 30 + 20 = 80$, yaitu Rp80.000.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah, dan melewatkan (4).
• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** gabungan dua kesalahan di atas (membagi 180 dengan 3 dan menukar y dengan x).
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** menganggap (2) salah karena salah menghitung rata-rata, misalnya $10 + \dfrac{20}{2} = 20$ (lupa kurung).
• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

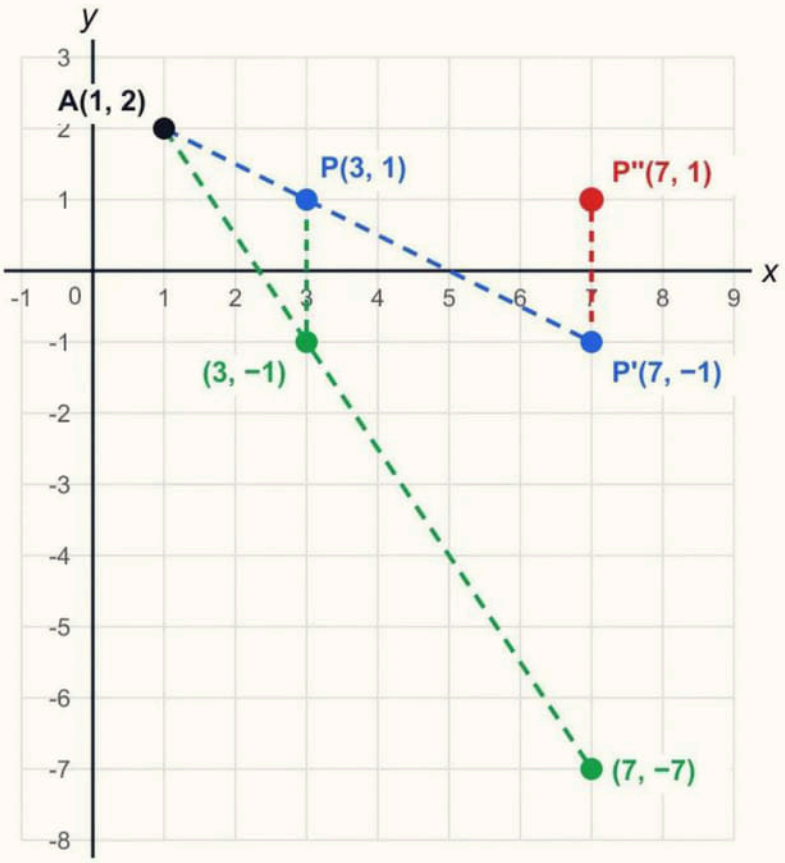
No. 13 Kunci: E

Yang diketahui: $P(3, 1)$; dilatasi pusat $A(1, 2)$ faktor 3; lalu pencerminan terhadap sumbu x. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Dilatasi dengan pusat bukan titik asal. Dilatasi pusat $A(a, b)$ faktor k memetakan (x, y) ke $\big(a + k(x - a),\ b + k(y - b)\big)$. Artinya: ukur "langkah" dari pusat ke titik, kalikan k, lalu mulai lagi dari pusat.
Contoh kecil: pusat $(1, 1)$, faktor 2, titik $(2, 3)$: langkah $(1, 2)$ dikali 2 menjadi $(2, 4)$, bayangan $(1 + 2, 1 + 4) = (3, 5)$.
Konsep 2 – Pencerminan terhadap sumbu x: $(x, y) \to (x, -y)$.
Konsep 3 – Luas bayangan. Dilatasi faktor k mengalikan luas dengan k^2; pencerminan tidak mengubah luas.
Konsep 4 – Komposisi. Transformasi dikerjakan sesuai urutan; urutan berbeda dapat memberi hasil berbeda.

Langkah penyelesaian:
1. Langkah dari $A(1, 2)$ ke $P(3, 1)$: $(3 - 1,\ 1 - 2) = (2, -1)$.
2. Dikali 3: $(6, -3)$. Bayangan dilatasi: $P' = (1 + 6,\ 2 - 3) = (7, -1)$.
3. Dicerminkan terhadap sumbu x: $P'' = (7, 1)$.
4. Urutan dibalik: cermin dulu, $P(3, 1) \to (3, -1)$. Langkah dari $A(1, 2)$: $(2, -3)$; dikali 3: $(6, -9)$; bayangan $(1 + 6,\ 2 - 9) = (7, -7)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



biru–merah: dilatasi dulu, lalu cermin sumbu x

hijau: cermin sumbu x dulu, lalu dilatasi

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** $P'' = (7, 1)$ (langkah 3). **Jebakan:** memakai pusat $O(0, 0)$, sehingga $(9, 3) \to (9, -3)$.

• **(2) Benar.** Urutan terbalik memberi $(7, -7)$ (langkah 4), berbeda dengan $(7, 1)$. **Jebakan:** mengira urutan transformasi tidak berpengaruh, sehingga menganggap hasilnya pasti $(7, 1)$.

• **(3) Benar.** Jarak $P''(7, 1)$ ke sumbu x adalah $|1| = 1$; jarak $P(3, 1)$ ke sumbu x juga 1. **Jebakan:** mengira dilatasi faktor 3 pasti membuat jaraknya ke sumbu x menjadi 3 kali. Yang dikali 3 adalah jarak ke **pusat** A, bukan jarak ke sumbu x.

• **(4) Benar.** Luas dikali $k^2 = 3^2 = 9$: $5 \times 9 = 45$; pencerminan tidak mengubah luas. **Jebakan:** mengalikan luas dengan $k = 3$ saja, sehingga mendapat 15.

Keempat pernyataan benar.

Cek ulang: A, P, dan P' segaris: dari A ke P langkahnya $(2, -1)$, dari A ke P' langkahnya $(6, -3) = 3 \times (2, -1)$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3) saja: **Jebakan:** luas dikali 3, bukan 9, sehingga (4) dianggap salah.

• B ✗ (1) dan (3) saja: **Jebakan:** mengira urutan tidak berpengaruh dan luas dikali 3.

• C ✗ (2) dan (4) saja: **Jebakan:** memakai pusat $O(0, 0)$ sehingga (1) dan (3) terlihat salah.

• D ✗ (4) saja: tiga pernyataan lain juga terbukti benar.

• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

No. 14 Kunci: D

Yang diketahui: bola bernomor 1–10; diambil 2 sekaligus. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Ruang sampel. "Diambil sekaligus" berarti pasangan tanpa urutan. Banyak pasangan dari n benda: $C(n,2) = \dfrac{n(n-1)}{2}$.

Contoh kecil: dari bola $1, 2, 3, 4$ ada $C(4,2) = 6$ pasangan:
$\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}$.

Konsep 2 – Peluang $= \dfrac{\text{banyak pasangan yang diinginkan}}{\text{banyak semua pasangan}}$.

Konsep 3 – Komplemen. $P(\text{A}) = 1 - P(\text{bukan A})$. Hasil kali genap = bukan "kedua nomor ganjil".

Langkah penyelesaian: banyak semua pasangan $C(10,2) = \dfrac{10 \times 9}{2} = 45$.

1. **Pernyataan (1).** Pasangan berjumlah 10: $\{1,9\}, \{2,8\}, \{3,7\}, \{4,6\} \to 4$ pasangan ($\{5,5\}$ tidak mungkin karena hanya ada satu bola bernomor 5). Peluang $\dfrac{4}{45}$ → **benar**.

Jebakan: ikut menghitung $\{5,5\}$, sehingga mendapat $\dfrac{5}{45}$.

2. **Pernyataan (2).** Hasil kali ganjil hanya bila kedua nomor ganjil. Nomor ganjil: $1, 3, 5, 7, 9$ (5 bola), pasangannya $C(5,2) = 10$. Peluang hasil kali genap $= 1 - \dfrac{10}{45} = \dfrac{35}{45} = \dfrac{7}{9}$ → **benar**.

Jebakan: mengira genap dan ganjil sama peluangnya, yaitu $\dfrac{1}{2}$.

3. **Pernyataan (3).** Nomor prima: $2, 3, 5, 7$ (4 bola; 1 bukan prima). Pasangannya $C(4,2) = 6$. Peluang $\dfrac{6}{45} = \dfrac{2}{15}$ → **benar**.

Jebakan: menganggap 1 prima, sehingga mendapat $C(5,2) = 10$ dan peluang $\dfrac{2}{9}$.

4. **Pernyataan (4).** Pasangan berselisih 1: $\{1,2\}, \{2,3\}, \ldots, \{9,10\} \to 9$ pasangan. Peluang $\dfrac{9}{45} = \dfrac{1}{5}$, dan $\dfrac{1}{5} = 0{,}2 < 0{,}25 = \dfrac{1}{4}$ → **salah**.

Jebakan: menghitung pasangan berurutan dua kali ($\{1,2\}$ dan $\{2,1\}$), sehingga mendapat $\dfrac{18}{45} = \dfrac{2}{5} > \dfrac{1}{4}$.

5. Pernyataan benar: $(1), (2), (3)$ → banyaknya 3.

Cek ulang: untuk (2), hitung langsung: pasangan genap-genap $C(5,2) = 10$ dan genap-ganjil $5 \times 5 = 25$, jumlah 35 ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; $(1), (2), (3)$ terbukti benar.
- C ✗ 2: **Jebakan:** salah satu jebakan di atas (misalnya ikut menghitung $\{5,5\}$ atau menganggap 1 prima) membuat satu pernyataan benar dianggap salah.
- D ✓ 3.
- E ✗ 4: **Jebakan:** menghitung pasangan berurutan dua kali pada (4).

Jawaban: D.

No. 15 Kunci: C

Yang diketahui: $a = 2^5, b = 4^3$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep – Sifat pangkat (basis sama).

• $a^m \times a^n = a^{m+n}$ dan $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

• $(a^m)^n = a^{mn}$.

• $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, dan $\left(\dfrac{p}{q}\right)^{-n} = \left(\dfrac{q}{p}\right)^{n}$.

• $x + x = 2x$ (penjumlahan **tidak** menjumlahkan pangkat).

Contoh kecil: $2^3 + 2^3 = 2 \times 2^3 = 2^4 = 16$ (cek: $8 + 8 = 16$ ✓), bukan $2^6 = 64$.

Langkah penyelesaian: ubah dulu b ke basis 2: $b = 4^3 = (2^2)^3 = 2^6$. Jadi $a = 2^5 = 32$ dan $b = 2^6 = 64$.

1. **Pernyataan (1).** $ab = 2^5 \times 2^6 = 2^{11}$ → **benar**. (Cek: $32 \times 64 = 2.048 = 2^{11}$.)
2. **Pernyataan (2).** $\dfrac{b}{a} = \dfrac{2^6}{2^5} = 2^1 = 2$, bukan 2^{-1} → **salah**.

Jebakan: mengurangkan pangkat dengan urutan terbalik ($5 - 6 = -1$).

3. **Pernyataan (3).** $a^2 = (2^5)^2 = 2^{10}$. Maka $a^2 + a^2 = 2 \times 2^{10} = 2^1 \times 2^{10} = 2^{11}$ → **benar**.

Jebakan: mengira $a^2 + a^2 = a^4$ atau 2^{20} (menjumlahkan pangkat pada penjumlahan).

4. **Pernyataan (4).** $\dfrac{a}{b} = \dfrac{2^5}{2^6} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$. Maka $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$, bukan $\dfrac{1}{4}$ → **salah**.

Jebakan: mengira pangkat negatif hanya membuat hasil menjadi pecahan, sehingga $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}$ dianggap $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2} = \dfrac{1}{4}$.

5. Pernyataan benar: (1) dan (3) → banyaknya 2.

Cek ulang dengan bilangan biasa: $a^2 + a^2 = 1.024 + 1.024 = 2.048 = 2^{11}$ ✓; $\left(\dfrac{32}{64}\right)^{-2} = \left(\dfrac{64}{32}\right)^{2} = 4$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0 dan B ✗ 1: **Jebakan:** tidak mengubah 4^3 ke basis 2 (misalnya menganggap $b = 2^3$), sehingga (1) atau (3) terlihat salah.

• C ✓ 2.

• D ✗ 3: **Jebakan:** salah satu kesalahan tanda pangkat di (2) atau (4).

• E ✗ 4: (2) dan (4) salah.

Jawaban: C.

No. 16 Kunci: 1B 2S 3B

Yang diketahui: $f(x) = 2x^2 - 8x + c$ ($a = 2, b = -8$). **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Sumbu simetri dan nilai ekstrem. Untuk $f(x) = ax^2 + bx + c$: sumbu simetri $x = -\dfrac{b}{2a}$. Bila $a > 0$, grafik terbuka ke atas dan nilai minimumnya adalah f di sumbu simetri.

Contoh kecil: $g(x) = x^2 - 4x + 7$: sumbu $x = 2$, minimum $g(2) = 4 - 8 + 7 = 3$.

Konsep 2 – Diskriminan. $D = b^2 - 4ac$. Grafik memotong sumbu x di dua titik berbeda bila $D > 0$, menyinggung bila $D = 0$, dan tidak memotong bila $D < 0$.

Pernyataan 1 – Benar. $x = -\dfrac{-8}{2 \times 2} = \dfrac{8}{4} = 2$. Rumus ini tidak memuat c, jadi sumbu simetrinya $x = 2$ berapa pun c. (Mengubah c hanya menggeser grafik naik atau turun.)

Jebakan: mengira c ikut menentukan sumbu simetri.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 2 – Salah. Untuk $c = 10$: $D = (-8)^2 - 4 \times 2 \times 10 = 64 - 80 = -16 < 0$, jadi grafik **tidak** memotong sumbu x.
Cara lain: nilai minimum $f(2) = 8 - 16 + 10 = 2 > 0$; titik terendah grafik berada di atas sumbu x.
Jebakan: menghitung $(-8)^2$ sebagai -64, sehingga $D = -64 - 80$, atau lupa angka 2 pada $4ac$ ($D = 64 - 40 = 24 > 0$).

Pernyataan 3 – Benar. Melalui $(3, 4)$: $f(3) = 2(9) - 24 + c = 18 - 24 + c = c - 6 = 4$, jadi $c = 10$. Nilai minimum $= f(2) = 2(4) - 16 + 10 = 8 - 16 + 10 = 2$.
Jebakan: mengira nilai minimum sama dengan c (yaitu 10), atau memakai $f(3) = 4$ sebagai nilai minimum.

Cek ulang: dengan $c = 10$, $f(1) = 2 - 8 + 10 = 4 = f(3)$; titik $x = 1$ dan $x = 3$ simetris terhadap $x = 2$ ✓, dan $f(2) = 2$ lebih kecil dari keduanya ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

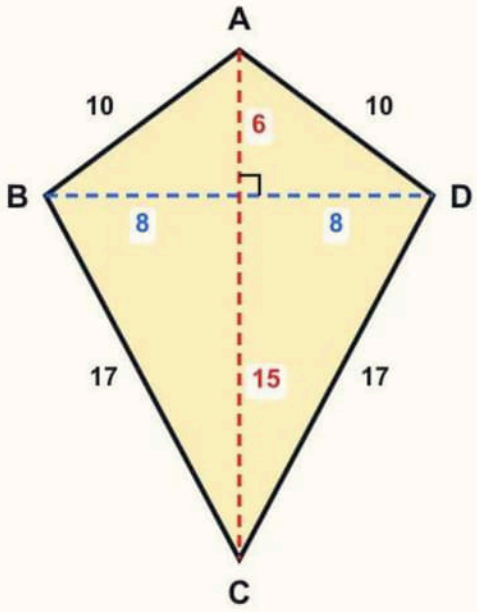
No. 17 Kunci: A

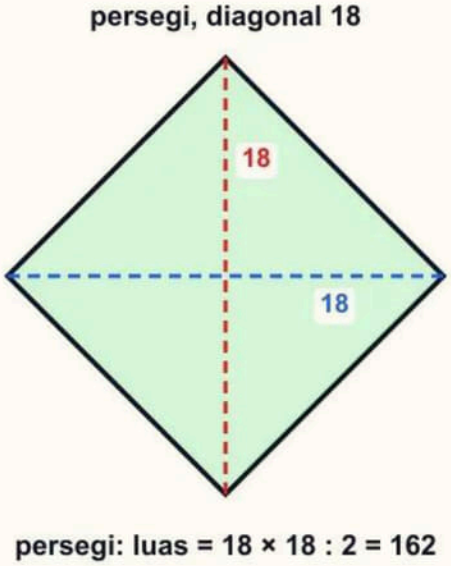
Yang diketahui: layang-layang $AB = AD = 10, CB = CD = 17, BD = 16$; persegi berdiagonal 18. **Yang ditanya:** hubungan P (luas layang-layang) dan Q (luas persegi).

Konsep 1 – Sifat layang-layang. Diagonal AC (penghubung titik di antara dua sisi yang sama panjang) tegak lurus diagonal BD dan membagi BD sama panjang.
Konsep 2 – Luas bangun berdiagonal tegak lurus. Layang-layang, belah ketupat, dan persegi: luas $= \dfrac{d_1 \times d_2}{2}$. Pada persegi kedua diagonal sama panjang, jadi luas $= \dfrac{d^2}{2}$.
Contoh kecil: persegi bersisi 4 mempunyai diagonal $\sqrt{32}$; luas $= \dfrac{32}{2} = 16 = 4 \times 4$ ✓.
Konsep 3 – Teorema Pythagoras: sisi miring^2 = jumlah kuadrat dua sisi siku-siku.

Langkah penyelesaian:
1. Misalkan O titik potong diagonal. $BO = OD = 16 : 2 = 8$ cm, dan $\angle AOB = 90^\circ$.
2. Segitiga AOB: $AO = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ cm.
3. Segitiga COB: $CO = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$ cm.
4. Kedua diagonal berpotongan di O, jadi A dan C berada di sisi yang berlainan dari BD. Diagonal $AC = AO + OC = 6 + 15 = 21$ cm.
5. $P = \dfrac{16 \times 21}{2} = \dfrac{336}{2} = 168$.
6. $Q = \dfrac{18 \times 18}{2} = \dfrac{324}{2} = 162$.
7. $168 > 162$, jadi $P > Q$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan





Cek ulang: sisi persegi $= \frac{18}{\sqrt{2}}$, sehingga luasnya $= \frac{324}{2} = 162$ ✓. Untuk layang-layang, jumlah luas dua segitiga ABD dan CBD: $\frac{16 \times 6}{2} + \frac{16 \times 15}{2} = 48 + 120 = 168$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ $P = 168 > 162 = Q$.

• B ✗ **Jebakan:** memakai 18 sebagai sisi persegi ($Q = 324$), atau memakai sisi 17 sebagai diagonal AC ($P = \frac{16 \times 17}{2} = 136$). Keduanya membuat $P < Q$.

• C ✗ **Jebakan:** menaksir kedua luas "kira-kira sama" tanpa menghitung sampai tuntas.

• D ✗ **Jebakan:** mengira panjang diagonal AC tidak dapat dicari. Dengan Pythagoras, AC dapat dihitung, jadi P bernilai tetap.

Jawaban: A.

No. 18 Kunci: B

Yang diketahui: fiksi $120 \to 150$; nonfiksi $75 \to 96$. **Yang ditanya:** hubungan P (persentase kenaikan fiksi) dan Q (persentase kenaikan nonfiksi).

Konsep – Persentase kenaikan. Persentase kenaikan $= \frac{\text{nilai baru} - \text{nilai lama}}{\text{nilai lama}} \times 100\%$.

Pembaginya selalu nilai **lama** (nilai awal).

Contoh kecil: harga naik dari 40 ke 50: kenaikan 10, persentase $\frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$.

Kenaikan yang besar dalam jumlah belum tentu besar dalam persen, karena nilai awalnya bisa berbeda.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Fiksi: kenaikan $150 - 120 = 30$. $P = \dfrac{30}{120} \times 100\% = 25\%$.

2. Nonfiksi: kenaikan $96 - 75 = 21$. $Q = \dfrac{21}{75} \times 100\% = 28\%$.

3. $25\% < 28\%$, jadi $P < Q$.

Cek ulang: $120 \times 1{,}25 = 150$ ✓ dan $75 \times 1{,}28 = 96$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** membandingkan kenaikan jumlahnya ($30 > 21$), bukan persentasenya.

• B ✓ $P = 25\% < 28\% = Q$.

• C ✗ **Jebakan:** membagi kenaikan dengan nilai Februari lalu membulatkan terlalu kasar: $\dfrac{30}{150} = 20\%$ dan $\dfrac{21}{96} \approx 22\%$ dianggap "sama-sama sekitar 20%". Pembagi yang benar adalah nilai Januari.

• D ✗ **Jebakan:** mengira persentase tidak dapat dibandingkan karena banyak buku fiksi dan nonfiksi berbeda. Persentase justru dipakai untuk membandingkan dua kelompok yang ukurannya berbeda.

Jawaban: B.

No. 19 Kunci: A

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu jawaban "ya" atau "tidak" untuk pertanyaan "$f(g(x)) = g(f(x))$ untuk setiap x?".

Konsep 1 – Komposisi fungsi linear. $f(g(x))$: masukkan $g(x)$ ke dalam f. $g(f(x))$: masukkan $f(x)$ ke dalam g.
Contoh kecil: $f(x) = x + 1, g(x) = 3x$: $f(g(x)) = 3x + 1$ dan $g(f(x)) = 3x + 3$. Keduanya tidak sama.
Konsep 2 – Dua bentuk linear sama untuk setiap x bila koefisien x sama **dan** konstantanya sama.
Konsep 3 – Kecukupan data. Pernyataan cukup bila jawabannya pasti sama (selalu "ya" atau selalu "tidak") untuk semua kemungkinan yang tersisa. Jawaban "pasti tidak" juga termasuk cukup.

Langkah penyelesaian:

1. $f(g(x)) = a(2x + b) + 3 = 2ax + ab + 3$.

2. $g(f(x)) = 2(ax + 3) + b = 2ax + 6 + b$.

3. Koefisien x sama ($2a$). Jadi keduanya sama untuk setiap x jika dan hanya jika $ab + 3 = 6 + b$, yaitu $ab - b = 3$, atau $b(a - 1) = 3$.

4. **Uji pernyataan (1):** $a = 1$. Maka $b(a - 1) = b \times 0 = 0$, dan $0 \neq 3$ berapa pun b. Jadi jawabannya **pasti "tidak" → cukup**.
Contoh: $a = 1, b = 5$: $f(g(x)) = 2x + 8$ dan $g(f(x)) = 2x + 11$ (selalu berbeda 3).

5. **Uji pernyataan (2):** $b = 3$. Syaratnya menjadi $3(a - 1) = 3$, yaitu $a = 2$.
• $a = 2$: $f(g(x)) = 4x + 9$ dan $g(f(x)) = 4x + 9$ → "ya".
• $a = 5$: $f(g(x)) = 10x + 18$ dan $g(f(x)) = 10x + 9$ → "tidak".
Jawaban bergantung pada a → **tidak cukup**.

Cek ulang: untuk $a = 1$, coba $x = 0$: $f(g(0)) = f(b) = b + 3$, sedangkan $g(f(0)) = g(3) = 6 + b$. Selisihnya 3, tidak pernah nol ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.

• B ✗ **Jebakan:** mengira $b = 3$ cukup karena angka 3 muncul di $f(x) = ax + 3$, padahal a masih bebas.

• C ✗ **Jebakan:** merasa a dan b harus diketahui keduanya, tanpa menyadari bahwa $a = 1$ sudah memastikan jawaban "tidak".

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗ (2) saja tidak cukup (langkah 5).
• E ✗ **Jebakan:** menganggap jawaban "tidak" berarti data tidak cukup. Jawaban yang pasti "tidak" tetap merupakan jawaban.

Jawaban: A.

No. 20 Kunci: E

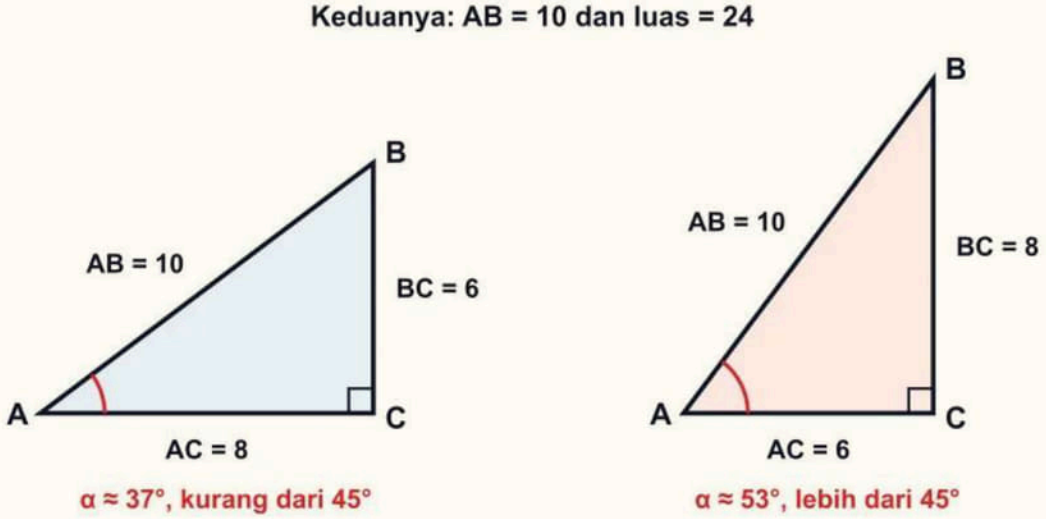
Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) memastikan $\alpha > 45^\circ$ atau memastikan $\alpha \leq 45^\circ$.

Konsep 1 – Tangen dan sudut 45°. Pada segitiga siku-siku di C, $\tan\alpha = \dfrac{\text{depan}}{\text{samping}} = \dfrac{BC}{AC}$. Karena $\tan 45^\circ = 1$ dan nilai tangen sudut lancip makin besar bila sudutnya makin besar:
$\alpha > 45^\circ$ jika dan hanya jika $BC > AC$.
Contoh kecil: $AC = 3, BC = 4$: $\tan\alpha = \dfrac{4}{3} > 1$, jadi $\alpha > 45^\circ$.

Konsep 2 – Pythagoras dan luas. $AC^2 + BC^2 = AB^2$; luas $= \dfrac{1}{2} \times AC \times BC$.

Konsep 3 – Kecukupan data. Cukup berarti jawabannya pasti sama untuk semua segitiga yang memenuhi.

Langkah penyelesaian:
1. **Pernyataan (1) saja.** $AB = 10$ hanya menentukan sisi miring. Contoh $AC = 6, BC = 8$ ($\alpha > 45^\circ$) dan $AC = 8, BC = 6$ ($\alpha < 45^\circ$) sama-sama memenuhi → **tidak cukup**.
2. **Pernyataan (2) saja.** $AC \times BC = 48$. Contoh $AC = 4, BC = 12$ ($\alpha > 45^\circ$) dan $AC = 12, BC = 4$ ($\alpha < 45^\circ$) → **tidak cukup**.
3. **Gabungan.** $AC^2 + BC^2 = 100$ dan $AC \times BC = 48$.
$(AC + BC)^2 = AC^2 + BC^2 + 2 \times AC \times BC = 100 + 96 = 196$, jadi $AC + BC = 14$.
$(AC - BC)^2 = 100 - 96 = 4$, jadi selisih kedua sisi adalah 2.
Kedua sisi siku-siku adalah 6 dan 8, tetapi **tidak diketahui mana yang AC dan mana yang BC.**
• $AC = 6, BC = 8$: $\tan\alpha = \dfrac{8}{6} > 1$, jadi $\alpha > 45^\circ$.
• $AC = 8, BC = 6$: $\tan\alpha = \dfrac{6}{8} < 1$, jadi $\alpha < 45^\circ$.
Jawaban masih bisa "ya" atau "tidak" → gabungan pun **tidak cukup**.



Cek ulang: kedua segitiga memenuhi $6^2 + 8^2 = 100$ (sehingga $AB = 10$) dan luas $\dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ✓, tetapi sudut α-nya berbeda ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:

• A ✗ dan B ✗: satu pernyataan saja tidak menentukan perbandingan BC dan AC (langkah 1 dan 2).

• C ✗ **Jebakan:** setelah menemukan sisi 6 dan 8, langsung mengira sudutnya tertentu, padahal letak sisi 6 dan 8 masih dapat ditukar.

• D ✗ masing-masing tidak cukup.

• E ✓ kedua pernyataan digabung pun tidak cukup.

Jawaban: E.

Simulasi 7 — Prediksi SNBT 2027 — 4

No. 1 Kunci: 128

Yang diketahui: ${}^{2}\log 96 - {}^{2}\log 3 + {}^{3}\log 9 = {}^{2}\log k$. **Yang ditanya:** nilai k.

Konsep 1 – Arti logaritma. ${}^{a}\log b = c$ artinya $a^c = b$. Logaritma menjawab pertanyaan "bilangan pokok a harus dipangkatkan berapa agar hasilnya b?".
Contoh kecil: ${}^{3}\log 81 = 4$ karena $3^4 = 81$.

Konsep 2 – Sifat pengurangan. ${}^{a}\log b - {}^{a}\log c = {}^{a}\log \dfrac{b}{c}$ (bilangan pokok harus sama).
Contoh kecil: ${}^{5}\log 50 - {}^{5}\log 2 = {}^{5}\log 25 = 2$.

Langkah penyelesaian:

1. Dua suku pertama berbilangan pokok sama (2), jadi gabungkan dengan sifat pengurangan:
${}^{2}\log 96 - {}^{2}\log 3 = {}^{2}\log \dfrac{96}{3} = {}^{2}\log 32$.
2. $2^5 = 32$, jadi ${}^{2}\log 32 = 5$.
3. Suku ketiga: $3^2 = 9$, jadi ${}^{3}\log 9 = 2$.
4. Ruas kiri $= 5 + 2 = 7$. Persamaannya menjadi ${}^{2}\log k = 7$.
5. Menurut Konsep 1, ${}^{2}\log k = 7$ artinya $k = 2^7 = 128$.

Cek ulang: ${}^{2}\log 128 = 7$ karena $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ ✓. Ruas kiri $5 + 2 = 7$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Mengurangkan bilangannya, bukan membaginya: ${}^{2}\log(96 - 3) = {}^{2}\log 93$, yang bukan bilangan bulat (tanda ada langkah yang salah).

• Berhenti di ${}^{2}\log k = 7$ dan menjawab $k = 7$.

• Menggabungkan ${}^{3}\log 9$ dengan suku berbilangan pokok 2, padahal sifat logaritma hanya berlaku untuk bilangan pokok yang sama.

• Menghitung $k = 7^2 = 49$ (bilangan pokok dan hasil logaritma tertukar).

Jawaban: 128.

No. 2 Kunci: B

Yang diketahui: $|2x - 3| + 4 = 11$. **Yang ditanya:** hasil kali semua nilai x yang memenuhi.

Konsep – Nilai mutlak. $|a|$ adalah jarak bilangan a ke 0 pada garis bilangan, sehingga selalu tidak negatif. Persamaan $|A| = c$ dengan $c > 0$ mempunyai dua kemungkinan: $A = c$ atau $A = -c$.
Contoh kecil: $|x - 1| = 3$ berarti $x - 1 = 3$ (jadi $x = 4$) atau $x - 1 = -3$ (jadi $x = -2$). Cek: $|4 - 1| = 3$ dan $|-2 - 1| = |-3| = 3$.
Sebelum memecah menjadi dua kemungkinan, bentuk mutlak harus **sendirian** di satu ruas.

Langkah penyelesaian:

1. Pindahkan 4 ke ruas kanan: $|2x - 3| = 11 - 4 = 7$.
2. Kemungkinan pertama: $2x - 3 = 7 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. Kemungkinan kedua: $2x - 3 = -7 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2$.
4. Hasil kali kedua nilai: $5 \times (-2) = -10$.

Cek ulang: $x = 5$: $|10 - 3| + 4 = 7 + 4 = 11$ ✓. $x = -2$: $|-4 - 3| + 4 = |-7| + 4 = 7 + 4 = 11$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 5: **Jebakan:** hanya mengerjakan kemungkinan $2x - 3 = 7$ dan lupa kemungkinan negatifnya.
• B ✓ -10.
• C ✗ -25: **Jebakan:** pada kemungkinan kedua, tanda minus hanya dikenakan pada $2x$, yaitu $-2x - 3 = 7$, sehingga $x = -5$ dan hasil kalinya $5 \times (-5) = -25$.
• D ✗ -28: **Jebakan:** memecah $|2x - 3| = 11$ tanpa memindahkan 4 lebih dulu, sehingga $x = 7$ atau $x = -4$, hasil kali -28.
• E ✗ -54: **Jebakan:** memindahkan 4 dengan tanda salah ($|2x - 3| = 15$), sehingga $x = 9$ atau $x = -6$, hasil kali -54.

Jawaban: B.

No. 3 Kunci: D

Yang diketahui: diameter roda depan 42 cm, roda belakang 56 cm; roda depan berputar 50 kali lebih banyak. **Yang ditanya:** panjang lintasan.

Konsep 1 – Keliling lingkaran. Keliling $= \pi \times d$, dengan d diameter (atau $2\pi r$, dengan r jari-jari $= \frac{d}{2}$).

Contoh kecil: roda berdiameter 14 cm mempunyai keliling $\frac{22}{7} \times 14 = 44$ cm.

Konsep 2 – Satu putaran = satu keliling. Roda yang menggelinding tanpa tergelincir maju sejauh kelilingnya setiap berputar sekali. Jadi banyak putaran $= \frac{\text{jarak}}{\text{keliling}}$.

Contoh kecil: roda berkeliling 44 cm yang menempuh 440 cm berputar $440 : 44 = 10$ kali.

Langkah penyelesaian:
1. Keliling roda depan $= \frac{22}{7} \times 42 = 22 \times 6 = 132$ cm.
2. Keliling roda belakang $= \frac{22}{7} \times 56 = 22 \times 8 = 176$ cm.
3. Kedua roda menempuh jarak yang sama, misalnya s cm. Roda depan berputar $\frac{s}{132}$ kali dan roda belakang $\frac{s}{176}$ kali. Roda depan lebih kecil, sehingga putarannya lebih banyak.
4. Selisih putarannya 50: $\frac{s}{132} - \frac{s}{176} = 50$.
5. Samakan penyebut. KPK dari 132 dan 176 adalah 528 (sebab $132 = 4 \times 33$ dan $176 = 16 \times 11$, sehingga $528 = 4 \times 132 = 3 \times 176$):
$\frac{4s}{528} - \frac{3s}{528} = 50 \rightarrow \frac{s}{528} = 50 \rightarrow s = 26.400$ cm.
6. Ubah ke meter (1 m $= 100$ cm): $26.400 : 100 = 264$ m.

Cek ulang: roda depan berputar $26.400 : 132 = 200$ kali, roda belakang $26.400 : 176 = 150$ kali. Selisihnya $200 - 150 = 50$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 22 m: **Jebakan:** mengalikan selisih keliling dengan 50, yaitu $(176 - 132) \times 50 = 2.200$ cm. Selisih keliling bukan cara menghitung jarak.
• B ✗ 84 m: **Jebakan:** memakai diameter sebagai keliling (lupa mengalikan π): $\frac{s}{42} - \frac{s}{56} = 50$

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

memberi $s = 8.400$ cm.
• C ✗ 132 m: **Jebakan:** keliling dihitung $\pi \times r$ (lupa angka 2), sehingga kelilingnya 66 cm dan 88 cm, jaraknya menjadi setengah.
• D ✓ 264 m.
• E ✗ 528 m: **Jebakan:** memakai diameter sebagai jari-jari, keliling $2\pi \times 42 = 264$ cm dan $2\pi \times 56 = 352$ cm, jaraknya menjadi dua kali.

Jawaban: D.

No. 4 Kunci: 51

Yang diketahui: dari gambar, B berada 6 blok ke timur dan 4 blok ke utara dari A. P berada 2 blok ke timur dan 1 blok ke utara dari A. Q berada 4 blok ke timur dan 3 blok ke utara dari A. **Yang ditanya:** banyak lintasan terpendek dari A ke B yang melewati P dan tidak melewati Q.

Konsep 1 – Lintasan terpendek pada petak. Lintasan sejauh m blok ke timur dan n blok ke utara terdiri atas $m + n$ langkah. Kita hanya memilih langkah mana yang ke utara, jadi banyaknya $C(m+n, n) = \dfrac{(m+n)!}{m!\,n!}$.
Contoh kecil: 2 blok timur dan 1 blok utara: urutannya TTU, TUT, UTT, yaitu $C(3,1) = 3$ lintasan.
Konsep 2 – Wajib melewati titik. Lintasan $A \to B$ yang wajib melewati P = (lintasan $A \to P$) $\times$ (lintasan $P \to B$), karena setiap cara bagian pertama dapat dipasangkan dengan setiap cara bagian kedua.
Konsep 3 – Tidak boleh melewati titik. Hitung semua lintasan, lalu kurangi lintasan yang melewati titik terlarang.

Langkah penyelesaian:
1. $A \to P$: 2 timur, 1 utara $\to C(3,1) = 3$ lintasan.
2. $P \to B$ (tanpa syarat): $6 - 2 = 4$ timur, $4 - 1 = 3$ utara $\to C(7,3) = \dfrac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$ lintasan.
3. $P \to B$ yang melewati Q:
• $P \to Q$: $4 - 2 = 2$ timur, $3 - 1 = 2$ utara $\to C(4,2) = 6$.
• $Q \to B$: $6 - 4 = 2$ timur, $4 - 3 = 1$ utara $\to C(3,1) = 3$.
• Banyaknya $6 \times 3 = 18$.
4. $P \to B$ yang tidak melewati Q: $35 - 18 = 17$.
5. Seluruhnya: $3 \times 17 = 51$ lintasan.

Cek ulang (menjumlah di setiap persimpangan): tulis di setiap persimpangan banyak cara mencapainya. Angka suatu persimpangan = angka persimpangan di kirinya + angka persimpangan di bawahnya; Q diberi angka 0 karena tidak boleh dilewati, dan setelah P hanya persimpangan yang dapat dicapai dari P yang dihitung.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Angka di B adalah 51 ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Lupa syarat Q: $3 \times 35 = 105$.

• Mengurangkan lintasan lewat Q dari semua lintasan $A \to B$ tanpa memperhatikan P: $C(10,4) - C(7,3) \times C(3,1) = 210 - 105 = 105$, hasilnya tidak memakai syarat P.

• Menjumlahkan, bukan mengalikan: $3 + 17 = 20$.

Jawaban: 51.

No. 5 Kunci: D

Yang diketahui: bilangan ganjil berurutan $15, 17, 19, \ldots$ dijumlahkan sampai hasilnya 527. **Yang ditanya:** bilangan terakhir (terbesar).

Konsep 1 – Deret aritmetika. Bilangan ganjil berurutan membentuk barisan aritmetika dengan beda $b = 2$. Jumlah n suku pertama $S_n = \frac{n}{2}\big(2a + (n-1)b\big)$, dan suku ke-$n$ adalah $U_n = a + (n-1)b$.

Contoh kecil: $5 + 7 + 9 = 21$; dengan rumus, $a = 5, n = 3$: $S_3 = \frac{3}{2}(10 + 4) = 21$.

Konsep 2 – Jumlah bilangan ganjil dari 1. $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k-1) = k^2$.
Contoh kecil: $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$.

Langkah penyelesaian:

1. Di sini $a = 15$ dan $b = 2$. Misalkan banyak bilangan n. Maka
$S_n = \frac{n}{2}\big(30 + 2(n-1)\big) = \frac{n}{2}(2n + 28) = n(n+14)$.
2. Persamaannya $n(n+14) = 527$. Cari dua bilangan yang selisihnya 14 dan hasil kalinya 527.
3. $527 = 17 \times 31$, dan $31 - 17 = 14$. Jadi $n = 17$.
4. Bilangan terbesar $U_{17} = 15 + (17-1) \times 2 = 15 + 32 = 47$.

Cek ulang (cara Konsep 2): $1 + 3 + \cdots + 13 = 7^2 = 49$ (tujuh bilangan ganjil pertama). Maka $1 + 3 + \cdots + 47 = 527 + 49 = 576 = 24^2$, dan bilangan ganjil ke-24 adalah $2 \times 24 - 1 = 47$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 17: **Jebakan:** berhenti di banyak bilangan $n = 17$, padahal yang ditanya bilangan terbesar.

• B ✗ 31: **Jebakan:** memilih faktor 31 dari 17×31. Angka 31 adalah rata-rata bilangan-bilangan itu, $\frac{15 + 47}{2}$, bukan bilangan terbesar.

• C ✗ 45: **Jebakan:** memakai Konsep 2 tanpa menambahkan $1 + 3 + \cdots + 13$; karena 527 dekat dengan $529 = 23^2$, lalu menjawab $2 \times 23 - 1 = 45$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✓ 47.
• E ✗ 49: **Jebakan:** memakai $U_n = a + nb = 15 + 34$ (lupa "dikurangi 1" pada $n - 1$).

Jawaban: D.

No. 6 Kunci: C

Yang diketahui: banyak pengunjung (ratusan orang): Januari 24, Februari 33, Maret 30, April 41, Mei 47, Juni 41. **Yang ditanya:** periode dengan kenaikan terbesar.

Konsep – Kenaikan pada diagram garis. Kenaikan dari satu bulan ke bulan berikutnya $=$ nilai bulan berikutnya $-$ nilai bulan sebelumnya. Hasil positif berarti naik, hasil negatif berarti turun. Pada diagram garis, kenaikan terbesar tampak sebagai ruas garis yang paling curam ke atas, bukan titik yang paling tinggi.
Contoh kecil: nilai $10 \to 18 \to 20$: kenaikan pertama 8, kenaikan kedua 2. Kenaikan terbesar ada pada periode pertama, walaupun nilai tertinggi ada di titik terakhir.

Langkah penyelesaian: hitung selisih tiap periode.

Periode	Jan ke Feb	Feb ke Mar	Mar ke Apr	Apr ke Mei	Mei ke Jun
Selisih	$33 - 24 = 9$	$30 - 33 = -3$	$41 - 30 = 11$	$47 - 41 = 6$	$41 - 47 = -6$

Kenaikan terbesar 11 (ratusan orang), yaitu 1.100 orang, pada periode Maret ke April.

Cek ulang: dua periode bernilai negatif (turun), jadi bukan kenaikan. Di antara 9, 11, dan 6, yang terbesar 11 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ Januari ke Februari: **Jebakan:** kenaikannya 9 cukup besar dan terletak di awal, tetapi masih kalah dari 11.
• B ✗ Februari ke Maret: **Jebakan:** periode ini justru turun 3; terpilih bila selisih dihitung terbalik (bulan sebelumnya dikurangi bulan berikutnya).
• C ✓ Maret ke April (naik 11).
• D ✗ April ke Mei: **Jebakan:** Mei adalah bulan dengan pengunjung terbanyak, tetapi kenaikannya hanya 6. Nilai tertinggi tidak sama dengan kenaikan terbesar.
• E ✗ Mei ke Juni: **Jebakan:** perubahannya 6 tetapi berupa penurunan; terpilih bila tanda negatif diabaikan.

Jawaban: C.

No. 7 Kunci: E

Yang diketahui: pengunjung Januari–Juni (ratusan orang): $24, 33, 30, 41, 47, 41$. Target rata-rata Januari–Juli $= 3.800$ orang $= 38$ ratusan. **Yang ditanya:** banyak pengunjung Juli.

Konsep – Rata-rata dan jumlah data. Rata-rata $= \dfrac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}$, sehingga jumlah data $=$ rata-rata $\times$ banyak data.
Contoh kecil: agar rata-rata 3 nilai sama dengan 70, jumlah ketiganya harus $3 \times 70 = 210$. Bila dua nilai pertama 60 dan 65, nilai ketiga harus $210 - 125 = 85$.

Langkah penyelesaian:
1. Jumlah pengunjung Januari–Juni: $24 + 33 + 30 + 41 + 47 + 41 = 216$ (ratusan orang).
2. Januari–Juli ada 7 bulan. Jumlah yang dibutuhkan agar rata-ratanya 38: $7 \times 38 = 266$ (ratusan orang).
3. Pengunjung Juli $= 266 - 216 = 50$ ratusan orang $= 5.000$ orang.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Cek ulang: $\frac{216+50}{7} = \frac{266}{7} = 38$ ✓, yaitu 3.800 orang. Cara lain: rata-rata enam bulan $216 : 6 = 36$, kurang 2 dari target pada tiap bulan. Kekurangan $6 \times 2 = 12$ harus ditutup bulan Juli, jadi Juli $= 38 + 12 = 50$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 1.200: **Jebakan:** memakai 6 bulan, $6 \times 38 - 216 = 12$, padahal Juli ikut dihitung sehingga ada 7 bulan.

• B ✗ 3.800: **Jebakan:** mengira pengunjung Juli cukup sama dengan target rata-rata.

• C ✗ 4.000: **Jebakan:** menambahkan selisih rata-rata $(38 - 36 = 2)$ hanya sekali: $38 + 2 = 40$. Kekurangan 2 terjadi pada setiap bulan dari enam bulan, bukan sekali.

• D ✗ 4.400: **Jebakan:** memakai median Januari–Juni (37) sebagai rata-rata lama: $7 \times 38 - 6 \times 37 = 44$.

• E ✓ 5.000.

Jawaban: E.

No. 8 Kunci: B

Yang diketahui: data (ratusan orang): $24, 33, 30, 41, 47, 41$. **Yang ditanya:** simpangan rata-rata.

Konsep – Simpangan rata-rata. Simpangan rata-rata adalah rata-rata jarak setiap data ke rata-ratanya:

$$SR = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}.$$

Tanda mutlak dipakai karena yang dihitung jarak, sehingga selalu positif.

Contoh kecil: data $2, 4, 9$ mempunyai rata-rata 5. Jaraknya $3, 1, 4$, sehingga $SR = \frac{3+1+4}{3} = \frac{8}{3}$.

Langkah penyelesaian:

1. Rata-rata: $\bar{x} = \frac{24+33+30+41+47+41}{6} = \frac{216}{6} = 36.$

2. Jarak tiap data ke 36:

Bulan	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun
Data	24	33	30	41	47	41
$\lvert x - 36\rvert$	12	3	6	5	11	5

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



3. Jumlah jarak: $12 + 3 + 6 + 5 + 11 + 5 = 42$.

4. $SR = \dfrac{42}{6} = 7$ ratusan orang $= 700$ orang.

Cek ulang: jumlah simpangan bertanda harus 0:
$(-12) + (-3) + (-6) + 5 + 11 + 5 = -21 + 21 = 0$ ✓, jadi rata-rata 36 benar.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 0: **Jebakan:** lupa tanda mutlak. Simpangan yang bertanda selalu berjumlah 0 (lihat cek ulang).

• B ✓ 700.

• C ✗ 840: **Jebakan:** membagi dengan 5, bukan 6: $42 : 5 = 8{,}4$ ratusan.

• D ✗ 1.150: **Jebakan:** mengira simpangan rata-rata adalah setengah jangkauan: $\dfrac{47 - 24}{2} = 11{,}5$ ratusan.

• E ✗ 2.300: **Jebakan:** menghitung jangkauan ($47 - 24 = 23$ ratusan), yaitu ukuran penyebaran yang lain.

Jawaban: B.

No. 9 Kunci: A

Yang diketahui: produksi naik tetap tiap bulan (barisan aritmetika); $U_3 = 1.240$, $U_8 = 1.540$. **Yang ditanya:** S_{12}.

Konsep 1 – Barisan aritmetika. $U_n = a + (n-1)b$, dengan a suku pertama dan b beda (pertambahan tetap).

Dari U_3 ke U_8 ada $8 - 3 = 5$ kali pertambahan, sehingga $U_8 - U_3 = 5b$.

Contoh kecil: $U_2 = 10$ dan $U_5 = 19$: $3b = 9$, jadi $b = 3$ dan $a = 7$.

Konsep 2 – Jumlah n suku pertama. $S_n = \dfrac{n}{2}\big(2a + (n-1)b\big)$, atau $S_n = \dfrac{n}{2}(a + U_n)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:
1. $5b = 1.540 - 1.240 = 300$, jadi $b = 60$ bungkus per bulan.
2. $U_3 = a + 2b \rightarrow 1.240 = a + 120 \rightarrow a = 1.120$ (produksi Januari).
3. $U_{12} = 1.120 + 11 \times 60 = 1.120 + 660 = 1.780$.
4. $S_{12} = \frac{12}{2}(1.120 + 1.780) = 6 \times 2.900 = 17.400$ bungkus.

Cek ulang: dengan rumus lain,
$S_{12} = 6\big(2 \times 1.120 + 11 \times 60\big) = 6(2.240 + 660) = 6 \times 2.900 = 17.400$ ✓. Juga
$U_8 = 1.120 + 7 \times 60 = 1.540$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ 17.400.
• B ✗ 16.980: **Jebakan:** menghitung banyak pertambahan dari bulan ke-3 sampai ke-8 sebagai 6 (ikut menghitung bulan awal), sehingga $b = 50$ dan $a = 1.140$.
• C ✗ 16.680: **Jebakan:** memakai rata-rata U_3 dan U_8, yaitu 1.390, sebagai rata-rata 12 bulan: 12×1.390. Rata-rata 12 bulan adalah rata-rata U_1 dan U_{12}.
• D ✗ 15.100: **Jebakan:** menganggap Maret sebagai suku pertama, sehingga hanya menjumlah Maret sampai Desember (10 bulan).
• E ✗ 14.100: **Jebakan:** menghitung $12 \times 1.120 + 11 \times 60$, seolah pertambahan 60 hanya ditambahkan sekali, padahal pertambahan itu menumpuk setiap bulan.

Jawaban: A.

No. 10 Kunci: 34

Yang diketahui: bilangan bulat di antara 100 dan 500 (tidak termasuk 100 dan 500). **Yang ditanya:** banyak bilangan yang habis dibagi 6 tetapi tidak habis dibagi 4.

Konsep 1 – Banyak kelipatan dalam rentang. Banyak kelipatan k dari kelipatan terkecil p sampai kelipatan terbesar q adalah $\frac{q-p}{k} + 1$.

Contoh kecil: kelipatan 5 dari 10 sampai 40: $\frac{40-10}{5} + 1 = 7$ (yaitu $10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$).

Konsep 2 – Habis dibagi dua bilangan sekaligus. Bilangan yang habis dibagi 6 dan juga habis dibagi 4 adalah kelipatan KPK$(6, 4) = 12$, bukan kelipatan $6 \times 4 = 24$.
Contoh kecil: 12 habis dibagi 6 dan 4, tetapi 12 bukan kelipatan 24.

Langkah penyelesaian:
1. Kelipatan 6 di antara 100 dan 500: terkecil 102 (6×17), terbesar 498 (6×83). Banyaknya $\frac{498-102}{6} + 1 = 66 + 1 = 67$.
2. Di antara kelipatan 6 itu, yang juga habis dibagi 4 adalah kelipatan 12: terkecil 108, terbesar 492. Banyaknya $\frac{492-108}{12} + 1 = 32 + 1 = 33$.
3. Habis dibagi 6 tetapi tidak habis dibagi 4: $67 - 33 = 34$.

Cek ulang: bilangan kelipatan 6 bergantian "habis dibagi 4" dan "tidak": 102 (tidak), 108 (ya), 114 (tidak), 120 (ya), dan seterusnya. Dari 67 bilangan yang dimulai dan diakhiri dengan "tidak" (102 dan 498 tidak habis dibagi 4), ada 34 "tidak" dan 33 "ya" ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:
• Memakai kelipatan 24 (6×4) sebagai pengurang: ada 16 kelipatan 24, sehingga hasilnya $67 - 16 = 51$.
• Memakai ujung rentang 100 dan 500 (yang bukan kelipatan 6) sebagai batas: $\frac{500-100}{6} \approx 66$, lalu

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$66 - 33 = 33$. Batas yang benar adalah kelipatan terkecil 102 dan terbesar 498.
• Menjawab 33 (banyak kelipatan 12) karena salah membaca "tidak habis dibagi".

Jawaban: 34.

No. 11 Kunci: C

Yang diketahui: $f(x) = x^2 + 2x, g(x) = x - 3$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Fungsi komposisi. $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$: hitung g **lebih dulu**, lalu hasilnya dimasukkan ke f.
Contoh kecil: $h(x) = x^2$ dan $k(x) = x + 1$: $(h \circ k)(2) = h(3) = 9$, sedangkan $(k \circ h)(2) = k(4) = 5$.
Konsep 2 – Nilai terkecil fungsi kuadrat. Bentuk $(x - p)^2 + q$ bernilai terkecil q, dicapai saat $x = p$, karena kuadrat tidak pernah negatif.

Langkah penyelesaian:
1. $(f \circ g)(x) = f(x - 3) = (x - 3)^2 + 2(x - 3) = x^2 - 6x + 9 + 2x - 6 = x^2 - 4x + 3$.
2. $(g \circ f)(x) = g(x^2 + 2x) = x^2 + 2x - 3$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** $(f \circ g)(2) = 4 - 8 + 3 = -1$. Cek bertahap: $g(2) = -1$, lalu $f(-1) = 1 - 2 = -1$.
Jebakan: mengerjakan f lebih dulu: $f(2) = 8$, lalu $g(8) = 5$. Itu nilai $(g \circ f)(2)$.
• **(2) Benar.** $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0$, jadi $x = 1$ atau $x = 3$. Jumlahnya $1 + 3 = 4$.
• **(3) Salah.** $x^2 - 4x + 3 = x^2 + 2x - 3 \to -4x - 2x = -3 - 3 \to -6x = -6 \to x = 1$. Jadi ada bilangan yang memenuhi, yaitu $x = 1$.
Cek: $(f \circ g)(1) = 0$ dan $(g \circ f)(1) = 1 + 2 - 3 = 0$ ✓.
Jebakan: mengira $f \circ g$ dan $g \circ f$ tidak pernah bernilai sama karena rumusnya berbeda. Rumus berbeda masih bisa bernilai sama pada x tertentu.
• **(4) Benar.** $x^2 - 4x + 3 = (x^2 - 4x + 4) - 1 = (x - 2)^2 - 1$. Nilai terkecilnya -1, saat $x = 2$.
Cek: $(f \circ g)(2) = -1$ (sama dengan hasil pernyataan (1)) ✓.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $(f \circ g)(3) = g(3) = 0$, lalu $f(0) = 0$ ✓, cocok dengan akar $x = 3$.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah.
• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** urutan komposisi terbalik pada (1) dan menganggap dua rumus berbeda tidak pernah sama pada (3).
• C ✓ (2) dan (4).
• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** salah tanda saat memfaktorkan, $x^2 - 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$, sehingga akarnya -1 dan -3 (jumlah -4) dan (2) dianggap salah. Cek: $(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$, bukan $x^2 - 4x + 3$.
• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 12 Kunci: E

Yang diketahui: $g : 2x - y = 4, h : x + 2y = 7$, berpotongan di T. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Gradien dari persamaan garis. Ubah ke bentuk $y = mx + c$; angka m adalah gradien dan c adalah titik potong dengan sumbu y, yaitu $(0, c)$.
Contoh kecil: $3x + y = 5 \to y = -3x + 5$, gradien -3, memotong sumbu y di $(0, 5)$.
Konsep 2 – Sejajar dan tegak lurus. Dua garis sejajar bila gradiennya sama; tegak lurus bila hasil kali

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

gradiennya -1.

Konsep 3 – Luas segitiga $= \frac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi.

Langkah penyelesaian:

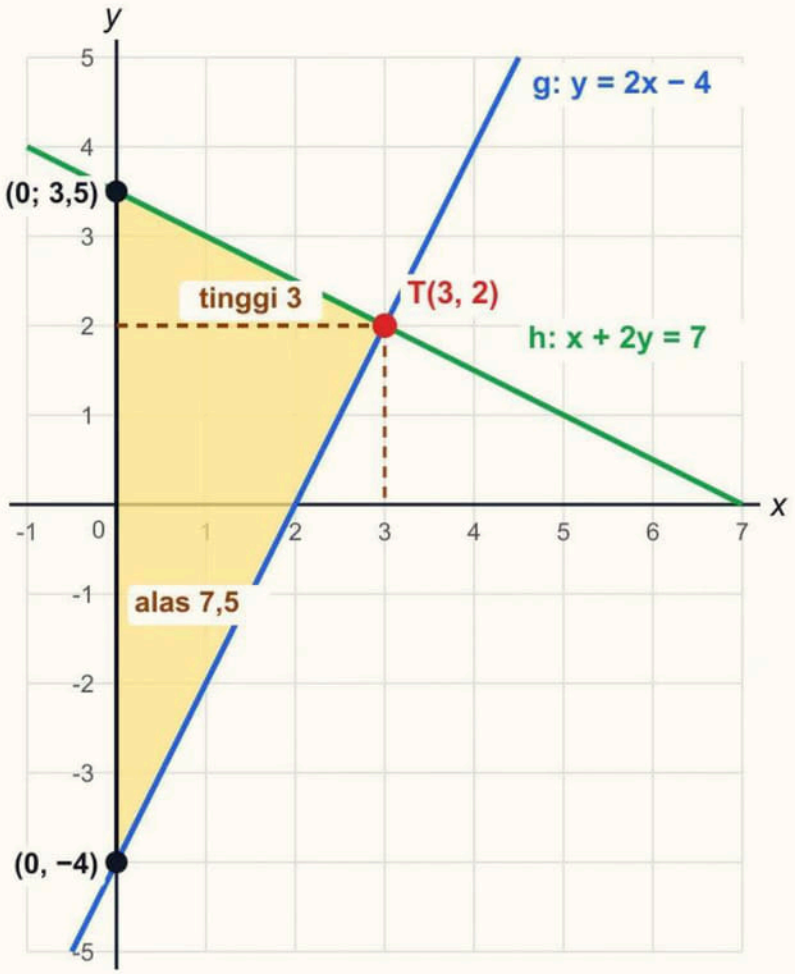
1. g: $y = 2x - 4$, gradien $m_g = 2$, memotong sumbu y di $(0, -4)$.
2. h: $2y = 7 - x \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$, gradien $m_h = -\frac{1}{2}$, memotong sumbu y di $(0;\ 3{,}5)$.
3. Titik potong: masukkan $y = 2x - 4$ ke h: $x + 2(2x - 4) = 7 \rightarrow 5x - 8 = 7 \rightarrow x = 3$, lalu $y = 2(3) - 4 = 2$. Jadi $T(3, 2)$.

Uji tiap pernyataan:

- **(1) Benar.** $m_g \times m_h = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$.

Jebakan: membaca gradien h dari koefisien x tanpa membagi 2, yaitu -1, sehingga hasil kalinya -2 dan dianggap tidak tegak lurus.

- **(2) Benar.** Cek: $2(3) - 2 = 4$ ✓ dan $3 + 2(2) = 7$ ✓.
- **(3) Benar.** Sejajar $y = x$ berarti gradien 1. Melalui $T(3, 2)$: $y - 2 = 1(x - 3) \rightarrow y = x - 1$.
- **(4) Benar.** Ketiga titik sudut segitiga: $(0, -4)$, $(0;\ 3{,}5)$, dan $T(3, 2)$. Alasnya ruas pada sumbu y dengan panjang $3{,}5 - (-4) = 7{,}5$. Tingginya jarak T ke sumbu y, yaitu 3.



Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Luas $= \frac{1}{2} \times 7{,}5 \times 3 = 11{,}25$.

Jebakan: memakai 7 (dari $x + 2y = 7$) sebagai titik potong h dengan sumbu y, sehingga alasnya 11 dan luasnya $16{,}5$.

Keempat pernyataan benar.

Cek ulang: titik $(0;\ 3{,}5)$ pada h: $0 + 2(3{,}5) = 7$ ✓; titik $(0, -4)$ pada g: $0 - (-4) = 4$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3) saja: **Jebakan:** salah memakai titik potong sumbu y pada (4).

• B ✗ (1) dan (3) saja: **Jebakan:** salah menyelesaikan sistem, misalnya mendapat $T(2, 0)$, sehingga (2) dan (4) dianggap salah.

• C ✗ (2) dan (4) saja: **Jebakan:** gradien h dibaca -1 dan pada (3) memakai $y = x + c$ dengan titik yang salah.

• D ✗ (4) saja: tiga pernyataan lain juga terbukti benar.

• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

No. 13 Kunci: B

Yang diketahui: alas segitiga siku-siku di A, $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm (sisi miring karena berhadapan dengan sudut siku-siku); volume 288 cm^3. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Prisma. Volume prisma = luas alas × tinggi. Luas permukaan = $2\times$ luas alas + keliling alas × tinggi (sisi-sisi tegaknya berupa persegi panjang yang jika dibuka menjadi satu persegi panjang selebar keliling alas).

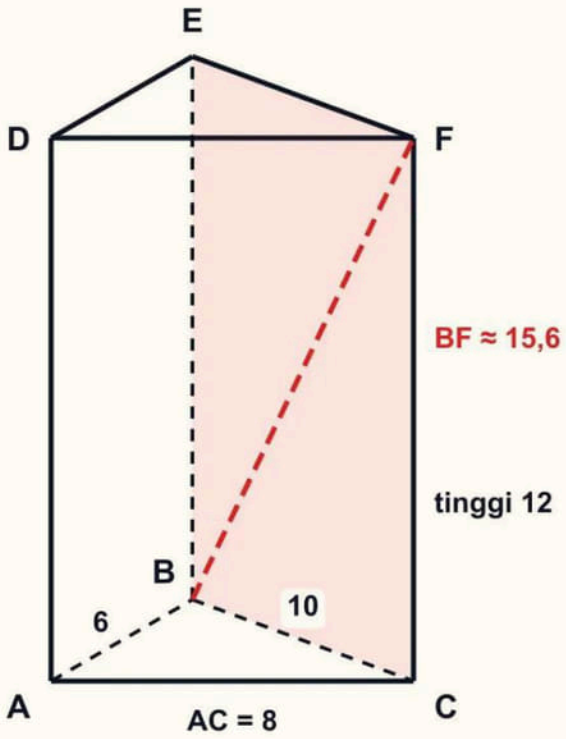
Contoh kecil: prisma beralas segitiga 3-4-5 dengan tinggi 2: volume $= 6 \times 2 = 12$; luas permukaan $= 2 \times 6 + 12 \times 2 = 36$.

Konsep 2 – Pythagoras. Pada segitiga siku-siku, (sisi miring)^2 = jumlah kuadrat dua sisi lainnya.

Langkah penyelesaian:

1. $AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ cm.
2. Luas alas $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ cm^2 (sisi siku-siku saling tegak lurus, jadi menjadi alas dan tinggi segitiga).
3. Tinggi prisma $= 288 : 24 = 12$ cm.
4. Keliling alas $= 6 + 8 + 10 = 24$ cm. Luas permukaan $= 2 \times 24 + 24 \times 12 = 48 + 288 = 336$ cm^2.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



AB = 6, AC = 8, BC = 10, tinggi 12

sisi tegak terbesar BCFE (merah muda): 10 × 12

garis putus-putus hitam = rusuk yang tertutup

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** Tinggi 12 cm (langkah 3).

• **(2) Salah.** Luas permukaan 336 cm², bukan 384 cm².

Jebakan: luas alas dihitung $6 \times 8 = 48$ (lupa $\frac{1}{2}$), sehingga $2 \times 48 + 288 = 384$.

• **(3) Benar.** Tinggi baru 24 cm: luas permukaan $= 48 + 24 \times 24 = 48 + 576 = 624$ cm².
Pertambahannya $624 - 336 = 288$ cm².

Jebakan: mengira luas permukaan ikut menjadi dua kali (672, bertambah 336), padahal dua bidang alas tidak berubah.

• **(4) Salah.** Sisi tegak terbesar adalah $BCFE$ berukuran 10×12. Diagonalnya $\sqrt{10^2 + 12^2} = \sqrt{244}$. Karena $15^2 = 225 < 244$, maka $\sqrt{244} > 15$ (sekitar $15{,}6$).

Jebakan: memakai sisi tegak 6×12 yang terlihat di depan: $\sqrt{180} \approx 13{,}4 < 15$.

Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: $24 \times 12 = 288$ ✓ (volume cocok) dan $6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (2) yang salah.

• B ✓ (1) dan (3).

• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** gabungan dua kesalahan (lupa $\frac{1}{2}$ dan salah memilih sisi tegak terpanjang).

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** lupa $\frac{1}{2}$ pada luas alas sejak awal, sehingga tinggi menjadi 6 cm dan (1), (3) dianggap salah.
• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 14 Kunci: D

Yang diketahui: $\frac{x^2-x-6}{x-1} \leq 0$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep – Pertidaksamaan pecahan. Langkahnya:
• Faktorkan pembilang dan penyebut, lalu cari **titik kritis** (pembuat nol pembilang dan penyebut).
• Penyebut tidak boleh 0, jadi pembuat nol penyebut **tidak pernah** termasuk penyelesaian.
• Uji tanda di setiap selang di antara titik kritis.
Contoh kecil: $\frac{x-2}{x+1} \leq 0$: titik kritis -1 dan 2; uji $x=0$: $\frac{-2}{1} < 0$ ✓. Penyelesaian $-1 < x \leq 2$ ($x=-1$ tidak ikut karena penyebut 0).

Langkah penyelesaian:
1. Pembilang: $x^2-x-6=(x-3)(x+2)$, nol di $x=3$ dan $x=-2$. Penyebut nol di $x=1$.
2. Uji tanda di empat selang:

Selang	$x<-2$	$-2<x<1$	$1<x<3$	$x>3$
Nilai uji	$x=-3$	$x=0$	$x=2$	$x=4$
Hasil	$\frac{6}{-4}<0$	$\frac{-6}{-1}>0$	$\frac{-4}{1}<0$	$\frac{6}{3}>0$

3. Yang memenuhi (≤ 0): selang bernilai negatif ditambah pembuat nol pembilang. Penyelesaian: $x \leq -2$ atau $1 < x \leq 3$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Salah.** Untuk $x=1$ penyebutnya 0, sehingga pecahan tidak terdefinisi.
Jebakan: menulis penyelesaian $1 \leq x \leq 3$ (memberi tanda "sama dengan" juga pada pembuat nol penyebut).
• **(2) Benar.** Bilangan bulat positif dalam $1 < x \leq 3$: 2 dan 3, ada 2.
• **(3) Benar.** $x=-2$: pembilang $4+2-6=0$, penyebut -3, hasil $0 \leq 0$ ✓.
• **(4) Benar.** Bilangan bulat dengan $-5 < x < 5$ yang memenuhi: $-4, -3, -2$ (dari $x \leq -2$) dan $2, 3$ (dari $1 < x \leq 3$). Jumlahnya $-4-3-2+2+3=-4$.
Pernyataan benar: (2), (3), (4) → banyaknya 3.

Cek ulang: $x=3$: pembilang $9-3-6=0$, hasil 0 ✓ (ikut). $x=-1$: $\frac{1+1-6}{-2}=2>0$ (tidak ikut) ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0 dan B ✗ 1: terlalu sedikit; (2), (3), (4) terbukti benar.
• C ✗ 2: **Jebakan:** mengalikan silang dengan $(x-1)$ seperti persamaan, sehingga mendapat $(x-3)(x+2) \leq 0$, yaitu $-2 \leq x \leq 3$. Akibatnya (1) dianggap benar, (2) dianggap salah (bilangan bulat positifnya $1, 2, 3$), dan (4) dihitung $-2-1+0+1+2+3=3$ sehingga dianggap salah; yang benar hanya (1) dan (3). Penyebut tidak boleh dikalikan silang karena tandanya bisa negatif.
• D ✓ 3.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• E ✗ 4: **Jebakan:** menguji (1) hanya dengan pembilang ($1 - 1 - 6 = -6 \leq 0$) tanpa memeriksa penyebut, sehingga (1) ikut dianggap benar di samping tiga pernyataan lain.

Jawaban: D.

No. 15 Kunci: C

Yang diketahui: m bilangan asli, habis dibagi 4 dan habis dibagi 6. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang **pasti** benar (benar untuk setiap m yang mungkin).

Konsep 1 – Kelipatan persekutuan. Bilangan yang habis dibagi a dan b sekaligus adalah kelipatan KPK(a, b).
KPK$(4, 6)$: $4 = 2^2, 6 = 2 \times 3$, jadi KPK $= 2^2 \times 3 = 12$. Maka $m = 12k$ untuk suatu bilangan asli k: m bisa $12, 24, 36, 48, \ldots$
Contoh kecil: bilangan yang habis dibagi 2 dan 3 adalah kelipatan 6, bukan hanya kelipatan 2×3 yang kebetulan sama; pada 4 dan 6, KPK-nya 12, tidak sama dengan $4 \times 6 = 24$.
Konsep 2 – "Pasti benar". Cukup satu contoh yang gagal (contoh penyangkal) untuk menunjukkan pernyataan tidak pasti benar.

Uji tiap pernyataan:
1. **(1) Tidak pasti.** Contoh penyangkal $m = 12$: 12 tidak habis dibagi 24.
Jebakan: mengira m harus kelipatan $4 \times 6 = 24$.
2. **(2) Pasti benar.** $m = 12k$ selalu habis dibagi 12.
3. **(3) Pasti benar.** $m^2 = 144k^2 = 48 \times 3k^2$, jadi selalu habis dibagi 48.
Cek contoh: $12^2 = 144 = 48 \times 3$ ✓; $24^2 = 576 = 48 \times 12$ ✓.
4. **(4) Tidak pasti.** $m = 12$ memberi $m + 12 = 24$ (habis dibagi 24), tetapi $m = 24$ memberi $m + 12 = 36$ (tidak habis dibagi 24).
Jebakan: hanya mencoba $m = 12$ lalu menyimpulkan pernyataan selalu benar.
5. Pernyataan yang pasti benar: (2) dan (3) → banyaknya 2.

Cek ulang: coba $m = 36$: habis dibagi 12 ✓; $36^2 = 1.296 = 48 \times 27$ ✓; tidak habis dibagi 24 (sesuai (1) tidak pasti) ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** memakai syarat "habis dibagi 4" dan "habis dibagi 6" secara terpisah tanpa menggabungkannya menjadi $m = 12k$, sehingga tidak ada pernyataan yang dapat dipastikan.
• B ✗ 1: **Jebakan:** hanya mengakui (2) dan mengira (3) salah karena 48 bukan faktor dari 12; padahal yang diuji $m^2 = 144k^2$, bukan m.
• C ✓ 2.
• D ✗ 3: **Jebakan:** menganggap (4) benar karena hanya mencoba $m = 12$.
• E ✗ 4: **Jebakan:** gabungan dua kesalahan, yaitu mengira m pasti kelipatan $4 \times 6 = 24$ (sehingga (1) dianggap benar) dan menguji (4) hanya dengan $m = 12$.

Jawaban: C.

No. 16 Kunci: 1B 2S 3B

Yang diketahui: syarat siku-siku, tumpul, dan lancip dari kuadrat sisi terpanjang. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep – Membandingkan kuadrat sisi terpanjang. Hitung c^2 (sisi terpanjang) dan $a^2 + b^2$ (dua sisi lain), lalu bandingkan.
Contoh kecil: sisi 5, 12, 13: $13^2 = 169$ dan $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, sama → siku-siku.
Untuk pernyataan umum ("jika ... maka ..."), satu contoh yang gagal sudah membuktikan pernyataan itu salah.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 1 – Benar. Sisi terpanjang 29: $29^2 = 841$. Dua sisi lain: $20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$. Sama, jadi siku-siku.
Jebakan: mengira tripel Pythagoras hanya kelipatan 3-4-5 atau 5-12-13; 20-21-29 adalah tripel tersendiri.

Pernyataan 2 – Salah. Contoh penyangkal: $(3, 4, 5)$ tripel Pythagoras ($9 + 16 = 25$). Ditambah 1 menjadi $(4, 5, 6)$: $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, sedangkan $6^2 = 36$. Tidak sama, jadi bukan tripel.
Jebakan: menyamakan "ditambah 1" dengan "dikalikan bilangan yang sama". Yang selalu menghasilkan tripel baru adalah perkalian, misalnya $(6, 8, 10) = 2 \times (3, 4, 5)$.

Pernyataan 3 – Benar. Sisi terpanjang 11: $11^2 = 121$. Dua sisi lain: $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$. Karena $121 > 113$, segitiga itu tumpul.
Jebakan: membandingkan 11 dengan $7 + 8 = 15$ (tanpa dikuadratkan) lalu menyimpulkan lancip. Syarat $7 + 8 > 11$ hanya menunjukkan bahwa segitiganya dapat dibentuk.

Cek ulang: perhitungan kuadrat: $29 \times 29 = 841, 21 \times 21 = 441$ ✓; $11 \times 11 = 121$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

No. 17 Kunci: B

Yang diketahui: $2x^2 + bx - 15 = 0$, salah satu akarnya 3. **Yang ditanya:** hubungan P (jumlah kedua akar) dan $Q = 1$.

Konsep 1 – Akar memenuhi persamaan. Bila $x = 3$ akar, maka mengganti x dengan 3 membuat ruas kiri bernilai 0.
Konsep 2 – Jumlah dan hasil kali akar. Untuk $ax^2 + bx + c = 0$ dengan akar x_1 dan x_2:
$x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ dan $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$.
Contoh kecil: $x^2 - 5x + 6 = 0$ berakar 2 dan 3: jumlah $5 = -\dfrac{-5}{1}$, hasil kali $6 = \dfrac{6}{1}$.

Langkah penyelesaian:
1. Masukkan $x = 3$: $2(9) + 3b - 15 = 0 \to 18 + 3b - 15 = 0 \to 3b = -3 \to b = -1$.
2. Persamaannya $2x^2 - x - 15 = 0$. Jumlah akar $= -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-1}{2} = \dfrac{1}{2}$.
3. $P = \dfrac{1}{2}$ dan $Q = 1$, jadi $P < Q$.

Cek ulang: hasil kali akar $= \dfrac{-15}{2}$, jadi akar lainnya $= \dfrac{-15}{2} : 3 = -\dfrac{5}{2}$. Jumlahnya $3 + \left(-\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$ ✓. Faktorkan: $2x^2 - x - 15 = (x - 3)(2x + 5)$ ✓.

Analisis tiap opsi:
- A ✗ **Jebakan:** salah tanda saat mencari akar kedua (mendapat $\dfrac{5}{2}$), sehingga jumlahnya $\dfrac{11}{2} > 1$.
- B ✓ $P = \dfrac{1}{2} < 1 = Q$.
- C ✗ **Jebakan:** memakai jumlah akar $= -b$ (lupa membagi dengan $a = 2$), sehingga $P = 1$.
- D ✗ **Jebakan:** mengira b yang tidak diketahui membuat P tidak dapat dihitung, padahal b dapat dicari dari akar $x = 3$.

Jawaban: B.

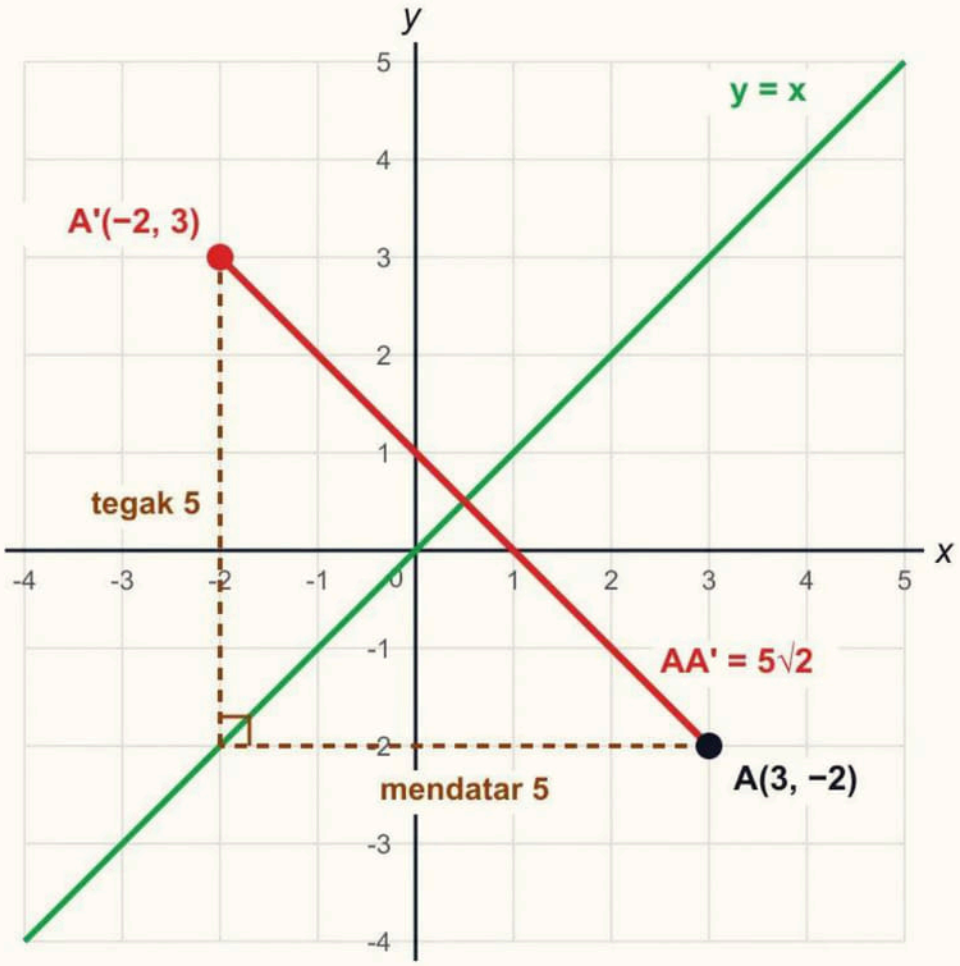
No. 18 Kunci: A

Yang diketahui: $A(3, -2)$ dicerminkan terhadap $y = x$ menjadi A'. **Yang ditanya:** hubungan $P = AA'$ dan $Q = 7$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Pencerminan terhadap garis $y = x$. Koordinat ditukar: $(a, b) \to (b, a)$.
Contoh kecil: $(1, 4) \to (4, 1)$.
Konsep 2 – Jarak dua titik. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ (Pythagoras pada selisih mendatar dan selisih tegak).
Konsep 3 – Membandingkan bentuk akar. Untuk membandingkan $\sqrt{p}$ dengan bilangan positif q, bandingkan p dengan q^2.

Langkah penyelesaian:
1. $A'(-2, 3)$.
2. Selisih mendatar $3 - (-2) = 5$, selisih tegak $-2 - 3 = -5$.
3. $P = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.



4. Bandingkan $\sqrt{50}$ dengan 7: $7^2 = 49$, dan $50 > 49$. Jadi $\sqrt{50} > 7$, artinya $P > Q$.

Cek ulang: $\sqrt{2} \approx 1{,}414$, jadi $5\sqrt{2} \approx 7{,}07 > 7$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $P = \sqrt{50} > \sqrt{49} = Q$.
• B ✗ **Jebakan:** menghitung jarak hanya dari satu selisih, misalnya $|3 - (-2)| = 5$, sehingga $P = 5 < 7$.
• C ✗ **Jebakan:** membulatkan $\sqrt{2} \approx 1{,}4$, sehingga $5\sqrt{2} \approx 7{,}0$ dan dianggap sama dengan 7. Pembulatan kasar menghilangkan selisih kecil.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• D ✗ **Jebakan:** mengira bentuk akar tidak dapat dibandingkan dengan bilangan bulat; padahal dapat dengan menguadratkan keduanya.

Jawaban: A.

No. 19 Kunci: E

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat nilai $x+y$ dapat ditentukan tepat satu.

Konsep 1 – Persamaan linear dua variabel. Satu persamaan seperti $2x+3y=12$ mempunyai tak hingga banyak pasangan (x,y) (semua titik pada satu garis).
Konsep 2 – Dua persamaan yang setara. Bila satu persamaan adalah kelipatan persamaan lain, keduanya menggambarkan garis yang **sama** (berimpit). Sistemnya tetap mempunyai tak hingga banyak penyelesaian.
Contoh kecil: $x+y=3$ dan $2x+2y=6$ adalah garis yang sama; $(1,2)$ dan $(3,0)$ sama-sama memenuhi.
Konsep 3 – Kecukupan data. Cukup berarti jawabannya pasti satu nilai.

Langkah penyelesaian:
1. **Pernyataan (1) saja:** $(0,4)$ memenuhi $(0+12=12)$ dengan $x+y=4$; $(6,0)$ juga memenuhi dengan $x+y=6$. Nilai $x+y$ berbeda → **tidak cukup**.
2. **Pernyataan (2) saja:** kalikan kedua ruas dengan 6: $2x+3y=12$, persamaan yang sama dengan (1). Contoh yang sama memberi $x+y=4$ atau 6 → **tidak cukup**.
3. **Gabungan (1) dan (2):** keduanya ternyata persamaan yang sama, jadi gabungannya tidak menambah informasi. Pasangan $(0,4)$ dan $(6,0)$ memenuhi keduanya, tetapi $x+y$ berbeda → **tidak cukup**.

Cek ulang: $(0,4)$ pada (2): $0+\dfrac{4}{2}=2$ ✓; $(6,0)$ pada (2): $\dfrac{6}{3}+0=2$ ✓. Dua pasangan memenuhi kedua pernyataan dengan nilai $x+y$ berbeda.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ dan B ✗: satu persamaan dengan dua variabel belum menentukan x dan y.
• C ✗ **Jebakan:** mengira "dua persamaan dengan dua variabel pasti dapat diselesaikan". Itu hanya berlaku bila kedua garis berpotongan di satu titik (gradiennya berbeda).
• D ✗ **Jebakan:** mengira bentuk pecahan pada (2) memberi informasi baru sehingga masing-masing dapat diselesaikan.
• E ✓ kedua pernyataan digabung pun tidak cukup.

Jawaban: E.

No. 20 Kunci: A

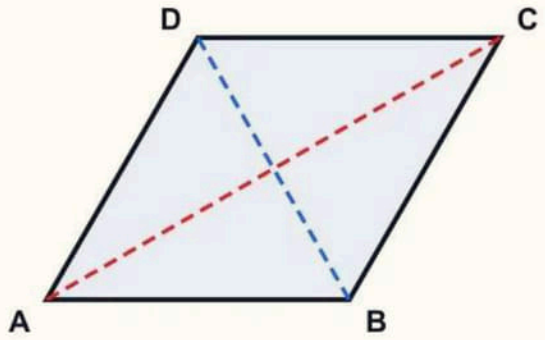
Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu $ABCD$ persegi atau bukan.

Konsep 1 – Belah ketupat. Segiempat dengan empat sisi sama panjang adalah belah ketupat. Sifatnya: diagonal-diagonalnya **selalu** saling tegak lurus dan saling membagi dua sama panjang. Persegi adalah belah ketupat yang sudutnya siku-siku (atau, setara, yang kedua diagonalnya sama panjang).
Konsep 2 – Teorema Pythagoras. Dalam segitiga siku-siku, (sisi miring)^2 = jumlah kuadrat dua sisi lainnya, dan sebaliknya: bila $c^2=a^2+b^2$, sudut di depan sisi c siku-siku.
Contoh kecil: segitiga bersisi $3, 4, 5$ siku-siku karena $9+16=25$.
Konsep 3 – Kecukupan data. Cukup berarti jawabannya pasti sama untuk semua bentuk yang mungkin.

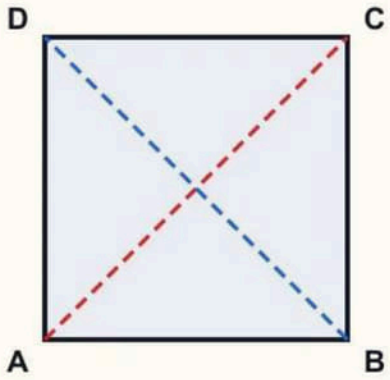
Langkah penyelesaian:
1. **Pernyataan (1) saja:** perhatikan segitiga ABC dengan $AB=BC=5$ dan $AC=5\sqrt{2}$. Hitung:

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

$AB^2 + BC^2 = 25 + 25 = 50$ dan $AC^2 = (5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$. Sama, jadi $\angle ABC = 90^\circ$.
Belah ketupat dengan satu sudut siku-siku adalah persegi (sudut-sudut yang berhadapan sama, dan dua sudut yang berdekatan berjumlah 180°, jadi semua sudut 90°). Jawabannya pasti "ya" → **cukup**.
2. **Pernyataan (2) saja:** setiap belah ketupat mempunyai diagonal yang saling tegak lurus, baik persegi maupun bukan. Contoh: belah ketupat bersudut 60° (bukan persegi) dan persegi bersisi 5 sama-sama memenuhi (2). Jawabannya bisa "ya" atau "tidak" → **tidak cukup**.



sisi 5, AC ⊥ BD, sudut 60°
belah ketupat, BUKAN persegi



sisi 5, AC = BD = 5√2
sudut siku-siku: persegi

3. Jadi pernyataan (1) saja cukup, pernyataan (2) saja tidak cukup.

Cek ulang: pada belah ketupat bersudut 60°, segitiga ABC sama sisi sehingga $AC = 5 \neq 5\sqrt{2}$; jadi belah ketupat itu memang tidak memenuhi (1) ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.
• B ✗ **Jebakan:** mengira diagonal tegak lurus hanya dimiliki persegi, padahal semua belah ketupat memilikinya.
• C ✗ **Jebakan:** mengira (1) hanya memberi panjang satu diagonal sehingga perlu informasi sudut dari (2). Panjang AC bersama sisi 5 sudah menentukan sudut B lewat Pythagoras.
• D ✗ **Jebakan:** sama dengan B, menganggap (2) juga cukup.
• E ✗ **Jebakan:** tidak memakai kebalikan teorema Pythagoras, sehingga tidak menyadari bahwa (1) menghasilkan sudut siku-siku.

Jawaban: A.

Simulasi 8 — Prediksi SNBT 2027 — 5

No. 1 **Kunci: 38**

Yang diketahui: anggaran Rp24.000.000; sewa $\frac{3}{8}$ anggaran; konsumsi 15% anggaran; dekorasi $\frac{1}{5}$ dari **sisa**; sisanya untuk hadiah. **Yang ditanya:** dana hadiah sebagai persen dari seluruh anggaran.

Konsep 1 – Pecahan dan persen dari suatu jumlah. "$\frac{a}{b}$ dari N" artinya $\frac{a}{b} \times N$, dan "$k\%$ dari N" artinya $\frac{k}{100} \times N$.

Contoh kecil: $\frac{3}{4}$ dari 200 adalah 150, dan 20% dari 200 adalah 40.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 2 – Perhatikan "dari apa". Pecahan yang dihitung dari **sisa** berbeda dengan pecahan yang dihitung dari **seluruh** anggaran.
Contoh kecil: dari Rp100, dipakai Rp40, sisanya Rp60. Setengah dari sisa adalah Rp30, bukan setengah dari Rp100 (Rp50).

Konsep 3 – Persen bagian. Bagian dalam persen $= \dfrac{\text{nilai bagian}}{\text{nilai seluruhnya}} \times 100\%$.

Langkah penyelesaian:

1. Sewa: $\dfrac{3}{8} \times 24.000.000 = 3 \times 3.000.000 = 9.000.000$ rupiah.
2. Konsumsi: $\dfrac{15}{100} \times 24.000.000 = 15 \times 240.000 = 3.600.000$ rupiah.
3. Sisa setelah keduanya: $24.000.000 - 9.000.000 - 3.600.000 = 11.400.000$ rupiah.
4. Dekorasi $\dfrac{1}{5}$ dari **sisa**: $11.400.000 : 5 = 2.280.000$ rupiah.
5. Hadiah = sisa $-$ dekorasi $= 11.400.000 - 2.280.000 = 9.120.000$ rupiah.
6. Persen hadiah: $\dfrac{9.120.000}{24.000.000} \times 100\% = 0{,}38 \times 100\% = 38\%$. Jadi $p = 38$.

Cek ulang (cara bagian): bagian sisa $= 1 - \dfrac{3}{8} - \dfrac{15}{100} = 1 - 0{,}375 - 0{,}15 = 0{,}475$. Hadiah memakai $\dfrac{4}{5}$ dari sisa: $0{,}475 \times \dfrac{4}{5} = 0{,}38 = 38\%$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Menghitung dekorasi $\dfrac{1}{5}$ dari **seluruh** anggaran (Rp4.800.000), sehingga hadiah Rp6.600.000 atau $27{,}5\%$ (bukan bilangan cacah, tanda ada yang keliru).
• Lupa mengurangi dekorasi: hadiah dianggap seluruh sisa, yaitu $47{,}5\%$.
• Menjawab nilai rupiahnya ($9.120.000$), padahal yang diminta nilai p dalam persen.
• Menjawab bagian dekorasi ($2.280.000 : 24.000.000 = 9{,}5\%$) karena tertukar dengan bagian hadiah.

Jawaban: 38.

No. 2 Kunci: D

Yang diketahui: $p = -3, q = -2$. **Yang ditanya:** nilai $p^3 - 3pq + q^2$.

Konsep 1 – Pangkat bilangan negatif. Bilangan negatif dipangkatkan **ganjil** hasilnya negatif; dipangkatkan **genap** hasilnya positif.
Contoh kecil: $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$, sedangkan $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$.
Konsep 2 – Tanda pada perkalian. Negatif $\times$ negatif = positif; positif $\times$ negatif = negatif.
Konsep 3 – Substitusi pakai tanda kurung. Saat mengganti huruf dengan bilangan negatif, tulis bilangan itu di dalam kurung agar tandanya tidak hilang.

Langkah penyelesaian:

1. $p^3 = (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times (-3) = -27$.
2. $pq = (-3) \times (-2) = 6$, sehingga $-3pq = -3 \times 6 = -18$.
3. $q^2 = (-2)^2 = 4$.
4. Jumlahkan: $-27 + (-18) + 4 = -45 + 4 = -41$.

Cek ulang: kerjakan dalam satu baris dengan kurung:
$(-3)^3 - 3(-3)(-2) + (-2)^2 = -27 - 18 + 4 = -41$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 13: **Jebakan:** menganggap $(-3)^3 = 27$ (lupa pangkat ganjil membuat hasil tetap negatif): $27 - 18 + 4 = 13$.
• B ✗ -5: **Jebakan:** salah tanda pada $-3pq$, ditulis $+18$: $-27 + 18 + 4 = -5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C ✗ -23: **Jebakan:** menganggap $p^3 = 3 \times p = -9$ (pangkat dibaca sebagai perkalian): $-9 - 18 + 4 = -23$.
• D ✓ -41.
• E ✗ -49: **Jebakan:** menganggap $q^2 = -2^2 = -4$ (tanpa kurung): $-27 - 18 - 4 = -49$.

Jawaban: D.

No. 3 Kunci: C

Yang diketahui: pilih 7 dari 10 soal; soal $1, 2, 3$ wajib; dari soal $8, 9, 10$ paling sedikit dua. **Yang ditanya:** banyak cara memilih.

Konsep 1 – Kombinasi. Memilih r benda dari n benda tanpa memperhatikan urutan: $C(n, r) = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$.

Contoh kecil: $C(4, 2) = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (dari 4 soal dipilih 2 ada 6 cara).

Konsep 2 – Pembagian kasus. "Paling sedikit dua dari tiga" berarti tepat 2 **atau** tepat 3. Hitung tiap kasus, lalu jumlahkan (aturan penjumlahan).

Langkah penyelesaian:
1. Soal $1, 2, 3$ pasti terpilih, jadi masih harus dipilih $7 - 3 = 4$ soal dari soal nomor 4 sampai 10 (7 soal).
2. Bagi ketujuh soal itu menjadi dua kelompok: kelompok X = soal $4, 5, 6, 7$ (4 soal) dan kelompok Y = soal $8, 9, 10$ (3 soal).
3. **Kasus tepat 2 dari Y:** pilih 2 dari Y dan 2 dari X: $C(3, 2) \times C(4, 2) = 3 \times 6 = 18$.
4. **Kasus tepat 3 dari Y:** pilih 3 dari Y dan 1 dari X: $C(3, 3) \times C(4, 1) = 1 \times 4 = 4$.
5. Jumlah: $18 + 4 = 22$.

Cek ulang (cara komplemen): tanpa syarat kelompok Y, banyak cara memilih 4 dari 7 adalah $C(7, 4) = 35$. Kurangi pilihan yang melanggar: 0 dari Y: $C(4, 4) = 1$; tepat 1 dari Y: $C(3, 1) \times C(4, 3) = 3 \times 4 = 12$. Hasilnya $35 - 1 - 12 = 22$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 4: **Jebakan:** hanya menghitung kasus ketiga soal $8, 9, 10$ dikerjakan semua.
• B ✗ 18: **Jebakan:** hanya menghitung kasus tepat dua, padahal "paling sedikit dua" juga mencakup tiga.
• C ✓ 22.
• D ✗ 30: **Jebakan:** memilih 2 dari Y dulu lalu 2 sembarang dari 5 soal sisanya: $3 \times C(5, 2) = 30$. Cara ini menghitung dua kali pilihan yang memuat ketiga soal Y.
• E ✗ 35: **Jebakan:** mengabaikan syarat "paling sedikit dua dari soal $8, 9, 10$": $C(7, 4) = 35$.

Jawaban: C.

No. 4 Kunci: 9

Yang diketahui: 6 kelereng merah, w kelereng putih (belum diketahui); diambil 2 sekaligus; peluang keduanya merah $\dfrac{1}{7}$. **Yang ditanya:** w.

Konsep 1 – Kombinasi dua benda. Banyak cara memilih 2 benda dari n benda: $C(n, 2) = \dfrac{n(n-1)}{2}$.

Contoh kecil: dari 5 kelereng dipilih 2: $\dfrac{5 \times 4}{2} = 10$ cara.

Konsep 2 – Peluang $= \dfrac{\text{banyak hasil yang diinginkan}}{\text{banyak semua hasil}}$. "Diambil sekaligus" berarti tanpa pengembalian.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Langkah penyelesaian:

1. Cara memilih 2 kelereng merah dari 6: $C(6,2) = \dfrac{6 \times 5}{2} = 15$.
2. Misalkan banyak seluruh kelereng $n = 6 + w$. Semua cara memilih 2 kelereng: $C(n,2)$.
3. Peluang: $\dfrac{15}{C(n,2)} = \dfrac{1}{7}$, sehingga $C(n,2) = 15 \times 7 = 105$.
4. $\dfrac{n(n-1)}{2} = 105 \rightarrow n(n-1) = 210$. Cari dua bilangan asli berurutan yang hasil kalinya 210: $15 \times 14 = 210$. Jadi $n = 15$.
5. Kelereng putih: $w = 15 - 6 = 9$.

Cek ulang: dengan 15 kelereng, $C(15,2) = \dfrac{15 \times 14}{2} = 105$, dan peluang keduanya merah $\dfrac{15}{105} = \dfrac{1}{7}$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Menjawab 15, yaitu banyak **seluruh** kelereng, padahal yang ditanya kelereng putih.

• Menghitung seolah hanya satu kelereng diambil: $\dfrac{6}{n} = \dfrac{1}{7}$, sehingga $n = 42$ dan menjawab 36.

• Lupa membagi 2 pada $C(n,2)$: $n(n-1) = 105$ tidak mempunyai penyelesaian bilangan asli, lalu menebak.

• Menghitung dengan pengembalian, $\left(\dfrac{6}{n}\right)^2 = \dfrac{1}{7}$, yang tidak memberi n bilangan asli.

Jawaban: 9.

No. 5 Kunci: B

Yang diketahui: bilangan $3^{2027} + 7^{2026}$. **Yang ditanya:** angka satuannya.

Konsep 1 – Angka satuan hasil kali hanya ditentukan angka satuan faktor-faktornya. Contoh kecil: $27 \times 3 = 81$, dan $7 \times 3 = 21$; keduanya berakhiran 1.

Konsep 2 – Pola berulang. Angka satuan pangkat suatu bilangan membentuk pola yang berulang. Cari panjang pola, lalu pakai **sisa pembagian** pangkat oleh panjang pola.

Contoh kecil: satuan $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ adalah $2, 4, 8, 6, 2$ (berulang setiap 4). Untuk 2^{10}: $10 = 4 \times 2 + 2$, sisa 2, jadi satuannya sama dengan 2^2, yaitu 4 (memang $2^{10} = 1.024$).

Langkah penyelesaian:

1. Pola satuan pangkat 3: $3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81$, lalu $3^5 = 243$ kembali berakhiran 3. Pola: $3, 9, 7, 1$ (panjang 4).
2. Pola satuan pangkat 7: $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2.401$. Pola: $7, 9, 3, 1$ (panjang 4).
3. $2027 = 4 \times 506 + 3$, sisa $3 \rightarrow$ satuan 3^{2027} sama dengan satuan 3^3, yaitu 7.
4. $2026 = 4 \times 506 + 2$, sisa $2 \rightarrow$ satuan 7^{2026} sama dengan satuan 7^2, yaitu 9.
5. Jumlahkan angka satuannya: $7 + 9 = 16$. Angka satuan jumlahnya 6.

Cek ulang: uji pola dengan pangkat kecil yang sisanya sama: $3^7 = 2.187$ ($7 = 4 + 3$) berakhiran 7 ✓; $7^6 = 117.649$ ($6 = 4 + 2$) berakhiran 9 ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ 8: **Jebakan:** memakai sisa 2 untuk kedua bilangan (mengira kedua pangkatnya 2026): $9 + 9 = 18$.

• B ✓ 6.

• C ✗ 4: **Jebakan:** salah membaca posisi pada pola (sisa 3 dianggap suku ke-4 dan sisa 2 dianggap suku ke-3): $1 + 3 = 4$.

• D ✗ 2: **Jebakan:** mengira pangkat ganjil selalu berakhiran sama dengan bilangan pokoknya, jadi

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3^{2027} berakhiran 3: $3 + 9 = 12$.

• E ✗ 0: **Jebakan:** memakai pangkat 2027 untuk kedua bilangan: $7 + 3 = 10$.

Jawaban: B.

No. 6 Kunci: A

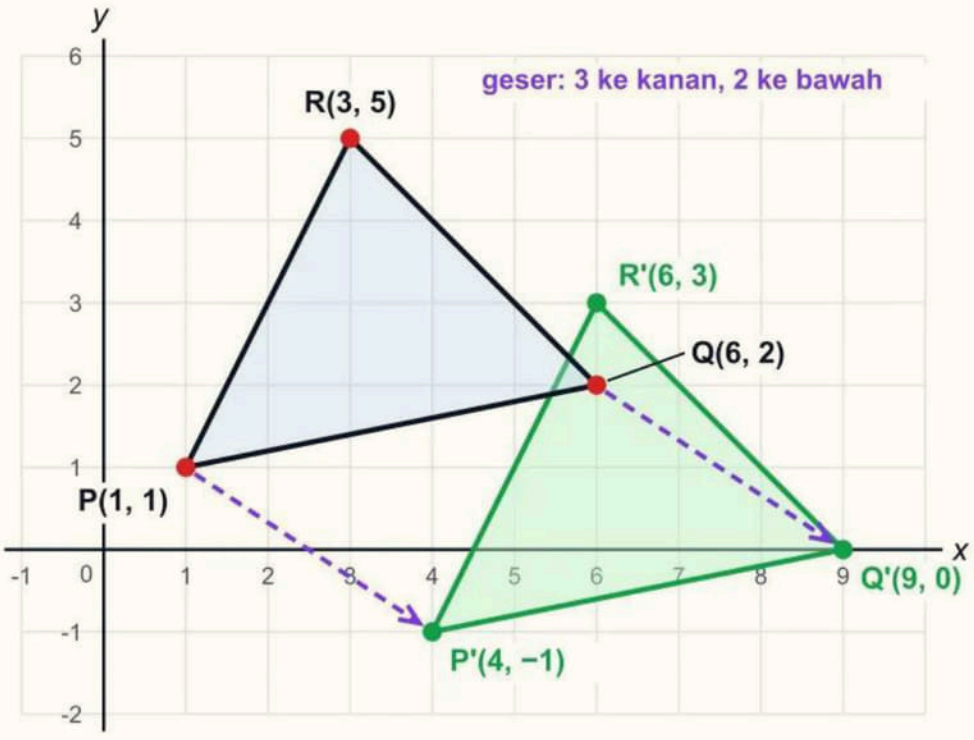
Yang diketahui: $P(1, 1)$ berpindah ke $P'(4, -1)$; $Q(6, 2)$. **Yang ditanya:** bayangan Q oleh translasi yang sama.

Konsep – Translasi. Translasi $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menggeser setiap titik a satuan mendatar (positif ke kanan) dan b satuan tegak (positif ke atas): $(x, y) \to (x + a,\ y + b)$. Semua titik bergeser dengan besar dan arah yang sama.

Contoh kecil: bila $(2, 3)$ berpindah ke $(5, 4)$, maka $a = 5 - 2 = 3$ dan $b = 4 - 3 = 1$. Titik $(0, 0)$ akan berpindah ke $(3, 1)$.

Langkah penyelesaian:

1. Cari besar pergeseran dari pasangan P dan P' (bayangan dikurangi asal): $a = 4 - 1 = 3$, $b = -1 - 1 = -2$. Jadi $T = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$: 3 satuan ke kanan dan 2 satuan ke bawah.
2. Geser $Q(6, 2)$: $Q' = (6 + 3,\ 2 + (-2)) = (9, 0)$.



Cek ulang: selisih $Q' - Q = (9 - 6,\ 0 - 2) = (3, -2)$, sama dengan selisih $P' - P = (3, -2)$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Analisis tiap opsi:
• A ✓ $(9, 0)$.
• B ✗ $(10, 1)$: **Jebakan:** menambahkan koordinat P' ke Q, padahal yang ditambahkan adalah pergeserannya.
• C ✗ $(3, 4)$: **Jebakan:** pergeseran dihitung terbalik (asal dikurangi bayangan), yaitu $(-3, 2)$.
• D ✗ $(9, 4)$: **Jebakan:** salah tanda pada komponen tegak: $-1 - 1$ ditulis 2, padahal -2.
• E ✗ $(4, 5)$: **Jebakan:** komponen pergeseran tertukar, dipakai $(-2, 3)$.

Jawaban: A.

No. 7 Kunci: E

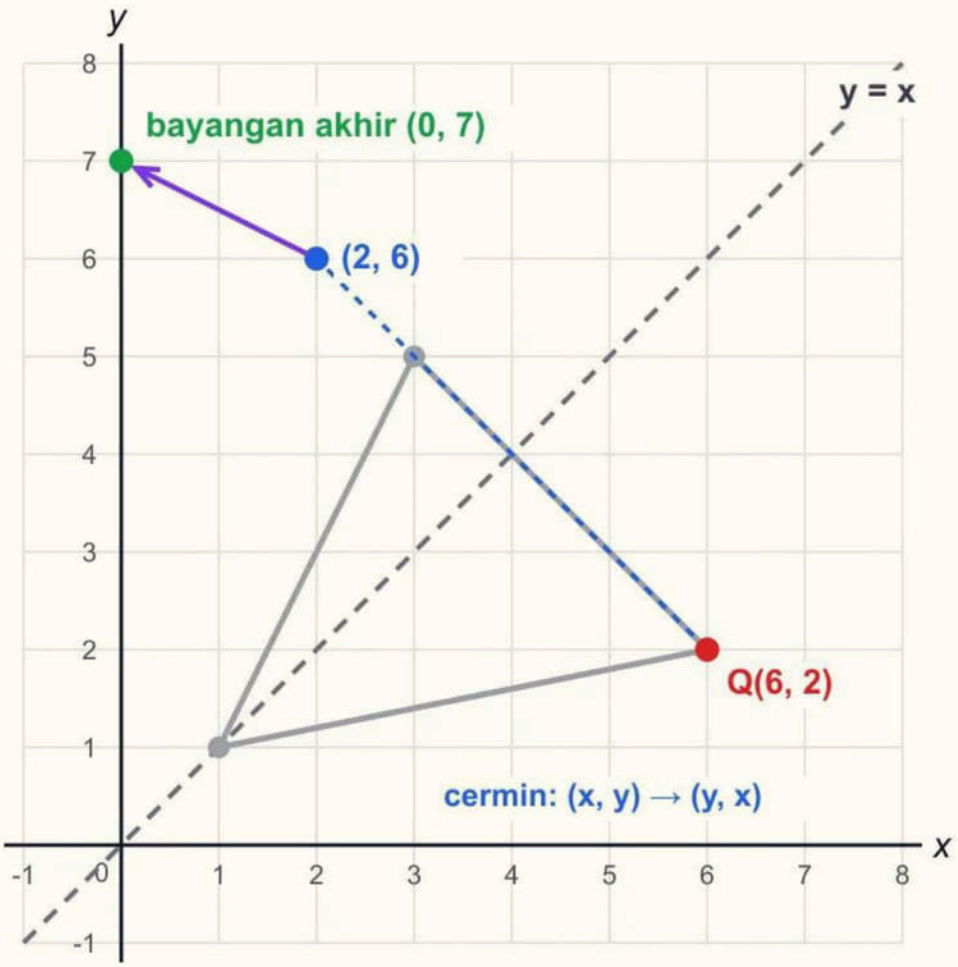
Yang diketahui: $Q(6, 2)$; pencerminan terhadap $y = x$, **kemudian** translasi $T = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. **Yang ditanya:** bayangan akhir Q.

Konsep 1 – Pencerminan terhadap garis $y = x$. Koordinat x dan y bertukar tempat: $(x, y) \to (y, x)$. Titik dan bayangannya sama jauh dari garis $y = x$, dan ruas penghubungnya tegak lurus garis itu. Contoh kecil: $(5, 1) \to (1, 5)$.
Bandingkan: terhadap sumbu x: $(x, y) \to (x, -y)$; terhadap garis $y = -x$: $(x, y) \to (-y, -x)$.
Konsep 2 – Transformasi berurutan. Kerjakan sesuai urutan kalimat: hasil transformasi pertama menjadi titik awal transformasi kedua.

Langkah penyelesaian:
1. Cerminkan $Q(6, 2)$ terhadap $y = x$: koordinat bertukar, menjadi $(2, 6)$.
2. Translasikan $(2, 6)$ oleh $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$: $(2 + (-2),\ 6 + 1) = (0, 7)$.

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Cek ulang: titik tengah $Q(6,2)$ dan $(2,6)$ adalah $(4,4)$, yang terletak pada garis $y=x$ ✓. Dari $(2,6)$ ke $(0,7)$: 2 ke kiri dan 1 ke atas, sesuai T ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ $(-4,-5)$: **Jebakan:** memakai aturan pencerminan terhadap garis $y=-x$, yaitu $(-2,-6)$, lalu ditranslasi.

• B ✗ $(4,-1)$: **Jebakan:** memakai pencerminan terhadap sumbu x, yaitu $(6,-2)$, lalu ditranslasi.

• C ✗ $(3,4)$: **Jebakan:** urutan terbalik, translasi dulu menjadi $(4,3)$, baru dicerminkan menjadi $(3,4)$.

• D ✗ $(4,5)$: **Jebakan:** pencerminannya benar, tetapi translasi dikurangkan: $(2-(-2),\ 6-1)$.

• E ✓ $(0,7)$.

Jawaban: E.

No. 8 Kunci: E

Yang diketahui: $P(1,1)$, $R(3,5)$, R' = bayangan R terhadap $y=x$. **Yang ditanya:** luas segitiga PRR'.

Konsep 1 – Pencerminan terhadap $y=x$: $(x,y)\to(y,x)$.

Konsep 2 – Luas segitiga dari koordinat dengan persegi pembatas. Gambar persegi panjang terkecil yang memuat segitiga (sisinya mendatar dan tegak). Luas segitiga = luas persegi panjang dikurangi luas segitiga-segitiga siku-siku di pojok.

Contoh kecil: segitiga $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,2)$ berada dalam persegi 2×2 (luas 4); bagian di luarnya satu

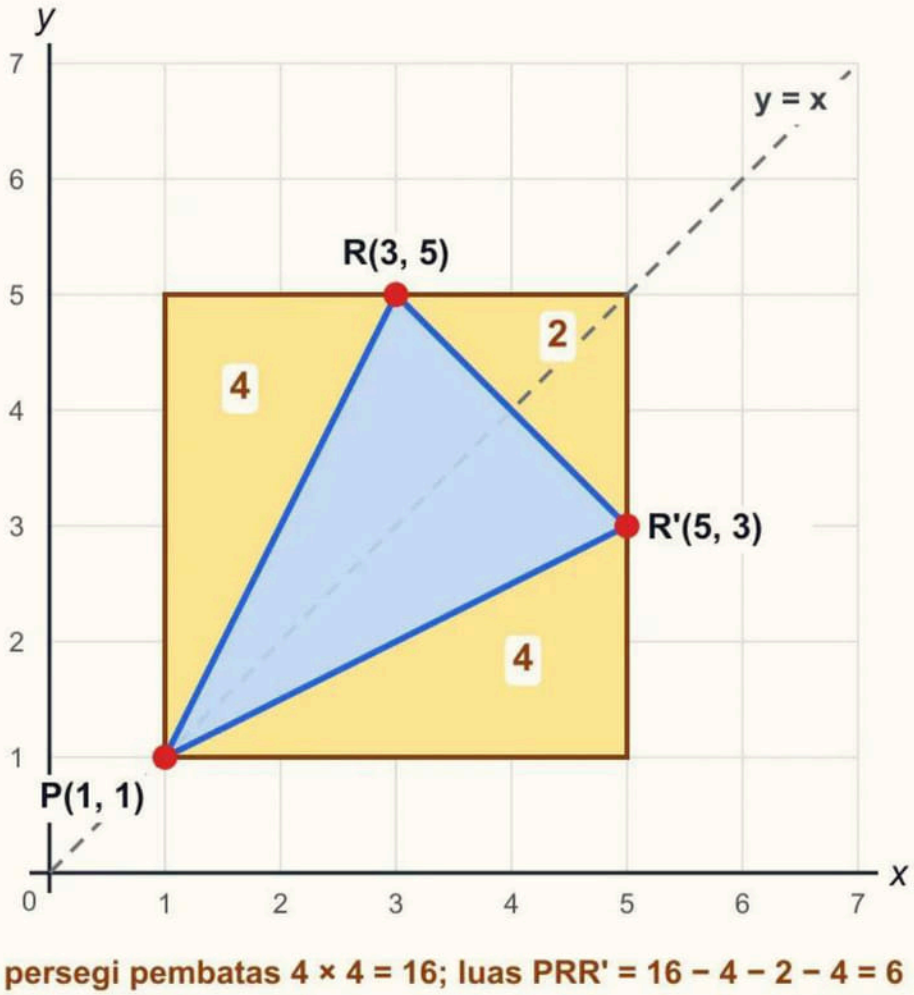
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

segitiga siku-siku berluas $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$, jadi luasnya $4 - 2 = 2$.

Konsep 3 – Jarak dua titik: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Langkah penyelesaian:

1. $R(3, 5)$ dicerminkan terhadap $y = x$: $R'(5, 3)$.
2. Persegi pembatas: x dari 1 sampai 5 dan y dari 1 sampai 5, berukuran 4×4, luas 16.
3. Tiga segitiga siku-siku di pojok:
   - antara $P(1, 1)$ dan $R(3, 5)$ (pojok $(1, 5)$): sisi siku 4 dan 2 → luas $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$;
   - antara $R(3, 5)$ dan $R'(5, 3)$ (pojok $(5, 5)$): sisi siku 2 dan 2 → luas 2;
   - antara $R'(5, 3)$ dan $P(1, 1)$ (pojok $(5, 1)$): sisi siku 2 dan 4 → luas 4.
4. Luas $PRR' = 16 - 4 - 2 - 4 = 6$.



persegi pembatas 4 × 4 = 16; luas PRR' = 16 − 4 − 2 − 4 = 6

Cek ulang (cara alas-tinggi): titik $P(1, 1)$ terletak pada garis $y = x$, dan ruas RR' tegak lurus garis itu dengan titik tengah $M(4, 4)$. Alas $RR' = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$; tinggi $PM = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$. Luas $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ ✓.

Analisis tiap opsi:

- A ✗ 16: **Jebakan:** berhenti pada luas persegi pembatas, lupa mengurangi segitiga pojok.
- B ✗ 12: **Jebakan:** lupa faktor $\frac{1}{2}$ pada cara alas-tinggi: $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• C ✗ 10: **Jebakan:** mengira sudut di P siku-siku dan memakai $\frac{1}{2} \times PR \times PR' = \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{20}$.
• D ✗ 8: **Jebakan:** hanya mengurangi dua segitiga pojok yang besar $(16 - 4 - 4)$, segitiga pojok kecil terlupa.
• E ✓ 6.

Jawaban: E.

No. 9 Kunci: C

Yang diketahui: persamaan pecahan $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} = \frac{4}{5}$. **Yang ditanya:** jumlah semua x real yang memenuhi.

Konsep 1 – Faktorisasi. $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ dengan $m + n = b$ dan $m \times n = c$.
Selisih kuadrat: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.
Contoh kecil: $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$ karena $2 + (-1) = 1$ dan $2 \times (-1) = -2$.
Konsep 2 – Syarat pecahan. Penyebut tidak boleh 0. Nilai x yang membuat penyebut 0 tidak boleh menjadi penyelesaian, walaupun muncul saat menghitung.
Konsep 3 – Menyederhanakan. Faktor yang sama di pembilang dan penyebut boleh dicoret, asalkan faktor itu tidak bernilai 0.

Langkah penyelesaian:
1. Faktorkan pembilang: $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$, karena $-3 + 2 = -1$ dan $-3 \times 2 = -6$.
2. Faktorkan penyebut: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$.
3. Syarat: $x - 3 \neq 0$ dan $x + 3 \neq 0$, jadi $x \neq 3$ dan $x \neq -3$.
4. Coret faktor $(x - 3)$: $\frac{x + 2}{x + 3} = \frac{4}{5}$.
5. Kali silang: $5(x + 2) = 4(x + 3) \to 5x + 10 = 4x + 12 \to 5x - 4x = 12 - 10 \to x = 2$.
6. $x = 2$ memenuhi syarat (bukan 3 dan bukan -3). Satu-satunya penyelesaian adalah $x = 2$, jadi jumlahnya 2.

Cek ulang: $x = 2$: pembilang $4 - 2 - 6 = -4$, penyebut $4 - 9 = -5$, dan $\frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$ ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ -7: **Jebakan:** kali silang terbalik, $4(x + 2) = 5(x + 3)$, sehingga $x = -7$.
• B ✗ -2: **Jebakan:** salah faktor pembilang menjadi $(x + 3)(x - 2)$, sehingga persamaannya $\frac{x - 2}{x - 3} = \frac{4}{5}$ dan $x = -2$.
• C ✓ 2.
• D ✗ 5: **Jebakan:** kali silang tanpa menyederhanakan, diperoleh $x^2 - 5x + 6 = 0$ dengan akar 2 dan 3, lalu keduanya dijumlahkan. Padahal $x = 3$ membuat penyebut 0.
• E ✗ 22: **Jebakan:** salah tanda saat memindahkan 10: $5x - 4x = 12 + 10$.

Jawaban: C.

No. 10 Kunci: 150

Yang diketahui: bentuk $\frac{5^{2027} - 5^{2025}}{5^{2024} - 5^{2023}}$. **Yang ditanya:** nilainya.

Konsep 1 – Sifat perkalian pangkat. $a^m \times a^n = a^{m+n}$, jadi a^{m+n} dapat dipecah menjadi $a^m \times a^n$.
Contoh kecil: $2^5 = 2^3 \times 2^2 = 8 \times 4 = 32$.
Konsep 2 – Faktor persekutuan. Keluarkan pangkat terkecil sebagai faktor:
$a^{m+2} - a^m = a^m(a^2 - 1)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Contoh kecil: $2^5 - 2^3 = 2^3(2^2 - 1) = 8 \times 3 = 24$ (cek: $32 - 8 = 24$).

Konsep 3 – Pembagian pangkat. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Langkah penyelesaian:

1. Pembilang: $5^{2027} - 5^{2025} = 5^{2025} \times 5^2 - 5^{2025} = 5^{2025}(25 - 1) = 5^{2025} \times 24$.
2. Penyebut: $5^{2024} - 5^{2023} = 5^{2023} \times 5 - 5^{2023} = 5^{2023}(5 - 1) = 5^{2023} \times 4$.
3. Bagi: $\dfrac{5^{2025} \times 24}{5^{2023} \times 4} = 5^{2025-2023} \times \dfrac{24}{4} = 5^2 \times 6 = 25 \times 6 = 150$.

Cek ulang (pangkat kecil dengan pola sama): ganti 2023 dengan 0:

$\dfrac{5^4 - 5^2}{5^1 - 5^0} = \dfrac{625 - 25}{5 - 1} = \dfrac{600}{4} = 150$ ✓.

Kesalahan yang sering terjadi:

• Membagi suku per suku: $\dfrac{5^{2027}}{5^{2024}} - \dfrac{5^{2025}}{5^{2023}} = 125 - 25 = 100$. Pembagian tidak boleh dipecah per suku penyebut.

• Mengurangkan pangkat di dalam selisih: $5^{2027} - 5^{2025} = 5^2$ dan $5^{2024} - 5^{2023} = 5^1$, sehingga hasilnya 5.

• Mengeluarkan faktor dengan salah: $5^{2027} - 5^{2025} = 5^{2025} \times 5^2$ (lupa "-1"), sehingga hasilnya $\dfrac{25 \times 25}{5} = 125$.

Jawaban: 150.

No. 11 Kunci: C

Yang diketahui: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Determinan ordo 2×2. $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$.

Contoh kecil: $\det \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = 15 - 2 = 13$.

Konsep 2 – Transpos. Baris menjadi kolom: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$. Determinan tidak berubah: $\det A^T = \det A$.

Konsep 3 – Sifat determinan. $\det(AB) = \det A \times \det B$. Untuk ordo 2×2: $\det(kA) = k^2 \det A$ (setiap baris dikali k). Tidak ada aturan $\det(A + B) = \det A + \det B$.

Konsep 4 – Perkalian matriks. Entri baris i kolom j dari AB = baris i matriks A dikali kolom j matriks B (kalikan pasangan, lalu jumlahkan).

Langkah penyelesaian:

1. $\det A = 2 \times 4 - (-1) \times 3 = 8 + 3 = 11$. $\det B = 1 \times (-3) - 2 \times 0 = -3$.

Uji tiap pernyataan:

• **(1) Salah.** $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $\det(A + B) = 3 - 3 = 0$, sedangkan $\det A + \det B = 11 + (-3) = 8$.

Jebakan: mengira determinan bersifat seperti penjumlahan biasa.

• **(2) Benar.** $\det(A^T B) = \det A^T \times \det B = 11 \times (-3) = -33$.

Cek langsung: $A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $A^T B = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & -14 \end{pmatrix}$, dan $\det = 2 \times (-14) - (-5) \times (-1) = -28 - 5 = -33$ ✓.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• **(3) Salah.** $AB = \begin{pmatrix} 2\cdot 1+(-1)\cdot 0 & 2\cdot 2+(-1)(-3) \\ 3\cdot 1+4\cdot 0 & 3\cdot 2+4\cdot(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$, sehingga $(AB)^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$. Entri baris pertama kolom kedua adalah 3.

Jebakan: membaca entri dari AB (yaitu 7) dan lupa mentranspos.

• **(4) Benar.** $2A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$, $\det(2A) = 32 - (-12) = 44$ (sama dengan $2^2 \times 11$).

Jebakan: menganggap $\det(2A) = 2 \times 11 = 22$.

Pernyataan yang benar: (2) dan (4).

Cek ulang: $\det(AB) = 2 \times (-6) - 7 \times 3 = -12 - 21 = -33 = \det A \times \det B$ ✓, sesuai sifat pada Konsep 3.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (1) dan (3) yang salah.

• B ✗ (1) dan (3): **Jebakan:** gabungan dua kesalahan di atas (determinan dianggap dapat dijumlah, entri dibaca dari AB).

• C ✓ (2) dan (4).

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** mengira transpos mengubah tanda determinan, sehingga $\det(A^T B)$ dianggap 33.

• E ✗ semua: (1) dan (3) salah.

Jawaban: C.

No. 12 Kunci: E

Yang diketahui: trapesium sama kaki, $AB = 21$, $DC = 9$, $AD = BC = 10$ (cm). **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Trapesium sama kaki. Tarik garis tinggi dari D dan C ke AB. Alas AB terbagi tiga: bagian tengah sama dengan DC, dan dua bagian pinggir sama panjang, masing-masing $\dfrac{AB - DC}{2}$.

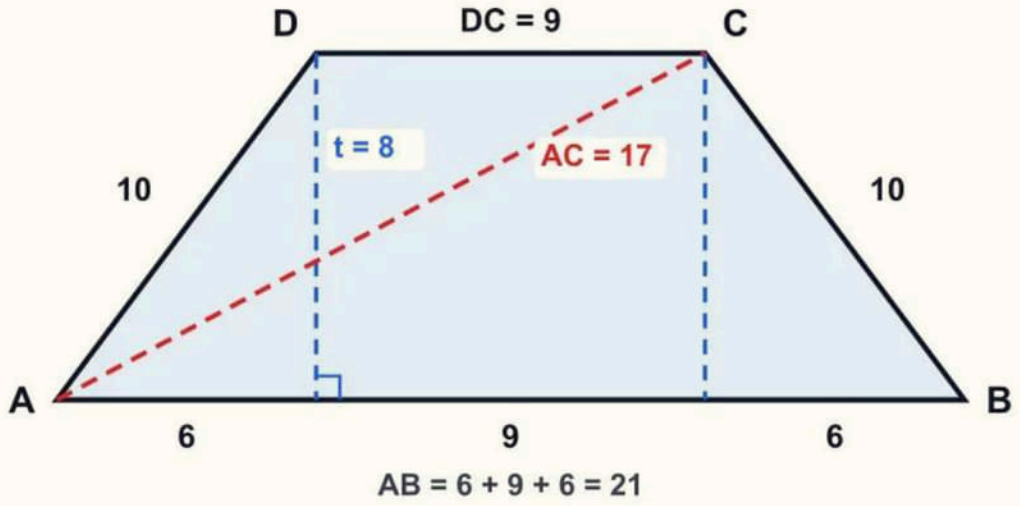
Konsep 2 – Teorema Pythagoras: pada segitiga siku-siku, (sisi miring)^2 = (sisi siku 1)^2 + (sisi siku 2)^2. Contoh kecil: sisi siku 3 dan 4 memberi sisi miring $\sqrt{9+16} = 5$.

Konsep 3 – Luas. Trapesium: $\dfrac{(\text{jumlah sisi sejajar})}{2} \times \text{tinggi}$. Segitiga: $\dfrac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$.

Langkah penyelesaian:

1. Bagian pinggir alas: $\dfrac{21 - 9}{2} = 6$ cm.
2. Tinggi: segitiga siku-siku dengan sisi miring $AD = 10$ dan sisi siku 6:
$t = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ cm.
3. Kaki tinggi dari C jatuh di titik yang berjarak $6 + 9 = 15$ cm dari A.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Uji tiap pernyataan:

• **(1) Benar.** Tinggi 8 cm (langkah 2).

• **(2) Benar.** Luas $= \dfrac{21+9}{2} \times 8 = 15 \times 8 = 120$ cm².

• **(3) Benar.** Segitiga siku-siku dengan sisi siku 15 (mendatar dari A) dan 8 (tinggi):
$AC = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225+64} = \sqrt{289} = 17$ cm.

• **(4) Benar.** Segitiga ACD beralas $DC = 9$ dan tingginya jarak A ke garis DC, yaitu tinggi trapesium 8: luas $= \dfrac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$ cm².

Keempat pernyataan benar.

Cek ulang: luas trapesium = luas ACD + luas $ABC = 36 + \dfrac{1}{2} \times 21 \times 8 = 36 + 84 = 120$ ✓ (cocok dengan pernyataan (2)).

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3) saja: **Jebakan:** luas ACD dihitung dengan alas AB: $\dfrac{1}{2} \times 21 \times 8 = 84$, sehingga (4) dianggap salah.

• B ✗ (1) dan (3) saja: **Jebakan:** memakai kaki 10 sebagai tinggi saat menghitung luas (150 dan 45), sehingga (2) dan (4) dianggap salah.

• C ✗ (2) dan (4) saja: **Jebakan:** memakai seluruh $AB = 21$ sebagai sisi mendatar untuk diagonal ($\sqrt{21^2+8^2} = \sqrt{505}$) dan tidak memeriksa tinggi, sehingga (1) dan (3) ditolak.

• D ✗ (4) saja: tiga pernyataan lain juga terbukti benar.

• E ✓ semua pernyataan benar.

Jawaban: E.

No. 13 Kunci: B

Yang diketahui: parabola $y = x^2 + px + 5$, garis $y = 2x + 1$, keduanya bersinggungan. **Yang ditanya:** pernyataan yang benar.

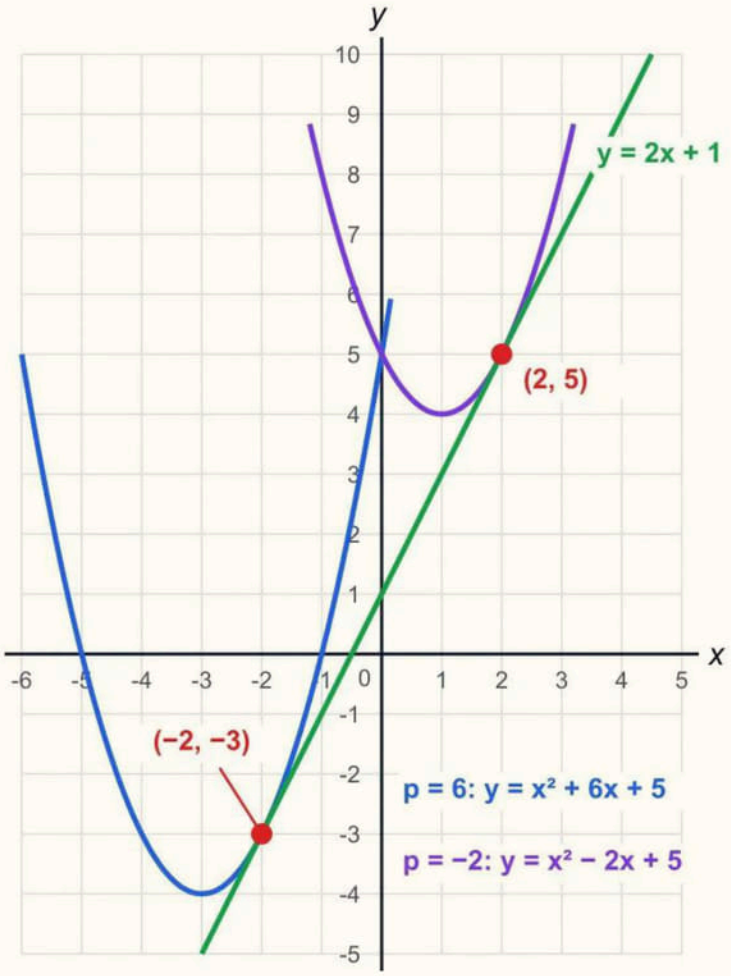
Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Titik potong parabola dan garis. Samakan kedua y, lalu pindahkan semua suku ke satu ruas sehingga terbentuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$.
Konsep 2 – Diskriminan. $D = b^2 - 4ac$. Bila $D > 0$: dua titik potong; $D = 0$: tepat satu titik (menyinggung); $D < 0$: tidak berpotongan.
Contoh kecil: $y = x^2$ dan $y = 2x - 1$: $x^2 - 2x + 1 = 0$, $D = 4 - 4 = 0$, jadi menyinggung di $x = 1$.
Konsep 3 – Kuadran. Kuadran I: $x > 0, y > 0$; II: $x < 0, y > 0$; III: $x < 0, y < 0$; IV: $x > 0, y < 0$.

Langkah penyelesaian:
1. Samakan: $x^2 + px + 5 = 2x + 1 \rightarrow x^2 + px - 2x + 5 - 1 = 0 \rightarrow x^2 + (p-2)x + 4 = 0$.
2. Menyinggung $\rightarrow D = 0$: $(p-2)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0 \rightarrow (p-2)^2 = 16$.
3. $p - 2 = 4$ atau $p - 2 = -4$, sehingga $p = 6$ atau $p = -2$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** Ada dua nilai: $p = 6$ dan $p = -2$.
• **(2) Salah.** Jumlahnya $6 + (-2) = 4$, bukan -4.
Jebakan: salah tanda saat memindahkan $2x$, sehingga menulis $(p+2)x$; diperoleh $p = 2$ atau $p = -6$ yang berjumlah -4.
• **(3) Benar.** $p = 6$: $x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow (x+2)^2 = 0 \rightarrow x = -2$. Dari garis: $y = 2(-2) + 1 = -3$. Titik singgung $(-2, -3)$.
• **(4) Salah.** $p = -2$: $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2, y = 2(2) + 1 = 5$. Titik $(2, 5)$ berada di kuadran I.
Jebakan: mengira titik singgung untuk $p = -2$ adalah pencerminan titik singgung untuk $p = 6$, atau tertukar dengan titik $(-2, -3)$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan



Pernyataan yang benar: (1) dan (3).

Cek ulang: titik $(-2, -3)$ pada parabola $p = 6$: $4 - 12 + 5 = -3$ ✓. Titik $(2, 5)$ pada parabola $p = -2$: $4 - 4 + 5 = 5$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ (1), (2), dan (3): memuat (2) yang salah.

• B ✓ (1) dan (3).

• C ✗ (2) dan (4): **Jebakan:** salah tanda $(p + 2)x$ pada langkah 1 sehingga semua nilai dan titik singgung ikut keliru.

• D ✗ (4) saja: **Jebakan:** tidak menghitung titik singgung dan menebak letaknya dari tanda p.

• E ✗ semua: (2) dan (4) salah.

Jawaban: B.

No. 14 Kunci: D

Yang diketahui: 9 data waktu: $15, 21, 8, 13, 18, 10, 23, 11, 16$. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Kuartil. Urutkan data. Q_2 (median) membagi data menjadi dua. Q_1 = median separuh bawah, Q_3 = median separuh atas (untuk banyak data ganjil, median tidak ikut ke separuh mana pun).

Konsep 2 – Ukuran penyebaran.

• Jangkauan = data terbesar − data terkecil.

• Jangkauan antarkuartil = $Q_3 - Q_1$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• Simpangan rata-rata = rata-rata dari **jarak** setiap data ke rata-rata, yaitu $\frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$ (memakai nilai mutlak, sehingga jarak selalu positif).

Contoh kecil: data $2, 4, 6$: rata-rata 4, jaraknya $2, 0, 2$, simpangan rata-rata $\frac{4}{3}$.

Langkah penyelesaian:
1. Urutkan: $8, 10, 11, 13, 15, 16, 18, 21, 23$.
2. Median = data ke-5 $= 15$. Separuh bawah: $8, 10, 11, 13 \rightarrow Q_1 = \frac{10+11}{2} = 10{,}5$. Separuh atas: $16, 18, 21, 23 \rightarrow Q_3 = \frac{18+21}{2} = 19{,}5$.
3. Jangkauan antarkuartil $= 19{,}5 - 10{,}5 = 9$. Jangkauan $= 23 - 8 = 15$.
4. Rata-rata: jumlah $8 + 10 + 11 + 13 + 15 + 16 + 18 + 21 + 23 = 135$, dibagi 9 menjadi 15.
5. Jarak tiap data ke 15: $7, 5, 4, 2, 0, 1, 3, 6, 8$, jumlahnya 36. Simpangan rata-rata $= \frac{36}{9} = 4$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** $Q_3 - Q_1 = 9$.
• **(2) Benar.** Simpangan rata-rata 4.
• **(3) Benar.** Jangkauan 15, dua kali jangkauan antarkuartil 18, dan $15 < 18$.
• **(4) Salah.** Mengganti 23 menjadi 30 hanya mengubah data terbesar. Data ke-6 sampai ke-8 tetap $16, 18, 21$, jadi Q_3 tetap $19{,}5$ dan Q_1 tetap $10{,}5$. Yang berubah hanya jangkauan.
Jebakan: mengira semua ukuran penyebaran berubah bila data terbesar berubah.

Banyak pernyataan benar: 3.

Cek ulang: posisi kuartil dengan rumus letak Q_1 = data ke-$\frac{n+1}{4} = 2{,}5 \rightarrow$ antara 10 dan 11 ✓; Q_3 = data ke-$7{,}5 \rightarrow$ antara 18 dan 21 ✓.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** gabungan dua kesalahan pada opsi B dan C: median ikut dimasukkan ke kedua separuh data dan selisih dijumlahkan tanpa nilai mutlak, sehingga keempat pernyataan ditolak.
• B ✗ 1: **Jebakan:** memasukkan median ke kedua separuh data ($Q_1 = 11, Q_3 = 18$, jangkauan antarkuartil 7), sehingga (1) dan (3) ditolak dan hanya (2) yang diterima.
• C ✗ 2: **Jebakan:** menjumlahkan selisih tanpa nilai mutlak (hasilnya 0), sehingga simpangan rata-rata dianggap 0 dan (2) ditolak.
• D ✓ 3.
• E ✗ 4: **Jebakan:** menganggap (4) benar karena data terbesar ikut berubah.

Jawaban: D.

No. 15 Kunci: B

Yang diketahui: bilangan 48 dan 180. **Yang ditanya:** banyak pernyataan yang benar.

Konsep 1 – Faktorisasi prima. Tulis bilangan sebagai hasil kali bilangan prima.
Konsep 2 – FPB dan KPK. FPB = hasil kali faktor prima **yang sama** dengan pangkat **terkecil**. KPK = hasil kali **semua** faktor prima dengan pangkat **terbesar**.
Contoh kecil: $12 = 2^2 \times 3$ dan $18 = 2 \times 3^2$. FPB $= 2 \times 3 = 6$, KPK $= 2^2 \times 3^2 = 36$.
Konsep 3 – Faktor persekutuan adalah bilangan yang membagi habis kedua bilangan; semuanya merupakan faktor dari FPB.
Konsep 4 – Pecahan paling sederhana: bagi pembilang dan penyebut dengan FPB-nya.

Langkah penyelesaian:
1. $48 = 2 \times 24 = 2 \times 2 \times 12 = 2^4 \times 3$.
2. $180 = 2 \times 90 = 2 \times 2 \times 45 = 2^2 \times 3^2 \times 5$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

3. FPB: faktor sama 2 dan 3 dengan pangkat terkecil: $2^2 \times 3 = 12$.
4. KPK: semua faktor dengan pangkat terbesar: $2^4 \times 3^2 \times 5 = 16 \times 9 \times 5 = 720$.

Uji tiap pernyataan:
• **(1) Benar.** FPB $= 12$.
• **(2) Salah.** KPK $= 720$. Bilangan 8.640 adalah hasil kali 48×180.
Jebakan: mengira KPK selalu sama dengan hasil kali kedua bilangan.
• **(3) Salah.** 36 membagi 180 ($180 = 36 \times 5$), tetapi tidak membagi 48 ($48 : 36$ bersisa 12). Faktor persekutuan harus membagi kedua bilangan; semuanya faktor dari 12.
Jebakan: hanya memeriksa salah satu bilangan.
• **(4) Salah.** Bagi dengan FPB 12: $\frac{48}{180} = \frac{4}{15}$. Pecahan $\frac{8}{30}$ masih dapat dibagi 2.
Jebakan: membagi dengan 6 saja (bukan FPB), lalu berhenti.

Banyak pernyataan benar: 1.

Cek ulang: FPB $\times$ KPK $= 12 \times 720 = 8.640 = 48 \times 180$ ✓ (sifat ini berlaku untuk dua bilangan).

Analisis tiap opsi:
• A ✗ 0: **Jebakan:** salah mengambil pangkat (pangkat terbesar untuk FPB), sehingga FPB dianggap $2^4 \times 3^2 = 144$ dan (1) ditolak.
• B ✓ 1.
• C ✗ 2: **Jebakan:** menganggap KPK = hasil kali, sehingga (2) dianggap benar.
• D ✗ 3: **Jebakan:** menerima (2) dan (3) karena hanya memeriksa sebagian.
• E ✗ 4: **Jebakan:** hanya mencocokkan sebagian syarat: 8.640 memang kelipatan kedua bilangan, 36 memang faktor 180, dan $\frac{8}{30}$ memang sama nilainya dengan $\frac{48}{180}$; padahal yang diminta KPK (terkecil), faktor kedua bilangan, dan bentuk paling sederhana.

Jawaban: B.

No. 16 Kunci: 1B 2S 3B

Yang diketahui: barisan geometri, $U_2 = 6, U_5 = 162$. **Yang ditanya:** benar/salah tiga pernyataan.

Konsep 1 – Barisan geometri. Setiap suku diperoleh dari suku sebelumnya dikali rasio r:
$U_n = a \cdot r^{n-1}$, dengan $a = U_1$.
Dari U_2 ke U_5 ada 3 kali perkalian dengan r, jadi $U_5 = U_2 \cdot r^3$.
Contoh kecil: barisan $1, 2, 4, 8$: $U_4 = U_1 \cdot 2^3 = 8$.

Konsep 2 – Jumlah n suku pertama (untuk $r > 1$): $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$.

Langkah penyelesaian:
1. $r^3 = \frac{U_5}{U_2} = \frac{162}{6} = 27$, sehingga $r = 3$ (karena $3 \times 3 \times 3 = 27$; untuk bilangan real hanya ada satu akar pangkat tiga).
2. $a = U_1 = \frac{U_2}{r} = \frac{6}{3} = 2$. Jadi $U_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.
3. Barisannya: $2, 6, 18, 54, 162, 486, 1.458, \ldots$

Pernyataan 1 – Benar. $U_1 + U_3 = 2 + 18 = 20$.
Jebakan: memakai $r^4 = 27$ (menghitung jarak suku $5 - 1 = 4$), sehingga rasio dan suku pertamanya keliru.

Pernyataan 2 – Salah. $2 \cdot 3^{n-1} = 1.458 \to 3^{n-1} = 729 = 3^6 \to n - 1 = 6 \to n = 7$. Jadi 1.458 adalah suku ke-7, bukan ke-6 (suku ke-6 adalah 486).
Jebakan: berhenti di $n - 1 = 6$ dan lupa menambah 1.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Pernyataan 3 – Benar. $S_6 = \dfrac{2(3^6 - 1)}{3 - 1} = \dfrac{2 \times 728}{2} = 728$, dan $728 > 700$.

Cek dengan menjumlah langsung: $2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = 728$ ✓.

Jebakan: memakai 3^5 pada rumus (menghitung $S_5 = 242$), sehingga mengira jumlahnya kurang dari 700.

Cek ulang: $U_2 = 2 \times 3 = 6$ ✓ dan $U_5 = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$ ✓.

Jawaban: Benar, Salah, Benar.

No. 17 Kunci: A

Yang diketahui: segitiga siku-siku di C, $AB = 25$ (sisi miring), $BC = 7$. **Yang ditanya:** hubungan $P = \sin A + \cos A$ dan $Q = \dfrac{6}{5}$.

Konsep 1 – Perbandingan trigonometri (dilihat dari sudut A): $\sin A = \dfrac{\text{depan}}{\text{miring}}$, $\cos A = \dfrac{\text{samping}}{\text{miring}}$.

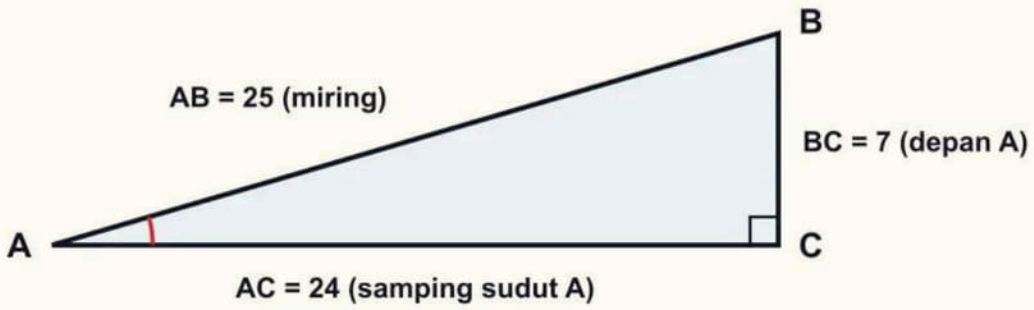
Sisi depan A adalah sisi yang tidak menyentuh titik A (BC); sisi samping A adalah sisi siku-siku yang menyentuh A (AC); sisi miring berada di depan sudut siku-siku (AB).

Konsep 2 – Teorema Pythagoras: miring^2 = depan^2 + samping^2.

Contoh kecil: segitiga 3-4-5 dengan depan 3 memberi $\sin = \dfrac{3}{5}$ dan $\cos = \dfrac{4}{5}$; jumlahnya $\dfrac{7}{5}$, lebih dari 1.

Langkah penyelesaian:

1. Cari AC: $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$ cm.



2. $\sin A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{7}{25}$ dan $\cos A = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{24}{25}$.
3. $P = \dfrac{7}{25} + \dfrac{24}{25} = \dfrac{31}{25} = 1{,}24$.
4. $Q = \dfrac{6}{5} = \dfrac{30}{25} = 1{,}2$.
5. Karena $31 > 30$, maka $P > Q$.

Cek ulang: $\sin^2 A + \cos^2 A = \dfrac{49 + 576}{625} = \dfrac{625}{625} = 1$ ✓, jadi nilai sin dan cos konsisten.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ $P = 1{,}24 > 1{,}2 = Q$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

• B ✗ **Jebakan:** mengira $\sin A + \cos A = 1$ (tertukar dengan $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$), atau menghitung $AC = 25 - 7 = 18$ sehingga $P = \dfrac{25}{25} = 1 < Q$.
• C ✗ **Jebakan:** membulatkan $1{,}24$ terlalu kasar menjadi $1{,}2$, sehingga P dianggap sama dengan Q.
• D ✗ **Jebakan:** mengira besar sudut A dalam derajat harus diketahui; padahal panjang sisi sudah menentukan nilai sin dan cos.

Jawaban: A.

No. 18 Kunci: C

Yang diketahui: x = bilangan bulat terbesar yang memenuhi $\dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{x+2}{4} < 1$; y = banyak bilangan bulat n yang memenuhi $\dfrac{n-3}{n+1} \le 0$. **Yang ditanya:** hubungan $P = x$ dan $Q = y$.

Konsep 1 – Pertidaksamaan linear berpecahan. Kalikan **semua** suku kedua ruas dengan KPK penyebut (bilangan positif, jadi tanda tidak berbalik).
Contoh kecil: $\dfrac{x}{2} < 3 \rightarrow$ kalikan 2: $x < 6$.

Konsep 2 – Pertidaksamaan pecahan. Cari pembuat nol pembilang dan penyebut, uji tanda pada setiap selang, dan ingat penyebut tidak boleh 0 (tanda "$=$" hanya berlaku untuk pembilang).
Contoh kecil: $\dfrac{n-1}{n} \le 0$ berlaku untuk $0 < n \le 1$.

Langkah penyelesaian (P):
1. KPK dari 3 dan 4 adalah 12. Kalikan semua suku: $4(2x-1) - 3(x+2) < 12$.
2. Uraikan: $8x - 4 - 3x - 6 < 12 \rightarrow 5x - 10 < 12 \rightarrow 5x < 22 \rightarrow x < 4{,}4$.
3. Bilangan bulat terbesar yang kurang dari $4{,}4$ adalah 4. Jadi $P = 4$.

Langkah penyelesaian (Q):
4. Pembuat nol: pembilang $n = 3$; penyebut $n = -1$ (tidak boleh dipakai).
5. Uji tanda: untuk $n < -1$ (misalnya $n = -2$): $\dfrac{-5}{-1} = 5 > 0$; untuk $-1 < n < 3$ (misalnya $n = 0$): $\dfrac{-3}{1} = -3 < 0$; untuk $n > 3$ (misalnya $n = 4$): $\dfrac{1}{5} > 0$.
6. Penyelesaian: $-1 < n \le 3$. Bilangan bulatnya $0, 1, 2, 3$, jadi $Q = 4$.
7. $P = 4 = Q$.

Cek ulang: $x = 4$: $\dfrac{7}{3} - \dfrac{6}{4} = \dfrac{28-18}{12} = \dfrac{10}{12} < 1$ ✓; $x = 5$: $3 - \dfrac{7}{4} = \dfrac{5}{4} > 1$ ✗, jadi 4 memang terbesar. Untuk Q: $n = 3$ memberi $0 \le 0$ ✓, $n = -1$ tidak terdefinisi.

Analisis tiap opsi:
• A ✗ **Jebakan:** pada Q hanya menghitung bilangan bulat **positif** $(1, 2, 3)$, sehingga $Q = 3 < P$.
• B ✗ **Jebakan:** lupa mengalikan ruas kanan dengan 12 ($5x - 10 < 1$, sehingga $P = 2$), atau ikut menghitung $n = -1$ sehingga $Q = 5$.
• C ✓ $P = Q = 4$.
• D ✗ **Jebakan:** mengira pertidaksamaan mempunyai tak hingga penyelesaian sehingga x dan y tidak dapat ditentukan; padahal soal meminta nilai terbesar dan banyak bilangan bulat dalam selang terbatas.

Jawaban: C.

No. 19 Kunci: A

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita **pasti** tahu rata-rata gabungan kurang dari 36 detik atau tidak.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 1 – Rata-rata gabungan. Misalkan ada j anggota junior dan s anggota senior. Rata-rata gabungan $= \dfrac{40j + 32s}{j + s}$ (jumlah seluruh waktu dibagi banyak seluruh anggota).

Rata-rata gabungan selalu berada di antara 32 dan 40, dan **lebih dekat ke kelompok yang anggotanya lebih banyak**.

Contoh kecil: 1 orang bernilai 40 dan 3 orang bernilai 32: $\dfrac{40 + 96}{4} = 34$, lebih dekat ke 32.

Konsep 2 – Kecukupan data. Cukup berarti jawaban selalu sama (selalu "ya" atau selalu "tidak") untuk semua kemungkinan yang sesuai pernyataan.

Langkah penyelesaian:

1. Ubah syaratnya: $\dfrac{40j + 32s}{j + s} < 36 \rightarrow 40j + 32s < 36j + 36s$ (kalikan dengan $j + s > 0$) $\rightarrow$ $4j < 4s \rightarrow j < s$.

Jadi rata-rata kurang dari 36 **tepat ketika** senior lebih banyak daripada junior. (36 adalah titik tengah 32 dan 40.)

2. **Pernyataan (1) saja:** $s > j$, maka rata-rata pasti kurang dari 36. Jawaban pasti "ya" → **cukup**.

Contoh: $j = 5, s = 7$: $\dfrac{200 + 224}{12} = \dfrac{424}{12} \approx 35{,}3 < 36$ ✓.

3. **Pernyataan (2) saja:** $j + s = 24$, pembagiannya belum diketahui.

• $j = 12, s = 12$: rata-rata $\dfrac{480 + 384}{24} = 36$, tidak kurang dari 36 → "tidak".

• $j = 8, s = 16$: rata-rata $\dfrac{320 + 512}{24} = \dfrac{832}{24} \approx 34{,}7$ → "ya".

Jawaban bisa berbeda → **tidak cukup**.

Cek ulang: dengan (1), coba $j = 1, s = 2$: $\dfrac{40 + 64}{3} \approx 34{,}7 < 36$ ✓; coba $j = 20, s = 21$: $\dfrac{800 + 672}{41} = \dfrac{1.472}{41} \approx 35{,}9 < 36$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✓ (1) saja cukup, (2) saja tidak cukup.

• B ✗ **Jebakan:** mengira rata-rata gabungan selalu memerlukan banyak anggota seluruhnya, sehingga (2) dianggap cukup dan (1) tidak.

• C ✗ **Jebakan:** mengira harus mengetahui j dan s secara tepat, padahal perbandingan $s > j$ sudah menentukan jawabannya.

• D ✗ **Jebakan:** mengira banyak anggota 24 sudah menentukan rata-rata, padahal pembagian junior dan senior belum diketahui (contoh 12 dan 12 memberi tepat 36).

• E ✗ **Jebakan:** tidak menyusun rata-rata gabungan sehingga merasa angka pastinya harus diketahui.

Jawaban: A.

No. 20 Kunci: D

Yang ditanya: apakah pernyataan (1) dan/atau (2) membuat kita pasti tahu volume tugu lebih dari 120π cm^3 atau tidak.

Konsep 1 – Volume tabung dan kerucut. Tabung: $V = \pi r^2 t$. Kerucut: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 s$ (sepertiga tabung yang alas dan tingginya sama).

Contoh kecil: $r = 1$, tinggi 3: tabung 3π, kerucut π.

Konsep 2 – Luas selimut tabung. Selimut tabung jika dibuka berbentuk persegi panjang dengan panjang = keliling alas $2\pi r$ dan lebar = tinggi t, jadi luasnya $2\pi rt$.

Contoh kecil: $r = 1, t = 3$: luas selimut $2\pi \times 1 \times 3 = 6\pi$.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Konsep 3 – Kecukupan data. Pernyataan **cukup** bila jawabannya pasti, baik pasti "ya" maupun pasti "tidak". Nilai yang belum diketahui tepat tidak masalah, asalkan jawabannya tetap sama untuk semua kemungkinan.

Langkah penyelesaian:

1. Dengan $r = 3$: $V = \pi \times 9 \times t + \frac{1}{3} \times \pi \times 9 \times s = 9\pi t + 3\pi s$.

2. **Pernyataan (1) saja:** $t = 14 \rightarrow V = 126\pi + 3\pi s$. Karena $s > 0$, $V > 126\pi > 120\pi$. Jawaban pasti "ya" → **cukup** (walaupun s tidak diketahui).

3. **Pernyataan (2) saja:** luas selimut tabung $= 2\pi \times 3 \times t = 6\pi t$. Syarat $6\pi t \geq 80\pi$ memberi $t \geq \frac{80}{6} = \frac{40}{3}$ (sekitar $13{,}3$).

Volume tabung saja sudah $9\pi t \geq 9\pi \times \frac{40}{3} = 120\pi$, dan volume kerucut $3\pi s$ bernilai positif.

Jadi $V = 9\pi t + 3\pi s \geq 120\pi + 3\pi s > 120\pi$. Jawaban pasti "ya" → **cukup** (walaupun t dan s tidak diketahui tepat).

4. Masing-masing pernyataan cukup.

Cek ulang: kedua pernyataan tidak bertentangan: $t = 14$ memberi selimut $84\pi \geq 80\pi$ ✓. Uji keadaan paling kecil pada (2): $t = \frac{40}{3}$ dan $s = 0{,}1$ memberi $V = 120\pi + 0{,}3\pi = 120{,}3\pi > 120\pi$ ✓.

Analisis tiap opsi:

• A ✗ **Jebakan:** memakai rumus selimut yang keliru $\pi r^2 t = 9\pi t$, sehingga $t \geq \frac{80}{9}$ (sekitar $8{,}9$); dengan $t = 9$ dan $s = 1$ volumenya 84π, lalu (2) dianggap tidak cukup.

• B ✗ **Jebakan:** mengira (1) tidak cukup karena s tidak diketahui; padahal tabungnya saja sudah 126π.

• C ✗ **Jebakan:** mengira t dan s harus diketahui tepat, sehingga kedua pernyataan digabung; padahal masing-masing sudah memberi jawaban pasti.

• D ✓ masing-masing cukup.

• E ✗ **Jebakan:** mengira volume harus dihitung tepat; karena s tidak pernah diketahui, kedua pernyataan (bahkan digabung) dianggap tidak cukup.

Jawaban: D.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Penutup

Kamu sudah sampai di akhir buku ini. Bila kamu mengerjakannya halaman demi halaman, kamu telah menepati janji belajar yang tidak mudah. Itu patut kamu syukuri.

Lima kebiasaan yang paling penting untuk subtes Pengetahuan Kuantitatif:

1. **Tulis apa yang ditanyakan.** Sebelum menghitung, tulis pertanyaan soal dengan kata-katamu sendiri. Banyak pengecoh adalah jawaban "setengah jalan".
2. **Kenali bentuk soalnya.** Pernyataan (1)–(4), banyaknya pernyataan benar, Benar/Salah, P dan Q, kecukupan data, dan isian punya cara kerja masing-masing (Bab 5). Bentuk yang dikenali separuh terjawab.
3. **Uji setiap pernyataan sendiri-sendiri.** Pernyataan "selalu benar" cukup digugurkan oleh satu contoh penyangkal; pernyataan "pasti" harus dibuktikan untuk semua kemungkinan.
4. **Buat sketsa.** Gambar garis bilangan, bidang koordinat, bangun, atau diagram pohon. Sketsa memperlihatkan hal yang tidak tertulis di soal.
5. **Cek ulang dan kelola waktu.** Masukkan kembali jawabanmu ke soal, terutama soal isian. Kerjakan yang pasti lebih dulu, tandai yang sulit, lalu kembali kepadanya.

Sepekan sebelum ujian:

- Kerjakan satu simulasi pada jam yang sama dengan jadwal ujianmu, lengkap dengan batas waktunya.
- Baca ulang tabel "Strategi dan jebakan" di sub bab yang skornya paling rendah pada kuis dan simulasi.
- Buka lagi buku catatan kesalahanmu. Ulangi soal yang pernah salah, bukan soal yang sudah kamu kuasai.
- Periksa ketentuan resmi UTBK-SNBT 2027 di laman SNPMB: jumlah soal, waktu, dan tata tertib bisa berubah.
- Jangan memaksakan materi baru pada malam terakhir. Siapkan perlengkapan sehari sebelumnya dan tidurlah cukup.

Teruslah belajar. Latihan, kuis bab, dan simulasi di buku ini juga tersedia di LMS Next Level Study. Pindai kode QR pada setiap bab untuk melanjutkan dari perangkatmu.

Ilmu yang kamu kumpulkan hari ini adalah bekal yang kelak kamu persembahkan untuk keluarga, untuk orang-orang di sekitarmu, dan untuk negeri ini. Belajarlah dengan jujur dan sungguh-sungguh, sepenuh hati dan segenap tenaga. Apa pun hasil ujianmu nanti, ketekunan yang kamu bangun selama belajar akan tetap menjadi milikmu.

Selamat berjuang. Semoga kampus impianmu menyambutmu.

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Handaka Lumu

NEXT LEVEL STUDY
Educational Institutions

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Lampiran

Glosarium

Istilah	Arti singkat	Dibahas di
Bilangan bulat	$\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$	0.1
Lawan bilangan	bilangan yang jaraknya sama dari nol tetapi di sisi berlawanan; $a + (-a) = 0$	0.1
Urutan operasi	kurung → pangkat/akar → kali/bagi (kiri ke kanan) → tambah/kurang (kiri ke kanan)	0.1
Sifat komutatif, asosiatif, distributif	tukar urutan, tukar pengelompokan, dan $a(b + c) = ab + ac$	0.1
Variabel	huruf yang mewakili bilangan yang belum diketahui atau dapat berubah	0.2
Koefisien, konstanta	bilangan di depan variabel; suku tanpa variabel	0.2
Suku sejenis	suku dengan variabel dan pangkat yang sama persis	0.2
Substitusi	mengganti variabel dengan bilangan atau bentuk tertentu	0.2
Persamaan / pertidaksamaan linear	kalimat dengan tanda $=$ / $<, >, \leq, \geq$ yang pangkat tertinggi variabelnya 1	0.3
Himpunan penyelesaian	kumpulan semua nilai yang memenuhi persamaan atau pertidaksamaan	0.3
Absis, ordinat	koordinat x dan koordinat y sebuah titik	0.4
Kuadran	empat daerah bidang Kartesius yang dibatasi sumbu-x dan sumbu-y	0.4
Bilangan genap / ganjil	bilangan berbentuk $2k$ / $2k + 1$ dengan k bulat	1.1
Bilangan prima	bilangan asli yang tepat memiliki dua faktor: 1 dan dirinya sendiri	1.1
Faktorisasi prima	penulisan bilangan sebagai hasil kali bilangan prima	1.1
Contoh penyangkal	satu contoh yang membuktikan sebuah pernyataan "selalu benar" ternyata salah	1.1
Nilai mutlak	jarak sebuah bilangan dari nol; $\lvert x \rvert \geq 0$	1.2
Bentuk akar, merasionalkan	bilangan seperti $\sqrt{2}$; menghilangkan akar dari penyebut	1.3
Logaritma	pangkat yang dicari: ${}^{a}\log b = c$ berarti $a^c = b$	1.4
FPB, KPK	faktor persekutuan terbesar; kelipatan persekutuan terkecil	1.5
Sisa pembagian	bilangan yang tersisa setelah pembagian bulat; dasar pola berulang	1.5
Operasi / definisi buatan	aturan hitung baru yang didefinisikan di soal	1.6

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Faktorisasi aljabar	menulis bentuk aljabar sebagai hasil kali bentuk yang lebih sederhana	2.1
Diskriminan	$D = b^2 - 4ac$; menentukan banyak akar real persamaan kuadrat	2.2
Akar persamaan kuadrat	nilai x yang memenuhi $ax^2 + bx + c = 0$	2.2
SPLDV / SPLTV	sistem persamaan linear dua / tiga variabel	2.4
Fungsi, daerah asal	aturan yang memasangkan setiap masukan dengan tepat satu keluaran; himpunan masukan yang boleh	2.5
Fungsi komposisi	fungsi berurutan: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$	2.5
Fungsi invers	fungsi yang membalik kerja f: bila $f(a) = b$ maka $f^{-1}(b) = a$	2.5
Matriks, determinan	susunan bilangan berbentuk persegi panjang; $ad - bc$ untuk matriks 2×2	2.6
Barisan aritmetika / geometri	barisan dengan selisih tetap (beda) / hasil bagi tetap (rasio)	2.7
Deret	jumlah suku-suku barisan	2.7
Sudut sehadap, berseberangan	pasangan sudut yang terbentuk oleh garis yang memotong dua garis sejajar	3.1
Teorema Pythagoras	pada segitiga siku-siku, $a^2 + b^2 = c^2$	3.2
Juring, busur	bagian lingkaran yang dibatasi dua jari-jari; bagian kelilingnya	3.4
Gradien	kemiringan garis: perubahan y dibagi perubahan x	3.6
Perbandingan trigonometri	$\sin$, $\cos$, $\tan$ sebagai perbandingan sisi segitiga siku-siku	3.7
Translasi, refleksi, rotasi, dilatasi	pergeseran, pencerminan, perputaran, dan perbesaran/pengecilan bangun	3.8
Rata-rata, median, modus	jumlah dibagi banyak data; data tengah; data paling sering	4.2
Jangkauan, kuartil	data terbesar dikurangi terkecil; pembagi data terurut menjadi empat bagian	4.3
Permutasi, kombinasi	banyak susunan yang memperhatikan urutan; banyak pilihan tanpa urutan	4.4
Peluang	banyak hasil yang diharapkan dibagi banyak semua hasil yang mungkin (sama peluangnya)	4.5
Kuantitas P dan Q	bentuk soal yang membandingkan dua besaran	5.1
Kecukupan data	bentuk soal yang menilai apakah informasi cukup untuk satu jawaban pasti	5.2

Rumus ringkas

Topik	Rumus	Sub bab

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Kuadrat jumlah dan selisih	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	0.2, 2.1
Sifat pangkat	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $a^0 = 1$; $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	1.3
Akar sebagai pangkat	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	1.3
Sifat logaritma	${}^a\log(bc) = {}^a\log b + {}^a\log c$; ${}^a\log b^n = n \cdot {}^a\log b$	1.4
FPB dan KPK	$\text{FPB}(a,b) \times \text{KPK}(a,b) = a \times b$	1.5
Rumus abc	$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	2.2
Jumlah dan hasil kali akar	$x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a}$	2.2
Determinan 2×2	$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$	2.6
Barisan aritmetika	$U_n = a + (n-1)b$; $S_n = \dfrac{n}{2}(2a + (n-1)b)$	2.7
Barisan geometri	$U_n = ar^{n-1}$; $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$	2.7
Jumlah sudut	segitiga 180°; segi-n $(n-2) \times 180^\circ$	3.2, 3.3
Lingkaran	keliling $2\pi r$; luas πr^2; panjang busur $\dfrac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi r$	3.4
Bangun ruang	tabung $\pi r^2 t$; kerucut $\dfrac{1}{3}\pi r^2 t$; bola $\dfrac{4}{3}\pi r^3$; limas $\dfrac{1}{3} \times \text{luas alas} \times t$	3.5
Jarak dua titik	$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	3.6
Gradien dan garis	$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$; $y - y_1 = m(x - x_1)$; tegak lurus: $m_1 m_2 = -1$	3.6
Rata-rata gabungan	$\bar{x} = \dfrac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$	4.2
Permutasi dan kombinasi	$P(n,r) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$; $C(n,r) = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$	4.4
Peluang komplemen	$P(A^c) = 1 - P(A)$	4.5

Rumus di atas hanya ringkasan untuk mengingat. Asal-usul dan cara memakai setiap rumus dijelaskan di sub bab yang disebut.

Daftar sumber

Soal pada Simulasi 1, 2, dan 3 adalah soal UTBK-SNBT 2024, 2025, dan 2026 subtes Pengetahuan Kuantitatif yang **disusun dari ingatan peserta**, bukan dokumen resmi panitia. Pembahasan dan gambarnya ditulis dan digambar ulang oleh Tim Next Level Study Indonesia. Semua soal lain (latihan sub bab, kuis akhir bab, latihan Bab 0, dan Simulasi 4–8) disusun sendiri

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

oleh Tim Next Level Study Indonesia. Nama orang, lembaga, dan data di dalamnya adalah **rekaan untuk latihan**, kecuali bila sumbernya disebut.

Sumber	Yang dipakai
SNPMB (Seleksi Nasional Penerimaan Mahasiswa Baru), informasi UTBK-SNBT 2026 sebagaimana diberitakan Kompas TV (2026)	susunan subtes, jumlah soal, dan waktu total
Peta Topik Bank Soal Next Level Study (track SNBT, subtes PK)	pembagian bab dan subtopik

Sumber setiap gambar materi tercatat pada lampiran "Daftar sumber gambar".

Lembar jawaban

Lembar jawaban tersedia di setiap simulasi (Bagian C). Kamu boleh memfotokopi halaman tersebut untuk latihan ulang. Untuk soal isian, tulis jawabanmu langsung di kotak "Jawaban" pada soalnya.

Catatan edisi

Edisi 1 (2026/2027) untuk persiapan UTBK-SNBT 2027, dibagikan gratis untuk pelajar Indonesia sebagai dedikasi Next Level Study Indonesia untuk bangsa; boleh diperbanyak dan dibagikan untuk belajar, tetapi tidak untuk diperjualbelikan. Ketentuan resmi UTBK-SNBT 2027 belum terbit ketika buku ini disusun; periksa laman resmi SNPMB. Masukan dan laporan kesalahan dapat disampaikan melalui LMS Next Level Study.

Daftar sumber gambar

Gambar materi yang diambil dari sumber berlisensi terbuka dipakai sesuai lisensinya dengan menyebut pembuatnya; gambar lain digambar oleh tim Next Level Study Indonesia.

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 0.1	Garis bilangan bulat: 2 + (−5) = −3	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.2	Model keping positif dan negatif	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.3	Urutan operasi hitung	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.4	Sifat distributif sebagai luas persegi panjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.5	Ubin aljabar untuk suku x^2, x, dan konstanta	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.6	Kotak perkalian untuk sifat distributif	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.7	Langkah substitusi nilai negatif	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.8	Prinsip timbangan pada persamaan linear	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.9	Alasan tanda pertidaksamaan berbalik	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 0.10	Himpunan penyelesaian pertidaksamaan pada garis bilangan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.11	Bidang Kartesius, empat kuadran, dan titik	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.12	Jarak mendatar dan jarak tegak pada bidang koordinat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 0.13	Data sama dengan dua skala sumbu yang berbeda	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.1	Model pasangan untuk bilangan genap dan ganjil	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.2	Tabel genap-ganjil untuk penjumlahan dan perkalian	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.3	Saringan Eratosthenes untuk bilangan 1 sampai 100	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.4	Dua pohon faktor 360 menghasilkan faktorisasi prima yang sama	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.5	Batang pecahan untuk menyamakan penyebut	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.6	Arti pembagian dengan pecahan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.7	Persen berturut-turut: faktor pengali dikalikan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.8	Nilai mutlak sebagai jarak pada garis bilangan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.9	Kuadrat jumlah sebagai luas persegi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.10	Pola pangkat untuk pangkat nol dan pangkat negatif	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.11	Akar kuadrat sebagai sisi persegi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.12	Urutan x, kuadrat x, dan akar x	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.13	Tabel pangkat dan logaritma basis 2	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.14	Mesin pangkat dan mesin logaritma	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.15	Hubungan sifat pangkat dan sifat logaritma	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.16	Alasan ciri habis dibagi 9 dan 3	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.17	Diagram Venn faktor prima untuk FPB dan KPK	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.18	Lompatan pada garis bilangan untuk KPK	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 1.19	Siklus tujuh hari dan sisa pembagian oleh 7	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.20	Diagram alir mengerjakan definisi buatan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.21	Posisi nilai pada operasi buatan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 1.22	Tabel operasi untuk menguji sifat komutatif	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.1	Kuadrat jumlah $(a + b)^2$ sebagai luas persegi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.2	Selisih dua kuadrat sebagai luas yang disusun ulang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.3	Ubin aljabar: memfaktorkan $x^2 + 5x + 6$	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.4	Tabel pasangan faktor untuk memfaktorkan $x^2 - x - 12$	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.5	Melengkapkan kuadrat dengan ubin aljabar	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.6	Bagian-bagian parabola $y = x^2 - 2x - 3$	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.7	Tiga kemungkinan diskriminan dan grafik parabola	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.8	Asal rumus jumlah dan hasil kali akar	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.9	Titik potong parabola dan garis	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.10	Garis bilangan tanda untuk $(x - 1)(x - 4)$	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.11	Parabola di atas dan di bawah sumbu x	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.12	Pertidaksamaan nilai mutlak sebagai jarak	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.13	Garis bilangan tanda untuk pertidaksamaan pecahan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.14	Penyelesaian SPLDV sebagai titik potong dua garis	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.15	Langkah eliminasi pada sistem persamaan linear	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.16	Tiga kedudukan dua garis dan banyaknya penyelesaian	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.17	Alur menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.18	Fungsi sebagai mesin masukan dan keluaran	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.19	Diagram panah: fungsi dan bukan fungsi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 2.20	Fungsi komposisi sebagai dua mesin berurutan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.21	Fungsi invers sebagai langkah yang dibalik	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.22	Skema perkalian matriks baris kali kolom	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.23	Determinan matriks ordo 2 × 2	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.24	Langkah mencari invers matriks ordo 2 × 2	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.25	Pola persegi dari batang korek api	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.26	Banyak lompatan beda dari suku pertama ke suku ke-n	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.27	Tangga Gauss untuk jumlah 1 sampai n	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.28	Perbedaan barisan aritmetika dan geometri	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 2.29	Deret geometri tak hingga sebagai potongan persegi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.1	Lima jenis sudut menurut besarnya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.2	Dua sudut berpelurus pada garis AB	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.3	Sudut bertolak belakang pada dua garis yang berpotongan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.4	Delapan sudut pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.5	Contoh sudut dalam berseberangan dan sepihak	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.6	Bukti jumlah sudut segitiga 180 derajat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.7	Sudut luar segitiga	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.8	Contoh segitiga dengan sudut luar 135 derajat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.9	Contoh sudut pada patahan di antara dua garis sejajar	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.10	Contoh segitiga sama kaki dan garis sejajar alas	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.11	Jenis segitiga menurut sisi dan sudutnya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.12	Penurunan rumus luas segitiga dari persegi panjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.13	Tinggi segitiga tumpul jatuh di luar alas	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 3.14	Bukti teorema Pythagoras dengan luas persegi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.15	Tangga bersandar pada tembok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.16	Segitiga tumpul dan segitiga lancip dari panjang sisinya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.17	Tinggi segitiga siku-siku ke sisi miring	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.18	Tinggi segitiga sama sisi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.19	Dua segitiga sebangun dengan faktor skala 2	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.20	Tongkat, tiang, dan bayangannya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.21	Garis sejajar alas membentuk segitiga sebangun	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.22	Dua segitiga dengan alas yang sama	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.23	Enam jenis segiempat dan sifatnya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.24	Jajar genjang disusun ulang menjadi persegi panjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.25	Dua trapesium membentuk jajar genjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.26	Belah ketupat dan layang-layang di dalam persegi panjang diagonal	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.27	Jajar genjang dengan sisi miring 5 cm	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.28	Trapesium sama kaki dengan sisi sejajar 14 dan 6	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.29	Belah ketupat dengan diagonal 16 dan 12	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.30	Poligon dibagi menjadi segitiga dari satu titik sudut	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.31	Sudut-sudut segilima	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.32	Persegi pada petak 3 x 3 dikelompokkan menurut ukuran	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.33	Persegi pada petak 4 x 4	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.34	Petak dengan satu ruas yang hilang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.35	Menghitung segitiga per ukuran alas	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.36	Unsur-unsur lingkaran	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 3.37	Juring-juring lingkaran disusun menjadi hampir persegi panjang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.38	Satu putaran roda menempuh satu keliling	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.39	Juring 60 derajat dan temberengnya	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.40	Menentukan sudut pusat dari panjang busur	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.41	Bukti sudut pusat sama dengan dua kali sudut keliling	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.42	Sudut keliling 35 derajat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.43	Garis singgung tegak lurus jari-jari dan letak titik terhadap lingkaran	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.44	Dua garis singgung dari titik P	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.45	Persegi dikurangi seperempat lingkaran	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.46	Tujuh bangun ruang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.47	Jaring-jaring kubus dan balok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.48	Jaring-jaring tabung	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.49	Jaring-jaring kerucut	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.50	Balok 8 x 5 x 3 tersusun dari kubus satuan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.51	Tabung berjari-jari 7 cm dan tinggi 10 cm	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.52	Kubus terbagi menjadi enam limas sama	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.53	Kerucut dengan jari-jari 6 dan tinggi 8	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.54	Limas persegi dengan tinggi 12 cm	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.55	Diagonal sisi AC dan diagonal ruang AG	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.56	Bola tepat di dalam tabung	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.57	Air dari kubus dituang ke tabung	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.58	Rusuk dua kali, volume delapan kali	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.59	Jarak dua titik sebagai sisi miring segitiga siku-siku	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 3.60	Titik tengah diameter adalah pusat lingkaran	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.61	Arti tanda gradien	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.62	Menghitung gradien dari dua titik	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.63	Arti m dan c pada persamaan y = mx + c	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.64	Garis melalui dua titik	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.65	Garis 2x + 3y = 12 dan kedua sumbu	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.66	Memutar anak tangga 90 derajat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.67	Garis tegak lurus dan garis sejajar melalui (2, 1)	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.68	Segitiga yang dibatasi dua garis dan sumbu-x	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.69	Luas segitiga dengan cara kotak	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.70	Daerah penyelesaian tiga pertidaksamaan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.71	Keluarga garis yang berputar pada satu titik	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.72	Sisi depan, samping, dan miring terhadap sudut alfa	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.73	Segitiga sebangun dengan sudut alfa yang sama	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.74	Segitiga 3, 4, 5	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.75	Segitiga dengan tan alfa = 5/12	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.76	Asal nilai sudut istimewa	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.77	Benang layang-layang membentuk sudut 30 derajat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.78	Segitiga dengan cos alfa = 2/3	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.79	Dua segitiga siku-siku berbagi sisi AB	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.80	Mengukur tinggi pohon dengan sudut elevasi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.81	Translasi segitiga	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.82	Bayangan titik P oleh pencerminan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 3.83	Pencerminan terhadap x = 1 dan y = x	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.84	Rotasi 90 derajat memutar langkah	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.85	Rotasi 90 derajat titik Q	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.86	Dilatasi faktor 3	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.87	Dua urutan komposisi memberi hasil berbeda	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.88	Pergeseran dan pencerminan grafik parabola	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 3.89	Grafik f, g, dan h	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.1	Tabel frekuensi dan diagram batang moda transportasi siswa	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.2	Diagram lingkaran moda transportasi siswa	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.3	Diagram garis banyak pengunjung perpustakaan per bulan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.4	Pengaruh skala sumbu yang tidak dimulai dari nol	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.5	Tabel dua arah dan dua penyebut persentase yang berbeda	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.6	Rata-rata sebagai hasil meratakan menara kotak	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.7	Rata-rata sebagai titik setimbang	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.8	Median untuk banyak data ganjil dan genap	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.9	Rata-rata gabungan sebagai titik setimbang dua kelompok	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.10	Dua data dengan rata-rata sama tetapi sebaran berbeda	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.11	Kuartil membagi data terurut menjadi empat bagian	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.12	Diagram kotak garis dengan lima nilai penting	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.13	Simpangan setiap datum terhadap rata-rata	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.14	Diagram pohon pasangan kaos dan celana	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.15	Kotak isian bertahap dengan pembagian kasus	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.16	Cara blok dan cara celah untuk syarat berdampingan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Gambar	Judul	Pembuat	Lisensi	Sumber
Gambar 4.17	Hubungan permutasi dan kombinasi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.18	Bagan memilih aturan perkalian, permutasi, atau kombinasi	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.19	Tabel ruang sampel pelemparan dua dadu	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.20	Diagram pohon pelemparan tiga koin	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.21	Diagram Venn kejadian saling lepas dan tidak saling lepas	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 4.22	Diagram pohon pengambilan dua bola tanpa pengembalian	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.1	Anatomi soal perbandingan kuantitas P dan Q	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.2	Grafik $y = x$ dan $y = x^2$ untuk membandingkan x dan x^2	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.3	Tiga segitiga siku-siku dengan $a + b = 10$	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.4	Bagan alur memutuskan hubungan P dan Q	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.5	Arti cukup dan tabel keputusan pilihan A sampai E	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.6	Bagan alur kecukupan data	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.7	Tiga kemungkinan dua persamaan linear	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.8	Contoh penyangkal dan alasan umum	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.9	Tabel uji pernyataan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.10	Pola pilihan soal pernyataan dan cara menggugurkan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.11	Lima langkah mengerjakan soal isian singkat	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.12	Pembulatan ke bawah dan ke atas menurut makna soal	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—
Gambar 5.13	Tangga satuan panjang dan kesetaraan satuan	Tim Next Level Study Indonesia	digambar sendiri	—

Tabel silang sub bab dan soal

Sub bab	Soal
0.1 · Bilangan Bulat dan Urutan Operasi	Bedah Latihan Bab 0 Pondasi no. 1; Latihan 0.1 no. 1; Latihan 0.1 no. 2; Latihan 0.1 no. 3; Latihan 0.1 no. 4
0.2 · Bentuk Aljabar Dasar	Bedah Latihan Bab 0 Pondasi no. 6; Latihan 0.2 no. 1; Latihan 0.2 no. 2; Latihan 0.2 no. 3; Latihan 0.2 no. 4

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab	Soal
0.3 · Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel	Bedah Latihan Bab 0 Pondasi no. 11; Latihan 0.3 no. 1; Latihan 0.3 no. 2; Latihan 0.3 no. 3; Latihan 0.3 no. 4
0.4 · Bidang Koordinat dan Membaca Gambar	Bedah Latihan Bab 0 Pondasi no. 16; Latihan 0.4 no. 1; Latihan 0.4 no. 2; Latihan 0.4 no. 3; Latihan 0.4 no. 4
1.1 · Sifat Bilangan Bulat: Genap-Ganjil, Tanda, dan Bilangan Prima	Bedah Prediksi 03 no. 15; Latihan 1.1 no. 1; Latihan 1.1 no. 2; Latihan 1.1 no. 3; Latihan 1.1 no. 4; Latihan 1.1 no. 5; Latihan 1.1 no. 6; Kuis Bab 1 no. 1; Kuis Bab 1 no. 2; Kuis Bab 1 no. 3; Kuis Bab 1 no. 4; Kuis Bab 1 no. 5; Kuis Bab 1 no. 18; Kuis Bab 1 no. 19; Kuis Bab 1 no. 20; Kuis Bab 5 no. 2; Kuis Bab 5 no. 17; Simulasi 1 no. 19; Simulasi 2 no. 16; Simulasi 3 no. 3; Simulasi 3 no. 13; Simulasi 3 no. 14; Simulasi 3 no. 19; Simulasi 4 no. 2; Simulasi 5 no. 5; Simulasi 5 no. 15; Simulasi 6 no. 1; Simulasi 7 no. 5; Simulasi 7 no. 15; Simulasi 8 no. 2
1.2 · Pecahan, Desimal, Persen, dan Nilai Mutlak	Bedah Prediksi 02 no. 1; Latihan 1.2 no. 1; Latihan 1.2 no. 2; Latihan 1.2 no. 3; Latihan 1.2 no. 4; Latihan 1.2 no. 5; Kuis Bab 1 no. 6; Kuis Bab 1 no. 7; Kuis Bab 1 no. 8; Simulasi 1 no. 4; Simulasi 4 no. 15; Simulasi 5 no. 10; Simulasi 6 no. 10; Simulasi 7 no. 2; Simulasi 8 no. 1
1.3 · Eksponen dan Bentuk Akar	Bedah Prediksi 04 no. 19; Latihan 1.3 no. 1; Latihan 1.3 no. 2; Latihan 1.3 no. 3; Kuis Bab 1 no. 9; Kuis Bab 1 no. 10; Kuis Bab 1 no. 11; Kuis Bab 1 no. 12; Kuis Bab 1 no. 13; Kuis Bab 1 no. 14; Kuis Bab 5 no. 1; Kuis Bab 5 no. 19; Simulasi 1 no. 1; Simulasi 2 no. 1; Simulasi 2 no. 13; Simulasi 3 no. 12; Simulasi 3 no. 16; Simulasi 3 no. 17; Simulasi 4 no. 1; Simulasi 5 no. 2; Simulasi 6 no. 5; Simulasi 6 no. 15; Simulasi 7 no. 1; Simulasi 8 no. 10
1.4 · Logaritma Dasar	Bedah Prediksi 05 no. 5; Latihan 1.4 no. 1
1.5 · Keterbagian, FPB, KPK, dan Sisa Pembagian	Bedah Prediksi 03 no. 5; Latihan 1.5 no. 1; Latihan 1.5 no. 2; Latihan 1.5 no. 3; Latihan 1.5 no. 4; Latihan 1.5 no. 5; Kuis Bab 1 no. 15; Kuis Bab 1 no. 16; Kuis Bab 1 no. 17; Kuis Bab 5 no. 11; Simulasi 2 no. 12; Simulasi 3 no. 8; Simulasi 3 no. 18; Simulasi 4 no. 5; Simulasi 4 no. 10; Simulasi 5 no. 1; Simulasi 6 no. 2; Simulasi 7 no. 10; Simulasi 8 no. 5; Simulasi 8 no. 15
1.6 · Operasi dan Definisi Buatan	Bedah Prediksi 05 no. 16; Latihan 1.6 no. 1
2.1 · Faktorisasi dan Manipulasi Aljabar	Bedah Prediksi 04 no. 15; Latihan 2.1 no. 1; Kuis Bab 2 no. 1; Kuis Bab 2 no. 2; Simulasi 4 no. 17; Simulasi 8 no. 9
2.2 · Persamaan Kuadrat: Akar, Rumus abc, Diskriminan, dan Jumlah-Kali Akar	Bedah Prediksi 03 no. 13; Latihan 2.2 no. 1; Latihan 2.2 no. 2; Latihan 2.2 no. 3; Latihan 2.2 no. 4; Kuis Bab 2 no. 3; Kuis Bab 2 no. 4; Kuis Bab 2 no. 5; Kuis Bab 2 no. 6; Kuis Bab 2 no. 7; Kuis Bab 5 no. 6; Kuis Bab 5 no. 12; Simulasi 2 no. 2; Simulasi 2 no. 6; Simulasi 2 no. 20; Simulasi 3 no. 5; Simulasi 3 no. 6; Simulasi 3 no. 7; Simulasi 4 no. 11; Simulasi 5 no. 11; Simulasi 6 no. 6; Simulasi 6 no. 7; Simulasi 6 no. 16; Simulasi 7 no. 17; Simulasi 8 no. 13
2.3 · Pertidaksamaan: Linear, Kuadrat, Nilai Mutlak, dan Pecahan	Bedah Prediksi 04 no. 9; Latihan 2.3 no. 1; Latihan 2.3 no. 2; Kuis Bab 2 no. 8; Kuis Bab 2 no. 9; Simulasi 5 no. 17; Simulasi 7 no. 14; Simulasi 8 no. 18

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab	Soal
2.4 · Sistem Persamaan Linear Dua dan Tiga Variabel	Bedah Prediksi 03 no. 9; Latihan 2.4 no. 1; Latihan 2.4 no. 2; Kuis Bab 2 no. 10; Kuis Bab 2 no. 11; Kuis Bab 2 no. 12; Kuis Bab 5 no. 9; Simulasi 1 no. 7; Simulasi 1 no. 8; Simulasi 2 no. 17; Simulasi 4 no. 7; Simulasi 4 no. 19; Simulasi 6 no. 12; Simulasi 7 no. 19
2.5 · Fungsi, Fungsi Komposisi, dan Invers	Bedah Prediksi 02 no. 15; Latihan 2.5 no. 1; Latihan 2.5 no. 2; Kuis Bab 2 no. 13; Kuis Bab 2 no. 14; Kuis Bab 2 no. 15; Kuis Bab 5 no. 15; Simulasi 2 no. 5; Simulasi 5 no. 9; Simulasi 6 no. 19; Simulasi 7 no. 11
2.6 · Matriks Ordo 2 × 2	Bedah Prediksi 03 no. 11; Latihan 2.6 no. 1; Kuis Bab 2 no. 16; Simulasi 5 no. 13; Simulasi 8 no. 11
2.7 · Barisan dan Deret Aritmetika serta Geometri	Bedah Prediksi 02 no. 11; Latihan 2.7 no. 1; Latihan 2.7 no. 2; Latihan 2.7 no. 3; Latihan 2.7 no. 4; Kuis Bab 2 no. 17; Kuis Bab 2 no. 18; Kuis Bab 2 no. 19; Kuis Bab 2 no. 20; Kuis Bab 5 no. 4; Simulasi 1 no. 11; Simulasi 1 no. 12; Simulasi 2 no. 19; Simulasi 3 no. 10; Simulasi 4 no. 16; Simulasi 5 no. 19; Simulasi 7 no. 9; Simulasi 8 no. 16
3.1 · Garis dan Sudut	Bedah Prediksi 05 no. 12; Latihan 3.1 no. 1; Kuis Bab 3 no. 1; Simulasi 5 no. 8; Simulasi 6 no. 11
3.2 · Segitiga dan Teorema Pythagoras	Bedah Prediksi 03 no. 6; Latihan 3.2 no. 1; Latihan 3.2 no. 2; Latihan 3.2 no. 3; Latihan 3.2 no. 4; Kuis Bab 3 no. 2; Kuis Bab 3 no. 3; Kuis Bab 3 no. 4; Kuis Bab 5 no. 8; Simulasi 2 no. 10; Simulasi 2 no. 15; Simulasi 5 no. 6; Simulasi 5 no. 7; Simulasi 7 no. 16
3.3 · Segiempat, Poligon, dan Menghitung Bangun pada Gambar	Bedah Prediksi 04 no. 12; Latihan 3.3 no. 1; Latihan 3.3 no. 2; Kuis Bab 3 no. 5; Kuis Bab 3 no. 6; Kuis Bab 3 no. 7; Simulasi 2 no. 4; Simulasi 4 no. 9; Simulasi 6 no. 17; Simulasi 7 no. 20; Simulasi 8 no. 12
3.4 · Lingkaran	Bedah Prediksi 02 no. 9; Latihan 3.4 no. 1; Latihan 3.4 no. 2; Latihan 3.4 no. 3; Kuis Bab 3 no. 8; Kuis Bab 3 no. 9; Kuis Bab 5 no. 13; Simulasi 3 no. 9; Simulasi 5 no. 18; Simulasi 7 no. 3
3.5 · Bangun Ruang	Bedah Prediksi 02 no. 12; Latihan 3.5 no. 1; Latihan 3.5 no. 2; Latihan 3.5 no. 3; Latihan 3.5 no. 4; Kuis Bab 3 no. 10; Kuis Bab 3 no. 11; Kuis Bab 3 no. 12; Kuis Bab 5 no. 5; Simulasi 1 no. 17; Simulasi 1 no. 18; Simulasi 2 no. 11; Simulasi 4 no. 13; Simulasi 5 no. 16; Simulasi 6 no. 9; Simulasi 7 no. 13; Simulasi 8 no. 20
3.6 · Geometri Analitik: Jarak, Gradien, dan Persamaan Garis	Bedah Prediksi 01 no. 6; Latihan 3.6 no. 1; Latihan 3.6 no. 2; Latihan 3.6 no. 3; Latihan 3.6 no. 4; Latihan 3.6 no. 5; Latihan 3.6 no. 6; Kuis Bab 3 no. 13; Kuis Bab 3 no. 14; Kuis Bab 3 no. 15; Kuis Bab 3 no. 16; Kuis Bab 3 no. 17; Kuis Bab 5 no. 7; Kuis Bab 5 no. 18; Simulasi 1 no. 5; Simulasi 1 no. 6; Simulasi 1 no. 9; Simulasi 1 no. 10; Simulasi 1 no. 20; Simulasi 2 no. 7; Simulasi 2 no. 8; Simulasi 2 no. 9; Simulasi 3 no. 4; Simulasi 4 no. 6; Simulasi 4 no. 8; Simulasi 5 no. 12; Simulasi 6 no. 8; Simulasi 7 no. 12; Simulasi 8 no. 8
3.7 · Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku	Bedah Prediksi 01 no. 13; Latihan 3.7 no. 1; Kuis Bab 3 no. 18; Simulasi 2 no. 14; Simulasi 4 no. 12; Simulasi 6 no. 20; Simulasi 8 no. 17

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

Sub bab	Soal
3.8 · Transformasi Geometri	Bedah Prediksi 04 no. 16; Latihan 3.8 no. 1; Kuis Bab 3 no. 19; Kuis Bab 3 no. 20; Kuis Bab 5 no. 20; Simulasi 1 no. 15; Simulasi 1 no. 16; Simulasi 4 no. 20; Simulasi 6 no. 13; Simulasi 7 no. 18; Simulasi 8 no. 6; Simulasi 8 no. 7
4.1 · Penyajian dan Membaca Data	Bedah Prediksi 03 no. 3; Latihan 4.1 no. 1; Kuis Bab 4 no. 1; Kuis Bab 4 no. 2; Simulasi 4 no. 14; Simulasi 6 no. 18; Simulasi 7 no. 6
4.2 · Ukuran Pemusatan: Rata-rata, Median, Modus, dan Rata-rata Gabungan	Bedah Prediksi 01 no. 5; Latihan 4.2 no. 1; Latihan 4.2 no. 2; Latihan 4.2 no. 3; Latihan 4.2 no. 4; Latihan 4.2 no. 5; Kuis Bab 4 no. 3; Kuis Bab 4 no. 4; Kuis Bab 4 no. 5; Kuis Bab 4 no. 6; Kuis Bab 4 no. 7; Kuis Bab 5 no. 10; Simulasi 1 no. 13; Simulasi 1 no. 14; Simulasi 2 no. 3; Simulasi 2 no. 18; Simulasi 4 no. 4; Simulasi 5 no. 20; Simulasi 6 no. 4; Simulasi 7 no. 7; Simulasi 8 no. 19
4.3 · Ukuran Penyebaran: Jangkauan, Kuartil, dan Simpangan	Bedah Prediksi 03 no. 14; Latihan 4.3 no. 1; Kuis Bab 4 no. 8; Kuis Bab 4 no. 9; Simulasi 5 no. 3; Simulasi 7 no. 8; Simulasi 8 no. 14
4.4 · Kaidah Pencacahan: Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi	Bedah Prediksi 02 no. 3; Latihan 4.4 no. 1; Latihan 4.4 no. 2; Latihan 4.4 no. 3; Latihan 4.4 no. 4; Kuis Bab 4 no. 10; Kuis Bab 4 no. 11; Kuis Bab 4 no. 12; Kuis Bab 4 no. 13; Kuis Bab 4 no. 14; Kuis Bab 4 no. 15; Kuis Bab 5 no. 3; Kuis Bab 5 no. 16; Simulasi 1 no. 2; Simulasi 1 no. 3; Simulasi 3 no. 1; Simulasi 3 no. 2; Simulasi 3 no. 11; Simulasi 3 no. 20; Simulasi 4 no. 3; Simulasi 5 no. 14; Simulasi 6 no. 3; Simulasi 7 no. 4; Simulasi 8 no. 3
4.5 · Peluang	Bedah Prediksi 04 no. 3; Latihan 4.5 no. 1; Latihan 4.5 no. 2; Latihan 4.5 no. 3; Latihan 4.5 no. 4; Kuis Bab 4 no. 16; Kuis Bab 4 no. 17; Kuis Bab 4 no. 18; Kuis Bab 4 no. 19; Kuis Bab 4 no. 20; Kuis Bab 5 no. 14; Simulasi 3 no. 15; Simulasi 4 no. 18; Simulasi 5 no. 4; Simulasi 6 no. 14; Simulasi 8 no. 4
5.1 · Perbandingan Kuantitas P dan Q	Bedah Prediksi 02 no. 18; Bedah Prediksi 02 no. 17
5.2 · Kecukupan Data	Bedah Prediksi 04 no. 20; Bedah Prediksi 03 no. 19
5.3 · Soal Pernyataan: (1)–(4), Banyaknya Pernyataan Benar, dan Benar/Salah	Bedah Prediksi 01 no. 11; Bedah Prediksi 02 no. 16
5.4 · Soal Isian Singkat	Bedah Prediksi 04 no. 1; Bedah Prediksi 04 no. 10

Gratis dari Next Level Study Indonesia · next-level-study.com/library · tidak untuk diperjualbelikan

NEXT LEVEL STUDY INDONESIA

Era Baru Pendidikan

SNBT 2027 Pengetahuan Kuantitatif

Tetaplah menari, sekalipun lagu pengiringmu telah hilang. Sebab di luar sana, selalu ada seseorang yang menemukan bahagianya karena kamu tidak berhenti melangkah.

— HANDAKA LUMU

Buku ini menjelaskan secara rinci apa saja yang perlu kamu persiapkan untuk UTBK-SNBT Pengetahuan Kuantitatif: materi yang diuji, strategi menjawab, dan latihan yang terarah.

Belajar lebih jauh di LMS NLS

next-level-study.com/belajar/lms-player.html?course=buku-snbtpk

GRATIS · TIDAK UNTUK DIPERJUALBELIKAN

SNBTPK · Edisi 1 · Gratis untuk pelajar Indonesia · 2026/2027